

Câu 1. (2,0đ): Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 + x + 1} = 2x + 1.$

b) $|x - 3| = 3x - 1.$

Câu 2. (2,0đ): Cho phương trình: $x^2 + 2(m - 3)x - 8m + 8 = 0$ (1)

a) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm dương.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1| = |x_2|.$

Câu 3. (2,0đ):

a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x^2 + 3y = 2x \\ y^2 + 3x = 2y \end{cases}.$$

b) Cho hình thang vuông ABCD, đường cao AB = 2a, đáy nhỏ BC = a và đáy lớn AD = 3a. Tính $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CA}$ theo a.

Câu 4. (3,0đ): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ΔABC có: A(-4; 1), B(2; 4), C(2; -2).

a) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

b) Tính $\cos A$.

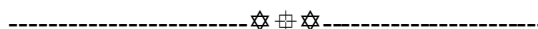
c) Tìm tọa độ điểm M thuộc cạnh BC sao cho $S_{\Delta ABM} = 5S_{\Delta ACM}.$

Câu 5. (1,0đ): Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn các điều kiện:

$$x + y + z = 0, x + 1 > 0, y + 1 > 0, z + 4 > 0$$

Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+4}$

-----Hết-----



Câu	Lời giải	Điểm
C1a. 1.00đ	$\sqrt{x^2 + x + 1} = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^2 + x + 1 = 4x^2 + 4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2 + 3x = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$ Vậy pt có nghiệm là $x = 0$.	0.50đ 0.50đ
C1b. 1.00đ	$ x - 3 = 3x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ x - 3 = 3x - 1 \\ x - 3 = 1 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ 2x = -2 \\ 4x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$ Vậy pt có nghiệm là $x = 1$	mỗi bước được 0,25đ
C2a. 1.00đ	(1) có hai nghiệm dương khi: $\begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 + 8m - 8 \geq 0 \\ 8 - 8m > 0 \\ 3 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 1 \geq 0 \\ m < 1 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1$	mỗi bước được 0,25đ
C2b. 1.00đ	(1) có hai nghiệm x_1, x_2 $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 + 8m - 8 \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}$ Khi đó: $x_1 + x_2 = 2(3-m)$ mà $x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_1 = -x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$ Vậy $m = -1, m = 3$ thì (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 = x_2$.	0.25đ 0.25đ 0.25đ 0.25đ
C3a. 1.00đ	$\begin{cases} x^2 + 3y = 2x \\ y^2 + 3x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 5(x-y) \\ y^2 + 3x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ x + y = 5 \\ y^2 + 3x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ y^2 + y = 0 \\ x = 5 - y \\ y^2 - 5y + 15 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ x = y = -1 \end{cases}$	0.75đ 0.25đ

C3b. 1.00đ	Ta có: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} \cdot (-3\overrightarrow{CB}) = -3(\overrightarrow{CB})^2 = -3a^2$	1.00đ
C4a. 1.50đ	*Gọi H(x; y), ta có: $\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp CA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$. Với $\overrightarrow{AH} = (x+4; y-1); \overrightarrow{BH} = (x-2; y-4); \overrightarrow{BC} = (0; -6); \overrightarrow{AC} = (6; -3)$ Ta có hệ: $\begin{cases} -6(y-1) = 0 \\ 6(x-2) - 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$ Vậy $H(\frac{1}{2}; 1)$	0.5đ 0.5đ 0.5đ
C4b. 1.00đ	Ta có: $\overrightarrow{AC} = (6; -3); \overrightarrow{AB} = (6; 3)$ $\Rightarrow \cos A = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{6 \cdot 6 - 3 \cdot 3}{\sqrt{6^2 + 3^2} \cdot \sqrt{6^2 + 3^2}} = \frac{3}{5}$	1,00đ
C4c. 0.50đ	Gọi M(x; y) $\overrightarrow{MB} = (2-x; 4-y); \overrightarrow{MC} = (2-x; -2-y)$ điểm M thuộc cạnh BC sao cho $S_{\triangle ABM} = 5S_{\triangle ACM}$. Nên $\overrightarrow{MB} = -5\overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -5(2-x) \\ 4-y = -5(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ Vậy M(2; -1)	0.25đ 0,25đ
C5. 1.00đ	Đặt $a = x+1, b = y+1, c = z+4$ ($a, b, c > 0; a+b+c = 6$) Khi đó: $Q = \frac{a-1}{a} + \frac{b-1}{b} + \frac{c-4}{c} = 3 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} \right)$ Xét $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} \geq \frac{4}{a+b} + \frac{4}{c} \geq \frac{16}{a+b+c} = \frac{8}{3}$ $\Rightarrow Q = 3 - S \leq 3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$ Vậy: $\max Q = \frac{1}{3}$ đạt được khi $\begin{cases} a=b \\ a+b=c \\ a+b+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=\frac{3}{2} \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y=\frac{1}{2} \\ z=-1 \end{cases}$	 0.75đ 0.25đ

Ngoài cách giải mà đáp án nêu ra nếu học sinh có cách giải khác thì tùy theo thang điểm mà cho điểm.