**TRƯỜNG THPT PHỤ DỰC**

**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021**

**Môn thi: TOÁN HỌC**

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

**MÃ ĐỀ THI: 116**



**Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 2\log_2(x+1)$ là

**A.** $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

**Câu 2:** Cho khối lập phương có thể tích bằng $27$. Độ dài cạnh của khối lập phương đã cho bằng

**A.** $3\sqrt{3}$. **B.** $9$. **C.** $3$. **D.** $\sqrt{3}$.

**Câu 3:** Xét cấp số cộng $(u_n), n\in\mathbb{N}^*$, có $u_1=5$, $u_2=8$. Tìm số hạng $u_5$.

**A.** $u_5=-405$. **B.** $u_5=-17$. **C.** $u_5=405$. **D.** $u_5=17$.

**Câu 4:** Cho $a$ là số dương khác $1$. Khi đó $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $2$. **C.** $a$. **D.** $\sqrt{a}$.

**Câu 5:** Nếu $\int_0^2\left[f^2(x)-3f(x)+4\right]\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^2\left[f(x)-1\right]^2\mathrm{d}x=14$ thì $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

**A.** $13$. **B.** $16$. **C.** $10$. **D.** $-16$.

**Câu 6:** Cho $p,q$ là các số thực thỏa mãn điều kiện $\log_{16} p=\log_{20} q=\log_{25}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

**A.** $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$.

**Câu 7:** Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm $I$ và bán kính $R$ là

**A.** $I(1;-2;3); R=16$. **B.** $I(-1;2;-3); R=4$.

**C.** $I(-1;2;-3); R=16$. **D.** $I(1;-2;3); R=4$.

**Câu 8:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1}-28.3^x+9\le 0$ là

**A.** $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$. **C.** $\left[\frac{1}{3};9\right]$. **D.** $[-1;2]$.

**Câu 9:** Cho hình trụ có đường cao $h=5cm$ bán kính đáy $r=3cm$. Xét mặt phẳng $(P)$ song song với trục của hình trụ và cách trục $2cm$. Tính diện tích $S$ của thiết diện hình trụ với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $S=3\sqrt{5}\ cm^2$. **B.** $S=5\sqrt{5}\ cm^2$. **C.** $S=10\sqrt{5}\ cm^2$. **D.** $S=6\sqrt{5}\ cm^2$.

**Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác $ABC$ vuông tại $B$, $\widehat{ACB}=60^\circ$, $AC=2$, $SA\perp(ABC)$, $SA=1$. Gọi $M$ là trung điểm của $AB$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $SM$ và $BC$ bằng

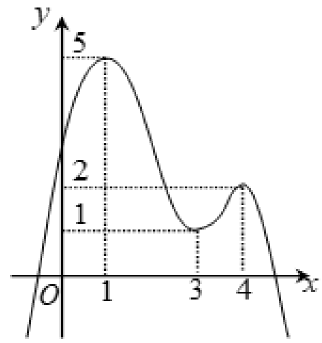
**A.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

**Câu 11:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x+2}$ thỏa mãn $F(-3)=1$. Tính $F(0)$.

**A.** $F(0)=\ln 2-1$. **B.** $F(0)=\ln 2+1$. **C.** $F(0)=\ln 2$. **D.** $F(0)=\ln 2-3$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 12:** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng




**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
**C.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $5$. **D.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $3$.

**Câu 13:** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

**A.** $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

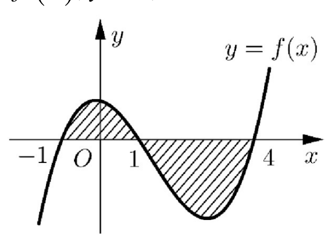
**Câu 14:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$. Cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$. Gọi $M$ là điểm nằm trên cạnh $CD$. Tính thể tích khối $S.ABM$

**A.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

**Câu 15:** Cho hai đường thẳng $l$ và $\Delta$ song song với nhau, cách nhau một khoảng bằng $r$. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng $l$ khi quay quanh $\Delta$ là:

**A.** mặt trụ. **B.** mặt nón. **C.** mặt cầu. **D.** hình trụ .

**Câu 16:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi s là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1$ và $x=4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?




**A.** $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

**C.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.

**Câu 17:** Một tổ có 12 học sinh trong đó có 5 em nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó 3 học sinh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng 1 em nữ.

**A.** $\dfrac{7}{12}$. **B.** $\dfrac{7}{22}$. **C.** $\dfrac{21}{44}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

**Câu 18:** Khối bát diện đều cạnh $2a$ có thể tích bằng

**A.** $\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{16a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $8a^3$. **D.** $\dfrac{16a^3}{3}$.

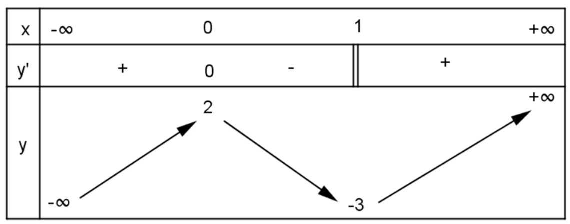
**Câu 19:** Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{256}{3}\text{m}^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là $500\,000$ đồng/$1\text{m}^2$. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

**A.** $46$ triệu đồng. **B.** $48$ triệu đồng. **C.** $96$ triệu đồng. **D.** $47$ triệu đồng.

**Câu 20:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(3;-7;4)$ trên trục $Oy$ là điểm $H(a;b;c)$. Khi đó giá trị của $a-b+c$ bằng:

**A.** $7$. **B.** $-7$. **C.** $0$. **D.** $4$.

**Câu 21:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.




Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
**B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $2$ và giá trị nhỏ nhất bằng $-3$.
**D.** Hàm số có đúng một cực tiểu và không có cực đại.

**Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$. Tính khoảng cách $d$ từ $M(1;2;1)$ đến mặt phẳng $(P)$.

**A.** $d=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. **C.** $d=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{12}}{3}$.

**Câu 23:** Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

**A.** $(1;10)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Câu 24:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $AA'=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $AC'$ và mặt phẳng $ABC$ bằng

**A.** $30^\circ$. **B.** $45^\circ$. **C.** $90^\circ$. **D.** $60^\circ$.

**Câu 25:** Tìm số giá trị nguyên dương của tham số $m$ để phương trình $\cos 2x-4\sin x+m=0$ có nghiệm trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

**A.** $5$. **B.** $7$. **C.** $4$. **D.** $6$.

**Câu 26:** Cho hình nón có bán kính đáy $4a$, chiều cao $3a$. Tính diện tích xung quanh $S_{xq}$ của hình nón.

**A.** $S_{xq}=20\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=12\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=40\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=24\pi a^2$.


NHÓM TOÁN VD – VDC

**Câu 27:** Cho hàm số $y=(m-1)x^3-5x^2+(3+m)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

**A.** $4$. **B.** $3$. **C.** $5$. **D.** $1$.

**Câu 28:** Gọi $x_1,x_2$ là nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9}=343$. Tổng $x_1+x_2$ là

**A.** $3$. **B.** $5$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Câu 29:** Cho khối nón tròn xoay có chiều cao $h=20\,\text{cm}$, bán kính đáy $r=25\,\text{cm}$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua đỉnh của khối nón cách tâm $O$ của đáy $12\,\text{cm}$. Khi đó diện tích thiết diện cắt bởi $(P)$ với khối nón bằng

**A.** $475\ (\text{cm}^2)$. **B.** $500\ (\text{cm}^2)$. **C.** $550\ (\text{cm}^2)$. **D.** $450\ (\text{cm}^2)$.

**Câu 30:** Cho $\int_0^8 f(x)\,\text{d}x=24$. Tính $\int_0^2 f(4x)\,\text{d}x$.

**A.** $12$. **B.** $76$. **C.** $6$. **D.** $36$.

**Câu 31:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln(x+2)$.

**A.** $\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2-4}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2-4x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{4}+C$.

**C.** $\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2-4}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{2}+C$. **D.** $\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2-1}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{4}+C$.

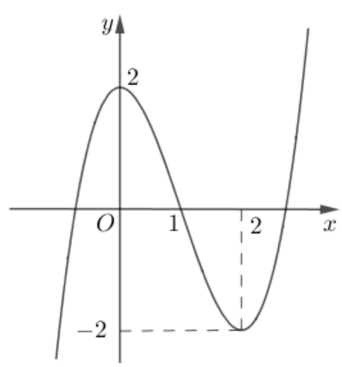
**Câu 32:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng $a$ và các góc $\widehat{BAD}$, $\widehat{DAA'}$, $\widehat{A'AB}$ đều bằng $60°$. Tính thể tích $V$ của tứ diện $ACB'D'$ theo $a$

**A.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

**Câu 33:** Trong không gian *Oxyz*, mặt phẳng $(P)$ qua điểm $M(1;2-3)$ và nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-1;-1;2)$ có phương trình là

**A.** $x+y-2z+9=0$. **B.** $x+y-2z-9=0$. **C.** $2x-y+2z-9=0$. **D.** $-x-y+2z-1=0$.

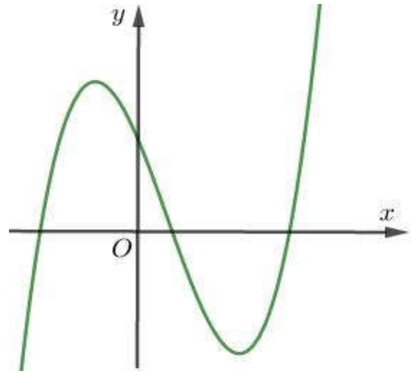
**Câu 34:** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ




Tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f(x+m)=m$ có đúng $3$ nghiệm phân biệt là

**A.** $(-2;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;1)$.

**Câu 35:** Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?




**A.** $ab < 0, bc > 0, cd > 0$. **B.** $ab < 0, bc < 0, cd > 0$.
**C.** $ab > 0, bc > 0, cd < 0$. **D.** $ab < 0, bc > 0, cd < 0$.

**Câu 36:** Hệ số của số hạng chứa $x^6$ trong khai triển đa thức của $(3-x)^{12}$ là

**A.** $3^6 C_{12}^7$. **B.** $-3^6 C_{12}^7$. **C.** $-3^6 C_{12}^6$. **D.** $3^6 C_{12}^6$.

**Câu 37:** Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z + 4 = 0$ và $(Q): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng $(R)$ đi qua điểm $M(1;1;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ là

**A.** $4x + 5y + 2z + 1 = 0$. **B.** $4x - 5y - 2z + 1 = 0$.
**C.** $4x - 5y - 2z - 1 = 0$. **D.** $4x - 5y + 2z - 1 = 0$.

**Câu 38:** Cho hàm số $y = f(x)$ có xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | \|\| | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ ↗ | | $+\infty$ \|\| $-7$ | ↗ | $3$ | ↘ | $-1$ |

Tổng số đường tiệm cậm đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $0$.

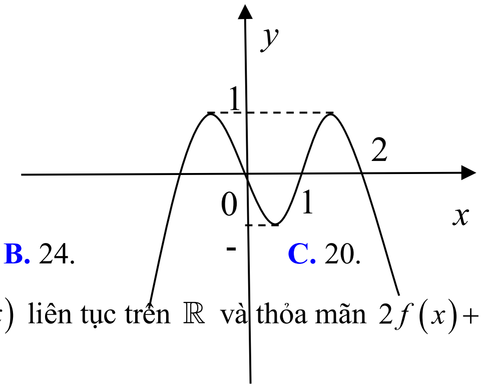
**Câu 39:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = 1 + \dfrac{2x-1}{x+1}$ là

**A.** $x = -1$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 0$.

**Câu 40:** Cho ba mặt cầu có tâm lần lượt là $O_1, O_2, O_3$ đôi một tiếp xúc ngoài với nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$ lần lượt tại $A_1, A_2, A_3$. Biết $A_1A_2 = a; A_1A_3 = a; A_2A_3 = a\sqrt{3}$. Gọi $V$ là thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh $O_1, O_2, O_3, A_1, A_2, A_3$; $V'$ là thể tích khối chóp $A_1.O_1O_2O_3$. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V'}{V}$.

**A.** $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

**Câu 41:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+d$ với $a\neq 0$ và có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $\left|f\left(f\left(x\right)\right)\right|=\log_2 m$ ( Với $m$ là tham số thực dương) có tối đa bao nhiêu nghiệm?




**A.** 18. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 16.

**Câu 42:** Cho hàm số $f\left(x\right), f\left(-x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f\left(x\right)+3f\left(-x\right)=\dfrac{1}{4+x^2}$. Tính $I=\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x$

**A.** $\dfrac{\pi}{20}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{20}$ **C.** $-\dfrac{\pi}{10}$ . **D.** $\dfrac{\pi}{10}$

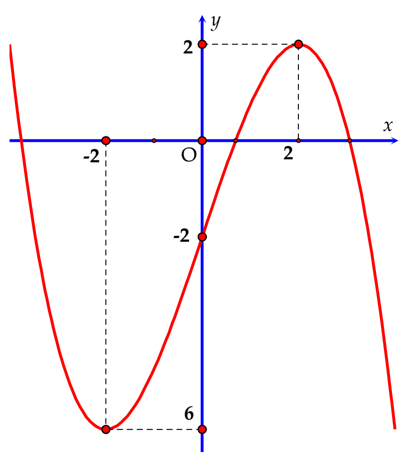
**Câu 43:** Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2021 của tham số $m$ để phương trình $\log_6\left(2020x+m\right)=\log_4\left(1010x\right)$ có nghiệm là

**A.** 2021. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2024.

**Câu 44:** Cho hai số thực $a>1$, $b>1$, biết phương trình $a^x b^{x^2-1}=1$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\left(\dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2-4\left(x_1+x_2\right)$

**A.** 4. **B.** $\sqrt[3]{4}$. **C.** $3\sqrt[3]{4}$. **D.** $3\sqrt[3]{2}$.

**Câu 45:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ có đồ thị hàm số như hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f\left(2-x\right)+3$ là




**A.** $\left(0;5\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(5;-6\right)$. **D.** $\left(5;3\right)$.

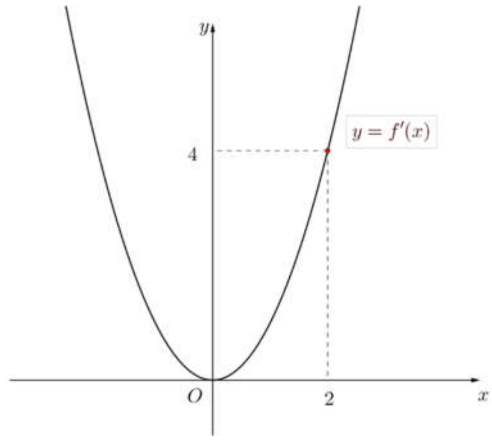
**Câu 46:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\left(1;+\infty\right)$ thỏa mãn $\left(x-1\right)f'\left(x\right)+f\left(x\right)=xe^{x+1}$ và $f\left(2\right)=e^3$. Tính $\int\limits_5^7 \dfrac{f\left(x\right)}{e^{x+1}}\mathrm{d}x$.

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

**Câu 47:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f(0)=0$, $f(2)=2$ và $|f'(x)|\le 2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng tập tất cả các giá trị của tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ là khoảng $(a;b)$, tính $b-a$

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Câu 48:** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\ne 0)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau




Gọi $S=\left[\frac{a}{16};\frac{b}{16}\right]$ (với $a,b$ là các số nguyên) là tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $g(x)=3f(x^3+x+m)+(x^3+x+m)^3-6(x^6+2x^4+2mx^3+x^2+2mx+m^2)+2020$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{2};\frac{1}{2}\right)$. Khi đó $a+b$ bằng

**A.** 32. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

**Câu 49:** Cho $x,y>0$ thỏa $2xy+\log_2(xy+x)^x=8$. Giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y$

**A.** $\frac{14\sqrt{3}-10}{7}$. **B.** $2\sqrt{3}-1$. **C.** $3\sqrt[3]{4}-1$. **D.** $4\sqrt[3]{3}-3$.

**Câu 50:** Gọi $(S)$ là mặt cầu có đường kính $AB=10$. Vẽ các tiếp tuyến $Ax,By$ với mặt cầu $(S)$ sao cho $Ax\perp By$. Gọi $M$ là điểm di động trên $Ax$, $N$ là điểm di động trên $By$ sao cho $MN$ luôn tiếp xúc với mặt cầu $(S)$. Tính giá trị của tích $AM.BN$

**A.** $AM.BN=20$. **B.** $AM.BN=100$. **C.** $AM.BN=10$. **D.** $AM.BN=50$.

**HẾT**

**TRƯỜNG THPT PHỤ DỰC**

★★★★★

**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021**

**Môn thi: TOÁN HỌC**

*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

**MÃ ĐỀ THI: 116**

## BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| C | C | D | B | B | D | B | D | C | C | B | C | D | C | A | B | A | C | B | A | A | A | D | B | A |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| A | A | B | B | C | A | D | B | A | D | D | D | B | A | B | A | A | B | C | A | A | B | A | C | D |



**Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 2\log_2(x+1)$ là

**A.** $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện $x>0$.

Phương trình đã cho $\log_2 x < 2\log_2(x+1) \Leftrightarrow \log_2 x < \log_2(x+1)^2 \Leftrightarrow x<(x+1)^2 \Leftrightarrow x^2+x+1>0$ (luôn đúng).

Kết hợp với điều kiện, ta có tập nghiệm $(0;+\infty)$.

**Câu 2:** Cho khối lập phương có thể tích bằng $27$. Độ dài cạnh của khối lập phương đã cho bằng

**A.** $3\sqrt{3}$. **B.** $9$. **C.** $3$. **D.** $\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi $a$ là cạnh của khối lập phương.

Thể tích của khối lập phương là $a^3=27 \Leftrightarrow a=3$.



**Câu 3:** Xét cấp số cộng $(u_n), n\in\mathbb{N}^*$, có $u_1=5$, $u_2=8$. Tìm số hạng $u_5$.

**A.** $u_5=-405$. **B.** $u_5=-17$. **C.** $u_5=405$. **D.** $u_5=17$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Công sai của cấp số cộng là $d=u_2-u_1=3$.

Số hạng thứ năm là $u_5=u_1+4d=5+4\cdot3=17$.

**Câu 4:** Cho $a$ là số dương khác $1$. Khi đó $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng

**A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $2$. **C.** $a$. **D.** $\sqrt{a}$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta $\log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2$ .

**Câu 5:** Nếu $\int\limits_0^2 \left[f^2(x)-3f(x)+4\right]dx = 4$ và $\int\limits_0^2 \left[f(x)-1\right]^2 dx = 14$ thì $\int\limits_0^2 f(x)dx$ bằng

**A.** $13$. **B.** $16$. **C.** $10$. **D.** $-16$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\int\limits_0^2 \left[f^2(x)-3f(x)+4\right]dx = 4 \Leftrightarrow \int\limits_0^2 \left[\left(f^2(x)-2f(x)+1\right)-f(x)+3\right]dx = 4$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^2 \left[\left(f^2(x)-2f(x)+1\right)\right]dx - \int\limits_0^2 f(x)dx + 3\int\limits_0^2 dx = 4$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^2 \left[f(x)-1\right]^2 dx - \int\limits_0^2 f(x)dx + 3x\Big|_0^2 = 4$

$\Leftrightarrow 14 - \int\limits_0^2 f(x)dx + 6 = 4$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^2 f(x)dx = 16$.

**Câu 6:** Cho $p,q$ là các số thực thỏa mãn điều kiện $\log_{16} p = \log_{20} q = \log_{25}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

**A.** $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right)$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt $t = \log_{16} p$, ta có hệ: $\begin{cases} \log_{16} p = t \\ \log_{20} q = t \\ \log_{25}(p+q) = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 16^t \\ q = 20^t \\ p+q = 25^t \end{cases} \Rightarrow 16^t + 20^t = 25^t$

$\left(\frac{4}{5}\right)^{2t} + \left(\frac{4}{5}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$ (Vì $\left(\frac{4}{5}\right)^t > 0$)

Vậy ta có: $\frac{p}{q} = \frac{16^t}{20^t} = \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{1}{2}\left(-1+\sqrt{5}\right)$.

**Câu 7:** Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-2=0$ có tâm $I$ và bán kính $R$ là

**A.** $I(1;-2;3); R = 16$. **B.** $I(-1;2;-3); R = 4$.

**C.** $I(-1;2;-3); R = 16$. **D.** $I(1;-2;3); R = 4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{(-1)^2+2^2+(-3)^2+2} = 4$.

**Câu 8:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} - 28.3^x + 9 \le 0$ là

**A.** $(-1;2)$. **B.** $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$. **C.** $\left[\frac{1}{3};9\right]$. **D.** $[-1;2]$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $3^{2x+1}-28.3^{x}+9\le 0 \Leftrightarrow 3.3^{2x}-28.3^{x}+9\le 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\le 3^{x}\le 9 \Leftrightarrow -1\le x\le 2$.

**Câu 9:** Cho hình trụ có đường cao $h=5cm$ bán kính đáy $r=3cm$. Xét mặt phẳng $(P)$ song song với trục của hình trụ và cách trục $2cm$. Tính diện tích $S$ của thiết diện hình trụ với mặt phẳng $(P)$.

**A.** $S=3\sqrt{5}\ cm^{2}$. **B.** $S=5\sqrt{5}\ cm^{2}$. **C.** $S=10\sqrt{5}\ cm^{2}$. **D.** $S=6\sqrt{5}\ cm^{2}$.

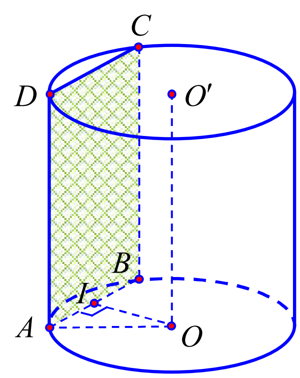
**Lời giải**

**Chọn C**

Theo giả thiết ta có $OO'=h=5cm, OA=r=3cm, OI=2cm$.

Ta có $AI=\sqrt{3^{2}-2^{2}}=\sqrt{5}\Rightarrow AB=2\sqrt{5}$.

Diện tích thiết diện là: $S_{ABCD}=AD.AB=5.2\sqrt{5}=10\sqrt{5}cm^{2}$.

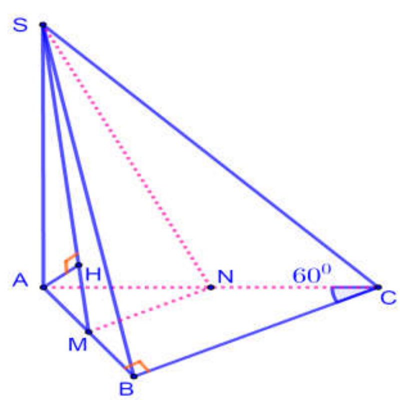



**Câu 10:** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác $ABC$ vuông tại $B$, $\widehat{ACB}=60^{\circ}$, $AC=2$, $SA\perp(ABC)$, $SA=1$. Gọi $M$ là trung điểm của $AB$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $SM$ và $BC$ bằng

**A.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C**




Xét $\Delta ABC$ có $AB=AC\sin 60^{0}=\sqrt{3}$.




NHÓM TOÁN VD – VDC

Gọi $N$ là trung điểm của $AC \Rightarrow MN//BC \Rightarrow BC//(SMN)$.

$\Rightarrow d(BC,SM) = d(BC;(SMN)) = d(B;(SMN)) = d(A;(SMN))$.

Gọi $H$ là hình chiếu của $A$ lên $SM$ thì $AH \perp (SMN)$.

Ta có $AH = \dfrac{SA.AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \dfrac{1.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \dfrac{3}{4}}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

Suy ra $d(BC,SM) = d(A;(SMN)) = AH = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$.



**Câu 11:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$ thỏa mãn $F(-3) = 1$. Tính $F(0)$.

**A.** $F(0) = \ln 2 - 1$. **B.** $F(0) = \ln 2 + 1$. **C.** $F(0) = \ln 2$. **D.** $F(0) = \ln 2 - 3$.

**Lời giải**

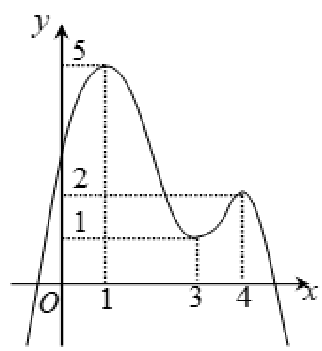
**Chọn B**

Ta có $F(x) = \int f(x)\,\mathrm{dx} = \int \dfrac{1}{x+2}\,\mathrm{dx} = \ln|x+2| + C$.

Ta có $F(-3) = 1 \Rightarrow C = 1$.

Suy ra $F(0) = \ln 2 + 1$.

**Câu 12:** Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng




**A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
**C.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $5$. **D.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có giá trị lớn nhất của hàm số bằng $5$.



**Câu 13:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

**A.** $(-1;+\infty)$ . **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

**Lời giải**

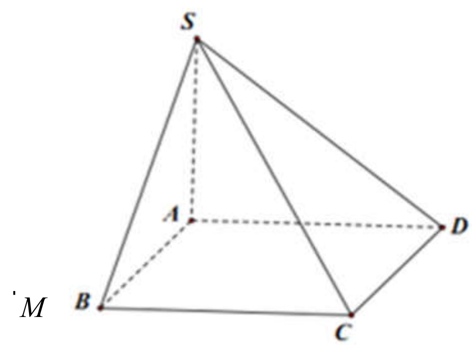
**Chọn D.**

**Câu 14:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$. Cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$. Gọi $M$ là điểm nằm trên cạnh $CD$. Tính thể tích khối $S.ABM$

**A.** $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{2a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$ . **D.** $\frac{a^3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**




Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}$ và $V_{S.ABM}=\frac{1}{3}SA.S_{ABM}$.

Trong đó $S_{ABM}=\frac{1}{2}AB.d\left(M,AB\right)=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}S_{ABCD}$.

Do vậy $V_{S.ABM}=\frac{1}{3}SA.S_{ABM}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{a^3}{6}$.

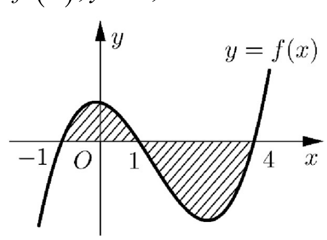
**Câu 15:** Cho hai đường thẳng $l$ và $\Delta$ song song với nhau, cách nhau một khoảng bằng $r$. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng $l$ khi quay quanh $\Delta$ là:

**A.** mặt trụ. **B.** mặt nón. **C.** mặt cầu . **D.** hình trụ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Câu 16:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi s là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right), y=0, x=-1$ và $x=4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?







NHÓM TOÁN VD – VDC

**A.** $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

**B.** $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

**C.** $S=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

**D.** $S=-\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

**Lời giải**

**Chọn B .**

Ta có: hàm số $y=f(x)\geq 0\forall x\in[-1;1]; f(x)\leq 0\forall x\in[1;4]$, nên:

$S=\int_{-1}^{1}|f(x)|\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}|f(x)|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

**Câu 17:** Một tổ có 12 học sinh trong đó có 5 em nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó 3 học sinh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng 1 em nữ.

**A.** $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{7}{22}$. **C.** $\frac{21}{44}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ tổ đó: $C_{12}^{3}$.

Số cách chọn để có đúng 1 em nữ (2 học sinh còn lại là nam): $C_7^1.C_5^2$.

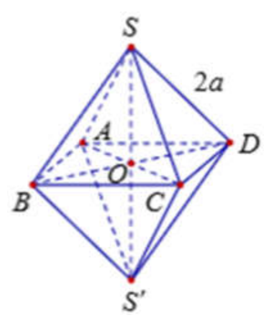
Xác suất: $\frac{C_7^1.C_5^2}{C_{12}^3}=\frac{7}{22}$.

**Câu 18:** Khối bát diện đều cạnh $2a$ có thể tích bằng

**A.** $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{16a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{16a^3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




$AO=\frac{2a\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}, SA=2a\Rightarrow SO=a\sqrt{2}$

$V=2.\frac{1}{3}.(2a)^2.a\sqrt{2}=\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$

**Câu 19:** Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{256}{3}\mathrm{m}^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là $500000$ đồng/$1\mathrm{m}^2$. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

**A.** $46$ triệu đồng. **B.** $48$ triệu đồng. **C.** $96$ triệu đồng. **D.** $47$ triệu đồng.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi chiều dài, chiều rộng, chiều cao của hình hộp chữ nhật là $a$; $b$; $h$ ($a$; $b$; $h$ dương)




NHÓM TOÁN VD – VDC

Từ gt$\Rightarrow a=2b$

Mà $V=abh=\dfrac{256}{3}\Rightarrow h=\dfrac{256}{3ab}=\dfrac{128}{3b^2}$

Tổng diện tích các mặt của bể là: $S=2ah+2bh+ab=6bh+2b^2=6b.\dfrac{128}{3b^2}+2b^2$

$$=\frac{256}{b}+2b^2=\frac{128}{b}+\frac{128}{b}+2b^2\ge 3.\sqrt[3]{\frac{128}{b}.\frac{128}{b}.2b^2}=96$$

Dấu bằng xảy ra$\Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=4 \\ h=\dfrac{8}{3} \end{cases}$

Vậy tổng diện tích các mặt của bể nhỏ nhất bằng $96\,\text{m}^2$. Khi đó chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể là $96.0,5=48$ triệu đồng.

**Câu 20:** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(3;-7;4)$ trên trục $Oy$ là điểm $H(a;b;c)$. Khi đó giá trị của $a-b+c$ bằng:

**A.** $7$. **B.** $-7$. **C.** $0$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có: Hình chiếu của điểm $M(3;-7;4)$ trên trục $Oy$ là điểm $H(0;-7;0)$

$\Rightarrow a=0;\ b=-7;\ c=0$

Vậy $a-b+c=7$.

**Câu 21:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

| x | $-\infty$ | | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y' | | + | 0 | - | \|\| | + | |
| y | $-\infty$ | $\nearrow$ | 2 | $\searrow$ | -3 | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

**B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

**C.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng $-3$.

**D.** Hàm số có đúng một cực tiểu và không có cực đại.

**Lời giải**

**Chọn A**

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$Loại **C**.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$; giá trị cực tiểu bằng $-3\Rightarrow$Loại **B** và **D**, chọn đáp án **A**.

**Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ , cho mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$. Tính khoảng cách $d$ từ $M(1;2;1)$ đến mặt phẳng $(P)$.

**A.** $d=\frac{5\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=\frac{\sqrt{15}}{3}$. **C.** $d=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{12}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có: $d=\frac{|1-2+1-5|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 23:** Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

**A.** $(1;10)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số $y=\log_2(x-1)$ xác định khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1 \Leftrightarrow x\in(1;+\infty)$

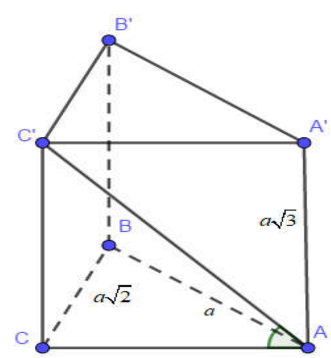
Vậy tập xác định của hàm số là: $(1;+\infty)$.

**Câu 24:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $AA'=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $AC'$ và mặt phẳng $ABC$ bằng

**A.** $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Ta có $AA'\perp(ABC)$ và $AC'\cap(ABC)=A$ suy ra $\widehat{(AC',(ABC))}=\widehat{C'AC}$

$AC=a\sqrt{3}, CC'=AA'=a\sqrt{3}$ suy ra tam giác $ACC'$ vuông cân tại $C$

suy ra $\widehat{(AC',(ABC))}=\widehat{C'AC}=45°$.

**Câu 25:** Tìm số giá trị nguyên dương của tham số $m$ để phương trình $\cos 2x-4\sin x+m=0$ có nghiệm trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

**A.** 5. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $\sin x=t$. Khi đó với $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow t\in[0;1]$.

Yêu cầu đề bài tương đương với tìm số nguyên dương $m$ sao cho $1-2t^2-4t+m=0$ có nghiệm $t\in[0;1]$.

Số nghiệm của phương trình $1-2t^2-4t+m=0$ chính là số giao điểm của $y=m, y=2t^2+4t-1$.

Ta có bảng biến thiên của $y(t)$ với $t\in[0;1]$.

| $t$ | $0$ $\quad\quad\quad\quad$ $1$ |
|---|---|
| $y'(t)$ | $+$ |
| $y(t)$ | $-1 \nearrow 6$ |

Từ đó suy ra $-1\le m\le 6$ thoả mãn yêu cầu đề bài. Hơn nữa $m$ nguyên dương nên $m=\{1;2;3;4;5\}$.

**Câu 26:** Cho hình nón có bán kính đáy $4a$, chiều cao $3a$. Tính diện tích xung quanh $S_{xq}$ của hình nón.

**A.** $S_{xq}=20\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=12\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=40\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=24\pi a^2$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ giả thiết đề bài ta tìm được đường sinh của hình nón bằng $\sqrt{(3a)^2+(4a)^2}=5a$.

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl$, trong đó $r$ là bán kính đáy, $l$ là đường sinh. Do vậy $S_{xq}=\pi.4a.5a=20\pi a^2$.

**Câu 27:** Cho hàm số $y=(m-1)x^3-5x^2+(3+m)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

**A.** $4$. **B.** $3$. **C.** $5$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị thì hàm số $y=f(x)$ phải có đúng 1 điểm cực trị dương.

Xét $f(x)=(m-1)x^3-5x^2+(3+m)x+3 \Rightarrow y'=3(m-1)x^2-10x+(3+m)$.

Lúc này, phương trình $y'=3(m-1)x^2-10x+(3+m)=0$ phải có tối đa 2 nghiệm bội lẻ, trong đó có 1 nghiệm bắt buộc dương.

Trường hợp 1: $m=1$. Khi đó $y'=-10x+4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{5}>0$, là nghiệm bội lẻ.

Suy ra, nhận giá trị $m=1$.

Trường hợp 2: $m\ne 1$. Khi đó, $y'=3(m-1)x^2-10x+(3+m)=0$ là hàm bậc 2.

Gọi $x_1,x_2\,(x_1<x_2)$ là 2 nghiệm của phương trình trên, hiển nhiên hai nghiệm này bội lẻ.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x_1 < 0 < x_2 \\ x_1 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 100 - 12(m-1)(3+m) > 0 \\ \left[\begin{array}{l} P = x_1.x_2 = \dfrac{3+m}{m-1} < 0 \\ x_1 = 0 \Rightarrow m = -3 \Rightarrow x_2 = -\dfrac{5}{6} < x_1\,(VL) \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12m^2 + 24m - 136 < 0 \\ m \in (-3;1) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in (-3;1) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \text{Có } 3 \text{ giá trị m nguyên khác } 1$$

Vậy, tồn tại 4 giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị.

**Câu 28:** Gọi $x_1, x_2$ là nghiệm của phương trình $7^{x^2-5x+9} = 343$. Tổng $x_1 + x_2$ là

**A.** $3$. **B.** $5$. **C.** $2$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $7^{x^2-5x+9} = 343 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 9 = \log_7(343) = 3$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_1 = 3 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow x_1 + x_2 = 5.$

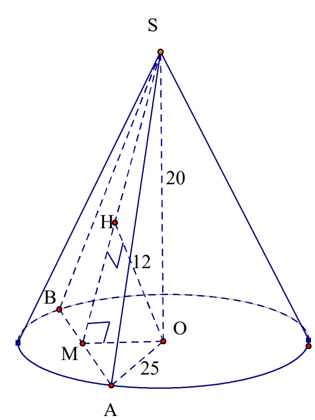
**Câu 29:** Cho khối nón tròn xoay có chiều cao $h = 20\,\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\,\text{cm}$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua đỉnh của khối nón cách tâm $O$ của đáy $12\,\text{cm}$. Khi đó diện tích thiết diện cắt bởi $(P)$ với khối nón bằng

**A.** $475\ (\text{cm}^2)$. **B.** $500\ (\text{cm}^2)$. **C.** $550\ (\text{cm}^2)$. **D.** $450\ (\text{cm}^2)$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có hình vẽ sau :




Ta có: $d(O,(\alpha)) = OH = 12$.

Diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp $(\alpha)$ là: $S_{\Delta SAB} = \dfrac{1}{2} SM.AB = SM.MA$.

Trong tam giác $SMO$ vuông tại $O$: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OM^2}\Leftrightarrow\frac{1}{12^2}=\frac{1}{20^2}+\frac{1}{OM^2}\Leftrightarrow OM=15$.

Suy ra $SM=\sqrt{SO^2+OM^2}=\sqrt{20^2+15^2}=25$.

Mặt khác ta có: $M$ là trung điểm của $AB$ và $OM\perp AB$.

Xét tam giác $MOA$ vuông tại $M$: $MA=\sqrt{OA^2-OM^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20$.

Vậy $S_{\Delta SAB}=SM.MA=25.20=500\left(\text{cm}^2\right)$.

**Câu 30:** Cho $\int\limits_0^8 f(x)\text{d}x=24$. Tính $\int\limits_0^2 f(4x)\text{d}x$.

**A.** $12$. **B.** $76$. **C.** $6$. **D.** $36$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có $\int\limits_0^2 f(4x)\text{d}x=\frac{1}{4}F(4x)\Big|_0^2=\frac{1}{4}\left(F(8)-\text{F}(0)\right)=\frac{1}{4}\int\limits_0^8 f(x)\text{d}x=6$ (với $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$).

**Câu 31:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln(x+2)$

**A.** $\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2-4}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2-4x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{4}+C$.

**C.** $\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2-4}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{2}+C$. **D.** $\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2-1}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2+4x}{4}+C$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt $\begin{cases}u=\ln(x+2)\\dv=x\text{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\text{d}u=\frac{1}{x+2}ex\\v=\frac{x^2-4}{2}\end{cases}$. Khi đó

$$\int f(x)\text{d}x=\frac{x^2-4}{2}.\ln(x+2)-\int\frac{x+2}{2}\text{d}x=\frac{x^2-4}{2}.\ln(x+2)-\frac{x^2-4x}{4}+C.$$

**Câu 32:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng $a$ và các góc $\widehat{BAD}$, $\widehat{DAA'}$, $\widehat{A'AB}$ đều bằng $60°$. Tính thể tích $V$ của tứ diện $ACB'D'$ theo $a$

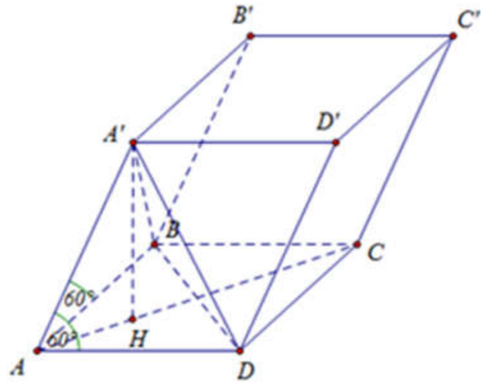
**A.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{36}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




NHÓM TOÁN VD – VDC




Ta có $\widehat{BAD} = 60°$ suy ra $\Delta ABD$ đều cạnh $a$.

Tương tự, ta chứng minh được các tam giác $A'AB$, $A'AD$ đều, cạnh $a$.

Do đó tứ diện $A'.ABD$ đều cạnh $a$. Như vậy hình chiếu vuông góc của $A'$ lên mặt đáy trùng với trọng tâm tam giác $ABD$.

Ta có $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra $V_{A'.ABD} = \dfrac{1}{3}A'H.S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Dễ thấy $V_{D'.ADC} = V_{B'.BAD} = V_{A.A'B'D'} = V_{C.B'D'C'} = V'$.

Khi đó $V = V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4V' = 6V' - 4V' = 2V' = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

**Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ qua điểm $M(1;2-3)$ và nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (-1;-1;2)$ có phương trình là

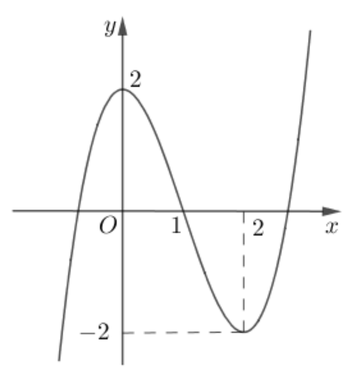
**A.** $x+y-2z+9=0$. **B.** $x+y-2z-9=0$. **C.** $2x-y+2z-9=0$. **D.** $-x-y+2z-1=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và nhận $\vec{n} = (-1;-1;2)$ làm một véctơ pháp tuyến có phương trình là $-x-y+2z+9=0 \Leftrightarrow x+y-2z-9=0$.

**Câu 34:** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ







NHÓM TOÁN VD – VDC

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $f\left(x+m\right)=m$ có đúng $3$ nghiệm phân biệt là

**A.** $\left(-2;2\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(-2;1\right)$.

**Lời giải**

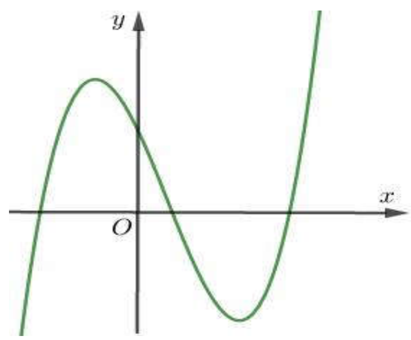
**Chọn A**

Đồ thị hàm số $y=f\left(x+m\right)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ sang trái (hoặc phải) theo phương song song với trục hoành $|m|$ đơn vị.

Suy ra phương trình $f\left(x+m\right)=m$ có đúng $3$ nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m\in\left(-2;2\right)$.



**Câu 35:** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?




**A.** $ab<0,bc>0,cd>0$. **B.** $ab<0,bc<0,cd>0$.
**C.** $ab>0,bc>0,cd<0$. **D.** $ab<0,bc>0,cd<0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Nhánh ngoài cùng bên phải của đồ thị có hướng đi lên suy ra hệ số $a>0$.
Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm phía trên trục hoành nên suy ra $d>0$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị trái dấu nên $y'=3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm trái dấu. Suy ra $3a.c<0$ mà $a>0$ suy ra $c<0$.
Nhìn vào đồ thị ta thấy hoành độ điểm cực trị bên phải trục tung có giá trị tuyệt đối lớn hơn giá trị tuyệt đối của hoành độ điểm cực trị bên trái trục tung nên suy ra $-\dfrac{2b}{3a}>0$ mà $a>0$ suy ra $b<0$. Vậy nên $ab<0,bc>0,cd<0$.



**Câu 36:** Hệ số của số hạng chứa $x^6$ trong khai triển đa thức của $\left(3-x\right)^{12}$ là

**A.** $3^6C_{12}^7$. **B.** $-3^6C_{12}^7$. **C.** $-3^6C_{12}^6$. **D.** $3^6C_{12}^6$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: $\left(3-x\right)^{12}=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k3^{12-k}\left(-1\right)^kx^k\ \left(1\right)$.

Hệ số của số hạng chứa $x^6$ trong khai triển $(1)$ là $C_{12}^k3^{12-k}(-1)^k$ ứng với $k=6$.

Vậy hệ số của số hạng chứa $x^6$ trong khai triển (1) là $3^6C_{12}^6$.

**Câu 37:** Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z+4=0$ và $(Q): 3x+2y-z+1=0$. Phương trình mặt phẳng $(R)$ đi qua điểm $M(1;1;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ là

**A.** $4x+5y+2z+1=0$. **B.** $4x-5y-2z+1=0$. **C.** $4x-5y-2z-1=0$. **D.** $4x-5y+2z-1=0$.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi $\overrightarrow{n_1}$, $\overrightarrow{n_2}$, $\overrightarrow{n_3}$ lần lượt là véctơ pháp tuyến của $(P)$, $(Q)$, $(R)$.

Theo bài ra ta có $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$, $\overrightarrow{n_2}=(3;2;-1)$

$$\begin{cases}\overrightarrow{n_3}\perp\overrightarrow{n_1}\\ \overrightarrow{n_3}\perp\overrightarrow{n_2}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{n_3}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-8;10;-4)=2(-4;5;-2)$$

Phương trình mặt phẳng $(R)$ là: $-4(x-1)+5(y-1)-2(z-1)=0 \Leftrightarrow 4x-5y+2z-1=0$.

**Câu 38:** Cho hàm số $y=f(x)$ có xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | \|\| | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $+\infty$ \|\| $-7$ | | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-1$ |

Tổng số đường tiệm cậm đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** $3$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1 \Rightarrow y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty \Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

**Câu 39:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=1+\dfrac{2x-1}{x+1}$ là

**A.** $x=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y=1+\frac{2x-1}{x+1}=\frac{3x}{x+1}.$$

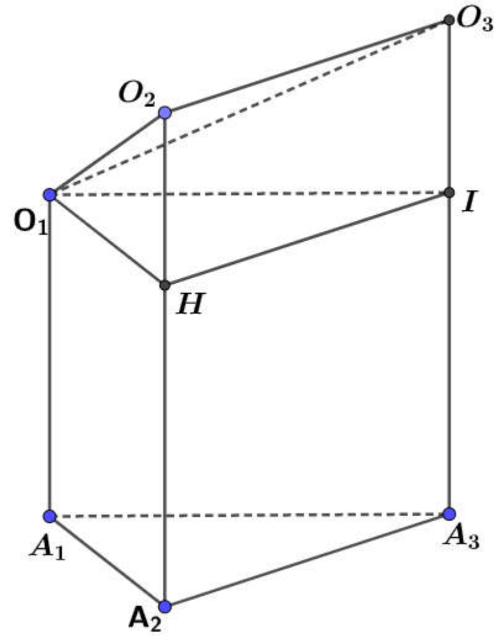
Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng $x=-1$.

**Câu 40:** Cho ba mặt cầu có tâm lần lượt là $O_1, O_2, O_3$ đôi một tiếp xúc ngoài với nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$ lần lượt tại $A_1, A_2, A_3$. Biết $A_1A_2 = a; A_1A_3 = a; A_2A_3 = a\sqrt{3}$. Gọi $V$ là thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh $O_1, O_2, O_3, A_1, A_2, A_3$; $V'$ là thể tích khối chóp $A_1.O_1O_2O_3$. Tính tỉ số thể tích $\frac{V'}{V}$.

**A.** $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn B**




Giả sử: $r_1 \le r_2 \le r_3$.

Từ $O_1$ dựng mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $O_1$ và $(\alpha)//(P)$, $(\alpha)$ cắt $A_2O_2$ và $A_3O_3$ tại $H$ và $I$.

Gọi $r_1, r_2, r_3$ lần lượt là bán kính mặt cầu tâm $O_1, O_2, O_3$.

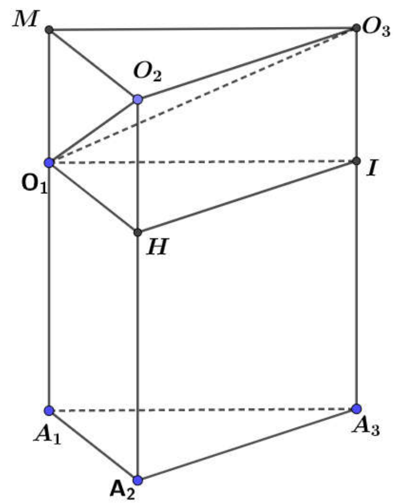
Vì các mặt cầu đôi một tiếp xúc nhau nên $\begin{cases} O_1O_2 = r_1 + r_2 \\ O_1O_3 = r_1 + r_3 \\ O_2O_3 = r_2 + r_3 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} (r_1 + r_2)^2 = O_1O_2^2 = a^2 + (r_2 - r_1)^2 \\ (r_1 + r_3)^2 = O_1O_3^2 = a^2 + (r_3 - r_1)^2 \\ (r_2 + r_3)^2 = O_2O_3^2 = 3a^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4r_1r_2 = a^2 \\ 4r_1r_3 = a^2 \end{cases} \Rightarrow r_2 = r_3 = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r_1 = \frac{a}{4}.\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$




NHÓM TOÁN VD – VDC




Dựng điểm M sao cho $A_1A_2A_3.MO_2O_3$ là lăng trụ. Đặt $V_1 = V_{A_1A_2A_3.MO_2O_3}$

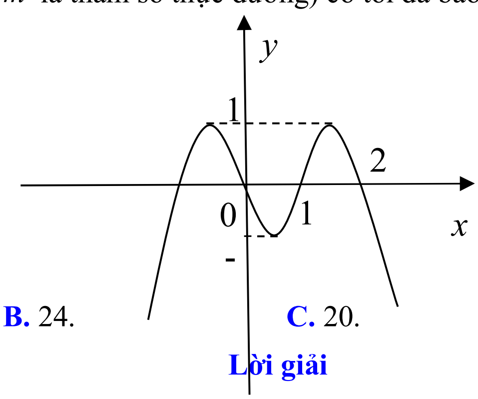
Khi đó $O_1A_1 = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}; A_1M = A_2O_2 = r_2 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \dfrac{A_1O_1}{A_1M} = \dfrac{1}{3}; \dfrac{O_1M}{A_1M} = \dfrac{2}{3}$.

Khi đó $V' = V_{A_1.O_1O_2O_3} = V_{A_1.MO_2O_3} - V_{O_1.MO_2O_3} = \dfrac{1}{3}V_1 - \dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3}V_1 = \dfrac{1}{9}V_1$

$V = V_1 - V_{O_1.MO_2O_3} = V_1 - \dfrac{2}{9}V_1 = \dfrac{7}{9}V_1$.

Do đo $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{\frac{1}{9}V_1}{\frac{7}{9}V_1} = \dfrac{1}{7}$.

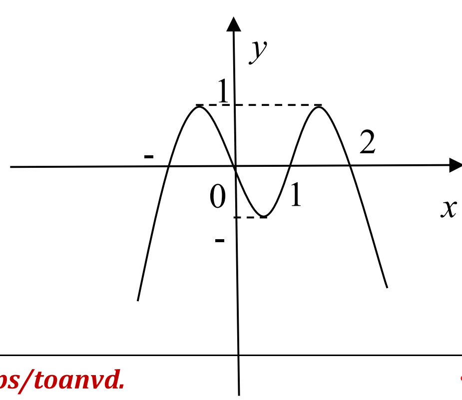
**Câu 41:** Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + d$ với $a \neq 0$ và có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $\left|f\left(f(x)\right)\right| = \log_2 m$ ( Với $m$ là tham số thực dương) có tối đa bao nhiêu nghiệm?




**A.** 18. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 16.

**Lời giải**

**Chọn A.**



Để phương trình có nghiệm thì $\log_2 m \ge 0 \Rightarrow m \ge 1$.

Khi đó, ta được phương trình: $|f(t)| = \log_2 m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(f(x)) = \log_2 m \\ f(f(x)) = -\log_2 m \end{array}\right.$

+) Vớii $m \ge 1$, Để có nghiều nghiệm nhất thì phương trình

$$f(f(x)) = \log_2 m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = t_1 \in (-1;0)\ (1) \\ f(x) = t_2 \in (-1;0)\ (2) \\ f(x) = t_3 \in (1;2)\quad (3) \\ f(x) = t_4 \in (1;2)\quad (4) \end{array}\right.$$

Pt$(1),(2)$ mỗi phương trình có 4 nghiệm

PT(3),(4) vô nghiệm.

+) Vớii $m \ge 1$, Để có nghiều nghiệm nhất thì phương trình

$$f(f(x)) = -\log_2 m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = u_1 \in (-\infty;-1)\ (5) \\ f(x) = u_2 \in (0;1)\quad (6) \\ f(x) = u_3 \in (0;1)\quad (7) \\ f(x) = u_4 \in (2;+\infty)\ (8) \end{array}\right.$$

PT$(5)$ có 2 nghiệm

Pt$(6),(7)$ mỗi phương trình có 4 nghiệm.

PT (8) vô nghiệm

Vậy phương trình dã cho có tối đa 18 nghiệm

**Câu 42:** Cho hàm số $f(x), f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \dfrac{1}{4+x^2}$. Tính

$I = \int\limits_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$

**A.** $\dfrac{\pi}{20}$. **B.** $-\dfrac{\pi}{20}$ **.C.** $-\dfrac{\pi}{10}$ . **D.** $\dfrac{\pi}{10}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $2f(x) + 3f(-x) = \dfrac{1}{4+x^2} \Rightarrow 2f(-x) + 3f(x) = \dfrac{1}{4+x^2} \Rightarrow \begin{cases} 2f(x) + 3f(-x) = \dfrac{1}{4+x^2} \\ 2f(-x) + 3f(x) = \dfrac{1}{4+x^2} \end{cases}$

$\Rightarrow f(x) = \dfrac{1}{5(x^2+4)} \Rightarrow I = \dfrac{1}{5}\int\limits_{-2}^{2} \dfrac{1}{x^2+4}dx$

Đặt $x = 2\tan t \left(-\dfrac{\pi}{2} < t < \dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \mathrm{dx} = 2(1 + \tan^2 t)dt$



NHÓM TOÁN VD – VDC

$$\Rightarrow I=\frac{1}{5}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{2\left(1+\tan^2 t\right)}{4\left(1+\tan^2 t\right)}\text{dt}=\frac{1}{5}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\text{dt}=\frac{1}{10}t\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{20}$$

**Câu 43:** Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2021 của tham số $m$ để phương trình $\log_6\left(2020x+m\right)=\log_4\left(1010x\right)$ có nghiệm là

**A.** $2021$. **B.** $2023$. **C.** $2022$. **D.** $2024$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x>0 \\ x>\dfrac{-m}{2020} \end{cases}$.

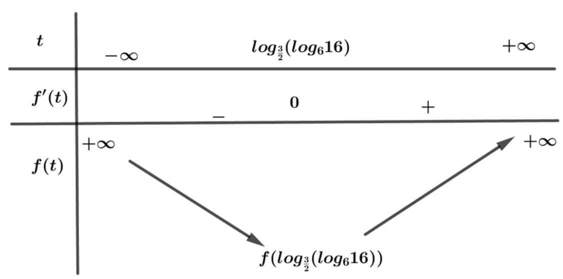
Đặt $\log_6\left(2020x+m\right)=\log_4\left(1010x\right)=t\Rightarrow\begin{cases}2020x+m=6^t\\1010x=4^t\end{cases}\Rightarrow m=6^t-2.4^t\ (1)$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=6^t-2.4^t$ với $\forall t\in\mathbb{R}$

$f'\left(t\right)=6^t.\ln 6-2.4^t.\ln 4$

$f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left(\dfrac{3}{2}\right)^t=2\dfrac{\ln 4}{\ln 6}\Leftrightarrow t=\log_{\frac{3}{2}}\left(\log_6 16\right)$.

Bảng biến thiên:




Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $\left(1\right)$có nghiệm. Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có nghiệm khi $m\ge f\left(\log_{\frac{3}{2}}\left(\log_6 16\right)\right)\Rightarrow -2\le m<2021$.

Vây có $2023$ giá trị của $m$ thỏa mãn ycbt.

**Câu 44:** Cho hai số thực $a>1$, $b>1$, biết phương trình $a^x b^{x^2-1}=1$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\left(\dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2-4\left(x_1+x_2\right)$

**A.** $4$. **B.** $\sqrt[3]{4}$. **C.** $3\sqrt[3]{4}$. **D.** $3\sqrt[3]{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $a^x b^{x^2-1}=1 \Leftrightarrow \log_b\left(a^x b^{x^2-1}\right)=\log_b 1 \Leftrightarrow x^2+x\log_b a-1=0$.

Phương trình có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ theo viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-\log_b a \\ x_1.x_2=-1 \end{cases}$.

$$S=\left(\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2-4\left(x_1+x_2\right)=\left(\log_a b\right)^2+\frac{4}{\log_a b}.$$

Đặt $\log_a b=t$, $t>0$.

$S=f\left(t\right)=t^2+\frac{4}{t}$ với $t>0$.

Ta có: $f'\left(t\right)=2t-\frac{4}{t^2}$

$f'\left(t\right)=0 \Leftrightarrow \frac{2t^3-4}{t^2}=0 \Leftrightarrow t=\sqrt[3]{2}$.

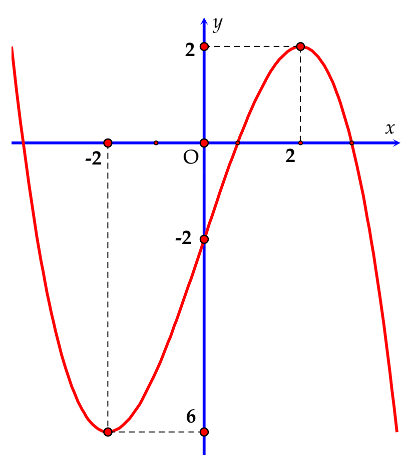
Bảng biến thiên:

| $t$ | $0$ | | $\sqrt[3]{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(t)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $3\sqrt[3]{4}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(t\right)$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ bằng $f\left(\sqrt[3]{2}\right)=3\sqrt[3]{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $S$ bằng $3\sqrt[3]{4}$.

**Câu 45:** Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ có đồ thị hàm số như hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f\left(2-x\right)+3$ là




**A.** $\left(0;5\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(5;-6\right)$. **D.** $\left(5;3\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$ và $f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>2\end{array}\right.$.

Ta có $y'=-f'(2-x)$. Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x=-2\\2-x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Giả sử $y'>0\Leftrightarrow -f'(2-x)>0\Leftrightarrow f'(2-x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x<2\\2-x>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>4\\x<0\end{array}\right.$.

Do đó ta có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $y(0)$ | $\searrow$ | $y(4)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số $y=f(2-x)+3$ đặt cực tại tại $x=0$ khi $y(0)=f(2)+3=2+3=5$.

Vậy tọa độ điểm cực đại là $(0;5)$.

**Câu 46:** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(1;+\infty)$ thỏa mãn $(x-1)f'(x)+f(x)=xe^{x+1}$ và $f(2)=e^3$. Tính $\int\limits_5^7\frac{f(x)}{e^{x+1}}dx$.

**A.** 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có $(x-1)f'(x)+f(x)=xe^{x+1}\Leftrightarrow\left[(x-1)f(x)\right]'=xe^{x+1}$

Suy ra $(x-1)f(x)=\int xe^{x+1}dx$. Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=x\Rightarrow du=dx\\dv=e^{x+1}dx\Rightarrow v=e^{x+1}\end{array}\right.$.

Ta có: $(x-1)f(x)=xe^{x+1}-\int e^{x+1}dx\Leftrightarrow(x-1)f(x)=xe^{x+1}-e^{x+1}+C$

Do $f(2)=e^3\Rightarrow e^3=e^3+C\Rightarrow C=0$.

Vậy $(x-1)f(x)=(x-1)e^{x+1},\forall x>1\Leftrightarrow f(x)=e^{x+1},\forall x>1$.

Khi đó: $\int\limits_5^7\frac{f(x)}{e^{x+1}}dx=\int\limits_5^7\frac{e^{x+1}}{e^{x+1}}dx=(x)\Big|_5^7=2$.

**Câu 47:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f(0)=0$, $f(2)=2$ và $|f'(x)|\le 2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng tập tất cả các giá trị của tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ là khoảng $(a;b)$, tính $b-a$

**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

◆ Ta có những đánh giá như sau:

$$\begin{cases} |f'(x)|\le 2 \\ |f(x)-f(2)|=\left|\int\limits_x^2 f'(t)\mathrm{d}t\right|\le\int\limits_x^2|f'(t)|\mathrm{d}t\le\int\limits_x^2 2\mathrm{d}t=2(2-x)=4-2x \\ |f(x)-f(0)|=\left|\int\limits_0^x f'(t)\mathrm{d}t\right|\le\int\limits_0^x|f'(t)|\mathrm{d}t\le\int\limits_0^x 2\mathrm{d}t=2x \end{cases}$$

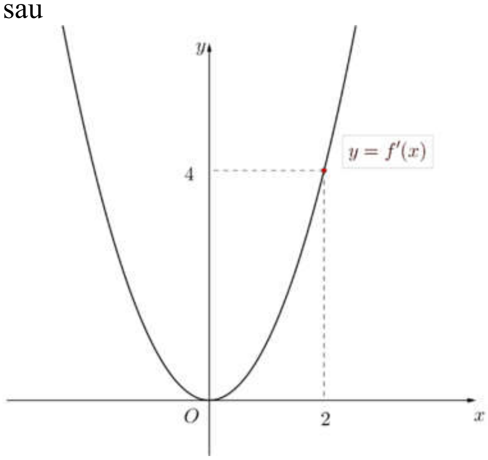
◆ Khi đó: $2-2(2-x)\le f(x)\le 2+2(2-x)$, mặt khác ta có: $-2x\le f(x)\le 2x,\forall x\in[0;2]$

◆ Suy ra: $\max\{2x-2;-2x\}\le f(x)\le\max\{2x;6-2x\},\forall x\in[0;2]$

Do đó $\int\limits_0^2\max\{2x-2;-2x\}\mathrm{d}x\le\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x\le\int\limits_0^2\max\{2x;6-2x\}\mathrm{d}x,\forall x\in[0;2]\Leftrightarrow\frac{1}{2}\le\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x\le\frac{7}{2}$

◆ Như vậy: $a=\frac{1}{2};b=\frac{7}{2}\Rightarrow b-a=\frac{7}{2}-\frac{1}{2}=3$.

**Câu 48:** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a\ne 0)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau




Gọi $S=\left[\frac{a}{16};\frac{b}{16}\right]$ (với $a,b$ là các số nguyên) là tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $g(x)=3f(x^3+x+m)+(x^3+x+m)^3-6(x^6+2x^4+2mx^3+x^2+2mx+m^2)+2020$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{-1}{2};\frac{1}{2}\right)$. Khi đó $a+b$ bằng

**A.** 32. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

**Lời giải**

**Chọn A**

◆ Xét: $g(x)=3f(x^3+x+m)+(x^3+x+m)^3-6(x^6+2x^4+2mx^3+x^2+2mx+m^2)+2020$

$g'(x)=3(3x^2+1)f'(x^3+x+m)+3(3x^2+1)(x^3+x+m)^2-36x^5-48x^3-36mx^2-12x-12m$

$=3(3x^2+1)f'(x^3+x+m)+3(3x^2+1)(x^3+x+m)^2-12m(3x^2+1)-(12x^3+12x)(3x^2+1)$

$=3(3x^2+1)\left[f'(x^3+x+m)+(x^3+x+m)^2-4(x^3+x+m)\right]$

◆Cho

$g'(x)=0\Leftrightarrow 3(3x^2+1)\left[f'(x^3+x+m)+(x^3+x+m)^2-4(x^3+x+m)\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2+1=0\\ f'(x^3+x+m)+(x^3+x+m)^2-4(x^3+x+m)=0\end{array}\right.$

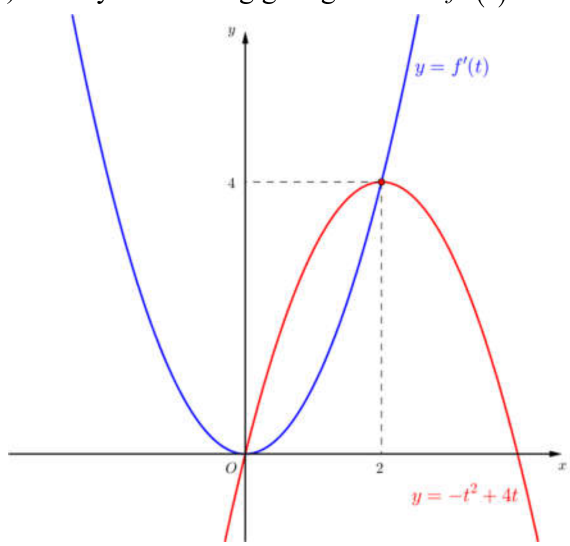
$\Leftrightarrow f'(x^3+x+m)=-(x^3+x+m)^2+4(x^3+x+m)$ (1)

◆ Đặt $t=x^3+x+m$ có $t'=3x^2+1>0\ \forall x\in\left(\frac{-1}{2};\frac{1}{2}\right)\Rightarrow t\in\left(m-\frac{5}{8};m+\frac{5}{8}\right)$ (1)

Suy ra phương trình (1) trở thành $f'(t)=-t^2+4t$ (2)

◆ Số điểm cực trị của hàm $g(x)$ cũng chính bằng số nghiệm bội lẻ của phương trình (1)

Từ phương trình (2) ta chuyển về tương giao giữa hàm $f'(t)$ và đường parabol $y=-t^2+4t$




Sau khi vẽ hai hàm $f'(t)$ và hàm $y=-t^2+4t$ cùng trên 1 hệ trục tọa độ thì ta thấy được

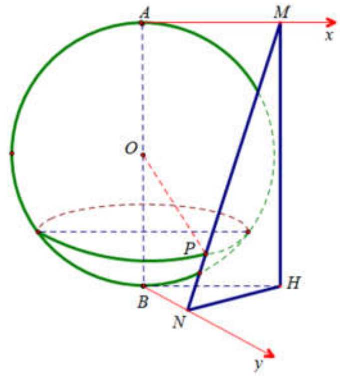
Phương trình (2) có 2 nghiệm $\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=2\end{array}\right.\Rightarrow g(x)$ có 2 điểm cực trị, ta vẽ bảng biến thiên $g(x)$

| $t$ | $-\infty$ | | 0 | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(t)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

$\Rightarrow 0\le t\le 2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases}m-\frac{5}{8}\ge 0\\ m+\frac{5}{8}\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge\frac{5}{8}\\ m\le\frac{11}{8}\end{cases}\Leftrightarrow\frac{5}{8}\le m\le\frac{11}{8}\Rightarrow\frac{10}{16}\le m\le\frac{22}{16}$


NHÓM TOÁN VD – VDC




Suy ra $a=10, b=22 \Rightarrow a+b=10+22=32$

**Câu 49:** Cho $x, y>0$ thỏa $2xy+\log_2(xy+x)^x=8$. Giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y$

**A.** $\frac{14\sqrt{3}-10}{7}$. **B.** $2\sqrt{3}-1$. **C.** $3\sqrt[3]{4}-1$. **D.** $4\sqrt[3]{3}-3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$2xy+\log_2(xy+x)^x=8 \Leftrightarrow 2xy+\log_2[x(y+1)]^x=8$

$\Leftrightarrow 2y+\log_2(y+1)=\frac{8}{x}-\log_2 x \Leftrightarrow \log_2(y+1)+2(y+1)=\frac{8}{x}+2-\log_2 x$

$\Leftrightarrow \log_2(y+1)+2(y+1)=\log_2\left(\frac{4}{x}\right)+2.\left(\frac{4}{x}\right)$

Xét hàm $y=f(t)=\log_2 t+2t$, $\forall t>0$ có $f'(t)=\frac{1}{t.\ln 2}+2>0, \forall t>0$

Suy ra hàm $f(t)$ luôn đồng biến trên $(0;+\infty)$

Do đó: $f(y+1)=f\left(\frac{4}{x}\right) \Leftrightarrow y+1=\frac{4}{x}$

Khi đó ta có: $P=x^2+y=x^2+\frac{4}{x}-1=x^2+\frac{2}{x}+\frac{2}{x}-1 \ge 3\sqrt[3]{x^2.\frac{2}{x}.\frac{2}{x}}-1=3\sqrt[3]{4}-1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y$ là $3\sqrt[3]{4}-1$ khi và chỉ khi $x^2=\frac{2}{x} \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{2}$

**Câu 50:** Gọi $(S)$ là mặt cầu có đường kính $AB=10$. Vẽ các tiếp tuyến $Ax, By$ với mặt cầu $(S)$ sao cho $Ax \perp By$. Gọi $M$ là điểm di động trên $Ax$, $N$ là điểm di động trên $By$ sao cho $MN$ luôn tiếp xúc với mặt cầu $(S)$. Tính giá trị của tích $AM.BN$

**A.** $AM.BN=20$. **B.** $AM.BN=100$. **C.** $AM.BN=10$. **D.** $AM.BN=50$.

**Lời giải**

**Chọn D**

- Ta dựng hình chữ nhật $AMHB$. Ta có: $\begin{cases} AB \perp BH \\ AB \perp BN \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BHN)$ mà $AB // MH$ nên suy ra $MH \perp (BHN)$
- Do $Ax \perp By$ nên $AM \perp BN$, mặt khác $AM // BH$ nên ta có được $BH \perp BN$




NHÓM TOÁN VD – VDC

- Giả sử $MN$ tiếp xúc với mặt cầu $(S)$ tại điểm $P \Rightarrow \begin{cases} MA = MP \\ NB = NP \end{cases}$ (1)
- Trong tam giác $\Delta MHN$ vuông tại $H$ có: $MN^2 = MH^2 + HN^2$

$\Rightarrow (MP + PN)^2 = MH^2 + HN^2 \Leftrightarrow (MP + PN)^2 = AB^2 + (HB^2 + BN^2)$ (2)

Thế (1) vào (2) ta có:

$(MA + BN)^2 = AB^2 + (AM^2 + BN^2)$

$\Leftrightarrow MA^2 + BN^2 + 2.MA.BN = AB^2 + (AM^2 + BN^2)$

$\Leftrightarrow AM.BN = \dfrac{AB^2}{2} = \dfrac{10^2}{2} = 50$

**HẾT**