

TRƯỜNG THPT YÊN LẠC 2

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 1 NĂM HỌC 2015 - 2016

Môn: Toán, Khối: 12

Thời gian làm bài: 150 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm: 01 trang

Câu 1. (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{x+1}{3-x}$

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^2 - 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho điểm $I(1; 0)$ là trung điểm của đoạn AB .

Câu 3. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$ trên đoạn $[-2; 2]$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 + x + 1} < 2x - 1$.

Câu 5. (1 điểm) Giải phương trình: $(1 + 2\cos x)(\cos x - \sin x) = \cos 2x$.

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Tìm hệ số x^3 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{12}$; ($x \neq 0$).

b) Cho đa giác đều có 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác, tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác đều.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Các cạnh $AB = BC = 2a$, $AD = a$, tam giác SBC đều, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và DC .

Câu 8. (1,0 điểm) Giải phương trình: $x(4x^2 + 1) + (x - 3)\sqrt{5 - 2x} = 0$.

Câu 9. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(-1; -1)$; đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình: $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết $I(1; 1)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Câu 10. (1,0 điểm) Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn: $2(a^2 + b^2) + (a + b) = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = 6\left(\frac{a^2 + 1}{a^2 + a} + \frac{b^2 + 1}{b^2 + b}\right) + \frac{a + b}{\sqrt{(a + b)^2 + 5}}.$$

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

TRƯỜNG THPT YÊN LẠC 2

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 1 NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: Toán, Khối: 12
Hướng dẫn chấm gồm: 07 trang

I. LƯU Ý CHUNG.

- Đáp án chỉ trình bày một cách giải bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh. Khi chấm nếu HS bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu HS giải cách khác, giám khảo căn cứ vào các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm, nếu ở bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm. HS được sử dụng kết quả phần trước để làm phần sau.
- Trong lời giải câu 7, nếu HS vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không cho điểm.

II. ĐÁP ÁN.

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{x + 1}{3 - x}$		1,0												
	TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ Ta có : $y' = \frac{4}{(3 - x)^2}$; $y' > 0$ với mọi $x \neq 3$ Vậy hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(3; +\infty)$	0.25												
	Hàm số không có cực trị Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow TCN : y = -1$ $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow TCD: x = 3$	0.25												
	BBT: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td><td>-1</td></tr></table>	x	$-\infty$	3	$+\infty$	y'	+		+	y	-1	$+\infty$	-1	0.25
x	$-\infty$	3	$+\infty$											
y'	+		+											
y	-1	$+\infty$	-1											
	Đồ thị: +) Đồ thị hàm số cắt Ox tại $(-1; 0)$; cắt Oy tại $\left(0; \frac{1}{3}\right)$													

$f(x) = (x+1)(x-3)$
$f(1) = -1$
$f(3) = -1$

0.25

NX: Đồ thị nhận giao hai đường tiệm cận $I(3;-1)$ làm tâm đối xứng.

Câu 2 (1,0 điểm) Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^2 - 2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho điểm $I(1; 0)$ là trung điểm của đoạn AB .

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m. \end{cases}$

Đồ thị hàm số (1) có hai cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

0.25

Tọa độ các điểm cực trị là $A(0; 4m^2 - 2)$, $B(2m; -4m^3 + 4m^2 - 2)$.

0.25

Điểm $I(1; 0)$ là trung điểm của đoạn AB khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 1 \\ -2m^3 + 4m^2 - 2 = 0 \end{cases}$

0.25

Giải hệ, ta được $m = 1$. Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

0.25

3 Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$ trên đoạn $[-2; 2]$

1,0

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$

0.25

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-2; 2] \\ x = -3 \notin [-2; 2] \end{cases}$

0.25

Ta có: $f(-2) = 25$; $f(2) = 5$; $f(1) = -2$

0.25

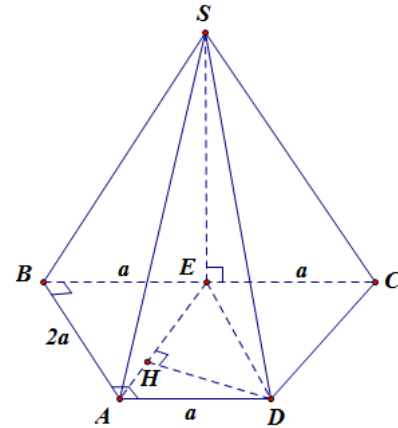
Do đó: $\max_{[-2; 2]} f(x) = f(-2) = 25$; $\min_{[-2; 2]} f(x) = f(1) = -2$

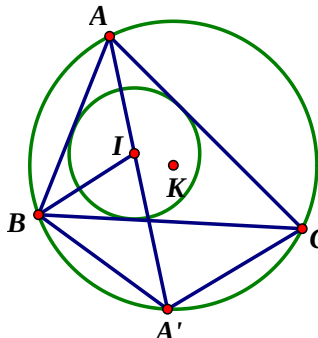
0.25

4 Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 + x + 1} < 2x - 1$

1,0 điểm

	TXĐ : R. BPT $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x^2+x+1 < (2x-1)^2 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2-5x > 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ \forall x \in (-\infty; 0) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right) \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$ KL: Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.	0.25
5	Giải phương trình : $(1+2\cos x)(\cos x - \sin x) = \cos 2x$	1,0điểm
	Pt đã cho $\Leftrightarrow (1+2\cos x)(\cos x - \sin x) = (\cos^2 x - \sin^2 x)$	0.25
	$\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\sin x - \cos x - 1) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \\ \sin x - \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \\ \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = k\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$	0.25
	Vậy phương trình đã cho có 3 họ nghiệm: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$	0.25
6	a) Tìm hệ số x^3 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{12}$	0,5
	Theo CT nhị thức NewTon: $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{24-3k}$	0.25

	hệ số x^3: $24 - 3k = 3 \Leftrightarrow k = 7$ Vậy hệ số x^3 $C_{12}^7 2^7 = 101376$	0.25
	b) Cho đa giác đều có 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác, tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác đều.	0,5
	Số cách chọn 3 đỉnh bất kì $C_{12}^3 = 220$.	0.25
	Để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác đều thì các đỉnh đó phải nằm ở các vị trí cách đều nhau, nên số cách chọn ra được một tam giác đều là $\frac{12}{3} = 4$. Vậy xác suất cần tính $P = \frac{4}{220} = \frac{1}{55}$.	0.25
7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Các cạnh $AB = BC = 2a$, $AD = a$, tam giác SBC đều, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và DC.	1,0
	- Gọi E là trung điểm BC, $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow SE \perp BC$ (1) Giả thiết $(SBC) \perp (ABCD)$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $SE \perp (ABCD)$ - Có: $SE = a\sqrt{3}$; $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AB(AD + BC) = 3a^2$ 	0.25
	$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SE \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot 3a^2 = a^3\sqrt{3}$. (đvtt)	0.25
	- Ta có: $EC \parallel AD, EC = AD = a \Rightarrow AECD$ là hình bình hành $\Rightarrow AE \parallel DC \Rightarrow DC \parallel mp(SAE) \Rightarrow d(DC, AS) = d(DC, (SAE)) = d(D, (SAE))$ - Tam giác ADE vuông tại D và $AD = a; DE = AB = 2a$. - Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên AE $\Rightarrow DH \perp AE$ Lại có $SE \perp DH$, từ đó suy ra $DH \perp (SAE) \Rightarrow d(D, (SAE)) = DH$	0.25
	- Có: $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{DE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow DH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$	0.25

	Vậy $d(DC, AS) = DH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.	
8	Giải phương trình: $x(4x^2 + 1) + (x - 3)\sqrt{5 - 2x} = 0$.	1.0
	Điều kiện: $x \leq \frac{5}{2}$. $pt \Leftrightarrow 2x(4x^2 + 1) = 2(3 - x)\sqrt{5 - 2x}$	0.25
	$\Leftrightarrow 2x[(2x)^2 + 1] = \sqrt{5 - 2x}[(\sqrt{5 - 2x})^2 + 1]$ Đặt $u = 2x$, $v = \sqrt{5 - 2x}$ ($v \geq 0$). Phương trình (*) trở thành $u(u^2 + 1) = v(v^2 + 1)$ (2)	0.25
	Xét hàm số $f(t) = t(t^2 + 1) \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t$. Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên $(1) \Leftrightarrow f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$	0.25
	Từ đó, PT đã cho $\Leftrightarrow 2x = \sqrt{5 - 2x} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 4x^2 = 5 - 2x \Leftrightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{4}; x = \frac{-1 - \sqrt{21}}{4} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{4}; x = \frac{-1 - \sqrt{21}}{4}$	0.25
9	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(-1; -1)$; đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình: $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết $I(1; 1)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.	1.0
	 tam giác ABC có tâm $R = 5; AI : x - y = 0$ Đường tròn ngoại tiếp $K(3; 2)$ bán kính là	0.25
	Gọi A' là giao điểm thứ hai của AI với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC Tọa độ A' là nghiệm của hệ $\begin{cases} (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = -1 \\ x = y = 6 \end{cases}$ $A' \neq A \Rightarrow A'(6; 6)$	0.25
	Ta có: $A'B = A'C$ (*)	

	Mặt khác ta có $ABI = IBC \Rightarrow BIA' = ABI + BAI = IBC + A'BC = IBA'$ $\Rightarrow$ Tam giác $BA'I$ cân tại $A' \Rightarrow A'B = A'I$ (**) Từ (*), (**) ta có $A'B = A'C = A'I$	0.25
	Do đó B, I, C thuộc đường tròn tâm A' bán kính $A'I = \sqrt{50}$ Đường tròn tâm A' bán kính $A'I$ có phương trình là: $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 50$ $\Rightarrow$ Tọa độ B, C là nghiệm của hệ $\begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 = 25(1) \\ (x-6)^2 + (y-6)^2 = 50(2) \end{cases}$ Lấy (1) trừ (2) ta được $6x + 8y - 34 = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - 17 = 0(3)$ Tọa độ B, C thỏa mãn (3) nên phương trình đường thẳng BC là $3x + 4y - 17 = 0$.	0.25
10	Cho a, b là các số thực không âm thỏa mãn: $2(a^2 + b^2) + (a + b) = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 6\left(\frac{a^2 + 1}{a^2 + a} + \frac{b^2 + 1}{b^2 + b}\right) + \frac{a + b}{\sqrt{(a + b)^2 + 5}}$	1,0
	- Theo BĐT Côsi: $2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$. Từ giả thiết, suy ra: $(a + b)^2 + (a + b) - 6 \leq 0 \Leftrightarrow (a + b - 2)(a + b + 3) \leq 0$ $\Rightarrow 0 < a + b \leq 2$ (Do $a, b > 0$) - Ta chứng minh: $\frac{2(a^2 + 1)}{a^2 + a} \geq 3 - a$. (*) Thật vậy: (*) $\Leftrightarrow 2(a^2 + 1) \geq (a^2 + a)(3 - a) \Leftrightarrow (a - 1)^2(a + 2) \geq 0$ (luôn đúng) Dấu "=" $\Leftrightarrow a = 1$.	0.25
	- Tương tự có: $\frac{2(b^2 + 1)}{b^2 + b} \geq 3 - b$. Dấu "=" $\Leftrightarrow b = 1$. $\Rightarrow P \geq 3(6 - a - b) + \frac{a + b}{\sqrt{(a + b)^2 + 5}}$. Đặt $t = a + b \Rightarrow 0 < t \leq 2$. - Khi đó: $P \geq -3t + \frac{t}{\sqrt{t^2 + 5}} + 18, t \in (0; 2]$. (1)	0.25
	- Xét hàm $f(t) = -3t + \frac{t}{\sqrt{t^2 + 5}}, t \in (0; 2]$. $f'(t) = -3 + \frac{5}{\sqrt{(t^2 + 5)^3}} < 0, \forall t \in (0; 2] \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $(0; 2]$.	0.25

	$\Rightarrow f(t) \geq f(2) = \frac{38}{3}; \quad \text{Dấu "="} \Leftrightarrow t = 2 \quad (2)$	
	Từ (1) và (2), suy ra: $P \geq \frac{38}{3}$. Dấu "=" $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1$. Vậy $P_{\min} = \frac{38}{3}$ khi $a = b = 1$.	0.25

_____HẾT_____