

TÀI LIỆU
HỌC TẬP

HK1

TOÁN 12

Trường THCS&THPT Mỹ Thuận
Vĩnh Long

KẾ HOẠCH TUẦN

 **TUẦN 1**

 **TUẦN 2**

 **TUẦN 3**

 **TUẦN 4**

 **TUẦN 5**

 **TUẦN 6**

 **TUẦN 7**

 **TUẦN 10**

 **TUẦN 8**

 **TUẦN 11**

 **TUẦN 9**

 **TUẦN 12**

 **TUẦN 13**

 **TUẦN 16**

 **TUẦN 14**

 **TUẦN 17**

 **TUẦN 15**

 **TUẦN 18**

MỤC LỤC

PHẦN I GIẢI TÍCH

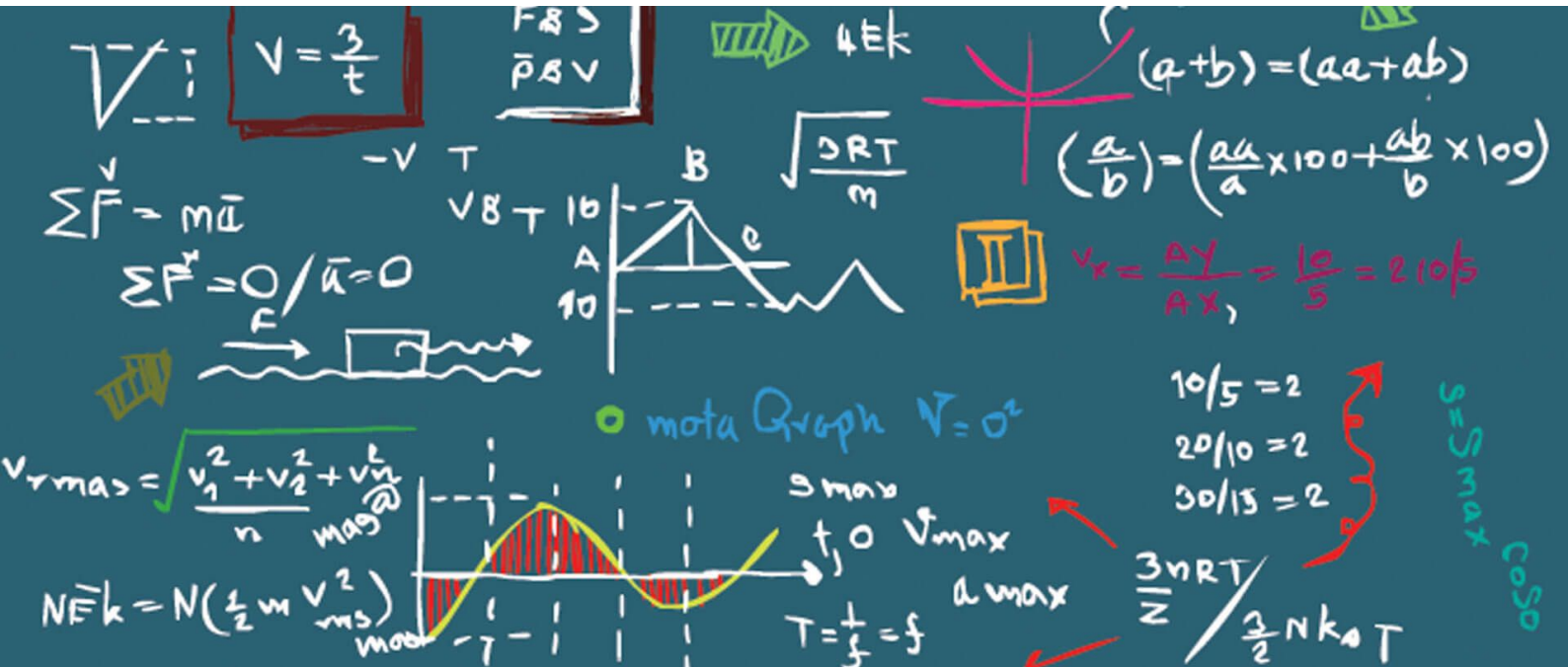
4

Chương 1. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.....	5
§1. Sự đồng biến và nghịch biến của hàm số.....	5
1. Tính đơn điệu của hàm số.....	5
2. Quy tắc xét tính đơn điệu của hàm số.....	6
3. Thực hành.....	6
§2. Cực trị của hàm số.....	11
1. Khái niệm cực đại, cực tiểu.....	11
2. Điều kiện đủ để hàm số có cực trị.....	11
3. Quy tắc tìm cực trị.....	12
4. Thực hành.....	13
§3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.....	17
1. Định nghĩa.....	17
2. Cách tìm GTLN & GTNN của hàm số trên một đoạn.....	17
3. Thực hành.....	18
§4. Đường tiệm cận.....	22
1. Đường tiệm cận ngang.....	22
2. Đường tiệm cận đứng.....	22
3. Thực hành.....	23
§5. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.....	26
1. Sơ đồ khảo sát hàm số.....	26
2. Khảo sát một số hàm thường gặp.....	26
3. Sự tương giao của các đồ thị.....	28
4. Thực hành.....	28
Chương 2. Hàm số lũy thừa. Hàm số mũ và hàm số logarit.....	34
§1. Lũy thừa.....	34
1. Khái niệm lũy thừa.....	34
2. Tính chất của lũy thừa với số mũ thực.....	35
3. Thực hành.....	36
§2. Hàm số lũy thừa.....	38
1. Khái niệm.....	38
2. Đạo hàm của hàm số lũy thừa.....	38
3. Khảo sát hàm số lũy thừa.....	38
4. Thực hành.....	39
§3. Lôgarit.....	41
1. Khái niệm lôgarit.....	41
2. Quy tắc tính lôgarit.....	41
3. Lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên.....	42
4. Thực hành.....	42
§4. Hàm số mũ. Hàm số lôgarit.....	45
1. Hàm số mũ.....	45
2. Hàm số lôgarit.....	46
3. Thực hành.....	46
§5. Phương trình mũ và phương trình lôgarit.....	50
1. Phương trình mũ.....	50
2. Phương trình lôgarit.....	50
3. Thực hành.....	51
§6. Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit.....	54
1. Bất phương trình mũ.....	54
2. Bất phương trình lôgarit.....	54
3. Thực hành.....	55

PHẦN II HÌNH HỌC

58

Chương 1. Khối đa diện	59
§1. Khái niệm về khối đa diện	59
1. Khối lăng trụ và khối chóp	59
2. Khái niệm về hình đa diện và khối đa diện	59
3. Hai đa diện bằng nhau	60
4. Phân chia và lắp ghép các khối đa diện	61
5. Thực hành	61
§2. Đa diện lồi và Đa diện đều	64
1. Khối đa diện lồi	64
2. Khối đa diện đều	64
3. Thực hành	64
§3. Khái niệm về thể tích của khối đa diện	67
1. Khái niệm về thể tích khối đa diện	67
2. Thể tích khối lăng trụ	67
3. Thể tích khối chóp	67
4. Thực hành	68
Chương 2. Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu	71
§1. Khái niệm về khối tròn xoay	71
1. Sự tạo thành mặt tròn xoay	71
2. Mặt nón tròn xoay	71
3. Mặt trụ tròn xoay	72
4. Thực hành	73
§2. Mặt cầu	76
1. Mặt cầu và các khái niệm liên quan đến mặt cầu	76
2. Giao của mặt cầu và mặt phẳng	76
3. Giao của mặt cầu và đường thẳng. Tiếp tuyến	77
4. Diện tích và thể tích	77
5. Thực hành	78



PHẦN I

GIẢI TÍCH

Chương 1. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.....	5
§1. Sự đồng biến và nghịch biến của hàm số.....	5
§2. Cực trị của hàm số.....	11
§3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số.....	17
§4. Đường tiệm cận.....	22
§5. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.....	26
Chương 2. Hàm số lũy thừa. Hàm số mũ và hàm số logarit.....	34
§1. Lũy thừa.....	34
§2. Hàm số lũy thừa.....	38
§3. Lôgarit.....	41
§4. Hàm số mũ. Hàm số lôgarit.....	45
§5. Phương trình mũ và phương trình lôgarit.....	50
§6. Bất phương trình mũ và bất phương trình lôgarit.....	54

Chương 1.

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

§1. SỰ ĐỒNG BIẾN VÀ NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

Đặt vấn đề

Cho hai hàm số $y = 2x - 6$ và $y = 3 + 2x - x^2$ lần lượt có bảng biến thiên như sau:

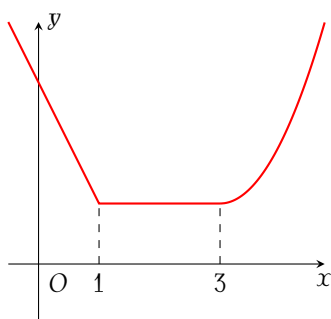
x	$-\infty$	$+\infty$
y	$-\infty$	$+\infty$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$-\infty$

- Chỉ ra các khoảng đồng biến, nghịch biến của mỗi hàm số trên.
- Giải thích nguyên nhân của sự biến thiên đó.
- Hãy cho biết cách tìm các giá trị tại hai đầu mút của từng mũi tên trong bảng.

1

TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ



Hàm số này đồng biến trên khoảng, nghịch biến trên khoảng, không đổi trên khoảng

1 Định nghĩa

Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{K}$ (khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng).

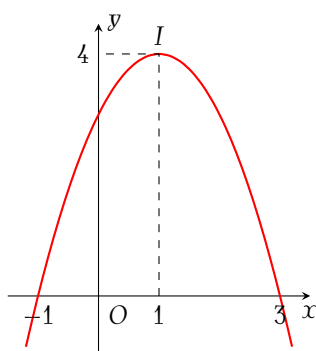
- $\Rightarrow f(x)$ đồng biến (tăng) trên $\mathbb{K}$ nếu với $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{K}$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) \leq f(x_2)$
- $\Rightarrow f(x)$ nghịch biến (giảm) trên $\mathbb{K}$ nếu với $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{K}$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) \geq f(x_2)$

2 Tính đơn điệu và dấu của đạo hàm

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{K}$.

- $\Rightarrow$ Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{K}$ thì $f(x)$ trên $\mathbb{K}$.
- $\Rightarrow$ Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{K}$ thì $f(x)$ trên $\mathbb{K}$.
- $\Rightarrow$ Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{K}$ thì $f(x)$ trên $\mathbb{K}$.

Ví dụ 1. Xét sự biến thiên của hàm số $y = 3 + 2x - x^2$.



Parabol $y = 3 + 2x - x^2$ có đỉnh và hướng xuống vì $a < 0$...

2

QUY TẮC XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ



- Bước 1. Tìm
- Bước 2. Tìm $f'(x)$. Tìm x để $f'(x)$ hoặc
- Bước 3. Lập bảng
- Bước 4. Kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Ví dụ 2. Xét sự biến thiên của các hàm số sau:

a) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 2$

b) $y = \frac{x-1}{x+2}$

3

THỰC HÀNH

✔ TRẮC NGHIỆM

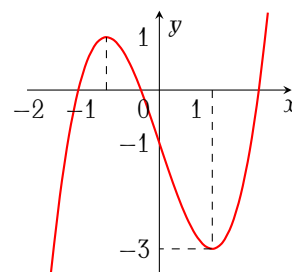
Câu 1. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
- B. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$.
- D. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

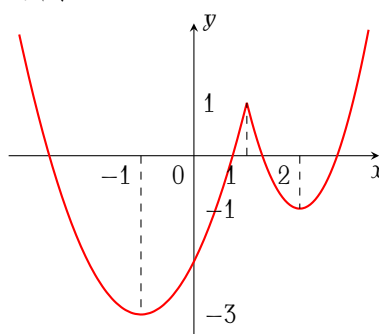
Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khoảng đồng biến của hàm số.

- A. $(-2; 1)$. B. $(-1; 2)$.
C. $(-2; -1)$. D. $(-1; 1)$.



Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		-2	3	-2	$+\infty$

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2		$+\infty$
		$-\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$
y						

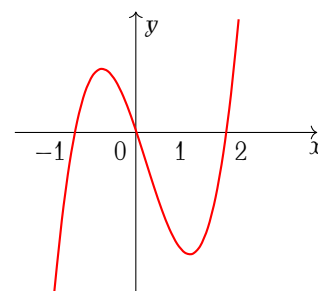
Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; -1)$.

Câu 8.

Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ với đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng về hàm số $y = f(x)$?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.



Câu 9. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

- A. Đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.
 B. Nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.
 C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 D. Đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng
 A. $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.
 C. $(-2; 0)$ và $(0; 2)$. D. $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
 B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{3-x}{2x-1}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
 A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; \frac{1}{2})$.
 B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số đồng biến trên $(\frac{1}{2}; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14. Hàm số $y = 2x^4 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
 A. $(3; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 15. Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ nghịch biến trên khoảng
 A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 16. Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 3x}$ đồng biến trên khoảng
 A. $(-\infty; \frac{3}{2})$. B. $(0; \frac{3}{2})$. C. $(\frac{3}{2}; 3)$. D. $(\frac{3}{2}; +\infty)$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
 A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$. B. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$.
 C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
 A. $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$. B. $y = x^4 + x^2 + 1$.
 C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x^3 + 5x + 13$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - (2m+3)x + 4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 A. $-1 \leq m \leq 3$. B. $-3 < m < 1$. C. $-1 < m < 3$. D. $-3 \leq m \leq 1$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 A. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. B. $m \in [-3; 1]$.
 C. $m \in (-\infty; 1]$. D. $m \in (-3; 1)$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2mx^2 + 4x - 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 A. $0 < m < 1$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $-1 < m < 1$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.
 A. $m \leq 1$. B. $m < 1$. C. $m < -3$. D. $m \leq -3$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 A. $-2 \leq m < -1$ hoặc $m > 1$. B. $m \leq -1$ hoặc $m > 1$.
 C. $-1 < m < 1$. D. $m < -1$ hoặc $m \geq 1$.

Câu 24. Số giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx - 2}{-2x + m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 25. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi

- A. $\begin{cases} a = b, c > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a > 0, b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0, b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0, b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)^2(x - 2)$. Tìm khoảng nghịch biến của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

- A. $(-\infty; 0)$ và $(1; 2)$. B. $(0; 1)$.
- C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2(x - 2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x^2 - 5x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-	0	+

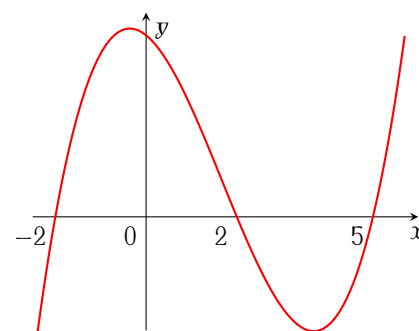
Hàm số $y = 3f(x + 2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 30.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây:

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(0; 2)$.
- C. $(-\infty; -1)$. D. $(1; 3)$.



TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Xét sự đồng biến, nghịch biến của các hàm số:

a) $y = 4 + 3x - x^2$

c) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

b) $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 7x - 2$

d) $y = \frac{3x + 1}{1 - x}$

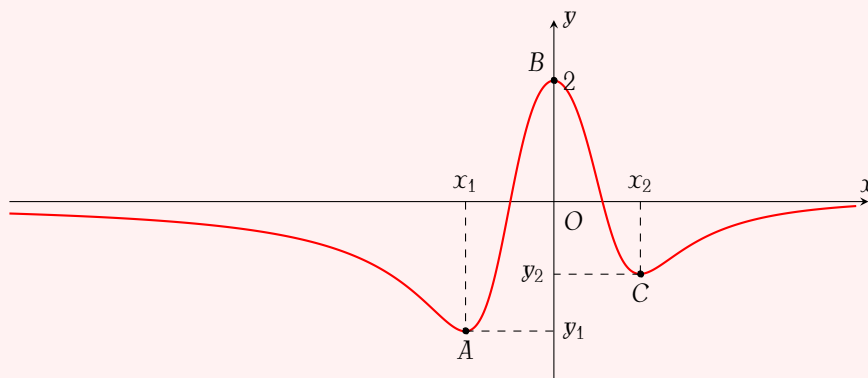
Câu 2. Tìm m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2019$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

🔊 Vocabulary				
function	hàm số	monotonic	tính đơn điệu	decreasing nghịch biến
domain	tập xác định	increasing	đồng biến	graph đồ thị
			derivative đạo hàm	variation chart bảng biến thiên

§2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Đặt vấn đề

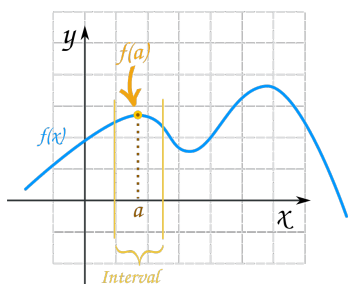
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Một cách trực quan, hãy chỉ ra những điểm lồi, điểm lõm của đồ thị.

1

KHÁI NIỆM CỰC ĐẠI, CỰC TIỂU

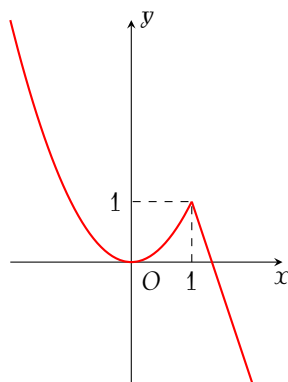


Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{K}$ và điểm $x_0 \in \mathbb{K}$.

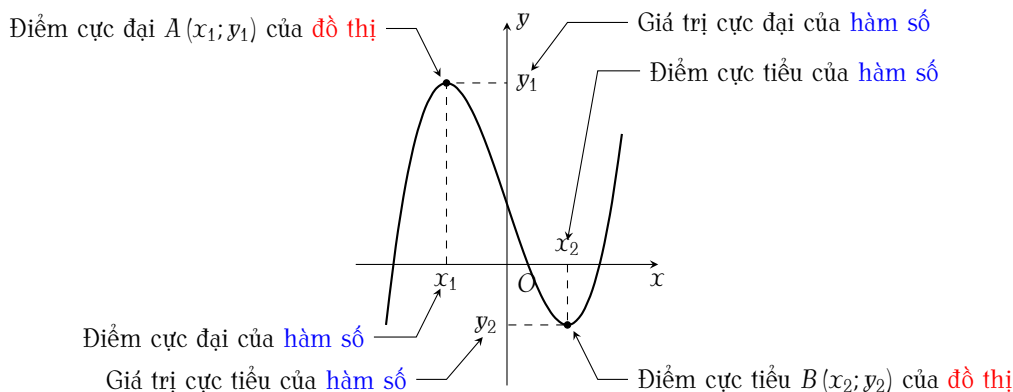
- ➡ Nếu $\exists h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói $f(x)$ đạt tại x_0 .
- ➡ Nếu $\exists h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói $f(x)$ đạt tại x_0 .

Chú ý:

- Nếu $f(x)$ đạt CĐ tại x_0 thì ta gọi x_0 là điểm CĐ của, $f(x_0)$ là giá trị CĐ của, còn điểm $M(x_0; f(x_0))$ là điểm CĐ của, Ta gọi tương tự đối với cực tiểu.
- Các điểm CĐ và CT được gọi chung là, giá trị CĐ và giá trị CT được gọi chung là của hàm số.
- Nếu $f(x)$ xác định trên $\mathbb{K}$ và đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = \dots$



Hàm số này đạt cực đại tại $x = \dots$ và đạt cực tiểu tại $x = \dots$



2

ĐIỀU KIỆN ĐỦ ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ

Giả sử hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{K}$ và xác định trên $\mathbb{K}$ hoặc $K \setminus \{x_0\}$.

- ➡ Nếu $f'(x_0) > 0$ khi $x < x_0$ và $f'(x_0) < 0$ khi $x > x_0$ thì x_0 là một điểm của hàm số $f(x)$.
- ➡ Nếu $f'(x_0) < 0$ khi $x < x_0$ và $f'(x_0) > 0$ khi $x > x_0$ thì x_0 là một điểm của hàm số $f(x)$.

Ví dụ 1. Tìm các cực trị của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 3$.

3

QUY TẮC TÌM CỰC TRỊ

1 Quy tắc 1

Bước 1. Tìm

Bước 2. Tìm $f'(x)$. Tìm x để $f'(x) = 0$ hoặc

Bước 3. Lập bảng

Bước 4. Kết luận về các điểm cực trị.

Ví dụ 2. Tìm cực trị của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+1}$.



2 Định lý

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp ... trên $\mathbb{K}$.

➔ Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm của hàm số.

➔ Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm của hàm số.

Ví dụ 3. Tìm cực trị của hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 6$.

3 Quy tắc 2

Bước 1. Tìm

Bước 2. Tìm $f'(x)$. Tìm x để $f'(x) = 0$.

Bước 3. Tìm đạo hàm cấp ... rồi tính các giá trị $f''(x)$.

Bước 4. Kết luận về các điểm cực trị.

Ví dụ 4. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + mx - 2$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

4

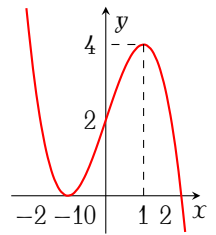
THỰC HÀNH

☑ TRẮC NGHIỆM

Câu 1.

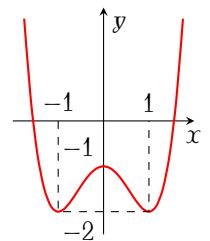
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -2$.
C. $x = 2$. D. $x = -1$.

**Câu 2.**

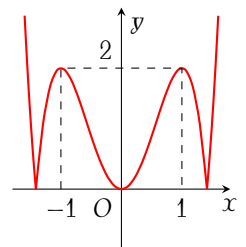
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số là

- A. -2 . B. 0 . C. -1 . D. 1 .

**Câu 3.**

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.



Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		5		$-\infty$
		1			

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = 0$.

Câu 5. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $f(x)$ có 2 điểm cực trị. B. $f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị.
 C. $f(x)$ không có giá trị cực tiểu. D. $f(x)$ không có giá trị cực đại.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3			
	$-\infty$			1				$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A. -2. B. -1. C. 2. D. 3.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+		- 0 -	
y	$-\infty$		2	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1. B. Hàm số có đúng 2 cực trị.
 C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2. D. Hàm số không xác định tại $x = 1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$	0
y	$-\infty$	2	-1	3	2

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$	$-$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	$+\infty$
					$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 10. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$.

- A. $x = 25$. B. $x = 3$. C. $x = 7$. D. $x = -1$.

Câu 11. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là

- A. $M(1; 3)$. B. $N(-1; 7)$. C. $Q(3; 1)$. D. $P(7; -1)$.

- Câu 12.** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x - 11$. Giá trị cực tiểu của hàm số là
 A. 2. B. $-\frac{1}{3}$. C. $-\frac{5}{3}$. D. -1.
- Câu 13.** Điểm cực đại của hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 3$ là
 A. $S(0; -3)$. B. $x = 0$. C. $x = \pm 2$. D. $y = 0$.
- Câu 14.** Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$.
 A. $N(-2; -2)$. B. $x = -2$. C. $M(2; 2)$. D. $x = 2$.
- Câu 15.** Cho hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- Câu 16.** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là y_1, y_2 . Khi đó $y_1 + y_2$ bằng
 A. 7. B. 1. C. 3. D. -1.
- Câu 17.** Đồ thị hàm số $y = -x^4 - x^2 + 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 18.** Hàm số $y = x^3 + 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.
- Câu 19.** Hàm số $y = \frac{-2x + 1}{x - 3}$ có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.
- Câu 20.** Đồ thị hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?
 A. $y = 2x^4 - 4x^2 + 3$. B. $y = (x^2 + 2)^2$.
 C. $y = -x^4 - 3x^2$. D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$.
- Câu 21.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?
 A. $y = 2x^3 - 3x^2$. B. $y = x^4 + 2$.
 C. $y = \frac{x + 1}{x - 2}$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
- Câu 22.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)^2(x + 1)$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.
- Câu 23.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(x - 2)^2(x - 3)^3(x - 4)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
 A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.
- Câu 24.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)(x^2 - x)(x - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
 A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.
- Câu 25.** Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B. Khi đó đường thẳng AB có phương trình là
 A. $y = 2x - 1$. B. $y = x - 2$. C. $y = -x + 2$. D. $y = 1 - 2x$.
- Câu 26.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 + (6m - 4)x^2 + 1 - m$ có 3 điểm cực trị.
 A. $m \geq \frac{2}{3}$. B. $m \leq \frac{2}{3}$. C. $m > \frac{2}{3}$. D. $m < \frac{2}{3}$.
- Câu 27.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có 2 điểm cực trị.
 A. $m \leq 3$. B. $m > 3$. C. $m > -3$. D. $m < 3$.
- Câu 28.** Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 6x^2 + (m - 2)x + 11$ có 2 điểm cực trị trái dấu.
 A. $(-\infty; 38)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(2; 38)$.
- Câu 29.** Hàm số $y = x^3 - (m + 2)x + m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi
 A. $m = -1$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.
- Câu 30.** Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m - 3)x - 3$ đạt cực đại tại $x = 1$?
 A. $m \leq 3$. B. $m = 3$. C. $m < 3$. D. $m > 3$.

 TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Tìm các điểm cực trị của các hàm số sau

a) $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 10$

b) $y = x^4 - 2x^2 + 1$

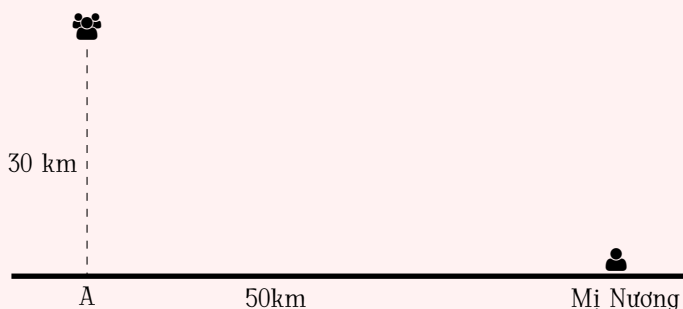
Câu 2 (SGK GT12). Xác định giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$.

 Vocabulary			
local maximum	cực đại	extrema	cực trị
local minimum	cực tiểu	value	giá trị
		closed interval	đoạn
			parameter
			tham số

§3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Đặt vấn đề

Theo yêu cầu của vua Hùng, Sơn Tinh và Thủy Tinh phải đến nông trại của Bạch Cốt Tinh để mang voi chín ngà, gà chín cựa, ngựa chín hồng mao và cùng xuất phát lúc 7h sáng đến chỗ của Mị Nương. Biết rằng chỗ ở của Bạch Cốt Tinh là trong rừng rậm, cách đường quốc lộ 30 km và vị trí của Mị Nương được mô tả như hình:

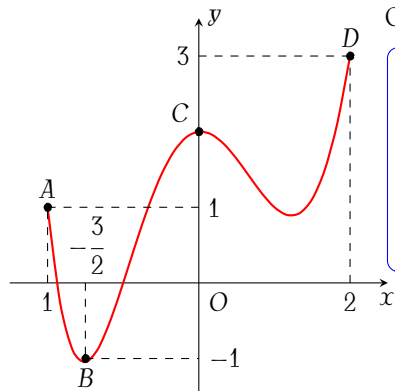


Sơn Tinh đi thẳng theo đường rừng đến chỗ Mị Nương, còn Thủy Tinh đi thẳng ra quốc lộ (điểm A), rồi theo đường quốc lộ đến chỗ của Mị Nương. Biết rằng vận tốc tối đa khi di chuyển trong rừng rậm là 30 km/h, trên đường quốc lộ là 50 km/h và đoạn quốc lộ trong hình là đường thẳng.

- Giữa Sơn Tinh và Thủy Tinh, ai sẽ đến nơi trước?
- Nếu cùng xuất phát như Sơn Tinh và Thủy Tinh, bạn sẽ chọn đường đi thế nào để đến trước họ?

1

ĐỊNH NGHĨA



Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$.

- ➡ Số M được gọi là giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $\mathcal{D}$ nếu $f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D}$ và $\exists x_0 \in \mathcal{D}$ sao cho $f(x_0) = M$. Kí hiệu $M = \max_{\mathcal{D}} f(x)$.
- ➡ Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $\mathcal{D}$ nếu $f(x) \geq m, \forall x \in \mathcal{D}$ và $\exists x_0 \in \mathcal{D}$ sao cho $f(x_0) = m$. Kí hiệu $m = \min_{\mathcal{D}} f(x)$.

Quan sát đồ thị ta thấy
 $\max_{[-2;2]} f(x) = \dots, \min_{[-2;2]} f(x) = \dots$

2

CÁCH TÌM GTLN & GTNN CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT ĐOẠN

1 Định lý

Mọi hàm số trên một đoạn đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó.

2 Quy tắc

Bước 1. Tìm các giá trị $x \in (a; b)$ để $f'(x) = 0$ hoặc hoặc

! Bước 2. Tính của $f(x)$ tại a, b và tại các điểm x vừa tìm được ở bước 1.

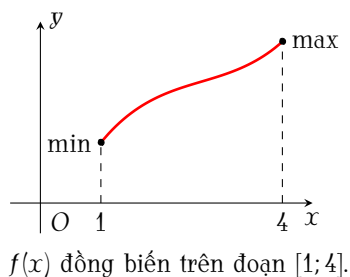
Bước 3. Tìm số ... nhất và số ... nhất trong các số đã tính được ở bước 2.

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$

Phạm vi bảng
Đầu : -1
Kthúc : 2
Bước : $(2+1) \div 20$

x	f(x)
1	-1
2	-10.59
3	-7.583
4	-4.931

-14



Ví dụ 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

Nhận xét

Nếu $f'(x)$ không trên $[a; b]$ thì $f(x)$ đạt GTLN và GTNN tại các đầu mút của $[a; b]$.

Ví dụ 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ trên $[2020; 2021]$.

Ví dụ 3. Trong tình huống đã nêu ở đầu bài, hãy tìm ra đường đi sao cho thời gian đến chỗ Mị Nương là ngắn nhất.

3

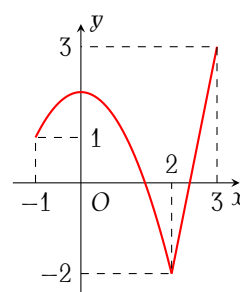
THỰC HÀNH

TRẮC NGHIỆM

Câu 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 5.



Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		1		$2\sqrt{5}$	
	0		-2		

- A. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} f(x) = 0.$ B. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} f(x) = 2.$
 C. $\max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} f(x) = 2\sqrt{5}.$ D. $\min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} f(x) = 2.$

Câu 3. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như hình. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$.

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$
y	$-\infty$	1	2	-1	$+\infty$

- A. $\begin{cases} M = 3 \\ m = -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} M = 0 \\ m = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} M = 2 \\ m = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} M = 1 \\ m = -1 \end{cases}$

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A. 3. B. 7. C. 5. D. 0.

Câu 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[-2; 2]$ là

- A. 10. B. 6. C. 24. D. 4.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

- A. $\max_{[-1; 2]} f(x) = 10.$ B. $\max_{[-1; 2]} f(x) = 6.$
 C. $\max_{[-1; 2]} f(x) = 11.$ D. $\max_{[-1; 2]} f(x) = 15.$

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(5 - 2x)^2$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. $\frac{250}{3}.$ B. 0. C. $\frac{250}{27}.$ D. $\frac{125}{27}.$

Câu 8. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. 57. B. 55. C. 56. D. 54.

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2$ trên đoạn $[0; 1]$.

- A. -1. B. 0. C. 1. D. -2.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + 1 + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.

- A. 4. B. $\frac{16}{3}.$ C. 5. D. 6.

Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 + \sqrt{x^2 - 2x + 8}$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. 7. B. 9. C. $3 + 2\sqrt{2}.$ D. $3 + \sqrt{7}.$

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $-\frac{1}{3}.$ B. -5. C. 5. D. $\frac{1}{3}.$

Câu 14. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 3]$.

- A. -3. B. 3. C. $\frac{2}{3}.$ D. 4.

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là

- A. 0. B. 5. C. 7. D. 3.

Câu 16. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sqrt{x - 1} + \sqrt{9 - x}$.

- A. $T = [1; 9].$ B. $T = [0; 2\sqrt{2}].$ C. $T = (1; 9).$ D. $T = [2\sqrt{2}; 4].$

Câu 17. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{1 - x^2}$. Khi đó $M - m$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	2	3	0	2	1

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó $4M - 2m$ bằng

- A. 10. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x + 5$ trên nửa khoảng $[-4; +\infty)$ là

- A. 13. B. -17. C. 4. D. -9.

Câu 21. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x - 1 + \frac{4}{x-1}$ trên nửa khoảng $(1; +\infty)$.

- A. $m = 5$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 22. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$

- A. không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
B. không có cực trị.
C. có giá trị nhỏ nhất.
D. có giá trị lớn nhất.

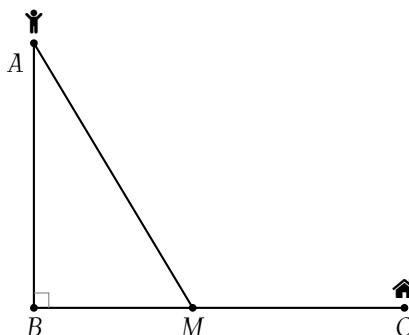
Câu 23. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 - 3x^2 + 2020$ trên $\mathbb{R}$.

- A. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 2020$. B. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 2021$.
C. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 2019$. D. $\max_{\mathbb{R}} f(x) = 2018$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.

- A. $m \in (-\infty; -5)$. B. $m \in [5; 2)$.
C. $m \in (2; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 2]$.

Câu 25. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển $BC = 5$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B 7 km. Người gác hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h. Vị trí của điểm M phải cách B bao nhiêu km để người đó đến C nhanh nhất?



- A. 0 km. B. $\frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}$ km.
C. $2\sqrt{5}$ km. D. 7 km.

Câu 26. Một trang trại mỗi ngày thu hoạch được một tấn rau. Mỗi ngày, nếu bán rau với giá 30000 đồng/kg thì hết sạch rau, nếu giá bán cứ tăng thêm 1000 đồng/kg thì số rau thừa lại tăng thêm 20 kg. Số rau thừa này được thu mua làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi số tiền bán rau nhiều nhất mà trang trại có thể thu được mỗi ngày là bao nhiêu?

- A. 32.420.000 đồng. B. 32.400.000 đồng.
C. 34.400.000 đồng. D. 34.240.000 đồng.

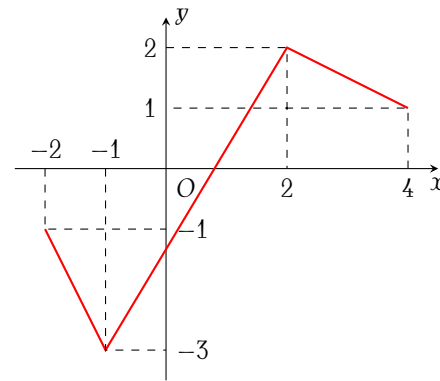
Câu 27. Một xưởng sản xuất cần làm 100 chiếc hộp inox bằng nhau, hình dạng là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông (không có nắp), với thể tích là $108 \text{ dm}^3/\text{hộp}$. Giá của inox là 47.000 đồng/ dm^2 . Hãy tính toán sao cho tổng chi phí sản xuất 100 chiếc hộp là ít nhất, và số tiền tối thiểu đó là bao nhiêu (nếu chỉ tính số inox vừa đủ để sản xuất 100 chiếc hộp, không có phần dư thừa, cắt bỏ)?

- A. 1.692.000.000 đồng. B. 507.666.000 đồng.
C. 1.015.200.000 đồng. D. 235.800.000 đồng.

Câu 28. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -2t^3 + 18t^2 + 1$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Mất bao lâu kể từ lúc xuất phát để chất điểm đạt vận tốc lớn nhất?

- A. 5 giây. B. 6 giây. C. 3 giây. D. 1 giây.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm $\max_{[-2;4]} |f(x)|$.

A. $|f(0)|$.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 30. Cho x, y là hai số không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^3}{3} + x^2 + y^2 - x + 1$.

A. $\frac{17}{3}$.

B. 5.

C. $\frac{115}{3}$.D. $\frac{7}{3}$.

✍ TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Tính giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số

a) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên $[-4; 4]$

c) $y = \frac{2-x}{1-x}$ trên $[-3; -2]$

b) $y = x^4 - 3x^2 + 2$ trên $[0; 3]$

d) $y = \sqrt{5-4x}$ trên $[-1; 1]$

Câu 2 (SGK GT12). Trong số các hình chữ nhật cùng có chu vi 16 cm, hãy tìm hình chữ nhật có diện tích lớn nhất.

Câu 3 (SGK GT12). Trong số các hình chữ nhật cùng có diện tích 48 m², hãy xác định hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất.

🔍 Vocabulary

absolute maximum giá trị lớn nhất

exist tồn tại

undefined không xác định

absolute minimum giá trị nhỏ nhất

equation phương trình

square hình vuông

continuous liên tục

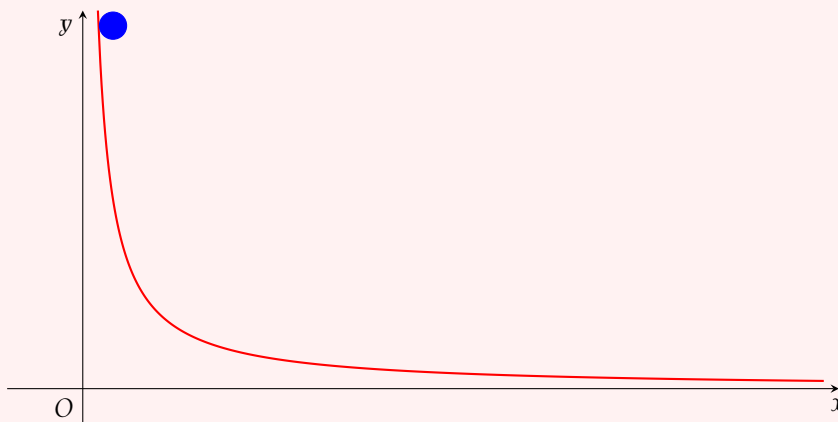
root nghiệm

rectangle hình chữ nhật

§4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Đặt vấn đề

Trong công viên xã Mỹ Thuận, người ta xây dựng một cầu trượt tựa vào một bức tường bê tông và được mô phỏng theo đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ với mặt đất là trục hoành, bức tường là trục tung (như hình vẽ).



Để nghiệm thu công trình, người ta thả một quả bóng để nó di chuyển dọc theo cầu trượt về phía $+\infty$. Hỏi:

- Khi nào thì quả bóng sẽ chạm đất?
- Phải đặt quả bóng cách mặt đất bao nhiêu để nó chạm vào mặt tường?

1

ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn.



Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\omin� \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$$

$$\omin� \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$$

Ví dụ 1. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-5}$.

2

ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\omin� \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \dots$$

$$\omin� \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \dots$$

$$\omin� \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \dots$$

$$\omin� \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \dots$$

Ví dụ 2. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^4 - 12}{(x^2 - 5x + 6)\sqrt{x - 1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

3

THỰC HÀNH

🔍 TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$ là
 A. $x = -4$. B. $y = 2$. C. $x = 4$. D. $y = -\frac{3}{4}$.
- Câu 2.** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x-1}$ là
 A. $y = 5$. B. $y = 0$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.
- Câu 3.** Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = 1 + \frac{2x+2}{x-1}$.
 A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $y = 2$. D. $y = 3$.
- Câu 4.** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-4x}{2x-1}$?
 A. $y = 2$. B. $y = \frac{1}{2}$. C. $y = 4$. D. $y = -2$.
- Câu 5.** Đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 2021$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 6.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?
 A. $y = \frac{3x^2-1}{x+1}$. B. $y = x^4 - x^2 - 2$.
 C. $y = \frac{2-x}{x}$. D. $y = x^3 - x^2 + x - 3$.
- Câu 7.** Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?
 A. $y = \frac{2x-1}{1-x}$. B. $y = \frac{4x-1}{2x+5}$. C. $y = \frac{x+1}{2x+1}$. D. $y = \frac{2x-4}{2x+3}$.
- Câu 8.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-5}{x-2}$ là
 A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{5}{3}$.
- Câu 9.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{7-2x}{x-2}$ là
 A. $x = -3$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 3$.
- Câu 10.** Đồ thị của hàm số nào sau đây nhận đường thẳng $x = 2$ làm tiệm cận đứng?
 A. $y = \frac{1}{x+1}$. B. $y = \frac{5x}{2-x}$.
 C. $y = x - 2 + \frac{1}{x+1}$. D. $y = \frac{1}{x+2}$.
- Câu 11.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?
 A. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}+1}{2019}$. B. $y = \frac{x^2-1}{x-1}$.
 C. $y = \frac{x^2}{x^2+2018}$. D. $y = \frac{x}{x+12}$.
- Câu 12.** Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-2x+3}{2x-4}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng
 A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.
- Câu 13.** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là
 A. $x = 1$ và $y = 2$. B. $x = 2$ và $y = 1$.
 C. $x = 1$ và $y = -3$. D. $x = -1$ và $y = 2$.
- Câu 14.** Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-\sqrt{2}}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là
 A. $x = \sqrt{2}$ và $y = 1$. B. $x = 4$ và $y = 1$.
 C. $x = 1$ và $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $x = 2$ và $y = 1$.
- Câu 15.** Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x^2+2x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?
 A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 16. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{5x + 5}{x^2 - 1}$. Gọi m là số tiệm cận đứng, n là số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho. Tính $S = m + n$.

- A. $S = 2$. B. $S = 3$. C. $S = 1$. D. $S = 4$.

Câu 18. Đồ thị hàm số $y = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x + 1}}{x^2 - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 21. Đồ thị hàm số nào dưới đây không có đường tiệm cận?

- A. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$. B. $y = \frac{1}{x}$.
C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = \frac{2x + 1}{2 - x}$.

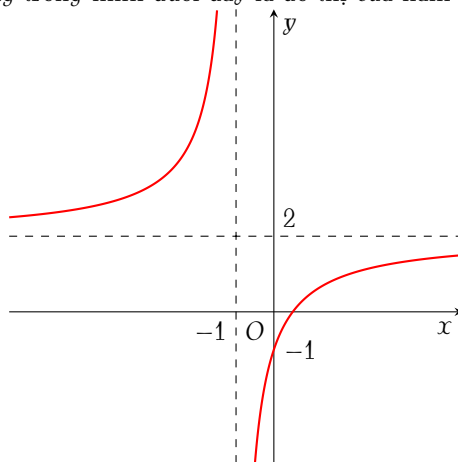
Câu 22. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx - 2}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$ và đường tiệm cận ngang là $y = 3$. Tính giá trị của $a + b$.

- A. $a + b = 1$. B. $a + b = 5$. C. $a + b = 4$. D. $a + b = 0$.

Câu 23. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{(m - 2n - 3)x + 5}{x - m - n}$ nhận hai trục tọa độ làm hai đường tiệm cận. Tính tổng $S = m^2 + n^2 - 2$.

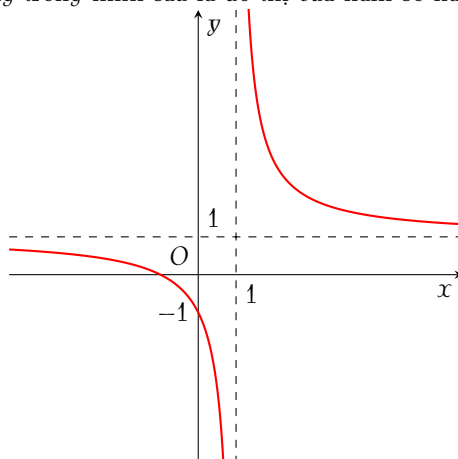
- A. $S = 2$. B. $S = 0$. C. $S = -1$. D. $S = 1$.

Câu 24. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$. B. $y = \frac{1 - 2x}{x + 1}$. C. $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$. D. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$.

Câu 25. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$.
C. $y = \frac{x - 1}{x + 1}$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-	0	-
y	2 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	+	0	-
y	$+\infty$ ↘ -1		2 ↗ $-\infty$	-2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 28. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ là

- A. $(2; -3)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; -2)$. D. $(-3; 2)$.

Câu 29. Tìm giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$.

- A. $M(2; 1)$. B. $N(-2; 2)$. C. $P(-2; -2)$. D. $Q(-2; 1)$.

Câu 30. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng $x = 1$ và đi qua điểm $A(2; 5)$?

- A. $y = \frac{2-3x}{1-x}$. B. $y = \frac{x+13}{x+1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

✍ TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Tìm các tiệm cận của hàm số

a) $y = \frac{2x-5}{5x-2}$

b) $y = \frac{x}{2-x}$

c) $y = \frac{x^2+x+1}{3-2x-5x^2}$

d) $y = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

🔊 Vocabulary

asymptote đường tiệm cận

distance khoảng cách

line đường thẳng

horizontal asymptote tiệm cận ngang

limit giới hạn

curve đường cong

vertical asymptote tiệm cận đứng

infinity vô cực

condition điều kiện

§5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Đặt vấn đề

Theo em, khảo sát một hàm số là làm những việc gì?

- | | | |
|--|---|--|
| ☐ Tìm tập xác định | ☐ Xét tính đơn điệu | ☐ Tìm đường tiệm cận |
| ☐ Xét tính chẵn lẻ | ☐ Tìm cực trị | ☐ Tìm đạo hàm |

1 SƠ ĐỒ KHẢO SÁT HÀM SỐ



Bước 1. Tìm

Bước 2. Xét sự của hàm số

! Bước 3. Tìm (nếu có)

Bước 4. Tìm các đường (nếu có)

Bước 5. Vẽ

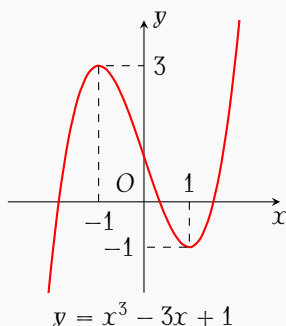
Ví dụ 1. Khảo sát các hàm số $y = 2x - 3$ và $y = 6 - x - x^2$.

2 KHẢO SÁT MỘT SỐ HÀM THƯỜNG GẶP

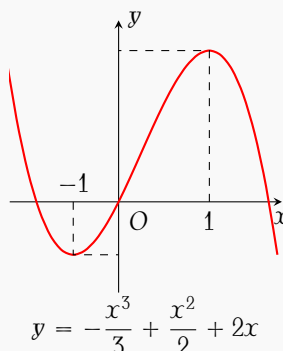
1 Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

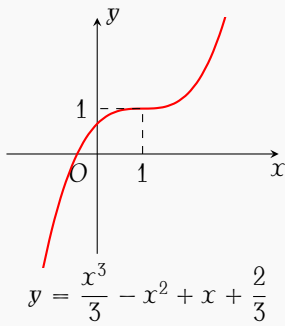
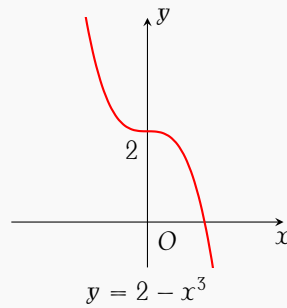
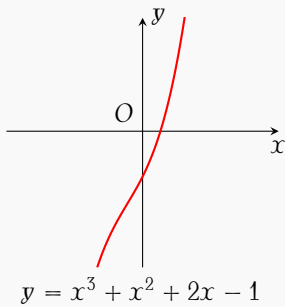
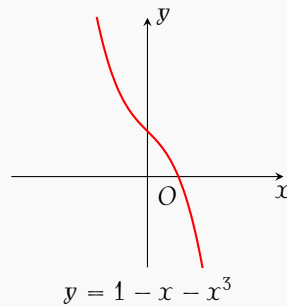
- Tập xác định: $\mathcal{D} = \dots$
- Đạo hàm: $y' = \dots$

$b^2 - 3ac \dots 0$ và $a \dots 0$

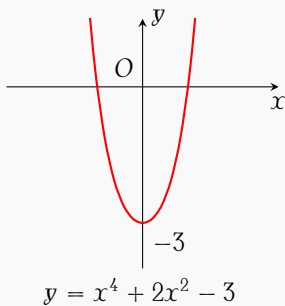
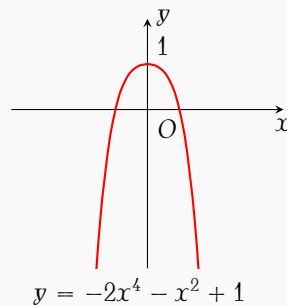
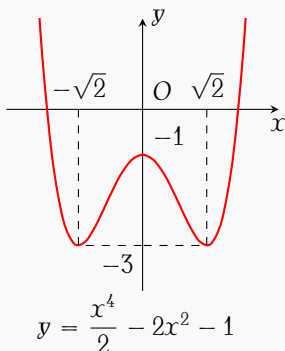
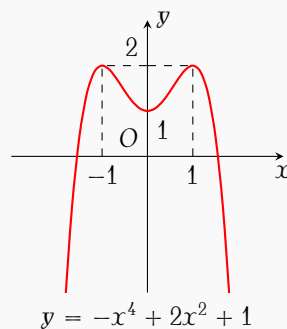


$b^2 - 3ac \dots 0$ và $a \dots 0$

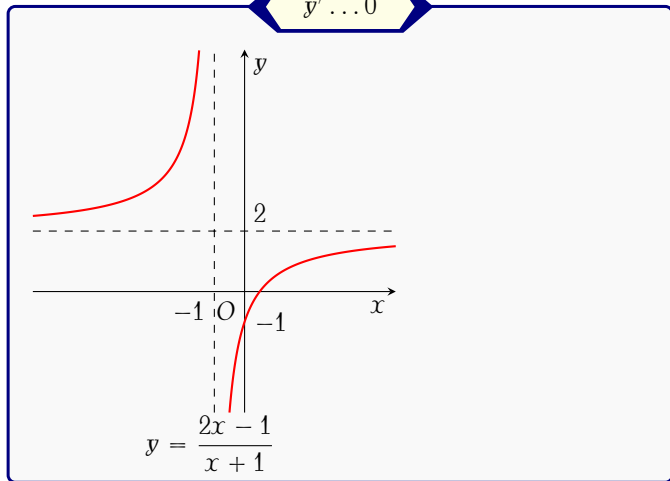
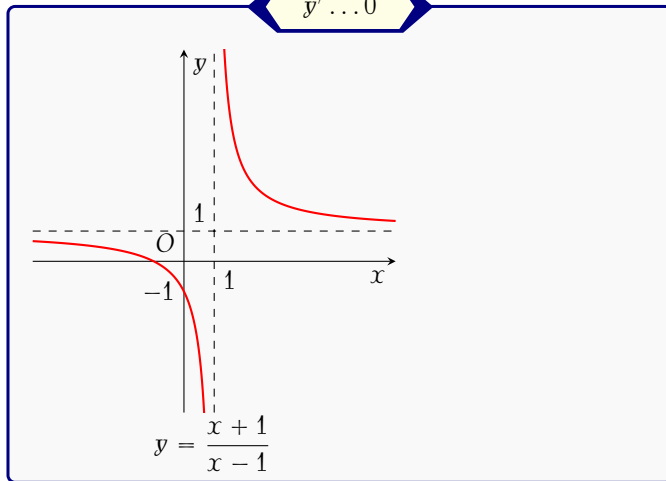


$b^2 - 3ac \dots 0$ và $a \dots 0$  $b^2 - 3ac \dots 0$ và $a \dots 0$  $b^2 - 3ac \dots 0$ và $a \dots 0$  $b^2 - 3ac \dots 0$ và $a \dots 0$ **2** Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

- Tập xác định: $\mathcal{D} = \dots$
- Đạo hàm: $y' = \dots = \dots$

 $a, b \dots$ dấu và $a \dots 0$  $a, b \dots$ dấu và $a \dots 0$  $a, b \dots$ dấu và $a \dots 0$  $a, b \dots$ dấu và $a \dots 0$ **3** Hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

- Tập xác định: $\mathcal{D} = \dots$
- Tiệm cận đứng: $\dots$
- Đạo hàm: $y' = \dots$
- Tiệm cận ngang: $\dots$

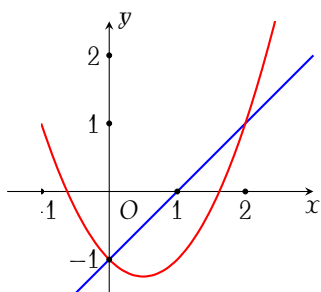
$y' \dots 0$  $y' \dots 0$ 

3

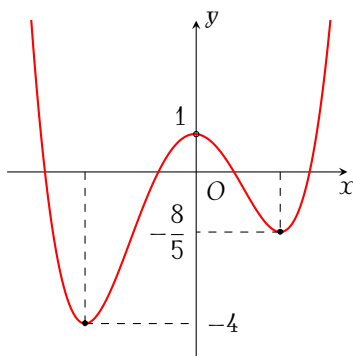
SỰ TƯƠNG GIAO CỦA CÁC ĐỒ THỊ

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $(\mathcal{C}_1)$ và hàm số $y = g(x)$ có đồ thị $(\mathcal{C}_2)$.

Để tìm hoành độ giao điểm của $(\mathcal{C}_1)$ và $(\mathcal{C}_2)$, ta giải phương trình



Ví dụ 2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = x - 1$ và parabol $y = x^2 - x - 1$



Ví dụ 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình $f(x) = m$.

4

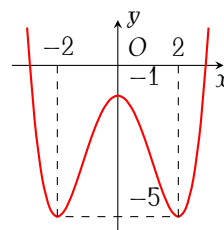
THỰC HÀNH

☑ TRẮC NGHIỆM

Câu 1.

Đồ thị trong hình vẽ bên là của hàm số

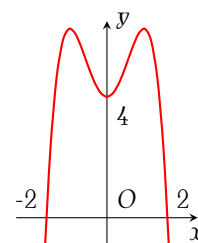
- A. $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$. B. $y = \frac{x^4}{4} - x^2 - 1$.
C. $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$. D. $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$.



Câu 2.

Đồ thị trong hình vẽ bên là của hàm số

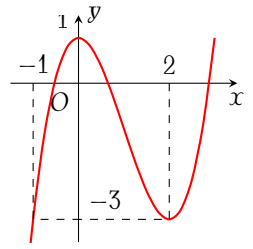
- A. $y = -x^2 + x - 4$. B. $y = x^4 - 3x^2 - 4$.
C. $y = -x^3 + 2x^2 + 4$. D. $y = -x^4 + 3x^2 + 4$.



Câu 3.

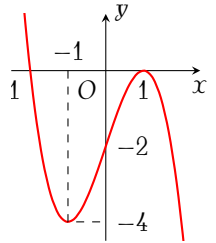
Đồ thị trong hình vẽ bên là của hàm số

- A. $y = -\frac{x^3}{4} + x^2 + 1$. B. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.
 C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

**Câu 4.**

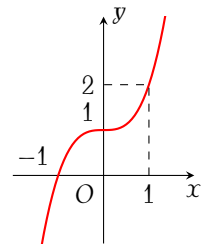
Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^3 - 3x - 2$. B. $y = -x^3 + 3x + 2$.
 C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = -x^3 + 3x - 2$.

**Câu 5.**

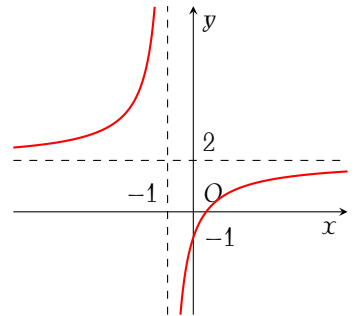
Đồ thị trong hình vẽ bên là của hàm số

- A. $y = 2x^3 + 1$. B. $y = x^3 + x + 1$.
 C. $y = x^3 + 1$. D. $y = -x^3 + 2x + 1$.

**Câu 6.**

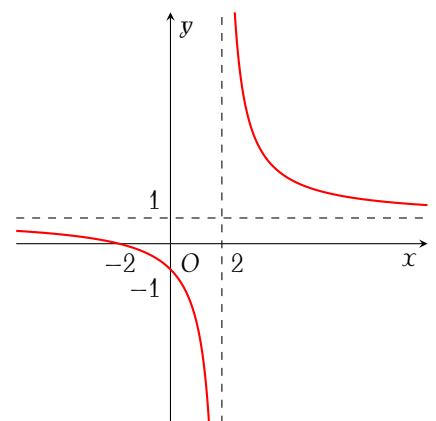
Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ là hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
 C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{3x+1}{2x+2}$.

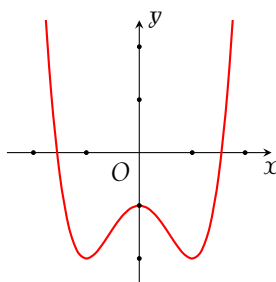
**Câu 7.**

Đồ thị như hình bên là của hàm số nào sau đây?

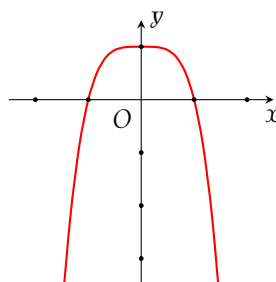
- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-2}$.
 C. $y = \frac{x+2}{x+1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



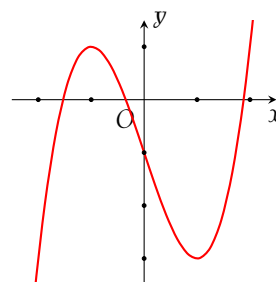
Câu 8. Đồ thị nào sau đây không thể là đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực và $a \neq 0$?



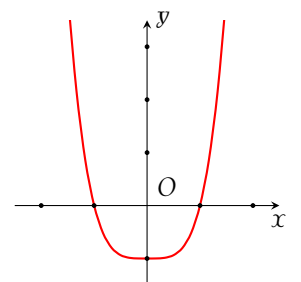
Hình 1



Hình 2



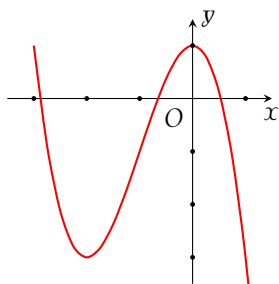
Hình 3



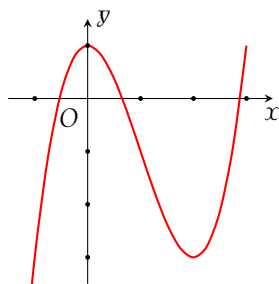
Hình 4

A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

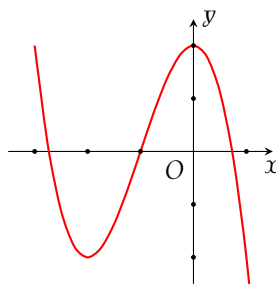
Câu 9. Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ là hình nào sau đây?



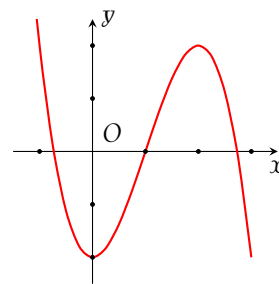
Hình 1



Hình 2



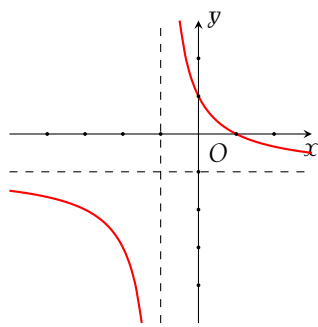
Hình 3



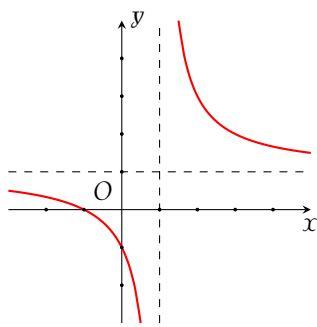
Hình 4

A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

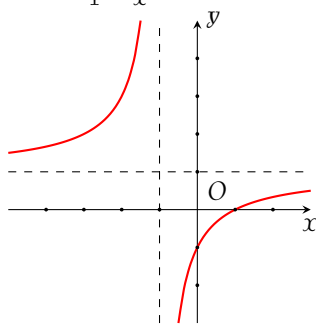
Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ là hình nào sau đây?



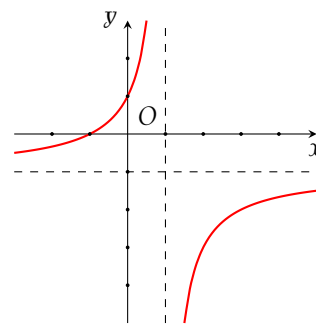
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 11.

Bảng biến thiên trong hình bên là của hàm số nào sau đây?

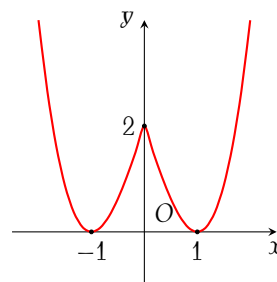
- A. $y = x^3 - 5x^2 + x + 6$.
 B. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.
 C. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 7$.
 D. $y = x^4 + x^2 - 3$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			3			$+\infty$
	$-\infty$				-1	

Câu 12.

Đồ thị như hình bên là của hàm số nào sau đây?

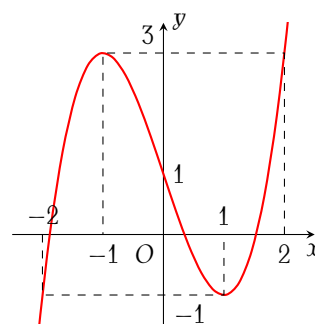
- A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.
 B. $y = 2(x^2 - 1)^2$.
 C. $y = |x|^3 - 3|x| + 2$.
 D. $y = x^2 - 2|x|^2 + 2$.



Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 9. B. 7. C. 6. D. 8.



Câu 14. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2-5x+6)$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $(\mathcal{C})$ không cắt trục hoành.
 B. $(\mathcal{C})$ cắt trục hoành tại 3 điểm.
 C. $(\mathcal{C})$ cắt trục hoành tại 1 điểm.
 D. $(\mathcal{C})$ cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 15. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^3 - 3x^2 + 1$ với trục hoành là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 16. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là
 A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 17. Tìm tọa độ giao điểm M của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ với trục tung.
 A. $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $M(0; 2)$. C. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 18. Đồ thị của hai hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2x - 1$ và $y = 3x^2 - 2x - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?
 A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 19. Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ bằng
 A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 20. Gọi M và N là giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và $y = 4 - x^2$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là
 A. $(1; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; 0)$. D. $(0; 1)$.

Câu 21. Gọi M và N là giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x + 1$ và $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Tìm hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN .
 A. $x_I = -\frac{5}{2}$. B. $x_I = 2$. C. $x_I = \frac{5}{2}$. D. $x_I = 1$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y					

Đồ thị của $f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2021$ tại bao nhiêu điểm?

A. 2. B. 1. C. 0. D. 4.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng một nghiệm là

A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
 C. $(-2; 2)$. D. $[-2; 2]$.

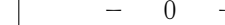
Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$+$ 0 $-$	
y	$+\infty$ 	-1	2 	$-\infty$

Phương trình $f(x) = m$ với $m \in (-1; 2)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y						

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng 2 nghiệm.

- A. $-2 < m < -1$. B. $m = -2$ hoặc $m \geq -1$.
C. $m = -1$ hoặc $m > 0$. D. $m = -2$ hoặc $m > -1$.

Câu 26. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

- A. $m \in [-14; 18]$. B. $m \in (-14; 18)$.
C. $m \in (-18; 14)$. D. $\begin{cases} m < -14 \\ m > 18 \end{cases}$.

Câu 27. Tìm m để đường thẳng $y = x - m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại 2 điểm phân biệt.

- A. $m < -1$. B. $m > -5$.
C. $m < -5$ hoặc $m > -1$. D. $-5 < m < -1$.

Câu 28. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ tại điểm $M(1; 0)$ là

- A. $y = 1 - x$. B. $y = -4x - 4$. C. $y = -4x + 4$. D. $y = 1 - 4x$.

Câu 29. Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -1 ?

- A. $y = 6x + 1$. B. $y = 5x + 1$. C. $y = -4x$. D. $y = 7x + 3$.

Câu 30. Trên đồ thị $(\mathcal{C}) : y = \frac{x-1}{x-2}$, có bao nhiêu điểm mà tiếp tuyến tại đó với $(\mathcal{C})$ song song với đường thẳng $x + y = 1$?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

✍ TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau:

- | | | |
|--------------------------|--|----------------------------|
| a) $y = 2 + 3x - x^3$ | e) $y = -x^4 + 8x^2 - 1$ | i) $y = \frac{x+3}{x-1}$ |
| b) $y = x^3 + 4x^2 + 4x$ | f) $y = x^4 - 2x^2 + 2$ | j) $y = \frac{1-2x}{2x-4}$ |
| c) $y = x^3 + x^2 + 9x$ | g) $y = \frac{x^4}{2} + x^2 - \frac{3}{2}$ | k) $y = \frac{-x+2}{2x+1}$ |
| d) $y = -2x^3 + 5$ | h) $y = -2x^2 - x^4 + 3$ | |

Câu 2. Tìm giao điểm của các đồ thị hàm số sau với trục hoành.

- a) $y = x^3 - 3x^2 + 5$ b) $y = -2x^3 + 3x^2 - 2$ c) $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

Câu 3 (SGK GT12). Cho hàm số $y = x^3 + (m+3)x^2 + 1 - m$ (m là tham số) có đồ thị là $(\mathcal{C}_m)$.

- a) Xác định m để hàm số có điểm cực đại là $x = -1$
b) Xác định m để đồ thị $(\mathcal{C}_m)$ cắt trục hoành tại $x = -2$.

Câu 4 (SGK GT12).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị $(\mathcal{C})$ của hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 2$.
b) Giải bất phương trình $f'(x-1) > 0$
c) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(\mathcal{C})$ tại điểm có hoành độ x_0 , biết rằng $f''(x_0) = -6$.

 Vocabulary

even function hàm số chẵn	cubic function hàm số bậc 3
odd function hàm số lẻ	biquadratic function hàm số trùng phương
constant function hàm hằng	linear rational function hàm phân tuyến tính
linear function hàm số tuyến tính	tangent line tiếp tuyến
quadratic function hàm số bậc 2	absolute value giá trị tuyệt đối

Chương 2.

HÀM SỐ LŨY THỪA. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

§1. LŨY THỪA

1

KHÁI NIỆM LŨY THỪA

exponent
 $\downarrow$
 base $\rightarrow 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $\underbrace{\hspace{1cm}}$
 power

1 Lũy thừa với số mũ nguyên

Cho $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.

Lũy thừa bậc n của a là của ... thừa số a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a \cdot a}_{n \text{ số } a}$$

Số a gọi là, số n gọi là

Chú ý: Với $a \neq 0$ ta có

$$\bullet a^0 = \dots$$

$$\bullet a^{-n} = \dots$$

Ví dụ 1. Tính $(1,5)^4$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$, $(\sqrt{3})^{-5}$.

2 Phương trình $x^n = b$

➔ Với n lẻ: phương trình có với mọi b .

➔ Với n chẵn:

- phương trình vô nghiệm nếu $b < 0$
- phương trình có 1 nghiệm nếu $b = 0$
- phương trình có 2 nghiệm nếu $b > 0$

Ví dụ 2. Phương trình nào dưới đây có nghiệm duy nhất khác 0?

A. $x^5 = 0$.

B. $x^6 = 0$.

C. $x^6 = 1$.

D. $x^5 = 1$.

3 Căn bậc n

Cho số $b \in \mathbb{R}$ và số $n \in \mathbb{N}^*$ ($n \geq 2$).

Nếu $a^n = b$ thì a được gọi là của b .

➔ Với n lẻ: có căn bậc n của b

➔ Với n chẵn:

- Nếu $b < 0$ thì
- Nếu $b = 0$ thì
- Nếu $b > 0$ thì

• $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \dots\dots$

• $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \dots\dots$

• $(\sqrt[n]{a})^m = \dots\dots$

• $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{nếu } n \dots\dots \\ |a| & \text{nếu } n \dots\dots \end{cases}$

Ví dụ 3. Cho số $a > 0$. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt[4]{a^5}$.

4 Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Cho số thực $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$). Khi đó

$$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \dots\dots$$

Ví dụ 4. Cho x là số thực dương và $P = \left(\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}\right)^5$. Biết rằng P được biểu diễn dưới dạng $x^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính $m + n$.

5 Lũy thừa với số mũ vô tỉ

Cho số thực $a > 0$ và số vô tỉ α . Khi đó, luôn có một dãy số hữu tỉ (r_n) sao cho $\lim r_n = \alpha$ và

$$a^\alpha = \lim a^{r_n} = \dots\dots$$

2

TÍNH CHẤT CỦA LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ THỰC



Cho $a, b > 0$ là những số thực; m, n là những số thực tùy ý.

• $a^m \cdot a^n = \dots\dots$

• $\frac{a^m}{a^n} = \dots\dots$

• $(a^m)^n = \dots\dots$

• $(ab)^m = \dots\dots$

• $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \dots\dots$

Ví dụ 5. Rút gọn biểu thức $F = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$

☛ Với $a > 1$: $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$

☛ Với $a < 1$: $a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$

Ví dụ 6. So sánh các cặp số sau:

a) $(\sqrt{3} - 1)^7$ và $(\sqrt{3} - 1)^8$

b) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2020}$ và $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2021}$

3

THỰC HÀNH

☛ TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho số dương a và $m, n \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$.

B. $a^m \cdot a^n = (a^m)^n$.

C. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

D. $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$.

Câu 2. Cho số thực dương a và hai số $m, n \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^{m+n} = (a^m)^n$.

B. $a^{m+n} = \frac{a^m}{a^n}$.

C. $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.

D. $a^{m+n} = a^m + a^n$.

Câu 3. Với α là một số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$.

B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$.

C. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$.

D. $(10^\alpha)^2 = 10^{a^2}$.

Câu 4. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{(4 + 2\sqrt{3})^{2018} \cdot (1 - \sqrt{3})^{2017}}{(1 + \sqrt{3})^{2019}}$.

A. $P = -2^{2017}$.

B. $P = -1$.

C. $P = -2^{2019}$.

D. $P = 2^{2018}$.

Câu 5. Cho biết $9^x - 12^2 = 0$, tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8 \cdot 9^{\frac{x-1}{2}} + 19$.

A. 31.

B. 23.

C. 22.

D. 15.

Câu 6. Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{4}{3}}$.

B. $a^{\frac{7}{3}}$.

C. $a^{\frac{5}{3}}$.

D. $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 7. Kết quả viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ của biểu thức $F =$

$$\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$$

$\frac{11}{a^{\frac{11}{16}}}$ với $a > 0$ là

A. $F = a^{\frac{1}{4}}$.

B. $F = a^{\frac{3}{8}}$.

C. $F = a^{\frac{1}{2}}$.

D. $F = a^{\frac{3}{4}}$.

Câu 8. Cho a là một số thực dương. Rút gọn biểu thức $P = \frac{(a^{\sqrt{7}-3})^{\sqrt{7}+3}}{a^{\sqrt{11}-4} \cdot a^{5-\sqrt{11}}}$.

A. $P = \frac{1}{a^3}$.

B. $P = a^3$.

C. $P = a^2$.

D. $P = a^{2\sqrt{7}-1}$.

Câu 9. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$ trong

đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m^2 - n^2 = 312$.

B. $m^2 + n^2 = 543$.

C. $m^2 - n^2 = -312$.

D. $m^2 + n^2 = 409$.

Câu 10. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{4}{3}}$.

B. $a^{\frac{5}{6}}$.

C. $a^{\frac{7}{6}}$.

D. $a^{\frac{6}{7}}$.

Câu 11. Cho $a > 0$. Tìm x biết $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}}} = a^x$.

- A. $x = \frac{4}{9}$. B. $x = \frac{1}{81}$. C. $x = \frac{40}{81}$. D. $x = \frac{13}{27}$.

Câu 12. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$.

- A. $P = a$. B. $P = a^3$. C. $P = a^4$. D. $P = a^5$.

Câu 13. Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$ ta được

- A. $P = ab$. B. $P = a + b$.
C. $P = a^4b + ab^4$. D. $P = a^2b + ab^2$.

Câu 14. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[8]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{5}{16}}$. B. $P = x^{\frac{5}{8}}$. C. $P = x^{\frac{1}{16}}$. D. $P = x^4$.

Câu 15. Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{1}{3}}$. B. $a^{\frac{7}{6}}$. C. $a^{\frac{11}{6}}$. D. $a^{\frac{6}{5}}$.

Câu 16. Rút gọn biểu thức $P = \frac{(a^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{a^{4-\sqrt{5}} \cdot a^{\sqrt{5}-2}}$ ($0 < a \neq 1$).

- A. $P = 2$. B. $P = a^2$. C. $P = 1$. D. $P = a$.

Câu 17. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $e^3 > e^2$. B. $(0,5)^3 > \left(\frac{1}{2}\right)^2$.
C. $(\sqrt{3})^2 < (\sqrt{3})^3$. D. $\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 < \left(\frac{\pi}{2}\right)^3$.

Câu 18. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$ và $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó khẳng định nào đúng?

- A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. B. $0 < a < 1, b > 1$.
C. $a > 1, 0 < b < 1$. D. $a > 1, b > 1$.

Câu 19. Cho $(\sqrt{2}-1)^m < (\sqrt{2}-1)^n$. Khi đó

- A. $m = n$. B. $m < n$. C. $m > n$. D. $m \neq n$.

Câu 20. Cho biết $(x-2)^{-\frac{1}{3}} > (x-2)^{-\frac{1}{6}}$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2 < x < 3$. B. $0 < x < 1$. C. $x > 2$. D. $x > 1$.

TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Cho a, b là những số thực dương. Viết các biểu thức sau dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ:

- a) $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ b) $b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b}$ c) $a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a}$ d) $\sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}}$

Vocabulary

power lũy thừa

base cơ số

integer số nguyên

irrational số vô tỉ

factor thừa số

exponent số mũ

rational số hữu tỉ

real số thực

§2. HÀM SỐ LŨY THỪA

1

KHÁI NIỆM

Cho số thực α .

Hàm số $y = \dots\dots$ được gọi là hàm số lũy thừa.

Chú ý: Tập xác định của hàm số lũy thừa x^α tùy thuộc vào giá trị của $\dots$

➔ Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^+$: tập xác định là $\dots\dots\dots$

➔ Nếu $\alpha \in \mathbb{Z}^-$: tập xác định là $\dots\dots\dots$

➔ Nếu $\alpha \notin \mathbb{Z}$: tập xác định là $\dots\dots\dots$

Ví dụ 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = (2x - 1)^3$ b) $y = (2x - 1)^{-3}$ c) $y = (2x - 1)^{\frac{1}{3}}$ d) $y = \sqrt[3]{2x - 1}$

2

ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ LŨY THỪA

Hàm số lũy thừa $y = x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$) có đạo hàm với mọi $x \dots\dots$

$$(x^\alpha)' = \dots\dots\dots$$

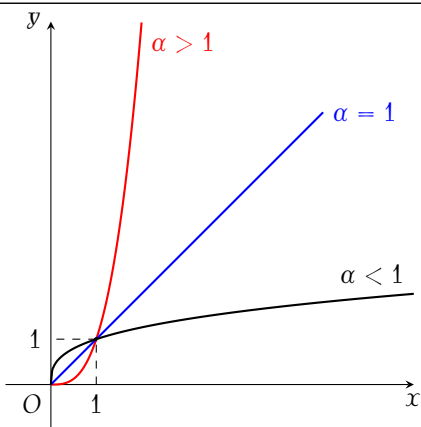
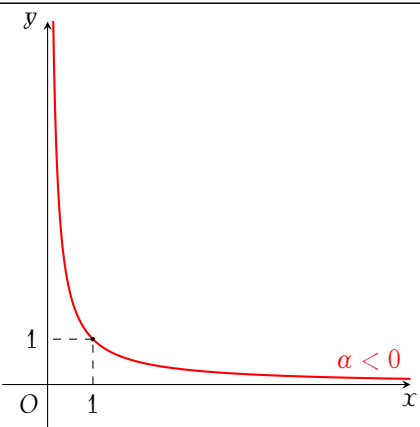
Ví dụ 2. Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = x^{\frac{2}{3}}$ b) $y = x^\pi$ c) $y = (1 - 3x)^{\sqrt{2}}$

3

KHẢO SÁT HÀM SỐ LŨY THỪA

Trong trường hợp tổng quát, ta khảo sát hàm số $y = x^\alpha$ trên khoảng $\dots\dots\dots$

	$y = x^\alpha, \alpha > 0$	$y = x^\alpha, \alpha < 0$
Sự biến thiên		
Giới hạn đặc biệt		
Tiếp cận		
Đồ thị		

Ví dụ 3. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^{-3}$.

4

THỰC HÀNH

☑ TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = (x - 2)^{-3}$ là
 A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $[2; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(2; +\infty)$.
- Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = (2 - x)^{-3}$ là
 A. $(-\infty; 2]$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.
- Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-4}$ là
 A. $\mathbb{R}$. B. $(-1; 1)$.
 C. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. D. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là
 A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $(1; 2)$.
 C. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
- Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^\pi$ là
 A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$.
 C. $\emptyset$. D. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-\frac{1}{3}}$ là
 A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.
 C. $(2; 3)$. D. $\mathbb{R}$.
- Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{-\frac{3}{2}}$ là
 A. $\mathbb{R}$. B. $(0; 3)$.
 C. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.
- Câu 8.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (5 + 4x - x^2)^{\sqrt{2019}}$.
 A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.
 C. $\mathcal{D} = (1; 5)$. D. $\mathcal{D} = (-1; 5)$.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{\frac{1}{3}}$ là
 A. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.
 C. $(-1; 4)$. D. $\mathbb{R}$.
- Câu 10.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x)^e$ là
 A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.
 C. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. D. $(0; 4)$.
- Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 2)^{\sqrt{3}}$.
 A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus 2$. B. $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- Câu 12.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 5)^{\sqrt{3}}$.
 A. $\mathcal{D} = [5; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (5; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 5)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.
- Câu 13.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$.
 A. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- Câu 14.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (1 - x)^{\sqrt{2}}$.
 A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- Câu 15.** Tìm đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}}$.
 A. $y' = \frac{2x - 1}{\sqrt[3]{(x^2 - x + 1)^2}}$. B. $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x^2 - x + 1)^2}}$.
 C. $y' = \frac{2x - 1}{3\sqrt[3]{x^2 - x + 1}}$. D. $y' = \frac{2x - 1}{3\sqrt[3]{(x^2 - x + 1)^2}}$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = (2x - 3)^{\frac{5}{6}}$. Tính $f'(2)$.

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = (2x^2 + 3x + 1)^{\frac{3}{2}}$. Khi đó giá trị của $f(1)$ bằng

- A. 8. B. $\frac{3}{2}$. C. $6\sqrt{6}$. D. $6\sqrt[3]{3}$.

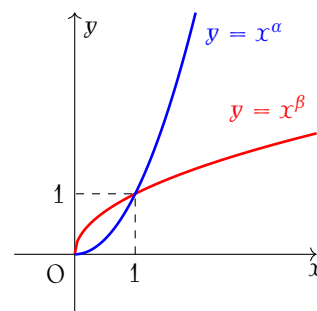
Câu 18. Cho hàm số $y = x^{-\frac{3}{4}}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
B. Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số luôn đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.
D. Nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 19.

Cho các số thực α và β . Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$ và $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

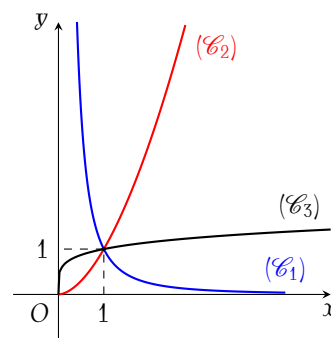
- A. $0 < \beta < \alpha < 1$. B. $\alpha < 0 < \beta < 1$.
C. $0 < \beta < 1 < \alpha$. D. $\beta < 0 < 1 < \alpha$.



Câu 20.

Cho ba hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$, $y = x^{\frac{1}{5}}$, $y = x^{-2}$. Khi đó đồ thị của ba hàm số đó lần lượt là

- A. $(\mathcal{C}_3)$, $(\mathcal{C}_2)$, $(\mathcal{C}_1)$. B. $(\mathcal{C}_2)$, $(\mathcal{C}_3)$, $(\mathcal{C}_1)$.
C. $(\mathcal{C}_2)$, $(\mathcal{C}_1)$, $(\mathcal{C}_3)$. D. $(\mathcal{C}_1)$, $(\mathcal{C}_3)$, $(\mathcal{C}_2)$.



TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Tìm tập xác định của các hàm số

- a) $y = (1 - x)^{-\frac{1}{3}}$ b) $y = (2 - x^2)^{\frac{3}{5}}$ c) $y = (x^2 - 1)^{-2}$ d) $y = (x^2 - x - 2)^{\sqrt{2}}$

Câu 2 (SGK GT12). Tìm đạo hàm của các hàm số

- a) $y = (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{3}}$ b) $y = (4 - x - x^2)^{\frac{1}{4}}$ c) $y = (3x + 1)^{\frac{\pi}{2}}$ d) $y = (5 - x)^{\sqrt{3}}$

§3. LÔGARIT

Đặt vấn đề

"Ngày 6.7, nhiều khu vực tại miền nam bang California của Mỹ tiếp tục rung chuyển vì trận động đất thứ hai liên tiếp trong chưa đầy 48 giờ. Cơ quan Khảo sát địa chất Mỹ (USGS) cho biết động đất mạnh 7,1 độ Richter với tâm chấn ở độ sâu 7 km nằm gần TP.Ridgecrest, cách TP.Los Angeles khoảng 200 km về phía đông bắc. Giới chuyên gia cho biết đây là trận động đất chính, có biên độ rung chấn gấp lần so với trận tiền chấn 6,4 độ Richter hôm 4.7 (giờ địa phương) cũng gần Ridgecrest".

Thanh Niên ngày 7/7/2019



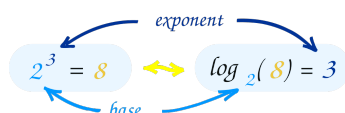
Hãy điền con số còn thiếu trong dấu "...", biết rằng cường độ một trận động đất M độ Richter được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là biên độ chuẩn (A_0 là hằng số).

1

KHÁI NIỆM LÔGARIT

1 Định nghĩa

Cho hai số a, b với a



Số a thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là và kí hiệu là

$$\alpha = \dots \Leftrightarrow a^\alpha = b$$

Số a gọi là, số n gọi là

Chú ý: Không có lôgarit của số và số 0.

Ví dụ 1. Tính $\log_3 81$ và $\log_{\frac{1}{2}} 1024$.

2 Tính chất

Cho hai số a, b với a Ta có các tính chất sau:

- ! • $\log_a 1 = \dots$
- ! • $\log_a a = \dots$
- ! • $a^{\log_a b} = \dots$
- ! • $\log_a a^b = \dots$

Ví dụ 2. Tính $5^{\log_5 2021}$ và $81^{\log_3 2}$.

2

QUY TẮC TÍNH LÔGARIT

Cho ba số a, b, c với a Ta có

- ! • $\log_a (b \cdot c) = \dots$
- ! • $\log_a \frac{b}{c} = \dots$
- ! • $\log_a b^\alpha = \dots, \forall \alpha$
- ! • $\log_a b = \frac{\log_c \dots}{\log_c \dots} (c \neq 1)$
- ! • $\log_a b = \frac{1}{\dots} (b \neq 1)$
- ! • $\log_{a^\alpha} b = \dots \log_a b (\alpha \neq 0)$

Ví dụ 3. Tính:

$$\text{a) } A = 2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{8} - \log_{\frac{1}{2}} 2$$

$$\text{b) } C = \log_5 \sqrt[3]{25}$$

Ví dụ 4. Chứng tỏ rằng biểu thức $S = \log_x (x^3 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{x})$ không phụ thuộc x .

3

LÔGARIT THẬP PHẦN VÀ LÔGARIT TỰ NHIÊN

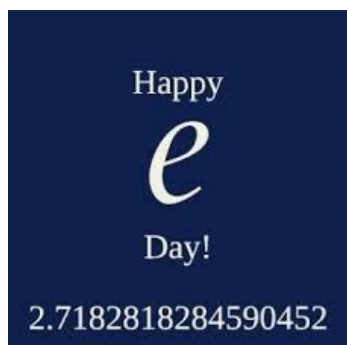


1 Lôgarit thập phân

Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số

$$\log b = \dots\dots$$

Ví dụ 5. Tính $\log 1000$ và $\log 0,01$.



7/2 được xem là ngày của số e

2 Lôgarit tự nhiên

Lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số ...

$$\ln b = \dots\dots$$

Ví dụ 6. Dùng máy tính cầm tay tính $\ln 2$, $\ln 3$ và $\ln 1$.

4

THỰC HÀNH

TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Với $a \neq 1$ là số thực dương tùy ý, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

- A. 3. B. $-\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. -3 .

Câu 2. Cho $a \neq 1$ là số thực dương tùy ý, tính $P = \log_{a^2} a$.

- A. $P = 2$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -2$.

Câu 3. Với a là số thực dương bất kì, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log(a^4) = 4 \log a$. B. $\log(a^4) = \frac{1}{4} \log a$.
C. $\log(4a) = 4 \log a$. D. $\log(4a) = \frac{1}{4} \log a$.

Câu 4. Cho $a, b > 0$ với $a, b \neq 1$ và x, y là hai số thực dương. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- A. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.
C. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Câu 5. Cho số thực $0 < a \neq 1$ và hai số thực dương x, y . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. B. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.
C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a(x - y)$.

Câu 6. Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log(ab^2) = \log a + 2\log b$. B. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.
C. $\log(ab^2) = 2\log a + 2\log b$. D. $\log(ab) = \log a - \log b$.

Câu 7. Với a là số thực dương bất kì và $a \neq 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_{a^5} e = \frac{1}{5\ln a}$. B. $\log a^5 = \frac{1}{5} \ln a$.
C. $\log a^5 = \frac{5}{\ln a}$. D. $\log_{a^5} e = 5\log_a e$.

Câu 8. Với mọi số thực dương a, b, x, y sao cho $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây không đúng?

- A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Câu 9. Cho a, b là các số thực dương, trong đó $a \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3 - 2\log_a b$. B. $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3 + 2\log_a b$.
C. $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3 - \frac{1}{2}\log_a b$. D. $\log_a \left(\frac{a^3}{\sqrt{b}} \right) = 3 + \frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 10. Với số thực dương a tùy ý, ta có $\ln(6a) - \ln(2a)$ bằng

- A. $\ln(4a)$. B. $\ln(12a^2)$. C. $4\ln a$. D. $\ln 3$.

Câu 11. Với a, b là hai số thực khác 0 tùy ý. Khi đó $\ln(a^2b^4)$ bằng

- A. $2\ln a + 4\ln b$. B. $4\ln a + 2\ln b$.
C. $2\ln|a| + 4\ln|b|$. D. $4(\ln|a| + \ln|b|)$.

Câu 12. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\log_a x^n = n\log_a x$ ($x > 0$). B. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ ($x, y > 0$).
C. $\log_a x$ có nghĩa với mọi x . D. $\log_a 1 = a, \log_a a = 1$.

Câu 13. Cho $0 < a \neq 1$ và một số thực dương x . Đẳng thức nào dưới đây sai?

- A. $a^{\log_a x} = a$. B. $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$.
C. $a^{\log_a x} = x$. D. $\log_{\sqrt{a}} x^3 = 6\log_a x$.

Câu 14. Với a, b là hai số dương tùy ý. Khi đó $\ln \frac{a}{b}$ bằng

- A. $\frac{\ln a}{\ln b}$. B. $\ln a + \ln b$. C. $\ln a - \ln b$. D. $\ln a \cdot \ln b$.

Câu 15. Cho a là số thực dương khác 1, mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log a \cdot \log_a 10 = 1$. B. $\log a = \frac{1}{\log 10}$.
C. $\ln a = \ln 10 \cdot \log a$. D. $\log a = \frac{1}{\log_a 10}$.

Câu 16. Cho x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log x + \log y = \log(xy)$. B. $\log(x+y) = \log x + \log y$.
C. $\log \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$. D. $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$.

Câu 17. Cho a là số thực dương khác 4. Tính $I = \log_{\frac{a}{4}} \left(\frac{a^3}{64} \right)$.

- A. $I = -\frac{1}{3}$. B. $I = -3$. C. $I = 3$. D. $I = \frac{1}{3}$.

Câu 18. Cho a, b là các số dương ($a \neq 1$). Khi đó $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b})$ bằng

- A. $2 + 2\log_a b$. B. $\frac{1}{2} + \log_a b$. C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$. D. $2 + \log_a b$.

Câu 19. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý, khi đó $\ln(e^2a^7b^5)$ bằng

- A. $2 + 5\ln a + 7\ln b$. B. $7\ln a + 5\ln b$.
C. $2 + 7\ln a + 5\ln b$. D. $5\ln a + 7\ln b$.

Câu 20. Cho $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $Q = a^{6\log_a 5}$.

- A. $Q = \sqrt{5}$. B. $Q = a^5$. C. $Q = 5\sqrt{5}$. D. $Q = a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 21. Rút gọn biểu thức $A = \log_a(a^3 \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a})$ ta được kết quả là

- A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{35}{10}$. D. $\frac{37}{10}$.

Câu 22. Cho hai số thực $0 < a, b \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2})$.

- A. $P = \sqrt{3}$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{2}$. D. $P = 2$.

Câu 23. Với các số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2(a+b)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$. B. $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$.
C. $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$. D. $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Câu 24. Với a, b, c là các số thực dương khác 1 tùy ý và $x = \log_a c, y = \log_b c$, tính giá trị của $\log_c(ab)$.

- A. $\log_c(ab) = \frac{1}{xy}$. B. $\log_c(ab) = x + y$.
C. $\log_c(ab) = \frac{xy}{x+y}$. D. $\log_c(ab) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

Câu 25. Cho $\log_a b = -2$ và $\log_a c = 5$ trong đó a, b, c là các số thực dương ($a \neq 1$). Tính $S = \log_a \frac{ab^2}{c^5}$.

- A. $S = -17$. B. $S = -18$. C. $S = 18$. D. $S = -19$.

Câu 26. Cho $0 < a \neq 1, b > 0, c > 0$ sao cho $\log_a b = 3$ và $\log_a c = -2$. Tính $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$.

- A. 6. B. -18. C. -9. D. 8.

Câu 27. Nếu $\log_3 5 = a$ thì $\log_{45} 75$ bằng

- A. $\frac{2+a}{1+2a}$. B. $\frac{1+a}{2+a}$. C. $\frac{1+2a}{2+a}$. D. $\frac{1+2a}{1+a}$.

Câu 28. Nếu $\log_5 3 = a$ thì $\log_{81} 75$ bằng

- A. $\frac{1}{2a} + \frac{1}{4}$. B. $\frac{a}{2} + \frac{1}{4}$. C. $\frac{a+1}{4}$. D. $\frac{a+1}{4a}$.

Câu 29. Cho các số thực a, b thỏa mãn $0 < a < 1 < b$. Tìm khẳng định đúng.

- A. $\log_a b < 0$. B. $\ln a > \ln b$.
C. $(0,5)^a < (0,5)^b$. D. $2^a > 2^b$.

Câu 30. Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $0 < a < b < 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. B. $\log_b a < 1 < \log_a b$.
C. $\log_a b < \log_b a < 1$. D. $1 < \log_a b < \log_b a$.

TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Rút gọn biểu thức

a) $\log_3 6 \cdot \log_8 9 \cdot 62$

b) $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$

Câu 2 (SGK GT12).

a) Cho $a = \log_{30} 3, b = \log_{30} 5$. Hãy tính $\log_{30} 1350$ theo a, b .

b) Cho $c = \log_{15} 3$. Hãy tính $\log_{25} 15$ theo c .

Vocabulary

logarithm lôgarit	expression biểu thức	rule quy tắc
positive number số dương	property tính chất	common logarithm lôgarit thập phân
negative number số âm	prove chứng minh	natural logarithm lôgarit tự nhiên

§4. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT

Đặt vấn đề

Thạch Sanh trúng giải Ba một tờ vé số trị giá 10.000.000 đồng. Nhưng anh chưa biết nên dùng số tiền đó vào việc gì. Bạn thân của Thạch Sanh là Lý Thông đã đề nghị vay số tiền này với lãi suất 6%/tháng và sẽ trả cả vốn lẫn lãi sau đúng một năm. Lý Thông mang số tiền đó đến Sacombank gửi tiết kiệm theo hình thức lãi kép, với lãi suất 6%/tháng, kỳ hạn gửi là 12 tháng.

Sau một năm, Lý Thông đến ngân hàng nhận số tiền cả vốn lẫn lãi, và trả cho Thạch Sanh số tiền như đã hứa.

- Hỏi sau cuộc giao dịch, Lý Thông lãi hay lỗ?
- Hãy nêu sự khác nhau giữa hai hình thức gửi tiền của Thạch Sanh và Lý Thông.



1

HÀM SỐ MŨ

1 Định nghĩa

Cho số thực $a \neq \dots$

Hàm số $y = \dots$ được gọi là **hàm số mũ** cơ số

Ví dụ 1. Hàm số nào sau đây **không phải** hàm số mũ?

- A. $y = (\sqrt{3})^x$. B. $y = x^{\sqrt{3}}$. C. $y = 5^{\frac{x}{3}}$. D. $y = e^{-x}$.

2 Đạo hàm của hàm số mũ

Cho số $a \neq \dots$ và hàm hợp $u = u(x)$. Ta có:

- | | | |
|---|------------------------------|------------------------------|
| ! | • $(a^x)' = \dots\dots\dots$ | • $(a^u)' = \dots\dots\dots$ |
| | • $(e^x)' = \dots\dots\dots$ | • $(e^u)' = \dots\dots\dots$ |

Ví dụ 2. Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

- a) $y = 7^x$ b) $y = e^{x^3 - 3x + 1}$

3 Khảo sát hàm số mũ $y = a^x$

	$y = a^x, a > 1$	$y = a^x, a < 1$
Sự biến thiên		
Tiệm cận		
Đồ thị		

Ví dụ 3. So sánh các cặp số sau:

- a) $(\sqrt{3})^{-5}$ và $(\sqrt{3})^{-3}$ b) $0,3^{\frac{1}{5}}$ và $0,3^{\frac{1}{3}}$

2

HÀM SỐ LÔGARIT

1 Định nghĩa

Cho số thực $a \neq \dots$

Hàm số $y = \dots$ được gọi là **hàm số lôgarit** cơ số

Ví dụ 4. Hàm số nào sau đây **không phải** hàm số lôgarit?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = \log(5x)$. C. $y = \ln(5x)$. D. $y = \ln e$.

2 Đạo hàm của hàm số lôgarit

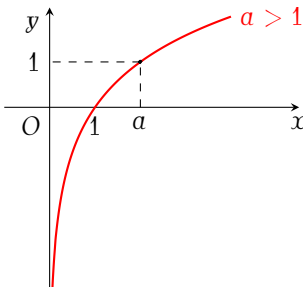
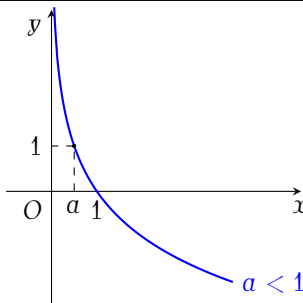
Cho số $a \neq \dots$ và hàm hợp $u = u(x)$. Ta có:

- $(\log_a x)' = \dots\dots\dots$
- $(\log_a u)' = \dots\dots\dots$
- $(\ln x)' = \dots\dots\dots$
- $(\ln u)' = \dots\dots\dots$

Ví dụ 5. Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

- a) $y = \log_2 x$ b) $y = \ln(x^2 - 3x + 2)$

3 Khảo sát hàm số lôgarit $y = \log_a x$

	$y = \log_a x, a > 1$	$y = \log_a x, a < 1$
Tập xác định		
Sự biến thiên		
Tiệm cận		
Đồ thị		

Ví dụ 6. So sánh các cặp số sau:

- a) $\log_{0,5} \sqrt{3}$ và $\log_{0,5} \sqrt{2}$ b) $\ln 2020$ và $\ln 2021$

3

THỰC HÀNH

☑ TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \emptyset$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \log(x^2 - 1)$ là

- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$.

- A. $\mathcal{D} = (1; 3)$. B. $\mathcal{D} = (-1; 3)$.
C. $\mathcal{D} = (-3; 1)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \log(x - 2)^2$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $(2; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

- Câu 5.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{1 - \ln x}$.
 A. $(0; +\infty)$. B. $(e; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{e\}$. D. $(0; +\infty)$.
- Câu 6.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$.
 A. $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \setminus \{1\}$. B. $\mathcal{D} = (1; 2)$.
 C. $\mathcal{D} = [1; 2)$. D. $\mathcal{D} = (1; 2]$.
- Câu 7.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln|x-1|$.
 A. $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \setminus \{1\}$. B. $\mathcal{D} = (1; 2)$.
 C. $\mathcal{D} = [1; 2)$. D. $\mathcal{D} = (1; 2]$.
- Câu 8.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-1}}{\log(3x)}$.
 A. $\mathcal{D} = (0; +\infty) \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$. B. $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
 C. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
- Câu 9.** Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2020^x$.
 A. $y' = 2020^{x-1}x$. B. $y' = 2020^x \cdot \log 2020$.
 C. $y' = 2020^x \cdot \ln 2020$. D. $y' = \frac{2020^x}{\ln 2020}$.
- Câu 10.** Hàm số $f(x) = \log_3(\sin x)$ có đạo hàm là
 A. $f'(x) = \frac{\tan x}{\ln 3}$. B. $f'(x) = \cot x \cdot \ln 3$.
 C. $f'(x) = \frac{1}{\sin x \cdot \ln 3}$. D. $f'(x) = \frac{\cot x}{\ln 3}$.
- Câu 11.** Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 + 2)$.
 A. $y' = \frac{2x}{x^2 + 2}$. B. $y' = \frac{x}{x^2 + 1}$. C. $y' = \frac{2x + 2}{x^2 + 2}$. D. $y' = \frac{1}{x^2 + 2}$.
- Câu 12.** Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot e^{x+1}$ là
 A. $y' = (1+x)e^{x+1}$. B. $y' = (1-x)e^{x+1}$.
 C. $y' = e^{x+1}$. D. $y' = x \cdot e^x$.
- Câu 13.** Tìm đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{\ln x}$.
 A. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x \ln^2 x}$. B. $y' = \frac{x \ln x - x - 1}{x \ln^2 x}$.
 C. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{\ln^2 x}$. D. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x \ln x}$.
- Câu 14.** Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x - \frac{1}{e^x}$.
 A. $y' = 2^x \left(\frac{1}{x} + \ln 2 \cdot \ln x \right) + \frac{1}{e^x}$. B. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + e^{-x}$.
 C. $y' = \frac{2^x}{x} \ln 2 + \frac{1}{e^x}$. D. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} - e^{-x}$.
- Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = e^{2x+1}$. Khi đó $f'(1)$ bằng
 A. e^3 . B. e^2 . C. $2e^3$. D. $2e$.
- Câu 16.** Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1) - 2\ln(x-1) + 2x$ tại điểm $x = 2$ bằng
 A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3\ln 3} + 2$. C. $\frac{1}{3\ln 3} - 1$. D. $\frac{1}{3\ln 3}$.
- Câu 17.** Cho hàm số $y = e^{-2x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $y'' + y' - y = 0$. B. $y'' + y' + y = 0$.
 C. $y'' + y' + 2y = 0$. D. $y'' + y' - 2y = 0$.
- Câu 18.** Cho hàm số $y = \log_{2019} x$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
 A. $(\mathcal{C})$ có đúng một tiệm cận. B. $(\mathcal{C})$ không có tiệm cận ngang.
 C. $(\mathcal{C})$ đồng biến trên tập xác định. D. $(\mathcal{C})$ không có tiệm cận đứng.
- Câu 19.** Cho hàm số $y = \log_2 x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
 A. Đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng.
 B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(1; 0)$.
 C. Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 20. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. B. $y = \log_{\pi} x$. C. $y = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^x$. D. $y = 2^x$.

Câu 21. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
C. $y = 3^x$. D. $y = x^4 + 2x^2 + 4$.

Câu 22. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$.
C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. D. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$.

Câu 23. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = 2^{x^2-6x+5}$.

- A. $(-\infty; 3)$. B. $\mathbb{R}$.
C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$ và $(5; +\infty)$.

Câu 24. Số điểm cực trị của hàm số $y = e^x + x + 1$ là

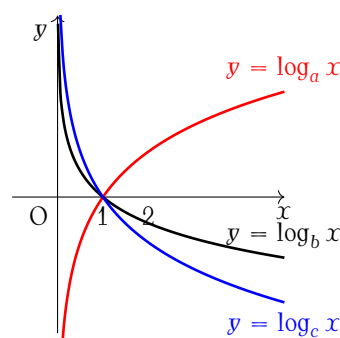
- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 25.

Cho a, b, c dương và khác 1. Đồ thị hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ.

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $a > c > b$. B. $b > c > a$.
C. $c > b > a$. D. $a > b > c$.

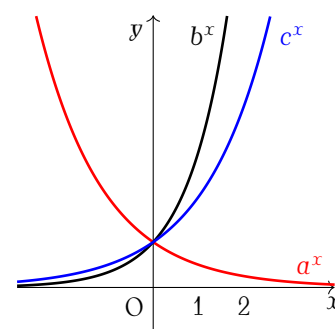


Câu 26.

Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ được cho trong hình vẽ.

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

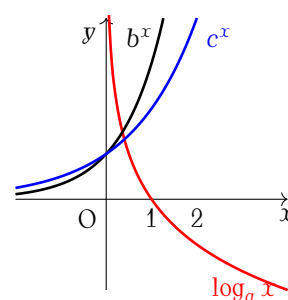
- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$.
C. $b < c < a$. D. $c < a < b$.



Câu 27.

Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = b^x$, $y = c^x$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $b > c > a$. B. $a > b > c$.
C. $b > a > c$. D. $c > b > a$.



Câu 28. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80.000.000 đồng với lãi suất 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả gốc lẫn lãi với số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

- A. 116.570.000 đồng. B. 107.667.000 đồng.
C. 105.370.000 đồng. D. 111.680.000 đồng.

Câu 29. Một khu rừng có trữ lượng gỗ $4 \cdot 10^5$ mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 10 năm khu rừng đó có số mét khối gỗ gần nhất với số nào sau đây?

- A. $5,9 \cdot 10^5$. B. $5,92 \cdot 10^5$. C. $5,93 \cdot 10^5$. D. $5,94 \cdot 10^5$.

Câu 30. Việt Nam là quốc gia nằm ở phía Đông bán đảo Đông Dương thuộc khu vực Đông Nam Á. Với dân số ước tính 93,7 triệu dân vào đầu năm 2018, Việt Nam

là quốc gia đông dân thứ 15 trên thế giới và là quốc gia đông dân thứ 8 ở châu Á, tỉ lệ tăng dân số hàng năm 1,2%. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số từ năm 2018 đến năm 2030 không thay đổi thì dân số nước ta đầu năm 2030 khoảng bao nhiêu?

- A. 118,12 triệu dân. B. 106,12 triệu dân.
C. 128,12 triệu dân. D. 108,12 triệu dân.

TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Tìm đạo hàm của các hàm số:

a) $y = 2xe^x + 3\sin 2x$

c) $y = \frac{x+1}{3^x}$

e) $y = \log(x^2 + x + 1)$

b) $y = 5x^2 - 2^x \cos x$

d) $y = 3x^2 - \ln x + 4\sin x$

f) $y = \frac{\log_3 x}{x}$

Câu 2 (SGK GT12). Tìm tập xác định của các hàm số:

a) $y = \log_2(5 - 2x)$

b) $y = \log_3(x^2 - 2x)$

c) $y = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 4x + 5)$

d) $y = \log_{0,4} \frac{3x+2}{1-x}$

Vocabulary

exponential function hàm số mũ

composite function hàm hợp

compound-interest lãi kép

logarithmic function hàm số lôgarit

§5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Đặt vấn đề

Nobita muốn dùng tiền của mình để mua chiếc xe máy LATTE của hãng YAMAHA trị giá 37.490.000 đồng. Cậu quyết định gửi tiết kiệm 200.000 đồng tiền mừng tuổi hồi Tết vào Agribank với lãi suất 6%/tháng. Hỏi sau bao lâu thì số tiền vốn và lãi của Nobita đủ để mua xe?



1

PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1 Phương trình mũ cơ bản

Phương trình mũ cơ bản có dạng ($a > \dots$, $a \neq \dots$).

$b > 0$	
$b \leq 0$	

Ví dụ 1. Tìm m để phương trình $2020^{x+1} = m$ có nghiệm.

2 Cách giải một số phương trình mũ đơn giản

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

a) $2^{x-1} = 32$

b) $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$

c) $2^{x^3+2x^2-3x} \cdot 3^{x-1} = 1$

d) $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$

2

PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1 Định nghĩa

Phương trình lôgarit là phương trình có chứa ẩn trong biểu thức dưới dấu

2 Phương trình lôgarit cơ bản

Phương trình lôgarit cơ bản có dạng ($a > \dots$, $a \neq \dots$).

$$\log_a x = b \Leftrightarrow x = \dots$$

Ví dụ 3. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3 x = 2021$.

3 Cách giải một số phương trình lôgarit đơn giản

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau:

a) $\log_2 x + \log_2(x - 1) = 1$

b) $\log_3^2 x - 2 \log_3 x - 7 = 0$

3

THỰC HÀNH

☑ TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{53}{2}$. B. $x = \frac{3}{2}$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 2. Phương trình $3^x = 2$ có nghiệm là

- A. $x = \log_2 3$. B. $x = 2^3$. C. $x = \log_3 2$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm của phương trình $4^{x+1} + 4^{x-1} = 272$.

- A. $\{3; 2\}$. B. $\{2\}$. C. $\{3\}$. D. $\{3; 5\}$.

Câu 4. Giải phương trình $2^{x^2-5x+7} = 8$.

- A. $x = 1, x = -4$. B. $x = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$.
C. $x = 1, x = 4$. D. $x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 6$. D. $x = 17$.

Câu 6. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = (-1; 1)$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$ là

- A. $x = 9$. B. $x = -5, x = 9$.
C. $x = 2, x = \log_3 5$. D. $x = 2$.

Câu 8. Tìm số nghiệm thực của phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 9. Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10. Tìm số nghiệm của phương trình $2^{x^3+2x^2-3x} \cdot 3^{x-1} = 1$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 11. Tìm số nghiệm của phương trình $4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0$.

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 12. Cho phương trình $2^{1+2x} + 15 \cdot 2^x - 8 = 0$ (1). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. (1) có hai nghiệm dương. B. (1) có hai nghiệm trái dấu.
C. (1) có hai nghiệm âm. D. (1) có một nghiệm.

Câu 13. Tính tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$.

- A. 1. B. 3. C. -1. D. 0.

Câu 14. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_6(3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x) = x + 1$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 15. Tích các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+1} = 81$ bằng

- A. 3. B. 4. C. -3. D. 5.

Câu 16. Giải phương trình $\log_3(x - 1) = 2$.

- A. $x = 10$. B. $x = 11$. C. $x = 8$. D. $x = 7$.

Câu 17. Giá trị nào sau đây là một nghiệm của phương trình $\log_3(2x^2 + 1) = 2$?

- A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 18. Tìm tập nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\log_2(x + 2)^2 - 1 = 0$.

- A. $\{-1; 0\}$. B. $\{-4\}$. C. $\{0; -4\}$. D. $\{0\}$.

Câu 19. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x - 1) = 1$ là

- A. $\{-1\}$. B. $\{2\}$. C. $\{2; -1\}$. D. $\{-2; 1\}$.

Câu 20. Tìm nghiệm của phương trình $\log_5(x - 1) + \log_5(x + 3) = \log_5(4x - 3)$.

- A. $x = 2$. B. $x = 0, x = 2$. C. $x = 0$. D. $x = \frac{5}{2}$.

Câu 21. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 1) = 3$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 22. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$.

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 23. Cho phương trình $\log_4(x + 1)^2 + 2 = \log_{\sqrt{2}}\sqrt{4 - x} + \log_8(4 + x)^3$. Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là

- A. $4 + 2\sqrt{6}$. B. -4 . C. $4 - 2\sqrt{6}$. D. $2 - 2\sqrt{3}$.

Câu 24. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_2 9 \cdot \log_3 x = 3$.

- A. 2. B. -2 . C. $\frac{17}{2}$. D. 8.

Câu 25. Biết rằng phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

- A. $x_1 \cdot x_2 = 8$. B. $x_1 \cdot x_2 = 5$. C. $x_1 \cdot x_2 = 3$. D. $x_1 \cdot x_2 = 1$.

Câu 26. Tính tích các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$.

- A. 2. B. -7 . C. 1. D. 9.

Câu 27. Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

- A. $(1; 3)$. B. $(5; 9)$. C. $(3; 5)$. D. $(0; 1)$.

Câu 28. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm là

- A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 29. Một người gửi số tiền 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm. Cứ mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Người đó sẽ lĩnh được số tiền cả vốn lẫn lãi là 80 triệu sau n năm. Hỏi nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi thì n gần nhất với số nào sau đây?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 30. Ông Bình gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lãnh được 61.758.000 đồng. Hỏi lãi suất ngân hàng mỗi tháng là bao nhiêu, biết rằng lãi suất không thay đổi trong suốt thời gian gửi?

- A. 0,8%. B. 0,6%. C. 0,7%. D. 0,5%.

✍ TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Giải các phương trình sau:

- a) $(0,3)^{3x-2} = 1$ c) $2^{x^2-3x+2} = 4$ e) $3^{2x-1} + 3^{2x} = 108$ g) $64^x - 8^x - 56 = 0$
 b) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25$ d) $(0,5)^{x+7} \cdot (0,5)^{1-2x} = 2$ f) $2^{x+1} + 2^{x-1} + 2^x = 28$ h) $3 \cdot 4^x - 2 \cdot 6^x = 9^x$

Câu 2 (SGK GT12). Giải các phương trình sau:

- a) $\log_3(5x + 3) = \log_3(7x + 5)$ e) $\frac{1}{2}\log(x^2 + x - 5) = \log 5x + \log \frac{1}{5x}$
 b) $\log(x - 1) - \log(2x - 11) = \log 2$ f) $\frac{1}{2}\log(x^2 - 4x - 1) = \log 8x - \log 4x$
 c) $\log_2(x - 5) + \log_2(x + 2) = 3$ g) $\log_{\sqrt{2}} x + 4\log_4 x + \log_8 x = 13$
 d) $\log(x^2 - 6x + 7) = \log(x - 3)$

🔘 Vocabulary			
exponential equation	phương trình mũ	logarithmic equation	phương trình lôgarit
logarithmizing	lôgarit hóa	exponentializing	mũ hóa
substitutive variable	ẩn phụ	solve the equation	giải phương trình

§6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

1

Bất phương trình mũ cơ bản

Bất phương trình mũ cơ bản có dạng hoặc hoặc hoặc ($a > ...$, $a \neq ...$).

$a^x > b$	$a > 1$	$0 < a < 1$
$b > 0$		
$b \leq 0$		

2

Bất phương trình mũ đơn giản

Ví dụ 1. Giải các bất phương trình sau:

- a) $5^{x^2-x} > 25$
- b) $2^x + 2^{-x} - 3 < 0$
- c) $4^x - 2 \cdot 6^x < 9^x$

2

BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1

Bất phương trình lôgarit cơ bản

Bất phương trình lôgarit cơ bản có dạng hoặc hoặc hoặc ($a > ...$, $a \neq ...$).

$\log_a x > b$	$a > 1$	$0 < a < 1$
Nghiệm		

2

Bất phương trình lôgarit đơn giản

Ví dụ 2. Giải các bất phương trình sau:

- a) $\log_{\frac{1}{2}}(2x + 3) > \log_{\frac{1}{2}}(3x + 1)$
- b) $\log_3(x - 3) + \log_3(x - 2) \leq 1$

3

THỰC HÀNH

🔍 TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8$.

- A. $S = (-3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$.
C. $S = (-\infty; -3)$. D. $S = (3; +\infty)$.

Câu 2. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2x} > \frac{1}{27}$.

- A. $S = (-3; 1)$. B. $S = (1; 3)$.
C. $S = (-1; 3)$. D. $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x-6}$.

- A. $(-\infty; 6)$. B. $(0; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Câu 4. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$.

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 5. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$.

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 6. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1}$.

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A. $[-4; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $[0; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

- A. $S = [1; 2]$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; 2)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 9. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $5^{1-2x} > \frac{1}{125}$.

- A. $S = (0; 2)$. B. $S = (-\infty; 2)$.
C. $S = (-\infty; -3)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$.

- A. $[8; +\infty)$. B. $\emptyset$. C. $(0; 8)$. D. $(-\infty; 8]$.

Câu 11. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$.

- A. $S = (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. B. $S = [-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$.
C. $S = (-\infty; -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}; +\infty)$. D. $S = [-2; 4]$.

Câu 12. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
C. $S = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$. D. $S = [1; +\infty)$.

Câu 13. Giải bất phương trình $\left(10 + 3\sqrt{11}\right)^x + \left(10 - 3\sqrt{11}\right)^x \leq 20$.

- A. $0 \leq x \leq 1$. B. $-1 \leq x < 1$. C. $-1 < x \leq 1$. D. $-1 \leq x \leq 1$.

Câu 14. Giải bất phương trình $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x < 0$.

- A. $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$. B. $\begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$. C. $1 < x < 2$. D. Vô nghiệm.

Câu 15. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$.

- A. 4. B. 6. C. 7. D. Vô số.

Câu 16. Tìm tập nghiệm của S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+1) < \log_{\frac{1}{5}}(2x-1)$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-1; 2)$. C. $S = (-\infty; 2)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 17. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$.

- A. $(1; 9)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(-\infty; 10)$. D. $(1; 10)$.

Câu 18. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$.

- A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 19. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\ln(3x) < \ln(2x+6)$.

- A. $[0; 6)$. B. $(0; 6)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

- A. $S = (-\infty; 7]$. B. $S = [7; +\infty)$. C. $S = (3; 7]$. D. $S = [3; 7]$.

Câu 21. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$.

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; 4)$. C. $(-3; 2)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 22. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$.

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.
C. $(2; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 23. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$.

- A. $S = (1; 4]$. B. $S = (-\infty; 4]$. C. $S = \left[4; \frac{11}{2}\right)$. D. $S = (1; 4)$.

Câu 24. Giải bất phương trình $\log_x(\log_3(9^x - 72)) \leq 1$.

- A. $S = (-\infty; 2]$. B. $S = \left(\log_3 \sqrt{73}; 2\right]$.
C. $S = \left(\log_3 \sqrt{72}; 2\right]$. D. $S = \left[\log_3 \sqrt{73}; 2\right]$.

Câu 25. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}(15x+2) > \log_{0,8}(13x+8)$ là

- A. Vô số. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 26. Có bao nhiêu số nguyên trên đoạn $[0; 10]$ nghiệm đúng bất phương trình $\log_2(3x-4) > \log_2(x-1)$?

- A. 9. B. 10. C. 8. D. 11.

Câu 27. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$?

- A. Vô số. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 < 0$ là khoảng $(a; b)$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. 16. B. 5. C. 20. D. 10.

Câu 29. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log(x+1) - 1}$.

- A. $\mathcal{D} = (10; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = [9; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 9]$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 30. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 5%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì người đó nhận được số tiền lớn hơn 150% số tiền gửi ban đầu?

- A. 8 năm. B. 10 năm. C. 9 năm. D. 11 năm.

TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Giải các bất phương trình sau:

a) $2^{-x^2+3x} < 4$

b) $3^{x+2} + 3^{x-1} \leq 28$

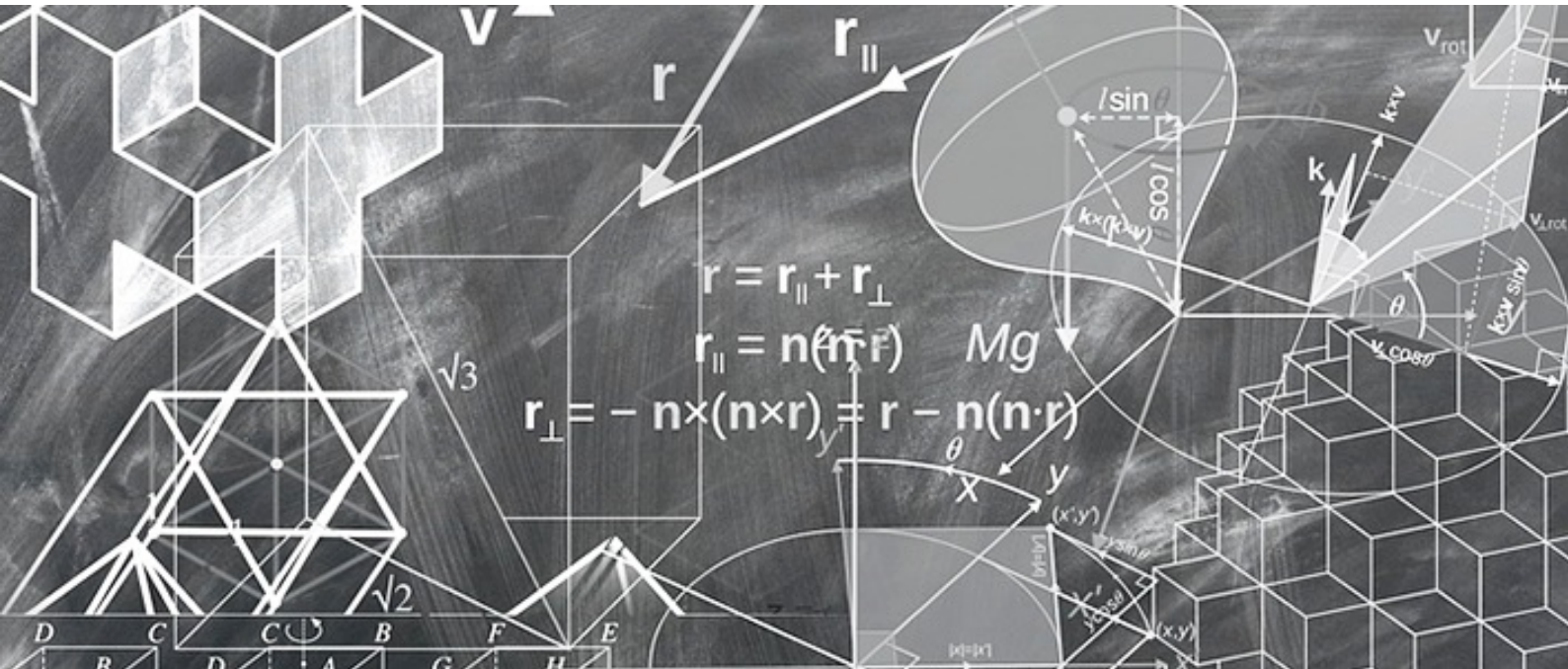
c) $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 > 0$

Câu 2 (SGK GT12). Giải các bất phương trình sau:

a) $\log_8(4-2x) \geq 2$

b) $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$

c) $\log_3^2 x - 5\log_3 x + 6 \leq 0$



PHẦN II

HÌNH HỌC

Chương 1. Khối đa diện	59
§1. Khái niệm về khối đa diện	59
§2. Đa diện lồi và Đa diện đều	64
§3. Khái niệm về thể tích của khối đa diện	67
Chương 2. Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu	71
§1. Khái niệm về khối tròn xoay	71
§2. Mặt cầu	76

Chương 1.

KHỐI ĐA DIỆN

§1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

Đặt vấn đề

Mặt ngoài của Kim tự tháp Ai Cập có hình dáng là một hình, được tạo thành bởi đa giác.

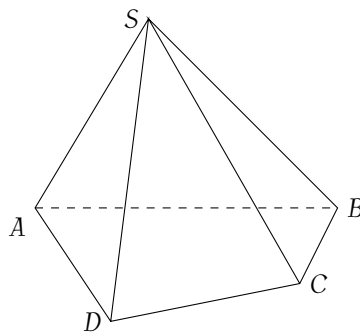


Nếu mỗi đỉnh và cạnh của các đa giác đó đều được gọi là đỉnh và cạnh của hình chóp thì hình chóp đã cho có bao nhiêu đỉnh, bao nhiêu cạnh?

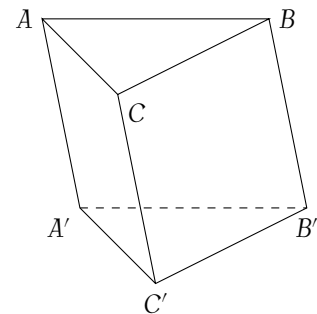
1

KHỐI LĂNG TRỤ VÀ KHỐI CHÓP

- Khối lăng trụ là phần được giới hạn bởi một lăng trụ, kể cả lăng trụ ấy.
- Khối chóp là phần được giới hạn bởi một chóp, kể cả chóp ấy.



Khối chóp $S.ABCD$ có ... đỉnh, ... cạnh, ... mặt.



Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ... đỉnh, ... cạnh, ... mặt.

2

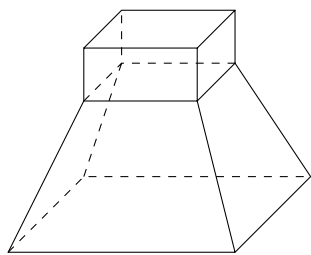
KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

1 Khái niệm về hình đa diện

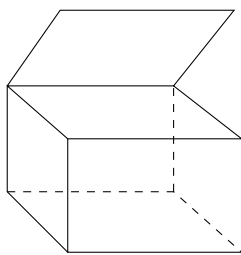
Hình đa diện là hình được tạo bởi một số **hữu hạn** các thỏa mãn hai tính chất sau:

- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có chung, hoặc chỉ có một chung, hoặc chỉ có một chung.
- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng đa giác.

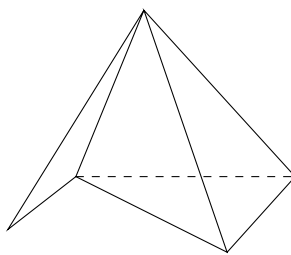
Ví dụ 1. Hình nào sau đây là hình đa diện?



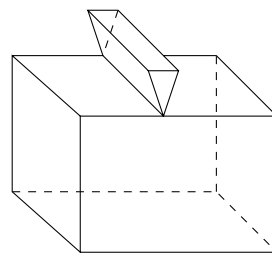
Hình 1



Hình 2



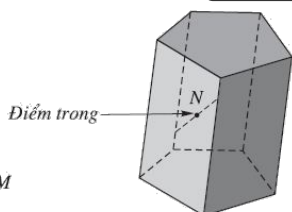
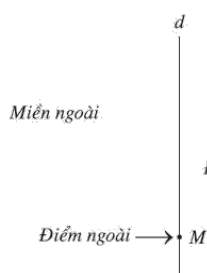
Hình 3



Hình 4

2 Khái niệm về khối đa diện

Khối đa diện là phần được giới hạn bởi một đa diện, kể cả đa diện đó.



- Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là **điểm ngoài**, những điểm thuộc đa diện nhưng không thuộc đa diện giới hạn khối đa diện ấy được gọi là **điểm trong**.
- Tập hợp các điểm được gọi là **miền trong** của khối đa diện, tập hợp các điểm ngoài được gọi là của khối đa diện.
- Chỉ có miền là chứa hoàn toàn một đường thẳng nào đấy.

Ví dụ 2. Hình vẽ nào sau đây là khối đa diện?



A



B



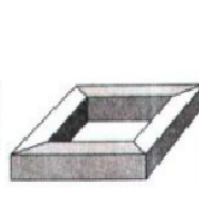
C



D



E



F

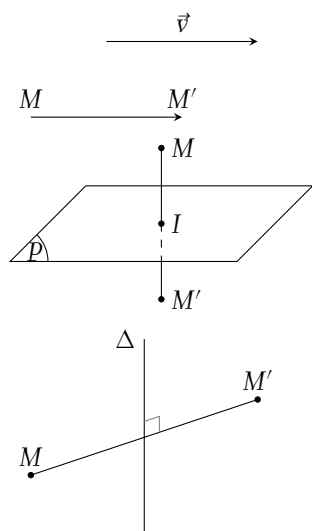
3

HAI ĐA DIỆN BẰNG NHAU

1 Phép dời hình trong không gian

Trong không gian, quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với điểm M' xác định được gọi là một phép biến hình trong không gian.

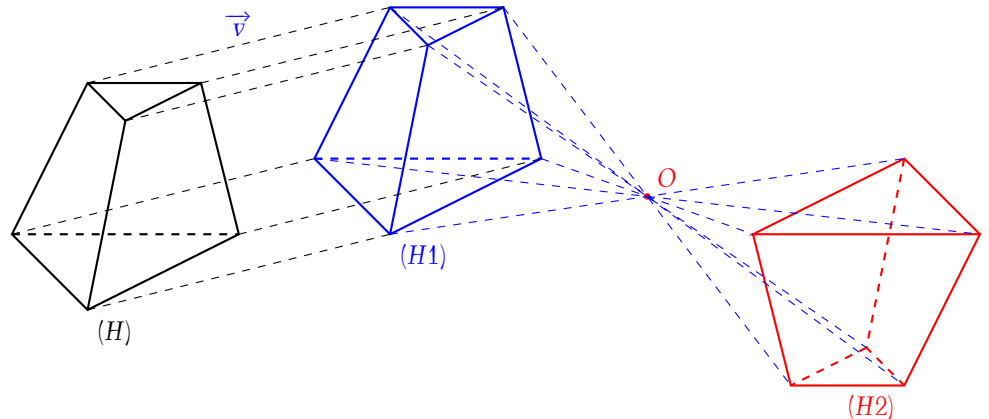
Phép biến hình trong không gian được gọi là **phép dời hình** nếu nó bảo toàn giữa hai điểm tùy ý.



- Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$** là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho
- Phép đối xứng qua mặt phẳng (P)** là phép biến hình biến mỗi điểm $N \in (P)$ thành , biến mỗi điểm $M \notin (P)$ thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng của đoạn thẳng MM' .
- Phép đối xứng tâm O** là phép biến hình biến điểm O thành , biến mỗi điểm $M \neq O$ thành điểm M' sao cho O là của đoạn thẳng MM' . Nếu phép đối xứng tâm O biến hình (H) thành chính nó thì O được gọi là của (H) .
- Phép đối xứng qua đường thẳng Δ** (hay phép đối xứng qua Δ) là phép biến hình biến mỗi điểm $N \in \Delta$ thành , biến mỗi điểm $M \notin \Delta$ thành điểm M' sao cho Δ là đường của đoạn thẳng MM' . Nếu phép đối xứng trục Δ biến hình (H) thành chính nó thì Δ được gọi là của (H) .

2 Hai hình bằng nhau

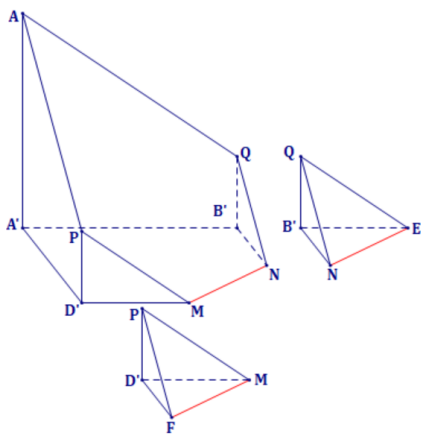
Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép biến hình này thành hình kia. Hai đa diện được gọi là bằng nhau nếu có một phép biến đa diện này thành đa diện kia.



Các đa diện (H) , $(H1)$ và $(H2)$ bằng nhau vì

4

PHÂN CHIA VÀ LẮP GHÉP CÁC KHỐI ĐA DIỆN



Nếu khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện $(H1)$, $(H2)$ sao cho $(H1)$ và $(H2)$ điểm chung nào thì ta nói khối đa diện (H) có thể chia được thành hai khối đa diện $(H1)$ và $(H2)$. Ngược lại, ta có thể hai khối đa diện $(H1)$ và $(H2)$ với nhau để được khối đa diện (H) .

Một khối đa diện bất kì luôn có thể phân chia được thành các khối

Ví dụ 3. Hãy chia một khối lập phương thành 5 khối tứ diện.

5

THỰC HÀNH

☑ TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt của khối đa diện?

- A. Bốn mặt. B. Hai mặt. C. Ba mặt. D. Năm mặt.

Câu 2. Hãy chọn từ/cụm từ thích hợp để điền vào chỗ trống trong phát biểu: "Số cạnh của một hình đa diện luôn số mặt của hình đa diện ấy".

- A. bằng. B. nhỏ hơn hoặc bằng.
C. nhỏ hơn. D. lớn hơn.

Câu 3. Mỗi đỉnh của một hình lập phương là đỉnh chung của đúng bao nhiêu mặt?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Câu 4. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu cạnh?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là đúng?

- A. Số cạnh của một hình đa diện luôn lớn hơn 7.
B. Số cạnh của một hình đa diện luôn lớn hơn hoặc bằng 8.
C. Số cạnh của một hình đa diện luôn lớn hơn 6.
D. Số cạnh của một hình đa diện luôn lớn hơn hoặc bằng 6.

Câu 6. Số cạnh của một khối chóp tam giác là

- A. 6. B. 4. C. 7. D. 5.

Câu 7. Tổng số đỉnh, cạnh, mặt của hình lập phương là

- A. 26. B. 14. C. 24. D. 28.

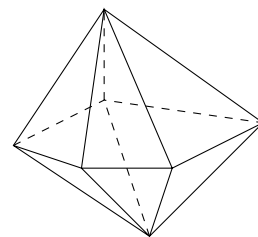
Câu 8. Hình lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?

- A. 9. B. 5. C. 7. D. 2.

Câu 9.

Hình đa diện ở hình bên có bao nhiêu mặt?

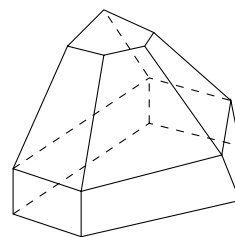
- A. 8. B. 12. C. 10. D. 11.



Câu 10.

Đa diện trong hình bên có bao nhiêu mặt?

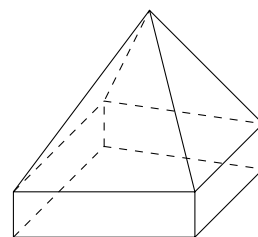
- A. 11. B. 14. C. 12. D. 13.



Câu 11.

Hình đa diện bên có bao nhiêu cạnh?

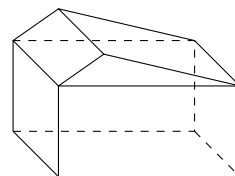
- A. 15. B. 12. C. 20. D. 16.



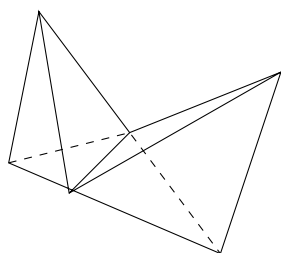
Câu 12.

Số đỉnh của hình đa diện bên là

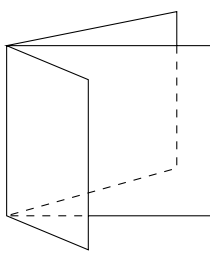
- A. 8. B. 9. C. 10. D. 11.



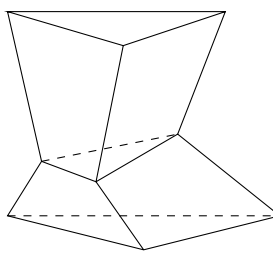
Câu 13. Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



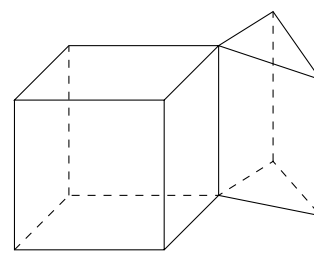
Hình 1



Hình 2



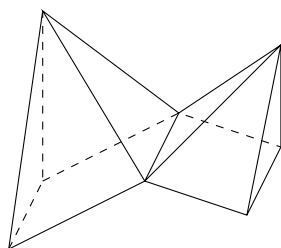
Hình 3



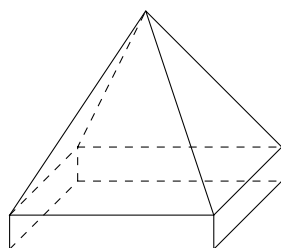
Hình 4

- A. Hình 4. B. Hình 2. C. Hình 1. D. Hình 3.

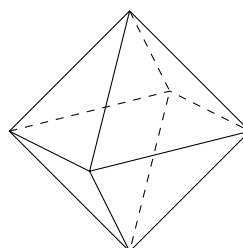
Câu 14. Trong các hình dưới đây, hình nào **không phải** hình đa diện?



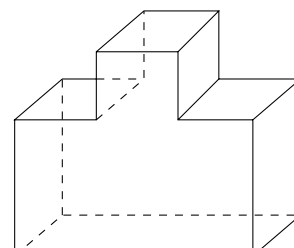
Hình 1



Hình 2



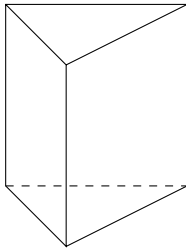
Hình 3



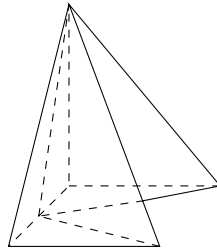
Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

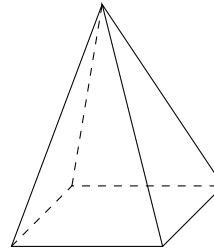
Câu 15. Trong các hình dưới đây, hình nào **không phải** hình đa diện?



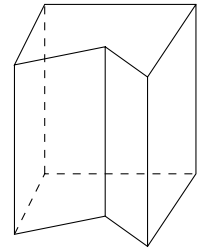
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 16. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

- A. 3000. B. 3001. C. 3005. D. 3007.

Câu 17. Cho khối chóp có đáy là đa giác n cạnh. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Số mặt của khối chóp là $2n$.
 B. Số đỉnh của khối chóp bằng $2n + 1$.
 C. Số cạnh của khối chóp bằng $n + 1$.
 D. Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Câu 18. Có thể chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối tứ diện là

- A. $SBCD$ và $SACD$. B. $SACD$ và $SABD$.
 C. $SABC$ và $SABD$. D. $SABC$ và $SACD$.

Câu 19. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(BDD'B')$ chia khối lập phương thành

- A. Hai khối lăng trụ tam giác. B. Hai khối tứ diện.
 C. Hai khối lăng trụ tứ giác. D. Hai khối chóp tứ giác.

Câu 20. Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi mặt phẳng $(A'BC)$ ta được

- A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
 B. Hai khối chóp tứ giác.
 C. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
 D. Hai khối chóp tam giác.

TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Chia một khối lập phương thành sáu khối tứ diện bằng nhau.

Vocabulary

solid polyhedra khối đa diện

tetrahedron tứ diện

polygon đa giác

solid prisms khối lăng trụ

vertice đỉnh

space không gian

solid pyramids khối chóp

edge cạnh

translation phép tịnh tiến

solid cube khối lập phương

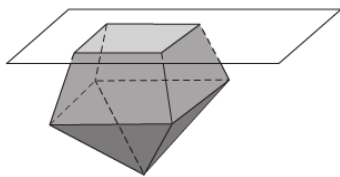
face mặt

reflection phép đối xứng

§2. ĐA DIỆN LỒI VÀ ĐA DIỆN ĐỀU

1

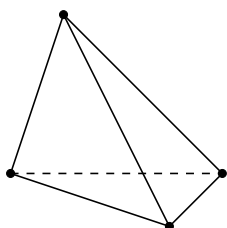
KHỐI ĐA DIỆN LỒI



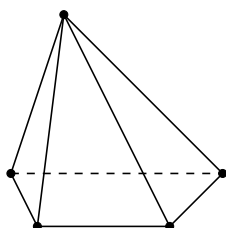
Miền trong của khối đa diện luôn nằm về phía đối với mỗi mặt phẳng chứa một mặt của nó

Khối đa diện (H) được gọi là **khối đa diện lồi** nếu đoạn thẳng nối hai điểm của (H) luôn (H).
 Khi đó đa diện xác định (H) được gọi là

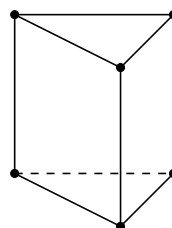
Ví dụ 1. Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



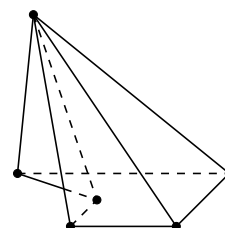
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

2

KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

Định nghĩa

Khối đa diện đều là khối đa diện có các tính chất sau đây:

- Mỗi mặt của nó là một p cạnh
- Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

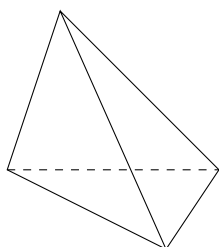
Khối đa diện đều như vậy được gọi là khối đa diện đều loại

Ví dụ 2. Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại, khối lập phương là khối đa diện đều loại

Các mặt của khối đa diện đều là những đa giác nhau.

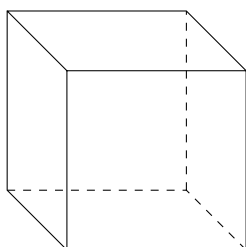
Định lý

Chỉ có loại khối đa diện đều là loại (tứ diện đều), (lập phương), (bát diện đều), (thập nhị diện đều) và (nhị thập diện đều).



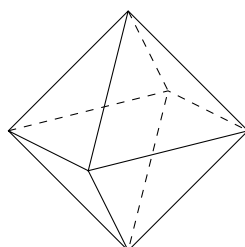
Tứ diện đều

- đỉnh
- cạnh
- mặt



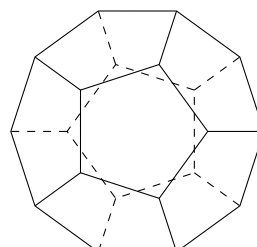
Lập phương

- đỉnh
- cạnh
- mặt



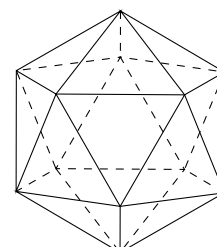
Bát diện đều

- đỉnh
- cạnh
- mặt



Thập nhị diện đều

- đỉnh
- cạnh
- mặt



Nhị thập diện đều

- đỉnh
- cạnh
- mặt

3

THỰC HÀNH

☑ TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình lăng trụ tam giác đều. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

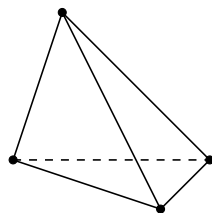
- Hai đáy là các tam giác đều bằng nhau.
- Các mặt bên là hình vuông.

- C. Các cạnh bên vuông góc với mặt đáy.
D. Các cạnh bên bằng nhau.

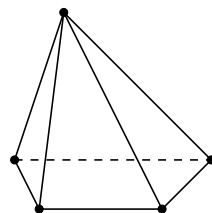
Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
B. Khối hộp là khối đa diện lồi.
C. Lắp ghép hai khối hộp bất kì thì được một khối đa diện lồi.
D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

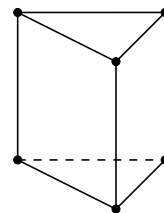
Câu 3. Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



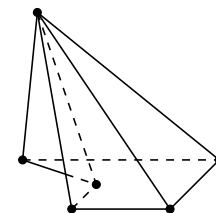
Hình 1



Hình 2



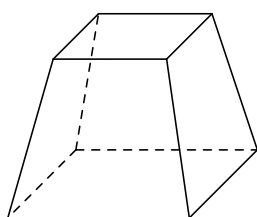
Hình 3



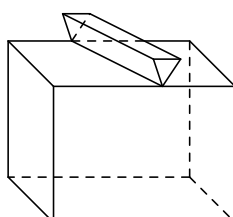
Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

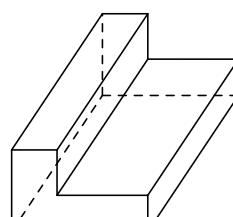
Câu 4. Cho các khối hình sau:



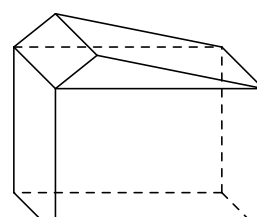
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 5. Cho một khối đa diện lồi có 10 đỉnh, 7 mặt. Hỏi khối đa diện này có mấy cạnh?

- A. 20. B. 18. C. 15. D. 12.

Câu 6. Số đỉnh của hình bát diện đều là

- A. 10. B. 7. C. 8. D. 6.

Câu 7. Số đỉnh của hình 12 mặt đều là

- A. Ba mươi. B. Mười sáu. C. Mười hai. D. Hai mươi.

Câu 8. Khối 20 mặt đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 30. B. 20. C. 12. D. 60.

Câu 9. Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A. 8. B. 9. C. 12. D. 20.

Câu 10. Hình bát diện đều có bao nhiêu mặt?

- A. 9. B. 8. C. 6. D. 4.

Câu 11. Trong các khối đa diện đều, đa diện nào có các mặt là các hình ngũ giác đều?

- A. Bát diện đều. B. Hình lập phương.
C. Mười hai mặt đều. D. Hai mươi mặt đều.

Câu 12. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hình mười hai mặt đều có 20 đỉnh, 30 cạnh, 12 mặt.
B. Hình mười hai mặt đều có 30 đỉnh, 12 cạnh, 12 mặt.
C. Hình mười hai mặt đều có 30 đỉnh, 20 cạnh, 12 mặt.
D. Hình mười hai mặt đều có 30 đỉnh, 12 cạnh, 30 mặt.

Câu 13. Trong các hình đa diện đều sau, hình nào có số đỉnh nhỏ hơn số mặt?

- A. Hình tứ diện đều. B. Hình 20 mặt đều.
C. Hình lập phương. D. Hình 12 mặt đều.

Câu 14. Khối lập phương là khối đa diện đều loại

- A. $\{5; 3\}$. B. $\{3; 4\}$. C. $\{4; 3\}$. D. $\{3; 5\}$.

Câu 15. Khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại?

- A. $\{4; 3\}$. B. $\{3; 5\}$. C. $\{3; 4\}$. D. $\{5; 3\}$.

Câu 16. Tính tổng số đỉnh và số mặt của khối đa diện đều loại $\{5;3\}$.

- A. 50. B. 20. C. 32. D. 42.

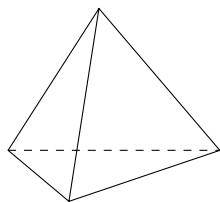
Câu 17. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

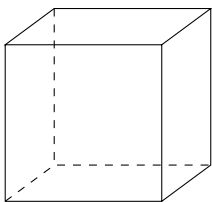
Câu 18. Một hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

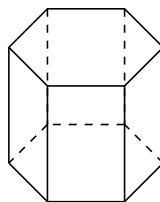
Câu 19. Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



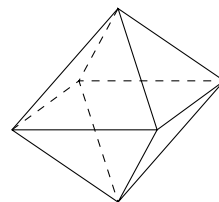
Khối tứ diện đều



Khối lập phương



Lăng trụ lục giác đều



Khối bát diện đều

- A. Tứ diện đều. B. Bát diện đều.
C. Lăng trụ lục giác đều. D. Hình lập phương.

Câu 20. Hình đa diện nào sau đây không có tâm đối xứng?

- A. Tứ diện đều. B. Bát diện đều.
C. Lăng trụ lục giác đều. D. Hình lập phương.

TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Cho hình lập phương (H) . Gọi (H') là hình bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của (H) . Tính tỉ số diện tích toàn phần của (H) và (H') .

Vocabulary

convex polyhedra đa diện lồi

regular tetrahedron tứ diện đều

non-convex polyhedra đa diện không lồi

regular octahedron bát diện đều

regular polyhedra đa diện đều

regular dodecahedron thập nhị diện đều

regular polygon đa giác đều

regular icosahedron nhị thập diện đều

§3. KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH CỦA KHỐI ĐA DIỆN

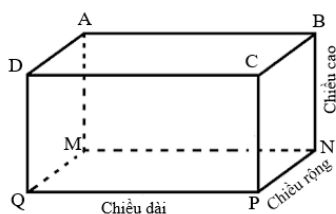
Đặt vấn đề

Dã Tràng dự định xây dựng một kim tự tháp cao 100m, cạnh đáy 50m bằng những viên gạch hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh lần lượt là 5cm, 10cm, 20cm. Nếu bỏ qua phần xi măng thì Dã Tràng cần chuẩn bị tối thiểu bao nhiêu viên gạch như trên?



1

KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN



Thể tích của một khối hộp chữ nhật bằng ba kích thước của nó.

Ví dụ 1. Tính thể tích của một viên gạch có độ dài các cạnh lần lượt là 5cm, 10cm, 20cm.

Thể tích khối lập phương cạnh a là

2

THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

Thể tích khối **lăng trụ** có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = \dots\dots\dots$$

Ví dụ 2. Cho khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 5cm. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

3

THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

Thể tích khối **chóp** có diện tích đáy B và chiều cao h là

$$V = \dots\dots\dots$$

Ví dụ 3. Kim tự tháp Kê-ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147m, cạnh đáy dài 230m. Hãy tính thể tích của nó.

TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{2}Bh$. C. $V = \frac{1}{6}Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 2. Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = 3Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 3. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng V . Biết diện tích đáy của lăng trụ là B , tính chiều cao h của khối lăng trụ đã cho.

- A. $h = \frac{V}{3B}$. B. $h = \frac{2V}{B}$. C. $h = \frac{3V}{B}$. D. $h = \frac{V}{B}$.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $8a^3$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $6a^3$.

Câu 5. Thể tích của khối chóp có chiều cao $h = a$ và diện tích đáy $S = 3a^2$ là

- A. $V = \frac{1}{3}a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = 3a^3$. D. $V = \frac{1}{6}a^3$.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = a^2\sqrt{2}$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích V của khối chóp là

- A. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $a^3\sqrt{6}$. B. $a^3\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $a^3\frac{\sqrt{6}}{6}$. D. $a^3\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

- A. $2a\sqrt{3}$. B. $3a\sqrt{3}$. C. $2a$. D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$. B. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $h = \sqrt{3}a$.

Câu 10. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

- A. $2a\sqrt{3}$. B. $3a\sqrt{3}$. C. $2a$. D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $30a^2$ và thể tích là $150a^3$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của khối lăng trụ đã cho.

- A. $h = 5$. B. $h = 5a$. C. $h = \frac{a}{5}$. D. $h = 15a$.

Câu 12. Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên 3 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 3 lần. B. 9 lần. C. 18 lần. D. 27 lần.

Câu 13. Một viên gạch dạng khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 3cm, 10cm, 20cm. Tính thể tích viên gạch đó.

- A. 300cm. B. 200cm. C. 600cm. D. 1200cm.

Câu 14. Tính thể tích khối rubic lập phương có cạnh bằng 8cm (Bỏ các khe hở của khối rubic, xem thể tích của khe hở không đáng kể).

- A. 24 cm^3 . B. 8 cm^3 . C. 512 cm^3 . D. $\frac{512}{3}\text{ cm}^3$.

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 16. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC và $A'H = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = 3a^3$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 17. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

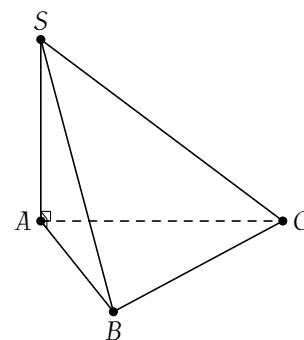
Câu 19. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và thể tích của khối lăng trụ bằng $2\sqrt{3}$. Tính cạnh của khối lăng trụ.

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 20.

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) (tham khảo hình vẽ). Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nhọn α . Chọn phát biểu đúng.

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$.
C. $\alpha = 30^\circ$. D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



Câu 21. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN, MP, MQ . Tỉ số $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, SB . Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $MA = MB, NA = 2NC, PA = 3PD$. Biết thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng V thì khối tứ diện $ABCD$ tính theo V có giá trị là

- A. $4V$. B. $6V$. C. $12V$. D. $8V$.

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện $S.A'B'C'D'$.

- A. $V = 4$. B. $V = 9$. C. $V = \frac{3}{2}$. D. $V = 6$.

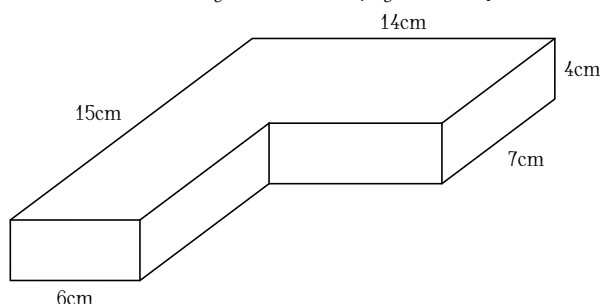
Câu 25. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Thể tích của khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

- A. $\frac{3V}{4}$. B. $\frac{2V}{3}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{4}$.

Câu 26. Một bể cá hình hộp chữ nhật có thể tích $0,36m^3$. Biết kích thước của đáy bể lần lượt bằng $0,5m$ và $1,2m$. Chiều cao của bể cá bằng

- A. $0,65m$. B. $0,6m$. C. $0,7m$. D. $0,5m$.

Câu 27. Tính thể tích của khối gỗ có hình dạng dưới đây



- A. $328cm^3$. B. $456cm^3$. C. $584cm^3$. D. $712cm^3$.

Câu 28. Một tấm bìa hình vuông có cạnh 44cm, người ta cắt bỏ đi ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12cm rồi gấp lại thành một cái hộp chữ nhật không có nắp. Tính thể tích cái hộp này.

- A. 4800cm^3 . B. 9600cm^3 . C. 2400cm^3 . D. $2400\sqrt{3}\text{cm}^3$.

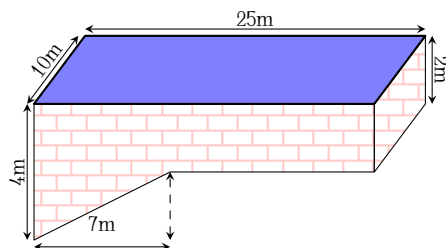
Câu 29. Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là 100.000 đồng/ m^2 , giá tôn làm thành xung quanh thùng là 50.000 đồng/ m^2 . Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

- A. 3m. B. 1,5m. C. 2m. D. 1m.

Câu 30.

Các kích thước của một bể bơi được cho trên hình vẽ (mặt nước có dạng hình chữ nhật). Hãy tính xem bể bơi chứa được bao nhiêu mét khối nước khi nó đầy ắp nước?

- A. 1000m^3 . B. 640m^3 .
C. 570m^3 . D. 500m^3 .



TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Tính thể tích khối tứ diện đều cạnh a .

Câu 2 (SGK GT12). Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA , SB , SC lần lượt lấy ba điểm A' , B' , C' khác với S . Chứng minh rằng

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

Câu 3 (SGK GT12). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của $A'B'$, N là trung điểm của BC .

a) Tính thể tích khối tứ diện $ADMN$

b) Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A , (H') là khối đa diện còn lại.

Tính tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}}$.

Vocabulary

volume thể tích

base mặt đáy

ratio tỉ số

area diện tích

height chiều cao

rectangular hình hộp chữ nhật

Chương 2.

MẶT NÓN, MẶT TRỤ, MẶT CẦU

§1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI TRÒN XOAY

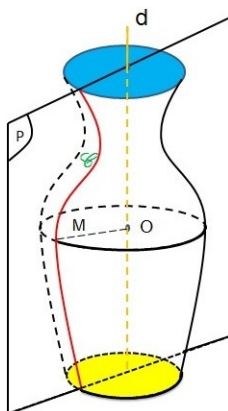
Đặt vấn đề

Xung quanh chúng ta có nhiều vật thể mà mặt ngoài của nó có hình dạng là những mặt tròn xoay như bình hoa, nón lá, cái bát (chén) ăn cơm, cái cốc uống nước, một số chi tiết máy... Nhờ có bàn xoay với sự khéo léo của đôi bàn tay, người thợ gốm có thể tạo nên những vật dụng có dạng tròn xoay bằng đất sét. Dựa vào sự quay tròn của trục máy điện, người thợ cơ khí có thể tạo nên những chi tiết máy bằng kim loại có dạng tròn xoay. Vậy các mặt tròn xoay được hình thành như thế nào?



1

SỰ TẠO THÀNH MẶT TRÒN XOAY



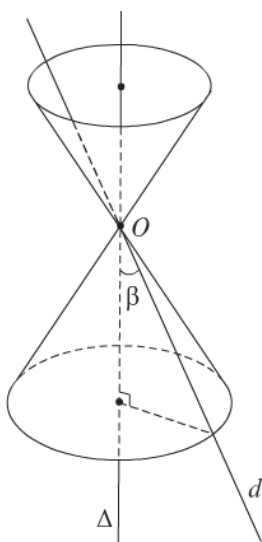
Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ và một đường $\mathcal{C}$. Khi mặt phẳng (P) quanh Δ một góc thì mỗi điểm M trên đường $\mathcal{C}$ vạch ra một đường có tâm $O \in \Delta$ và nằm trên mặt phẳng vuông góc với Δ . Như vậy khi quay mặt phẳng (P) quanh đường thẳng Δ thì đường $\mathcal{C}$ sẽ tạo nên một hình được gọi là

- Đường $\mathcal{C}$ được gọi là
- Đường thẳng Δ được gọi là

Nếu $\mathcal{C}$ là đường thẳng cắt Δ thì ta được một mặt tròn xoay, nếu $\mathcal{C}$ là đường thẳng song song với Δ thì ta được một mặt tròn xoay.

2

MẶT NÓN TRÒN XOAY



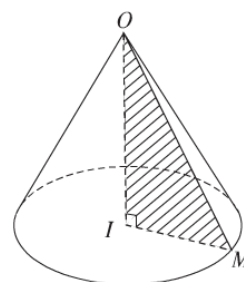
1 Định nghĩa

Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng d và Δ nhau tại điểm O và tạo thành góc β với ... $< \beta < \dots$. Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng d sinh ra một mặt được gọi là mặt tròn xoay đỉnh O , gọi tắt là Đường thẳng gọi là trục, đường thẳng gọi là đường sinh.

2 Hình nón tròn xoay và khối nón tròn xoay

Cho tam giác OIM vuông tại I . Khi quay $\triangle OIM$ quanh cạnh OI thì đường OIM tạo thành một được gọi là hình nón tròn xoay, gọi tắt là

- Hình tròn tâm I , bán kính IM gọi là
- Điểm O gọi là của hình nón
- Đoạn OI gọi là, đoạn OM là độ dài



Khối nón tròn xoay là phần được giới hạn bởi một nón tròn xoay, kể cả nón đó.

Ví dụ 1. Cho tam giác đều ABC cạnh 3cm , gọi H là trung điểm của cạnh BC . Nếu xoay $\triangle ABC$ quanh đường cao AH thì ta thu được một hình nón có chiều cao $h = \dots\dots\text{cm}$, độ dài đường sinh $\ell = \dots\dots\text{cm}$ và diện tích đáy $S_d = \dots\dots\dots$

3 Diện tích và thể tích

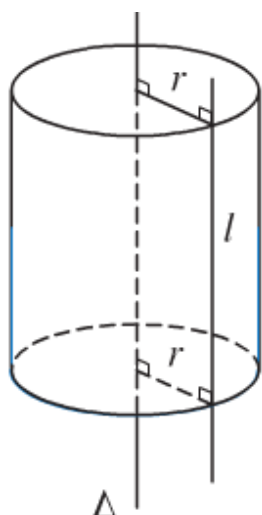
Cho hình nón có chiều cao h , độ dài đường sinh ℓ và bán kính đáy r . Khi đó:

Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích

Ví dụ 2. Cho hình nón có chiều cao $h = 4\text{cm}$ và bán kính đáy $r = 3\text{cm}$. Hãy tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích của khối nón tạo bởi hình nón đã cho.

3

MẶT TRỤ TRÒN XOAY



1 Định nghĩa

Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng ℓ và $\Delta \dots\dots\dots$ với nhau, cách nhau một khoảng r . Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ thì đường thẳng ℓ sinh ra một mặt $\dots\dots\dots$ được gọi là mặt $\dots\dots\dots$ tròn xoay, gọi tắt là $\dots\dots\dots$. Đường thẳng $\dots\dots\dots$ gọi là trục, đường thẳng $\dots\dots\dots$ gọi là đường sinh, r là $\dots\dots\dots$ của mặt trụ đó.

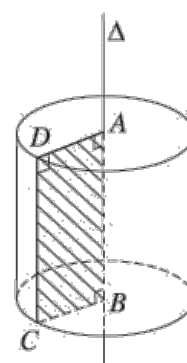
2 Hình trụ tròn xoay và khối trụ tròn xoay

Cho hình chữ nhật $ABCD$. Khi quay $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường $\dots\dots\dots ADCB$ tạo thành một $\dots\dots\dots$ được gọi là hình trụ tròn xoay, gọi tắt là $\dots\dots\dots$

- Hình tròn tâm A , bán kính AD gọi là $\dots\dots\dots$
- Đoạn AB gọi là $\dots\dots\dots$, đoạn CD là độ dài $\dots\dots\dots$

Khối trụ tròn xoay là phần $\dots\dots\dots$ được giới hạn bởi một $\dots\dots\dots$ trụ tròn xoay, kể cả $\dots\dots\dots$ trụ đó.

Ví dụ 3. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 3cm , gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . Nếu xoay $ABCD$ quanh đường thẳng MN thì ta thu được một hình $\dots\dots\dots$ có chiều cao $h = \dots\text{cm}$, độ dài đường sinh $\ell = \dots\text{cm}$ và diện tích đáy $S_d = \dots\dots\dots$



3 Diện tích và thể tích

Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r . Khi đó:

Diện tích xung quanh	Diện tích toàn phần	Thể tích

Ví dụ 4. Hộp sữa đặc Ông Thọ có chiều cao 8cm và đường kính đáy $7,5\text{cm}$. Hãy tính diện tích phần nhãn dán bao quanh thân hộp sữa và dung tích sữa tối đa trong hộp.

TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Gọi l , h , R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một khối nón. Thể tích V của khối nón đó là

- A. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. B. $V = \pi R^2 h$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 l$. D. $V = \pi R^2 l$.

Câu 2. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h là

- A. $V = 2\pi R^2 h$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$. C. $V = \pi R^2 h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$, một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V = 18\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 8\pi a^3$. D. $V = 16\pi a^3$.

Câu 4. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và diện tích xung quanh $S = 6\pi$. Tính thể tích V của khối trụ.

- A. $V = 3\pi$. B. $V = 9\pi$. C. $V = 18\pi$. D. $V = 6\pi$.

Câu 5. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a . Tính thể tích của khối trụ đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 6. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, biết $AB = 4a$, $AC = 5a$. Tính thể tích của khối trụ.

- A. $V = 4\pi a^3$. B. $V = 16\pi a^3$. C. $V = 12\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Câu 7. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $BC = b$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính thể tích khối trụ thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN .

- A. $V = \frac{\pi a^2 b}{4}$. B. $V = \pi a^2 b$. C. $V = \frac{\pi a^2 b}{12}$. D. $V = \frac{\pi a^2 b}{3}$.

Câu 8. Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 4, diện tích xung quanh bằng 48π . Tính thể tích của khối trụ đã cho.

- A. $V = 24\pi$. B. $V = 32\pi$. C. $V = 96\pi$. D. $V = 72\pi$.

Câu 9. Một hình trụ có đường kính đáy 12cm, chiều cao 10cm. Thể tích khối trụ này là

- A. $1440\pi \text{ cm}^3$. B. $360\pi \text{ cm}^3$. C. $480\pi \text{ cm}^3$. D. 1440 cm^3 .

Câu 10. Một khối nón có độ dài đường sinh $l = 13\text{cm}$ và bán kính đáy $r = 5\text{cm}$. Tính thể tích khối nón đã cho.

- A. $V = 100\pi \text{ cm}^3$. B. $V = 300\pi \text{ cm}^3$.
C. $V = 20\pi \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{325\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 11. Cho hình nón (N) có chiều cao h , bán kính đáy R và độ dài đường sinh l . Công thức tính diện tích xung quanh S của (N) là

- A. $S = \frac{1}{3}\pi Rl$. B. $S = \pi Rl$. C. $S = 4\pi R^2$. D. $S = 2\pi Rl$.

Câu 12. Cho một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình chữ nhật có diện tích bằng 18. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

- A. $S_{xq} = 9$. B. $S_{xq} = 18$. C. $S_{xq} = 9\pi$. D. $S_{xq} = 18\pi$.

Câu 13. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính giá trị của $\frac{S_1}{S_2}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 14. Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

- A. $S_{tp} = \frac{9\pi a^2}{2}$. B. $S_{tp} = \frac{13\pi a^2}{6}$. C. $S_{tp} = 9\pi a^2$. D. $S_{tp} = \frac{27\pi a^2}{2}$.

Câu 15. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 3$ và đường sinh $l = 6$ bằng

- A. 54π . B. 18π . C. 108π . D. 36π .

Câu 16. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a , chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

- A. $6\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $9\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $4a$ và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $18\pi a^2$. B. $20\pi a^2$. C. $12\pi a^2$. D. $15\pi a^2$.

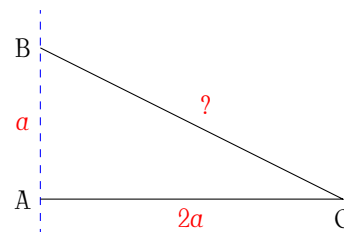
Câu 18. Tính chiều cao h của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 36π .

- A. $h = 18$. B. $h = 12$. C. $h = 6$. D. $h = 16$.

Câu 19.

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = 2a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

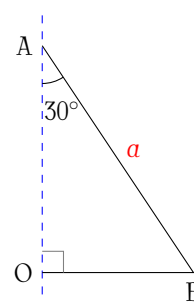
- A. $l = a\sqrt{2}$. B. $l = 2a$.
C. $l = a\sqrt{3}$. D. $l = a\sqrt{5}$.



Câu 20.

Cho tam giác OAB vuông tại O có $AB = a$ và góc $\widehat{A} = 30^\circ$. Tính diện tích xung quanh của hình nón có được khi quay tam giác OAB quanh trục AO .

- A. $\frac{\pi a^2}{4}$. B. $2\pi a^2$. C. πa^2 . D. $\frac{\pi a^2}{2}$.



Câu 21. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng $2a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2a\sqrt{2}$. B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 22. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
C. $S_{xq} = \frac{3\pi a^2}{2}$. D. $S_{xq} = \pi a^2$.

Câu 23. Tìm bán kính đáy của hình nón có diện tích xung quanh là $3\pi a^2$ và độ dài đường sinh là $3a$.

- A. $3a$. B. a . C. $2a$. D. $4a$.

Câu 24. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính tang của góc giữa một đường sinh và mặt đáy của hình nón.

- A. 8. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 25. Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a . Tính diện tích mặt xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $\frac{1}{2}\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{2}{3}\pi a^2$. D. $\frac{1}{3}\pi a^2$.

Câu 26. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{2}$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A. $S_{xq} = 2\pi$. B. $S_{xq} = 3\pi\sqrt{2}$. C. $S_{xq} = 6\pi$. D. $S_{xq} = 6\pi\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a , chiều cao $2a$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $a\sqrt{5}$. D. $4a$.

Câu 28. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $4\pi a^2$. B. $2a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.

Câu 29. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $3\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. πa^2 . D. $\frac{3}{2}\pi a^2$.

Câu 30. Bình Định có câu ca dao:

*"Cưới nàng đôi nón Gò Găng
Xấp lãnh An Thái một khăn trầu nguồn."*

Nói đến câu ca dao này là nói đến một làng nghề truyền thống có hàng trăm năm tuổi của thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định - làng nghề làm nón lá Gò Găng. Nhân kỷ niệm 10 năm được công nhận thị xã, thị xã An Nhơn lên kế hoạch làm các mô hình biểu tượng làng nghề truyền thống trên địa bàn, trong đó có mô hình chiếc nón lá Gò Găng. Chiếc nón có bán kính đáy 1 mét và chiều cao 1,5 mét, khung thép dùng làm đường tròn đáy và 10 đường nối từ đỉnh của nón đến đường tròn đáy có giá thành 40.000 đồng/mét, là của cây lá nón Licuala Fatoua Becc dùng để làm mặt nón có giá thành 20.000 đồng/mét vuông. Hỏi nếu bỏ qua diện tích các mép nối thì kinh phí để làm chiếc nón biểu tượng này là bao nhiêu?

- A. 1.085.000 đồng. B. 1.086.000 đồng.
C. 834.000 đồng. D. 833.000 đồng.

TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$.

- Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho
- Tính thể tích của khối nón được tạo thành bởi hình nón đó.
- Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12cm. Tính diện tích thiết diện đó.

Câu 2 (SGK GT12). Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$ và có khoảng cách giữa hai đáy bằng 7cm.

- Tính diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ tạo nên
- Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm. Hãy tính diện tích của thiết diện được tạo nên.

Vocabulary

circular tròn xoay	generator line đường sinh	curved surface area diện tích xung quanh
conical surface mặt nón	axis trục	surface area diện tích toàn phần
cylinder surface mặt trụ	radius bán kính	cross-section thiết diện

§2. MẶT CẦU

Đặt vấn đề

Hình dạng của Trái Đất rất gần với hình phỏng cầu là hình cầu bị nén dọc theo hướng từ địa cực tới chỗ phình ra ở xích đạo. Phần phình ra này là kết quả của quá trình tự quay và khiến cho độ dài đường kính tại đường xích đạo dài hơn 43 km so với độ dài đường kính tính từ cực tới cực. Độ dài đường kính trung bình của hình phỏng cầu tham chiếu vào khoảng 12.745 km.

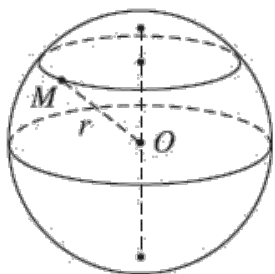
(Theo Wikipedia)

Nếu xem Trái Đất là một hình cầu với đường kính như trên thì diện tích bề mặt của Trái Đất là bao nhiêu km^2 ?



1

MẶT CẦU VÀ CÁC KHÁI NIỆM LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU



1 Mặt cầu

Tập hợp những điểm M trong cách điểm O cố định một khoảng bằng $r > 0$ được gọi là mặt cầu tâm O bán kính r .

Kí hiệu:

- Nếu hai điểm $C, D \in S(O; r)$ thì đoạn thẳng CD gọi là
- Dây cung đi qua tâm được gọi là của mặt cầu.

2 Điểm nằm trong và nằm ngoài mặt cầu. Khối cầu

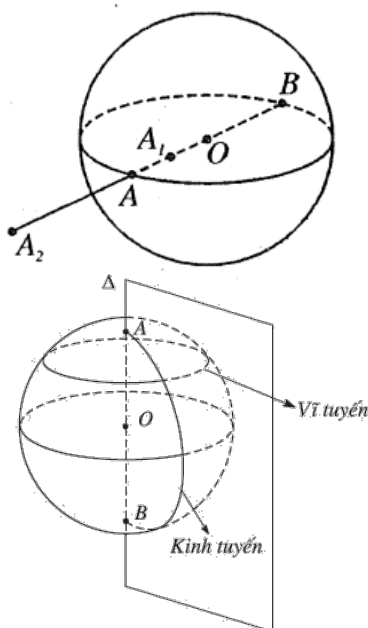
Cho mặt cầu $S(O; r)$ và điểm M bất kì.

- Nếu $OM = r$ thì M nằm mặt cầu $S(O; r)$
- Nếu $OM < r$ thì M nằm mặt cầu $S(O; r)$
- Nếu $OM > r$ thì M nằm mặt cầu $S(O; r)$

Tập hợp các điểm A sao cho $OA \leq r$ được gọi là cầu hay cầu tâm O bán kính r .

3 Đường kinh tuyến và vĩ tuyến của mặt cầu

- ☞ Giao của mặt cầu với các nửa mặt phẳng có bờ là trục của mặt cầu được gọi là *kinh tuyến* của mặt cầu.
- ☞ Giao tuyến của mặt cầu với các mặt phẳng với trục (nếu có) được gọi là của mặt cầu.
- ☞ Hai giao của mặt cầu với trục được gọi là *cực* của mặt cầu.

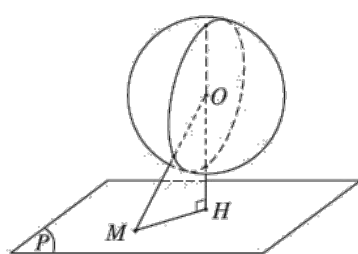
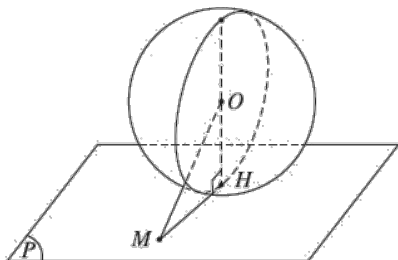
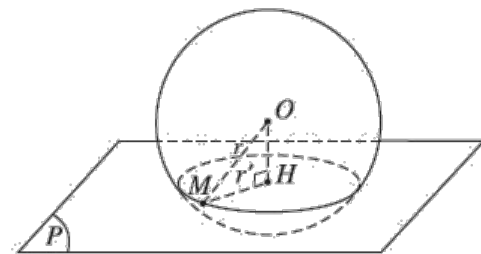


2

GIAO CỦA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẪNG

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và mặt phẳng (P) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (P) , khi đó $OH = d(O, (P))$.

- ☞ Nếu $OH > r$ thì (P) và (S) điểm chung.
- ☞ Nếu $OH = r$ thì (P) với (S) tại
Khi đó, (P) gọi là, H gọi là
- ☞ Nếu $OH < r$ thì (P) cắt (S) theo giao tuyến là tâm ..., bán kính $r' = \dots\dots\dots$ (Pytago).

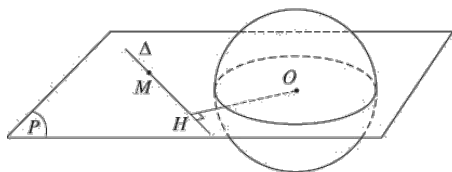
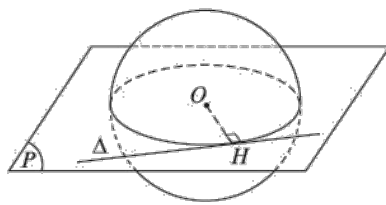
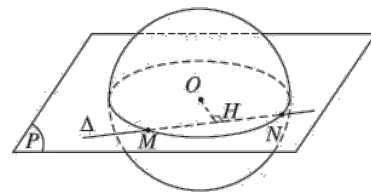

 $OH \dots r$

 $OH \dots r$

 $OH \dots r$

3

GIAO CỦA MẶT CẦU VÀ ĐƯỜNG THẺ. TIẾP TUYẾN

Cho mặt cầu $S(O; r)$ và đường thẳng Δ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên Δ , khi đó $OH = d(O, \Delta)$.

- Nếu $OH > r$ thì Δ và (S) điểm chung.
- Nếu $OH = r$ thì Δ với (S) tại
Khi đó, Δ gọi là, H gọi là
- Nếu $OH < r$ thì Δ cắt (S) tại ... điểm.


 $OH \dots r$

 $OH \dots r$

 $OH \dots r$

Nhận xét.

- Qua một điểm M nằm trên mặt cầu, có tiếp tuyến với mặt cầu. Các tiếp tuyến này tạo thành một của mặt cầu.
- Qua một điểm M nằm ngoài mặt cầu, có tiếp tuyến với mặt cầu. Các tiếp tuyến này tạo thành một đỉnh A .
- Nếu $OM > r$ thì M nằm mặt cầu $S(O; r)$

4

DIỆN TÍCH VÀ THỂ TÍCH

Cho mặt cầu bán kính r . Khi đó:

Diện tích	Thể tích



Ví dụ 1. Có một con quạ đang khát nước. Nó tìm thấy một cái hộp hình trụ tròn có bán kính đáy 5cm và cao 20cm. Trong hộp ước chừng có khoảng 1 lít nước. Nó bay ra bờ sông và tìm thấy mấy viên bi của các bạn nhỏ lớp sáu bỏ lại, nó dùng mỏ gấp từng viên và bỏ vào trong hộp. Biết rằng mỗi viên bi có đường kính 1cm, hỏi con quạ cần bỏ vào tối thiểu bao nhiêu viên bi để nước dâng lên đến miệng hộp?

5

THỰC HÀNH

❖ TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hình cầu có diện tích S và bán kính R . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $S = 2\pi R^2$. C. $S = \pi R^2$. D. $S = 4\pi R^2$.

Câu 2. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 3. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Thể tích mặt cầu đó bằng

- A. 9π . B. $\frac{81}{4}\pi$. C. 36π . D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 4. Cho mặt cầu có thể tích $\frac{16\pi}{3}$. Tính đường kính mặt cầu đã cho.

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 4π .

Câu 5. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích hình tròn qua tâm bằng

- A. 3π . B. 6π . C. 4π . D. 9π .

Câu 6. Một khối cầu có đường kính bằng 10cm. Người ta dùng một mặt phẳng cách tâm khối cầu 3cm để cắt khối cầu thành hai phần. Diện tích của mặt cắt bằng

- A. 16cm. B. $16\pi\text{cm}^2$. C. 16cm^2 . D. $16\pi\text{cm}^3$.

Câu 7. Trong các lăng trụ sau, lăng trụ nào nội tiếp được trong một mặt cầu?

- A. Lăng trụ có đáy là hình chữ nhật.
B. Lăng trụ có đáy là hình vuông.
C. Lăng trụ đứng có đáy là hình thoi.
D. Lăng trụ đứng có đáy là hình thang cân.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
C. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 9. Một hình hộp chữ nhật nội tiếp mặt cầu và có ba kích thước là a , b , c . Khi đó bán kính r của mặt cầu bằng

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
C. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$. D. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{3}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A , có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có $SA = a$, $AB = b$, $AC = c$. Mặt cầu đi qua các đỉnh A , B , C , S có bán kính r bằng

- A. $\frac{2(a + b + c)}{3}$. B. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
C. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

✍ TỰ LUẬN

Câu 1 (SGK GT12). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Hãy xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

Câu 2 (SGK GT12). Cho hình chóp $S.ABC$ có bốn đỉnh nằm trên một mặt cầu, $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$ và ba cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc. Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu được tạo nên bởi mặt cầu đó.

 Vocabulary**sphere** mặt cầu**chord** dây cung**diameter** đường kính**meridian of longitude** kinh tuyến**inscribe** nội tiếp**circumscribe** ngoại tiếp**tangent plane** tiếp diện**parallel of of latitude** vĩ tuyến

PHỤ LỤC

1

HÀM SỐ

1 Tập xác định của hàm số

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ XÁC ĐỊNH (có nghĩa).

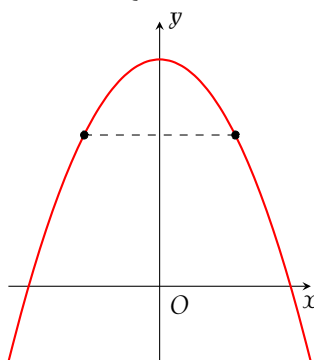
- $\sqrt{A}$ xác định khi $A \geq 0$.
- $\frac{A}{B}$ xác định khi $B \neq 0$.

2 Hàm số chẵn, hàm số lẻ

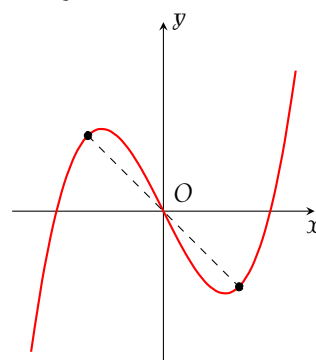
Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

$$f(x) \text{ chẵn} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$$

$$f(x) \text{ lẻ} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$$



Đồ thị hàm chẵn nhận **trục tung** làm
TRỤC ĐỐI XỨNG



Đồ thị hàm lẻ nhận **gốc tọa độ** làm TÂM
ĐỐI XỨNG

3 Một vài hàm số thông dụng

Hàm hằng

Hàm hằng là hàm số có dạng $y = c$ (c là hằng số). Hàm hằng có đồ thị là đường thẳng song song với trục hoành, cắt trục tung tại điểm có giá trị là c .

Tương tự, đường thẳng $x = d$ song song với trục tung, cắt trục hoành tại điểm có giá trị bằng d .

Hàm số bậc nhất một ẩn (Hàm số tuyến tính)

Dạng: $y = ax + b$ ($a \neq 0$ gọi là hệ số góc).

- Đồ thị: đường thẳng.
- Sự biến thiên: $\begin{cases} a > 0 & \text{Đồng biến trên } \mathbb{R} \\ a < 0 & \text{Nghịch biến trên } \mathbb{R}. \end{cases}$

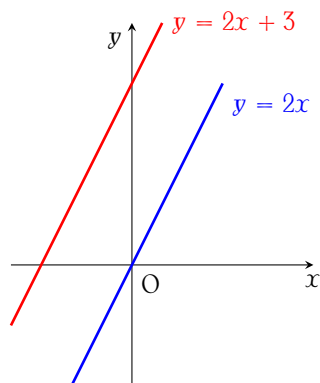
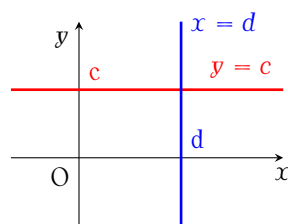
! Cho hai đường thẳng $\Delta_1: y = a_1x + b_1$ và $\Delta_2: y = a_2x + b_2$, khi đó:

- $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$.
- $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow a_1 \cdot a_2 = -1$.

Hàm số bậc hai một ẩn

Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có tập xác định $\mathbb{R}$, đồ thị là một parabol:

- Đỉnh: $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- Trục đối xứng: $x = -\frac{b}{2a}$.
- Bề lõm hướng lên nếu $a > 0$, hướng xuống nếu $a < 0$.
- Bảng biến thiên:



Hai đường thẳng $y = 2x + 3$ và $y = 2x$ có hệ số góc bằng nhau nên song song.

$a > 0$		
x	$-\infty$	$+\infty$
y	$+\infty$	$+\infty$
	$-\frac{b}{2a}$	$-\frac{\Delta}{4a}$

$a < 0$		
x	$-\infty$	$+\infty$
y	$-\infty$	$-\infty$
	$-\frac{b}{2a}$	$-\frac{\Delta}{4a}$

4 Xét dấu biểu thức

☞ Nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$)

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	Trái dấu với a	0	Cùng dấu với a

☞ Tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

- $\Delta < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Cùng dấu với a	

- $\Delta = 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	Cùng dấu với a	0	Cùng dấu với a

- $\Delta > 0$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	CÙNG	0	TRÁI	0	CÙNG

Hệ quả

! $\bullet ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

$\bullet ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

$\bullet ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

$\bullet ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

5 Giới hạn của hàm số

🍏 Giới hạn một bên

- $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ Giới hạn bên phải ($x > x_0$).
- $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ Giới hạn bên trái ($x < x_0$).

• $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \\ \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \end{cases}$

🍏 Hàm số liên tục

- Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.
- Hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số lượng giác, hàm phân thức... liên tục TRÊN TỪNG KHOẢNG của tập xác định.

6 Đạo hàm của hàm số

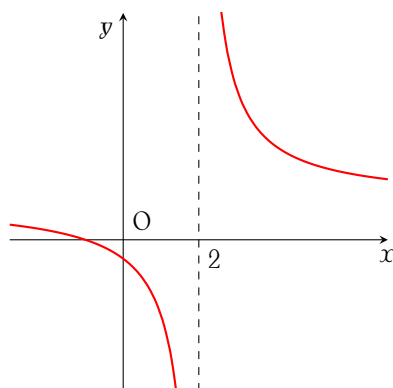
♥ Quy tắc tính đạo hàm

• $(u \pm v)' = u' \pm v'$

• $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

• $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

• $y'_x = y'_u \cdot u'_x$ (hàm hợp)



Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

♥ Đạo hàm của một số hàm thường gặp

- $(\text{hằng số})' = 0$
- $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
 - $(x)' = 1$
 - $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
 - $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
- $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x)$

♥ Đạo hàm cấp n: $y^{(n)} = (y^{(n-1)})'$

♥ Vi phân: $dy = y' \cdot dx$

Ứng dụng của đạo hàm

- **Trong Vật Lý:** Nếu một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)$ thì
 - Vận tốc tức thời tại thời điểm t là $v(t) = s'(t)$.
 - Gia tốc tức thời tại thời điểm t là $a(t) = v'(t)$.
- **Trong Hình Học:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$$

- $y_0 = f(x_0)$.
- $f'(x_0)$ là hệ số góc của tiếp tuyến.

2

PHƯƠNG TRÌNH

1 Phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

- $\Delta < 0$: Phương trình vô nghiệm.
- $\Delta = 0$: Phương trình có nghiệm kép $x = -\frac{b}{2a}$.
- $\Delta > 0$: Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\begin{cases} x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$

Trường hợp đặc biệt

- $a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{c}{a} \end{cases}$
- $a - b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{c}{a} \end{cases}$

Định lý Vi-ét

- Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = S = -\frac{b}{a} \\ x_1 \cdot x_2 = P = \frac{c}{a} \end{cases}$$

- Nếu hai số u, v có tổng $u + v = S$ và tích $u \cdot v = P$ thì u, v là hai nghiệm của phương trình

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

2 Phương trình bậc 4 trùng phương $ax^4 + bx^2 + c = 0$

- Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$).
- Giải phương trình $at^2 + bt + c = 0$.
- Chọn nghiệm $t \geq 0$.
- Kết luận nghiệm x .

3 Phương trình tích

$$A(x) \cdot B(x) \cdots Z(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) = 0 \\ B(x) = 0 \\ \cdots \\ Z(x) = 0 \end{cases}$$

4 Phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối

$$\bullet |f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases} \end{cases} \quad \bullet |f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

5 Phương trình vô tỉ

$$\bullet \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases} \quad \bullet \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

3

LŨY THỪA VÀ CĂN THỨC

1 Lũy thừa

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ số } a} \quad (n \in \mathbb{N}^*)$$

- a gọi là cơ số, n gọi là số mũ.
- $0^n = 0$, $1^n = 1$.
- Lũy thừa bậc 2 gọi là bình phương, lũy thừa bậc 3 gọi là lập phương.

Tính chất

- Với $a, b \neq 0$ và $m, n \in \mathbb{Z}$, ta có
 - $a^0 = 1$, $a^1 = a$.
 - $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).
 - $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.
 - $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$.
 - $a^{m \cdot n} = (a^m)^n$.
 - $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ ($a > 0$, $n \in \mathbb{N}^*$).
 - $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.
 - $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.
- Với $\begin{cases} a > 1 \\ m > n \end{cases}$ thì $a^m > a^n$
- Với $\begin{cases} a > b > 0 \\ n > 0 \end{cases}$ thì $a^n > b^n$
- Với $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ m > n \end{cases}$ thì $a^m < a^n$
- Với $\begin{cases} a > b > 0 \\ n < 0 \end{cases}$ thì $a^n < b^n$

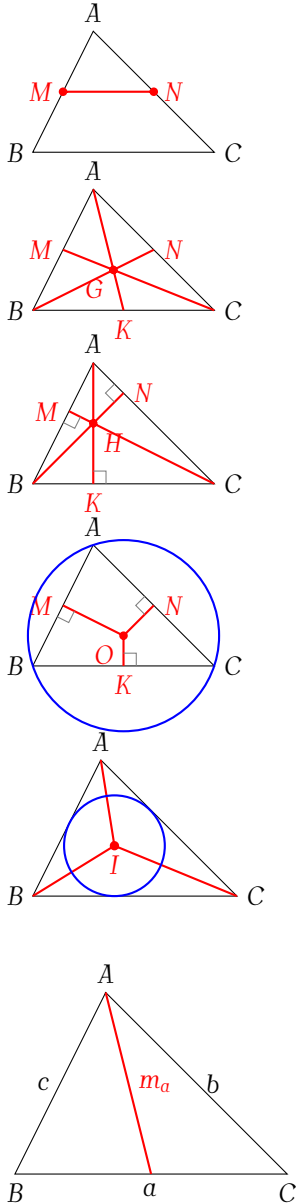
2 Căn bậc n

Cho số tự nhiên $n \geq 2$, số b được gọi là căn bậc n của số a nếu $b^n = a$, kí hiệu: $b = \sqrt[n]{a}$.

- Nếu n lẻ thì có duy nhất một căn bậc n của a .
- Nếu n chẵn và $a \geq 0$ thì có 2 căn bậc n của a là $\sqrt[n]{a}$ và $-\sqrt[n]{a}$.

4

CÁC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VÀ GIẢI TAM GIÁC

**1 Điểm và đường trong tam giác****► Đường trung bình**

- Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối hai trung điểm của hai cạnh, nó luôn song song và bằng một nửa độ dài của cạnh còn lại.
- Mỗi tam giác có 3 đường trung bình.

► Đường trung tuyến và trọng tâm

- Đường trung tuyến là một đoạn thẳng nối từ đỉnh đến trung điểm của cạnh đối diện.
- Mỗi tam giác có 3 đường trung tuyến, chúng đồng quy tại một điểm, gọi là TRỌNG TÂM. Khoảng cách từ trọng tâm đến mỗi đỉnh bằng $\frac{2}{3}$ độ dài trung tuyến ứng với đỉnh đó.

► Đường cao và trực tâm

- Đường cao của một tam giác là đoạn thẳng hạ từ một đỉnh xuống cạnh đối diện (còn gọi là cạnh đáy ứng với đỉnh đó) và vuông góc với cạnh đó.
- Mỗi tam giác có 3 đường cao, chúng đồng quy tại một điểm, gọi là TRỰC TÂM.

► Đường trung trực và tâm đường tròn ngoại tiếp

- Mỗi đoạn thẳng đều có duy nhất một đường trung trực, do đó mỗi tam giác cũng có 3 đường trung trực.
- Ba đường trung trực đồng quy tại một điểm, chính là TÂM ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP của tam giác, nó cách đều 3 đỉnh của tam giác.

► Đường phân giác và tâm đường tròn nội tiếp

- Đường phân giác là đoạn thẳng nối từ đỉnh đến cạnh đối diện và chia góc ở đỉnh làm 2 phần có số đo góc bằng nhau.
- Mỗi tam giác có 3 đường phân giác, chúng đồng quy tại một điểm, chính là TÂM ĐƯỜNG TRÒN NỘI TIẾP tam giác.

2 Định lý sin & định lý cosin**► Định lý cosin**

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$

► Định lý sin

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

• Số đo góc

$$\begin{aligned}\cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \cos B &= \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \cos C &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}\end{aligned}$$

• Độ dài trung tuyến

$$\begin{aligned}m_a^2 &= \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} \\ m_b^2 &= \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4} \\ m_c^2 &= \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}\end{aligned}$$

► Chu vi & diện tích

$$\bullet \text{ Chu vi } = a + b + c.$$

$$\bullet \text{ Nửa chu vi } p = \frac{a + b + c}{2}.$$

Diện tích

- $S = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c.$
- $S = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2}ca \cdot \sin B.$
- $S = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R}.$
- $S = p \cdot r$ (r là bán kính đường tròn nội tiếp).
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (Công thức Heron).

► Tam giác bằng nhau & tam giác đồng dạng

🔵 Tam giác bằng nhau

Hai tam giác được gọi là bằng nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau.

- Ba cặp cạnh tương ứng bằng nhau (cạnh – cạnh – cạnh).
- Hai cặp cạnh tương ứng và một cặp góc xen giữa bằng nhau (cạnh – góc – cạnh).
- Hai cặp góc tương ứng và một cặp cạnh bất kì bằng nhau (góc – cạnh – góc).

🔵 Tam giác đồng dạng

Hai tam giác được gọi là đồng dạng với nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng tỉ lệ với nhau (theo cùng một tỉ số) và các góc tương ứng bằng nhau.

- Ba cặp cạnh tương ứng tỉ lệ với nhau, tỉ số đó được gọi là tỉ số đồng dạng.
- Hai cặp góc tương ứng bằng nhau.
- Hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ với nhau và một cặp góc xen giữa bằng nhau.

3 Phân loại tam giác

► Tam giác cân

Tam giác cân là tam giác có 2 cạnh bất kỳ độ dài bằng nhau, hai cạnh này được gọi là hai cạnh bên, cạnh còn lại được gọi là cạnh đáy.

- Hai cạnh bên chung nhau đỉnh nào thì tam giác sẽ cân tại đỉnh đó và hai góc ở đáy bằng nhau.
- Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh cũng là đường cao và là đường phân giác.

► Tam giác đều

Tam giác đều là tam giác có 3 cạnh bằng nhau hoặc tương đương ba góc bằng nhau, và bằng 60° . Tam giác đều có

- Đường trung tuyến cũng là đường cao, có độ dài bằng cạnh $\cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Tâm của đường tròn nội tiếp, tâm của đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm và trực tâm trùng nhau.
- Bán kính đường tròn ngoại tiếp $R = \text{cạnh} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$.
- Diện tích $S = (\text{cạnh})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}$.

► Tam giác vuông

Tam giác vuông là tam giác có một vuông. Nếu $\triangle ABC$ vuông tại A thì

- Cạnh BC gọi là cạnh huyền, hai cạnh còn lại gọi là cạnh góc vuông, và

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (Định lý Pitago)}$$

- Trung tuyến $AM = \frac{BC}{2}$.
- Nếu AH là đường cao thì $AH \cdot BC = AB \cdot AC$.

$$\sin \alpha = \frac{\text{Đối}}{\text{Huyền}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Kề}}{\text{Huyền}}$$

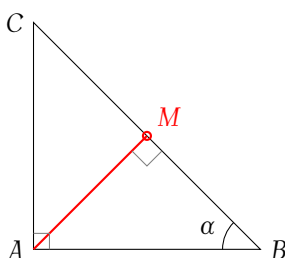
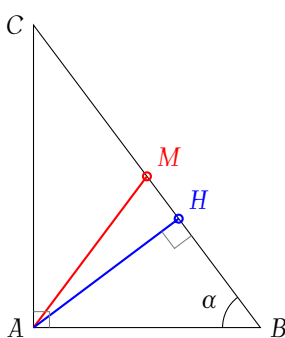
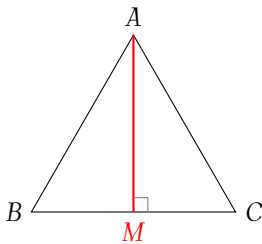
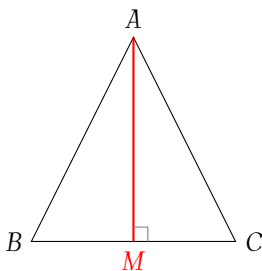
$$\tan \alpha = \frac{\text{Đối}}{\text{Kề}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{Kề}}{\text{Đối}}$$

► Tam giác vuông cân

Tam giác vuông cân là tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng nhau. Nếu $\triangle ABC$ vuông cân tại A thì

- Góc $\widehat{B} = \widehat{C} = 45^\circ$.
- Cạnh $BC = \text{cạnh} \cdot \sqrt{2}$.
- Diện tích $S = \frac{1}{2} \cdot (\text{cạnh})^2$.



5

HÌNH CHÓP & HÌNH LĂNG TRỤ

1 Hình chóp

■ Hình chóp

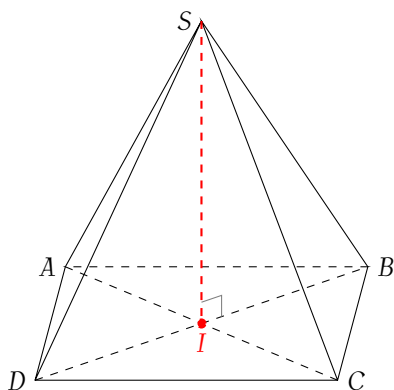
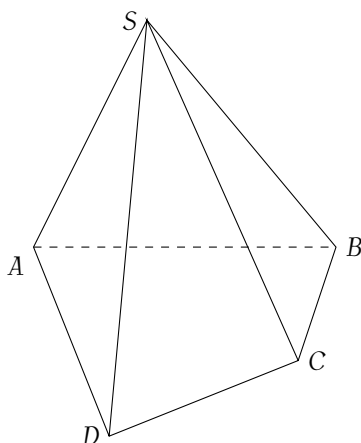
Hình chóp là một đa diện có một mặt là đa giác phẳng (gọi là đáy), còn các mặt còn lại là các tam giác có chung một đỉnh không nằm trong mặt đáy (gọi là đỉnh).

- Hình chóp có đáy là một n -giác cũng được gọi là hình chóp n -giác, riêng hình chóp tam giác còn được gọi là tứ diện.
- Đoạn thẳng kẻ từ đỉnh và hình chiếu vuông góc của đỉnh xuống mặt đáy được gọi là đường cao của hình chóp.
- Tổng diện tích của tất cả các mặt của hình chóp gọi là diện tích toàn phần, còn tổng diện tích các mặt bên gọi là diện tích xung quanh của hình chóp.

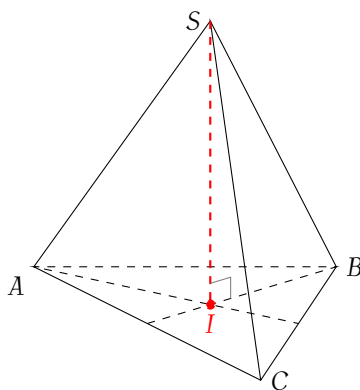
■ Hình chóp đều

Hình chóp đều là hình chóp có đáy là một đa giác đều và đoạn thẳng nối đỉnh với tâm của đáy là đường cao của hình chóp.

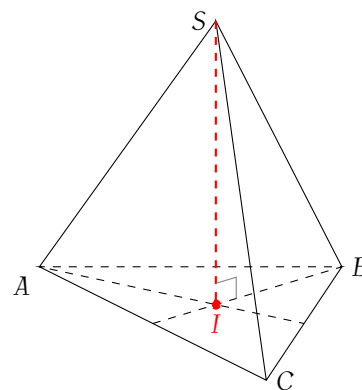
- Các mặt bên của hình chóp đều là những tam giác cân bằng nhau.
- Hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều và chân đường cao trùng với trọng tâm của đáy.
- Hình chóp tứ giác đều có đáy là một hình vuông và chân đường cao trùng với tâm của hình vuông.
- *Tứ diện đều* là hình chóp tam giác đều có các mặt bên là tam giác đều.



Hình chóp tứ giác đều



Hình chóp tam giác đều



Tứ diện đều

2 Hình lăng trụ

■ Hình lăng trụ

Hình lăng trụ là một đa diện, có hai mặt là những n -giác bằng nhau (gọi là đáy), n mặt còn lại là các hình bình hành (gọi là mặt bên). Hình lăng trụ có hai mặt đáy song song và các cạnh bên song song.

- Tổng diện tích tất cả các mặt của hình lăng trụ gọi là diện tích toàn phần, còn tổng diện tích các mặt bên gọi là diện tích xung quanh.
- Chiều cao của hình lăng trụ là khoảng cách giữa hai đáy.

■ Hình lăng trụ đứng

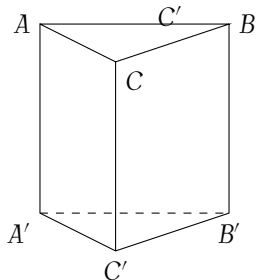
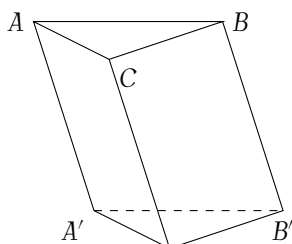
Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với đáy. Trong hình lăng trụ đứng

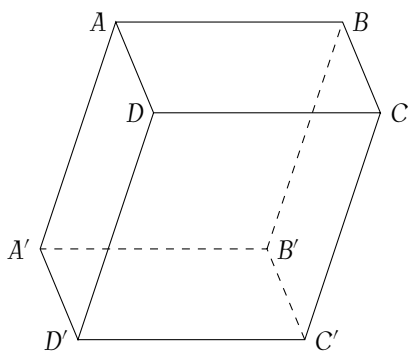
- Các mặt bên là các hình chữ nhật.
- Mỗi cạnh bên đều là đường cao.
- *Hình lăng trụ đều* là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

■ Hình hộp

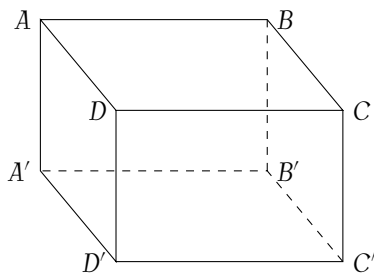
Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành. Hình hộp có 6 mặt là hình bình hành.

- *Hình hộp đứng* là hình hộp có các cạnh bên vuông góc với đáy, nói cách khác, hình hộp đứng là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành.
- *Hình hộp chữ nhật* là hình lăng trụ đứng có 6 mặt là hình chữ nhật.
- *Hình lập phương* là hình lăng trụ đứng có 6 mặt là hình vuông.

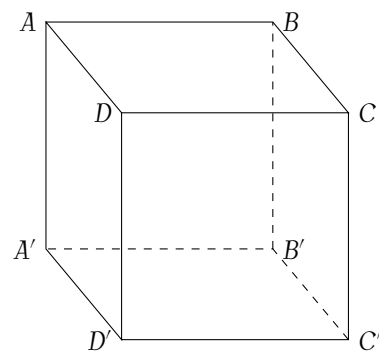




Hình hộp



Hình hộp chữ nhật



Hình lập phương

6

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI, GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

1 Góc

✂ Đường thẳng và mặt phẳng

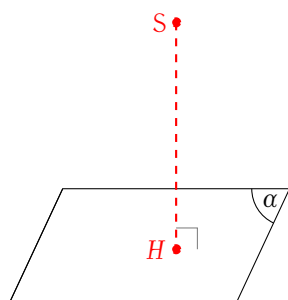
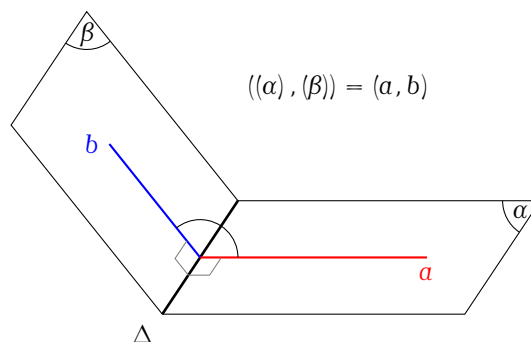
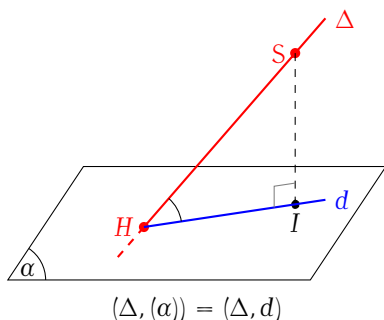
Trong không gian, cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) .

- Nếu $\Delta \perp (\alpha)$ thì $(\Delta, (\alpha)) = 90^\circ$.
- Nếu Δ không vuông góc với (α) thì $(\Delta, (\alpha)) = (\Delta, d)$ với d là hình chiếu vuông góc của Δ trên (α) .

✂ Mặt phẳng và mặt phẳng

Trong không gian, cho hai mặt phẳng (α) và (β) .

- Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ thì $((\alpha), (\beta)) = 0^\circ$.
- Nếu $(\alpha) \cap (\beta) = \Delta$ thì $((\alpha), (\beta)) = (a, b)$ với $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ và $a \cap b = M$.



2 Khoảng cách

✂ Từ điểm đến mặt phẳng

Cho điểm S và mặt phẳng (α) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (α) . Khi đó

$$SH \perp (\alpha) \text{ và } d(S, (\alpha)) = SH$$

✂ Hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

3 Vị trí tương đối

✂ Đường thẳng và đường thẳng

Trong không gian, cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Các trường hợp sau có thể xảy ra:

- $\Delta_1 \cap \Delta_2 = M$ (Δ_1 cắt Δ_2 tại giao điểm M)
- $\Delta_1 \parallel \Delta_2$
- $\Delta_1 \equiv \Delta_2$
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau (không đồng phẳng).

✂ Đường thẳng và mặt phẳng

Trong không gian, cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) . Các trường hợp sau có thể xảy ra:

- $\Delta // (\alpha)$
- $\Delta \cap (\alpha) = M$ (Δ cắt (α) tại giao điểm M)
- $\Delta \subset (\alpha)$ (Δ nằm trên (α))

✂ Mặt phẳng và mặt phẳng

Trong không gian, cho hai mặt phẳng (α) và (β) . Các trường hợp sau có thể xảy ra:

- $(\alpha) // (\beta)$
- $(\alpha) \cap (\beta) = \Delta$ ((α) cắt (β) theo giao tuyến Δ)
- $(\alpha) \equiv (\beta)$

Các định lý và hệ quả

- Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.
→ Hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của hai mặt ấy (nếu có) sẽ song song với hai đường thẳng đó, hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- Nếu đường thẳng Δ không nằm trên mặt phẳng (α) và Δ song song với một đường thẳng $d \subset (\alpha)$ thì $\Delta // (\alpha)$.
- Nếu (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến Δ và (α) chứa đường thẳng $a // (\beta)$ thì $a // \Delta$.
→ Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.
- Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì $(\alpha) // (\beta)$.
- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) thì cũng vuông góc với mọi đường thẳng $d \subset (\alpha)$.
- Nếu đường thẳng Δ vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trên mặt phẳng (α) thì $\Delta \perp (\alpha)$.
- Nếu mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $a \perp (\beta)$ thì $(\alpha) \perp (\beta)$.
→ Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng thứ nhất và vuông góc với giao tuyến thì vuông góc với mặt phẳng thứ hai.
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng cũng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH LONG
(Đề có 05 trang)

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I NĂM HỌC 2019-2020
MÔN: TOÁN 12 THPT
Thời gian làm bài 90 phút (bao gồm trắc nghiệm và tự luận)

Họ và tên học sinh:

Mã đề 101

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (40 câu, 8.0 điểm)

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
f'(x)		-	0	+	0	-
f(x)						

$-\infty \nearrow 1 \searrow -3 \nearrow +\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 0)$.

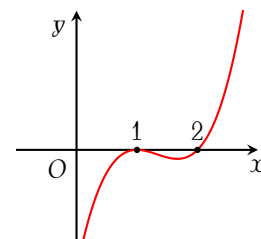
Câu 4. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x-1}{x+3}$. B. $y = -x^3 - x - 2$. C. $y = x^4 + 2x^2 + 3$. D. $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$.

Câu 5.

Hình bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; 1)$.



Câu 6. Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là

- A. $y_{CT} = 0$. B. $y_{CT} = -2$. C. $y_{CT} = 1$. D. $y_{CT} = 4$.

Câu 7. Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị ($\mathcal{C}$). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Đồ thị ($\mathcal{C}$) luôn có tâm đối xứng. B. Hàm số $f(x)$ luôn có cực trị.
C. Đồ thị ($\mathcal{C}$) luôn cắt trục hoành. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			$+\infty$
			0		0		

$+\infty \searrow 0 \nearrow 3 \searrow 0 \nearrow +\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. 1. B. 3. C. -1. D. 0.

Câu 10. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $m = 13$. B. $m = \frac{51}{4}$. C. $m = \frac{49}{4}$. D. $m = \frac{205}{16}$.

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2 \sin x + 3}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- A. 5. B. 2. C. 3. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 2]$ sao cho $M \leq 2m$?

- A. 7. B. 5. C. 6. D. 4.

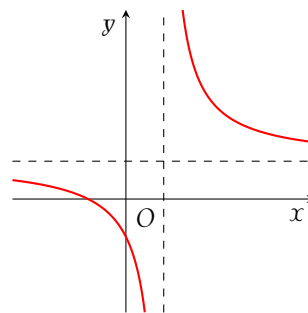
Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1} + 2$ có đồ thị ($\mathcal{C}$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị ($\mathcal{C}$) có tiệm cận ngang $y = 1$.
 B. Đồ thị ($\mathcal{C}$) có tiệm cận ngang $y = 3$.
 C. Đồ thị ($\mathcal{C}$) không có tiệm cận.
 D. Đồ thị ($\mathcal{C}$) có tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 14.

Cho hàm số $y = \frac{x+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

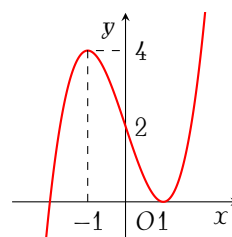
- A. $b < 0, c < 0$. B. $b < 0, c > 0$. C. $b > 0, c > 0$. D. $b > 0, c < 0$.



Câu 15.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

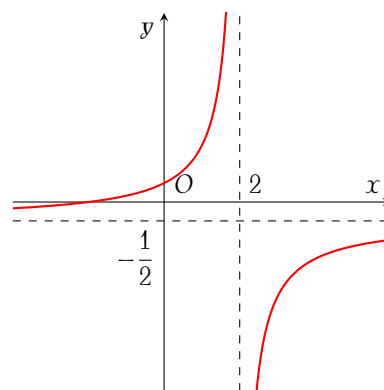
- A. $y = -x^3 + 3x + 2$. B. $y = x^3 - 2x + 2$.
 C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = x^3 + 3x + 2$.



Câu 16.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào dưới đây?

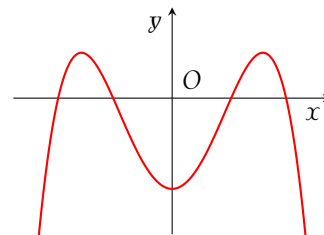
- A. $y = \frac{x+2}{-2x+4}$. B. $y = \frac{-x+1}{x-2}$. C. $y = \frac{2x-3}{x+2}$. D. $y = \frac{-x+3}{2x-4}$.



Câu 17.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0$.
 C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.



Câu 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $(-4; 2)$. B. $[-4; 2)$. C. $(-4; 2]$. D. $(-\infty; 2]$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	+		-	+
y	$-\infty$	$+\infty$	-4	$+\infty$

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{1-x}$ cắt đường thẳng $y = x - m$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc giữa hai đường thẳng OA và OB bằng 60° (O là gốc tọa độ)?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 20. Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^2 \cdot \sqrt{3}a$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{4}{3}}$. B. $a^{\frac{7}{3}}$. C. $a^{\frac{5}{3}}$. D. $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 21. Cho $P = (5 - 2\sqrt{6})^{2018} (5 + 2\sqrt{6})^{2019}$. Ta có

- A. $P \in (3; 7)$. B. $P \in (7; 9)$. C. $P \in (9; 10)$. D. $P \in (10; 11)$.

Câu 22. Cho các số thực a, b thỏa $(\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^a > (\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^b$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $a > b$. B. $a < b$. C. $a = b$. D. $a \geq b$.

Câu 23. Hàm số $f(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = (x^2 + 4x + 2)e^{-x}$. B. $f'(x) = (2x + 2)e^{-x}$.
C. $f'(x) = (-2x + 2)e^{-x}$. D. $f'(x) = (-x^2 + 2)e^{-x}$.

Câu 24. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $0 < a \neq 1$ đối xứng với nhau qua trục Oy .
B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$ luôn đi qua điểm $(a; 1)$.
C. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 25. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{a^2}(ab) = 2 + \log_a b$. B. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$.
C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$. D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$.

Câu 26. Với $\log 3 = a$ thì $\log 9000$ được biểu diễn theo a bằng

- A. a^2 . B. $3 + 2a$. C. $a^2 + 3$. D. $3a^2$.

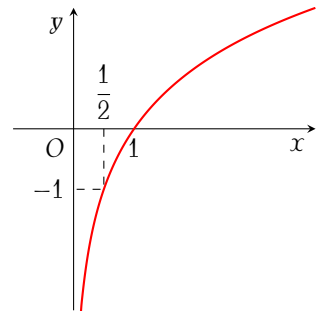
Câu 27. Cho $\log_2 5 = a$ và $\log_3 5 = b$. Khi đó, $\log_6 5$ tính theo a và b là

- A. $a^2 + b^2$. B. $\frac{ab}{a+b}$. C. $\frac{1}{a+b}$. D. $a + b$.

Câu 28.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. C. $y = \log_2 2x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.



Câu 29. Ông A dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 7,5% một năm, để sau 5 năm, số tiền lãi đủ mua một chiếc xe máy trị giá 85 triệu đồng. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Hỏi số tiền ông A cần gửi cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- A. 60 triệu đồng. B. 189 triệu đồng. C. 196 triệu đồng. D. 210 triệu đồng.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log_2 (x^2 - 2x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. $m \geq 1$. B. $m \leq 1$. C. $m > 1$. D. $m < -1$.

Câu 31. Tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$ là

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 32. Có bao nhiêu số thực x thỏa mãn $9^{\log_3 x} = 4$?

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 33. Nghiệm thực của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$ là

- A. $x = 9$. B. $x = -5$ hoặc $x = 9$. C. $x = 2$ hoặc $x = \log_3 5$. D. $x = 2$.

Câu 34. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 2^{x^2-1}$. Tính $P = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$.

- A. 0. B. $2 \log_2 5 + 2$. C. $2 \log_2 5 - 1$. D. $\log_2 25$.

Câu 35. Hình lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

- A. 6. B. 3. C. 9. D. 5.

Câu 36. Một hình chóp 100 cạnh có bao nhiêu mặt?

- A. 53. B. 51. C. 50. D. 52.

Câu 37. Trong các hình đa diện đều sau, hình nào có số đỉnh nhỏ hơn số mặt?

- A. Hình tứ diện đều. B. Hình 20 mặt đều. C. Hình lập phương. D. Hình 12 mặt đều.

Câu 38. Số mặt phẳng đối xứng của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là

- A. 2. B. 4. C. 7. D. 6.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Tính thể tích V_1 của khối đa diện $BCA'B'C'$ theo V .

- A. $V_1 = \frac{2}{3}V$. B. $V_1 = \frac{1}{3}V$. C. $V_1 = \frac{1}{2}V$. D. $V_1 = \frac{1}{4}V$.

Câu 40. Hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích 3200cm^3 , tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng bằng 2. Khi tổng diện tích các mặt của hình hộp nhỏ nhất, tính diện tích mặt đáy của hình hộp.

- A. 1200cm^2 . B. 120cm^2 . C. 160cm^2 . D. 1600cm^2 .

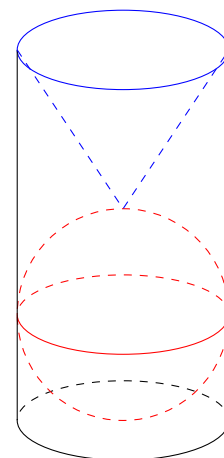
Câu 41. Thiết diện qua trục của một hình nón tròn xoay là tam giác đều có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 42.

Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy; một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng đường kính của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón sao cho đỉnh khối nón nằm trên mặt cầu (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.



II. PHẦN TỰ LUẬN (2.0 điểm)

Câu 43 (0.75 điểm). Tìm các điểm cực trị hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Câu 44 (0.5 điểm). Giải phương trình $\log_2 x + \log_2(x - 6) = \log_2 7$.

Câu 45 (0.75 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AB , cạnh bên $SD = \frac{3a}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề có 05 trang)

KÌ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2020
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

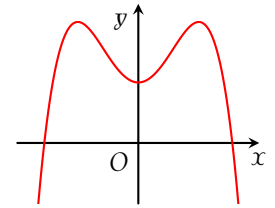
Họ và tên thí sinh:
 Số báo danh:

Mã đề 101

Câu 46.

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
 C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



Câu 47. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Câu 48. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			4			$+\infty$	
			-1			-1		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 50. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 10. B. 20. C. 12. D. 60.

Câu 51. Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là

- A. $\bar{z} = -3 - 5i$. B. $\bar{z} = 3 + 5i$. C. $\bar{z} = -3 + 5i$. D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Câu 52. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 8$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 24π . B. 192π . C. 48π . D. 64π .

Câu 53. Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 256π .

Câu 54. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$ bằng

- A. $5 \log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 9. D. 3.

Câu 56. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 1}{x - 1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 57. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng:

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π . C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 50π .

Câu 58. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.

Câu 59. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$.

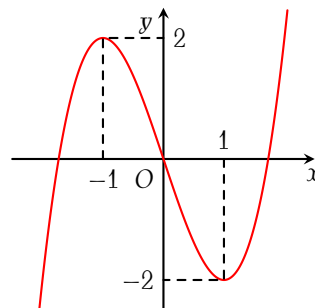
Câu 60. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 36. B. 720. C. 6. D. 1.

Câu 61.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.



Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 2; 1)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(0; 0; 1)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 63. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 66. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 67. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 + i$. B. $-5 + i$. C. $5 - i$. D. $-5 - i$.

Câu 68. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 69. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 1. B. -3. C. -1. D. 3.

Câu 70. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

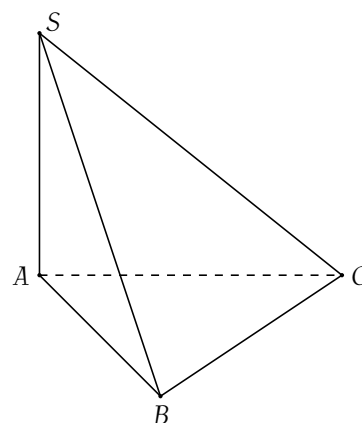
Câu 71. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 72.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{15}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .



Câu 73. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 5.
- B. 3.
- C. $\frac{13}{3}$.
- D. $\frac{7}{3}$.

Câu 74. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

- A. 36. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 36π .

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $3x + 2y - z + 1 = 0$. B. $2x - 2y + 3z - 17 = 0$. C. $3x + 2y - z - 1 = 0$. D. $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.

Câu 76. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1 - z_0$ là

- A. $N(-2; 2)$. B. $M(4; 2)$. C. $P(4; -2)$. D. $O(2; -2)$.

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$ và $C(3; 4; -1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$. C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 78. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 79. Tập nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 13 < 27$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-4; 4)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(0; 4)$.

Câu 80. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 16π .

Câu 81. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. $32\sqrt{2}$. B. -40 . C. $-32\sqrt{2}$. D. -45 .

Câu 82. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26. D. 50.

Câu 83. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 12. D. 2.

Câu 84. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x + 1) \cdot f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2 + 2x - 2}{2\sqrt{x^2 + 2}} + C$ B. $\frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 2}} + C$ C. $\frac{x^2 + x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}} + C$ D. $\frac{x + 2}{2\sqrt{x^2 + 2}} + C$

Câu 85. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là

- A. $[4; 7)$. B. $(4; 7]$. C. $(4; 7)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 86. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

- A. Năm 2028. B. Năm 2047. C. Năm 2027. D. Năm 2046.

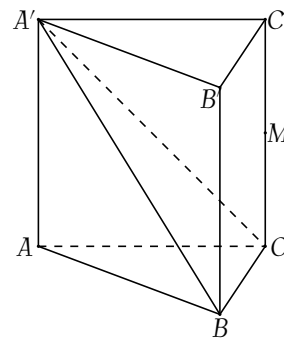
Câu 87. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{172\pi a^2}{3}$. B. $\frac{76\pi a^2}{3}$. C. $84\pi a^2$. D. $\frac{172\pi a^2}{9}$.

Câu 88.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.



Câu 89. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			$+\infty$
			-2		-2		

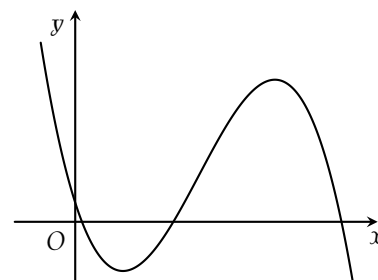
Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4[f(x+1)]^2$ là

- A. 11. B. 9. C. 7. D. 5.

Câu 90.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.



Câu 91. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

- A. $\frac{25}{42}$. B. $\frac{5}{21}$. C. $\frac{65}{126}$. D. $\frac{55}{126}$.

Câu 92. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. B. $\frac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. C. $\frac{10\sqrt{14}a^3}{81}$. D. $\frac{2\sqrt{14}a^3}{9}$.

Câu 93. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y$ bằng

- A. $\frac{33}{4}$. B. $\frac{65}{8}$. C. $\frac{49}{8}$. D. $\frac{57}{8}$.

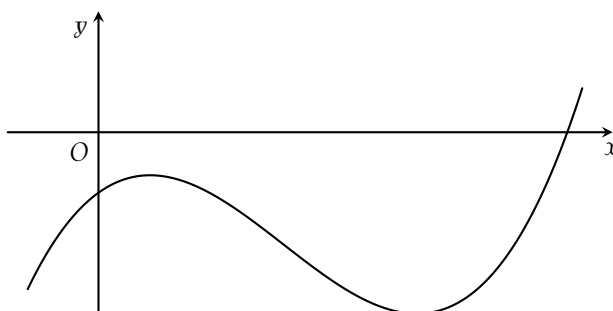
Câu 94. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

- A. 59. B. 58. C. 116. D. 115.

Câu 95.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3f(x)) + 1 = 0$ là

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 4.



CHỈ MỤC

B

Bất phương trình	
bất phương trình lôgarit	56
bất phương trình mũ	56

C

Căn bậc n	36
-------------	----

G

Góc	
Góc giữa hai mặt phẳng	89
Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng	89

H

Hàm số	7
Cực trị của hàm số	13
Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số	19
Giới hạn của hàm số	83
Hàm hằng	82
Hàm phân tuyến tính	29
Hàm số bậc ba	28
Hàm số bậc bốn trùng phương	29
Hàm số bậc hai	82
Hàm số bậc nhất	82
Hàm số chẵn, hàm số lẻ	82
Hàm số liên tục	83
Hàm số lôgarit	48
Hàm số lũy thừa	40
Hàm số mũ	47
Quy tắc tìm cực trị của hàm số	14
Quy tắc xét tính đơn điệu của hàm số	8
Sự đồng biến và nghịch biến của hàm số	7
Tìm tham số để hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$	10
Tìm tham số để hàm số đơn điệu trên một khoảng	10
Tương giao của các đồ thị	30
Tập xác định của hàm số	82
Xét dấu nhị thức bậc nhất	83
Xét dấu tam thức bậc hai	83
Xét tính đơn điệu của hàm số dựa vào bảng biến thiên	9
Xét tính đơn điệu của hàm số dựa vào đồ thị	8
Xét tính đơn điệu của hàm số dựa vào đồ thị của đạo hàm	9
Xét tính đơn điệu của hàm ẩn	11
Điều kiện đủ để hàm số có cực trị	13
Đường tiệm cận	24
Đường tiệm cận ngang	24
Đường tiệm cận đứng	24
Đạo hàm	83

K

Khoảng cách	
Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song	89
Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng	89

Khối đa diện	
Hai đa diện bằng nhau	62
Hình chóp	88
Hình chóp đều	88
Hình hộp	88
Hình hộp chữ nhật	88
Hình lăng trụ	88
Hình lăng trụ đứng	88
Hình lập phương	88
Hình đa diện	61
Hình đa diện lồi	66
Hình đa diện đều	66
Khối đa diện	62

L

Lôgarit	43
Lôgarit thập phân	44
Lôgarit tự nhiên	44
Lũy thừa	36, 85

M

Mặt cầu	
Giao của mặt cầu và mặt phẳng	78
Giao của mặt cầu và đường thẳng	79
Kinh tuyến	78
Mặt cầu	78
Vĩ tuyến	78
Mặt tròn xoay	
Mặt nón	73
Mặt trụ	74

P

Phương trình	84
Phương trình bậc 4 trùng phương	84
Phương trình bậc hai	84
Phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối	85
Phương trình lôgarit	52
Phương trình mũ	52
Phương trình tích	85
Phương trình vô tỉ	85
Định lý Vi-ét	84

T

Tam giác	86
Chu vi tam giác	86
Công thức Heron	86
Diện tích tam giác	86
Tam giác bằng nhau	87
Tam giác cân	87
Tam giác vuông	87
Tam giác vuông cân	87
Tam giác đều	87
Tam giác đồng dạng	87
Trọng tâm của tam giác	86
Trục tâm của tam giác	86

Đường cao của tam giác	86
Đường trung bình của tam giác	86
Đường trung tuyến của tam giác.....	86
Đường tròn ngoại tiếp tam giác	86
Đường tròn nội tiếp tam giác.....	86
Định lý cosin	86
Định lý sin	86
Thể tích	
Thể tích khối chóp.....	69

Thể tích khối hộp chữ nhật.....	69
Thể tích khối lăng trụ	69

V

Vị trí tương đối

Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng	90
Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.....	89
Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng..	89