

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Hàm số $y = \frac{2006}{\sqrt{x-10}}$ có tập xác định là

- A. $[10; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus 10$. C. $10; +\infty)$. D. $0; +\infty)$.

Câu 2. Cho phương trình $x^2 - 6x + 2m - 1 = 0$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.

- A. $m < 5$. B. $m \leq 5$. C. $m \leq 4$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 3. Kết quả bài kiểm tra cuối học kỳ 2 môn Toán của một lớp 10 ở một trường Trung học Phổ thông được ghi lại trong bảng dưới đây.

Điểm thi	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	1	1	2	7	12	14	2	1	40

Độ lệch chuẩn (làm tròn đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu trên bằng

- A. 2,29 . B. 0,21 . C. 1,77 . D. 1,33 .

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , đường thẳng Ox có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;0)$, $B(0;6)$. Đường thẳng AB có phương trình là

- A. $3x + 6y = 0$. B. $3x + 6y = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 0$.

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $E: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Điểm nào sau đây không thuộc elip E ?

- A. $A(3;0)$. B. $B(-3;0)$. C. $C(0;4)$. D. $D(0;-2)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 + 5t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$. Một vector chỉ phương của đường thẳng d là

- A. $\vec{u}_1 = (3;4)$. B. $\vec{u}_2 = (2;5)$. C. $\vec{u}_3 = (5;-2)$. D. $\vec{u}_4 = (-2;5)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $C: x^2 + y^2 - 6x - 10y + 36 = 0$. Tâm và bán kính của đường tròn C lần lượt là

- A. $I(3;-5)$, $R=6$. B. $I(-3;5)$, $R=6$. C. $I(3;-5)$, $R=36$. D. $I(-3;5)$, $R=36$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1; -1)$ và có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -4)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

- A. $3x - 4y - 7 = 0$. B. $3x - 4y + 1 = 0$. C. $4x + 3y - 1 = 0$. D. $x - y - 7 = 0$.

Câu 10. Khẳng định nào sau đây đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

- A. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. B. $\sin^2 x + \cos^2 x = 0$.
C. $\sin x + \cos x = 1$. D. $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$.

Câu 11. Khẳng định nào sau đây đúng với mọi $u, v \in \mathbb{R}$?

- A. $\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$. B. $\cos u - \cos v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$.
C. $\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$. D. $\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{v-u}{2}$.

Câu 12. Cho $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\sin \alpha < 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1. (2,0 điểm)

Giải các bất phương trình sau đây.

- a) $5x - 6 > 9$.
b) $x^2 + 8x + 7 \leq 0$.
c) $\sqrt{2x^2 - x - 1} \geq x + 5$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ với $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- a) Tính $\sin \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ và $\sin 2\alpha$.
b) Tính giá trị của biểu thức $P = \sin^4 \frac{\alpha}{4} + \cos^4 \frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2} \cos \alpha$.

Câu 3. (2,5 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-1;1)$, $B(0;2)$, $C(3;1)$.

- a) Tìm tọa độ điểm M sao cho B là trung điểm của đoạn thẳng AM .
b) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

c) Viết phương trình đường thẳng d sao cho khoảng cách từ điểm A tới d bằng $\sqrt{8}$, khoảng cách từ điểm B tới d bằng $\sqrt{2}$.

Câu 4. (0,5 điểm)

Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$F = \frac{1}{a+16} + \frac{1}{b+16} + \frac{1}{c+16}.$$

===== Hết =====

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	B	D	D	C	C	D	B	A	A	A	B

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
1. (2,0 điểm)		
a)	Ta có $5x - 6 > 9 \Leftrightarrow 5x > 15 \Leftrightarrow x > 3$. Vậy bất phương trình có nghiệm $x > 3$.	0,5
b)	Ta có $x^2 + 8x + 7 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 7 \leq 0 \Leftrightarrow -7 \leq x \leq -1$. Vậy bất phương trình có nghiệm $-7 \leq x \leq -1$.	0,5
c)	Giải bất phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 1} \geq x + 5$. Trường hợp 1: $\begin{cases} 2x^2 - x - 1 \geq 0 \\ x + 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x < -5$. Trường hợp 2: $\begin{cases} x + 5 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 1 \geq (x + 5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x^2 - 11x - 26 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \geq 13 \\ x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq -2 \\ x \geq 13 \end{cases}$. Lưu ý: Nếu học sinh chỉ giải quyết được trọn vẹn 1 trong 2 trường hợp trên thì cho 0,5 điểm trong tổng số 0,75 điểm.	0,75
	Kết hợp hai trường hợp ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 13 \end{cases}$.	0,25
2. (2,0 điểm)		
a)	Vì $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.	0,25
	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{1}{3} = 2\sqrt{2}$.	0,25
	$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{3} : \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.	0,25
	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$.	0,25
b)	$P = \sin^4 \frac{\alpha}{4} + \cos^4 \frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2} \cos \alpha$	

	$= \left(\sin^2 \frac{\alpha}{4} + \cos^2 \frac{\alpha}{4} \right)^2 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{4} \cos^2 \frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2} \cos \alpha$	0,25
	$= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha$	0,25
	$= 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{2} + \frac{1}{2} \cos \alpha$	0,25
	$= \frac{3 + 3 \cos \alpha}{4} = 1.$	0,25
3. (2,5 điểm)		
a)	Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng AM nên $\begin{cases} x_A + x_M = 2x_B \\ y_A + y_M = 2y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2x_B - x_A \\ y_M = 2y_B - y_A \end{cases}.$ Do đó $\begin{cases} x_M = 2.0 + 1 = 1 \\ y_M = 2.2 - 1 = 3 \end{cases}$. Vậy $M(1; 3)$.	0,5
b)	Gọi $T: x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ở đó a, b, c là các hằng số thỏa mãn $a^2 + b^2 - c > 0$. Ta có $\begin{cases} -1^2 + 1^2 - 2a \cdot (-1) - 2b \cdot 1 + c = 0 \\ 0^2 + 2^2 - 2a \cdot 0 - 2b \cdot 2 + c = 0 \\ 3^2 + 1^2 - 2a \cdot 3 - 2b \cdot 1 + c = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b + c = -2 \\ -4b + c = -4 \\ -6a - 2b + c = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}.$	0,25
	Vậy $T: x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$.	0,25
c)	Cách 1: Vì $d(A, d) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $d(B, d) = \sqrt{2}$ nên đường thẳng AB và đường d cắt nhau. Gọi N là giao điểm của AB và d, gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên d, gọi E là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng AH. Nếu A, B nằm khác phía so với d thì $\sqrt{2} = AB = AN + NB \geq AH + BK = d(A, d) + d(B, d) = 3\sqrt{2}, \text{ vô lí.}$ Do đó A, B nằm cùng phía so với d. Lúc này, do $d(A, d) > d(B, d)$ nên điểm E thuộc đoạn thẳng AH. Ta có $EH = BK = \sqrt{2}, \quad AE = AH - EH = \sqrt{2} = AB,$	0,75

	dẫn tới E là trung điểm của AH, E trùng với B, các điểm H, K trùng với N. Mặt khác, lại có B là trung điểm của AM nên suy ra M trùng với N. Như vậy, đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với AB.	
	Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (1;1)$ làm một vectơ pháp tuyến, nên có phương trình là $1.(x-1) + 1.(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + y - 4 = 0$. Vậy $d: x + y - 4 = 0$.	0,25
	Cách 2: Gọi phương trình của đường thẳng d là $ax + by + c = 0$, với a, b, c là các hằng số thỏa mãn $a^2 + b^2 > 0$. Vì $d(A, d) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $d(B, d) = \sqrt{2}$ nên $\begin{cases} \frac{ -a + b + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{2} \\ \frac{ 2b + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b + c = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \\ 2b + c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b + c = 2 2b + c \\ 2b + c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}.$	(0,25)
	Trường hợp 1: $\begin{cases} -a + b + c = 4b + 2c \\ 2b + c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = c \\ -a - b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = c \\ a^2 + 2ab + b^2 = 2a^2 + 2b^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = c \\ a - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ c = -4a \end{cases}.$ Chọn $a = 1$ thì $b = 1, c = -4$, ta được $d: x + y - 4 = 0$. Trường hợp 2: $\begin{cases} -a + b + c = -4b - 2c \\ 2b + c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3c = a - 5b \\ a + b = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3c = a - 5b \\ a^2 + 2ab + b^2 = 18a^2 + 18b^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3c = a - 5b \\ 16a^2 + 16b^2 + a - b^2 = 0 \end{cases} \quad (\text{hệ này vô nghiệm}).$ Vậy $d: x + y - 4 = 0$. Lưu ý: Nếu học sinh chỉ giải quyết được trọn vẹn 1 trong 2 trường hợp trên thì cho 0,5 điểm trong tổng số 0,75 điểm.	(0,75)
4. (0,5 điểm)		
	Do a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 6$ nên $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b} > \sqrt{c} \Rightarrow 6 = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} > 2\sqrt{c} \Rightarrow \sqrt{c} < 3$. Suy ra $3 - \sqrt{c} \cdot \sqrt{c} - 2^2 \geq 0$ $\Leftrightarrow 3 - \sqrt{c} \cdot c - 4\sqrt{c} + 4 \geq 0$ $\Leftrightarrow 7c - c\sqrt{c} + 12 - 16\sqrt{c} \geq 0$ $\Leftrightarrow 7c - c\sqrt{c} + 112 - 16\sqrt{c} \geq 100$ $\Leftrightarrow c + 16 - 7 - \sqrt{c} \geq 100$	0,25

	$\Leftrightarrow \frac{1}{c+16} \leq \frac{7-\sqrt{c}}{100} \quad 1.$ Dấu “=” ở (1) xảy ra khi $\sqrt{c}=2$ hay $c=4$. Tương tự ta có $\frac{1}{a+16} \leq \frac{7-\sqrt{a}}{100} \quad 2, \quad \frac{1}{b+16} \leq \frac{7-\sqrt{b}}{100} \quad 3.$ Dấu “=” ở (2),(3) lần lượt xảy ra khi $a=4, b=4$. Từ (1),(2),(3) và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 6$ suy ra $F = \frac{1}{a+16} + \frac{1}{b+16} + \frac{1}{c+16} \leq \frac{7-\sqrt{a}}{100} + \frac{7-\sqrt{b}}{100} + \frac{7-\sqrt{c}}{100} = \frac{3}{20}.$ Đẳng thức $F = \frac{3}{20}$ xảy ra khi $a=b=c=4$. Vậy $\max F = \frac{3}{20}$, đạt được khi $a=b=c=4$.	0,25
--	---	------