SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO TP.HCM
TRƯỜNG THPT THÀNH NHÂN

MĐ: 203

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1_07.05.2021
Môn Thi: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút.
(50 câu trắc nghiệm gồm 6 trang)

Họ tên học sinh...Số báo danh......................Lớp: 12.....................

Câu 1. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 9π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 16π.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $q = \frac{1}{2}\cdot$ Khi đó u_5 bằng

A. $\frac{3}{32}\cdot$ **B.** $\frac{3}{16}\cdot$ **C.** $\frac{3}{10}\cdot$ **D.** $\frac{15}{2}\cdot$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-7	$\nearrow$	25	$\searrow$	$-\infty$

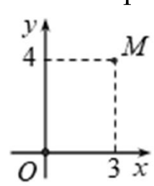
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-7;+\infty)$. **D.** $(-\infty;25)$.

Câu 4. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh ?

A. A_{15}^4. **B.** 4^{15}. **C.** 15^4. **D.** C_{15}^4.

Câu 5. Điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây ?



A. $z = 4 + 3i$. **B.** $z = 3 + 4i$. **C.** $z = 4 - 3i$. **D.** $z = 3 - 4i$.

Câu 6. Cho a là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khi đó $\log_{\frac{a}{2}} \frac{a^3}{8}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\cdot$ **B.** $-\frac{1}{3}\cdot$ **C.** 3. **D.** -3.

Câu 7. Với $x > 0$ thì $x^{\frac{1}{5}}.\sqrt[3]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{16}{15}}$. **B.** $x^{\frac{3}{5}}$. **C.** $x^{\frac{8}{15}}$. **D.** $x^{\frac{1}{15}}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x = 4$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 5$.

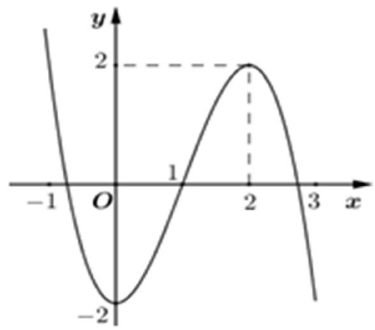
Câu 9. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và đường cao bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón (N) bằng

A. 21π. **B.** 24π. **C.** 29π. **D.** 27π.

Câu 10. Cho số phức $z=(1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là

A. -2. **B.** 4. **C.** $2i$. **D.** 2.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới ?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x+2$.

C. $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x-2$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\dfrac{17}{2}\cdot$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(3;-1;4)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(2;2;2)$. **B.** $(2;-2;3)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(4;-4;6)$.

Câu 14. Giá trị $\int\limits_1^{\mathrm{e}}\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. e. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}}\cdot$

Câu 15. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ và đường thẳng $y=1$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+8\sin x$ là

A. $x^3-8\cos x+C$. **B.** $6x-8\cos x+C$. **C.** $6x+8\cos x+C$. **D.** $x^3+8\cos x+C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $y+z=0$. **C.** $x-y-z=0$. **D.** $y-z=0$.

Câu 18. Nếu $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[\sin x+f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 19. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=3$.

Câu 20. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $A'C=6$ thì có thể tích bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $54\sqrt{2}$. **C.** $24\sqrt{3}$. **D.** 8.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-8x^2+3$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 12. **B.** -4. **C.** -13. **D.** 3.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1;1;-1)$ và $R=16$. **B.** $I(-1;1;-1)$ và $R=4$.

C. $I(1;-1;1)$ và $R=16$. **D.** $I(1;-1;1)$ và $R=4$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2-5x}$ là

A. $2^{x^2-5x}.\ln 2$. **B.** $(x^2-5x).2^{x^2-5x-1}$. **C.** $(2x-5).2^{x^2-5x}$. **D.** $(2x-5).2^{x^2-5x}.\ln 2$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-2;1)$.

Câu 25. Một hình trụ có bán kính đáy $r=4\text{cm}$ và độ dài đường sinh $\ell=3\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $12\pi\text{cm}^2$. **B.** $48\pi\text{cm}^2$. **C.** $24\pi\text{cm}^2$. **D.** $36\pi\text{cm}^2$.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1=5-7i$, $z_2=2-i$. Khi đó $\left|z_1-z_2\right|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** 45. **C.** $\sqrt{113}$. **D.** $\sqrt{74}-\sqrt{5}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z-5=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P) là

A. $2x+4y+z-8=0$. **B.** $x-3y+2z+8=0$.

C. $x-3y+2z-8=0$. **D.** $2x+4y+z+8=0$.

Câu 28. Gọi $(\mathscr{D})$ là hình phẳng giới hạn bởi $y=x^2-1$ và trục Ox. Thể tích khối tròn xoay khi quay $(\mathscr{D})$ xung quanh trục Ox bằng

A. 5π. **B.** 5. **C.** $\dfrac{16}{15}$. **D.** $\dfrac{16}{15}\pi$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-2z-1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-3;0;1)$ và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=-3-2t\\y=-2t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-3-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=-2t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 30. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$ thỏa mãn $F(1)=\dfrac{4}{3}$ là

A. $-\dfrac{1}{3}\sqrt{2x-1}+\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}\sqrt{2x-1}+1$. **C.** $\dfrac{\sqrt{(2x-1)^3}}{-3}+\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3}+1$.

Câu 31. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{3}$, $AB=a$, $BC=2a$ và $AC=a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-6z+2=0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** a.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Côsin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 36. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

A. $\frac{7}{125}$. **B.** $\frac{7}{150}$. **C.** $\frac{189}{1250}$. **D.** $\frac{7}{375}$.

Câu 37. Cho các số thực $x,\ y,\ z > 1$ thỏa mãn $\log_{xy}(yz) = 2$. Khi đó $\log_{\frac{z}{y}}(x^4) + \log_{\frac{z}{x}}(xy)$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1;-2;-1)$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (P). Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\frac{16}{4}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 39. Cho số phức $z = a + bi,\ (z \neq 0)$ thỏa mãn $2z.\overline{z} - (5 + 7i)\left|z\right|^2 = (17 + i)\overline{z}$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 40. Cho số phức $z = m + 3 + (m^2 - 4)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi (C) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** 1.

Câu 41. Cho hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ lần lượt có đồ thị (C_1) và (C_2). Gọi $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm lần lượt thuộc (C_1) và (C_2) sao cho tam giác IAB vuông cân tại $I(-1;-1)$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{x_A + x_B}{y_A + y_B}$ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 6x & \text{khi } x \geq 2 \\ \dfrac{2}{2x-5} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Nếu $\int_{e}^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} \mathrm{d}x = a - \frac{1}{5}\ln b$ với $a,\ b$ là các số nguyên dương thì $ab - b^2$ bằng

A. -216. **B.** 54. **C.** 45. **D.** -45.

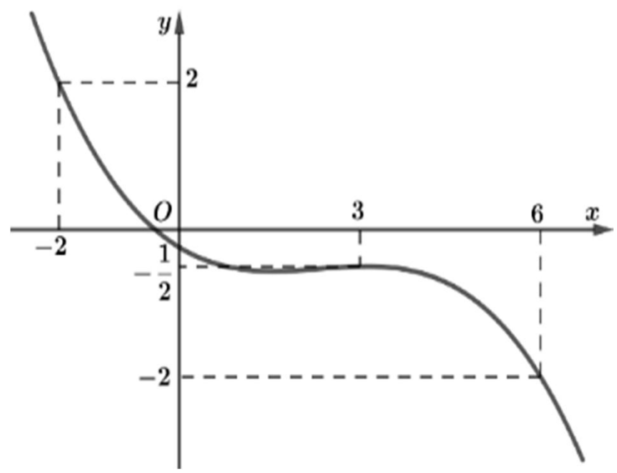
Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ thỏa $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left[f^2(x)-2f(x)(3-x)\right]\mathrm{d}x=-\frac{109}{12}\cdot$ Khi đó $\int_{0}^{\frac{1}{2}}\frac{f(x)}{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\ln\frac{7}{9}\cdot$ **B.** $\ln\frac{5}{9}\cdot$ **C.** $\ln\frac{2}{9}\cdot$ **D.** $\ln\frac{8}{9}\cdot$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{-2}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+3t\\y=-4\\z=4+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và cắt d_1 tại M, cắt d_2 tại N. Khi đó $AM+AN$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 15.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-2)=-3$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Số khoảng đồng biến của hàm số $g(x)=\left|4f(x)+x^2-4x\right|$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 46. Có bao nhiêu nguyên của tham số thực m để phương trình $m.2^{x+1}+m^2=16^x-6.8^x+2.4^{x+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt ?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SBA vuông tại B, tam giác SAC vuông tại C. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}\cdot$ **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}\cdot$ **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}\cdot$ **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}\cdot$

Câu 48. Cho hàm số $y=\left|x^2-2x-4\sqrt{(x+1)(3-x)}+m-3\right|$. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 2021 ?

A. 4048. **B.** 24. **C.** 0. **D.** 12.

Câu 49. Cho hai số phức $z_1,\ z_2$ thoả mãn $\left|z_1+2-i\right|+\left|z_1-4-7i\right|=6\sqrt{2}$ và $\left|iz_2-1+2i\right|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|z_1+z_2\right|$ bằng

A. $3\sqrt{2}-1$. **B.** $3\sqrt{2}-2$. **C.** $2\sqrt{2}-2$. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;4)$, $B(0;4;3)$, $C(7;0;-1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+(z-3)^2=1$. Gọi điểm $M\in(Oxy)$ và điểm $N\in(S)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MN+\frac{1}{3}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ bằng

A. $\sqrt{19}$. **B.** $\sqrt{35}+1$. **C.** $\frac{\sqrt{46}+\sqrt{11}}{2}-1$. **D.** $\sqrt{35}-1$.

--------------- Hết ---------------

ĐỀ THI THỬ TN THPT NĂM 2021 LẦN 01

Câu 1. Cho mặt cầu có bán kính $R = 3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 9π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 16π.

Lời giải tham khảo

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi.3^2 = 36\pi$.

Chọn đáp án B.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $q = \frac{1}{2}\cdot$ Khi đó u_5 bằng

A. $\frac{3}{32}\cdot$ **B.** $\frac{3}{16}\cdot$ **C.** $\frac{3}{10}\cdot$ **D.** $\frac{15}{2}\cdot$

Lời giải tham khảo

Ta có $u_5 = u_1q^4 = 3.\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{16}\cdot$

Chọn đáp án B.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-7	$\nearrow$	25	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-7;+\infty)$. **D.** $(-\infty;25)$.

Lời giải tham khảo

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số giảm $(-\infty;0)$.

Chọn đáp án B.

Câu 4. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh ?

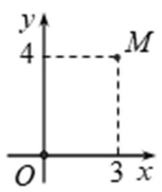
A. A_{15}^4. **B.** 4^{15}. **C.** 15^4. **D.** C_{15}^4.

Lời giải tham khảo

Số cách chọn 4 học sinh từ 15 học sinh là tổ hợp chập 4 của 15 phần tử, có C_{15}^4 cách.

Chọn đáp án C.

Câu 5. Điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây ?



A. $z = 4 + 3i$. **B.** $z = 3 + 4i$. **C.** $z = 4 - 3i$. **D.** $z = 3 - 4i$.

Lời giải tham khảo

Từ hình vẽ, suy ra: $M(3;4) \Rightarrow z = 3 + 4i$.

Chọn đáp án B.

Câu 6. Cho a là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Khi đó $\log_{\frac{a}{2}} \frac{a^3}{8}$ bằng

A. $\frac{1}{3}\cdot$ **B.** $-\frac{1}{3}\cdot$ **C.** $3.$ **D.** $-3.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $\log_{\frac{a}{2}} \frac{a^3}{8} = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2}\right)^3 = 3.$

Chọn đáp án C.

Câu 7. Với $x > 0$ thì $x^{\frac{1}{5}}.\sqrt[3]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{16}{15}}.$ **B.** $x^{\frac{3}{5}}.$ **C.** $x^{\frac{8}{15}}.$ **D.** $x^{\frac{1}{15}}.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $x^{\frac{1}{5}}.\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{5}}.x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{8}{15}}.$

Chọn đáp án C.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x = 4.$ **B.** $x = 0.$ **C.** $x = 1.$ **D.** $x = 5.$

Lời giải tham khảo

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = \pm 1.$

Chọn đáp án C.

Câu 9. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và đường cao bằng $4.$ Diện tích toàn phần của hình nón (N) bằng

A. $21\pi.$ **B.** $24\pi.$ **C.** $29\pi.$ **D.** $27\pi.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $\ell = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Rightarrow S_{\text{tp}} = \pi r\ell + \pi r^2 = \pi.3.5 + \pi.3^2 = 24\pi.$

Chọn đáp án B.

Câu 10. Cho số phức $z = (1+i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là

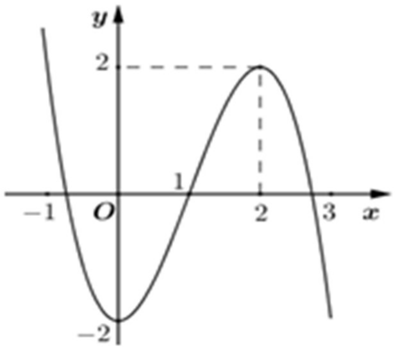
A. $-2.$ **B.** $4.$ **C.** $2i.$ **D.** $2.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $z = (1+i)^2(1+2i) = -4 + 2i \Rightarrow$ Phần ảo của z bằng $2.$

Chọn đáp án D.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới ?



A. $y=x^3-3x^2+2.$ **B.** $y=x^3-3x+2.$

C. $y=-x^3+3x^2-2.$ **D.** $y=-x^3+3x-2.$

Lời giải tham khảo

Đồ thị hàm số bậc ba có $a<0,\ 1$ cực trị thuộc $Oy \Rightarrow c=0.$

Chọn đáp án C.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=2.$ **B.** $x=1.$ **C.** $x=3.$ **D.** $x=\dfrac{17}{2}\cdot$

Lời giải tham khảo

Ta có: $2^{2x-1}=8 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2.$

Chọn đáp án A.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(3;-1;4)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(2;2;2).$ **B.** $(2;-2;3).$ **C.** $(1;1;1).$ **D.** $(4;-4;6).$

Lời giải tham khảo

Trung điểm của đoạn AB là $I(2;-2;3).$

Chọn đáp án B.

Câu 14. $\displaystyle\int_1^{e}\frac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. e. **B.** 1. **C.** $-1.$ **D.** $\dfrac{1}{e}\cdot$

Lời giải tham khảo

Ta có: $\displaystyle\int_1^{e}\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x\Big|_1^{e}=\ln e-\ln 1=1.$

Chọn đáp án B.

Câu 15. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ và đường thẳng $y=1$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải tham khảo

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x+2=1 \Leftrightarrow x^3-3x+1=0$ có 3 nghiệm.

Chọn đáp án C.

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+8\sin x$ là

A. $x^3-8\cos x+C.$ **B.** $6x-8\cos x+C.$ **C.** $6x+8\cos x+C.$ **D.** $x^3+8\cos x+C.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $\int (3x^2 + 8\sin x)\mathrm{d}x = x^3 - 8\cos x + C$.

Chọn đáp án A.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $x = 0$. **B.** $z = 0$. **C.** $x + y + z = 0$. **D.** $y = 0$.

Lời giải tham khảo

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x = 0$.

Chọn đáp án A.

Câu 18. Nếu $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\sin x + f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải tham khảo

Ta có: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\sin x + f(x)\right]\mathrm{d}x = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x + \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 1 + 5 = 6$.

Chọn đáp án C.

Câu 19. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3 - 2x}{x + 1}$ là

A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = 3$.

Lời giải tham khảo

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = -2$.

Chọn đáp án C.

Câu 20. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $A'C = 6$ thì có thể tích bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $54\sqrt{2}$. **C.** $24\sqrt{3}$. **D.** 8.

Lời giải tham khảo

Gọi cạnh hình lập phương là x.

Khi đó ta có $x^2 + (x\sqrt{2})^2 = 6^2 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{3} \Rightarrow V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 12. **B.** -4. **C.** -13. **D.** 3.

Lời giải tham khảo

Ta có: $y' = 4x^3 - 16x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x = 2 \ \vee \ x = -2 \notin [-1;3]$.

Tính $y(-1) = -4$, $y(3) = 12$, $y(0) = 3$, $y(2) = -13$. Suy ra $\min\limits_{[-1;3]} y = -13$ khi $x = 2$.

Chọn đáp án C.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1;1;-1)$ và $R = 16$. **B.** $I(-1;1;-1)$ và $R = 4$.

C. $I(1;-1;1)$ và $R = 16$. **D.** $I(1;-1;1)$ và $R = 4$.

Lời giải tham khảo

Từ phương trình $(S) \Rightarrow$ Tâm $I(1;-1;1)$, bán kính $R=4$.

Chọn đáp án D.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2-5x}$ là

A. $2^{x^2-5x}.\ln 2$. **B.** $(x^2-5x).2^{x^2-5x-1}$. **C.** $(2x-5).2^{x^2-5x}$. **D.** $(2x-5).2^{x^2-5x}.\ln 2$.

Lời giải tham khảo

Ta có $y=2^{x^2-5x} \Rightarrow y'=(2x-5).2^{x^2-5x}.\ln 2$.

Chọn đáp án D.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-2;1)$.

Lời giải tham khảo

Ta có: $\vec{u}=\overrightarrow{OM}=(1;-2;1)$.

Chọn đáp án D.

Câu 25. Một hình trụ có bán kính đáy $r=4\text{cm}$ và độ dài đường sinh $\ell=3\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $12\pi\text{cm}^2$. **B.** $48\pi\text{cm}^2$. **C.** $24\pi\text{cm}^2$. **D.** $36\pi\text{cm}^2$.

Lời giải tham khảo

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{\text{xq}}=2\pi rh=2\pi r\ell=2\pi.4.3=24\pi\text{cm}^2$.

Chọn đáp án C.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1=5-7i$, $z_2=2-i$. Khi đó $\left|z_1-z_2\right|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** 45. **C.** $\sqrt{113}$. **D.** $\sqrt{74}-\sqrt{5}$.

Lời giải tham khảo

Ta có $\left|z_1-z_2\right|=\left|(5-7i)-(2-i)\right|=\left|3-6i\right|=\sqrt{3^2+(-6)^2}=3\sqrt{5}$.

Chọn đáp án A.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P) là

A. $2x+4y+z-8=0$. **B.** $x-3y+2z+8=0$.

C. $x-3y+2z-8=0$. **D.** $2x+4y+z+8=0$.

Lời giải tham khảo

Do $(Q) \parallel (P): x-3y+2z-5=0 \Rightarrow (Q): x-3y+2z+d=0,\ (d\neq -5)$

Mà $A(2;4;1)\in(Q): x-3y+2z+d=0 \Leftrightarrow d=8 \Rightarrow (Q): x-3y+2z+8=0$.

Chọn đáp án B.

Câu 28. Gọi $(\mathscr{D})$ là hình phẳng giới hạn bởi $y=x^2-1$ và trục Ox. Thể tích khối tròn xoay khi quay $(\mathscr{D})$ xung quanh trục Ox bằng

A. 5π. **B.** 5. **C.** $\frac{16}{5}$. **D.** $\frac{16}{5}\pi$.

Lời giải tham khảo

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2-1=0 \Leftrightarrow x=-1 \ \vee \ x=1$.

Thể tích $V_{Ox} = \pi\int\limits_{-1}^{1}(x^2-1)^2\mathrm{d}x = \dfrac{16\pi}{15}\cdot$

Chọn đáp án D.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-2z-1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-3;0;1)$ và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=-3-2t \\ y=-2t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải tham khảo

Ta có một véctơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2;-2;-2) = -2.(-1;1;1)$.

Chọn đáp án B.

Câu 30. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$ thỏa mãn $F(1)=\dfrac{4}{3}$ là

A. $-\dfrac{1}{3}\sqrt{2x-1}+\dfrac{5}{3}\cdot$ **B.** $\dfrac{1}{3}\sqrt{2x-1}+1.$ **C.** $\dfrac{\sqrt{(2x-1)^3}}{-3}+\dfrac{5}{3}\cdot$ **D.** $\dfrac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3}+1.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $F(x)=\int\sqrt{2x-1}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3}+C \xrightarrow{F(1)=\frac{4}{3}} \dfrac{4}{3}=\dfrac{1}{3}+C \Leftrightarrow C=1.$

$\longrightarrow F(x)=\dfrac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3}+1.$

Chọn đáp án D.

Câu 31. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}\cdot$ **B.** $y=x^2+2x.$ **C.** $y=x^3-x^2+x.$ **D.** $y=x^4-3x^2+2.$

Lời giải tham khảo

Xét đáp án C có $y'=3x^2-2x+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}.$

Chọn đáp án C.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{3},\ AB=a,\ BC=2a$ và $AC=a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}\cdot$ **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}\cdot$ **C.** $2\sqrt{3}a^3.$ **D.** $\sqrt{3}a^3.$

Lời giải tham khảo

Do tam giác ABC có $5a^2=AC^2=AB^2+AC^2=a^2+4a^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

Suy ra $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\cdot a.2a\right)\cdot a\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}\cdot$

Chọn đáp án A.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-6z+2=0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải tham khảo

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;3)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+1^2+3^2-2}=3$ và $d\left[I,(Oyz)\right]=\left|x_I\right|=1.$

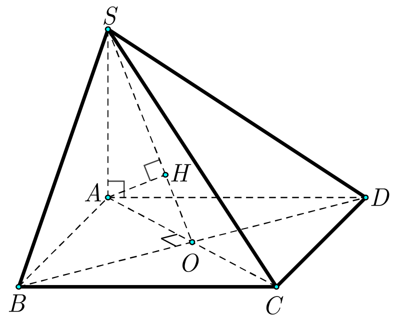
Bán kính đường tròn giao tuyến $r=\sqrt{R^2-d^2\left[I,(Oyz)\right]}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}.$

Chọn đáp án C.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh $SA=a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}\cdot$ **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}\cdot$ **C.** $\frac{a}{3}\cdot$ **D.** $a.$

Lời giải tham khảo



Gọi $O=AC\cap BD.$

Dựng $AH\perp SO\Rightarrow AH\perp(SBD).$

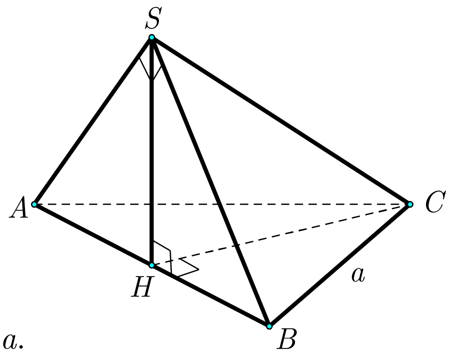
Suy ra $d(A,(SBD))=AH=\dfrac{SA\times AO}{\sqrt{SA^2+AO^2}}=\dfrac{a\sqrt{2}\times a\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2+2a^2}}=a.$

Chọn đáp án D.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Côsin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot$ **B.** $\frac{1}{2}\cdot$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot$ **D.** $\frac{2}{3}\cdot$

Lời giải tham khảo



Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow SH\perp(ABC).$

Ta có $\begin{cases}CH\perp AB\\CH\perp SH\end{cases}\Rightarrow CH\perp(SAB)$ tại $H.$

Suy ra SH là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(SAB).$

Do đó $\widehat{(SC,(SAB))}=\widehat{(SC,SH)}=\widehat{CSH}.$

Ta có: $SH=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a}{2},\ HC=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SC=\sqrt{\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{3a^2}{4}}=a.$

Suy ra $\cos\widehat{CSH}=\dfrac{SH}{SC}=\dfrac{1}{2}\cdot$ **Chọn đáp án B.**

Câu 36. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

A. $\frac{7}{125}\cdot$ **B.** $\frac{7}{150}\cdot$ **C.** $\frac{301}{375}\cdot$ **D.** $\frac{7}{375}\cdot$

Lời giải tham khảo

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=9.10^5.$

Gọi A biến cố: "Số được chọn khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và số 1".

Chọn vị trí cho số 0 có 5 cách, chọn vị trí cho số 1 có 5 cách và chọn 4 số trong 8 số để xếp vào các chỗ còn lại có A_8^4. Suy ra $n(A)=5.5.A_8^4=42000.$

Vậy $\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{42000}{9.10^5}=\dfrac{7}{150}\cdot$ **Chọn đáp án B.**

Câu 37. Cho các số thực $x,\ y,\ z>1$ thỏa mãn $\log_{xy}(yz)=2$. Khi đó $\log_{\frac{z}{y}}(x^4)+\log_{\frac{z}{x}}(xy)$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải tham khảo

Ta có $\log_{xy}(yz)=2 \Leftrightarrow yz=x^2y^2 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{:y^2} \dfrac{z}{y}=x^2 \\ \xrightarrow{:xy} \dfrac{z}{x}=xy \end{cases}.$

Suy ra $\log_{\frac{z}{y}}(x^4)+\log_{\frac{z}{x}}(xy)=\log_{x^2}(x^4)+\log_{xy}(xy)=2+1=3.$

Chọn đáp án C.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+3=0$ và điểm $A(1;-2;-1)$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (P). Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\dfrac{16}{4}$. **B.** $\dfrac{20}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Lời giải tham khảo

Ta có: $AB=2d\left[A,(P)\right]=2\times\dfrac{\left|2.1+2.(-2)-1.(-1)+3\right|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=2\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{3}.$

Chọn đáp án D.

Câu 39. Cho số phức $z=a+bi,\ (z\neq 0)$ thỏa mãn $2z.\overline{z}-(5+7i)\left|z\right|^2=(17+i)\overline{z}$. Khi đó $a+b$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải tham khảo

Sử dụng tính chất $z.\overline{z}=\left|z\right|^2$ và chia hai vế cho $\left|z\right|^2\neq 0$, ta được:

$2z.\overline{z}-(5+7i)\left|z\right|^2=(17+i)\overline{z} \Leftrightarrow 2-5-7i=\dfrac{17+i}{z} \Rightarrow z=-1+2i.$

$\longrightarrow a=-1,\ b=2 \Rightarrow a+b=1.$ **Chọn đáp án A.**

Câu 40. Cho số phức $z=m+3+(m^2-4)i$ với $m\in\mathbb{R}$. Gọi (C) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{32}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** 1.

Lời giải tham khảo

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=x+yi \Rightarrow \begin{cases} x=m+3 \\ y=m^2-4 \end{cases} \Rightarrow y=(x-3)^2-4.$

Suy ra tập hợp biểu diễn số phức là một parabol $y=x^2-6x+5.$

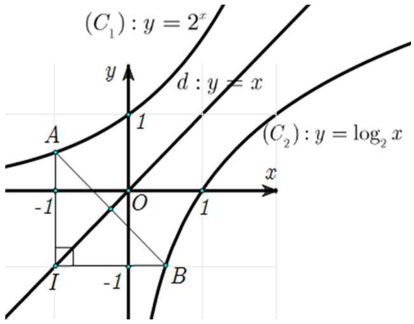
Giao với trục hoành $\Rightarrow x^2-6x+5=0 \Leftrightarrow x=1 \ \vee\ x=5.$

Diện tích $S=\displaystyle\int_1^5\left|x^2-6x+5\right|\mathrm{d}x=\dfrac{32}{3}.$ **Chọn đáp án B.**

Câu 41. Cho hai hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ lần lượt có đồ thị (C_1) và (C_2). Gọi $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm lần lượt thuộc (C_1) và (C_2) sao cho tam giác IAB vuông cân tại $I(-1;-1)$. Giá trị của biểu thức $P = \dfrac{x_A + x_B}{y_A + y_B}$ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải tham khảo



Đồ thị $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng nhau qua $d: y = x$.

Dễ dàng nhận thấy $I(-1;-1) \in d: y = x$.

Do tam giác IAB vuông cân tại $I(-1;-1)$ nên trung điểm M của AB thuộc $d: y = x \Leftrightarrow x_M = y_M \Leftrightarrow \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{x_A + x_B}{2}$

Hay $x_A + x_B = y_A + y_B \Rightarrow P = 1$.

Chọn đáp án A.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 6x & \text{khi } x \ge 2 \\ \dfrac{2}{2x-5} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Nếu $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x}\mathrm{d}x = a - \frac{1}{5}\ln b$ với a, b là các số nguyên dương thì $ab - b^2$ bằng

A. -54. **B.** 54. **C.** 44. **D.** -44.

Lời giải tham khảo

Đặt $t = \ln^2 x \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{2\ln x}{x}\mathrm{d}x = 2\ln^2 x.\dfrac{\mathrm{d}x}{x\ln x} \Rightarrow \dfrac{1}{2t}\mathrm{d}t = \dfrac{\mathrm{d}x}{x\ln x}$ và có $\begin{cases} x = \mathrm{e} \to t = 1 \\ x = \mathrm{e}^2 \to t = 4 \end{cases}$.

Khi đó $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x\ln x}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_1^4 \frac{f(t)}{t}\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\left[\int_1^2 \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x + \int_2^4 \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x\right]$

$$= \frac{1}{2}\left[\int_1^2 \frac{2}{x(2x-5)}\mathrm{d}x + \int_2^4 \frac{3x^2+6x}{x}\mathrm{d}x\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{4}{5}\int_1^2\left(\frac{1}{2x-5} - \frac{1}{2x}\right)\mathrm{d}x + \left(\frac{3x^2}{2} + 6x\right)\Bigg|_2^4\right]$$

$$= \frac{1}{2}\times\left[\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\ln\left|\frac{2x-5}{2x}\right|\Bigg|_1^2 + 30\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{2}{5}(-\ln 6) + 30\right] = 15 - \frac{1}{5}\ln 6.$$

Suy ra: $a = 15,\ b = 6 \Rightarrow ab - b^2 = 15.6 - 6^2 = 54$.

Chọn đáp án B.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$ thỏa $\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left[f^2(x) - 2f(x)(3-x)\right]\mathrm{d}x = -\frac{109}{12}$.

Khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{f(x)}{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\ln\dfrac{7}{9}$. **B.** $\ln\dfrac{5}{9}$. **C.** $\ln\dfrac{2}{9}$. **D.** $\ln\dfrac{8}{9}$.

Lời giải tham khảo

Sử dụng tính chất $\int_a^b \left[f(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 0 \longrightarrow f(x) = 0.$

Từ đề bài, ta có: $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[f(x) - (3-x)\right]^2 \mathrm{d}x = -\dfrac{109}{12} + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (3-x)^2 \mathrm{d}x = 0 \Rightarrow f(x) = 3 - x.$

Do đó $\int_0^{\frac{1}{2}} \dfrac{f(x)}{x^2-1} \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{1}{2}} \dfrac{3-x}{x^2-1} \mathrm{d}x = \ln\dfrac{2}{9} \longrightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -4 \\ z = 4+t \end{cases}$.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và cắt d_1 tại M, cắt d_2 tại N. Khi đó $AM + AN$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 15.

Lời giải tham khảo

Nhận thấy $A \notin d_1$, $A \notin d_2$.

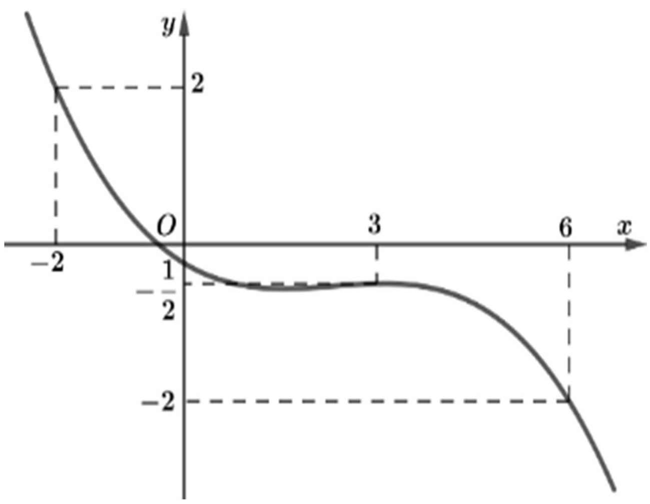
Ta có: $\begin{cases} M \in d_1 \Rightarrow M(1+m; -1+m; 3-2m) \\ N \in d_2 \Rightarrow N(1+3n; -4; 4+n) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (m; -3+m; 4-2m) \\ \overrightarrow{AN} = (3n; -6; 5+n) \end{cases}$

Do d đi qua A nên A, M, N thẳng hàng $\Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AM} = k.\overrightarrow{AN}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = k.3n \\ -3+m = k(-6) \\ 4-2m = k(5+n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 3kn = 0 \\ m + 6k = 3 \\ 2m + kn + 5k = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ kn = \dfrac{1}{3} \\ k = \dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 1 \\ k = \dfrac{1}{3} \end{cases}.$$

Với $\begin{cases} m = 1 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1;-2;2) \Rightarrow AM = 3 \\ k = \dfrac{1}{3} \Rightarrow AN = 3AM = 9 \end{cases} \Rightarrow AM + AN = 12.$ **Chọn đáp án A.**

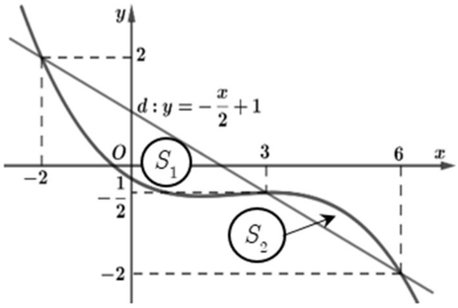
Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-2) = -3$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Số khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = \left|4f(x) + x^2 - 4x\right|$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

<u>**Lời giải tham khảo**</u>



Xét $h(x) = 4f(x) + x^2 - 4x,\ h(-2) = 4f(-2) + 4 + 8 = 0.$

Khi đó $g(x) = \left|h(x)\right|$ và có $h'(x) = 4f'(x) + 2x - 4$

$$\Leftrightarrow h'(x) = 4\left[f'(x) - \left(-\frac{1}{2}x + 1\right)\right] = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \ \vee \ x = 3 \ \vee \ x = 6.$$

Mà $4S_1 > 4S_2 \Leftrightarrow -\int\limits_{-2}^{3} 4\left[f'(x) - \left(-\frac{1}{2}x + 1\right)\right]\mathrm{d}x > \int\limits_{3}^{6} 4\left[f'(x) - \left(-\frac{1}{2}x + 1\right)\right]\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow -\int\limits_{-2}^{3} h'(x)\mathrm{d}x > \int\limits_{3}^{6} h'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow h(-2) - h(3) > h(6) - h(3) \Leftrightarrow 0 > h(6)$$

(do $h(-2) = 0$).

Khi đó ta có bảng biến thiên của $y = h(x)$ và bảng biến của $g(x) = \left|h(x)\right|$ như sau:

x	$-\infty$		-2		3		6		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$h(3)$	↗	$h(6)$	↘	$-\infty$

x	$-\infty$		-2		3		6		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$g(3)$	↘	$g(6)$	↗	$+\infty$

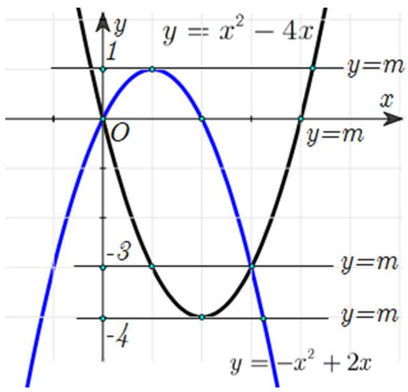
Vậy hàm số $g(x)$ có 2 khoảng đồng biến.

Chọn đáp án C.

<u>**Câu 46.**</u> Có bao nhiêu nguyên của tham số thực m để phương trình $m.2^{x+1} + m^2 = 16^x - 6.8^x + 2.4^{x+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt ?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

<u>**Lời giải tham khảo**</u>



Đặt $2^x = t > 0$.

Khi đó phương trình trở thành $t^4 - 6t^3 + 8t^2 - 2mt - m^2 = 0$

$$\Leftrightarrow (t^2 - 3t)^2 - (t + m)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -t^2 + 2t \\ m = t^2 - 4t \end{array}\right..$$

Vẽ hai parabol $(P_1): y = -x^2 + 2x$ và $(P_2): y = x^2 - 4x$

lên cùng một hệ trục với miền $x > 0$.

Từ đồ thị $\Rightarrow m \in \{1; 0; -3; -4\}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

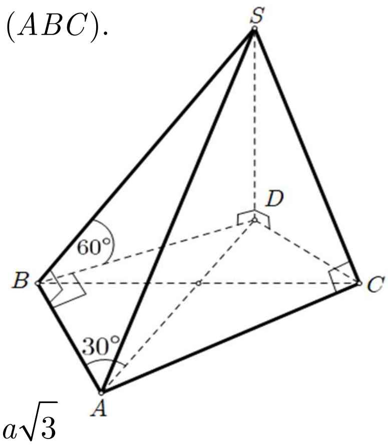
Chọn đáp án A.

<u>**Câu 47.**</u> Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SBA vuông tại B, tam giác SAC vuông tại C. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

<u>**Lời giải tham khảo**</u>

Gọi D là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC), suy ra $SD \perp (ABC)$.



Ta có: $\begin{cases} AB \perp SD \\ AB \perp SB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow BA \perp BD.$

Tương tự, chứng minh được $AC \perp DC$.

Ta lại có: $\begin{cases} \Delta SBA = \Delta SCA \Rightarrow SB = SC \\ \Delta SBD = \Delta SCD \Rightarrow DB = DC \end{cases}.$

$\Rightarrow DA$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow$ cũng là phân giác.

$\Rightarrow \widehat{DAC} = 30° \Rightarrow \tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{DC}{AC} = \dfrac{DC}{a} \Rightarrow DC = BD = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.$

Mà $\widehat{((SAB),(ABC))} = \widehat{SBD} = 60° \Rightarrow \tan 60° = \sqrt{3} = \dfrac{SD}{BD} \Rightarrow SD = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SD = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}.$

Chọn đáp án A.

Câu 48. Cho hàm số $y = \left| x^2 - 2x - 4\sqrt{(x+1)(3-x)} + m - 3 \right|$. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 2021 ?

A. 4048. **B.** 24. **C.** 0. **D.** 12.

Lời giải tham khảo

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 2x - 4\sqrt{(x+1)(3-x)} + m - 3$ xác định và liên tục trên $[-1;3]$.

Đặt $t = \sqrt{(x+1)(3-x)} = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$

$\Rightarrow t'_x = \dfrac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x+3}} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$

x	-1		1		3
t'		$+$	0	$-$	
t	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên, suy ra $t \in [0;2]$.

Xét hàm số $g(t) = -t^2 - 4t + m$, $\forall t \in [0;2]$ có $g'(t) = -2t - 4 < 0$, $t \in [0;2]$ nên hàm số $g(t)$ nghịch biến trên $[0;2]$. Do đó $\min\limits_{[0;2]} g(t) = g(2) = m - 12$ và $\max\limits_{[0;2]} g(t) = g(0) = m$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;3]} y = \max\limits_{[0;2]} \left| g(t) \right| = \max \left\{ |m|; |m-12| \right\} = 2021.$

- **TH1**: $\begin{cases} |m| > |m-12| \\ |m| = 2021 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2021.$
- **TH2**: $\begin{cases} |m| < |m-12| \\ |m-12| = 2021 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2009.$

Từ đó ta được: $m_1 + m_2 = 12$.

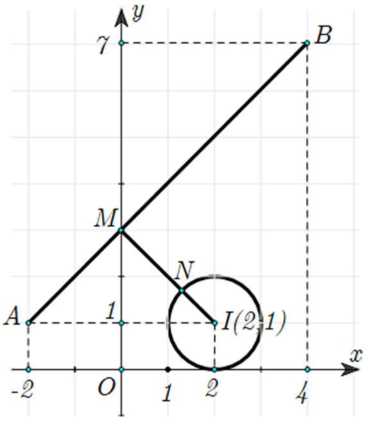
Chọn đáp án D.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $\left| z_1 + 2 - i \right| + \left| z_1 - 4 - 7i \right| = 6\sqrt{2}$ và $\left| iz_2 - 1 + 2i \right| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left| z_1 + z_2 \right|$ bằng

A. $3\sqrt{2} - 1$. **B.** $3\sqrt{2} - 2$. **C.** $2\sqrt{2} - 2$. **D.** $2\sqrt{2} - 1$.

Lời giải tham khảo

<u>Cách giải 1</u>. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z_1.



Ta có $\left|z_1+2-i\right|+\left|z_1-4-7i\right|=6\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow AM+BN=6\sqrt{2}$ với $A(-2;1)$, $B(4;7)$.

$\Rightarrow AB=6\sqrt{2}\Rightarrow M\in$ đoạn AB.

Phương trình đường $AB: x-y+3=0$.

Ta có: $\left|iz_2-1+2i\right|=1\Leftrightarrow\left|-i\right|.\left|-z_1-2-i\right|=1$

$\Leftrightarrow\left|-z_2-2-i\right|=1$ và đặt $w_2=-z_2$ thì có

$\left|w_2-2-i\right|=1\xrightarrow{N\in(C)}I(2;1),\ R=1$.

Khi đó $\left|z_1+z_2\right|_{\min}=\left|z_1-w_2\right|_{\min}=MN_{\min}=d(I,(AB))-R=2\sqrt{2}-1$.

Chọn đáp án D.

<u>Cách giải 2</u>. Ta có: $\left|iz_2-1+2i\right|=1\Leftrightarrow\left|z_2+2+i\right|=1\xrightarrow{N\in(C)}I(-2;-1),\ R=1$.

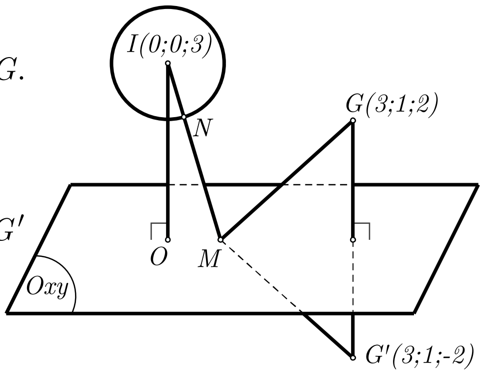
Lấy đối xứng đường tròn (C) qua gốc tọa độ O được (C') có tâm $I'(2;1)$, $R'=1$ và gọi N' có điểm biểu diễn là $-z_2$ thì $\left|z_1+z_2\right|_{\min}=MN'_{\min}$ và làm tương tự như trên.

<u>Câu 50.</u> Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;4)$, $B(0;4;3)$, $C(7;0;-1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+(z-3)^2=1$. Gọi điểm $M\in(Oxy)$ và điểm $N\in(S)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MN+\frac{1}{3}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ bằng

A. $\sqrt{19}$. **B.** $\sqrt{35}-1$. **C.** $\frac{\sqrt{46}+\sqrt{11}}{2}-1$. **D.** $\sqrt{14}+2$.

<u>Lời giải tham khảo</u>

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R=1$.



Gọi $G(3;1;2)$ là trọng tâm của ΔABC thì $T=MN+MG$.

Nhận thấy I và G nằm cùng một bên so với (Oxy).

Khi đó điểm đối xứng với G qua (Oxy) là $G'(3;1;-2)$.

Ta có: $T=MN+MG\Leftrightarrow T+R=R+MN+MG'\geq IG'$

$\Leftrightarrow T+1\geq\sqrt{35}\Leftrightarrow T\geq\sqrt{35}-1\Rightarrow T_{\min}=\sqrt{35}-1$.

Dấu " = " xảy ra khi bốn điểm I, N, M, G thẳng hàng.

Chọn đáp án B.