

PHAN NHẬT LINH

10 ĐỀ THI HỌC KỲ I KHỐI 11 - CTST

File word cho giáo viên liên hệ Zalo: 0817.098.716



BỘ ĐỀ THI HỌC KỲ I KHỐI 10, 11, 12 NĂM HỌC 2023 - 2024

ĐỀ SỐ

01

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 2: Cho a, b là hai góc lượng giác. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$

B. $\cos(a-b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b.$

C. $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$

D. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ là

A. $x = k\pi.$

B. $x = k2\pi.$

C. $x = \frac{k\pi}{2}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}.$

Câu 4: Phương trình nào sau đây **không** là phương trình bậc hai với một hàm số lượng giác?

A. $2 + \tan^2 x = 0.$

B. $\cos^2 x - \cos 8x = 0.$

C. $\cot^2 2x - \cot 2x - 3 = 0.$

D. $\sin^2 x - \sin x = 0.$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5

A. $u_5 = \frac{1}{4}.$

B. $u_5 = \frac{7}{4}.$

C. $u_5 = \frac{17}{12}.$

D. $u_5 = \frac{71}{39}.$

Câu 6: Hãy cho biết dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số tăng, nếu biết công thức số hạng tổng quát là u_n của nó là:

A. $u_n = \frac{2}{n}.$

B. $u_n = 2n.$

C. $u_n = 2 - n.$

D. $u_n = (-2)^n.$

Câu 7: Trong các dãy số cho bởi công thức truy hồi sau, hãy chọn dãy số là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}.$

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n \end{cases}.$

C. $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}.$

D. $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_n \end{cases}.$

Câu 8: Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = -3$. Số hạng thứ 11 của cấp số cộng đó là:

A. 32.

B. 30.

C. -31.

D. -28.

Câu 9: Phương trình $\cot(4x - 20^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ có họ nghiệm là

A. $x = 30^\circ + k45^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = 20^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}.$



C. $x = 35^0 + k90^0, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = 20^0 + k45^0, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10: Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\lim \left(\frac{2}{3} \right)^n = 0$. B. $\lim \frac{4}{(\sqrt{3})^n} = 0$. C. $\lim \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^n = 0$. D. $\lim \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^n = 0$.

Câu 11: Cho $\lim u_n = -\infty$ và $\lim v_n = -5$, khi đó $\lim u_n \cdot v_n$ bằng

A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 5. D. -5.

Câu 12: Cho $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$. Kết quả của giới hạn trên là

A. 3. B. 2. C. 1. D. 2.

Câu 13: $A = \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 18x^2 + 2)$ có giới hạn hữu hạn là

A. -62. B. -15. C. 62. D. 15.

Câu 14: Chọn khẳng định **sai**.

A. Hàm số đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm của khoảng đó.

Câu 15: Tính $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 1}$ bằng

A. 3. B. -1. C. 1. D. -3.

Câu 16: Giá trị của $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3n^2 + 2}{2n^4 - 4n^3 + 1}$ bằng

A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$, khi đó hàm số liên tục trên khoảng

A. $(-\infty; 5)$. B. $(-3; 10)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 18: Phương trình $\sin(2x+1) = \cos(2-x)$ có họ nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 2 + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 3 + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 3 + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.



Câu 19: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. -1 . C. 0 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 20: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 4$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 1 . B. -1 . C. 5 . D. -2 .

Câu 21: Trên mặt phẳng (P) ta lấy hai điểm A và B phân biệt. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB \in (P)$. B. $A \subset (P)$. C. $B \notin (P)$. D. $AB \subset (P)$.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AD // BC)$. Gọi H là trung điểm AB . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SHD) và (SAC) là:

- A. SI (I là giao điểm của HD và AC).
B. SK (K là giao điểm của AB và CD).
C. SO (O là giao điểm của AC và BD).
D. SA .

Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.
B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.
C. Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng không có điểm chung.
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 24: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Qua hai điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua ba điểm phân biệt bất kỳ có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua ba điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua bốn điểm phân biệt bất kỳ có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng qua S và song song với AD .
B. Đường thẳng qua S và song song với CD .
C. Đường thẳng SO .
D. Đường thẳng qua S và cắt AB .

Câu 26: Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) . Chọn phương án **đúng**?

- A. Nếu a song song với mặt phẳng (α) thì a song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (α) .
B. a song song với mặt phẳng (α) khi và chỉ khi a và (α) không có điểm chung.



C. Nếu a song song với mặt phẳng (α) thì mọi mặt phẳng chứa a đều song song với mặt phẳng (α) .

D. Nếu a song song với một đường thẳng song song với mặt phẳng (α) thì a song song với mặt phẳng (α) .

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm CD , N là điểm thuộc đoạn SM sao cho $NS = 3NM$. Điểm P thuộc đoạn AM sao cho NP song song với mặt phẳng (SAB) . Tỉ số $\frac{MP}{MA}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Những khẳng định nào sau đây **đúng**?

(1) $MN \parallel (BCD)$.

(2) $MN \parallel (ACD)$.

(3) $MN \parallel (ABD)$.

A. Chỉ có (1) đúng.

B. (2) và (3).

C. (1) và (2).

D. (1) và (3).

Câu 29: Cho hình chóp có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E, I, K lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD . Mặt phẳng nào sau đây song song với (SAD)

A. (EIK) .

B. (OEI) .

C. (KOE) .

D. (BEK) .

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

B. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

C. Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.

D. Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.

Câu 31: Tỉ giá giữa đồng tiền mỗi nước với đồng Đô la Mỹ (USD) là một chỉ số quan trọng của kinh tế. Một nhà kinh doanh đã theo dõi trong 25 ngày liên tiếp tỉ giá giữa đồng EUR (đồng tiền chung của nhiều quốc gia trong Liên minh châu Âu) và đồng USD vào đầu giờ làm việc mỗi ngày. Do sự biến động tỉ giá giữa hai ngày liên nhau thường không nhiều nên nhà kinh doanh đó đã ghép nhóm số liệu thu được và biểu diễn qua bảng.

Tỉ giá EUR/USD	[1;1,04)	[1,04;1,08)	[1,08;1,12)	[1,12;1,16)	[1,16;1,2)
Tần số	6	4	5	7	3

Tính tỉ giá trung bình của đồng EUR/USD trong 25 ngày mà nhà kinh doanh theo dõi.

A. 1,1152.

B. 1,1052.

C. 1,0952.

D. 1,0852.



Câu 32: Khảo sát thời gian (phút) tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	8

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $\frac{290}{9}$. B. $\frac{500}{9}$. C. $\frac{710}{9}$. D. $\frac{175}{6}$.

Câu 33: Một bưu tá thống kê lại số bưu phẩm gửi đến một cơ quan mỗi ngày trong tháng 6/2022 trong bảng sau:

Số bưu phẩm	[20; 24]	[25; 29]	[30; 34]	[35; 39]	[40; 44]
Số ngày	4	6	10	6	4

Số trung bình của mẫu số liệu là

- A. 30. B. 31. C. 30. D. 32.

Câu 34: Diện tích các tỉnh và thành phố khu vực Nam Bộ được thống kê ở bảng sau:

Tỉnh/Thành phố	Diện tích (km ²)	Tỉnh/Thành phố	Diện tích (km ²)
Bình Phước	6877	Vĩnh Long	1526
Tây Ninh	4041	Đồng Tháp	3384
Bình Dương	2695	An Giang	3537
Đồng Nai	5864	Kiên Giang	6349
Bà Rịa Vũng Tàu	1981	Cần Thơ	1439
TPHCM	2061	Hậu Giang	1622
Long An	4495	Sóc Trăng	3312
Tiền Giang	2511	Bạc Liêu	2669
Bến Tre	2395	Cà Mau	5221
Trà Vinh	2358		

(Nguồn: Tổng cục thống kê)

Chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với 4 nhóm có độ dài bằng nhau và nhóm đầu tiên là $[1000; 2500)$. Khi đó, số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 3207,89. B. 3307,89. C. 3507,89. D. 3407,89.

Câu 35: Thời gian (phút) xem tivi mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[6,5;9,5)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)	[24,5;27,5)
Số học sinh	2	3	12	15	24	2	2

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 18,1. B. 15,1. C. 21,1. D. 15.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $(\sqrt{3}+1)\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x + (\sqrt{3}-1)\cos^2 x = 0$.

Câu 2: (1,0 điểm) Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tìm số hàng cây được trồng là

Câu 3: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ \frac{ax}{12} & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là bình hành. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC , SD và AB ; K là một điểm nằm trên đoạn SP sao cho $SK = 3KP$. Xác định thiết diện cắt khối chóp bởi mặt phẳng (MNK) .

-----HẾT-----



BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.C	4.B	5.B	6.B	7.B	8.D	9.D	10.C
11.B	12.A	13.A	14.B	15.A	16.C	17.D	18.B	19.A	20.B
21.D	22.A	23.C	24.C	25.B	26.B	27.D	28.C	29.C	30.A
31.C	32.A	33.D	34.D	35.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}.$

Lời giải

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 2: Cho a, b là hai góc lượng giác. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$

B. $\cos(a-b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b.$

C. $\tan(a-b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}.$

D. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$

Lời giải

Theo công thức cộng ta có $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 0$ là

A. $x = k\pi.$

B. $x = k2\pi.$

C. $x = \frac{k\pi}{2}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}.$

Lời giải

Ta có: $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$

Câu 4: Phương trình nào sau đây **không** là phương trình bậc hai với một hàm số lượng giác?

A. $2 + \tan^2 x = 0.$

B. $\cos^2 x - \cos 8x = 0.$

C. $\cot^2 2x - \cot 2x - 3 = 0.$

D. $\sin^2 x - \sin x = 0.$

Lời giải

Phương trình $\cos^2 x - \cos 8x = 0$ không có dạng $at^2 + bt + c = 0$ trong đó a, b, c là các hằng số ($a \neq 0$) và t là một trong các hàm số lượng giác.



Câu 5: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5

A. $u_5 = \frac{1}{4}$.

B. $u_5 = \frac{7}{4}$.

C. $u_5 = \frac{17}{12}$.

D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Lời giải

Ta có $u_5 = \frac{2 \cdot 5^2 - 1}{5^2 + 3} = \frac{7}{4}$.

Câu 6: Hãy cho biết dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy số tăng, nếu biết công thức số hạng tổng quát là u_n của nó là:

A. $u_n = \frac{2}{n}$.

B. $u_n = 2n$.

C. $u_n = 2 - n$.

D. $u_n = (-2)^n$.

Lời giải

Xét dãy số $(u_n): u_n = 2n$.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 2n = 2 > 0 \forall n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n \forall n \in \mathbb{N}$.

Vậy dãy số là dãy tăng.

A: dãy giảm.

C: dãy giảm.

D: dãy không tăng không giảm.

Câu 7: Trong các dãy số cho bởi công thức truy hồi sau, hãy chọn dãy số là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_n \end{cases}$.

Lời giải

Do $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -2$ (không đổi) nên dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n \end{cases}$ là một cấp số nhân.

Câu 8: Cho (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = -3$. Số hạng thứ 11 của cấp số cộng đó là:

A. 32.

B. 30.

C. -31.

D. -28.

Lời giải

Ta có: $u_{11} = u_1 + 10d = -28$.

Câu 9: Phương trình $\cot(4x - 20^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ có họ nghiệm là

A. $x = 30^\circ + k45^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = 20^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = 35^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = 20^\circ + k45^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có: $\cot(4x - 20^\circ) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 4x - 20^\circ = 60^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow 4x = 80^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 20^\circ + k45^\circ, k \in \mathbb{Z}$.



Câu 10: Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$. B. $\lim \frac{4}{(\sqrt{3})^n} = 0$. C. $\lim \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^n = 0$. D. $\lim \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n = 0$.

Lời giải

Ta có: $\left|\frac{2}{\sqrt{3}}\right| > 1 \Rightarrow \lim \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^n = +\infty$.

Câu 11: Cho $\lim u_n = -\infty$ và $\lim v_n = -5$, khi đó $\lim u_n \cdot v_n$ bằng

A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 5. D. -5.

Lời giải

Vì $\lim u_n = -\infty$ và $\lim v_n = -5$ nên $\lim u_n \cdot v_n = +\infty$.

Câu 12: Cho $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$. Kết quả của giới hạn trên là

A. 3. B. 2. C. 1. D. 2.

Lời giải

Ta có $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 1+2 = 3$.

Câu 13: $A = \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 18x^2 + 2)$ có giới hạn hữu hạn là

A. -62. B. -15. C. 62. D. 15.

Lời giải

$A = \lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 18x^2 + 2) = \lim_{x \rightarrow 2} x^3 - \lim_{x \rightarrow 2} 18x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} 2 = 2^3 - 18 \cdot 2^2 + 2 = -62$.

Câu 14: Chọn khẳng định **sai**.

A. Hàm số đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm của khoảng đó.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và

$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Câu 15: Tính $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 1}$ bằng

A. 3. B. -1. C. 1. D. -3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-5)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-5}{x-1} = \frac{-1-5}{-1-1} = 3$.



Câu 16: Giá trị của $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3n^2 + 2}{2n^4 - 4n^3 + 1}$ bằng

A. $+\infty$.B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3n^2 + 2}{2n^4 - 4n^3 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} - \frac{3}{n^2} + \frac{2}{n^4}}{2 - \frac{4}{n} + \frac{1}{n^4}} = 0$$

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$, khi đó hàm số liên tục trên khoảng

A. $(-\infty; 5)$.B. $(-3; 10)$.C. $(-1; +\infty)$.D. $(4; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$. Vậy hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$.

Câu 18: Phương trình $\sin(2x+1) = \cos(2-x)$ có họ nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 2 + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 3 + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 3 + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin(2x+1) = \cos(2-x) \Leftrightarrow \sin(2x+1) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2 + x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 = \frac{\pi}{2} - 2 + x + k2\pi \\ 2x+1 = \pi - \frac{\pi}{2} + 2 - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 3 + k2\pi \\ 3x = \frac{\pi}{2} + 1 + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} - 3 + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Xác định a để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. -1.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Hàm số } y = f(x) \text{ liên tục tại điểm } x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$$



$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = a \Leftrightarrow a = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

Câu 20: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = 4$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 5.

D. -2.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$ nên để tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = 4$ thì

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + ax + b) = 0 \Leftrightarrow 1 + a + b = 0 \Leftrightarrow b = -1 - a.$$

$$\text{Khi đó } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + a(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1+a)(x-1)}{x-1} = 2 + a$$

$$\Rightarrow 2 + a = 4 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow b = -3. \text{ Vậy } a + b = -1.$$

Câu 21: Trên mặt phẳng (P) ta lấy hai điểm A và B phân biệt. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AB \in (P)$.B. $A \subset (P)$.C. $B \notin (P)$.D. $AB \subset (P)$.

Lời giải

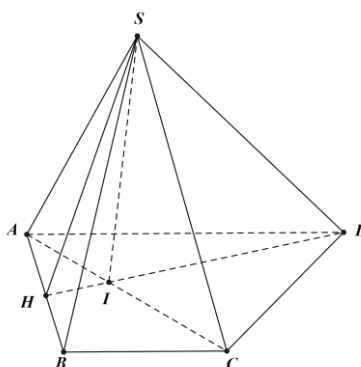
Chọn $AB \subset (P)$.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AD // BC)$. Gọi H là trung điểm AB .

Giao tuyến của hai mặt phẳng (SHD) và (SAC) là:

A. SI (I là giao điểm của HD và AC).B. SK (K là giao điểm của AB và CD).C. SO (O là giao điểm của AC và BD).D. SA .

Lời giải



Ta thấy S là điểm chung thứ nhất của (SHD) và (SAC) .

Gọi I là giao điểm của AC và HD nên $I \in AC$, $I \in HD$ do đó I là điểm chung thứ hai (SHD) và (SAC) .

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SHD) và (SAC) là SI .



Câu 23: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.
- B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.
- C. Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng không có điểm chung.
- D. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Lời giải

Phương án **A, B, D** đúng (định lí 1, định lí 2, định lí 3).

Phương án **C** sai (Hai đường thẳng chéo nhau không có điểm chung nhưng không song song).

Câu 24: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Qua hai điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
- B. Qua ba điểm phân biệt bất kỳ có duy nhất một mặt phẳng.
- C. Qua ba điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
- D. Qua bốn điểm phân biệt bất kỳ có duy nhất một mặt phẳng.

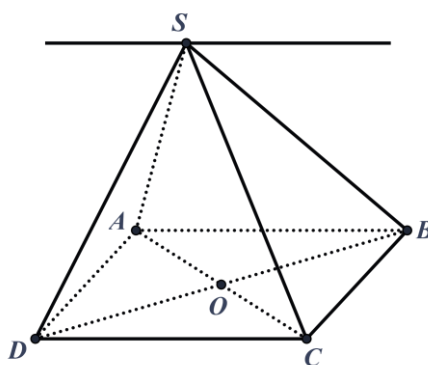
Lời giải

Dựa vào cách xác định một mặt phẳng thì “Qua ba điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng”.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

- A. Đường thẳng qua S và song song với AD .
- B. Đường thẳng qua S và song song với CD .
- C. Đường thẳng SO .
- D. Đường thẳng qua S và cắt AB .

Lời giải



Do hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có điểm chung là S và có chứa hai đường thẳng song song là AB và CD nên giao tuyến của chúng là đường thẳng đi qua điểm S và song song với CD .

Câu 26: Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) . Chọn phương án **đúng**?

- A. Nếu a song song với mặt phẳng (α) thì a song song với mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (α) .
- B. a song song với mặt phẳng (α) khi và chỉ khi a và (α) không có điểm chung.



C. Nếu a song song với mặt phẳng (α) thì mọi mặt phẳng chứa a đều song song với mặt phẳng (α) .

D. Nếu a song song với một đường thẳng song song với mặt phẳng (α) thì a song song với mặt phẳng (α) .

Lời giải

Theo định nghĩa đường thẳng song song với mặt phẳng: đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) khi và chỉ khi a và (α) không có điểm chung.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm CD , N là điểm thuộc đoạn SM sao cho $NS = 3NM$. Điểm P thuộc đoạn AM sao cho NP song song với mặt phẳng (SAB) . Tỉ số $\frac{MP}{MA}$ bằng

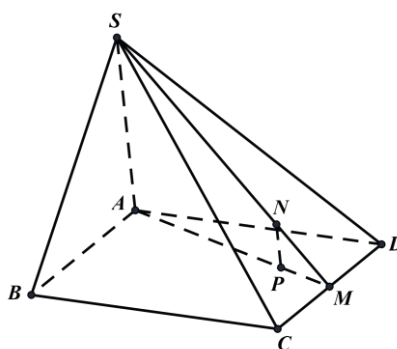
A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải



Do NP song song với mặt phẳng (SAB) nên mặt phẳng (SAM) chứa NP cắt (SAB) theo giao tuyến là SA thì NP song song SA . Theo định lý Thales ta có $\frac{MP}{MA} = \frac{MN}{MS} = \frac{1}{4}$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD . Những khẳng định nào sau đây **đúng**?

1) $MN \parallel (BCD)$

2) $MN \parallel (ACD)$

3) $MN \parallel (ABD)$

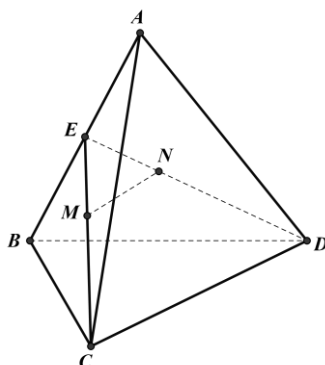
A. Chỉ có (1) đúng.

B. (2) và (3).

C. (1) và (2).

D. (1) và (3).

Lời giải



Gọi E là trung điểm của AB , M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD nên

$$\frac{EM}{EC} = \frac{EN}{ED} = \frac{1}{3}$$

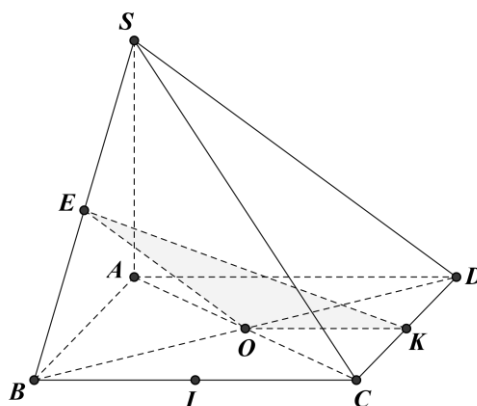
Theo định lý Ta-lét suy ra $MN \parallel CD$ mà $CD \subset (BCD); CD \subset (ACD)$

Vậy $MN \parallel (BCD); MN \parallel (ACD)$

Câu 29: Cho hình chóp có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E, I, K lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD . Mặt phẳng nào sau đây song song với (SAD)

- A. (EIK) . B. (OEI) . C. (KOE) . D. (BEK) .

Lời giải



Ta có: $ABCD$ là hình bình hành tâm O nên O là trung điểm của AC và BD .

Kết hợp giả thiết ta có:

$OK \parallel AD$ (do OK là đường trung bình của $\triangle ACD$) nên $OK \parallel (SAD)$.

$OE \parallel SD$ (do OE là đường trung bình của $\triangle SBD$) nên $OE \parallel (SAD)$.

Và $OE \cap OK = \{O\}$ nên suy ra $(KOE) \parallel (SAD)$.

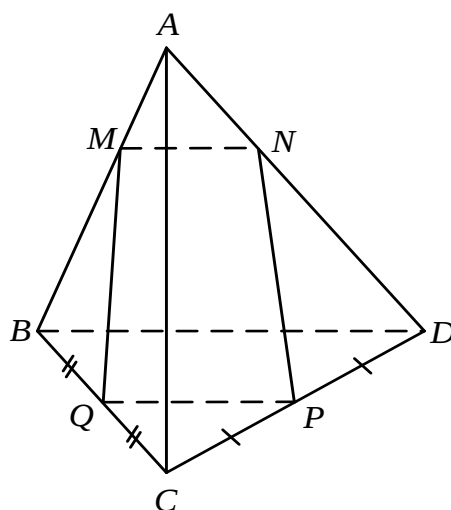
Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}. \text{ Gọi } P, Q \text{ lần lượt là trung điểm các cạnh } CD, CB. \text{ Mệnh đề nào sau đây đúng?}$$

- A. Tứ giác $MNPQ$ là hình thang.
B. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
C. Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.

D. Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.

Lời giải



Xét tam giác ABD có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \parallel BD ; MN = \frac{1}{3}BD$ (Định lý Talet)

Xét tam giác BCD có PQ là đường trung bình của tam giác $\Rightarrow PQ \parallel BD ; PQ = \frac{1}{2}BD$.

Ta có $MN \neq PQ$ và $PQ \parallel MN \Rightarrow MNPQ$ là hình thang.

Câu 31: Tỷ giá giữa đồng tiền mỗi nước với đồng Đô la Mỹ (USD) là một chỉ số quan trọng của kinh tế. Một nhà kinh doanh đã theo dõi trong 25 ngày liên tiếp tỷ giá giữa đồng EUR (đồng tiền chung của nhiều quốc gia trong Liên minh châu Âu) và đồng USD vào đầu giờ làm việc mỗi ngày. Do sự biến động tỷ giá giữa hai ngày liên nhau thường không nhiều nên nhà kinh doanh đó đã ghép nhóm số liệu thu được và biểu diễn qua bảng.

Tỷ giá EUR/USD	$[1;1,04)$	$[1,04;1,08)$	$[1,08;1,12)$	$[1,12;1,16)$	$[1,16;1,2)$
Tần số	6	4	5	7	3

Tính tỷ giá trung bình của đồng EUR/USD trong 25 ngày mà nhà kinh doanh theo dõi.

A. 1,1152.

B. 1,1052.

C. 1,0952.

D. 1,0852.

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu cho trong bảng là

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 1,02 + 4 \cdot 1,06 + 5 \cdot 1,1 + 7 \cdot 1,14 + 3 \cdot 1,18}{25} \approx 1,0952.$$

Câu 32: Khảo sát thời gian (phút) tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	8

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $\frac{290}{9}$.

B. $\frac{500}{9}$.

C. $\frac{710}{9}$.

D. $\frac{175}{6}$.

**Lời giải**

Cỡ mẫu: $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất: $[20; 40)$. Suy ra: $u_m = 20$ và $u_{m+1} = 40$.

Ta có $n_m = 9$, $C = 5$.

Vậy tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 20 + \frac{\frac{42}{4} - 5}{9} \cdot (40 - 20) = \frac{290}{9}$.

Câu 33: Một bưu tá thống kê lại số bưu phẩm gửi đến một cơ quan mỗi ngày trong tháng 6/2022 trong bảng sau:

Số bưu phẩm	[20; 24]	[25; 29]	[30; 34]	[35; 39]	[40; 44]
Số ngày	4	6	10	6	4

Số trung bình của mẫu số liệu là

A. 30.

B. 31.

C. 30.

D. 32.

Lời giải

Do số bưu phẩm là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại

Số bưu phẩm	[19,5; 24,5)	[24,5; 29,5)	[29,5; 34,5)	[34,5; 39,5)	[39,5; 44,5)
Giá trị đại diện	22	27	32	37	42
Số ngày	4	6	10	6	4

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = \frac{4.22 + 6.27 + 10.32 + 6.37 + 4.42}{30} = 32$.

Câu 34: Diện tích các tỉnh và thành phố khu vực Nam Bộ được thống kê ở bảng sau:

Tỉnh/Thành phố	Diện tích (km ²)	Tỉnh/Thành phố	Diện tích (km ²)
Bình Phước	6877	Vĩnh Long	1526
Tây Ninh	4041	Đồng Tháp	3384
Bình Dương	2695	An Giang	3537
Đồng Nai	5864	Kiên Giang	6349
Bà Rịa Vũng Tàu	1981	Cần Thơ	1439
TPHCM	2061	Hậu Giang	1622
Long An	4495	Sóc Trăng	3312
Tiền Giang	2511	Bạc Liêu	2669
Bến Tre	2395	Cà Mau	5221
Trà Vinh	2358		

(Nguồn: Tổng cục thống kê)



Chuyển mẫu số liệu trên sang dạng ghép nhóm với 4 nhóm có độ dài bằng nhau và nhóm đầu tiên là $[1000; 2500)$. Khi đó, số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 3207,89. B. 3307,89. C. 3507,89. D. 3407,89.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm bao gồm giá trị đại diện của các nhóm như sau

Diện tích (km ²)	[1 000; 2 500)	[2 500; 4 000)	[4 000; 5 500)	[5 500; 7 000)
Giá trị đại diện	1 750	3 250	4 750	6 250
Số tỉnh/ thành phố	7	6	3	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = \frac{7.1750 + 6.3250 + 3.4750 + 3.6250}{19} \approx 3407,89$.

Câu 35: Thời gian (phút) xem tivi mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[6,5;9,5)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)	[24,5;27,5)
Số học sinh	2	3	12	15	24	2	2

Số trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 18,1. B. 15,1. C. 21,1. D. 15.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 2 + 3 + 12 + 15 + 24 + 2 + 2 = 60$.

Nhóm chứa trung vị: $[15,5;18,5)$. Suy ra: $u_m = 15,5$ và $u_{m+1} = 18,5$.

Tần số của nhóm chứa trung vị: $n_m = 15$.

$C = n_1 + n_2 + n_3 = 2 + 3 + 12 = 17$.

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_e = 15,5 + \frac{\frac{60}{2} - 17}{15} \cdot (18,5 - 15,5) = 18,1$.

-----HẾT-----

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 5: (0,5 điểm) Giải phương trình $(\sqrt{3}+1)\sin^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x + (\sqrt{3}-1)\cos^2 x = 0$.

Lời giải

Trường hợp 1: $\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x = 1$. Trường hợp này không thỏa mãn phương trình.

Trường hợp 2: $\cos x \neq 0$, chia cả hai vế của phương trình cho $\cos^2 x$ ta được:

$$(\sqrt{3}+1)\tan^2 x - 2\sqrt{3}\tan x + \sqrt{3}-1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = 2-\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$.

Câu 6: (1,0 điểm) Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Tìm số hàng cây được trồng là

Lời giải

Gọi số cây ở hàng thứ n là u_n .

Ta có: $u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots$ và $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 3003$.

Nhận xét dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

$$\text{Khi đó } S = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 3003.$$

$$\text{Suy ra } \frac{n[2 \cdot 1 + (n-1)1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n(n+1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$$

(vì $n \in \mathbb{N}$).

Câu 7: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ \frac{ax}{12} & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục trên tập xác định.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Khi $x > 4$, hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4}$ xác định nên nó liên tục trên khoảng $(4; +\infty)$.

Khi $x < 4$, hàm số $f(x) = \frac{ax}{12}$ xác định nên nó liên tục trên khoảng $(-\infty; 4)$.

Do đó, hàm số đã cho liên tục trên tập xác định $\mathbb{R}$ thì hàm số liên tục tại $x = 4$.

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4^+} \left(\frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \left[\frac{x-4}{(x-4)(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 4^+} \left(\frac{1}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5}} \right) = \frac{1}{6} \end{aligned}$$



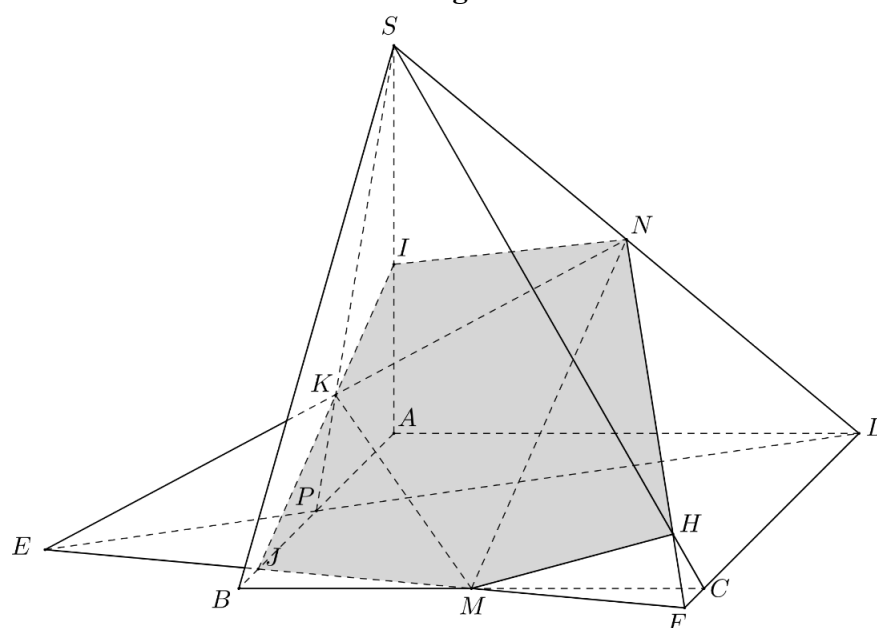
$$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{ax}{12} = \frac{a}{3} = f(4)$$

$$\text{Hàm số đã cho liên tục tại } x = 4 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4) \Leftrightarrow \frac{a}{3} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}.$$

Vậy $a = \frac{1}{2}$ thì hàm số liên tục trên tập xác định.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, SD và AB ; K là một điểm nằm trên đoạn SP sao cho $SK = 3KP$. Xác định thiết diện cắt khối chóp bởi mặt phẳng (MNK) .

Lời giải



Trong mặt phẳng (SPD) , gọi $E = NK \cap DP$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $\begin{cases} J = EM \cap AB \\ F = EM \cap CD \end{cases}$.

Trong mặt phẳng (SCD) , gọi $H = NF \cap SC$.

Trong mặt phẳng (SAB) , gọi $I = JK \cap SA$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} (MNK) \cap (ABCD) = JM \\ (MNK) \cap (SBC) = MH \\ (MNK) \cap (SCD) = HN \\ (MNK) \cap (SAD) = NI \\ (MNK) \cap (SAB) = IJ \end{cases}.$$

Vậy thiết diện cắt chóp bởi mặt phẳng (MNK) là ngũ giác $MHNKIJ$.

ĐỀ SỐ 02**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST**

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**Câu 1:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 2: Cho $\sin \alpha = -\frac{3}{4}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, giá trị của biểu thức $P = 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} + 3\cos^2 \frac{\alpha}{2}$ bằng

A. $\frac{12 - \sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{20 - \sqrt{7}}{8}$.

C. $\frac{20 + \sqrt{7}}{8}$.

D. $\frac{12 + \sqrt{7}}{4}$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin 4x = 0$ với mọi số $k \in \mathbb{Z}$ là

A. $x = \frac{k\pi}{4}$.

B. $x = \frac{k\pi}{2}$.

C. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$.

D. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n^2 - 2n - 1$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số đó?

A. $u_5 = 64$.

B. $u_5 = 62$.

C. $u_5 = -1$.

D. $u_5 = 84$.

Câu 5: Dãy số (u_n) nào sau đây có dạng khai triển là $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \dots$?

A. $u_n = \frac{1}{n+3}$.

B. $u_n = \frac{1}{n+2}$.

C. $u_n = \frac{1}{n+1}$.

D. $u_n = \frac{1}{n}$.

Câu 6: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = (-1)^n n$.

B. $u_n = n^2$.

C. $u_n = \frac{n}{3^n}$.

D. $u_n = 2^n$.

Câu 7: Xác định x để 3 số $x-2$; $x+1$; $3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân?

A. Không có giá trị nào của x .

B. $x = \pm 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -3$.

Câu 8: Hàm số $y = 1 + \sin^2 \frac{x}{2}$ có chu kỳ là

A. $T = \frac{\pi}{2}$.

B. $T = 2\pi$.

C. $T = \pi$.

D. $T = 4\pi$.

Câu 9: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 1$.

B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0, q > 1$.

C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1^n = 0$.

D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0, |q| < 1$.



Câu 10: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) sao cho $\lim u_n = a, \lim v_n = b$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\lim(u_n + v_n) = a + b$.

B. $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$.

C. $\lim(c \cdot u_n) = c \cdot a$ (c là hằng số).

D. $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.

Câu 11: Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn là 2?

A. (u_n) với $u_n = n + 2$.

B. (u_n) với $u_n = \frac{4n-1}{2n+3}$.

C. (u_n) với $u_n = \frac{2n-3}{1-n}$.

D. (u_n) với $u_n = \frac{1}{n^2}$.

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{2x - 1}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. -1.

Câu 13: Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. 3.

Câu 14: Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = L$ ($L, M \in \mathbb{R}$). Chọn đáp án **sai**

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$.

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K , $x_0 \in K$. Khi đó, hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = f(x_0)$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = f(x_0)$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x_0) = f(x)$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Câu 16: Để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{6} = 4b \Leftrightarrow a = 24b$. Giới hạn của hàm số

$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4x + 2)$ bằng

A. -2.

B. 4.

C. -2.

D. -1.

Câu 17: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$ thì a bằng bao nhiêu.

A. $a = 2$.

B. $a = 0$.

C. $a = -2$.

D. $a = -1$.

Câu 18: Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 5x^2 + 4b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

A. $a = 8b$

B. $a = 24b$

C. $a = b$

D. $a = 12b$

Câu 19: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.

B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.



D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 20: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

Câu 21: Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (β) .

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC ; Q là một điểm nằm trên cạnh AD thỏa mãn $AQ = 2QD$ và P là giao điểm của CD với mặt phẳng (MNQ) . Các cặp đường thẳng nào song song với nhau:

- A. MN và PQ . B. MQ và NP . C. MQ và BD . D. NP và BD .

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm các $\Delta SAB; \Delta SCD$. Khi đó MN song song với mặt phẳng

- A. (SAC) . B. (SBD) . C. (SAB) . D. $(ABCD)$.

Câu 24: Cho các đường thẳng không song song với phương chiều. khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
B. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
C. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng chéo nhau.
D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Câu 25: Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Phép chiếu song song biến trung điểm của đoạn thẳng thành trung điểm của đoạn thẳng hình chiếu.
B. Phép chiếu song song biến trọng tâm tam giác thành trọng tâm tam giác hình chiếu.
C. Phép chiếu song song có thể biến trọng tâm tam giác thành một điểm không phải là trọng tâm tam giác hình chiếu.
D. Phép chiếu song song biến tâm của hình bình hành thành tâm của hình bình hành hình chiếu.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có đáy lớn là AD . Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC) là

- A. SI với I là giao điểm của BM và AC . B. SJ với J là giao điểm của AM và BC .
C. SO với O là giao điểm của AC và BD . D. SP với P là giao điểm của AB và CD .

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là 2 điểm bất kì trên cạnh CD và CB . Gọi (P) là mặt phẳng chứa MN và song song với SC . Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là

- A. một hình tam giác. B. một hình tứ giác.
C. một hình ngũ giác. D. một hình lục giác.



Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SCD) . C. $(ABCD)$. D. (SAB) .

Câu 29: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$. B. OO' và BB' cùng nằm trong một mặt phẳng.
C. $OO' \parallel (ADD'A')$. D. OO' là đường trung bình của hình bình hành $ADC'B'$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' , $\Delta = (AMN) \cap (A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\Delta \parallel AB$. B. $\Delta \parallel AC$. C. $\Delta \parallel BC$. D. $\Delta \parallel AA'$.

Câu 31: Đo chiều cao của các học sinh trong lớp 10A1, người ta thu được bảng sau

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[141;146]	6	15.0
[147;152]	4	10.0
[153;158]	2	5.0
[159;164]	6	15.0
[165;170]	10	25.0
[171;176]	12	30.0
	N = 40	

Hãy tính số trung bình và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

- A. $\bar{x} = 166; M_e = 162$. B. $\bar{x} = 162,4; M_e = 166$. C. $\bar{x} = 168; M_e = 162$.
D. $\bar{x} = 148; M_e = 166$.

Câu 32: Điểm thi toán giữa học kì 1 của lớp 12A7 của trường THPT X lập được bảng phân bố tần số ghép lớp như sau

Lớp điểm thi	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]	Cộng
Tần số	3	3	12	28	4	50

Số trung bình cộng của bảng phân bố ở trên gần nhất với số nào sau đây

- A. 8. B. 6. C. 7. D. 5.

Câu 33: Khảo sát chiều cao của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

- A. 160. B. 152,25. C. 153,18. D. 170.

Câu 34: Số tiền điện phải trả (đơn vị nghìn đồng) của 50 hộ gia đình trong khu phố A được thống kê trong bảng sau:

Lớp	[375;450)	[450;525)	[525;600)	[600;675)	[675;750)	[750;825)
Tần số	6	15	10	6	9	4

Trog các giá trị dưới đây, giá trị nào gần nhất với giá trị trung bình của bảng số liệu trên?



A. 576.

B. 575,5.

C. 576,5.

D. 577.

Câu 35: Số liệu thống kê 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm 20). Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu thống kê.

A. 2,01.

B. 1,89.

C. 1,98.

D. 1,99.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sin^3 x - \sin 2x - \sin x - \cos x + \cos^3 x = 0$.

Câu 2: (1,0 điểm) Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh X là 1,4%. Biết rằng dân số tỉnh X hiện nay là 1,8 triệu người. Hỏi với mức tăng như vậy thì sau 10 năm nữa dân số tỉnh X là bao nhiêu người?

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - b}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ ax - 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm a, b để hàm số $f(x)$ liên tục tại

$x = 2$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh $AB = 6$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của CD, BM, AN . Tính diện tích thiết diện của mặt phẳng (PCD) và tứ diện $ABCD$.

-----HẾT-----



BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.A	5.C	6.D	7.A	8.B	9.D	10.D
11.B	12.D	13.B	14.D	15.D	16.D	17.C	18.B	19.C	20.C
21.B	22.A	23.D	24.D	25.C	26.A	27.C	28.A	29.B	30.C
31.B	32.B	33.C	34.A	35.D					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{\cos x - 1}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: Cho $\sin \alpha = -\frac{3}{4}$; $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, giá trị của biểu thức $P = 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} + 3\cos^2 \frac{\alpha}{2}$ bằng

A. $\frac{12 - \sqrt{7}}{4}$.

B. $\frac{20 - \sqrt{7}}{8}$.

C. $\frac{20 + \sqrt{7}}{8}$.

D. $\frac{12 + \sqrt{7}}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\sin \alpha = -\frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Do $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \cos \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

$$P = 2\sin^2 \frac{\alpha}{2} + 3\cos^2 \frac{\alpha}{2} = 2\left(\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}\right) + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 2 + \frac{1 + \cos \alpha}{2} = \frac{20 + \sqrt{7}}{8}.$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin 4x = 0$ với mọi số $k \in \mathbb{Z}$ là

A. $x = \frac{k\pi}{4}$.

B. $x = \frac{k\pi}{2}$.

C. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$.

D. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có $\sin 4x = 0 \Leftrightarrow 4x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4}$ (với mọi $k \in \mathbb{Z}$).

Câu 4: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 3n^2 - 2n - 1$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số đó?

A. $u_5 = 64$.

B. $u_5 = 62$.

C. $u_5 = -1$.

D. $u_5 = 84$.

Lời giải

Ta có $u_5 = 3 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5 - 1 = 64$.

Câu 5: Dãy số (u_n) nào sau đây có dạng khai triển là $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}; \dots$?

A. $u_n = \frac{1}{n+3}$.

B. $u_n = \frac{1}{n+2}$.

C. $u_n = \frac{1}{n+1}$.

D. $u_n = \frac{1}{n}$.

**Lời giải**

Vì $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}; \frac{1}{3} = \frac{1}{2+1}; \frac{1}{4} = \frac{1}{3+1}; \frac{1}{5} = \frac{1}{4+1}; \frac{1}{6} = \frac{1}{5+1}, \dots$ nên $u_n = \frac{1}{n+1}$.

Câu 6: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = (-1)^n n$. B. $u_n = n^2$. C. $u_n = \frac{n}{3^n}$. D. $u_n = 2^n$.

Lời giải

Xét đáp án A. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{(n+1)}{n} \Rightarrow u_n = (-1)^n \cdot n$ không phải cấp số nhân.

Xét đáp án B. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow u_n = n^2$ không phải cấp số nhân.

Xét đáp án C. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow u_n = \frac{n}{3^n}$ không phải cấp số nhân.

Xét đáp án D. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Leftrightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow u_n = 2^n$ là cấp số nhân.

Câu 7: Xác định x để 3 số $x-2$; $x+1$; $3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân?

- A. Không có giá trị nào của x . B. $x = \pm 1$.
C. $x = 2$. D. $x = -3$.

Lời giải

Vì 3 số theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên ta có:

$$(x+1)^2 = (x-2)(3-x) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 7 = 0 \text{ (vô nghiệm)}.$$

Vậy không có giá trị nào của x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 8: Hàm số $y = 1 + \sin^2 \frac{x}{2}$ có chu kỳ là

- A. $T = \frac{\pi}{2}$. B. $T = 2\pi$. C. $T = \pi$. D. $T = 4\pi$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } y = 1 + \sin^2 \frac{x}{2} = 1 + \frac{1 - \cos x}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cos x.$$

Do đó hàm số có chu kỳ là: $T = 2\pi$.

Câu 9: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 1$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0, q > 1$.
C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 1^n = 0$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0, |q| < 1$.

Lời giải

Dựa vào một số giới hạn đặc biệt:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0; \lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0; |q| < 1 \text{ ta có khẳng định D là đúng.}$$

Câu 10: Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) sao cho $\lim u_n = a, \lim v_n = b$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\lim(u_n + v_n) = a + b$. B. $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$.



C. $\lim(c.u_n) = c.a$ (c là hằng số).

D. $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.

Lời giải

Ta có: $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ khi $b \neq 0$

Câu 11: Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn là 2?

A. (u_n) với $u_n = n + 2$.

B. (u_n) với $u_n = \frac{4n-1}{2n+3}$.

C. (u_n) với $u_n = \frac{2n-3}{1-n}$.

D. (u_n) với $u_n = \frac{1}{n^2}$.

Lời giải

Xét (u_n) với $u_n = \frac{4n-1}{2n+3}$. Ta có: $\lim u_n = \lim \frac{4n-1}{2n+3} = \lim \frac{4 - \frac{1}{n}}{2 + \frac{3}{n}} = \frac{4-0}{2+0} = 2$.

Câu 12: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{2x-1}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. -1.

Lời giải

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x\left(2-\frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{2-\frac{1}{x}} = \frac{-\sqrt{4}}{2} = -1.$$

Câu 13: Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3$

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. 3.

Lời giảiDo 3 là số nguyên dương nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$.**Câu 14:** Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ ($L, M \in \mathbb{R}$). Chọn đáp án sai

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$.

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x).g(x)] = L.M$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ (nếu $M \neq 0$).

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K , $x_0 \in K$. Khi đó, hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = f(x_0)$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = f(x_0)$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x_0) = f(x)$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên K , $x_0 \in K$. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Câu 16: Để hàm số liên tục tại $x = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{6} = 4b \Leftrightarrow a = 24b$. Giới hạn của hàm số

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4x + 2) \text{ bằng}$$

- A. -2. B. 4. C. -2. D. -1.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4x + 2) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2) - \lim_{x \rightarrow 1} (4x) + 2 = 1^2 - 4 \lim_{x \rightarrow 1} x + 2 = 1 - 4 \cdot 1 + 2 = -1$$

Câu 17: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$ thì a bằng bao nhiêu.

- A. $a = 2$. B. $a = 0$. C. $a = -2$. D. $a = -1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3 \Leftrightarrow (-2)^2 - 2a(-2) + 3 + a^2 = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2.$$

Câu 18: Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 5x^2 + 4b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

- A. $a = 8b$ B. $a = 24b$ C. $a = b$ D. $a = 12b$

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax+1-1}{3x(\sqrt{ax+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{3(\sqrt{ax+1}+1)} = \frac{a}{6}$$

$$\text{Mà } f(0) = 4b$$

Câu 19: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
B. Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
C. Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.
D. Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.

Lời giải

Xét đáp án A sai. Qua 2 điểm phân biệt, tạo được 1 đường thẳng, khi đó chưa đủ điều kiện để lập một mặt phẳng xác định. Có vô số mặt phẳng đi qua 2 điểm đã cho.

Xét đáp án B sai. Trong trường hợp 3 điểm phân biệt thẳng hàng thì chỉ tạo được đường thẳng, khi đó có vô số mặt phẳng đi qua 3 điểm phân biệt thẳng hàng.

Xét đáp án D sai. Trong trường hợp 4 điểm phân biệt thẳng hàng thì có vô số mặt phẳng đi qua 4 điểm đó hoặc trong trường hợp 4 điểm mặt phẳng không đồng phẳng thì sẽ tạo không tạo được mặt phẳng nào đi qua cả 4 điểm.

Câu 20: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

**Lời giải**

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

Câu 21: Cho hai mặt phẳng song song (α) và (β) , đường thẳng $a \parallel (\alpha)$. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (β) .

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

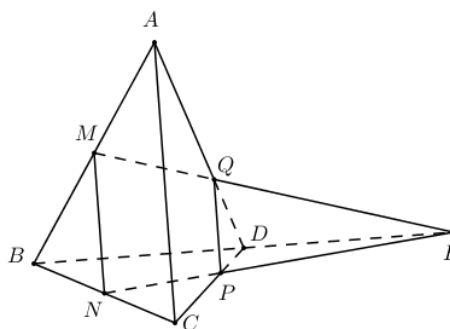
Lời giải

Trong không gian, giữa đường thẳng và mặt phẳng có 3 vị trí tương đối: đường thẳng cắt mặt phẳng, đường thẳng song song với mặt phẳng, đường thẳng nằm trên mặt phẳng.

$a \parallel (\alpha)$ mà $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a$ và (β) không thể cắt nhau.

Vậy còn 2 vị trí tương đối của a và (β) .

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC ; Q là một điểm nằm trên cạnh AD thỏa mãn $AQ = 2QD$ và P là giao điểm của CD với mặt phẳng (MNQ) . Các cặp đường thẳng nào song song với nhau:

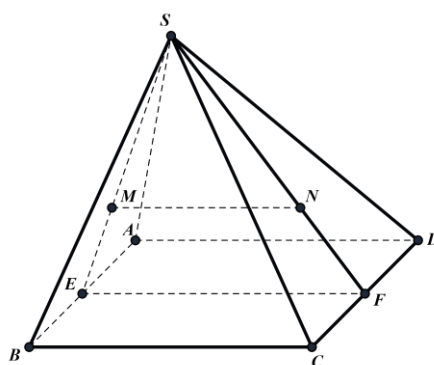
A. MN và PQ .B. MQ và NP .C. MQ và BD .D. NP và BD .**Lời giải**

Trong $mp(ABD)$ gọi $E = BD \cap MQ$. Suy ra $P = NE \cap CD$.

Ba mặt phẳng $(ABC), (ACD)$ và (MNQ) lần lượt cắt nhau theo các giao tuyến AC, MN và PQ . Vì $MN \parallel AC$ (tính chất đường trung bình của tam giác), nên $PQ \parallel MN \parallel AC$ (theo định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng).

Ba mặt phẳng $(ABD), (CBD)$ và (MNQ) lần lượt cắt nhau theo các giao tuyến BD, MQ và NP , các giao tuyến này đồng quy tại E .

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm các $\triangle SAB; \triangle SCD$. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC) .B. (SBD) .C. (SAB) .D. $(ABCD)$.**Lời giải**



Gọi E và Q lần lượt là trung điểm AB và CD .

Do $M; N$ là trọng tâm tam giác $SAB; SCD$ nên S, M, E thẳng hàng; S, N, F thẳng hàng.

Xét $\triangle SEF$ có: $\frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} = \frac{SN}{SF}$ nên theo định lý Ta – let suy ra: $MN // EF$.

Mà $EF \subset (ABCD)$ nên $MN // (ABCD)$.

- Câu 24:** Cho các đường thẳng không song song với phương chiếu. khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
 - B. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng cắt nhau.
 - C. Phép chiếu song song có thể biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng chéo nhau.
 - D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Lời giải.

Chọn D

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

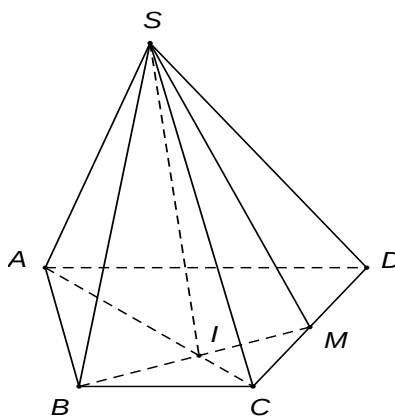
- Câu 25:** Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. Phép chiếu song song biến trung điểm của đoạn thẳng thành trung điểm của đoạn thẳng hình chiếu.
 - B. Phép chiếu song song biến trọng tâm tam giác thành trọng tâm tam giác hình chiếu.
 - C. Phép chiếu song song có thể biến trọng tâm tam giác thành một điểm không phải là trọng tâm tam giác hình chiếu.
 - D. Phép chiếu song song biến tâm của hình bình hành thành tâm của hình bình hành hình chiếu.

Lời giải.

Phương án C sai vì phép chiếu song song bảo toàn tỉ lệ các đoạn thẳng cùng nằm trên một đoạn thẳng.

- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có đáy lớn là AD . Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC) là
- A. SI với I là giao điểm của BM và AC .
 - B. SJ với J là giao điểm của AM và BC .
 - C. SO với O là giao điểm của AC và BD .
 - D. SP với P là giao điểm của AB và CD .

Lời giải.



$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SBM) \\ S \in (SAC) \end{cases} \Rightarrow S \in (SBM) \cap (SAC) \quad (1).$$



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $I = BM \cap AC$

$$\Rightarrow \begin{cases} I \in BM, BM \subset (SBM) \\ I \in AC, AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow I \in (SBM) \cap (SAC) \quad (2).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow (SBM) \cap (SAC) = SI$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là 2 điểm bất kì trên cạnh CD và CB . Gọi (P) là mặt phẳng chứa MN và song song với SC . Khi đó thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là

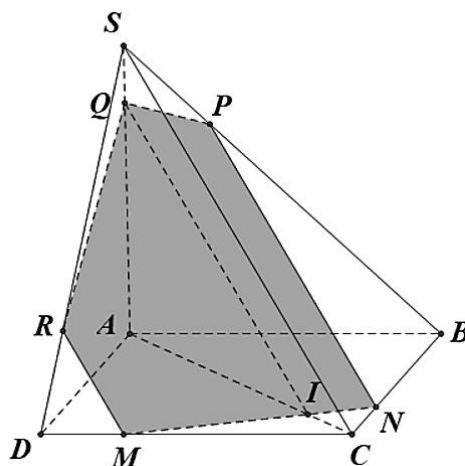
A. một hình tam giác.

B. một hình tứ giác.

C. một hình ngũ giác.

D. một hình lục giác.

Lời giải



Gọi $I = MN \cap AC$.

Từ M, I, N kẻ các đường thẳng song song với SC cắt SD, SA, SB lần lượt tại R, Q, P .

Thiết diện là ngũ giác $MNPQR$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

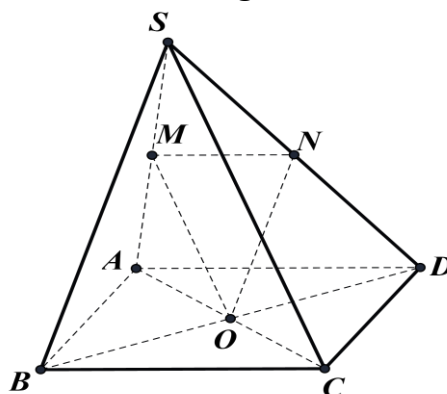
A. (SBC) .

B. (SCD) .

C. $(ABCD)$.

D. (SAB) .

Lời giải



Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm AC, BD .

Do đó: $MO \parallel SC \Rightarrow MO \parallel (SBC)$ và $NO \parallel SB \Rightarrow NO \parallel (SBC)$

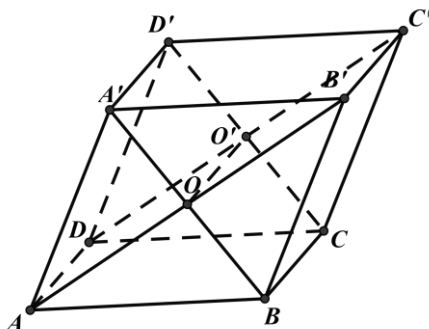
Suy ra: $(OMN) \parallel (SBC)$.



Câu 29: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

- A. $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$.
 B. OO' và BB' cùng nằm trong một mặt phẳng.
 C. $OO' // (ADD'A')$.
 D. OO' là đường trung bình của hình bình hành $ADC'B'$.

Lời giải.



Ta có: $ADC'B'$ là hình bình hành có OO' là đường trung bình nên $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$ do vậy đáp án **A, D** đúng.

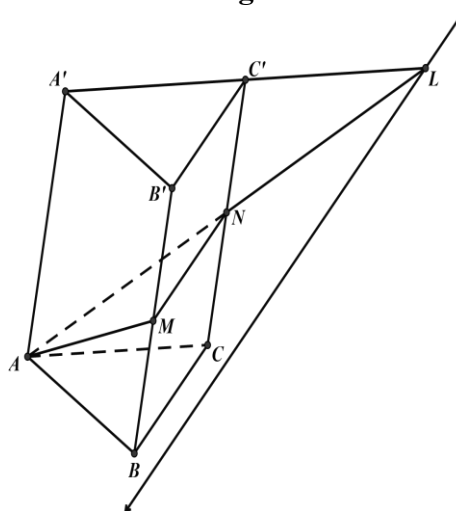
Mà $OO' // AD$ nên $OO' // (ADD'A')$ do vậy đáp án **C** đúng.

Ba điểm O, B, B' cùng thuộc mặt phẳng $(ABB'A')$ nhưng điểm $O' \notin (ABB'A')$ vì vậy đáp án **B** sai.

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC' , $\Delta = (AMN) \cap (A'B'C')$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $\Delta // AB$. B. $\Delta // AC$. C. $\Delta // BC$. D. $\Delta // AA'$.

Lời giải.



Trong $mp(ACC'A')$ gọi $\{L\} = AN \cap A'C' \Rightarrow \begin{cases} L \in (A'B'C') \\ L \in (AMN) \end{cases} \Rightarrow L \in \Delta$

MN là đường trung bình trong hình bình hành $BCC'B'$ nên $MN // BC // B'C'$

Ta có : $\begin{cases} (AMN) \cap (A'B'C') = \Delta \\ MN \subset (AMN); B'C' \subset (A'B'C') \end{cases}$ suy ra Δ đi qua L và $\Delta // BC$.
 $MN // B'C'; L \in \Delta$



Câu 31: Đo chiều cao của các học sinh trong lớp 10A1, người ta thu được bảng sau

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[141;146]	6	15.0
[147;152]	4	10.0
[153;158]	2	5.0
[159;164]	6	15.0
[165;170]	10	25.0
[171;176]	12	30.0
	N = 40	

Hãy tính số trung bình và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

A. $\bar{x} = 166; M_e = 162.$

B. $\bar{x} = 162,4; M_e = 166.$

C. $\bar{x} = 168; M_e = 162.$

D. $\bar{x} = 148; M_e = 166.$

Lời giải

Ta có: Bảng số liệu ghép nhóm sau

Lớp	[141;146]	[147;152]	[153;158]	[159;164]	[165;170]	[171;176]
Tần số	6	4	2	6	10	12
Giá trị đại diện	143,5	149,5	155,5	161,5	167,5	173,5

Số trung bình của mẫu số liệu trên là:

$$\bar{x} = \frac{6.143,5 + 4.149,5 + 2.155,5 + 6.161,5 + 10.167,5 + 12.173,5}{40} = 162,4$$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{40}$ là chiều cao của các học sinh lớp 12A1 xếp theo thứ tự không giảm. Do

$x_1, x_2, \dots, x_6 \in [141;146]$; $x_7, x_8, x_9, x_{10} \in [147;152]$; $x_{11}, x_{12} \in [153;158]$;
 $x_{13}, x_{14}, \dots, x_{18} \in [159;164]$; $x_{19}, x_{20}, \dots, x_{28} \in [165;170]$; $x_{29}, x_{30}, \dots, x_{40} \in [171;176]$ nên trung vị

của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{20} + x_{21})$ sẽ thuộc nhóm [165;170]

Vậy trung vị của mẫu số liệu trên là

$$M_e = 165 + \frac{\frac{40}{2} - (6 + 4 + 2 + 6)}{10} \cdot (170 - 165) = 166$$

Câu 32: Điểm thi toán giữa học kì 1 của lớp 12A7 của trường THPT X lập được bảng phân bố tần số ghép lớp như sau

Lớp điểm thi	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]	Cộng
Tần số	3	3	12	28	4	50

Số trung bình cộng của bảng phân bố ở trên gần nhất với số nào sau đây

A. 8.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

$$c_1 = 1, c_2 = 3, c_3 = 5, c_4 = 7, c_5 = 9$$

$$\bar{x} = \frac{n_1 c_1 + n_2 c_2 + n_3 c_3 + n_4 c_4 + n_5 c_5}{n} = \frac{3.1 + 3.3 + 12.5 + 28.7 + 4.9}{50} = 6,08.$$

Câu 33: Khảo sát chiều cao của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

- A. 160. B. 152,25. C. 153,18. D. 170.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm [150;155).

Ta có $j = 2; a_2 = 150; m_2 = 14; m_1 = 7; m_3 = 10; h = 5$.

$$\text{Do đó } M_0 = 150 + \frac{14 - 7}{(14 - 7) + (14 - 10)} \cdot 5 \approx 153,18.$$

Câu 34: Số tiền điện phải trả (đơn vị nghìn đồng) của 50 hộ gia đình trong khu phố A được thống kê trong bảng sau:

Lớp	[375;450)	[450;525)	[525;600)	[600;675)	[675;750)	[750;825)
Tần số	6	15	10	6	9	4

Trog các giá trị dưới đây, giá trị nào gần nhất với giá trị trung bình của bảng số liệu trên?

- A. 576. B. 575,5. C. 576,5. D. 577.

Lời giải

Lớp	[375;450)	[450;525)	[525;600)	[600;675)	[675;750)	[750;825)
Tần số	6	15	10	6	9	4
Giá trị đại diện	412,5	487,5	562,5	637,5	712,5	787,5

$$x_{TB} = \frac{412,5 \cdot 6 + 487,5 \cdot 15 + 562,5 \cdot 10 + 637,5 \cdot 6 + 712,5 \cdot 9 + 787,5 \cdot 4}{50} = 576.$$

Câu 35: Số liệu thống kê 100 học sinh tham gia kì thi học sinh giỏi toán (thang điểm 20). Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Tính độ lệch chuẩn của bảng số liệu thống kê.

- A. 2,01. B. 1,89. C. 1,98. D. 1,99.

Lời giải

Điểm số trung bình của các học sinh tham gia thi học sinh giỏi là

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 9 + 1 \cdot 10 + 3 \cdot 11 + 5 \cdot 12 + 8 \cdot 13 + 13 \cdot 14 + 19 \cdot 15 + 24 \cdot 16 + 14 \cdot 17 + 10 \cdot 18 + 2 \cdot 19}{100} = 15,23.$$

Phương sai của số liệu thống kê là

$$S_x^2 = \frac{(\bar{x} - 9)^2 + (\bar{x} - 10)^2 + 3(\bar{x} - 11)^2 + 5(\bar{x} - 12)^2 + \dots + 2(\bar{x} - 19)^2}{100} \approx 3,96.$$

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)****Câu 1: (0,5 điểm)** Giải phương trình $\sin^3 x - \sin 2x - \sin x - \cos x + \cos^3 x = 0$.**Lời giải**Ta có $\sin^3 x + \cos^3 x = \sin 2x + \sin x + \cos x$

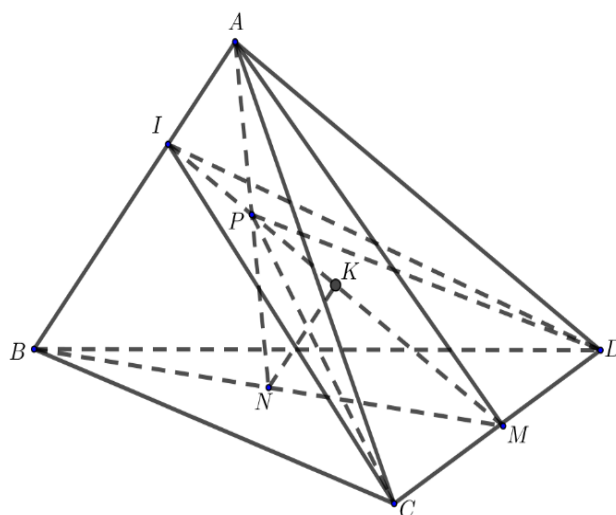
$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x) = 2 \sin x \cos x + \sin x + \cos x$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cdot \cos x - 1) = 2 \sin x \cos x \Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(-\sin x \cdot \cos x) = 2 \sin x \cos x$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x (2 + \sin x + \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \cdot \cos x = 0 \\ \sin x + \cos x = -2 \text{ (vn)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là $x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.**Câu 2: (1,0 điểm)** Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh X là $1,4\%$. Biết rằng dân số tỉnh X hiện nay là 1,8 triệu người. Hỏi với mức tăng như vậy thì sau 10 năm nữa dân số tỉnh X là bao nhiêu người?**Lời giải**Theo giả thiết, ta thấy tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh X là một cấp số nhân (u_n) với sốhạng đầu $u_1 = 1,8 \cdot 10^6$ và công bội $q = 1 + \frac{1,4}{100} = 1,014$.Do đó, dân số của tỉnh X sau 10 năm là: $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 1,8 \cdot 10^6 (1,014)^{10} = 2068483$ người.Vậy dân số của tỉnh X sau 10 năm là 2068483 người.**Câu 3: (1,0 điểm)** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - b}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ ax - 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm a, b để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$.**Lời giải**Ta có: $f(2) = 2a - 1$.Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - b}{x - 2}$ và $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) = 0$.Vậy để $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ tồn tại hữu hạn thì $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + ax - b) = 0 \Leftrightarrow 2a - b + 4 = 0 \Leftrightarrow b = 2a + 4$ Khi đó: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - b}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + a + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + a + 2) = a + 4$.Mặt khác hàm số liên tục tại $x = 2$ nên $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow a + 4 = 2a - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 14 \end{cases}$.Vậy $a = 5$ và $b = 14$.**Câu 4: (0,5 điểm)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh $AB = 6$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của CD, BM, AN . Tính diện tích thiết diện của mặt phẳng (PCD) và tứ diện $ABCD$.**Lời giải**



Gọi I là giao điểm của MP và AB , ta được thiết diện là tam giác ICD .

Trong mặt phẳng ABM kẻ NK song song với AB , $K \in MP$. Dễ thấy $BI = 2NK = 2AI = 4$.

Mặt khác: $\triangle IBC = \triangle IBD \Rightarrow IC = ID$, do đó tam giác ICD cân tại I , $IM \perp CD$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác IBC ta được $IC^2 = 28$, suy ra $IM = \sqrt{19}$.

Vậy diện tích thiết diện là: $S_{ICD} = \frac{1}{2}IM.CD = 3\sqrt{19}$.

-----HẾT-----

ĐỀ SỐ 03**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST**

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**Câu 1:** Góc có số đo $\frac{-7\pi}{4}$ thì góc đó có số đo là

- A. -315° . B. -630° . C. $-1^\circ 45'$. D. -135° .

Câu 2: Khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác góc lượng giác nào trong các góc lượng giác có số đo dưới đây có cùng điểm cuối với góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{4}$?

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. $-\frac{5\pi}{4}$. C. $\frac{25\pi}{4}$. D. $\frac{7\pi}{4}$.

Câu 3: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$. B. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$. C. $\tan(\alpha + \pi) < 0$. D. $\tan(\alpha + \pi) > 0$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{2n+3}$. Tìm hai số hạng đầu tiên của dãy.

- A. $u_1 = -\frac{1}{5}$; $u_2 = 0$. B. $u_1 = -\frac{2}{3}$; $u_2 = -\frac{1}{5}$.
C. $u_1 = \frac{1}{9}$; $u_2 = \frac{2}{11}$. D. $u_1 = -\frac{1}{3}$; $u_2 = 0$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. 1; -2; -4; -6; -8. B. 1; -3; -6; -9; -12.
C. 1; -3; -7; -11; -15. D. 1; -3; -5; -7; -9.

Câu 6: Thống kê chiều cao của 40 học sinh lớp 11A của một trường, ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	4	10	16	8	2

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau khi nói về chiều cao của các học sinh lớp 11A

- A. Số học sinh cao trên 160 cm là 16. B. Số học sinh cao dưới 160 cm là 30.
C. Số học sinh cao trên 160 cm là 10. D. Số học sinh cao dưới 160 cm là 14.

Câu 7: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

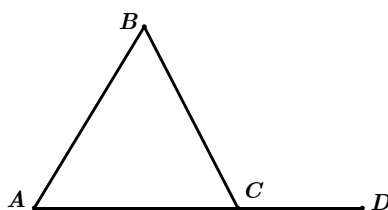
Mức giá (Triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Một của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần bằng giá trị nào sau đây?

- A. 19,4. B. 18,4. C. 20,4. D. 21,4.



Câu 8: Cho tam giác ABC , lấy điểm D trên cạnh AC kéo dài (hình bên). Mệnh đề nào là mệnh đề sai?



- A. $D \in (ABC)$. B. $CD \in (ABC)$. C. $CD \subset (ABC)$. D. $AD \subset (ABC)$.

Câu 9: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy hai điểm A, B thuộc đường thẳng a và hai điểm C, D thuộc đường thẳng b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau.
C. Song song với nhau. D. Song song hoặc cắt nhau.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hỏi đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SBC) . B. (SAD) . C. (SAB) . D. (SDC) .

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Hỏi mặt phẳng (AMN) song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. SB . B. AB . C. BC . D. SA .

Câu 12: Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Đường thẳng d có đúng một điểm chung với mặt phẳng (P) .
B. Đường thẳng d không có điểm chung với mặt phẳng (P) .
C. Đường thẳng d có vô số điểm chung với mặt phẳng (P) .
D. Đường thẳng d có đúng hai điểm chung với mặt phẳng (P) .

Câu 13: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt song song với nhau thì không có điểm chung.
B. Hai mặt phẳng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.
D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. B. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.
C. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$. D. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Câu 15: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(C'BD)$ song song với phẳng

- A. $(A'B'C'D')$. B. $(BCC'B')$. C. $(B'D'C)$. D. $(B'D'A)$.

Câu 16: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.



- B. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì song song.
 C. Hình chiếu song song của một hình vuông là một hình vuông.
 D. Hình chiếu song song của một lục giác đều là một lục giác đều.

Câu 17: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2n+5}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 18: Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2023}{x}$ bằng

- A. 2023. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 19: Cho $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 2}{ax^2 - 1} \right) = 3$ thì giá trị của a bằng

- A. -1. B. 1. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên cm . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
 C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Câu 21: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{7\pi}{2} < \alpha < 4\pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. D. $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$.

Câu 22: Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $-\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 23: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

- A. $q = 3$. B. $q = 5$. C. $q = \frac{3}{2}$. D. $q = \frac{2}{3}$.

Câu 24: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $GQ // (ACD)$.B. $GQ // (BCD)$.C. GQ cắt (BCD) .D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .

Câu 26: Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{4n^3 + 5n^2 + 1}$.

A. $\frac{7}{4}$.B. $-\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Câu 27: Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 4^n}{3^n + 4^{n+1}}$.

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{4}$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n + 3}{3n^2 + 4} = 2$.

A. $a=0$.B. $a=2$.C. $a=-\frac{2}{3}$.D. $a=6$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2-x} & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{3-\sqrt{x+7}}{x-2} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$.

Gọi $A = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $B = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $A = B$.B. $A < B$.C. $A > B$.D. $AB < 0$.

Câu 30: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. $-\frac{1}{5}$.D. $\frac{3}{5}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $AB // MC$.B. $MD // NC$.C. $MN // AC$.D. $MC // ND$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số liên tục

tại $x = 2$.A. $m = 1$.B. $m = \frac{5}{2}$.C. $m = 0$.D. $m = 7$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$, hàm số đã cho liên tục trên khoảng nào dưới đây:

A. $(-\infty; 2)$.B. $(-4; +\infty)$.C. $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.D. $(-\infty; -\frac{1}{2})$.

Câu 34: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $AD \parallel (BEF)$. B. $(AFD) \parallel (BEC)$.C. $(ABD) \parallel (EFC)$. D. $EC \parallel (ABF)$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I và I' lần lượt là trung điểm của AB , $A'B'$. Qua phép chiếu song song với đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành điểm nào?

A. A' .B. B' .C. C' .D. I' .

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 5x = 1$.

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2m - 3 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$, với $m \in \mathbb{R}$ là tham số. Tìm các giá trị

của tham số m để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Câu 3: (0,5 điểm) Gia đình ông An cần khoan một cái giếng. Biết rằng giá của mét khoan đầu tiên là 200.000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, mỗi mét khoan sau sẽ tăng thêm 7% so với mét khoan trước đó. Hỏi nếu ông An khoan cái giếng sâu 30 m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn).

Câu 4: a) (0,5 điểm) Một thang hình chữ A được đặt cân bằng trên nền nhà. Các thanh ngang ở các bậc thang có song song với nền nhà hay không? Giải thích lý do.



b) (0,5 điểm) Một khối gỗ hình hộp có tất cả các mặt là các hình vuông, người thợ mộc muốn cắt khối gỗ theo một mặt phẳng sao cho vết cắt trên các mặt của khối gỗ tạo thành một đa giác đều không phải hình vuông (không nhất thiết phải cắt tất cả các mặt của khối gỗ). Tính diện tích tích lớn nhất của đa giác đều đó khi cạnh của hình vuông bằng $1(m)$.

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.C	3.D	4.A	5.C	6.D	7.A	8.B	9.B.C	10.A
11.C	12.B	13.B	14.C	15.D	16.A	17.B	18.D	19.D	20.C
21.A	22.C	23.A	24.C	25.B	26.B	27.B	28.D	29.C	30.A
31.B	32	33.C	34.B	35.B					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Góc có số đo $\frac{-7\pi}{4}$ thì góc đó có số đo là

- A. -315° . B. -630° . C. $-1^\circ 45'$. D. -135° .

Lời giải

Góc có số đo $\frac{-7\pi}{4}$ thì góc đó có số đo là: $\frac{-7.180^\circ}{4} = -315^\circ$.

Câu 2: Khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác góc lượng giác nào trong các góc lượng giác có số đo dưới đây có cùng điểm cuối với góc lượng giác có số đo $\frac{\pi}{4}$?

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. $-\frac{5\pi}{4}$. C. $\frac{25\pi}{4}$. D. $\frac{7\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có $\frac{25\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 3.2\pi$

Câu 3: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$. B. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$. C. $\tan(\alpha + \pi) < 0$. D. $\tan(\alpha + \pi) > 0$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha + \frac{\pi}{2} < \pi \longrightarrow \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \\ 0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \rightarrow \pi < \alpha + \pi < \frac{3\pi}{2} \longrightarrow \tan(\alpha + \pi) > 0 \end{cases}$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{2n+3}$. Tìm hai số hạng đầu tiên của dãy.

- A. $u_1 = -\frac{1}{5}$; $u_2 = 0$. B. $u_1 = -\frac{2}{3}$; $u_2 = -\frac{1}{5}$.
C. $u_1 = \frac{1}{9}$; $u_2 = \frac{2}{11}$. D. $u_1 = -\frac{1}{3}$; $u_2 = 0$.

Lời giải

Với $n = 1$, thay vào công thức số hạng tổng quát ta có: $u_1 = -\frac{1}{5}$;

Với $n = 2$, thay vào công thức số hạng tổng quát ta có: $u_2 = 0$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?



A. 1; -2; -4; -6; -8.

B. 1; -3; -6; -9; -12.

C. 1; -3; -7; -11; -15.

D. 1; -3; -5; -7; -9.

Lời giải

Dãy số (u_n) có tính chất $u_{n+1} = u_n + d$ thì được gọi là một cấp số cộng.

Ta thấy dãy số: 1; -3; -7; -11; -15 là một cấp số cộng có số hạng đầu là 1 và công sai bằng -4.

Câu 6: Thống kê chiều cao của 40 học sinh lớp 11A của một trường, ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh	4	10	16	8	2

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau khi nói về chiều cao của các học sinh lớp 11A

A. Số học sinh cao trên 160 cm là 16.

B. Số học sinh cao dưới 160 cm là 30.

C. Số học sinh cao trên 160 cm là 10.

D. Số học sinh cao dưới 160 cm là 14.

Lời giải

Nhìn từ bảng thống kê ta có số học sinh cao dưới 160 cm là các học sinh thuộc 2 lớp [150;155) và [155;160) nên tổng số học sinh đó là: $4 + 10 = 14$.

Câu 7: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (Triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	54	78	120	45	12

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần bằng giá trị nào sau đây?

A. 19,4.

B. 18,4.

C. 20,4.

D. 21,4.

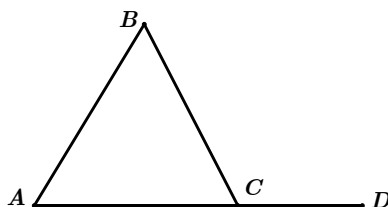
Lời giải

Ta có nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm [18;22).

Do đó $u_m = 18$, $n_{m-1} = 18$, $n_m = 120$, $n_{m+1} = 45$, $u_{m+1} - u_m = 22 - 18 = 4$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_0 = 18 + \frac{120 - 78}{(120 - 78) + (120 - 45)} \cdot 4 = \frac{758}{39} \approx 19,4$.

Câu 8: Cho tam giác ABC , lấy điểm D trên cạnh AC kéo dài (hình bên). Mệnh đề nào là mệnh đề sai?

A. $D \in (ABC)$.B. $CD \in (ABC)$.C. $CD \subset (ABC)$.D. $AD \subset (ABC)$.**Lời giải**

Dựa theo hình vẽ ta có mệnh đề sai là $CD \in (ABC)$.



Câu 9: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy hai điểm A, B thuộc đường thẳng a và hai điểm C, D thuộc đường thẳng b . Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?

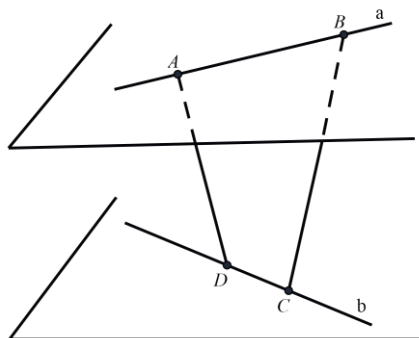
A. Cắt nhau.

B. Chéo nhau.

C. Song song với nhau.

D. Song song hoặc cắt nhau.

Lời giải



Ta có: a và b là hai đường thẳng chéo nhau nên a và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng. Khi đó bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng. Suy ra AB và CD đồng phẳng hay a và b đồng phẳng (mâu thuẫn với giả thiết).

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hỏi đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (SBC) .

B. (SAD) .

C. (SAB) .

D. (SDC) .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AD \parallel BC \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (SBC).$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Hỏi mặt phẳng (AMN) song song với đường thẳng nào sau đây?

A. SB .

B. AB .

C. BC .

D. SA .

Lời giải

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC nên MN là đường trung bình của tam giác SBC . Từ đó suy ra $MN \parallel BC$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} MN \parallel BC \\ MN \subset (AMN) \end{cases} \Rightarrow BC \parallel (AMN).$$

Câu 12: Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Đường thẳng d có đúng một điểm chung với mặt phẳng (P) .

B. Đường thẳng d không có điểm chung với mặt phẳng (P) .

C. Đường thẳng d có vô số điểm chung với mặt phẳng (P) .

D. Đường thẳng d có đúng hai điểm chung với mặt phẳng (P) .

Lời giải

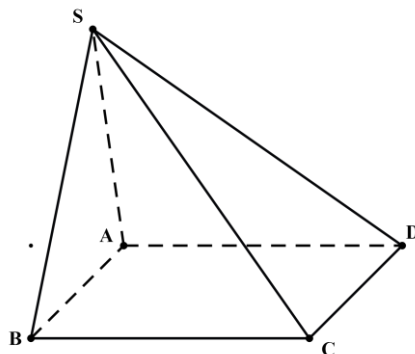
Đường thẳng song song với mặt phẳng thì giữa chúng không có điểm chung.

Câu 13: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt song song với nhau thì không có điểm chung.



Lời giải



Xét hình chóp $S.ABCD$ có đáy là bình hành, hình chiếu song song theo phương SA của 2 đường thẳng SD, BC chéo nhau là 2 đường thẳng AD, BC song song với nhau. Khẳng định **A đúng**.

Đáp án **B** sai vì hình chiếu của 2 đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau, trong trường hợp mặt phẳng chứa 2 đường thẳng cắt nhau song song với phương chiếu thì hình chiếu của 2 đường thẳng cắt nhau là 1 đường thẳng.

Đáp án **C** sai vì hình chiếu song song của hình vuông có thể là hình bình hành. Nếu mặt phẳng chứa hình vuông song song với phương chiếu thì hình chiếu của hình vuông là đoạn thẳng.

Đáp án **D** sai vì hình chiếu của lục giác đều có thể là lục giác không đều. Nếu mặt phẳng chứa lục giác đều song song với phương chiếu thì hình chiếu của lục giác đều là đoạn thẳng.

Câu 17: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2+\frac{5}{n}} = 0$.

Câu 18: Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2023}{x}$ bằng

A. 2023.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải

Theo tính chất giới hạn hàm số ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2023}{x} = 0$.

Câu 19: Cho $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-2}{ax^2-1} \right) = 3$ thì giá trị của a bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-2}{ax^2-1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-\frac{2}{x^2}}{a-\frac{1}{x^2}} \right) = \frac{1}{a} = 3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên cm . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. B. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
 C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Lời giải

Theo định nghĩa hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Chọn: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

Câu 21: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{7\pi}{2} < \alpha < 4\pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. D. $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Vì } \frac{7\pi}{2} < \alpha < 4\pi \text{ nên } \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 22: Tính giá trị $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

- A. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $-\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{1-2\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

$$\text{Vì } \sin \alpha = \frac{1}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ nên } \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Do đó } \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \cos \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{6} + \sin \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1-2\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 23: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

- A. $q = 3$. B. $q = 5$. C. $q = \frac{3}{2}$. D. $q = \frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Theo đề ra ta có: } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_6 = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ 486 = u_1 \cdot q^5 \end{cases} \Rightarrow q^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow q = 3.$$

Câu 24: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

Lời giải

Ta có cỡ mẫu là $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.



Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{42}$ lần lượt là thời gian tập thể dục trong ngày của 42 học sinh khối 11 và giả sử dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$. Do 2 giá trị $x_{21}; x_{22}$ thuộc nhóm $[40; 60)$ nên nhóm này chứa trung vị M_e .

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

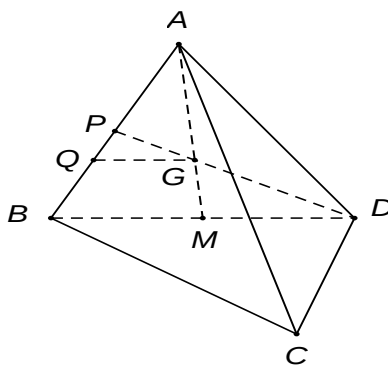
A. $GQ \parallel (ACD)$.

B. $GQ \parallel (BCD)$.

C. GQ cắt (BCD) .

D. Q thuộc mặt phẳng (CDP) .

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BD .

Vì G là trọng tâm tam giác $ABD \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$.

Điểm $Q \in AB$ sao cho $AQ = 2QB \Leftrightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3}$. Suy ra $\frac{AG}{AM} = \frac{AQ}{AB} \longrightarrow GQ \parallel BD$.

Mặt khác BD nằm trong mặt phẳng (BCD) suy ra $GQ \parallel (BCD)$.

Câu 26: Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{4n^3 + 5n^2 + 1}$.

A. $\frac{7}{4}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{4n^3 + 5n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{7}{n} - 2 + \frac{1}{n^3}}{4 + \frac{5}{n} + \frac{1}{n^3}} = -\frac{1}{2}$.

Câu 27: Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 4^n}{3^n + 4^{n+1}}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 0.

D. $+\infty$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 4^n}{3^n + 4^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 2^n + 4^n}{3^n + 4 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^n + 1}{\left(\frac{3}{4}\right)^n + 4} = \frac{2 \cdot 0 + 1}{0 + 4} = \frac{1}{4}$.



Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n + 3}{3n^2 + 4} = 2$.

- A. $a=0$. B. $a=2$. C. $a=-\frac{2}{3}$. D. $a=6$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n + 3}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a - \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}}{3 + \frac{4}{n^2}} = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Mà } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n + 3}{3n^2 + 4} = 2.$$

$$\text{Do đó } \frac{a}{3} = 2 \Leftrightarrow a = 6.$$

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2-x} & \text{khi } x \leq 2 \\ \frac{3-\sqrt{x+7}}{x-2} & \text{khi } x > 2 \end{cases}$.

Gọi $A = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $B = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $A = B$. B. $A < B$. C. $A > B$. D. $AB < 0$.

Lời giải

Ta có:

$$A = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{2-x} = 0$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3-\sqrt{x+7}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2-x}{(x-2)(3+\sqrt{x+7})} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-1}{3+\sqrt{x+7}} = -\frac{1}{6}$$

Vậy $A > B$.

Câu 30: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. $-\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

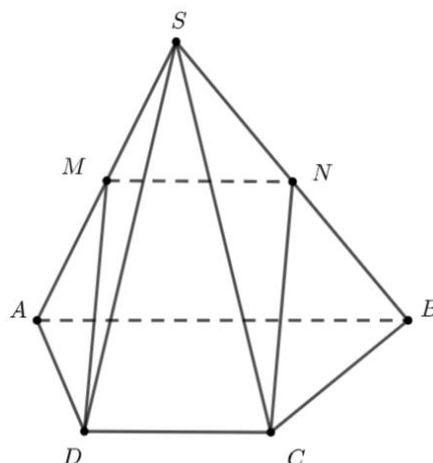
Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x}} = 3.$$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $AB \parallel MC$. B. $MD \parallel NC$. C. $MN \parallel AC$. D. $MC \parallel ND$.

Lời giải



Các đáp án **A**, **C** sai vì các đường thẳng đó không đồng phẳng.

Đáp án **D** sai vì MC và ND cắt nhau.

Ta có MN là đường trung bình trong tam giác $SAB \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel AB \\ MN = \frac{1}{2} AB \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} CD \parallel AB \\ CD = \frac{1}{2} AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel CD \\ MN = CD \end{cases}$.

Suy ra $MNCD$ là hình bình hành.

Vậy $MD \parallel NC$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại $x = 2$.

A. $m = 1$.

B. $m = \frac{5}{2}$.

C. $m = 0$.

D. $m = 7$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x+3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x+3) = 7$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m = 7$

Câu 33: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$, hàm số đã cho liên tục trên khoảng nào dưới đây:

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-4; +\infty)$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Hàm số là hàm phân thức nên liên tục trên mỗi khoảng xác định của nó. Tại điểm $x = -2$ hàm số không xác định, do đó hàm số không liên tục tại những khoảng chứa $x = -2$.

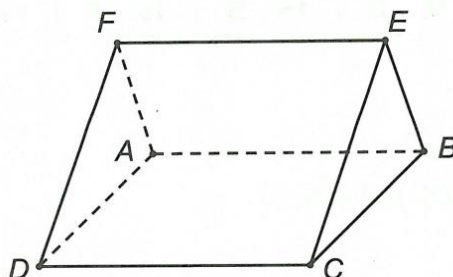
Vậy hàm số liên tục trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.



Câu 34: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Kết quả nào sau đây đúng?

- A. $AD \parallel (BEF)$.
 B. $(AFD) \parallel (BEC)$.
 C. $(ABD) \parallel (EFC)$.
 D. $EC \parallel (ABF)$.

Lời giải



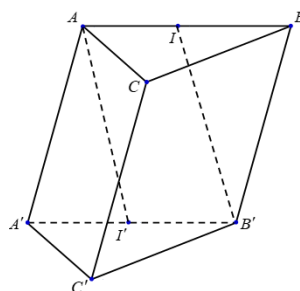
Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AF \parallel BE \Rightarrow AF \parallel (BEC) \\ AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (BEC) \\ AF, AD \subset (ADF) \\ AF \cap AD = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow (ADF) \parallel (BCE).$$

Câu 35: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I và I' lần lượt là trung điểm của AB , $A'B'$. Qua phép chiếu song song với đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành điểm nào?

- A. A' .
 B. B' .
 C. C' .
 D. I' .

Lời giải



Ta có: $\left. \begin{array}{l} AI \parallel B'I' \\ AI = B'I' \end{array} \right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành. Vậy nên qua phép chiếu song song đường thẳng AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm B' .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)****Câu 1: (0,5 điểm)** Giải phương trình $\cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 5x = 1$.**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \cos^2 2x + \cos^2 3x + \cos^2 5x = 1 \Leftrightarrow 1 + \cos 4x + 1 + \cos 6x + 2\cos^2 5x = 2$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x + \cos 6x + 2\cos^2 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 5x + 2\cos 5x \cdot \cos x = 0 \Leftrightarrow 2\cos 5x(\cos 5x + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos 5x \cdot \cos 3x \cdot \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 5x = 0 \\ \cos 3x = 0 \\ \cos 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 3x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}; (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình: } x = \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}; x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2m - 3 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$, với $m \in \mathbb{R}$ là tham số. Tìm các giá trị

của tham số m để hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $x = 1 \in D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 2) = 4$$

$$\text{Mặt khác: } f(1) = 2m - 3$$

$$\text{Hàm số } y = f(x) \text{ liên tục tại } x = 1 \text{ khi } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 4 = 2m - 3 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}.$$

Vậy $m = \frac{7}{2}$ thì hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Câu 3: (0,5 điểm) Gia đình ông An cần khoan một cái giếng. Biết rằng giá của mét khoan đầu tiên là 200.000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, mỗi mét khoan sau sẽ tăng thêm 7% so với mét khoan trước đó. Hỏi nếu ông An khoan cái giếng sâu 30 m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn).

Lời giải

$$\text{Ta có } u_1 = 200.000 \text{ suy ra } u_2 = u_1 + u_1 \cdot 7\% = u_1(1 + 7\%)$$

$$\text{Khi đó: } u_3 = u_1(1 + 7\%)^2, \dots; u_{30} = u_1(1 + 7\%)^{29}.$$

$$\text{Do đó ta có: } S_{30} = \left[(1 + 7\%)^0 + (1 + 7\%)^1 + \dots + (1 + 7\%)^{29} \right] \cdot u_1$$



$$= \frac{(1+7\%)^0 [1 - (1+7\%)^{30}]}{1 - (1+7\%)} \cdot 200000 = 18892200.$$

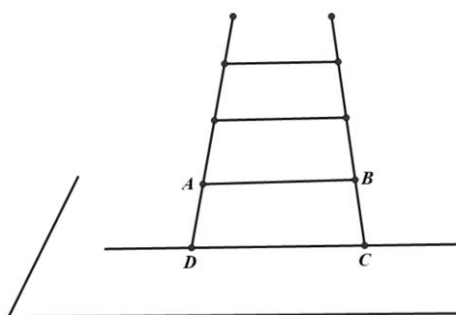
Vậy ông An muốn khoan 30 m giếng thì hết 18892200 đồng.

Câu 4: a) (0,5 điểm) Một thang hình chữ A được đặt cân bằng trên nền nhà. Các thanh ngang ở các bậc thang có song song với nền nhà hay không? Giải thích lý do.



Lời giải

Các thanh ngang có song song với nền nhà.



Gọi thanh ngang là AB và các chân thang là điểm C và D

Ta có $AB \parallel CD$, $CD \subset (P) \Rightarrow AB \parallel (P)$.

Vậy thanh ngang AB song song với mặt phẳng nền nhà.

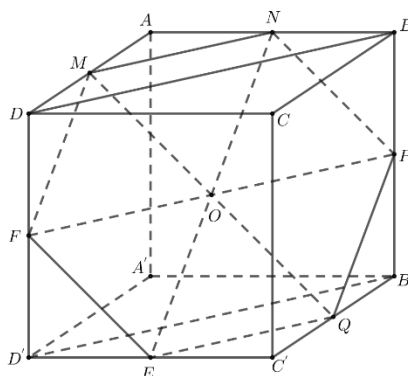
b) (0,5 điểm) Một khối gỗ hình hộp có tất cả các mặt là các hình vuông, người thợ mộc muốn cắt khối gỗ theo một mặt phẳng sao cho vết cắt trên các mặt của khối gỗ tạo thành một đa giác đều không phải hình vuông (không nhất thiết phải cắt tất cả các mặt của khối gỗ). Tính diện tích tích lớn nhất của đa giác đều đó khi cạnh của hình vuông bằng $1(m)$.

Lời giải

Trường hợp 1: Đa giác là tam giác đều. Khi đó cạnh của đa giác đều nằm trọn vẹn trong hình vuông nên diện tích tam giác đều lớn nhất khi cạnh của nó lớn nhất bằng $\sqrt{2}(m)$, từ đó diện tích

tam giác đều lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}(m^2)$.

Trường hợp 2: Đa giác là ngũ giác đều. Khi đó sẽ có 5 mặt của khối gỗ được cắt, nên đa giác đều sẽ phải có 2 cặp cạnh song song. Trường hợp này không xảy ra vì ngũ giác đều không có cặp cạnh nào song song.



Trường hợp 3: Đa giác là lục giác đều. Ta có $MNPQEF$ là đa giác đều tâm O . Ba mặt phẳng $(MNPQEF)$, $(BDD'B')$, $(ABCD)$ cắt nhau theo 3 giao tuyến MN, BD, FP đôi một song song (vì $MN \parallel FP$). Suy ra $MN, BD, FP, EQ, B'D'$ song song với nhau.

Mặt khác $\frac{DM}{AM} = \frac{BN}{AN} = \frac{BP}{PB'} = \frac{QC'}{QB'} \Rightarrow MQ \parallel AB' \Rightarrow MQ = AB' = \sqrt{2} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $S_{MNPQEF} = 6S_{OMN} = \frac{3\sqrt{3}}{4}(m^2)$. Vậy diện tích lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{3}}{4}(m^2)$.

ĐỀ SỐ 04**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST**

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**Câu 1:** Hàm số lượng giác nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan 2x$. D. $y = \cot x$

Câu 2: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. $\sin 4x = 4 \sin x \cdot \cos x$. B. $\sin 4x = 4 \sin 2x \cdot \cos 2x$.
C. $\sin 4x = 2 \sin 2x \cdot \cos 2x$. D. $\sin 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos 2x}{\sin x}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 2$, công sai $d = -3$. Hỏi số -52 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

- A. u_{17} . B. u_{19} . C. u_{18} . D. u_{20} .

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 3$, công bội $q = -\frac{1}{3}$. Tính số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho?

- A. $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$. B. $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-2}}$. C. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. D. $u_n = \frac{(-1)^{n-2}}{3^{n-2}}$.

Câu 6: Cho mẫu số liệu về điểm thi học kỳ I của các học sinh trong khối 11 của một trường THPT như sau:

Điểm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	30	50	45	35	5

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu số liệu, bao nhiêu nhóm?

- A. 165 số liệu; 5 nhóm. B. 45 số liệu; 6 nhóm.
C. 6 số liệu; 150 nhóm. D. 5 số liệu; 30 nhóm.

Câu 7: Thống kê chiều cao của học sinh lớp 11A ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao (cm)	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)
Số học sinh	8	12	13	7	4

Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 162 cm trở lên?

- A. 24. B. 20. C. 31. D. 8.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E là trung điểm của SA . Mặt phẳng nào dưới đây chứa đường thẳng OE ?

- A. (SBD) . B. (SAB) . C. (SAC) . D. (SCD) .



- Câu 9:** Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$, vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng AC và BD là
 A. song song. B. trùng nhau. C. chéo nhau. D. cắt nhau.
- Câu 10:** Khẳng định nào sau đây sai.
 A. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
 B. Phép chiếu song song luôn biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
 C. Hình biểu diễn của một hình tròn qua phép chiếu song song có thể là một hình elip.
 D. Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.
- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ là đường thẳng
 A. SA . B. SC . C. AC . D. AB .
- Câu 12:** Chọn phát biểu **đúng**
 A. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và cắt một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .
 B. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .
 C. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .
 D. Nếu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và cắt với một đường thẳng b nào đó cũng nằm trong (P) thì a song song với (P) .
- Câu 13:** Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:
 A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trên một mặt phẳng thì không chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
 C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.
- Câu 14:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **đúng**:
 A. $(ABCD) \parallel (A'B'D')$. B. $(A'D'C) \parallel (ABCD)$.
 C. $(D'C'A) \parallel (ABCD)$. D. $(BCC'B') \parallel (ABCD)$.
- Câu 15:** Trong không gian cho hai đường thẳng a và b . Hỏi có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó.
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 16:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không song song** với IJ ?
 A. EF . B. DC . C. AD . D. AB .
- Câu 17:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
 A. $\lim q^n = 0$ (với $q > 1$).
 B. Nếu $\lim u_n = a > 0$; $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0, \forall n$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.
 C. $\lim n^k = +\infty$ với k là một số nguyên dương.
 D. $\lim q^n = 0$ với $|q| < 1$.



Câu 18: Cho $\lim u_n = -\infty$ và $\lim v_n = -5$, khi đó $\lim u_n \cdot v_n$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 5. D. -5 .

Câu 19: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x+2}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. -1 .

Câu 20: Hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ **không** liên tục tại điểm nào trong các điểm sau?

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = -\frac{3}{2}$.

Câu 21: Biết $\tan \alpha = 2$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính giá trị của $\sin \alpha + \cos \alpha$.

- A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Câu 22: Phương trình: $\frac{\cos 2x(2 \cos 2x + 1)}{\sin 3x} = \cot x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-2\pi; 2\pi)$.

- A. 0. B. 12. C. 8. D. 6.

Câu 23: Cho cấp số cộng có $u_1 = 2$, $d = 3$. Giá trị của u_{2023} là:

- A. 2023. B. 4047. C. 6066. D. 6068.

Câu 24: Tìm hiểu thời gian xem TikTok trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	6	12	8	4	2

Tính thời gian xem TikTok trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này (đơn vị: giờ).

- A. $\bar{x} = 10$. B. $\bar{x} = 7.4$ C. $\bar{x} = 6.4$ D. $\bar{x} = 9.4$

Câu 25: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có một điểm chung.
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
 C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
 D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó song song.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm SA . Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (MCD) là

- A. Trung điểm I của AB . B. Trung điểm N của SB .
 C. Trung điểm J của BC . D. Giao điểm P của MD và SC .

Câu 27: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đoạn thẳng.
 B. Hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình chữ nhật.



C. Hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.

D. Hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.

Câu 28: Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -5$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -7$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{7}{5}$.

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = -12$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 35$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{5}{7}$.

Câu 29: Tính giới hạn $L = \lim(-2n^3 + 2n - 1)$

A. $L = -\infty$.

B. $L = +\infty$.

C. $L = -2$.

D. $L = 2$.

Câu 30: Tính giới hạn $M = \lim \frac{-2n^3 + 2n}{3n^3 + 1}$

A. $M = -\frac{2}{3}$.

B. $M = \frac{2}{3}$.

C. $M = -\frac{3}{2}$.

D. $M = -\infty$.

Câu 31: Chọn khẳng định **sai**.

A. Hàm số đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm của khoảng đó.

Câu 32: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2023^+} \frac{x + 2023}{x - 2023}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 2023.

D. -2023.

Câu 33: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m - 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 2$.

A. $m = 4$.

B. $m = 3$.

C. $m = 7$.

D. $m = 12$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ với m là tham số thực. Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 1$.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -2$.

D. $m = -1$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm AB và CD , giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD . Thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) là hình gì.

A. Ngũ giác.

B. Hình chữ nhật.

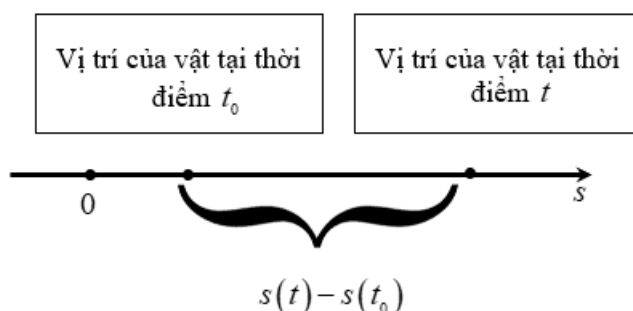
C. Hình thang.

D. Hình bình hành.



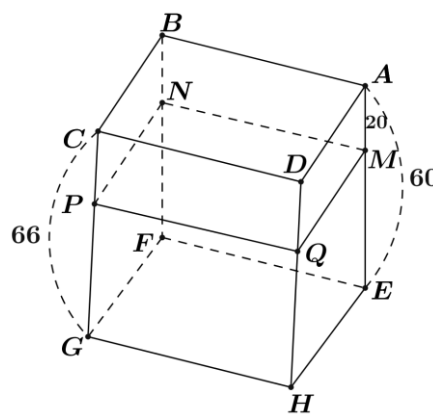
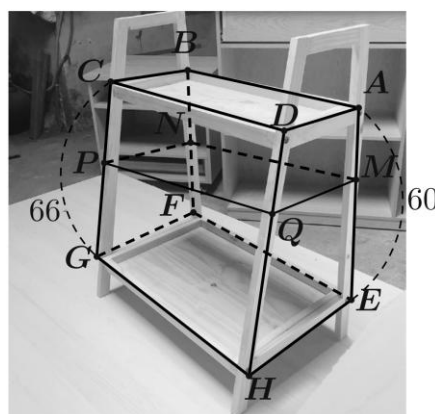
II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (1,0 điểm) Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^3 + 5t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây.



- a) Tính vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t_0 = 3$ đến t .
- b) Tính giới hạn $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{s(t) - s(3)}{t - 3}$. Giới hạn này cho ta biết điều gì?

Câu 2: (1,0 điểm) Bác An có một kệ gỗ để vật dụng gia đình gồm 2 tầng song song nhau. Để tăng diện tích để vật dụng, bác An đóng thêm 1 mặt gỗ ở giữa hai tầng cũ để trở thành kệ gỗ 3 tầng. Do đó, bác An kí hiệu và đo các kích thước như hình bên dưới. Nếu bác An đo đoạn $AM = 20\text{ cm}$ thì bác An phải đo CP dài bao nhiêu cm để mặt gỗ $MNPQ$ song song với 2 tầng kia?



Câu 3: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB; \triangle SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Tính tỷ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.C	3.D	4.B	5.B	6.A	7.A	8.C	9.C	10.B
11.C	12.C	13	14.A	15.D	16.C	17.A	18.B	19.C	20.A
21.C	22.A	23.D	24.A	25.B	26.B	27.B	28.B	29.A	30.A
31.B	32.A	33.C	34.A	35.B					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)****Câu 1:** Hàm số lượng giác nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan 2x$. D. $y = \cot x$

Lời giảiHàm số $y = \cos x$ là hàm chẵn vì $\cos x = \cos(-x)$.**Câu 2:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\sin 4x = 4 \sin x \cdot \cos x$. B. $\sin 4x = 4 \sin 2x \cdot \cos 2x$.
C. $\sin 4x = 2 \sin 2x \cdot \cos 2x$. D. $\sin 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$.

Lời giảiSử dụng công thức $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ **Câu 3:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos 2x}{\sin x}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giảiĐiều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos 2x}{\sin x}$ là $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.**Câu 4:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 2$, công sai $d = -3$. Hỏi số -52 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

- A. u_{17} . B. u_{19} . C. u_{18} . D. u_{20} .

Lời giảiTa có: $u_n = -52 \Leftrightarrow u_1 + (n-1)d = -52 \Leftrightarrow 2 + (n-1)(-3) = -52 \Leftrightarrow n = 19$ Vậy $u_{19} = -52$.**Câu 5:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 3$, công bội $q = -\frac{1}{3}$. Tính số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho?

- A. $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$. B. $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-2}}$. C. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. D. $u_n = \frac{(-1)^{n-2}}{3^{n-2}}$.

Lời giảiTa có: $u_n = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^{n-1}}{3^{n-2}}$.

Câu 6: Cho mẫu số liệu về điểm thi học kỳ I của các học sinh trong khối 11 của một trường THPT như sau:

Điểm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	30	50	45	35	5

Mẫu số liệu trên có bao nhiêu số liệu, bao nhiêu nhóm?

- A.** 165 số liệu; 5 nhóm.
B. 45 số liệu; 6 nhóm.
C. 6 số liệu; 150 nhóm.
D. 5 số liệu; 30 nhóm.

Lời giải

Mẫu số liệu (T) có: $30 + 50 + 45 + 35 + 5 = 165$ (số liệu).

Có 5 nhóm: $[5;6);[6;7);[7;8);[8;9);[9;10]$.

Câu 7: Thống kê chiều cao của học sinh lớp 11A ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao (cm)	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)
Số học sinh	8	12	13	7	4

Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh có chiều cao từ 162 cm trở lên?

- A.** 24. **B.** 20. **C.** 31. **D.** 8.

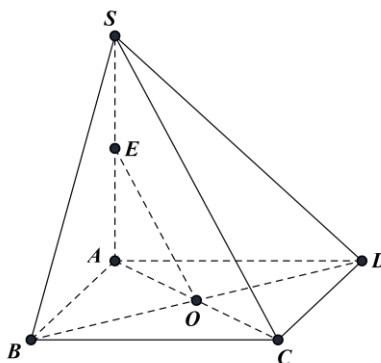
Lời giải

Số học sinh có chiều cao từ 162 cm trở lên là $13 + 7 + 4 = 24$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E là trung điểm của SA . Mặt phẳng nào dưới đây chứa đường thẳng OE ?

- A.** (*SBD*). **B.** (*SAB*). **C.** (*SAC*). **D.** (*SCD*).

Lời giải



Do $O \in AC$ và $E \in SA$ nên $OE \subset (SAC)$.

Câu 9: Trong không gian, cho tứ diện $ABCD$, vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng AC và BD là

- A.** song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Ta có AC và BD là hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 10: Khẳng định nào sau đây sai.

- A.** Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
- B.** Phép chiếu song song luôn biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- C.** Hình biểu diễn của một hình tròn qua phép chiếu song song có thể là một hình elip.
- D.** Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.

Lời giải



Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

- Câu 11:** Cho hình chóp $S.ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ là đường thẳng
- A. SA . B. SC . C. AC . D. AB .

Lời giải

Giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ là đường thẳng AC .

- Câu 12:** Chọn phát biểu **đúng**

- A. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và cắt một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .
- B. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .
- C. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .
- D. Nếu đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (P) và cắt với một đường thẳng b nào đó cũng nằm trong (P) thì a song song với (P) .

Lời giải

Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng b nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P) .

- Câu 13:** Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

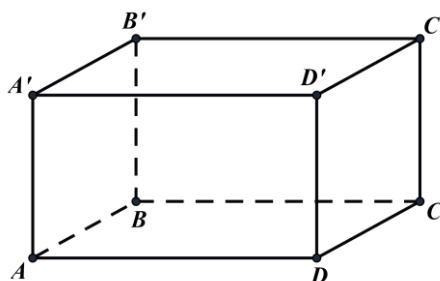
- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trên một mặt phẳng thì không chéo nhau.
- B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trên một mặt phẳng thì không chéo nhau.

- Câu 14:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn khẳng định **đúng**:

- A. $(ABCD) \parallel (A'B'D')$. B. $(A'D'C) \parallel (ABCD)$.
- C. $(D'C'A) \parallel (ABCD)$. D. $(BCC'B') \parallel (ABCD)$.



Lời giải

Theo định nghĩa hình lập phương ta được kết quả.

- Câu 15:** Trong không gian cho hai đường thẳng a và b . Hỏi có bao nhiêu vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đó.
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

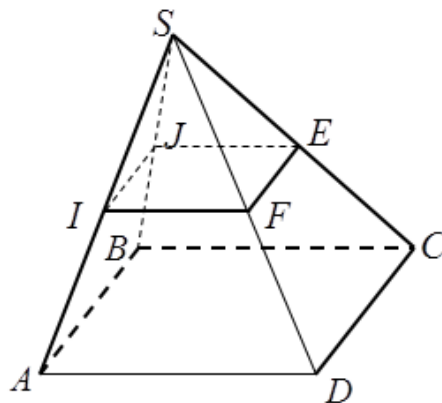


Có 4 vị trí tương đối giữa hai đường thẳng: a cắt b , a song song với b , a trùng b và a chéo b .

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào **không song song** với IJ ?

- A. EF . B. DC . C. AD . D. AB .

Lời giải



Ta có IJ là đường trung bình tam giác SAB nên $IJ \parallel AB \Rightarrow$ D đúng.

$ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$. Suy ra $IJ \parallel CD \Rightarrow$ B đúng.

EF là đường trung bình tam giác SCD nên $EF \parallel CD$, suy ra $IJ \parallel EF \Rightarrow$ A đúng.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim q^n = 0$ (với $q > 1$).

B. Nếu $\lim u_n = a > 0$; $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0, \forall n$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$.

C. $\lim n^k = +\infty$ với k là một số nguyên dương.

D. $\lim q^n = 0$ với $|q| < 1$.

Lời giải

Mệnh đề **A** sai vì với $q > 1$ thì $\lim q^n = +\infty$.

Mệnh đề **B** đúng theo định lý về giới hạn vô cực.

Mệnh đề **C** và **D** đúng theo kết quả của giới hạn đặc biệt.

Câu 18: Cho $\lim u_n = -\infty$ và $\lim v_n = -5$, khi đó $\lim u_n \cdot v_n$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 5. D. -5.

Lời giải

Vì $\lim u_n = -\infty$ và $\lim v_n = -5$ nên $\lim u_n \cdot v_n = +\infty$.

Câu 19: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x+2}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 2.$$



Câu 20: Hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ **không** liên tục tại điểm nào trong các điểm sau?

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Hàm số không xác định tại $x = 2$ nên hàm số không liên tục tại điểm $x = 2$.

Câu 21: Biết $\tan \alpha = 2$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Tính giá trị của $\sin \alpha + \cos \alpha$.

- A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Lời giải

Do $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\sin \alpha > 0$ và $\cos \alpha > 0$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

$$\sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{N như vậy, } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 22: Phương trình: $\frac{\cos 2x(2 \cos 2x + 1)}{\sin 3x} = \cot x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-2\pi; 2\pi)$.

- A. 0. B. 12. C. 8. D. 6.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \sin 3x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ta có: } \frac{\cos 2x(2 \cos 2x + 1)}{\sin 3x} = \cot x \Leftrightarrow \frac{\cos 2x[2(1 - 2 \sin^2 x) + 1]}{3 \sin x - 4 \sin^3 x} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cos 2x(3 - 4 \sin^2 x)}{\sin x(3 - 4 \sin^2 x)} = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \cos 2x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = -x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{k2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \text{ (Loại vì không thỏa mãn điều kiện)}$$

Kết luận: Phương trình vô nghiệm.

Câu 23: Cho cấp số cộng có $u_1 = 2, d = 3$. Giá trị của u_{2023} là:

- A. 2023. B. 4047. C. 6066. D. 6068.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{2023} = u_1 + 2022d = 2 + 2022 \cdot 3 = 6068.$$

Câu 24: Tìm hiểu thời gian xem TikTok trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	6	12	8	4	2

Tính thời gian xem TikTok trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này (đơn vị: giờ).



A. $\bar{x} = 10$.

B. $\bar{x} = 7.4$

C. $\bar{x} = 6.4$

D. $\bar{x} = 9.4$

Lời giải

Ta có:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)
Số học sinh	6	12	8	4	2
Giá trị đại diện	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5

Thời gian xem TikTok trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này là:

$$\bar{x} = \frac{6 \times 2.5 + 12 \times 7.5 + 8 \times 12.5 + 4 \times 17.5 + 2 \times 22.5}{6 + 12 + 8 + 4 + 2} = 10 \text{ (giờ)}.$$

Câu 25: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có một điểm chung.
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
 C. Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
 D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó song song.

Lời giải

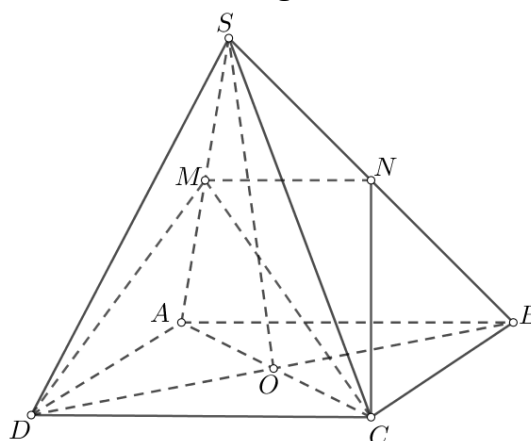
A sai. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung nào.

C sai. Có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.

D sai. Có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó chéo nhau.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm SA . Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (MCD) là

- A. Trung điểm I của AB .
 B. Trung điểm N của SB .
 C. Trung điểm J của BC .
 D. Giao điểm P của MD và SC .

Lời giải

$$\begin{cases} M \in (MCD) \cap (SAB) \\ CD \parallel AB \\ AB \subset (SAB), CD \subset (MCD) \end{cases} \Rightarrow (MCD) \cap (SAB) = Mx \parallel AB \parallel CD.$$

Trong (SAB) , gọi $N = Mx \cap SB$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} N \in Mx \subset (MCD) \\ N \in SB \end{cases} \Rightarrow SB \cap (MCD) = N.$$



Lại có: $MN \parallel AB$, M là trung điểm $SA \Rightarrow N$ là trung điểm SB .

Câu 27: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đoạn thẳng.
- B.** Hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình chữ nhật.
- C.** Hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.
- D.** Hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.

Lời giải

Qua phép chiếu song song theo phương chiếu là đường thẳng CC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ sẽ biến C' thành C , biến B' thành B , biến A' thành A , biến D' thành D . Nên hình chiếu song song của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là hình chữ nhật.

Câu 28: Cho $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -5$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -7$. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A.** $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{7}{5}$.
- B.** $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = -12$.
- C.** $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = 35$.
- D.** $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{5}{7}$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = -12$.

Câu 29: Tính giới hạn $L = \lim(-2n^3 + 2n - 1)$

- A.** $L = -\infty$. **B.** $L = +\infty$. **C.** $L = -2$. **D.** $L = 2$.

Lời giải

$$\text{Đặt } u_n = \frac{1}{2n^3 - 2n + 1} = \frac{1}{2n(n^2 - 1) + 1} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (1)$$

$$\lim u_n = \lim \frac{1}{2n^3 - 2n + 1} = \lim \frac{\frac{1}{n^3}}{2 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) (2) suy ra } \lim \frac{1}{u_n} = +\infty \Rightarrow \lim \left(-\frac{1}{u_n} \right) = -\infty \Rightarrow \lim(-2n^3 + 2n - 1) = -\infty$$

Câu 30: Tính giới hạn $M = \lim \frac{-2n^3 + 2n}{3n^3 + 1}$

- A.** $M = -\frac{2}{3}$. **B.** $M = \frac{2}{3}$. **C.** $M = -\frac{3}{2}$. **D.** $M = -\infty$.

Lời giải



Ta có: $M = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2n^3 + 2n}{3n^3 + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-2 + \frac{2}{n^2}}{3 + \frac{1}{n^3}} = -\frac{2}{3}.$

Câu 31: Chọn khẳng định sai.

A. Hàm số đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm của khoảng đó.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b).$$

Câu 32: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2023^+} \frac{x + 2023}{x - 2023}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 2023.

D. -2023.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 2023^+} (x + 2023) = 4046$; $\lim_{x \rightarrow 2023^+} (x - 2023) = 0$ và khi $x > 2023$ ta có $x - 2023 > 0$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2023^+} \frac{x + 2023}{x - 2023} = +\infty.$$

Câu 33: Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m - 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 2$.

A. $m = 4$.

B. $m = 3$.

C. $m = 7$.

D. $m = 12$.

Lời giải

Ta có: $f(2) = m - 3$;

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4;$$

Hàm số liên tục tại điểm $x = 2$ khi $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 4 = m - 3 \Leftrightarrow m = 7$

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ với m là tham số thực. Tìm m để hàm số liên tục tại

$x = 1$.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -2$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ chứa $x = 1$ và có $f(1) = m$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2.$$

Để hàm số liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) \Leftrightarrow m = 2$.



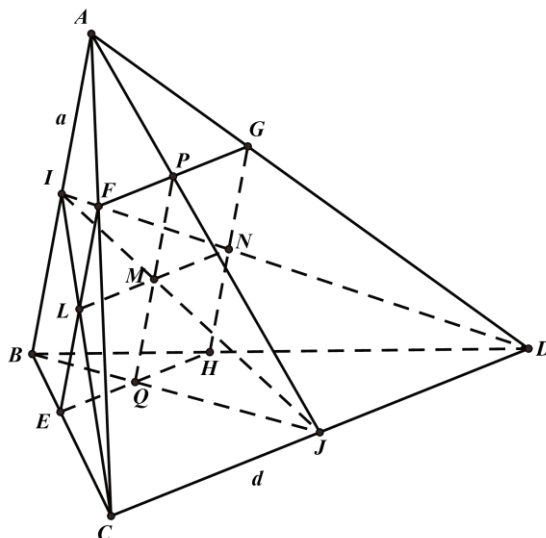
Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I , J lần lượt là trung điểm AB và CD , giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD . Thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) là hình gì.

A. Ngũ giác.

B. Hình chữ nhật.

C. Hình thang.

D. Hình bình hành.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (ICD) \\ M \in (\alpha) \cap (ICD) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (ICD) là đường thẳng qua M và song song với CD cắt IC tại L và ID tại N .

$\begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (JAB) \\ M \in (\alpha) \cap (JAB) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (JAB) là đường thẳng qua M và song song với AB cắt JA tại P và JB tại Q .

Ta có $\begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (ABC) \\ L \in (\alpha) \cap (ABC) \end{cases} \Rightarrow EF // AB$

Tương tự $\begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (ABD) \\ N \in (\alpha) \cap (ABD) \end{cases} \Rightarrow HG // AB.$

Từ đó suy ra $EF // HG // AB$ (1)

Ta có $\begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (ACD) \\ P \in (\alpha) \cap (ACD) \end{cases} \Rightarrow FG // CD$



$$\text{Tương tự } \begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (BCD) \\ Q \in (\alpha) \cap (BCD) \end{cases} \Rightarrow EH // CD$$

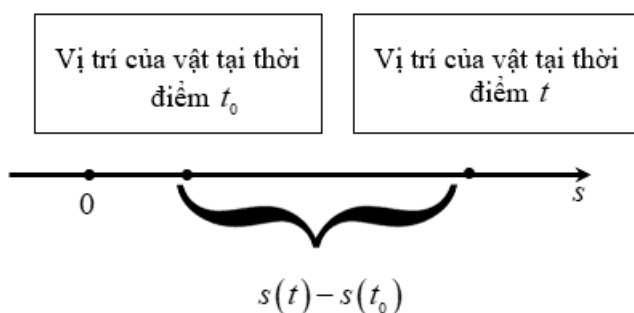
Từ và $\Rightarrow FG // EH // CD$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $EFGH$ là hình bình hành. Mà $AB \perp CD$ nên $EFGH$ là hình chữ nhật.

Mà $EFGH$ chính là thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) . Nên thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) là hình chữ nhật

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (1,0 điểm) Một vật chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^3 + 5t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây.



a) Tính vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t_0 = 3$ đến t .

b) Tính giới hạn $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{s(t) - s(3)}{t - 3}$. Giới hạn này cho ta biết điều gì?

Lời giải

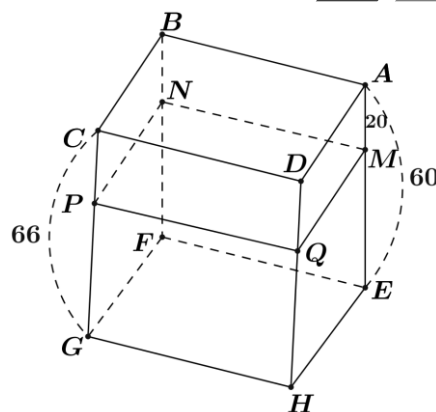
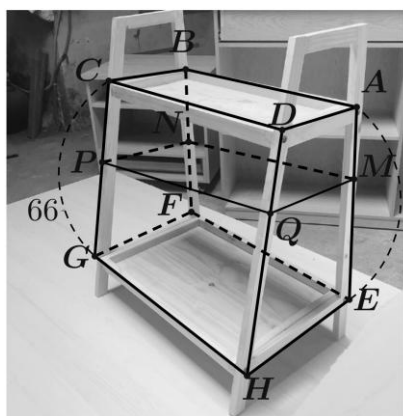
a) Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ $t_0 = 3$ đến t là

$$\begin{aligned} \frac{s(t) - s(3)}{t - 3} &= \frac{(2t^3 + 5t + 3) - (2 \cdot 3^3 + 5 \cdot 3 + 3)}{t - 3} \\ &= \frac{2t^3 + 5t + 3 - 72}{t - 3} = \frac{(t - 3)(2t^2 + 6t + 23)}{t - 3} = 2t^2 + 6t + 23. \end{aligned}$$

$$b) \lim_{t \rightarrow 3} \frac{s(t) - s(3)}{t - 3} = \lim_{t \rightarrow 3} (2t^2 + 6t + 23) = 59.$$

Giới hạn $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{s(t) - s(3)}{t - 3} = 59$ cho ta biết vận tốc tức thời của vật chuyển động tại thời điểm $t = 3$ giây là 59 m/s .

Câu 2: (1,0 điểm) Bác An có một kệ gỗ để vật dụng gia đình gồm 2 tầng song song nhau. Để tăng diện tích để vật dụng, bác An đóng thêm 1 mặt gỗ ở giữa hai tầng cũ để trở thành kệ gỗ 3 tầng. Do đó, bác An kí hiệu và đo các kích thước như hình bên dưới. Nếu bác An đo đoạn $AM = 20 \text{ cm}$ thì bác An phải đo CP dài bao nhiêu cm để mặt gỗ $MNPQ$ song song với 2 tầng kia?



Lời giải

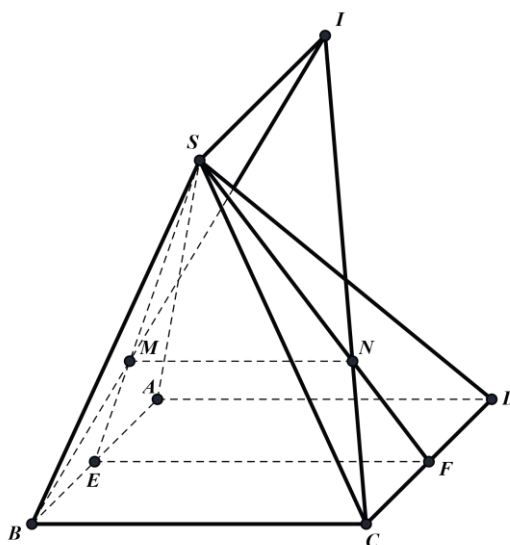
Vì các mặt phẳng $(ABCD)$, $(EFGH)$ và $(MNPQ)$ song song với nhau.

Áp dụng định lý Thales, ta có: $\frac{CP}{CG} = \frac{AM}{AE} \Leftrightarrow \frac{CP}{66} = \frac{20}{60} \Rightarrow CP = 22 \text{ cm}.$

Vậy $CP = 22 \text{ cm}.$

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB; \triangle SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Tính tỷ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

Lời giải



Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD .

Ta có $I = BM \cap CN \Rightarrow \begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD).$

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

Ta có: $\left. \begin{array}{l} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{array} \right\} \Rightarrow SI // AB // CD. \text{ Vì } SI // CD \text{ nên } SI // CF.$



Theo định lý Talet ta có: $\frac{SI}{CF} = \frac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow SI = 2CF = CD \Rightarrow \frac{SI}{CD} = 1.$

Vậy tỷ số $\frac{SI}{CD}$ bằng 1.

ĐỀ SỐ

05

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan 3x$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng

A. 2π .

B. π .

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 3: Phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có nghiệm là

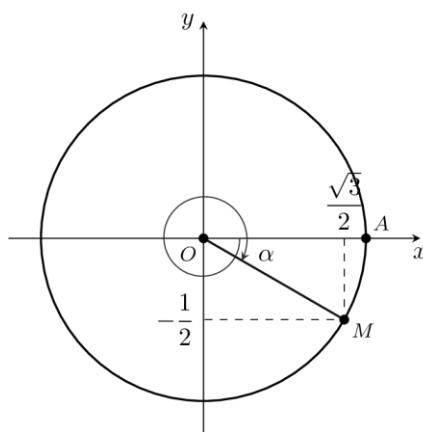
A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho góc lượng giác α được biểu diễn bởi điểm M trên đường tròn lượng giác như mô tả trong hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: Dãy số (u_n) được gọi là

A. Dãy số tăng nếu ta có $\frac{u_n}{u_{n+1}} > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

B. Dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

C. Dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

D. Dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.



Câu 6: Cho dãy số (u_n) , có dạng $u_n = \frac{2n+2023}{n}$, với $n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 10 của dãy số là

- A. $\frac{2043}{10}$. B. $\frac{2023}{10}$. C. $\frac{2025}{10}$. D. 2.

Câu 7: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\left(\frac{2023}{2022}\right)^n$. B. $\left(\frac{2022}{2023}\right)^n$. C. $\left(-\frac{2023}{2022}\right)^n$. D. 2023^n .

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{neu } x < 0 \\ x^2 & \text{neu } x \geq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$. B. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.
C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$. D. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ không tồn tại.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 5x^4 - 6x^2 - x & x \geq 1 \\ -x^3 + 3x & x < 1 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

- A. không tồn tại. B. 2. C. -2. D. 0.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = a$ nếu

- A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$.
C. $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow a$. D. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^2-1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$.
C. Hàm số liên tục tại $x = 1$. D. Hàm số liên tục trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 12: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - x$. B. $y = \cot x$. C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. D. $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

Câu 13: Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết nó

- A. Đi qua một điểm và chứa một đường thẳng.
B. Đi qua ba điểm.
C. Chứa hai đường thẳng cắt nhau.
D. Đi qua bốn điểm.

Câu 14: Cho ba mặt phẳng phân biệt (α) , (β) , (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3

- A. đôi một cắt nhau. B. đôi một song song hoặc đồng quy.
C. đôi một song song. D. đồng quy.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. AB, CD chéo nhau. B. AB, CD song song.

C. AD, BC cắt nhau.

D. AC, BD cắt nhau

Câu 16: Cho tứ diện $ABCD$. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

A. qua I và song song với AB .

B. qua J và song song với BD .

C. qua G và song song với CD .

D. qua G và song song với BC .

Câu 17: Giả thiết nào sau đây là điều kiện đủ để kết luận đường thẳng a song song với mp (α) ?

A. $a//b$ và $b//(\alpha)$.

B. $a//b$ và $b \subset (\alpha)$.

C. $a \cap (\alpha) = \emptyset$.

D. $a//(\beta)$ và $(\beta)//(\alpha)$.

Câu 18: Một cửa hàng trang sức khảo sát khách hàng xem họ dự định mua trang sức với mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (Triệu đồng/m ²)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)
Số khách hàng	20	78	45	23	12

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 11,55.

B. 10,42.

C. 11,78.

D. 10,5.

Câu 19: Kết quả khảo sát cân nặng của 40 học sinh lớp 6A2 đang tham gia khảo sát dinh dưỡng được cho ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số học sinh	5	16	10	6	3

Hãy ước lượng cân nặng trung bình của một học sinh lớp 6A2.

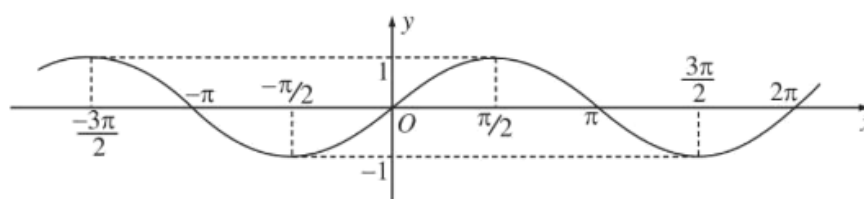
A. 33,5.

B. 32,5.

C. 35,75.

D. 34,25.

Câu 20: Đồ thị hàm số như hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào sau:



A. $y = \tan x$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \cot x$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC .

B. SA và BD chéo nhau.

C. 30 cắt 1.

D. $(SAB) \cap (SCD) = SO$.

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ với công sai d , đặt $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Chọn khẳng định **sai**?

A. $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$.

B. $S_n = \frac{u_1 + u_n}{n}$.

C. $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$.

D. $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$.



Câu 23: Nếu (u_n) , với $n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân với công bội q . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $u_{n+1} = u_n \cdot q$.

B. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ với $n \geq 2$.

C. $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$ với $k \geq 2$.

D. $u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}$ với $k \geq 2$.

Câu 24: Tìm dãy số tăng trong các phương án sau:

A. (u_n) với $u_n = -3n + 5$.

B. (u_n) với $u_n = \frac{3n+1}{n+3}$.

C. (u_n) với $u_n = (-1)^n$.

D. (u_n) với $u_n = \frac{1}{n}$.

Câu 25: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+1}-1}{x} = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $T = b^a$.

A. 81.

B. 25.

C. 9.

D. 32.

Câu 26: Giá trị của giới hạn $\lim(-n^2 + 2n + 2023)$ là

A. -1.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 2023.

Câu 27: Hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ liên tục trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(1; +\infty)$

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm SA, SC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (BEF) và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua điểm B và song song với đường thẳng

A. AD .

B. AC .

C. CD .

D. SD .

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Cặp đường thẳng nào sau đây chéo nhau?

A. AB, AD .

B. AB, CB .

C. BC, BD .

D. BC, AD .

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC ; P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 31: Cho bảng tần số về cân nặng của 180 người dân trong một xã như sau: (đơn vị: kg)

Nhóm	Tần số
$[0;10)$	6
$[10;20)$	15
$[20;30)$	37
$[30;40)$	48
$[40;50)$	22
$[50;60)$	29
$[60;70)$	23
	$n = 180$

Xác định số trung vị của mẫu số liệu trên:

A. 36,66.

B. 37,77.

C. 38,55.

D. 38,88.

Câu 32: Doanh thu của 50 cửa hàng của một công ty trong một tháng (đơn vị: triệu đồng) được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Doanh thu	[26;48)	[48;70)	[70;92)	[92;114)	[114;136)
Số cửa hàng	6	14	17	8	5

Doanh thu trung bình của mỗi cửa hàng của công ty hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) là

- A. 79,52. B. 73,04. C. 77,48. D. 64,98.

Câu 33: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $M_o = \frac{70}{3}$. B. $M_o = \frac{50}{3}$. C. $M_o = \frac{70}{2}$. D. $M_o = \frac{80}{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

- A. SC . B. Đường thẳng qua G và song song với CD .
C. Đường thẳng qua S và song song với AB . D. Đường thẳng qua G và cắt BC .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB và SAD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $IJ \parallel (SMN)$ B. $IJ \parallel (SAD)$. C. $IJ \parallel (SAB)$. D. $IJ \parallel (SBD)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{2 + \cos 2x} - \sqrt{3} \sin 2x = \frac{1}{2}(\sin x + \sqrt{3} \cos x)^2 + 2$.

Câu 2: (1,0 điểm) Bạn Mai và Hoa chơi bóng bàn. Mai thấy rằng khi thả quả bóng bàn từ một độ cao nào đó xuống mặt sân bê tông thì quả bóng lại nảy lên một quãng đường bằng 70% so với vị trí thả bóng, sau đó lại rơi xuống và lại nảy lên đúng bằng 70% quãng đường vừa rơi xuống và cứ như vậy cho đến khi dừng hẳn. Bạn Mai thả quả bóng bàn từ độ cao 1m và để bạn Hoa tính tổng quãng đường đi của quả bóng sau khi quả bóng được thả và nảy lên, rơi xuống 15 lần. Em hãy giúp Hoa tính toán nhé. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}, & x > 1 \\ 2x+a, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã

cho liên tục tại điểm $x = 1$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm cạnh SC . Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM)

. Tính tỉ số $\frac{KS}{KD}$?

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.D	2.B	3.C	4.D	5.D.D	6.A	7.B	8.B	9.B	10.D
11.B	12.A	13.C.C	14.B	15.A	16.C	17.C	18.A	19.C	20.B
21.D	22.B	23.D	24.B	25.D	26.B	27.D	28.B	29.D	30.C
31.A	32.C	33.A	34.B	35.D					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan 3x$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\cos 3x \neq 0 \Leftrightarrow 3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng

A. 2π .

B. π .

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$.

Câu 3: Phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

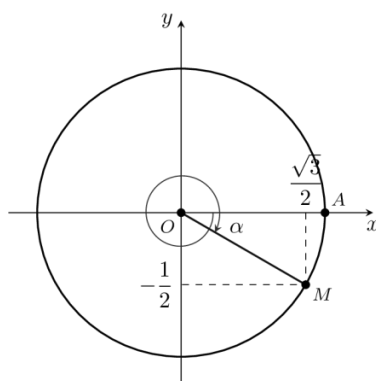
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có: $\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: Cho góc lượng giác α được biểu diễn bởi điểm M trên đường tròn lượng giác như mô tả trong hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Áp dụng định nghĩa giá trị lượng giác của một góc lượng giác thì $\cos \alpha = x_M = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: Dãy số (u_n) được gọi là

- A. Dãy số tăng nếu ta có $\frac{u_n}{u_{n+1}} > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
 B. Dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
 C. Dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.
 D. Dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Theo định nghĩa dãy số tăng, dãy số giảm:

Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , có dạng $u_n = \frac{2n + 2023}{n}$, với $n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 10 của dãy số là

- A. $\frac{2043}{10}$. B. $\frac{2023}{10}$. C. $\frac{2025}{10}$. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{10} = \frac{2 \cdot 10 + 2023}{10} = \frac{2043}{10}.$$

Câu 7: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\left(\frac{2023}{2022}\right)^n$. B. $\left(\frac{2022}{2023}\right)^n$. C. $\left(-\frac{2023}{2022}\right)^n$. D. 2023^n .

Lời giải

Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 là $\left(\frac{2022}{2023}\right)^n$ vì $\left|\frac{2022}{2023}\right| = \frac{2022}{2023} < 1$



Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{neu } x < 0 \\ x^2 & \text{neu } x \geq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$.

B. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$.

D. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ không tồn tại.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x+1) = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 = 0$

Vì $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ nên $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ không tồn tại.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 5x^4 - 6x^2 - x & x \geq 1 \\ -x^3 + 3x & x < 1 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

A. không tồn tại.

B. 2.

C. -2.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-x^3 + 3x) = -1 + 3 = 2$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K chứa a . Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = a$ nếu

A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$.

C. $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow a$.

D. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Lời giải

Định nghĩa hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = x_0$ nếu x_0 thuộc tập xác định và

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{khí } x \geq 1 \\ x^2-1 & \text{khí } x < 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

C. Hàm số liên tục tại $x = 1$.

D. Hàm số liên tục trên khoảng $(0; 3)$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x-3) = -1$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2-1) = 0$.

Suy ra: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ nên không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Vậy hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 12: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x$.

B. $y = \cot x$.

C. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

D. $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

Lời giải

Vì $y = x^3 - x$ là đa thức nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.



- Câu 13:** Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết nó
- A. Đi qua một điểm và chứa một đường thẳng.
 - B. Đi qua ba điểm.
 - C. Chứa hai đường thẳng cắt nhau.
 - D. Đi qua bốn điểm.

Lời giải

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

- Câu 14:** Cho ba mặt phẳng phân biệt (α) , (β) , (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3
- A. đôi một cắt nhau.
 - B. đôi một song song hoặc đồng quy.
 - C. đôi một song song.
 - D. đồng quy.

Lời giải

Ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đôi một song song hoặc đồng quy.

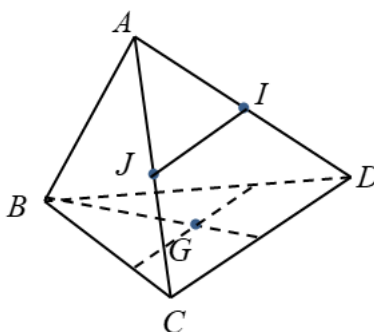
- Câu 15:** Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. AB, CD chéo nhau.
 - B. AB, CD song song.
 - C. AD, BC cắt nhau.
 - D. AC, BD cắt nhau

Lời giải

Do AB, CD hoặc AD, BC hoặc AC, BD là hai cạnh đối nhau của tứ diện $ABCD$ nên chúng chỉ có thể chéo nhau.

- Câu 16:** Cho tứ diện $ABCD$. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng
- A. qua I và song song với AB .
 - B. qua J và song song với BD .
 - C. qua G và song song với CD .
 - D. qua G và song song với BC .

Lời giải



Gọi d là giao tuyến của (GIJ) và (BCD) .

Ta có $G \in (GIJ) \cap (BCD)$, $IJ \parallel CD$, $IJ \subset (GIJ)$, $CD \subset (BCD)$.

Suy ra d đi qua G và d song song với CD .

- Câu 17:** Giả thiết nào sau đây là điều kiện đủ để kết luận đường thẳng a song song với mp (α) ?
- A. $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$.
 - B. $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$.
 - C. $a \cap (\alpha) = \emptyset$.
 - D. $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.

Lời giải

Theo định nghĩa SGK.



Câu 18: Một cửa hàng trang sức khảo sát khách hàng xem họ dự định mua trang sức với mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (Triệu đồng/m ²)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)
Số khách hàng	20	78	45	23	12

Tìm một cửa mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 11,55.

B. 10,42.

C. 11,78.

D. 10,5.

Lời giải

Nhóm chứa một cửa mẫu số liệu trên là nhóm [9;12).

Do đó $u_m = 9, n_{m-1} = 20, n_m = 78, n_{m+1} = 45, u_{m+1} - u_m = 12 - 9 = 3$.

Một cửa mẫu số liệu ghép nhóm là: $M_O = 9 + \frac{78 - 20}{(78 - 20) + (78 - 45)} \cdot 4 \approx 11,55$.

Câu 19: Kết quả khảo sát cân nặng của 40 học sinh lớp 6A2 đang tham gia khảo sát dinh dưỡng được cho ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số học sinh	5	16	10	6	3

Hãy ước lượng cân nặng trung bình của một học sinh lớp 6A2.

A. 33,5.

B. 32,5.

C. 35,75.

D. 34,25.

Lời giải

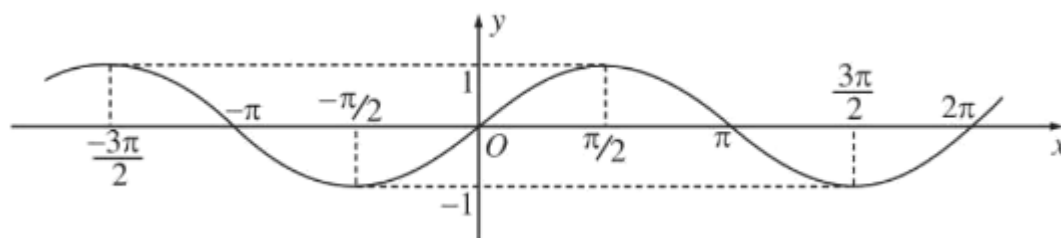
Ta có bảng thông kê theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Cân nặng đại diện (kg)	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5
Số học sinh	5	16	10	6	3

Cân nặng trung bình của một học sinh lớp 6A2 là:

$$\frac{27,5 \cdot 5 + 32,5 \cdot 16 + 37,5 \cdot 10 + 42,5 \cdot 6 + 47,5 \cdot 3}{40} = 35,75.$$

Câu 20: Đồ thị hàm số như hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào sau:



A. $y = \tan x$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = \cot x$.

Lời giải

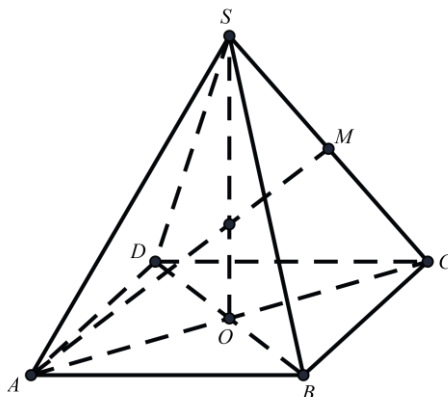
Đồ thị đã cho là đồ thị hàm số $y = \sin x$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , M là trung điểm SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC . B. SA và BD chéo nhau.
C. 30 cắt 1. D. $(SAB) \cap (SCD) = SO$.

Lời giải



Hai mặt phẳng 5 và 5 có điểm 1 chung và lần lượt chứa hai đường thẳng song song là 10 và $\frac{568}{667}$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng đi qua $\frac{1001}{3335}$ và song song với $\frac{99}{667}$ và $\frac{200}{3335}$.

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ với công sai d , đặt $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Chọn khẳng định **sai**?

- A. $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$. B. $S_n = \frac{u_1 + u_n}{n}$.
C. $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$. D. $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$.

Lời giải

Cho cấp số cộng (u_n) với công sai d , đặt $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ta có

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \text{ hay } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}.$$

Câu 23: Nếu (u_n) , với $n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân với công bội q . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $u_{n+1} = u_n \cdot q$. B. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ với $n \geq 2$.
C. $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$ với $k \geq 2$. D. $u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}$ với $k \geq 2$.

Lời giải

Với $k \geq 2$ thì $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$ hay $|u_k| = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}$.

Câu 24: Tìm dãy số tăng trong các phương án sau:

- A. (u_n) với $u_n = -3n + 5$. B. (u_n) với $u_n = \frac{3n+1}{n+3}$.
C. (u_n) với $u_n = (-1)^n$. D. (u_n) với $u_n = \frac{1}{n}$.

Lời giải

Ta có: $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = \frac{3n+3+1}{n+1+3} = \frac{3n+4}{n+4}$.



$$u_{n+1} - u_n = \frac{3n+4}{n+4} - \frac{3n+1}{n+3} = \frac{(3n+4)(n+3) - (n+4)(3n+1)}{(n+4)(n+3)} = \frac{8}{(n+4)(n+3)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\Rightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) với $u_n = \frac{3n+1}{n+3}$ là dãy số tăng.

Câu 25: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+1}-1}{x} = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $T = b^a$.

A. 81.

B. 25.

C. 9.

D. 32.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x+1-1}{x(\sqrt{5x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{\sqrt{5x+1}+1} = \frac{5}{2}.$$

Do đó $a = 5, b = 2$. Vậy $T = 2^5 = 32$.

Câu 26: Giá trị của giới hạn $\lim(-n^2 + 2n + 2023)$ là

A. -1.

B. $-\infty$.C. $+\infty$.

D. 2023.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim(-n^2 + 2n + 2023) = \lim n^2 \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{2023}{n^2} \right) = -\infty.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim n^2 = +\infty \\ \lim \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{2023}{n^2} \right) = -1 < 0 \end{cases}.$$

Câu 27: Hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ liên tục trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 2)$.B. $(1; +\infty)$ C. $\mathbb{R}$.D. $(-\infty; 1)$.

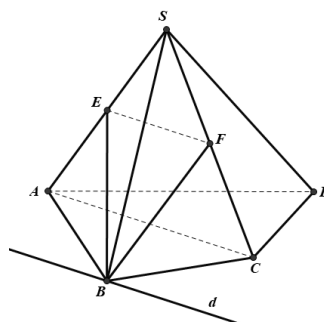
Lời giải

Điều kiện xác định: $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$ nên hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm SA, SC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (BEF) và $(ABCD)$ là đường thẳng đi qua điểm B và song song với đường thẳng

A. AD .B. AC .C. CD .D. SD .

Lời giải



Ta có EF là đường trung bình trong $\triangle SAC$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow EF // AC \\ EF \subset (BEF), AC \subset (ABCD) \\ B \in (BEF) \cap (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (BEF) \cap (ABCD) = d \quad (B \in d, d // EF // AC).$$

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$. Cặp đường thẳng nào sau đây chéo nhau?

- A. AB, AD . B. AB, CB . C. BC, BD . D. BC, AD .

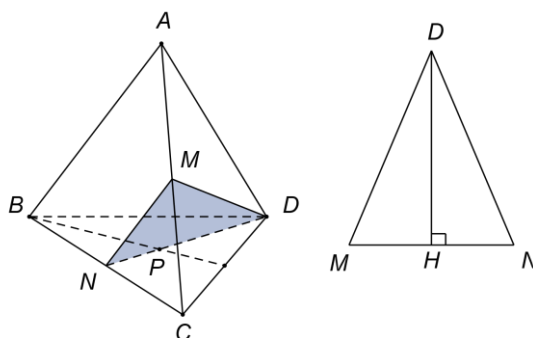
Lời giải

Theo định nghĩa tứ diện, ta có BC, AD là hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC ; P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

- A. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$. B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Trong tam giác BCD có: P là trọng tâm, N là trung điểm BC . Suy ra N, P, D thẳng hàng. Vậy thiết diện là tam giác MND .

Xét tam giác MND , ta có $MN = \frac{AB}{2} = a$; $DM = DN = \frac{AD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Do đó tam giác MND cân tại D .

Gọi H là trung điểm MN suy ra $DH \perp MN$.

Diện tích tam giác $S_{\triangle MND} = \frac{1}{2}MN \cdot DH = \frac{1}{2}MN \cdot \sqrt{DM^2 - MH^2} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

Câu 31: Cho bảng tần số về cân nặng của 180 người dân trong một xã như sau: (đơn vị: kg)

Nhóm	Tần số
$[0;10)$	6
$[10;20)$	15
$[20;30)$	37
$[30;40)$	48
$[40;50)$	22
$[50;60)$	29
$[60;70)$	23
	$n = 180$



Xác định số trung vị của mẫu số liệu trên:

- A. 36,66. B. 37,77. C. 38,55. D. 38,88.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{180}$ là cân nặng của 180 người dân sắp xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó trung vị là $\frac{x_{90} + x_{91}}{2}$. Ta có x_{90}, x_{91} thuộc nhóm $[30; 40)$ nên nhóm này chứa trung vị.

Ta có: $p = 4$; $a_p = 30$; $m_p = 48$; $m_1 + m_2 + m_3 = 6 + 15 + 37 = 58$.

$$\text{Vậy } M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + m_2 + m_3)}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = 30 + \frac{90 - 58}{48} \cdot 10 = 36,66.$$

Câu 32: Doanh thu của 50 cửa hàng của một công ty trong một tháng (đơn vị: triệu đồng) được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Doanh thu	$[26; 48)$	$[48; 70)$	$[70; 92)$	$[92; 114)$	$[114; 136)$
Số cửa hàng	6	14	17	8	5

Doanh thu trung bình của mỗi cửa hàng của công ty hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) là

- A. 79,52. B. 73,04. C. 77,48. D. 64,98.

Lời giải

Doanh thu trung bình của mỗi cửa hàng của công ty hàng tháng là

$$\frac{37 \times 6 + 59 \times 14 + 81 \times 17 + 103 \times 8 + 125 \times 5}{50} = 77,48 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 33: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$
Số cây	4	6	7	5	3

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $M_o = \frac{70}{3}$. B. $M_o = \frac{50}{3}$. C. $M_o = \frac{70}{2}$. D. $M_o = \frac{80}{3}$.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 7 nên nhóm chứa một là $[20; 30)$. Ta có:

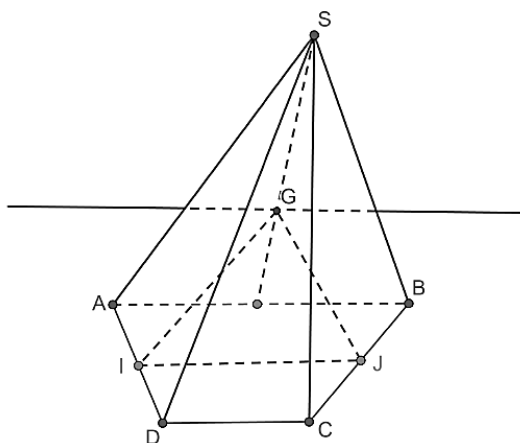
$$j = 3, a_3 = 20, m_3 = 7, m_2 = 6, m_4 = 5, h = 10.$$

$$\text{Do đó: } M_o = 20 + \frac{7 - 6}{(7 - 6) + (7 - 5)} \cdot 10 = \frac{70}{3}$$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

- A. SC . B. Đường thẳng qua G và song song với CD .
C. Đường thẳng qua S và song song với AB . D. Đường thẳng qua G và cắt BC .

Lời giải



Do I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC nên IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$.
Suy ra $IJ \parallel AB$.

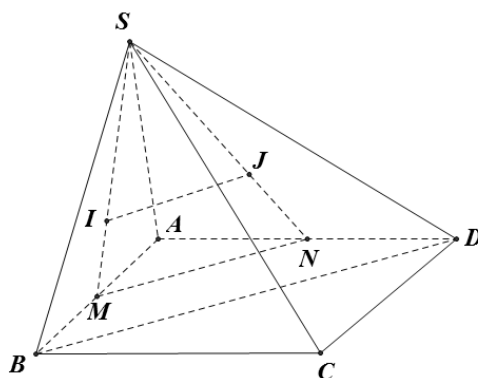
$$\text{Ta có } \begin{cases} G \in (SAB) \cap (IJG) \\ IJ \subset (IJG), AB \subset (SAB) \Rightarrow (IJG) \cap (SAB) = Gx \parallel IJ \parallel AB \parallel CD \\ IJ \parallel AB \end{cases}$$

Vậy giao tuyến của (SAB) và (IJG) là đường thẳng đi qua G và song song với CD .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB và SAD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $IJ \parallel (SMN)$ B. $IJ \parallel (SAD)$. C. $IJ \parallel (SAB)$. D. $IJ \parallel (SBD)$.

Lời giải



Trong tam giác SAB , vì I là trọng tâm nên $\frac{SI}{SM} = \frac{2}{3}$

Trong tam giác SAD , vì J là trọng tâm nên $\frac{SJ}{SN} = \frac{2}{3}$

Xét tam giác SMN có $\frac{SI}{SM} = \frac{SJ}{SN} \Rightarrow IJ \parallel MN$ (1)

Trong tam giác ABD có M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD nên $MN \parallel BD$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $IJ \parallel BD$. Ta có: $\left. \begin{array}{l} IJ \not\subset (SBD) \\ BD \subset (SBD) \end{array} \right\} \Rightarrow IJ \parallel (SBD)$.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sqrt{2 + \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x} = \frac{1}{2}(\sin x + \sqrt{3} \cos x)^2 + 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt{2 + \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x} = \frac{1}{2}(\sin x + \sqrt{3} \cos x)^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2\left(\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x\right) + 2} = 2\left(\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2} = 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \quad \Leftrightarrow \sqrt{4\cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} = 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 \Leftrightarrow \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right| = 1 - \cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1$$

$$\Leftrightarrow \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right|^2 + \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right| - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right| = -2 \text{ (Vi phạm)} \\ \left|\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right| = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy họ nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2: (1,0 điểm) Bạn Mai và Hoa chơi bóng bàn. Mai thấy rằng khi thả quả bóng bàn từ một độ cao nào đó xuống mặt sân bê tông thì quả bóng lại nảy lên một quãng đường bằng 70% so với vị trí thả bóng, sau đó lại rơi xuống và lại nảy lên đúng bằng 70% quãng đường vừa rơi xuống và cứ như vậy cho đến khi dừng hẳn. Bạn Mai thả quả bóng bàn từ độ cao 1m và đo bạn Hoa tính tổng quãng đường đi của quả bóng sau khi quả bóng được thả và nảy lên, rơi xuống 15 lần. Em hãy giúp Hoa tính toán nhé. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi u_n là khoảng cách của quả bóng đến mặt đất sau n lần rơi xuống ($n \in \mathbb{N}$)

Lần rơi đầu tiên quả bóng cách mặt đất 1 m.

Sau 1 lần rơi, quả bóng nảy lên được quãng đường là: $u_1 = 1.70\% \text{ (m)}$.

Sau lần rơi thứ 2 quả bóng nảy lên được quãng đường là: $u_2 = 1.70\%.70\% = 1.(70\%)^2 \text{ (m)}$.

Dãy số trên lập thành một cấp số nhân có số hạng đầu là 1 m và công bội $q = 70\%$, có công thức tổng quát $u_n = 1.(70\%)^{n-1} \text{ (m)}$.

Tổng quãng đường đi của quả bóng sau khi quả bóng được thả và nảy lên, rơi xuống 15 lần là



$$S_n = 1 + 2 \cdot \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_{10} = 1 + 2 \cdot 1.70\% \cdot \frac{(1-(70\%)^{15})}{1-70\%} \approx 5,64(\text{m}).$$

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}, & x > 1 \\ 2x+a, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã

cho liên tục tại điểm $x=1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$; $x=1 \in D$ có $f(1) = 2+a$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+8}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+8}+3} = \frac{1}{6}.$$

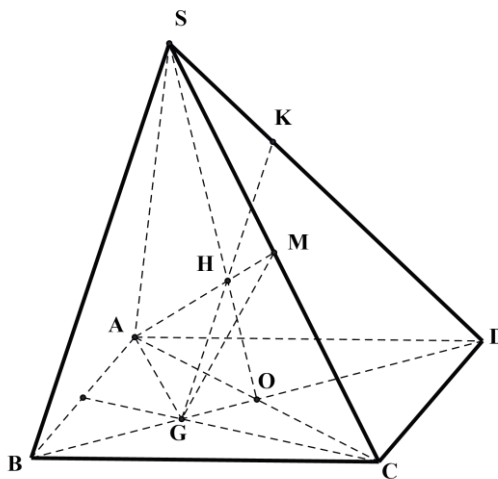
$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+a) = 2+a.$$

Để hàm số đã cho liên tục tại $x=1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{6} = 2+a \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}$.

Vậy $a = -\frac{11}{6}$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm cạnh SC . Gọi K là giao điểm của SD với mặt phẳng (AGM) . Tính tỉ số $\frac{KS}{KD}$?

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD . Trong $mp(SAC)$ ta có AM và SO cắt nhau tại điểm H .

Trong (SBD) ta có GH và SD cắt nhau tại điểm K .

Do GH thuộc mặt phẳng (AMG) nên K cũng là giao điểm của SD và mặt phẳng (AMG) .

Xét tam giác SOD có 3 điểm K, H, G lần lượt thuộc các cạnh SD, SO và OD kéo dài và K, H, G thẳng hàng nên áp dụng định lý Menelaus trong tam giác SOD ta có:



$$\frac{KS}{KD} \cdot \frac{GD}{GO} \cdot \frac{HO}{HS} = 1 \quad (1).$$

Do G là trọng tâm tam giác ABC nên $GO = \frac{1}{3}OB$ hay $GO = \frac{1}{3}OD \Rightarrow GO = \frac{1}{4}GD$

$$\Leftrightarrow \frac{GD}{GO} = 4 \quad (2).$$

Tương tự, áp dụng định lý Menelaus trong tam giác SOC (có 3 điểm M, H, A thẳng hàng và thuộc 3 cạnh của tam giác)

$$\text{Ta có: } \frac{HO}{HS} \cdot \frac{MS}{MC} \cdot \frac{AC}{AO} = 1 \Leftrightarrow \frac{HO}{HS} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow \frac{HO}{HS} = \frac{1}{2} \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) suy ra: } \frac{KS}{KD} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \frac{KS}{KD} = \frac{1}{2}.$$

ĐỀ SỐ 06**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST**

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**Câu 1:** Hàm số nào sau đây là một hàm số chẵn?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \cot x$.

Câu 2: Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$?

- A. $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
 C. $D = \mathbb{R}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 4: Công thức nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \alpha$ là

- A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $x = \pm \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = (-1)^n n$ B. $u_n = n^2$ C. $u_n = 2^n$ D. $u_n = \frac{n}{3^n}$

Câu 6: Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai là $d = 3$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng là

- A. $u_2 = 3$. B. $u_2 = 4$. C. $u_2 = 5$. D. $u_2 = 6$.

Câu 7: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả bao nhiêu nhóm?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	$[6,5; 7,0)$	$[7,0; 7,5)$	$[7,5; 8,0)$	$[8,0; 8,5)$
Số cây	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên.

- A. $7,407(m)$. B. $4,707(m)$. C. $7,704(m)$. D. $7,5(m)$.



Câu 9: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:

Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_1 = 13,5$. B. $Q_1 = 13,9$. C. $Q_1 = 15,75$. D. $Q_1 = 13,75$.

Câu 10: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [20;40). B. [40;60). C. [60;80). D. [80;100).

Câu 11: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. a và d cắt nhau. B. a và d trùng nhau.
C. a và d chéo nhau. D. a và d song song.

Câu 12: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel (SAB)$. B. $MN \parallel (SBC)$. C. $MN \parallel (SBD)$. D. $MN \parallel (ABCD)$.

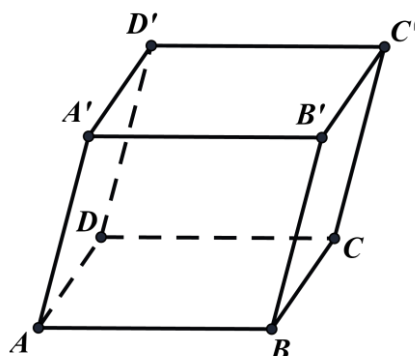
Câu 14: Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

- A. 1635. B. 1792. C. 2055. D. 3125.

Câu 15: Năm 2022, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2027 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu?

- A. 675.000.000 đồng. B. 664.382.000 đồng.
C. 677.941.000 đồng. D. 691.776.000 đồng.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (BCA') . B. (BDA') . C. $(A'C'C)$. D. $(BC'D)$.



Câu 17: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $-\infty$. C. 0. D. -1 .

Câu 18: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ bằng

- A. 2. B. 0. C. -2 . D. $-\frac{3}{2}$.

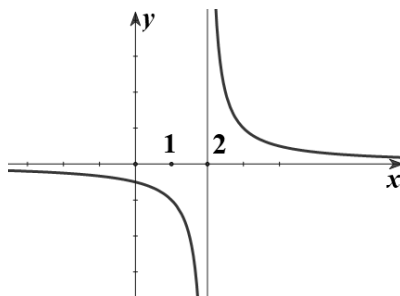
Câu 19: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023}$ ta được kết quả là

- A. 2023. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Câu 20: Hàm số $y = \frac{1}{2x+4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A. 2. B. 1. C. 4. D. -2 .

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Câu 22: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?

- A. $\frac{1}{3}$ phút. B. $\frac{1}{6}$ phút. C. $\frac{1}{4}$ phút. D. 1,5 phút.

Câu 23: Cho dãy số u_n xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó u_3 có giá trị bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 24: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là

- A. O' . B. A' . C. B' . D. C' .

Câu 25: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

- A. AC . B. SE . C. SF . D. SD .



Câu 26: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và b là đường thẳng nằm trong (P) . Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

- A. a song song b .
B. a cắt b .
C. a và b chéo nhau.
D. a và b không có điểm chung.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x - 2 & \text{khi } x \neq 2 \\ x + m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$.

- A. $m = 8$.
B. $m = 10$.
C. $m = -8$.
D. $m = -10$.

Câu 28: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

- A. -12 .
B. -2 .
C. 0 .
D. -6 .

Câu 29: Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - n^4}{4n - 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \left(\frac{\frac{3}{n^3} - 1}{4 - \frac{5}{n}} \right) = -\infty$ bằng:

- A. $+\infty$.
B. $-\infty$.
C. 0 .
D. 1 .

Câu 30: Giá trị của giới hạn $\frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1}$ bằng

- A. 1 .
B. 3 .
C. 2 .
D. 0 .

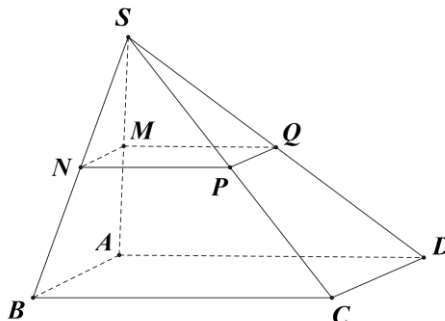
Câu 31: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0 ?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3}{1 - 2^n}$.
B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 1}{3 \cdot 2^n - 4^n}$.
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^2}{3n^2 + 2n}$.
D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{n - 2n^2}$.

Câu 32: Tìm m để $P = 3$ với $P = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + m}{x + 2}$.

- A. 6 .
B. 14 .
C. 3 .
D. $\frac{10}{3}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Xác định tất cả các đường thẳng song song với đường thẳng MN .



- A. AB, PQ .
B. AB, CD, PQ .
C. AB, AC, PQ .
D. AB, BC, PQ .

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) .
B. (SAB) .
C. (SAD) .
D. (SCD) .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** SI song song với CD .
B. SI chéo với CD .
C. SI cắt với CD .
D. SI trùng với CD .

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ ($0 \leq t \leq 24$) được cho bởi công thức

$h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Thời điểm nào trong ngày mực nước trong kênh là cao nhất?

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-a}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ b & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm a, b để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

Câu 3: (1,0 điểm) Bạn Lan thả một quả bóng cao su từ độ cao 6m so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tính quãng đường quả bóng đã di chuyển (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa)?

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn $AD = 3BC$. Gọi M là điểm trên cạnh AB thỏa $AM = 2MB$. Gọi N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng BD và song song với (MNP) . Gọi K là giao điểm của SC với mặt phẳng (α) . Tính tỉ số $\frac{KC}{KS}$.

----- HẾT -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.C	2.A	3.D	4.D	5.C	6.C	7.C	8.A	9.D	10.B
11.D	12.A	13.D	14.C	15.C	16.D	17.C	18.C	19.D	20.D
21.B	22.C	23.A	24.A	25.B	26.B	27.B	28.A	29.C	30.C
31.B	32.A	33.B	34.D	35.A					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)****Câu 1:** Hàm số nào sau đây là một hàm số chẵn?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải

Vì $\cos(-x) = \cos x$ và hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên nó là một hàm số chẵn.

Câu 2: Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$?

- A. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ (Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$)

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
C. $D = \mathbb{R}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{6} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 4: Công thức nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \alpha$ là

- A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pm \alpha + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = (-1)^n n$ B. $u_n = n^2$ C. $u_n = 2^n$ D. $u_n = \frac{n}{3^n}$

Lời giải



Lập tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

A: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$ không phải cấp số nhân.

B: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

C: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có công bội bằng 2.

D: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

Câu 6: Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai là $d = 3$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng là

A. $u_2 = 3$.

B. $u_2 = 4$.

C. $u_2 = 5$.

D. $u_2 = 6$.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 + d = 2 + 3 = 5$.

Câu 7: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả bao nhiêu nhóm?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Dựa vào bảng số liệu, mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có tất cả 5 nhóm.

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê chiều cao của 35 cây bạch đàn trong rừng, ta có bảng số liệu sau:

Khoảng chiều cao (m)	[6,5; 7,0)	[7,0; 7,5)	[7,5; 8,0)	[8,0; 8,5)
Số cây	6	15	11	3

Tính chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn trên.

A. 7,407(m).

B. 4,707(m).

C. 7,704(m).

D. 7,5(m).

Lời giải

Giá trị đại diện của mỗi nhóm số liệu là *trung bình cộng* của hai đầu mút.

Ta có bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện của mỗi nhóm:

Nhóm	[6,5; 7,0)	[7,0; 7,5)	[7,5; 8,0)	[8,0; 8,5)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25
Tần số	6	15	11	3

Chiều cao trung bình của 35 cây bạch đàn là:

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 6,75 + 15 \cdot 7,25 + 11 \cdot 7,75 + 3 \cdot 8,25}{35} = 7,407(m).$$

Câu 9: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 25 cây dừa giống như sau:



Chiều cao (cm)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Số cây	4	6	7	5	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_1 = 13,5$. B. $Q_1 = 13,9$. C. $Q_1 = 15,75$. D. $Q_1 = 13,75$.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 4 + 6 + 7 + 5 + 3 = 25$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_6 + x_7}{2}$. Do x_6, x_7 đều thuộc nhóm $[10;20)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó: $p = 2$, $a_2 = 10$, $m_2 = 6$, $m_1 = 4$, $a_3 - a_2 = 10$.

Ta có: $Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot 10 = 13,75$.

Câu 10: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $[20;40)$. B. $[40;60)$. C. $[60;80)$. D. $[80;100)$.

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm có tần số lớn nhất.

Do đó nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm $[40;60)$.

Câu 11: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d . Kết luận nào sau đây đúng?

- A. a và d cắt nhau. B. a và d trùng nhau.
C. a và d chéo nhau. D. a và d song song.

Lời giải

$$\left. \begin{array}{l} d = (\alpha) \cap (\beta) \\ \text{Ta có } a \subset (\beta) \\ a // (\alpha) \end{array} \right\} \Rightarrow d // a.$$

Câu 12: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b ?

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 4

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có những vị trí tương đối sau:

Hai đường thẳng phân biệt a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể song song hoặc cắt nhau

Hai đường thẳng phân biệt a và b không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau. Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

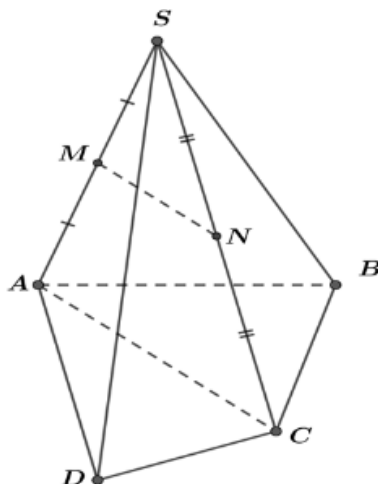


A. $MN // (SAB)$.

B. $MN // (SBC)$.

C. $MN // (SBD)$.

D. $MN // (ABCD)$.



Lời giải

Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow MN // AC$.

Mặt khác $AC \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$.

Câu 14: Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

A. 1635.

B. 1792.

C. 2055.

D. 3125.

Lời giải

Số ghế của mỗi dãy theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có 30 số hạng có công sai $d = 3$ và $u_1 = 25$.

$$\text{Tổng số ghế là } S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = 30u_1 + \frac{30 \cdot 29}{2}d = 2055$$

Câu 15: Năm 2022, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2027 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu?

A. 675.000.000 đồng.

B. 664.382.000 đồng.

C. 677.941.000 đồng.

D. 691.776.000 đồng.

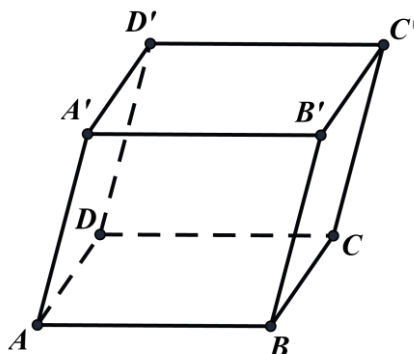
Lời giải

Gọi u_n là giá xe bán ra sau n năm kể từ năm 2022.

Theo giả thiết, ta có u_n lập thành cấp số nhân với số $u_1 = 750.000.000 \times 0,98$ và $q = 0,98$.

Giá tiền xe bán ra năm 2027 là $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 750.000.000 \times (0,98)^5 = 677.940.597,6$ đồng.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



A. (BCA') .B. (BDA') .C. $(A'C'C)$.D. $(BC'D)$.

Câu 17: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1}$ là:

A. $-\frac{3}{4}$.B. $-\infty$.

C. 0.

D. -1.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3}{4n^2 - 2n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{-3}{n^2}}{4 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{4} = 0.$$

Giải nhanh : Dạng « bậc tử » < « bậc mẫu » nên kết quả bằng 0.

Câu 18: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2}$ bằng

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. $-\frac{3}{2}$.**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 2} = \frac{1 - 3}{-1 + 2} = -2$$

Câu 19: Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023}$ ta được kết quả là

A. 2023.

B. 0.

C. $+\infty$.D. $-\infty$.**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2023} = -\infty$$

Câu 20: Hàm số $y = \frac{1}{2x + 4}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. 2.

B. 1

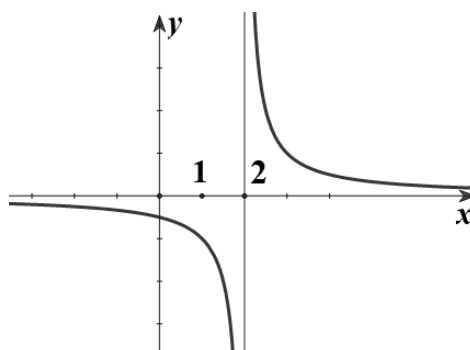
C. 4.

D. -2.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, suy ra hàm số gián đoạn tại $x = -2$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại

A. $x = 0$.B. $x = 2$.C. $x = 1$.D. $x = 4$.**Lời giải**

Tại $x = 2$, hàm số không liên tục.

Câu 22: Một đu quay ở công viên có bán kính bằng 10m. Tốc độ của đu quay là 3 vòng/phút. Hỏi mất bao lâu để đu quay quay được góc 270° ?



A. $\frac{1}{3}$ phút.

B. $\frac{1}{6}$ phút.

C. $\frac{1}{4}$ phút.

D. 1,5 phút.

Lời giải

$$\text{Tính được: } 270^\circ = \frac{270}{180}\pi = \frac{3}{2}\pi = \frac{3}{4} \cdot 2\pi$$

Vậy đu quay quay được góc 270° khi nó quay được $\frac{3}{4}$ vòng

Ta có: Đu quay quay được 1 vòng trong $\frac{1}{3}$ phút

Đu quay quay được $\frac{3}{4}$ vòng trong $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ phút.

Câu 23: Cho dãy số u_n xác định bởi
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$$
. Khi đó u_3 có giá trị bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Theo công thức truy hồi ta có } u_2 = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{4}.$$

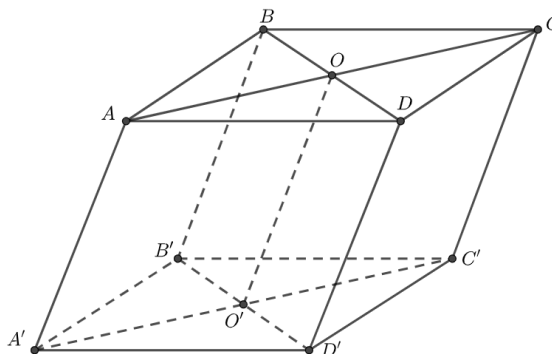
Câu 24: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD, A'B'C'D'$. Hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là

A. O' .

B. A' .

C. B' .

D. C' .

Lời giải

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $OO' \parallel AA'$. Vậy hình chiếu song song của O lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương AA' là O' .

Câu 25: Trong mặt phẳng (α) , cho tứ giác $ABCD$ có AB cắt CD tại E , AC cắt BD tại F , S là điểm không thuộc (α) . Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

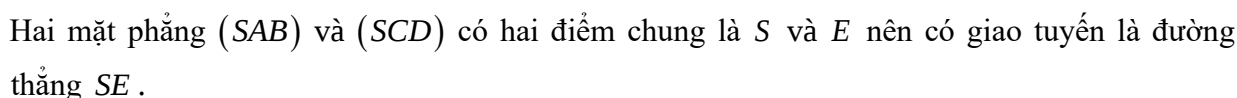
A. AC .

B. SE .

C. SF .

D. SD .

Lời giải



A. a song song b .

B. a cắt b .

C. a và b chéo nhau.

D. a và b không có điểm chung.

Lời giải

Vì $a \parallel (P)$ nên a không điếm chung với mặt phẳng (P) .

Mà $b \subset (P)$ nên a không điểm chung với b tức a không thể cắt b .

A. $m = 8$.

B. $m = 10$.

C. $m = -8$.

D. $m = -10$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 + x - 2) = 12$ và $f(2) = m + 2$.

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 2$ thì $m + 2 = 12 \Leftrightarrow m = 10$.

A. $-12.$

B. -2.

C. 0.

D. -6 .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(2 + \frac{1}{n} - \frac{4}{n^3} \right)}{n^3 \left(a + \frac{2}{n^3} \right)} = \frac{2}{a} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $a = 4$. Khi đó $a - a^2 = 4 - 4^2 = -12$.

Câu 29: Kết quả của $\lim u_n = \lim \frac{3n - n^4}{4n - 5} = \lim n^3 \left(\frac{\frac{3}{n^3} - 1}{4 - \frac{5}{n}} \right) = -\infty$ bằng:

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải



$$\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim \frac{3^n - 2 \cdot 2^n - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1} = 0$$

Câu 30: Giá trị của giới hạn $\frac{2n^2+1}{n^2+1}$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $\lim \frac{2n^2+1}{n^2+1} = \lim \frac{2+\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}} = 2.$

Câu 31: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim \frac{2^n+3}{1-2^n}.$

B. $\lim \frac{3^n+1}{3 \cdot 2^n - 4^n}.$

C. $\lim \frac{1-n^2}{3n^2+2n}.$

D. $\lim \frac{n^2-1}{n-2n^2}.$

Lời giải

Ta có: $\lim \frac{3^n+1}{3 \cdot 2^n - 4^n} = \lim \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^n - 1} = 0.$

Câu 32: Tìm m để $P = 3$ với $P = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+m}{x+2}.$

A. 6.

B. 14.

C. 3.

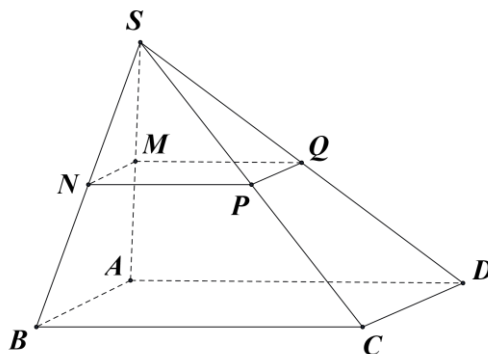
D. $\frac{10}{3}.$

Lời giải

Ta có: $P = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+m}{x+2} = \frac{3 \cdot 2 + m}{2+2} = \frac{6+m}{4}.$

Khi đó: $\frac{6+m}{4} = 3 \Leftrightarrow m = 6.$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Xác định tất cả các đường thẳng song song với đường thẳng MN .

A. $AB, PQ.$ B. $AB, CD, PQ.$ C. $AB, AC, PQ.$ D. $AB, BC, PQ.$

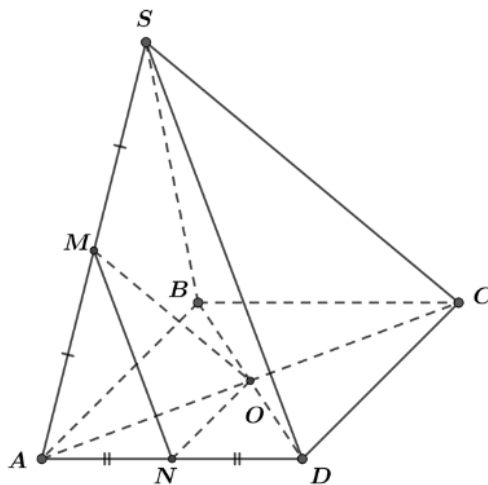
Lời giải

Các đường thẳng song song với MN là: AB, CD và $PQ.$



Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SAD) . D. (SCD) .



Lời giải

Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow MN \parallel SD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel SD \\ MN \not\subset (SCD) \Rightarrow MN \parallel (SCD) \\ SD \subset (SCD) \end{cases}$$

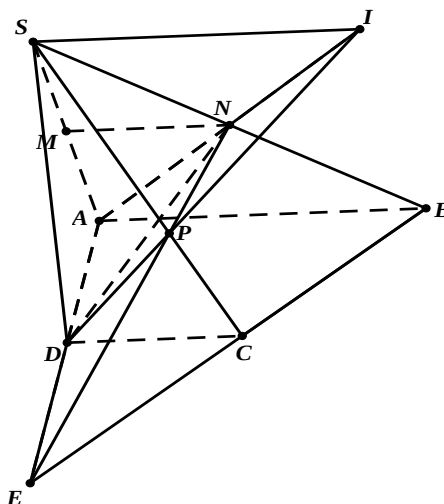
Tương tự $ON \parallel (SCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \parallel (SCD), ON \parallel (SCD) \\ MN \subset (MNO), ON \subset (MNO) \Rightarrow (MNO) \parallel (SCD) \\ MN \cap ON = \{N\} \end{cases}$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. SI song song với CD . B. SI chéo với CD .
C. SI cắt với CD . D. SI trùng với CD .

Lời giải



Trong $(ABCD)$ gọi $E = AD \cap BC$, trong (SCD) gọi $P = SC \cap EN$.

Ta có $E \in AD \subset (ADN) \Rightarrow EN \subset (AND) \Rightarrow P \in (ADN)$.

Vậy $P = SC \cap (ADN)$.

$$\text{Do } I = AN \cap DP \Rightarrow \begin{cases} I \in AN \\ I \in DP \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I \in (SAB) \\ I \in (SCD) \end{cases} \Rightarrow SI = (SAB) \cap (SCD)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB \parallel CD \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{cases} \Rightarrow SI \parallel CD.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (h) ($0 \leq t \leq 24$) được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Thời điểm nào trong ngày mực nước trong kênh là cao nhất?

Lời giải

$$\text{Ta có } -3 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$$

$$\text{Khi đó: } \text{Max } h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 24k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Mà } \begin{cases} t \in \mathbb{N} \\ 0 \leq t \leq 24 \end{cases} \text{ nên } k = 1 \Rightarrow t = -3 + 24.1 = 21(\text{h})$$

Vậy thời điểm mực nước trong kênh cao nhất trong ngày là 21(h).

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-a}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ b & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm a, b để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ và có: $f(1) = b$.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-a^2}{(x-1)(\sqrt{x+3}+a)}.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x=1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-a^2}{(x-1)(\sqrt{x+3}+a)} \quad (1)$$

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ tồn tại và hữu hạn thì dạng của nó là $\frac{0}{0}$ khi đó 1 là nghiệm của phương trình

$$x+3-a^2=0 \text{ suy ra } 1+3-a^2=0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=-2 \end{cases}.$$

$$\text{Khi } a=2 \text{ thì } (1) \Rightarrow b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} \Rightarrow b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} \Rightarrow b = \frac{1}{4}.$$



Khi $a = -2$ thì $(1) \Rightarrow b = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}-2}$ mà $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}-2}$ không hữu hạn suy ra không tồn tại b .

Vậy với $a = 2$ và $b = \frac{1}{4}$ thì hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

Câu 3: (1,0 điểm) Bạn Lan thả một quả bóng cao su từ độ cao 6m so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tính quãng đường quả bóng đã di chuyển (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa)?

Lời giải

Ta có quãng đường bóng bay bằng tổng quãng đường bóng nảy lên và quãng đường bóng rơi xuống.

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = \frac{3}{4}$.

Tổng quãng đường bóng rơi xuống bằng khoảng cách độ cao ban đầu và tổng quãng đường bóng nảy lên nên là $S = 6 + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$

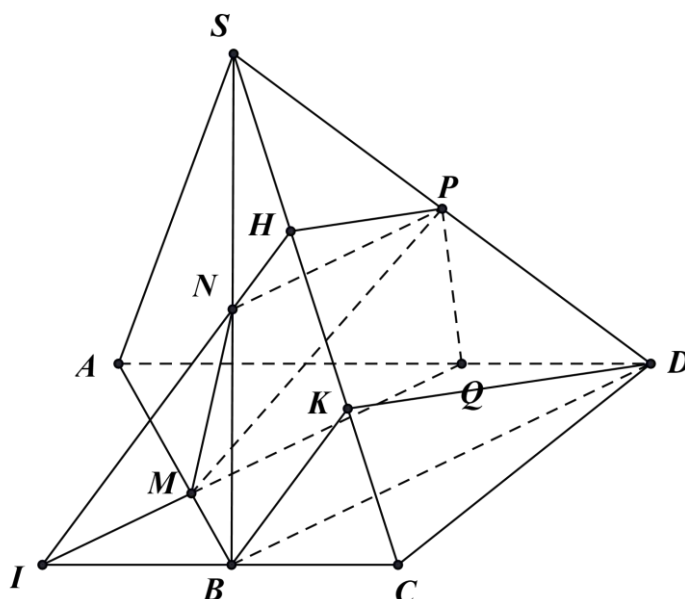
$$S = 6 + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right) + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \dots + 6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n + \dots$$

Đây là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 6$ và công bội $q = \frac{3}{4}$.

$$\text{Suy ra } S = \frac{6}{1 - \frac{3}{4}} = 24.$$

Vậy tổng quãng đường bóng bay là $S = 24$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn $AD = 3BC$. Gọi M là điểm trên cạnh AB thỏa $AM = 2MB$. Gọi N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD . Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng BD và song song với (MNP) . Gọi K là giao điểm của SC với mặt phẳng (α) . Tính tỉ số $\frac{KC}{KS}$.



Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) : $MNHPQ$



Xác định $K = SC \cap (\alpha)$

Ta có: NH là đường trung bình của $\triangle SBK : \Rightarrow SH = HK$

Mặt khác: $BI = QD$ (do $BIQD$ là hình bình hành) và $\frac{QD}{AD} = \frac{1}{3}$ (do $AM = 2BM$) $\Rightarrow QD = BC$

Suy ra B là trung điểm của $IC \Rightarrow BK$ là đường trung bình của $\triangle CIH \Rightarrow HJ = KC$

Vậy $\frac{KC}{KS} = \frac{1}{2}$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 07**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST**

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**Câu 1:** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π ?

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Câu 2: Với α là góc bất kì và các biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$. B. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.
C. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$. D. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n - \sin 3n$ B. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. C. $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. D. $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = 12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

- A. 22. B. 23. C. 24. D. 21.

Câu 6: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

- A. 4, 5, 6, 7, 8. B. 4, 16, 32, 64, 128.
C. 4, 6, 9, 13, 18. D. 4, 5, 7, 10, 14.

Câu 7: Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 8: Mức thưởng tết cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Có bao nhiêu nhân viên trong công ty nhận được mức thưởng tết từ 15 triệu đồng đến dưới 20 triệu đồng?

- A. 5. B. 13. C. 47. D. 130.

Câu 9: Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. 50. B. 48. C. 40. D. 45.

Câu 10: Khi thống kê chiều cao của học sinh khối 12 trong một trường trung học, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Chiều cao	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)	[180;186)
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [150;156). B. [162;168). C. [168;174). D. [180;186).

Câu 11: Đo chiều cao của các học sinh trong lớp 11A, người ta thu được bảng sau

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[141;146]	6	15.0
[147;152]	4	10.0
[153;158]	2	5.0
[159;164]	6	15.0
[165;170]	10	25.0
[171;176]	12	30.0
	N = 40	

Hãy tính số trung bình và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

- A. $\bar{x} = 166; M_e = 162$. B. $\bar{x} = 162,4; M_e = 166$. C. $\bar{x} = 168; M_e = 162$.
D. $\bar{x} = 148; M_e = 166$.

Câu 12: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng:

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.
B. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
C. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của hai mặt phẳng đó cũng song song với đường thẳng.
D. Nếu một mặt phẳng song song với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì nó cũng song song với đường thẳng còn lại.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, CD . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $HK // (SBC)$. B. $HK // (SBD)$. C. $HK // (SAC)$. D. $HK // (SAD)$.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ABB'A') // (CDD'C')$. B. $(BDA') // (D'B'C)$.
C. $(BA'D') // (ADC)$. D. $(ACD') // (A'C'B)$.

Câu 15: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.



Câu 16: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$. B. $(A'B'C')$. C. $(BB'C)$. D. $(CC'A)$.

Câu 17: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 18: Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{2 - 3g(x)}$.

- A. $-\frac{11}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{11}{8}$. D. $\frac{11}{8}$.

Câu 19: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$ là

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 2)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-5; 3)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 21: Hàm số $y = -\frac{1}{x}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 22: Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 5x^2 + 4b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

- A. $a = 8b$ B. $a = 24b$ C. $a = b$ D. $a = 12b$

Câu 23: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

- A. $A = \tan 6x$. B. $A = \tan 3x$.
C. $A = \tan 2x$. D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Câu 24: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính theo thời gian t được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

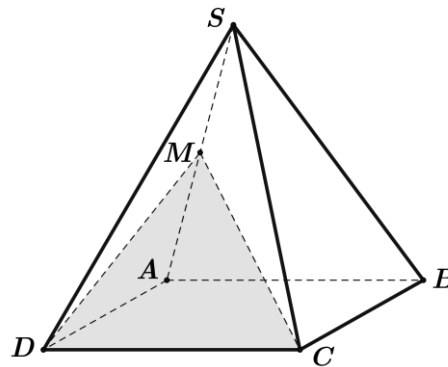
- A. 9 B. 14 C. 16. D. 19

Câu 25: Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

- A. 16384. B. 16383. C. 32767. D. 32768.



- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. (SBC) . B. (SCD) . C. $(ABCD)$. D. (SAB) .
- Câu 27:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB; \Delta SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?
- A. CD . B. BD . C. AD . D. AB .
- Câu 28:** Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. (ACD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (BCD) .
- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD) là:



- A. Không có giao điểm. B. Giao điểm của đường thẳng SB và MC .
C. Giao điểm của đường thẳng SB và MD . D. Trung điểm của đoạn thẳng SB .
- Câu 30:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$.
B. OO' và BB' cùng nằm trong một mặt phẳng.
C. $OO' \parallel (ADD'A')$.
D. OO' là đường trung bình của hình bình hành $ADC'B'$.
- Câu 31:** Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}}$.
- A. $-\frac{1}{7}$. B. 2 . C. -2 . D. $-\frac{1}{5}$.
- Câu 32:** Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. Mệnh đề đúng là
- A. $\lim u_n = 0$. B. $\lim u_n = 1$. C. $\lim u_n = +\infty$. D. $\lim u_n = -\infty$.
- Câu 33:** Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.
- A. $K = 0$. B. $K = 1$. C. $K = -2$. D. $K = 4$.
- Câu 34:** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 5}{2 - x}$ bằng

A. $+\infty$.B. $-\infty$.C. $\frac{3}{2}$.

D. 2.

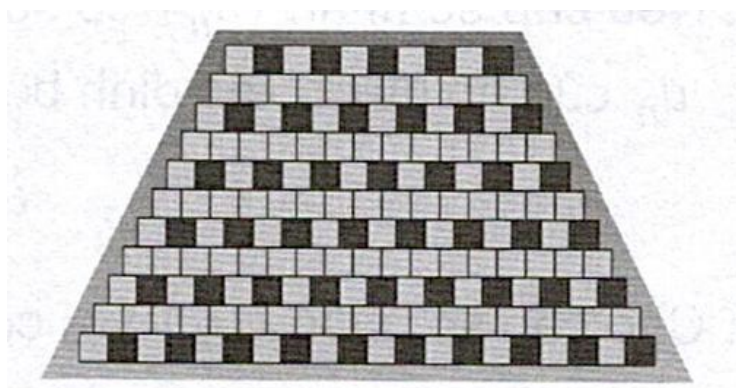
Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4} + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x+4}{x^2-2mx+m^2+2} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số thực m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m = 3$.B. $m = 4$.C. $m = 2$.D. $m = 6$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\frac{1}{\cos x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 2: (1,0 điểm) Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng $2,4m$ ở đáy và rộng $1,2m$ ở đỉnh (hình vẽ bên).



Các viên gạch hình vuông có kích thước $10cm \times 10cm$ phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

Câu 3: (1,0 điểm) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x-3}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ 4 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.B	3	4.C	5.B	6.D	7.C.B	8.C	9.B	10.B
11.B	12.C	13.A	14.C	15.C	16.C	17.B	18.D	19.A	20.D
21.A	22.B	23.C	24.A	25.C	26.A	27.B	28.A	29.D	30.B
31.C	32.A	33.C	34.A	35.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π ?

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ bằng 2π vì: $\sin(x + k2\pi) = \sin x$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 2: Với α là góc bất kì và các biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$. B. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.
C. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$. D. $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Lời giải

Công thức đúng là $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

Câu 3: Tập xác định D của hàm số $y = \tan x$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \tan x$ xác định khi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, do đó $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n - \sin 3n$ B. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. C. $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. D. $u_n = n \cdot \sin(3n - 1)$.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ bị chặn

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = 12$. Giá trị 759 là tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng?

- A. 22. B. 23. C. 24. D. 21.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 = u_1 + d = 3 \\ u_5 = u_1 + 4d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ d = 3 \end{cases}$$

Gọi tổng của n ($n > 0, n \in \mathbb{N}$) số hạng đầu bằng 759 suy ra

$$S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 759 \Leftrightarrow \frac{n[0 + (n-1)3]}{2} = 759$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) = 506 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -22 (\text{loại}) \\ n = 23 \end{cases}$$

Câu 6: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Năm số hạng đầu của dãy số là

A. 4, 5, 6, 7, 8.

B. 4, 16, 32, 64, 128.

C. 4, 6, 9, 13, 18.

D. 4, 5, 7, 10, 14.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 + 1 = 5$; $u_3 = u_2 + 2 = 7$; $u_4 = u_3 + 3 = 10$; $u_5 = u_4 + 4 = 14$.

Câu 7: Xét tính bị chặn của dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

A. Bị chặn.

B. Không bị chặn.

C. Bị chặn trên.

D. Bị chặn dưới.

Lời giải

Vì $u_n = 4 - 3n - n^2 = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Câu 8: Mức thưởng tết cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Có bao nhiêu nhân viên trong công ty nhận được mức thưởng tết từ 15 triệu đồng đến dưới 20 triệu đồng?

A. 5.

B. 13.

C. 47.

D. 130.

Lời giải

Số nhân viên trong công ty nhận được mức thưởng tết từ 15 triệu đồng đến dưới 20 triệu đồng là 47.

Câu 9: Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Cân nặng	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A. 50.

B. 48.

C. 40.

D. 45.

Lời giải

Ta có: Số phần tử của mẫu là $n = 40 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10$.

Suy ra nhóm $[40;50)$ chứa tứ phân vị thứ nhất.

Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

$$Q_1 = 40 + \frac{10-2}{10} \cdot 10 = 48.$$

Câu 10: Khi thống kê chiều cao của học sinh khối 12 trong một trường trung học, ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:



Chiều cao	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)	[180;186)
Số học sinh	5	18	40	26	8	3

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. [150;156). B. [162;168). C. [168;174). D. [180;186).

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm có tần số lớn nhất.

Do đó nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm [162;168).

Câu 11: Đo chiều cao của các học sinh trong lớp 11A, người ta thu được bảng sau

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[141;146]	6	15.0
[147;152]	4	10.0
[153;158]	2	5.0
[159;164]	6	15.0
[165;170]	10	25.0
[171;176]	12	30.0
	N = 40	

Hãy tính số trung bình và trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên

- A. $\bar{x} = 166; M_e = 162$. B. $\bar{x} = 162,4; M_e = 166$. C. $\bar{x} = 168; M_e = 162$.
D. $\bar{x} = 148; M_e = 166$.

Lời giải

Ta có: Bảng số liệu ghép nhóm sau

Lớp	[141;146]	[147;152]	[153;158]	[159;164]	[165;170]	[171;176]
Tần số	6	4	2	6	10	12
Giá trị đại diện	143,5	149,5	155,5	161,5	167,5	173,5

Số trung bình của mẫu số liệu trên là:

$$\bar{x} = \frac{6.143,5 + 4.149,5 + 2.155,5 + 6.161,5 + 10.167,5 + 12.173,5}{40} = 162,4$$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{40}$ là chiều cao của các học sinh lớp 12A1 xếp theo thứ tự không giảm. Do

$x_1, x_2, \dots, x_6 \in [141;146]$; $x_7, x_8, x_9, x_{10} \in [147;152]$; $x_{11}, x_{12} \in [153;158]$;
 $x_{13}, x_{14}, \dots, x_{18} \in [159;164]$; $x_{19}, x_{20}, \dots, x_{28} \in [165;170]$; $x_{29}, x_{30}, \dots, x_{40} \in [171;176]$ nên trung vị

của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{20} + x_{21})$ sẽ thuộc nhóm [165;170]

Vậy trung vị của mẫu số liệu trên là

$$M_e = 165 + \frac{\frac{40}{2} - (6 + 4 + 2 + 6)}{10} \cdot (170 - 165) = 166$$

Câu 12: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng:

- A. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì hai mặt phẳng đó song song với nhau.



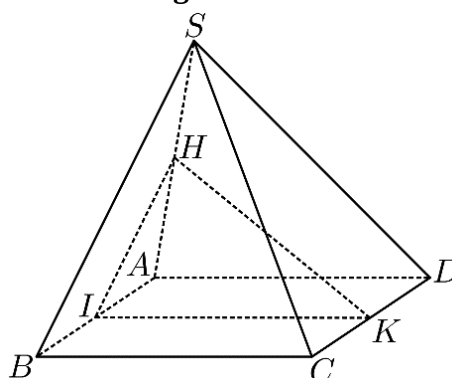
- B.** Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
- C.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của hai mặt phẳng đó cũng song song với đường thẳng.
- D.** Nếu một mặt phẳng song song với một trong hai đường thẳng song song với nhau thì nó cũng song song với đường thẳng còn lại.

Lời giải

Đáp án **C** đúng, dựa theo tính chất đường thẳng song song với mặt phẳng.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, CD . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $HK // (SBC)$. **B.** $HK // (SBD)$. **C.** $HK // (SAC)$. **D.** $HK // (SAD)$.

Lời giải

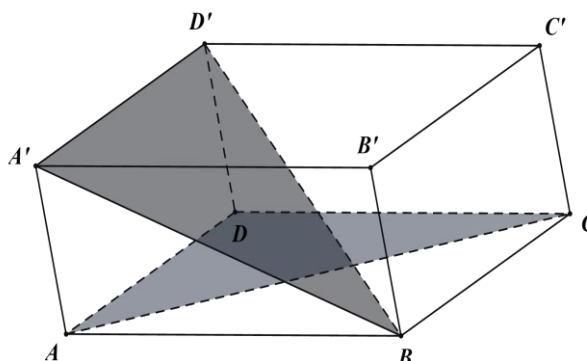
Ta có HI là đường trung bình của tam giác SAB nên $HI // SB \subset (SBC) \Rightarrow HI // (SBC)$

Lại có I, K lần lượt là trung điểm AB, CD nên $IK // BC \subset (SBC) \Rightarrow IK // (SBC)$

Từ, ta có $(HIK) // (SBC)$, mà $HK \subset (HIK)$ nên $HK // (SBC)$.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $(ABB'A') // (CDD'C')$. **B.** $(BDA') // (D'B'C)$.
- C.** $(BA'D') // (ADC)$. **D.** $(ACD') // (A'C'B)$.

Lời giải

Ta có $(BA'D') \equiv (BCA'D')$ và $(ADC) \equiv (ABCD)$.

Mà $(BCA'D') \cap (ABCD) = BC$. Suy ra $(BA'D') // (ADC)$ **sai**.



Câu 15: Cho hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d . Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P), (Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. a, d trùng nhau. B. a, d chéo nhau. C. a song song d . D. a, d cắt nhau.

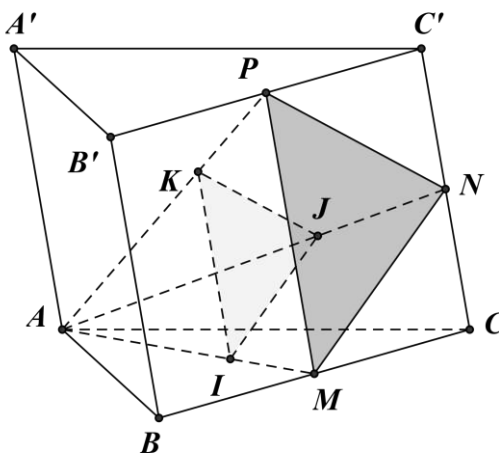
Lời giải

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

Câu 16: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK) ?

- A. $(BC'A)$. B. $(A'B'C')$. C. $(BB'C)$. D. $(CC'A)$.

Lời giải



Do I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, ACC', AB'C'$ nên $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}$ nên $IJ \parallel MN$.

$\Rightarrow IJ \parallel (BCC'B')$

Tương tự $IK \parallel (BCC'B') \Rightarrow (IJK) \parallel (BCC'B')$ hay $(IJK) \parallel (BB'C)$

Câu 17: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} (2x^2 - 3x + 1) = 1$.

Câu 18: Cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{2 - 3g(x)}$.

- A. $-\frac{11}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{11}{8}$. D. $\frac{11}{8}$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x) + 1}{2 - 3g(x)} = \frac{2 \cdot 5 + 1}{2 - 3 \cdot (-2)} = \frac{11}{8}$.

Câu 19: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1}$ là

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1} = \frac{\sqrt{3+1}-1}{-1-1} = -\frac{3}{2}$$

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2+5x+4}$. Khi đó, hàm số liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 2)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(-5; 3)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định khi và chỉ khi } x^2+5x+4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq -4 \end{cases}.$$

$$\text{Tập xác định của hàm số là } D = (-\infty; -4) \cup (-4; -1) \cup (-1; +\infty).$$

$$\text{Hàm số } y = \frac{x^2+1}{x^2+5x+4} \text{ là hàm phân thức hữu tỉ, nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định}$$

$$(-\infty; -4), (-4; -1) \text{ và } (-1; +\infty).$$

$$\text{Vậy hàm số đã cho liên tục trên khoảng } (-1; +\infty).$$

Câu 21: Hàm số $y = -\frac{1}{x}$ gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: Tập xác định của hàm số } y = -\frac{1}{x} \text{ là } D = \mathbb{R} \setminus \{0\}. \text{ Suy ra hàm số gián đoạn tại điểm } x = 0$$

Câu 22: Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa a, b để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 5x^2+4b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

A. $a = 8b$

B. $a = 24b$

C. $a = b$

D. $a = 12b$

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax+1-1}{3x(\sqrt{ax+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{3(\sqrt{ax+1}+1)} = \frac{a}{6} \text{ mà } f(0) = 4b$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = 0 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{6} = 4b \Leftrightarrow a = 24b.$$

Câu 23: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x}$

A. $A = \tan 6x$.

B. $A = \tan 3x$.

C. $A = \tan 2x$.

D. $A = \tan x + \tan 2x + \tan 3x$.

Lời giải

$$A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \frac{2\sin 2x \cdot \cos x + \sin 2x}{2\cos 2x \cdot \cos x + \cos 2x} = \frac{\sin 2x(2\cos x + 1)}{\cos 2x(2\cos x + 1)} = \tan 2x.$$



Câu 24: Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h của mực nước trong kênh tính theo thời gian t được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

- A. 9 B. 14 C. 16. D. 19

Lời giải

$$\text{Ta có } -3 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) \leq 3 \Leftrightarrow 11 \leq 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) + 14 \leq 17 \Leftrightarrow 11 \leq h \leq 17$$

$$\text{Max } h = 17 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Leftrightarrow t = -3 + 12k$$

Thời gian ngắn nhất $t = -3 + 12 = 9$

Câu 25: Một loại lợi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ cách hai phút số lượng lại tăng lên gấp đôi so với số lượng đang có. Từ một lợi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số lợi khuẩn có trong ống nghiệm sau 30 phút.

- A. 16384. B. 16383. C. 32767. D. 32768.

Lời giải

Số lượng lợi khuẩn cứ sau 2 phút lập thành cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 2$.

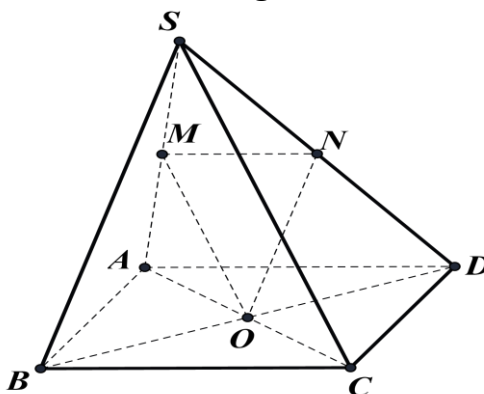
Thời gian 30 phút tương ứng trải qua $\frac{30}{2} = 15$ lần sinh trưởng.

$$\text{Do đó tổng số lợi khuẩn nuôi cấy được sau 30 phút là } S_{15} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{15}}{1 - q} = 1 \cdot \frac{1 - 2^{15}}{1 - 2} = 32767.$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SBC) . B. (SCD) . C. $(ABCD)$. D. (SAB) .

Lời giải



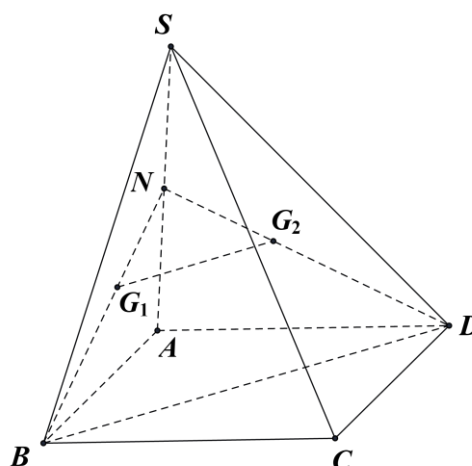
Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm AC, BD nên $MO \parallel SC \Rightarrow MO \parallel (SBC)$

Mặt khác: $NO \parallel SB \Rightarrow NO \parallel (SBC)$

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB, \triangle SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. CD . B. BD . C. AD . D. AB .

Lời giải



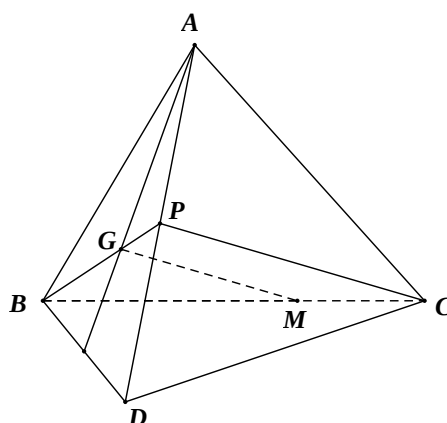
Gọi N là trung điểm của SA .

Vì $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB; \triangle SAD$ nên ta có: $\frac{NG_1}{NB} = \frac{NG_2}{ND} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel BD$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (ACD) . B. (ABC) . C. (ABD) . D. (BCD) .

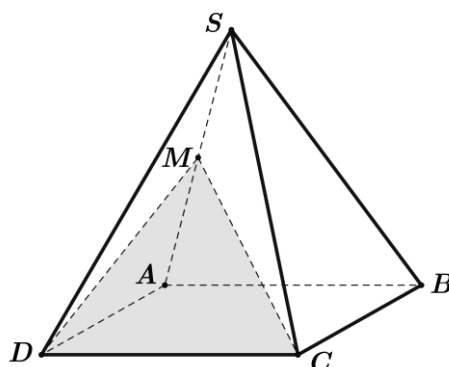
Lời giải



Gọi P là trung điểm của AD .

Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel CP$. Mà $\begin{cases} CP \subset (ACD) \\ MG \not\subset (ACD) \end{cases}$ nên $MG \parallel (ACD)$.

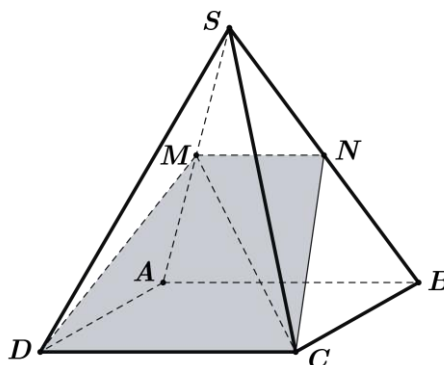
Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA . Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD) là:





- A. Không có giao điểm. B. Giao điểm của đường thẳng SB và MC .
C. Giao điểm của đường thẳng SB và MD . D. Trung điểm của đoạn thẳng SB .

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} AB \parallel CD \\ M \in (CMD) \cap (SAB) \\ CD \subset (CMD), AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của hai mặt phẳng (CMD) và (SAB) là

đường thẳng $MN \parallel AB \parallel CD$ với $N \in SB$.

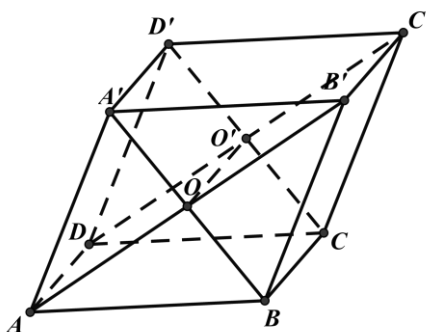
$\Rightarrow N$ là giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD) .

Xét tam giác ΔSAB có M là trung điểm SA và $MN \parallel AB \Rightarrow N$ là trung điểm SB .

Câu 30: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABB'A'$ và $DCC'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$.
B. OO' và BB' cùng nằm trong một mặt phẳng.
C. $OO' \parallel (ADD'A')$.
D. OO' là đường trung bình của hình bình hành $ADC'B'$.

Lời giải.



Ta có: $ADC'B'$ là hình bình hành có OO' là đường trung bình nên $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{AD}$

Mặt khác: $OO' \parallel AD$ nên $OO' \parallel (ADD'A')$

Ba điểm O, B, B' cùng thuộc mặt phẳng $(ABB'A')$ nhưng điểm $O' \notin (ABB'A')$

Câu 31: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}}$.

- A. $-\frac{1}{7}$. B. 2. C. -2. D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải



Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 5 \cdot 4^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 3^n - 4 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n + 20 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \left(\frac{3}{5}\right)^n - 4}{2 + 20 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n} = -2.$

Câu 32: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$. Mệnh đề đúng là

- A. $\lim u_n = 0$. B. $\lim u_n = 1$. C. $\lim u_n = +\infty$. D. $\lim u_n = -\infty$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim u_n &= \lim (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \lim \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})} \\ &= \lim \frac{n+1-n}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \lim \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = 0. \end{aligned}$$

Câu 33: Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1}$.

- A. $K = 0$. B. $K = 1$. C. $K = -2$. D. $K = 4$.

Lời giải

Ta có: $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}} = -2.$

Câu 34: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-5}{2-x}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2-5}{2-x} = +\infty.$

Vì $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2-5) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} (2-x) = 0, 2-x < 0, \forall x > 2.$

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4}+3 & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x+4}{x^2-2mx+m^2+2} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số thực m để

hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$

- A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 6$.

Lời giải

Chọn C

Khi $x > 2$ thì $f(x) = \sqrt{2x-4}+3$ nên $f(x)$ liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$

Khi $x < 2$ thì $f(x) = \frac{x+4}{x^2-2mx+m^2+2}$ nên $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 2)$



Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$

$$\Leftrightarrow 3 = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x^2 - 2mx + m^2 + 2} \Leftrightarrow 3 = \frac{6}{m^2 - 4m + 6} \Leftrightarrow m = 2.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình : $\frac{1}{\cos x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$

Lời giải

$$\text{Điều kiện : } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } \frac{1}{\cos x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin x} = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{\sin x + \sqrt{3}\cos x}{\sin x \cos x} = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x}{\sin x \cos x} = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{\sin x \cos x} = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

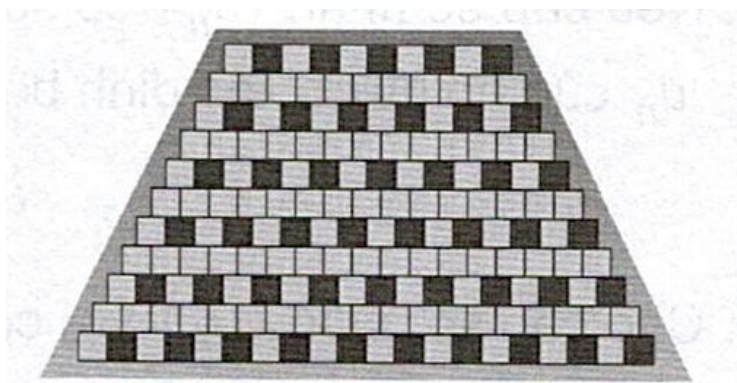
$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\left(\frac{1}{\sin x \cos x} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\left(\frac{2}{\sin 2x} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ \sin 2x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Với } \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Với $\sin 2x = 2$ phương trình vô nghiệm.

Kết hợp với điều kiện, vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 2: (1,0 điểm) Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng $2,4m$ ở đáy và rộng $1,2m$ ở đỉnh (hình vẽ bên).



Các viên gạch hình vuông có kích thước $10cm \times 10cm$ phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

Lời giải

$$\text{Đổi } 2,4m = 240cm; 1,2m = 120cm.$$

$$\text{Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là: } u_1 = 240 : 10 = 24.$$

$$\text{Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là: } u_n = 120 : 10 = 12.$$



Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được cấp số cộng có công sai $d = -1$.

Như vậy $u_n = 12 = u_1 + (n-1)(-1) \Rightarrow n = 13$.

Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là: $S_{13} = \frac{(u_1 + u_{13})13}{2} = 234$ (viên gạch).

Câu 3: (1,0 điểm) Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ 4 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ trên tập xác định của nó.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Nếu $x \neq 3$, thì $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$.

Vì $f(x)$ là hàm phân thức hữu tỉ có tập xác định là $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ nên $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$.

Nếu $x = 3$, ta có $f(3) = 4$.

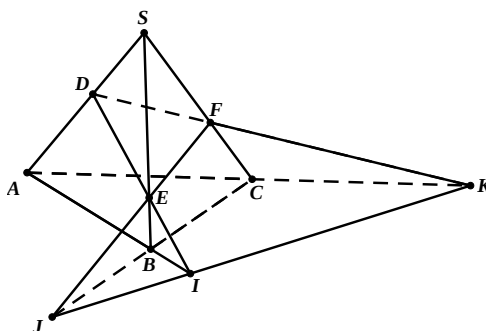
Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1)(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+1) = 4$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) = 4$ nên $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 3$.

Vậy hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải



Ta có $I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$;

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$ (1).

Tương tự: $J = EF \cap BC \Rightarrow \begin{cases} J \in EF \subset (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases}$ (2)

Mặt khác: $K = DF \cap AC \Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 08**ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST**

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**Câu 1:** Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\tan \alpha > 0$. C. $\cos \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 2: Trong bốn hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ có bao nhiêu hàm số là hàm số lẻ?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$ là

- A. $S = \{45^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{30^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{60^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{90^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2023}{1 - \cos x}}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2023 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 5: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

- A. $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $(u_n), u_n = n+1 \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $(u_n), u_n = -n \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $(u_n), u_n = n^2 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2, d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

- A. 225 B. 226 C. 224 D. 227

Câu 7: Để kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

Điểm	[4,5;5,5)	[5,5;6,5)	[6,5;7,5)	[7,5;8,5)	[8,5;9,5)
Số học sinh	3	7	9	15	6

Độ dài của nhóm [8,5;9,5) là

- A. 17. B. 18. C. 1. D. 8,5.

Câu 8: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, độ dài của nhóm [2;15) bằng bao nhiêu?

- A. 15. B. 13. C. 2. D. 17.

Câu 9: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

- A. [40;60). B. [20;40). C. [60;80). D. [80;100).



Câu 10: Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của chiếc laptop mới, bạn An thống kê thời gian sử dụng laptop của mình từ lúc sạc đầy pin cho tới khi hết pin ở bảng sau

Thời gian sử dụng	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Số lần sạc	2	5	8	5	1

Một của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[8;10)$. B. $[14;16)$. C. $[12;14)$. D. $[10;12)$.

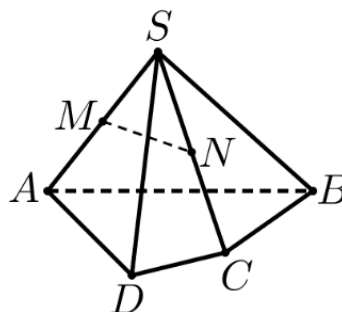
Câu 11: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.
 B. Nếu c cắt a thì c cắt b .
 C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
 D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

Câu 12: Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

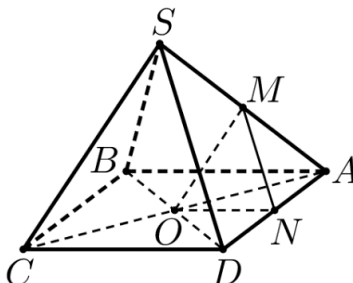
- A. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$. B. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$ và $b \parallel (\alpha)$.
 C. $a \parallel b \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$. D. a và b chéo nhau.

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $MN \parallel (SAB)$. B. $MN \parallel (SBC)$. C. $MN \parallel (ABCD)$. D. $MN \parallel (SBD)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SCD) . D. (SAD) .

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song có thể trùng nhau.
 B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.
 C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì cắt nhau hoặc trùng nhau.
 D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.



- Câu 16:** Cho hai đường thẳng phân biệt $a; b$ và mặt phẳng (α) . Giả sử $a // (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó:
- A. $a // b$. B. a, b cắt nhau.
C. $a // b$ hoặc a, b chéo nhau. D. a, b chéo nhau.
- Câu 17:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 2$. Năm số hạng đầu của cấp số cộng này là
- A. $-5; -7; -9; -11; -13$. B. $-5; -3; -1; 1; 3$.
C. $-5; -10; -20; -40; -80$. D. $-5; -3; -1; 3; 5$.
- Câu 18:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?
- A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^n$. B. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$. C. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$. D. $y = 3^n$.
- Câu 19:** Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng.
- A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trên tập xác định nhưng gián đoạn tại điểm $x = 1$.
C. Hàm số không liên tục tại $x = 1$.
D. Tất cả đều sai.
- Câu 20:** Xác định giá trị $f(0)$ để hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$ liên tục tại điểm $x = 0$.
- A. $f(0) = 1$. B. $f(0) = 2$. C. $f(0) = 3$. D. $f(0) = 4$.
- Câu 21:** Cho các hàm số (I) $y = \sin x$, (II) $y = \cos \sqrt{x}$ và (III) $y = \tan x$. Hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?
- A. (I), (II). B. (I), (II), (III). C. (I). D. (III).
- Câu 22:** Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:
- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.
- Câu 23:** Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3 \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?
- A. $a > 0$. B. $a < 0$. C. $a \leq 0$. D. $a < 1$.
- Câu 24:** An tiết kiệm theo hình thức như sau: Ngày đầu tiên bỏ ống heo 1000 đồng. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ ống nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi ngày thứ 89, An có bao nhiêu tiền?
- A. 4095000 đồng. B. 89000 đồng. C. 4005000 đồng. D. 3960000 đồng.
- Câu 25:** Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua?
- A. 75%. B. 73,51%. C. 77,38%. D. 70%.
- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Đường thẳng SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?



A. (SAC) và (SCD) . B. (SAB) và (SAC) . C. (SOC) và (SAB) . D. $(SAC) \cap (SAD)$.

Câu 27: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n}$ bằng

A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{4035}{2019}$. C. 1. D. 0.

Câu 28: Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}$.

A. $I = 1$. B. $I = -\frac{2}{3}$. C. $I = 3$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 29: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^2 + 2n + 2023)$ là

A. -1. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2023.

Câu 30: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)(2x-3)}{x^2-4}$ bằng

A. 1. B. $+\infty$. C. 2. D. $-\infty$.

Câu 31: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n^2}{n^2+3}$ là

A. -2. B. 0. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2 ?

A. AD . B. BC . C. SA . D. MN .

Câu 33: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

A. 6. B. 4. C. 3. D. 12.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , điểm P thuộc cạnh SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là

A. đường thẳng qua P và song song với AB .
B. đường thẳng qua P và song song với AD .
C. PD .
D. đường thẳng qua P và song song với MC .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Tam giác $\triangle SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì

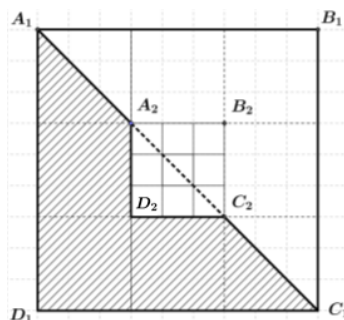
A. Tam giác.
B. Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.
C. Hình thang cân.
D. Hình thang không cân.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình: $\sin 3x - \cos 4x = 0$

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm giá trị của a sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20an^2 + a^3n + 2023}{(2n-1)^2} = a^2 - a + 9$.

Câu 3: (1,0 điểm) Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E là trung điểm của BC , F là điểm thuộc cạnh CD sao cho $EAF = 45^\circ$ và G thuộc cạnh SA . Biết FG song song với mặt phẳng (SBC) . Tính tỉ số $\frac{GA}{GS}$.

-----HẾT-----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.B	3.B	4.A	5.A	6.B	7.C	8.B	9.C	10.D
11.B	12.B	13.C	14.C	15.B	16.C	17.B	18.A	19.A	20.A
21.C	22.D	23.A	24.C	25.B	26.A	27.D	28.C	29.B	30.C
31.A	32.C	33.B	34.B	35.C					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\tan \alpha > 0$. C. $\cos \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Lời giải

Với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ (góc phần tư thứ hai) thì $\begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha < 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{cases}$ nên khẳng định đúng là $\sin \alpha > 0$.

Câu 2: Trong bốn hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ có bao nhiêu hàm số là hàm số lẻ?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Hàm số chẵn là: $y = \cos x$.

Các hàm số lẻ là: $y = \sin x, y = \tan x, y = \cot x$.

Vậy có 3 hàm số lẻ (từ bốn hàm số trên).

Câu 3: Tập nghiệm của phương trình $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3}$ là

- A. $S = \{45^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{30^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{60^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{90^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Vì $\sqrt{3} = \cot 30^\circ$ nên: $\cot(2x - 30^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot(2x - 30^\circ) = \cot 30^\circ \Leftrightarrow 2x - 30^\circ = 30^\circ + k180^\circ$
 $\Leftrightarrow 2x = 60^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{30^\circ + k90^\circ | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{2023}{1 - \cos x}}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{2023 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x > 0 \Leftrightarrow \cos x < 1$ mà $-1 \leq \cos x \leq 1$
nên $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.



Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 5: Dãy số nào trong các dãy số sau đây là dãy số bị chặn?

A. $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $(u_n), u_n = n+1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $(u_n), u_n = -n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $(u_n), u_n = n^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Xét dãy $(u_n), u_n = \frac{n}{n+1}; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Ta có $0 < n < n+1; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < \frac{n}{n+1} < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên

$0 < u_n < 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra dãy số (u_n) bị chặn.

Xét dãy $(u_n), u_n = n+1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = n+1 \geq 2; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Xét dãy $(u_n), u_n = -n; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = -n \leq -1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn trên.

Xét dãy $(u_n), u_n = n^2; \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_n = n^2 \geq 1; \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) bị chặn dưới.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2, d = 9$. Khi đó số 2023 là số hạng thứ mấy

A. 225

B. 226

C. 224

D. 227

Lời giải

Theo công thức số hạng tổng quát của u_n ta có

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2023 = -2 + (n-1)9$$

$$\Leftrightarrow n = 226$$

Vậy số 2023 là số hạng thứ 226.

Câu 7: Để kiểm tra giữa kỳ I của 1 lớp được cô giáo chủ nhiệm ghi lại theo bảng sau

Điểm	$[4,5;5,5)$	$[5,5;6,5)$	$[6,5;7,5)$	$[7,5;8,5)$	$[8,5;9,5)$
Số học sinh	3	7	9	15	6

Độ dài của nhóm $[8,5;9,5)$ là

A. 17.

B. 18.

C. 1.

D. 8,5.

Lời giải

Độ dài của nhóm $[8,5;9,5)$ là: $9,5 - 8,5 = 1$.

Câu 8: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, độ dài của nhóm $[2;15)$ bằng bao nhiêu?

A. 15.

B. 13.

C. 2.

D. 17.

Lời giải

Độ dài của nhóm $[2;15)$ là $15 - 2 = 13$.

Câu 9: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là

A. $[40;60)$.

B. $[20;40)$.

C. $[60;80)$.

D. $[80;100)$.

Lời giải

Ta có: $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là $Q_3 = x_{33}$



Mà $x_{33} \in [60;80)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là nhóm $[60;80)$

Câu 10: Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của chiếc laptop mới, bạn An thống kê thời gian sử dụng laptop của mình từ lúc sạc đầy pin cho tới khi hết pin ở bảng sau

Thời gian sử dụng	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Số lần sạc	2	5	8	5	1

Mốt của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[8;10)$. B. $[14;16)$. C. $[12;14)$. D. $[10;12)$.

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[10;12)$ do có tần số lớn nhất là 8.

Do đó: $u_m = 10, n_{m-1} = 5, n_{m+1} = 5, u_{m+1} - u_m = 12 - 10 = 2$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$M_O = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1}) + (n_m - n_{m+1})} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 10 + \frac{8-5}{(8-5) + (8-5)} \cdot 2 = 11.$$

Câu 11: Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó $a \parallel b$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Nếu $a \parallel c$ thì $b \parallel c$.
 B. Nếu c cắt a thì c cắt b .
 C. Nếu $A \in a$ và $B \in b$ thì ba đường thẳng a, b, AB cùng ở trên một mặt phẳng.
 D. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng qua a và b .

Lời giải

Nếu c cắt a thì c cắt b hoặc c chéo b .

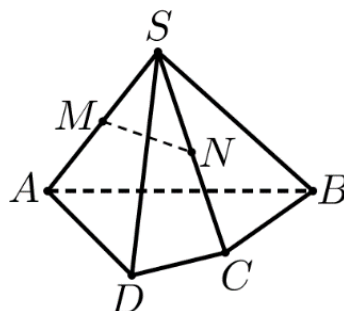
Câu 12: Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel b$. B. $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow a \parallel (\beta)$ và $b \parallel (\alpha)$.
 C. $a \parallel b \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta)$. D. a và b chéo nhau.

Lời giải

Do $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ nên $a \parallel (\beta)$. Tương tự, do $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $b \subset (\beta)$ nên $b \parallel (\alpha)$.

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $MN \parallel (SAB)$. B. $MN \parallel (SBC)$. C. $MN \parallel (ABCD)$. D. $MN \parallel (SBD)$.

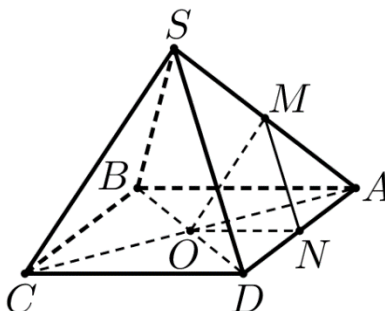
Lời giải

Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAC nên $MN \parallel AC$.



Mà $AC \subset (ABCD)$ suy ra $MN \parallel (ABCD)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, AD . Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (SBC) . B. (SAB) . C. (SCD) . D. (SAD) .

Lời giải

Theo tính chất đường trung bình, ta có $MN \parallel SD$ và $ON \parallel CD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} MN \subset (MNO); ON \subset (MNO) \\ MN \parallel SD; ON \parallel CD \\ SD \subset (SCD); CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (MNO) \parallel (SCD).$$

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng song song có thể trùng nhau.
B. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu song song của nó.
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau thì cắt nhau hoặc trùng nhau.
D. Một đường thẳng có thể song song hoặc trùng với hình chiếu song song của nó.

Lời giải

Một đường thẳng và hình chiếu song song của nó có thể song song hoặc trùng nhau.

Câu 16: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó:

- A. $a \parallel b$. B. a, b cắt nhau.
C. $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau. D. a, b chéo nhau.

Lời giải

Vì $a \parallel (\alpha)$ nên tồn tại đường thẳng $c \subset (\alpha)$ thỏa mãn $a \parallel c$.

Suy ra b, c đồng phẳng và xảy ra các trường hợp sau:

Nếu b song song hoặc trùng với c thì $a \parallel b$.

Nếu b cắt c thì b cắt (a, c) nên a, b không đồng phẳng, do đó a, b chéo nhau.

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 2$. Năm số hạng đầu của cấp số cộng này là

- A. $-5; -7; -9; -11; -13$. B. $-5; -3; -1; 1; 3$.
C. $-5; -10; -20; -40; -80$. D. $-5; -3; -1; 3; 5$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -5$; $u_2 = u_1 + d = -5 + 2 = -3$; $u_3 = u_2 + d = -3 + 2 = -1$;

$u_4 = u_3 + d = -1 + 2 = 1$; $u_5 = u_4 + d = 1 + 2 = 3$.



Vậy năm số hạng đầu của cấp số cộng đã cho là $-5; -3; -1; 1; 3$.

Câu 18: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^n$. B. $\left(\frac{4}{3}\right)^n$. C. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$. D. $y = 3^n$.

Lời giải

Dãy $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ có giới hạn 0 vì $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$.

Câu 19: Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trên tập xác định nhưng gián đoạn tại điểm $x = 1$.
C. Hàm số không liên tục tại $x = 1$.
D. Tất cả đều sai.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-1} = 1 = f(1)$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 1$.

Câu 20: Xác định giá trị $f(0)$ để hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)}$ liên tục tại điểm $x = 0$.

- A. $f(0) = 1$. B. $f(0) = 2$. C. $f(0) = 3$. D. $f(0) = 4$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(x+1)(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$

Để hàm số liên tục tại điểm $x = 0$ thì $f(0) = 1$.

Câu 21: Cho các hàm số (I) $y = \sin x$, (II) $y = \cos \sqrt{x}$ và (III) $y = \tan x$. Hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. (I), (II). B. (I), (II), (III). C. (I). D. (III).

Lời giải

Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \cos \sqrt{x}$ có tập xác định là $[0; +\infty)$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị $\cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ bằng:

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Lời giải

Ta có:



$$\cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2a + \cos 2b) = \cos^2 a + \cos^2 b - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 1 = -\frac{119}{144}.$$

Câu 23: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2au_n + 3 \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a \leq 0$.

D. $a < 1$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (2au_n + 3) - (2au_{n-1} + 3) = 2a(u_n - u_{n-1}) \forall n \geq 2$.

$$\Rightarrow u_3 - u_2 = 2a(u_2 - u_1) = 2a(6a + 3 - 2) = 2a \cdot 6a = 3 \cdot (2a)^2$$

$$\Rightarrow u_4 - u_3 = 2a(u_3 - u_2) = 2a \cdot 3 \cdot (2a)^2 = 3 \cdot (2a)^3$$

...

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \cdot (2a)^n$$

Để dãy số (u_n) tăng thì $u_{n+1} - u_n = 3 \cdot (2a)^n > 0 \forall n \geq 1$.

Suy ra $a > 0$.

Câu 24: An tiết kiệm theo hình thức như sau: Ngày đầu tiên bỏ heo 1000 đồng. Trong các ngày tiếp theo, ngày sau bỏ heo nhiều hơn ngày trước 1000 đồng. Hỏi ngày thứ 89, An có bao nhiêu tiền?
A. 4095000 đồng. B. 89000 đồng. C. 4005000 đồng. D. 3960000 đồng.

Lời giải

Số tiền bỏ heo của An mỗi ngày tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1000$ công sai $d = 1000$.

Tổng số tiền bỏ heo tính đến ngày thứ n là:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

Ngày thứ 89, tổng số tiền bỏ heo là:

$$S_{89} = \frac{89[2 \cdot 1000 + (89-1) \cdot 1000]}{2} = 45 \cdot 89 \cdot 1000 = 4005000 \text{ đồng.}$$

Câu 25: Theo ước tính, kể từ lúc mới mua, cứ sau mỗi 200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone sẽ giảm 5% so với chu kỳ 200 lần sạc trước đó. Hỏi sau 1200 lần sạc thì pin của điện thoại Iphone còn lại bao nhiêu phần trăm so với lúc mới mua?

A. 75%.

B. 73,51%.

C. 77,38%.

D. 70%.

Lời giải

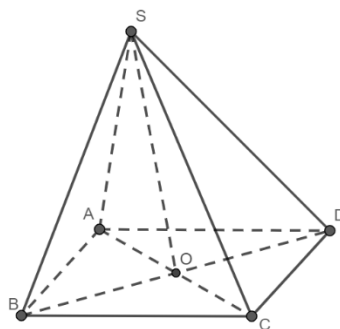
Dung lượng pin sau mỗi 200 lần sạc kể từ lúc mới mua lập thành cấp số nhân có công bội $q = 0,95$ và số hạng đầu $u_1 = 100\%$.

Dung lượng pin của điện thoại Iphone sau 1200 lần sạc còn lại so với lúc mới mua là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 100\% \cdot (0,95)^6 \approx 73,51\%$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Đường thẳng SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAC) và (SCD) . B. (SAB) và (SAC) . C. (SOC) và (SAB) . D. $(SAC) \cap (SAD)$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} S \in (SAC) \cap (SCD) \\ C \in (SAC) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \cap (SCD) = SC.$

Vậy SA không phải là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SCD).

Câu 27: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n}$ bằng

A. $\frac{3}{5}.$

B. $\frac{4035}{2019}.$

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2017^n + 2018^n}{2019^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{2017}{2019} \right)^n + \left(\frac{2018}{2019} \right)^n \right] = 0 + 0 = 0.$

Câu 28: Tìm giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}.$

A. $I = 1.$

B. $I = -\frac{2}{3}.$

C. $I = 3.$

D. $I = \frac{3}{2}.$

Lời giải

Ta có $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n}} = 3.$

Câu 29: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^2 + 2n + 2023)$ là

A. -1.

B. $-\infty.$

C. $+\infty.$

D. 2023.

Lời giải

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^2 + 2n + 2023) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{2023}{n^2} \right) = -\infty.$

Vì $\begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-1 + \frac{2}{n} + \frac{2023}{n^2} \right) = -1 < 0 \end{cases}.$

Câu 30: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)(2x-3)}{x^2-4}$ bằng

A. 1.

B. $+\infty.$

C. 2.

D. $-\infty.$

Lời giải





$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)(2x-3)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(2-\frac{3}{x}\right)}{1-\frac{4}{x^2}} = \frac{1 \cdot 2}{1} = 2.$$

Câu 31: Giá trị của giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n^2}{n^2+3}$ là

- A. -2 . B. 0 . C. $\frac{1}{3}$. D. 1 .

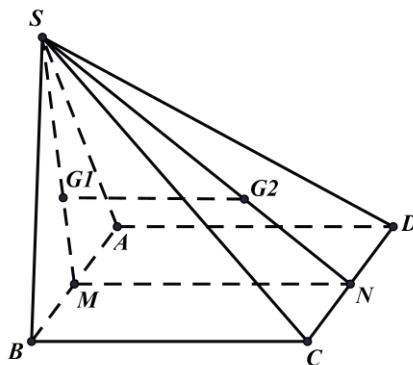
Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n^2}{n^2+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}-2}{1+\frac{3}{n^2}} = -2.$$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2 ?

- A. AD . B. BC . C. SA . D. MN .

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD nên $G_1 \in SM, G_2 \in SN$

$$\text{Và } \frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \parallel MN (\parallel AD \parallel BC).$$

Câu 33: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đã cho?

- A. 6 . B. 4 . C. 3 . D. 12 .

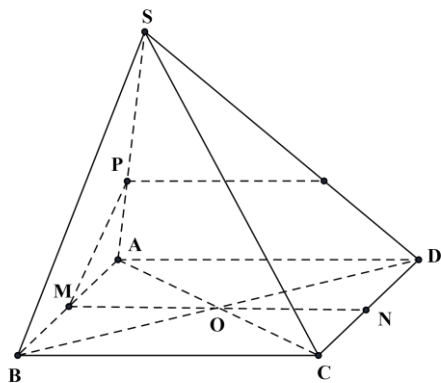
Lời giải

Vì 4 điểm đã cho không đồng phẳng nên tạo thành một tứ diện mà tứ diện có 4 mặt phẳng.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD , điểm P thuộc cạnh SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (PMN) là

- A. đường thẳng qua P và song song với AB .
B. đường thẳng qua P và song song với AD .
C. PD .
D. đường thẳng qua P và song song với MC .

Lời giải



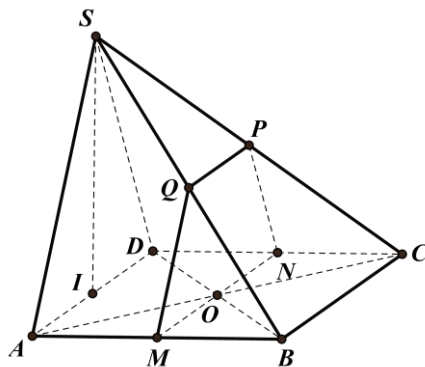
Ta có
$$\left. \begin{array}{l} MN // AD \\ MN \subset (PMN) \\ AD \subset (SAD) \\ P \in (PMN) \cap (SAD) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAD) \text{ và } (PMN) \text{ là đường thẳng}$$

qua P và song song với AD .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O . Tam giác $\triangle SAD$ đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì

- A. Tam giác.
- B. Hình tứ giác nhưng không phải là hình thang.
- C. Hình thang cân.
- D. Hình thang không cân.

Lời giải



Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, DC, SC, SB khi đó mặt phẳng $(MNPQ)$ đi qua O và song song với mặt phẳng (SAD) nên $MNPQ$ là thiết diện.

Ta có $MN // PQ$ suy ra $MNPQ$ là hình thang

$MQ = \frac{1}{2}SA, NP = \frac{1}{2}SD, SA = SD$ suy ra $MQ = NP$ suy ra $MNPQ$ là hình thang cân.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)****Câu 1: (0,5 điểm)** Giải phương trình: $\sin 3x - \cos 4x = 0$ **Lời giải**

$$\text{Ta có: } \sin 3x - \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \cos 4x \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \cos 4x \Leftrightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} - 3x + k2\pi \\ 4x = -(\frac{\pi}{2} - 3x) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 4x = -\frac{\pi}{2} + 3x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

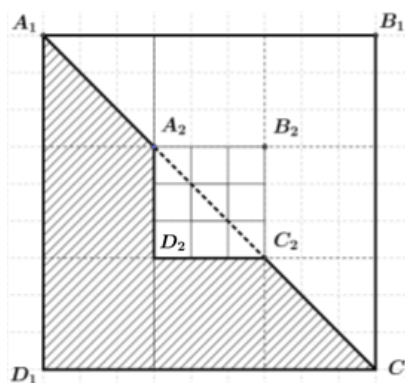
$$\text{Vậy họ nghiệm của phương trình là } \begin{cases} x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm giá trị của a sao cho $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20an^2 + a^3n + 2023}{(2n-1)^2} = a^2 - a + 9$.**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20an^2 + a^3n + 2023}{(2n-1)^2} = a^2 - a + 9 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(20a + \frac{a^3}{n} + \frac{2023}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 - \frac{1}{n} \right)^2} = a^2 - a + 9$$

$$\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(20a + 0 + 0)}{(2-0)^2} = a^2 - a + 9 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20a}{4} = a^2 - a + 9 \Leftrightarrow 5a = a^2 - a + 9$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 6a + 9 = 0 \Leftrightarrow a = 3$$

Vậy $a = 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.**Câu 3: (1,0 điểm)** Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:**Bước 1:** Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.**Bước 2:** Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.



Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

Lời giải

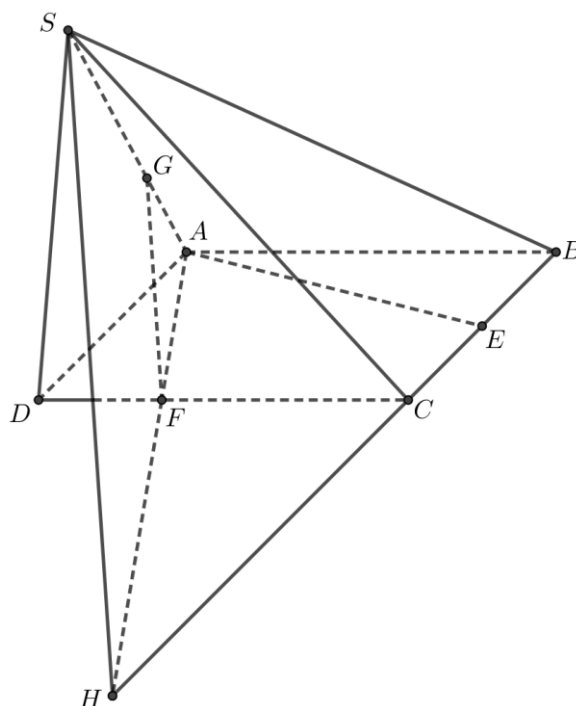
Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n , $n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E là trung điểm của BC , F là điểm thuộc cạnh CD sao cho $\angle EAF = 45^\circ$ và G thuộc cạnh SA . Biết FG song song với mặt phẳng (SBC) . Tính tỉ số $\frac{GA}{GS}$.

Lời giải

Ta có: $\angle BAE + \angle EAF + \angle DAF = 90^\circ \Rightarrow \angle BAE + \angle DAF = 45^\circ$

$$\Rightarrow \tan(\angle BAE + \angle DAF) = 1 \Rightarrow \frac{\tan \angle BAE + \tan \angle DAF}{1 - \tan \angle BAE \cdot \tan \angle DAF} = 1$$

$$\text{Mà } \tan \angle BAE = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{2} \text{ nên } \tan \angle DAF = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DF}{DA} = \frac{1}{3} \Rightarrow DF = \frac{1}{3}DA = \frac{1}{3}DC$$

Gọi H là giao điểm của AF và BC trong mặt phẳng $(ABCD)$



$$\text{Ta có: } \begin{cases} GF \subset (SAH) \\ GF // (SBC) \\ (SAH) \cap (SBC) = SH \end{cases} \Rightarrow GF // SH \Rightarrow \frac{AG}{AS} = \frac{AF}{AH}. \text{ Mà } \frac{AF}{AH} = \frac{DF}{DC} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Khi đó: } \frac{AG}{AS} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{GA}{GS} = \frac{1}{2}.$$



ĐỀ SỐ

09

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Cho góc x thoả $0^0 < x < 90^0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\sin x > 0$ B. $\cos x < 0$ C. $\tan x > 0$ D. $\cot x > 0$

Câu 2: Có bao nhiêu hàm số chẵn trong các hàm số: $y = \sin|x|$, $y = \cos 3x$, $y = \tan 2x$ và $y = \cot x$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \frac{\pi}{8} + k4\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 4: Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

- A. 1; 1; 1; 1; 1; 1. B. 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.
C. 1; 3; 5; 7; 9. D. 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$. B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.
C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$. D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Câu 6: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.
B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng qui.
C. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.
D. Có một mặt phẳng duy nhất đi qua hai đường thẳng cắt nhau cho trước.

Câu 7: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) , đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai**:

- A. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // b$.
B. Nếu $(P) // (Q)$ thì $b // (P)$.
C. Nếu $(P) // (Q)$ thì a và b song song hoặc chéo nhau.
D. Nếu $(P) // (Q)$ thì $a // (Q)$.



Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AB . B. AD . C. BC . D. BD .

Câu 9: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.
B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.
C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.
D. Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

Câu 10: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$. B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$. C. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$. D. $u_n = n^2 - 4n$.

Câu 11: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right)$ bằng

- A. -1 . B. 2 . C. 0 . D. -3 .

Câu 12: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$ là:

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. $-\frac{15}{2}$. D. 1 .

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số liên

tục tại điểm $x = 3$.

- A. $m = 2$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 + 2x + 2023$. B. $y = \frac{2}{\sin 2x}$. C. $y = \frac{x-1}{x^2-1}$. D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

- A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$. B. $y = \frac{5x-3}{2x-1}$. C. $y = x^2 + 2x - 1$. D. $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$.

Câu 16: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\cos 2\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau

- A. $-\frac{1}{9}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 17: Tìm chu kì T của hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $T = \frac{\pi}{3}$. B. $T = \frac{3\pi}{5}$. C. $T = \frac{2\pi}{3}$. D. $T = \frac{2\pi}{5}$.

Câu 18: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{n+2023}{2023n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?



- A. Dãy (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.
 B. Dãy (u_n) bị chặn.
 C. Dãy (u_n) không bị chặn trên, không bị chặn dưới.
 D. Dãy (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

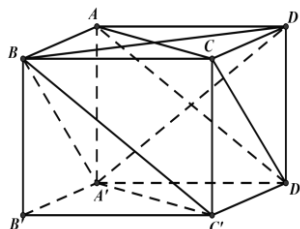
Câu 19: Cho cấp số cộng $1, 4, 7, \dots$. Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

- A. 297. B. 301. C. 295. D. 298.

Câu 20: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết diện tích của đế tháp là $12288m^2$. Diện tích mặt trên cùng của tháp là

- A. $6m^2$. B. $8m^2$. C. $10m^2$. D. $12m^2$.

Câu 21: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $(AB'C) // (A'C'C)$. B. $(A'C'B) // (ACD')$.
 C. $(A'C'D) // (B'BC)$. D. $(A'BD) // (ACD')$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn là AB . Gọi E, F lần lượt thuộc các cạnh SA, SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $EF // (ABCD)$. B. $AD // (BEF)$. C. $BC // (SAD)$. D. $CD // (BEF)$.

Câu 23: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang. B. Hình bình hành. C. Hình chữ nhật. D. Hình thoi.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh BC , (α) là mặt phẳng qua A, M và song song với SD . Mặt phẳng (α) cắt SB tại N , tính tỉ số $\frac{SN}{SB}$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $(IJK) // (SAB)$. B. $(IJK) // (SAC)$. C. $(IJK) // (SDC)$. D. $(IJK) // (SBC)$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện là hình gì?

- A. Tam giác B. Hình thang C. Hình bình hành D. Tứ giác



Câu 27: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2(n+1)u_{n+1} = nu_n + n + 2 \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 3$. D. $\lim u_n = 0$.

Câu 28: $\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 29: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.

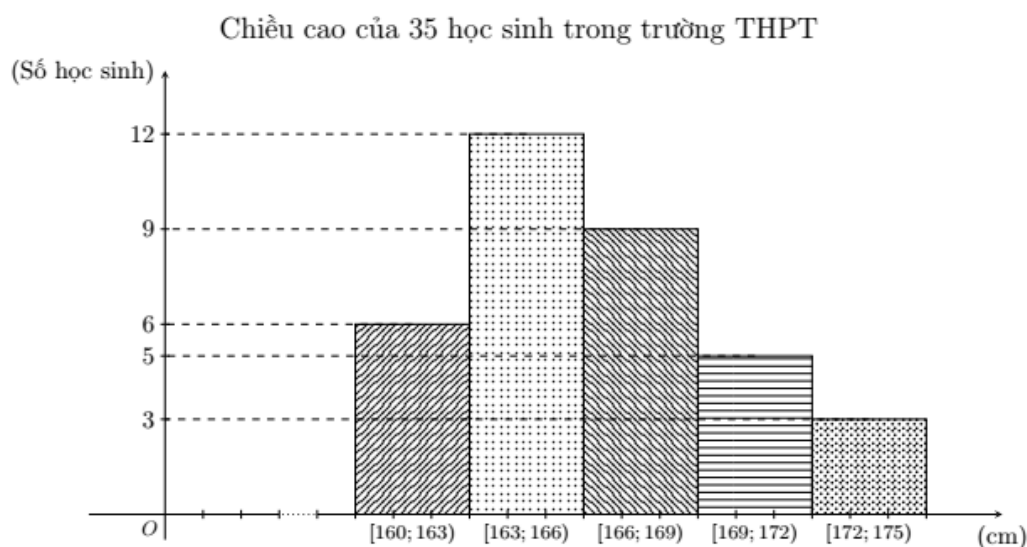
Câu 30: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = -\frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$, $(a, b) = 1$). Tính $a + b$

- A. 0. B. 2. C. 5. D. 7.

Câu 31: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\infty$. D. 1.

Câu 32: Kết quả điều tra chiều cao của học sinh trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Độ dài của mỗi nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

- A. 4. B. 15. C. 36. D. 3.

Câu 33: Lợi nhuận bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên trong tháng 8 tại một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau.

Doanh thu	$[7; 10)$	$[10; 13)$	$[13; 16)$	$[16; 19)$	$[19; 22)$
Số ngày	3	4	6	5	2

Trung vị của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[10; 13)$. B. $[16; 19)$. C. $[13; 16)$. D. $[19; 22)$.



Câu 34: Lợi nhuận bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên trong tháng 8 tại một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau.

Doanh thu	$[7;10)$	$[10;13)$	$[13;16)$	$[16;19)$	$[19;22)$
Số ngày	3	4	6	5	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 16,2. B. 17,2. C. 18,2. D. 19,2.

Câu 35: Cho mẫu số liệu cho bởi tần số ghép nhóm dưới đây

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	3	8	18	11	12	8

Mốt của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[10;12)$. B. $[14;16)$. C. $[12;14)$. D. $[8;10)$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Cho phương trình $m\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x + (m+1)\cos^2 x = 3$ với m là tham số. Tìm các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm các giá trị nguyên của tham số a để $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + a - 2n) = 0$?

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3. Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến tới vô hạn. Tính tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hai hình vuông $ABCD, ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF ta lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Chứng minh rằng: $MN \parallel (DEF)$.

----- HẾT -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.B	3.B	4.C	5.A	6.B	7.A	8.A	9.A	10.A
11.A	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.D	18.B	19.D	20.A
21.B	22.A	23.A	24.A	25.A	26.B	27.A	28.C	29.C	30.D
31.B	32.D	33.C	34.B	35.D					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)**

Câu 1: Cho góc x thoả $0^0 < x < 90^0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\sin x > 0$ B. $\cos x < 0$ C. $\tan x > 0$ D. $\cot x > 0$

Lời giải

Vì $0^0 < x < 90^0$ (góc phần tư thứ nhất) nên $\sin x > 0, \cos x > 0, \tan x > 0, \cot x > 0$.

Câu 2: Có bao nhiêu hàm số chẵn trong các hàm số: $y = \sin|x|$, $y = \cos 3x$, $y = \tan 2x$ và $y = \cot x$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Vì hàm số $y = \sin|x|$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\sin|-x| = \sin|x|$ nên $y = \sin|x|$ là hàm số chẵn.

Vì hàm số $y = \cos 3x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $\cos(3(-x)) = \cos(-3x) = \cos 3x$ nên $y = \cos 3x$ là hàm số chẵn.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\tan 2x = 1$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \frac{\pi}{8} + k4\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Ta có: $\tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 4: Cho các dãy số sau. Dãy số nào là dãy số tăng?

- A. 1; 1; 1; 1; 1; 1. B. 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.
C. 1; 3; 5; 7; 9. D. 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16}$.

Lời giải

Xét đáp án A: 1; 1; 1; 1; 1; 1. đây là dãy hằng nên không tăng không giảm.

Xét đáp án B: 1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{16} \Rightarrow u_1 > u_2, u_2 < u_3$.

Xét đáp án C: 1; 3; 5; 7; 9 $\Rightarrow u_1 < u_2 < u_3 < u_4 < u_5$.



Xét đáp án D: $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16} \Rightarrow u_1 > u_2 > u_3 > u_4 > u_5$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$.

B. $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$.

D. $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$.

Câu 6: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

B. Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng qui.

C. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.

D. Có một mặt phẳng duy nhất đi qua hai đường thẳng cắt nhau cho trước.

Lời giải

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy song song hoặc đồng qui.

Câu 7: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) , đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai**:

A. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $a \parallel b$.

B. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $b \parallel (P)$.

C. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì a và b song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P) \parallel (Q)$ thì $a \parallel (Q)$.

Lời giải

Đáp án A: Vì khi cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) ; đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$, $(P) \parallel (Q)$ thì a và b có thể song song hoặc chéo nhau.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) song song với đường thẳng nào sau đây?

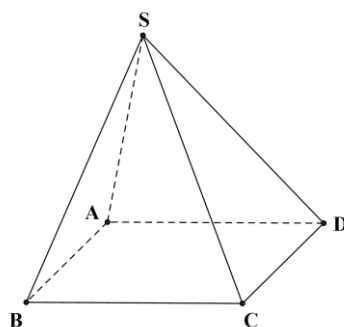
A. AB .

B. AD .

C. BC .

D. BD .

Lời giải



Ta có
$$\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ AB // CD \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Giao tuyến của hai mặt phẳng } (SAB) \text{ và } (SCD) \text{ song song với}$$
 đường thẳng AB và CD .

Câu 9: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hình biểu diễn của một hình bình hành là một hình bình hành.
- B. Hình biểu diễn của một hình chữ nhật là một hình chữ nhật.
- C. Hình biểu diễn của một hình vuông là một hình vuông.
- D. Hình biểu diễn của một hình thoi là một hình thoi.

Lời giải

Các phương án B, C sai vì phép chiếu song song không bảo toàn góc. Phương án D sai vì phép chiếu song song chưa chắc bảo toàn tỉ số hai đoạn nằm trên hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 10: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \left(-\frac{2}{3}\right)^n$.
- B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$.
- C. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n+1}$.
- D. $u_n = n^2 - 4n$.

Lời giải

Ta thấy $-\frac{2}{3} < 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n = 0$.

Câu 11: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right)$ bằng

- A. -1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. -3.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{x^2} - \frac{3}{x^4} - 1\right) = -1$

Câu 12: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2}$ là:

- A. $-\infty$.
- B. $+\infty$.
- C. $-\frac{15}{2}$.
- D. 1.

Lời giải



$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-15) = -13 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \text{ \& } x-2 > 0, \forall x > 2 \end{cases} \longrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-15}{x-2} = -\infty.$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số liên

tục tại điểm $x = 3$.

A. $m = 2$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-1)}{1} = 2 \text{ và } f(3) = m$$

Vậy với mọi $m = 2$ hàm số đã cho liên tục tại điểm $x = 3$.

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 2x + 2023$.

B. $y = \frac{2}{\sin 2x}$.

C. $y = \frac{x-1}{x^2-1}$.

D. $y = \sqrt{x^2-1}$.

Lời giải

Vì $y = x^3 + 2x + 2023$ là đa thức nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$?

A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{5x-3}{2x-1}$.

C. $y = x^2 + 2x - 1$.

D. $y = \frac{3x+1}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ xác định khi và chỉ khi $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

Hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định.

Vậy hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

Câu 16: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$, $\cos 2\alpha$ nhận giá trị nào trong các giá trị sau

A. $-\frac{1}{9}$.

B. $-\frac{4}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 1 = \frac{-1}{9}.$$



Câu 17: Tìm chu kì T của hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $T = \frac{\pi}{3}$.

B. $T = \frac{3\pi}{5}$.

C. $T = \frac{2\pi}{3}$.

D. $T = \frac{2\pi}{5}$.

Lời giải

Hàm số $y = A\sin(ax + b)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Áp dụng: Hàm số $y = 3\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kì $T = \frac{2\pi}{5}$.

Câu 18: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{n+2023}{2023n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. Dãy (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên.

B. Dãy (u_n) bị chặn.

C. Dãy (u_n) không bị chặn trên, không bị chặn dưới.

D. Dãy (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

Lời giải

Ta có: $u_n = \frac{n+2023}{2023n+1} = \frac{1}{2023} + \frac{2022.2024}{2023(2023n+1)}$.

Do đó (u_n) là dãy giảm, mà $u_1 = 1$, dễ thấy $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0 \Rightarrow 0 < u_n \leq 1$.

Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 19: Cho cấp số cộng 1, 4, 7, Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

A. 297.

B. 301.

C. 295.

D. 298.

Lời giải

Cấp số cộng 1, 4, 7, có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$.

Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là: $u_{100} = u_1 + 99.d = 1 + 99.3 = 298$.

Câu 20: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết diện tích của đế tháp là $12288m^2$. Diện tích mặt trên cùng của tháp là

A. $6m^2$.

B. $8m^2$.

C. $10m^2$.

D. $12m^2$.

Lời giải

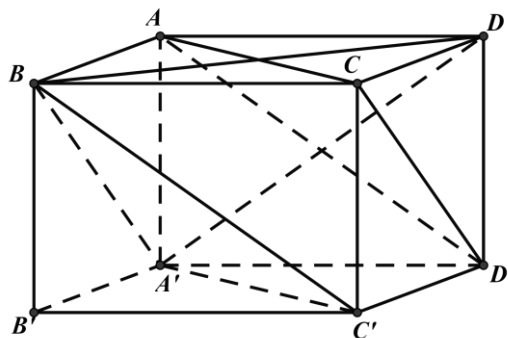
Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và số hạng đầu

$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144$.



Khi đó diện tích mặt trên cùng của tháp là $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 6144 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = 6 \text{ (m}^2\text{)}.$

Câu 21: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $(AB'C) // (A'C'C).$

B. $(A'C'B) // (ACD').$

C. $(A'C'D) // (B'BC).$

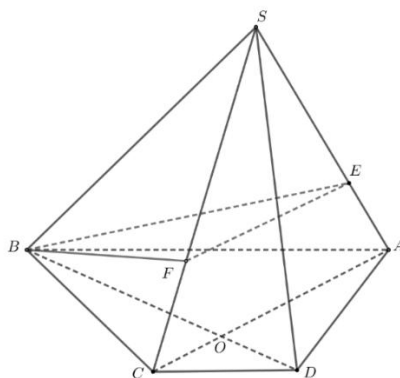
D. $(A'BD) // (ACD').$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} A'C' // AC \Rightarrow A'C' // (ACD') \\ BC' // AD' \Rightarrow BC' // (ACD') \end{cases}$ và $\begin{cases} A'C' \cap BC' = C' \\ A'C' \subset (A'C'B) \\ BC' \subset (A'C'B) \end{cases}$

Suy ra $(A'C'B) // (ACD').$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn là AB . Gọi E, F lần lượt thuộc các cạnh SA, SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $EF // (ABCD).$

B. $AD // (BEF).$

C. $BC // (SAD).$

D. $CD // (BEF).$

Lời giải

Vì $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC}$ nên $EF // AC$ mà $AC \subset (ABCD)$. Suy ra $EF // (ABCD)$

Câu 23: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thoi.



Lời giải

Do phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau, nên không thể là hình thang.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm cạnh BC , (α) là mặt phẳng qua A, M và song song với SD . Mặt phẳng (α) cắt SB tại N , tính tỉ số $\frac{SN}{SB}$.

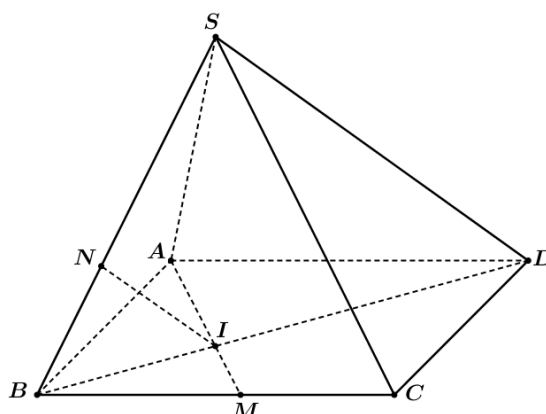
A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của AM và BD . Ta có I là trọng tâm tam giác ABC .

Suy ra: $\frac{BI}{BD} = \frac{1}{3}; \frac{ID}{BD} = \frac{2}{3}$.

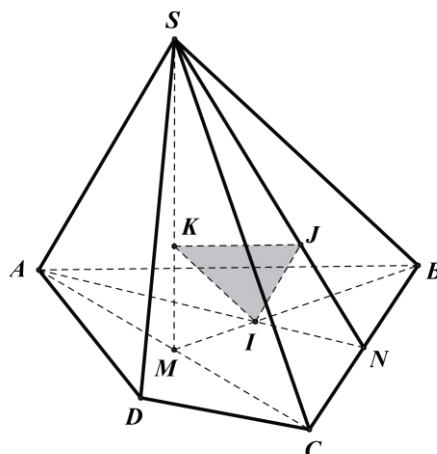
Ta có: (α) và mặt phẳng (SBD) có chung điểm I , $(\alpha) \parallel SD$, $SD \subset (SBD)$ nên giao tuyến của (α) và mặt phẳng (SBD) là đường thẳng qua I song song với SD cắt SB tại N .

Vậy $\frac{SN}{SB} = \frac{ID}{BD} = \frac{2}{3}$.

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $(IJK) \parallel (SAB)$. B. $(IJK) \parallel (SAC)$. C. $(IJK) \parallel (SDC)$. D. $(IJK) \parallel (SBC)$

Lời giải





Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và BC .

Do I, K lần lượt là trọng tâm của $\triangle ABC, \triangle SAC$ nên ta có $\frac{MK}{MS} = \frac{MI}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK \parallel SB$

$$\text{Ta có } \begin{cases} IK \parallel SB \\ IK \not\subset (SAB) \Rightarrow IK \parallel (SAB). \\ AB \subset (SAB) \end{cases}$$

Chứng minh tương tự : $IJ \parallel (SAB)$.

$$\text{Ta có: } \left. \begin{array}{l} IK \parallel (SAB) \\ IJ \parallel (SAB) \\ \text{Trong } (IJK): IK \cap IJ = \{I\} \end{array} \right\} \Rightarrow (IJK) \parallel (SAB).$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD) . Thiết diện là hình gì?

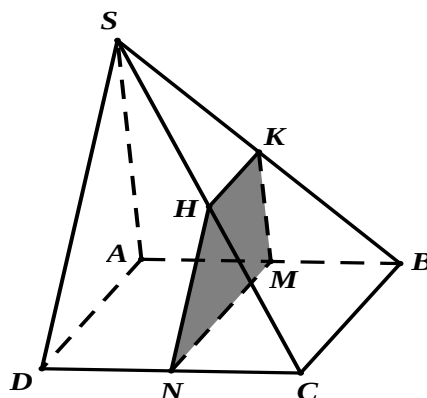
A. Tam giác

B. Hình thang

C. Hình bình hành

D. Tứ giác

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (SAD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MK \parallel SA, K \in SB.$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (SAD) \\ (SCD) \cap (SAD) = SD \end{cases} \Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NH \parallel SD, H \in SC.$$

Dễ thấy $HK = (\alpha) \cap (SBC)$. Thiết diện là tứ giác $MNHK$

Ba mặt phẳng $(ABCD), (SBC)$ và (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là BC, HK, MN , mà $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel HK$. Vậy thiết diện là một hình thang.



Câu 27: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ 2(n+1)u_{n+1} = nu_n + n + 2 \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 3$. D. $\lim u_n = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \frac{n}{2n+2}u_n + \frac{n+2}{2n+2} \quad (*)$$

Đặt $a = \lim u_n$, trong biểu thức $(*)$ cho $n \rightarrow +\infty$ ta được $a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 = \lim u_n$.

Chú ý: Để chặt chẽ hơn ta có thể lập luận như sau:

Sử dụng quy nạp toán học, ta chứng minh được $u_n > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, nên dãy (u_n) bị chặn dưới.

Khi đó ta cũng có $u_{n+1} = \frac{n.u_n}{2n+2} + \frac{n+2}{2n+2} < \frac{n.u_n}{2n+2} + \frac{n+2}{2n+2}.u_n = u_n$ nên dãy (u_n) là dãy giảm.

Vậy, dãy (u_n) có giới hạn.

Đặt $a = \lim u_n$, trong biểu thức $(*)$ cho $n \rightarrow +\infty$ ta được $a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1 = \lim u_n$.

Câu 28: $\lim \frac{3^n - 4.2^{n-1} - 3}{3.2^n + 4^n}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim \frac{3^n - 4.2^{n-1} - 3}{3.2^n + 4^n} &= \lim \frac{3^n - 2.2^n - 3}{3.2^n + 4^n} = \lim \frac{3^n \left(1 - 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)}{4^n \left(3 \cdot \left(\frac{2}{4} \right)^n + 1 \right)} \\ &= \lim \left(\frac{3}{4} \right)^n \frac{\left(1 - 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^n \right)}{\left(3 \cdot \left(\frac{2}{4} \right)^n + 1 \right)} = 0. \end{aligned}$$

Câu 29: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.

Lời giải



Ta có: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x-7)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{5-7}{-5} = \frac{2}{5}$

Câu 30: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = -\frac{\sqrt{a}}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*, (a, b) = 1$). Tính $a + b$

A. 0.

B. 2.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 2x + 1}}{4x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}}{4 - \frac{1}{x}} = -\frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 7.$

Câu 31: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 0.

C. $-\infty$.

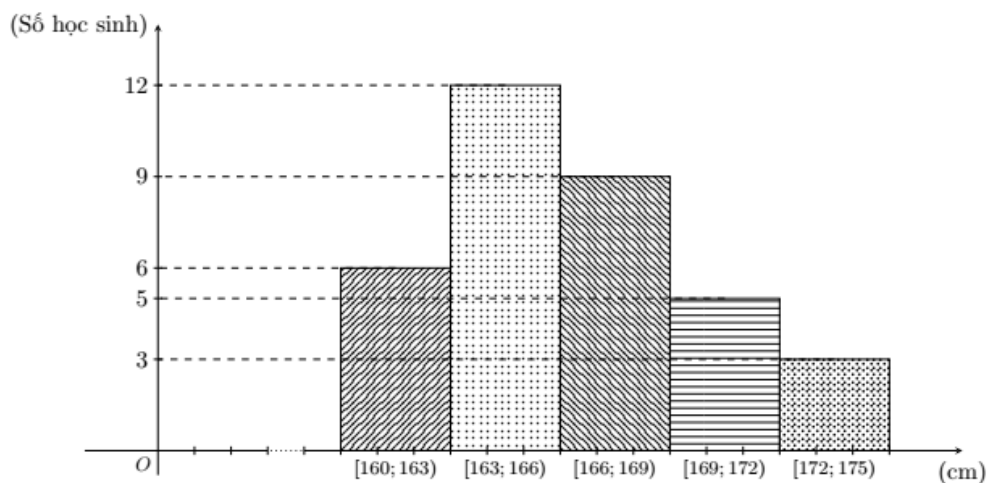
D. 1.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{(x-2)(x+2)}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x-2} \sqrt{\frac{x}{x+2}} = 0.$

Câu 32: Kết quả điều tra chiều cao của học sinh trong trường THPT được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.

Chiều cao của 35 học sinh trong trường THPT



Độ dài của mỗi nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

A. 4.

B. 15.

C. 36.

D. 3.

Lời giải

Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu là hiệu số giữa hai đầu mút, nên đáp số là $163 - 160 = 3$.

Câu 33: Lợi nhuận bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên trong tháng 8 tại một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau.

Doanh thu	[7;10)	[10;13)	[13;16)	[16;19)	[19;22)
Số ngày	3	4	6	5	2



Trung vị của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[10;13)$. B. $[16;19)$. C. $[13;16)$. D. $[19;22)$.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là doanh thu trong 20 ngày được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1, x_2, x_3 \in [7;10); x_4, \dots, x_7 \in [10;13); x_8, \dots, x_{13} \in [13;16); x_{14}, \dots, x_{18} \in [16;19); x_{19}, x_{20} \in [19;22)$$

nên trung vị của mẫu số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [13;16)$. Suy ra $[13;16)$ là nhóm chứa trung vị. Khi đó ta xác định được

$$n = 20, n_m = 6, C = 3 + 4 = 7, u_m = 13, u_{m+1} = 16.$$

Vậy trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_e = u_m + \frac{\frac{n}{2} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 13 + \frac{\frac{20}{2} - 7}{6} \cdot (16 - 13) = 14,5.$$

Câu 34: Lợi nhuận bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên trong tháng 8 tại một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau.

Doanh thu	$[7;10)$	$[10;13)$	$[13;16)$	$[16;19)$	$[19;22)$
Số ngày	3	4	6	5	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 16,2. B. 17,2. C. 18,2. D. 19,2.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là doanh thu trong 20 ngày được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [16;19)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 16 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3 + 4 + 6)}{5} \cdot (19 - 16) = 17,2.$$

Câu 35: Cho mẫu số liệu cho bởi tần số ghép nhóm dưới đây

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	3	8	18	11	12	8

Mốt của mẫu số liệu thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[10;12)$. B. $[14;16)$. C. $[12;14)$. D. $[8;10)$.

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu trên là nhóm $[8;10)$ do có tần số lớn nhất là 18. Do đó

$$u_m = 8, n_{m-1} = 8, n_{m+1} = 11, u_{m+1} - u_m = 10 - 8 = 2.$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là



$$M_O = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1}) + (n_m - n_{m+1})} \cdot (u_{m+1} - u_m) = 8 + \frac{18-8}{(18-8) + (18-11)} \cdot 2 \approx 9,18.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Cho phương trình $m\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x + (m+1)\cos^2 x = 3$ với m là tham số. Tìm các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } m\sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x + (m+1)\cos^2 x = 3 &\Leftrightarrow m \frac{1-\cos 2x}{2} + \sin 2x + (m+1) \frac{\cos 2x + 1}{2} = 3 \\ &\Leftrightarrow m(1-\cos 2x) + 2\sin 2x + (m+1)(\cos 2x + 1) = 6 \Leftrightarrow \cos 2x + 2\sin 2x = 5 - 2m \end{aligned}$$

Để phương trình có nghiệm thì:

$$(5-2m)^2 \leq 1^2 + 2^2 \Leftrightarrow -\sqrt{5} \leq 2m-5 \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{5-\sqrt{5}}{2} \leq m \leq \frac{5+\sqrt{5}}{2}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{2; 3\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Câu 2: (1,0 điểm) Tìm các giá trị nguyên của tham số a để $\lim(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + a - 2n) = 0$?

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + a - 2n) = \lim \frac{(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + (a - 2n))(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n))}{(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n))}$$

$$= \lim \left(\frac{(4n^2 - 5n + 8) - (a - 2n)^2}{\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n)} \right) = \lim \left(\frac{(4n^2 - 5n + 8) - (a^2 - 4an + 4n^2)}{\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n)} \right)$$

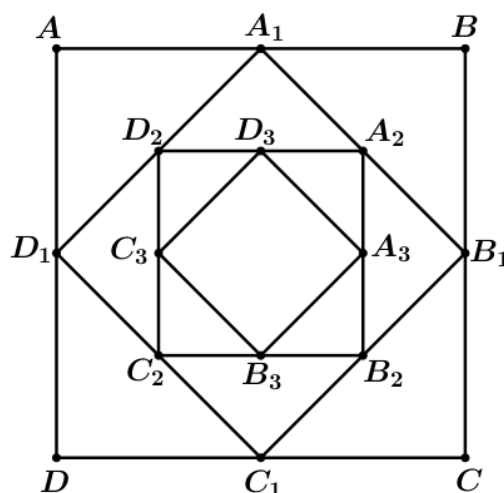
$$\lim \left(\frac{4an - 5n + 8 - a^2}{\sqrt{4n^2 - 5n + 8} - (a - 2n)} \right) = \lim \frac{4a - 5 + \frac{8}{n} - \frac{a^2}{n}}{\sqrt{4 - \frac{5}{n} + \frac{8}{n^2}} - \frac{a}{n} + 2} = \frac{4a - 5}{4}$$

$$\text{Để } \lim(\sqrt{4n^2 - 5n + 8} + a - 2n) = 0 \text{ thì } \frac{4a - 5}{4} = 0 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}.$$

Vậy không tồn tại số nguyên a thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 3: (1,0 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 3. Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến tới vô hạn. Tính tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$

Lời giải



Ta có $S_1 = S_{ABCD} = 3^2$; $S_2 = S_{A_1B_1C_1D_1} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2}$;

$$S_3 = S_{A_2B_2C_2D_2} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2}$$

Vậy diện tích tam giác thứ n được tính bằng công thức: $S_n = 3^2 \frac{1}{2^{n-1}}$

Như vậy các số $S_1, S_2, \dots, S_n$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn có: $S_1 = 3^2$; công bội là $q = \frac{1}{2}$

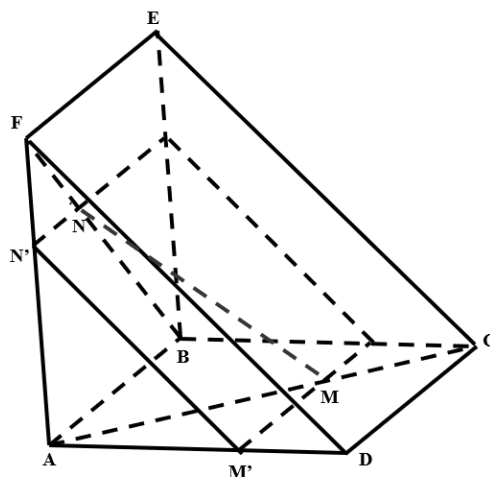
Tổng diện tích các hình vuông là: $S = S_{ABCD} + S_{A_1B_1C_1D_1} + S_{A_2B_2C_2D_2} + \dots = \frac{S_1}{1-q}$

$$= \frac{3^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \cdot 3^2 = 18.$$

Vậy tổng diện tích các hình vuông bằng 18.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho hai hình vuông $ABCD, ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF ta lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Chứng minh rằng: $MN \parallel (DEF)$.

Lời giải





Trong $(ABCD)$ qua M kẻ $MM' \parallel AB (M' \in AD)$

Trong $(ABEF)$ qua N kẻ $NN' \parallel AB (N' \in AF)$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} \frac{AM'}{AD} = \frac{AM}{AC} \\ \frac{AN'}{AF} = \frac{BN}{BF} \\ AM = BN; AC = BF \end{cases} \Rightarrow \frac{AM'}{AD} = \frac{AN'}{AF} \Rightarrow M'N' \parallel DF$$

Ta có : $NN' \parallel AB \parallel EF \Rightarrow (MM'N'N) \parallel (DEF)$ mà $MN \subset (MM'N'N) \Rightarrow MN \parallel (DEF)$

----- HẾT -----





ĐỀ SỐ

10

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1 – TOÁN 11 CTST

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ và góc x thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**

- A. $\cot x = \frac{3}{5}$. B. $\cos x = \frac{3}{5}$. C. $\tan x = \frac{-3}{4}$. D. $\cos x = \frac{-4}{5}$.

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{2023 \cos x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3: Phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là

- A. $15^\circ + k180^\circ$ B. $30^\circ + k180^\circ$ C. $45^\circ + k180^\circ$ D. $60^\circ + k180^\circ$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. B. $u_{n-1} = 5^n$. C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Câu 5: Cho biết dãy số (u_n) với $n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân có công bội $q = 3$. Tìm u_2 biết u_1 là số nguyên tố chẵn.

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 6: Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$

- A. $u_1 = 2$; $q = 2$. B. $u_1 = 2$; $q = 1$. C. $u_1 = -2$; $q = -1$. D. $u_1 = 1$; $q = 2$.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.
B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.
C. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$.
D. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AB \parallel (SBC)$. B. $SD \parallel (SBC)$. C. $BC \parallel (SAD)$. D. $SC \parallel (ABD)$.

Câu 9: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$ bằng

- A. $\frac{7}{2}$. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.



Câu 10: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$ là

- A. 1. B. -2. C. 2. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 11: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$ là:

- A. -2. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 2.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 2$. B. $m = \pm 2$. C. $m = -2$. D. $m = 0$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x-5}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = -1$. B. Hàm số liên tục tại $x = 0$.
C. Hàm số liên tục tại $x = 1$. D. Hàm số liên tục tại $x = 3$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $y = (x+1)(x^2+2)$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$. D. $y = \frac{x}{x-1}$.

Câu 15: Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $-\frac{24}{25}$. B. $\frac{24}{25}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 16: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6\cos 2x - 7$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$. Tính $M + m$.

- A. -14. B. 3. C. -11. D. -10.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. Dãy số (u_n) bị chặn.
D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2; u_3 = 6$. Hỏi 2022 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó?

- A. 505. B. 507. C. 508. D. 510.

Câu 19: Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

- A. 47 B. 45 C. 44 D. 46



- Câu 20:** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:
- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau. C. Song song. D. Có hai điểm chung.
- Câu 21:** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:
- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
- B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
- D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.
- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . P là một điểm thuộc cạnh SD . Giả sử SO cắt BP tại I . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABP) và (SAC) là:
- A. SO . B. PI . C. PO . D. AI .
- Câu 23:** Biết $x - 3$; $x - 1$; $x + 3$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân đó bằng
- A. $q = 5$. B. $q = 2$. C. $q = 4$. D. $q = -2$.
- Câu 24:** Cho dãy số có giới hạn xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}, n \geq 1 \end{cases}$$
. Tính giá trị của $\lim u_n$.
- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 25:** Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$
- A. $T = \frac{1}{8}$. B. $T = \frac{1}{16}$ C. $T = 0$. D. $T = \frac{1}{4}$
- Câu 26:** Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a + b$.
- A. 6. B. 7. C. 8. D. 5.
- Câu 27:** Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.
- A. $-\frac{2}{5}$. B. $+\infty$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\infty$.
- Câu 28:** Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 2x + 55$. Gọi $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm. Khi số lượng sản



phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với số tiền nào dưới đây (đơn vị triệu đồng)?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 29: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tìm một của mẫu số liệu.

- A. 73. B. 74. C. 76. D. 75.

Câu 30: Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7;9)$ B. $[9;11)$. C. $[11;13)$. D. $[13;15)$.

Câu 31: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}C$)	$[18;21)$	$[21;24)$	$[24;27)$	$[27;30)$
Số ngày	6	12	9	3

Nhiệt độ trung bình trong 30 ngày trên là:

- A. 22,6. B. 21,5. C. 23,4. D. 19,6.

Câu 32: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7;9)$. B. $[9;11)$. C. $[11;13)$. D. $[13;15)$.

Câu 33: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song.
 C. Hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng thì trùng nhau.
 D. Hai đường thẳng chéo nhau thì cắt nhau.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là

- A. Trung điểm BC . B. Trung điểm AB . C. Điểm A . D. Điểm B .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Điểm M thuộc cạnh SB . Biết $OM \parallel (SCD)$. Tính tỉ số của $\frac{SM}{MB}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $4\sin^2 x - 4\sin x + 2\cot^2 x - \frac{4\sqrt{3}}{\tan x} + 7 = 0$

Câu 36: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}, & x > 1 \\ 2x+a, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã cho liên tục tại điểm $x = 1$.

Câu 37: (1,0 điểm) Trong một gia đình nọ, có 2 vợ chồng trẻ mới vừa có đứa con đầu lòng. Ông chồng rất vui sướng vì bây giờ mình đã được làm cha của một đứa trẻ. Trong lúc ông chồng đang trông vợ và con ngủ. Ông chợt nghĩ về bữa tiệc Thôi Nôi (Tiệc sinh nhật khi con tròn 1 tuổi) cho con. Ông suy nghĩ rằng cứ mỗi lần tổ chức sinh nhật cho con, ông sẽ tặng cho con 1 quả bánh sinh nhật và đốt cho con số cây nến bằng với số tuổi của con. Và ông dự định tổ chức sinh nhật cho con đến khi con đủ 18 tuổi. Hỏi tổng số tiền chi phí để mua nến và bánh kem mà ông ấy dự định là bao nhiêu. Giả sử, 1 cây nến lúc này có giá: 1.000 đồng, 1 bánh kem có giá: 200.000 đồng. Biết rằng mỗi năm tiền nến sẽ không tăng giá, còn bánh kem mỗi năm ông chồng phải tăng thêm 20.000 đồng cho giá mỗi chiếc bánh so với năm trước đó.

Câu 38: (0,5 điểm) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng của B qua D . Thiết diện của tứ diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) là tam giác QPK với các đỉnh Q, P, K lần lượt thuộc các cạnh AD, AB và AC . Tính tỷ số $\frac{AK}{AC}$

----- HẾT -----



BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.B	5.A	6.D	7.C	8.C	9.C	10.B
11.C	12.C	13.D	14.D	15.A	16.C	17.C	18.B	19.D	20.C
21.A	22.D	23.B	24.B	25.A	26.A	27.C	28.C	29.C	30.B
31.C	32.B	33.A	34.B	35.D					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{3}{5}$ và góc x thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**

- A. $\cot x = \frac{3}{5}$. B. $\cos x = \frac{3}{5}$. C. $\tan x = \frac{-3}{4}$. D. $\cos x = \frac{-4}{5}$.

Lời giải

$$\text{Do } \frac{\pi}{2} < x < \pi \text{ nên } \begin{cases} \tan x < 0 \\ \cos x < 0 \\ \cot x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Mà } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos x = \frac{-4}{5} \text{ (vì } \cos x < 0 \text{)}$$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{2023 \cos x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Câu 3: Phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là

- A. $15^\circ + k180^\circ$ B. $30^\circ + k180^\circ$ C. $45^\circ + k180^\circ$ D. $60^\circ + k180^\circ$

Lời giải

$$\text{Phương trình } \cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot(x + 45^\circ) = \cot 60^\circ \Leftrightarrow x + 45^\circ = 60^\circ + k180^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = 15^\circ + k180^\circ.$$

Câu 4: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .



A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$.

B. $u_{n-1} = 5^n$.

C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$.

D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải

Ta có $u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n$

Câu 5: Cho biết dãy số (u_n) với $n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân có công bội $q = 3$. Tìm u_2 biết u_1 là số nguyên tố chẵn.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Ta có u_1 là số nguyên tố chẵn suy ra $u_1 = 2 \Rightarrow u_2 = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 6: Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$

A. $u_1 = 2 ; q = 2$.

B. $u_1 = 2 ; q = 1$.

C. $u_1 = -2 ; q = -1$.

D. $u_1 = 1 ; q = 2$.

Lời giải

Ta có $u_2 = 2$ và $u_5 = 16$, nên $u_1 \neq 0, q \neq 0$

Do đó: $\frac{u_5}{u_2} = \frac{u_1 \cdot q^4}{u_1 \cdot q} = q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$

Lại có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow u_1 = \frac{u_2}{q} = 1$

Vậy $u_1 = 1 ; q = 2$.

Câu 7: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $a \parallel b$.B. Nếu $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\beta)$ thì $a \parallel b$.C. Nếu $(\alpha) \parallel (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a \parallel (\beta)$.D. Nếu $a \parallel b$ và $a \subset (\alpha), b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) \parallel (\beta)$.

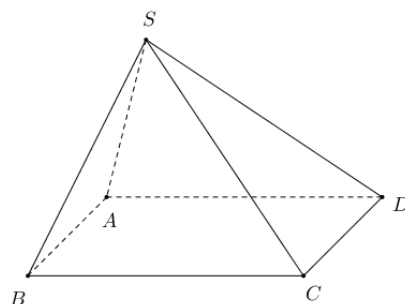
Lời giải

Vì $(\alpha) \parallel (\beta) \Rightarrow (\alpha)$ và (β) không có điểm chungMà $a \subset (\alpha)$ Từ và suy ra a và (β) không có điểm chung.Vậy $a \parallel (\beta)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $AB \parallel (SBC)$.B. $SD \parallel (SBC)$.C. $BC \parallel (SAD)$.D. $SC \parallel (ABD)$.

Lời giải



Ta có: $BC \parallel AD$ (do $ABCD$ là hình bình hành) mà $AD \subset (SAD)$, $BC \not\subset (SAD)$ nên $BC \parallel (SAD)$.

Câu 9: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n}$ bằng

A. $\frac{7}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 2^n + 4^n}{2 \cdot 3^n + 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \left(\frac{2}{4}\right)^n + 1}{2 \left(\frac{3}{4}\right)^n + 1} = \frac{0 + 1}{0 + 1} = 1$$

Câu 10: Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$ là

A. 1.

B. -2.

C. 2.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2} = \frac{(-1)^2 - 3}{(-1)^3 + 2} = -2$$

Câu 11: Kết quả của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3}$ là:

A. -2.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 5x^2 - 3}{x^2 + 6x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \frac{2 + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{6}{x} + \frac{3}{x^2}} = -\infty.$$

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0$.

Lời giải



Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $f(x) = 2\sqrt{x} - m$ là hàm số liên tục.

Trên khoảng $(-\infty; 0)$ hàm số $f(x) = mx + 2$ là hàm số liên tục.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m = f(0)$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x-5}{x^3-x}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = -1$.
 B. Hàm số liên tục tại $x = 0$.
 C. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
 D. Hàm số liên tục tại $x = 3$.

Lời giải

Tại $x = 3$, ta có: $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-5}{x^3-x} = \frac{1}{6} = f(3)$. Vậy hàm số liên tục tại $x = 3$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $y = (x+1)(x^2+2)$.
 B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
 C. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.
 D. $y = \frac{x}{x-1}$.

Lời giải

Ta có hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ không xác định tại $x_0 = 1$ nên hàm số gián đoạn tại $x_0 = 1$.

Câu 15: Cho $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$; $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $\sin 2\alpha$ bằng

- A. $-\frac{24}{25}$.
 B. $\frac{24}{25}$.
 C. $\frac{4}{5}$.
 D. $-\frac{4}{5}$.

Lời giải

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4}{5}$.

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25}.$$

Câu 16: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6 \cos 2x - 7$ trên đoạn

$$\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]. \text{ Tính } M + m.$$

- A. -14.
 B. 3.
 C. -11.
 D. -10.

Lời giải

Ta có: $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -10 \leq 6 \cos 2x - 7 \leq -1$.

Suy ra $M = -1, m = -10$. Vậy $M + m = -11$.



Câu 17: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}, \forall n = 2; 3; 4; \dots$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.
- B. Dãy số (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
- C. Dãy số (u_n) bị chặn.
- D. Dãy số (u_n) không bị chặn.

Lời giải

Ta có $u_n > 0 \Rightarrow (u_n)$ bị chặn dưới bởi 0.

Mặt khác $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k} (k \in \mathbb{N}^*, k \geq 2)$ nên suy ra:

$$\begin{aligned} u_n &< \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n} < 1. \end{aligned}$$

Nên dãy (u_n) bị chặn trên, do đó dãy (u_n) bị chặn.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2; u_3 = 6$. Hỏi 2022 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đó?

- A. 505.
- B. 507.
- C. 508.
- D. 510.

Lời giải

Ta có $u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow 6 = -2 + 2d \Rightarrow d = 4$.

Số hạng tổng quát là: $u_n = u_1 + (n-1)d = -2 + (n-1).4 = 4n - 6$.

Ta có $4n - 6 = 2022 \Leftrightarrow 4n = 2028 \Leftrightarrow n = 507$.

Vậy 2022 là số hạng thứ 507 của cấp số cộng.

Câu 19: Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

- A. 47
- B. 45
- C. 44
- D. 46

Lời giải

Xét 1 cấp số cộng có $u_1 = 42, d = 8$

sau n tuần anh ta phải có số tiền là $u_n = 42 + (n-1).8 \geq 400$

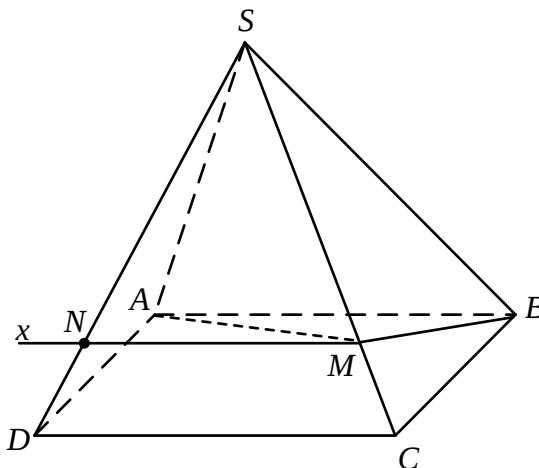
$$n-1 \geq \frac{400-42}{8} \Leftrightarrow n \geq \frac{400-42}{8} + 1 = 45.75$$

Vậy kể cả tuần đầu thì tuần thứ 46 anh ta có đủ tiền để mua cây guitar đó.



- Câu 20:** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:
- A. Cắt nhau. B. Chéo nhau. C. Song song. D. Có hai điểm chung.

Lời giải



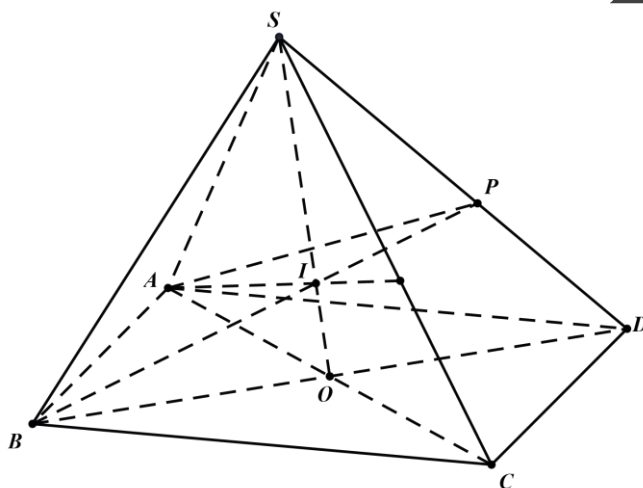
Ta có:
$$\begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (MAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Mx = (MAB) \cap (SCD) \text{ với } Mx \parallel CD \parallel AB \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

Gọi $N = Mx \cap SD$ trong $(SCD) \Rightarrow N = SD \cap (MAB)$

Vậy MN song song với CD .

- Câu 21:** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:
- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
- B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
- C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.
- D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.
- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . P là một điểm thuộc cạnh SD . Giả sử SO cắt BP tại I . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABP) và (SAC) là:
- A. SO . B. PI . C. PO . D. AI .

Lời giải



Ta có: $A \in (ABP) \cap (SAC) \quad (1)$

$$\begin{cases} I \in BP \subset (ABP) \Rightarrow I \in (ABP) \\ I \in SO \subset (SAC) \Rightarrow I \in (SAC) \end{cases} \Rightarrow I \in (ABP) \cap (SAC) \quad (2)$$

Từ (1) và (2): $(ABP) \cap (SAC) = AI$

Câu 23: Biết $x-3$; $x-1$; $x+3$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. $q=5$.

B. $q=2$.

C. $q=4$.

D. $q=-2$.

Lời giải

Ta có ba số $x-3$; $x-1$; $x+3$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+3) = (x-1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 9 = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5.$$

Với $x=5$, suy ra công bội của cấp số nhân là $q = \frac{x-1}{x-3} = \frac{5-1}{5-3} = 2$.

Vậy $q=2$.

Câu 24: Cho dãy số có giới hạn xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}, n \geq 1 \end{cases}$$
 . Tính giá trị của $\lim u_n$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = \frac{3}{4}; u_4 = \frac{4}{5}; u_5 = \frac{5}{6}; \dots$

Dự đoán $u_n = \frac{n}{n+1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$

Để dàng chứng minh dự đoán trên bằng phương pháp quy nạp.



Từ đó $\lim u_n = \lim \frac{n}{n+1} = \lim \frac{1}{1+\frac{1}{n}} = 1.$

Câu 25: Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$

A. $T = \frac{1}{8}.$

B. $T = \frac{1}{16}$

C. $T = 0.$

D. $T = \frac{1}{4}$

Lời giải

Ta có $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right) = \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16^{n+1} + 4^n} + \sqrt{16^{n+1} + 3^n}}$

$$= \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16 \cdot 16^n + 4^n} + \sqrt{16 \cdot 16^n + 3^n}} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{4}\right)^n}} = \frac{1}{4+4} = \frac{1}{8}.$$

Câu 26: Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5$. Tính tổng $a + b$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right)$

Nếu $a+1 > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = +\infty$

Nếu $a+1 < 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -\infty$

Do đó $a+1 = 0$, khi đó

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{(a+1)x^2 - (2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-(2a+b)x + 2b+1}{x-2} \right) = -(2a+b)$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ 2a+b=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=7 \end{cases}$

Do đó $a+b = 6$

Câu 27: Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

A. $-\frac{2}{5}.$

B. $+\infty.$

C. $\frac{2}{5}.$

D. $-\infty.$

Lời giải



Ta có $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x-7)}{-5(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-7}{-5} = \frac{5-7}{-5} = \frac{2}{5}.$

Câu 28: Chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản xuất x sản phẩm của một công ty được xác định bởi hàm số $C(x) = 2x + 55$. Gọi $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm. Khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với số tiền nào dưới đây (đơn vị triệu đồng)?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm là $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{2x + 55}{x}$ (triệu đồng)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 55}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{55}{x} \right) = 2.$$

Vậy khi số lượng sản phẩm sản xuất được càng lớn thì chi phí trung bình để sản xuất một sản phẩm càng gần với 2 (triệu đồng).

Câu 29: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con ong cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tìm một của mẫu số liệu.

- A. 73. B. 74. C. 76. D. 75.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 31 nên nhóm chứa một là $[60; 80)$.

Ta có: $j = 4, a_4 = 60, m_4 = 31, m_3 = 23, m_5 = 29, h = 20$.

$$\text{Do đó: } M_o = 60 + \frac{31 - 23}{(31 - 23) + (31 - 29)} \times 20 = 76$$

Câu 30: Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7; 9)$ B. $[9; 11)$. C. $[11; 13)$. D. $[13; 15)$.

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{20}$ lần lượt là thời gian chạy của các vận động viên theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

Do $x_1, x_2 \in [5; 7); x_3, \dots, x_9 \in [7; 9); x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11); x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13); x_{20} \in [13; 15)$.

Trung vị của mẫu số liệu là $x_{10}, \dots, x_{16}$ thuộc nhóm $[9; 11)$.

Câu 31: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:



Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)
Số ngày	6	12	9	3

Nhiệt độ trung bình trong 30 ngày trên là:

- A. 22,6. B. 21,5. C. 23,4. D. 19,6.

Lời giải

Ta có bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện của mỗi nhóm:

Nhóm	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)
Giá trị đại diện	19,5	22,5	25,5	28,5
Tần số	6	12	9	3

Nhiệt độ trung bình trong 30 ngày trên là:

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 19,5 + 12 \cdot 22,5 + 9 \cdot 25,5 + 3 \cdot 28,5}{30} = 23,4(^{\circ}\text{C})$$

Câu 32: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [9; 9). B. [9; 11). C. [11; 13). D. [13; 15).

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{20}$ lần lượt là thời gian chạy của các vận động viên theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

Do $x_1, x_2 \in [5; 7); x_3, \dots, x_9 \in [7; 9); x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11); x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13); x_{20} \in [13; 15)$.

Trung vị của mẫu số liệu là $x_{10}, \dots, x_{16}$ thuộc nhóm [9; 11).

Câu 33: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song.
 C. Hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng thì trùng nhau.
 D. Hai đường thẳng chéo nhau thì cắt nhau.

Lời giải

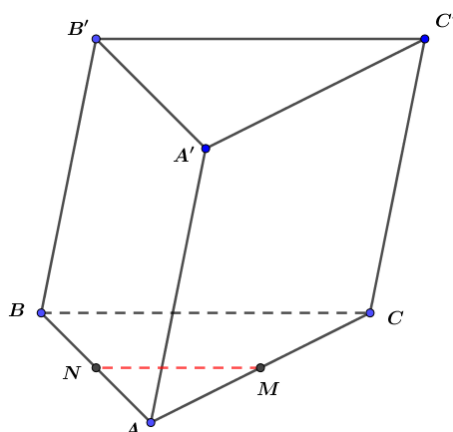
Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không thuộc cùng một mặt phẳng nên chúng không có điểm chung.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm của AC . Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là

- A. Trung điểm BC . B. Trung điểm AB . C. Điểm A . D. Điểm B .



Lời giải



Gọi N là trung điểm của $AB \Rightarrow MN \parallel CB$.

Ta có: $\begin{cases} MN \parallel CB \\ N \in AB \subset (AA'B'B) \end{cases}$

$\Rightarrow$ Hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B'B)$ theo phương chiếu CB là điểm N .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Điểm M thuộc cạnh SB . Biết $OM \parallel (SCD)$. Tính tỉ số của $\frac{SM}{MB}$.

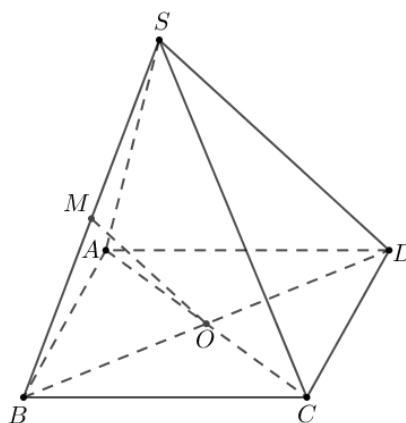
A. $\frac{1}{3}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải



Trong (SBD) xét hai đường thẳng OM và SD . Vì $SD \subset (SCD)$ và $OM \parallel (SCD)$ nên $OM \cap SD = \emptyset$, hay $OM \parallel SD$.

Suy ra OM là đường trung bình của tam giác SBD

Do đó M là trung điểm SB , hay $\frac{SM}{MB} = 1$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)



Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $4\sin^2 x - 4\sin x + 2\cot^2 x - \frac{4\sqrt{3}}{\tan x} + 7 = 0$

Lời giải

Xét phương trình : $4\sin^2 x - 4\sin x + 2\cot^2 x - \frac{4\sqrt{3}}{\tan x} + 7 = 0$.

Điều kiện xác định của phương trình là $x \neq \frac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Với điều kiện trên phương trình đã cho $\Leftrightarrow 4\sin^2 x - 4\sin x + 2\cot^2 x - 4\sqrt{3}\cot x + 7 = 0$

$$\Leftrightarrow 4\sin^2 x - 4\sin x + 1 + 2(\cot^2 x - 2\sqrt{3}\cot x + 3) = 0 \Leftrightarrow (2\sin x - 1)^2 + 2(\cot x - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x = 1 \\ \cot x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k, m \in \mathbb{Z}) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z}).$$

Kết hợp điều kiện ta được họ nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}, & x > 1 \\ 2x+a, & x \leq 1 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số đã

cho liên tục tại điểm $x = 1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}; x = 1 \in D$.

Ta có: $f(1) = 2 + a$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+8}+3)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+8}+3} = \frac{1}{6}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x+a) = 2+a.$$

Để hàm số đã cho liên tục tại $x = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{6} = 2 + a \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}$.

Vậy $a = -\frac{11}{6}$.

Câu 3: (1,0 điểm) Trong một gia đình nọ, có 2 vợ chồng trẻ mới vừa có đứa con đầu lòng. Ông chồng rất vui sướng vì bây giờ mình đã được làm cha của một đứa trẻ. Trong lúc ông chồng đang trông vợ và con ngủ. Ông chợt nghĩ về bữa tiệc Thôi Nôi (Tiệc sinh nhật khi con tròn 1 tuổi) cho con.



Ông suy nghĩ rằng cứ mỗi lần tổ chức sinh nhật cho con, ông sẽ tặng cho con 1 quả bánh sinh nhật và đốt cho con số cây nến bằng với số tuổi của con. Và ông dự định tổ chức sinh nhật cho con đến khi con đủ 18 tuổi. Hỏi tổng số tiền chi phí để mua nến và bánh kem mà ông ấy dự định là bao nhiêu. Giả sử, 1 cây nến lúc này có giá: 1.000 đồng, 1 bánh kem có giá: 200.000 đồng. Biết rằng mỗi năm tiền nến sẽ không tăng giá, còn bánh kem mỗi năm ông chồng phải tăng thêm 20.000 đồng cho giá mỗi chiếc bánh so với năm trước đó.

Lời giải

Theo đề ta có :

Vì ông chồng suy nghĩ rằng cứ mỗi lần tổ chức sinh nhật cho con, ông sẽ tặng cho con 1 quả bánh sinh nhật và đốt cho con số cây nến bằng với số tuổi của con:

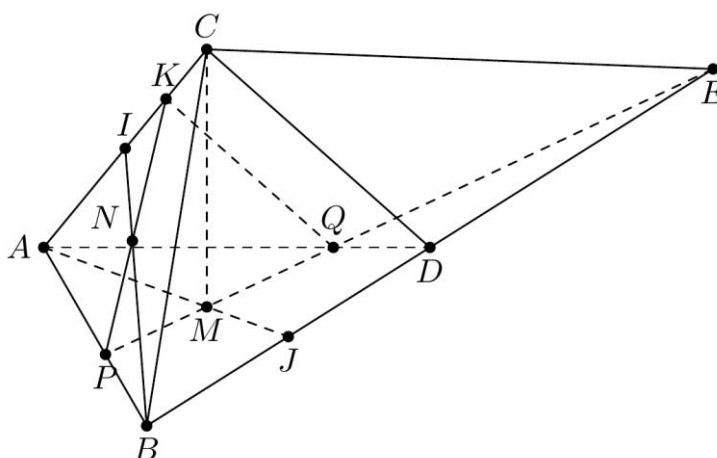
Cho nên: Số cây nến mỗi năm là một hạng tử của cấp số cộng với $u_1 = 1, d = 1$. Khi đó, tổng số cây nến ông dự định dùng là $S_{18} = (u_1 + u_{18}) \cdot \frac{18}{2} = (1 + 18) \cdot 9 = 171$ (cây nến).

Suy ra số tiền để mua nến là: $171 \times 1.000 = 171.000$ đồng.

Hơn nữa, tổng số bánh kem ông dự định dùng là: 18, Và mỗi năm giá tiền mua bánh kem của ông là một hạng tử của cấp số cộng với $u_1 = 200.000, d = 20.000$. Khi đó, tổng số tiền ông dự định dùng để mua bánh kem là $S_{18} = (u_1 + u_{18}) \cdot \frac{18}{2} = (200.000 + 540.000) \cdot 9 = 6.660.000$ đồng.

Tổng số tiền chi phí để mua nến và bánh kem mà ông ấy dự định là:
 $171.000 + 6.660.000 = 6.831.000$ đồng.

Câu 4: (0,5 điểm) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng của B qua D . Thiết diện của tứ diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) là tam giác QPK với các đỉnh Q, P, K lần lượt thuộc các cạnh AD, AB và AC . Tính tỷ số $\frac{AK}{AC}$

Lời giải

Gọi J, I lần lượt là trung điểm của BD, AC . Nối ME cắt AD, AB lần lượt tại Q và P ; PN cắt AC tại K ta được thiết diện là tam giác QPK .

Áp dụng định lý Menelaus cho:



$$\text{Tam giác } JAD: \frac{AM}{MJ} \cdot \frac{JE}{ED} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{DQ}{QA} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Tam giác } ADB: \frac{AP}{PB} \cdot \frac{BE}{ED} \cdot \frac{DQ}{QA} = 1 \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Tam giác } ABI: \frac{AP}{PB} \cdot \frac{BN}{NI} \cdot \frac{IK}{KA} = 1 \Rightarrow \frac{IK}{KA} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Từ đó suy ra: } IK = \frac{1}{4} AC \Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{3}{4}.$$

----- HẾT -----



