

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 295

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, chiều cao cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = 6a^3$. B. $V = 4a^3$. C. $V = \frac{8a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 2. Cho hai số thực dương a và b . Biểu thức $\sqrt[5]{\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b}{a} \sqrt{\frac{a}{b}}}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- A. $x^{\frac{7}{30}}$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{31}{30}}$. C. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{30}{31}}$. D. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}$.

Câu 3. Gọi M , m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[-2; 0]$. Tính $P = M + m$.

- A. $P = 1$. B. $P = -3$. C. $P = -\frac{13}{3}$. D. $P = -5$.

Câu 4. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình $|f(x)| = 2$ có số nghiệm là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		-5		-5	

- A. 5 B. 6. C. 2. D. 4.

Câu 5. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + x - m$ đồng biến trên tập xác định bằng.

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 6. Tính thể tích của khối chóp có chiều cao h và diện tích đáy là B là

A. $V = \frac{1}{3}hB.$

B. $V = hB$

C. $V = 3hB.$

D. $V = \frac{1}{6}hB.$

Câu 7. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3 mặt phẳng.

B. 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng.

D. 4 mặt phẳng.

Câu 8. Cho $\log_a c = 3, \log_b c = 4$ với a, b, c là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} c.$

A. $P = \frac{1}{12}$

B. $P = 12$

C. $P = \frac{7}{12}$

D. $P = \frac{12}{7}$

Câu 9. Giao của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là

A. $I(-1; 2).$

B. $I(2; -1).$

C. $I(-2; 1).$

D. $I(1; -2)$

Câu 10. Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . Thể tích khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

B. $a^3\sqrt{12}.$

C. $\frac{2a^3}{3}.$

D. $\frac{a^3}{3}.$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x_0) = 0.$

B. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x)$ đổi dấu khi qua $x_0.$

C. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại $x_0.$

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0.$

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng (d): $y = 3x + 2$

A. $y = 3x + 7.$

B. $y = 3x - 2.$

C. $y = 3x + 14.$

D. $y = 3x + 5.$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		1		2	

A phase line diagram on a horizontal axis labeled y . There are three equilibrium points marked with dots at $y=1$, $y=0$, and $y=2$. Arrows indicate the direction of flow: an arrow points from the left towards $y=1$, an arrow points from $y=1$ towards $y=0$, an arrow points from $y=0$ towards $y=2$, and an arrow points from the right towards $y=2$. This indicates that $y=1$ and $y=2$ are stable equilibrium points, while $y=0$ is an unstable equilibrium point.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2.$

B. Hàm số không có cực đại.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5.$

D. Hàm số có bốn điểm cực trị.

Câu 14. Nếu $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2m-2} < \sqrt{3} + \sqrt{2}$ thì

A. $m > \frac{1}{2}.$

B. $m < \frac{1}{2}.$

C. $m > \frac{3}{2}.$

D. $m \neq \frac{3}{2}.$

Câu 15. Cho $a; b > 0$ và $a; b \neq 1$, x và y là hai số dương. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$ B. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$
 C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ D. $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$

Câu 16. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là

- A. $y = -9x - 7$. B. $y = 9x - 7$. C. $y = 9x + 7$. D. $y = -9x + 7$.

Câu 17. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là:

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hàm $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	1		$+\infty$		$+\infty$

The graph shows a function $y = f(x)$ with a vertical asymptote at $x = -1$ and a horizontal asymptote at $y = -2$. The function has a local maximum at $x = 3, y = -2$. The graph passes through the points $(-1, 1)$ and $(3, +\infty)$.

Chọn khẳng định đúng

- A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

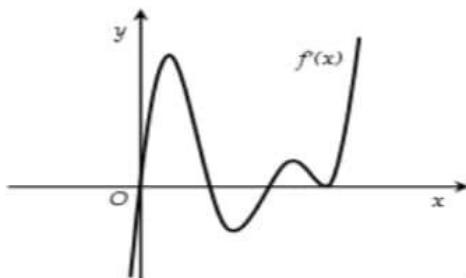
Câu 19. Cho $\log_2 6 = a$. Khi đó $\log_3 18$ tính theo a là:

- A. $2a + 3$ B. $\frac{1}{a+b}$ C. $\frac{2a-1}{a-1}$ D. $2 - 3a$

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Tìm khẳng định **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?



- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 22. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$

- A. $V = 12a^3$. B. $V = 2a^3$. C. $V = 4a^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 23. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I ; J ; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN ; MP ; MQ . Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = (2x - 3)^{\frac{1}{5}}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 26. Với giá trị nào của x thì biểu thức: $f(x) = \log_6(2x - x^2)$ xác định?

- A. $0 < x < 2$. B. $x > 2$. C. $x < 3$. D. $-1 < x < 1$.

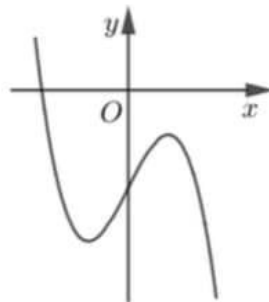
Câu 27. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là:

- A. 210. B. 792. C. 820. D. 220.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

- A. $u_{10} = 28$. B. $u_{10} = -29$. C. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. D. $u_{10} = 25$.

Câu 29. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. B. $y = -x^3 + 2x - 2$. C. $y = x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 2x + 2$.

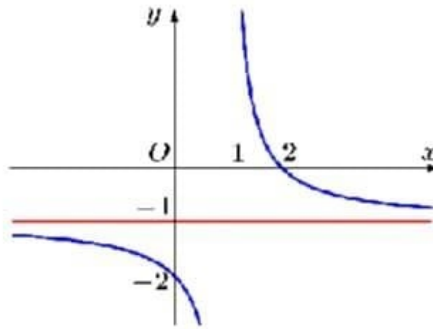
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. $\min_{\mathbb{R}} y = 0$. B. $\max_{\mathbb{R}} y = 1$. C. $\min_{\mathbb{R}} y = 3$. D. $\max_{\mathbb{R}} y = 4$.

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ với a, b, c thuộc $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng



- A. 0. B. -8. C. 2. D. 6.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = m^2 x^4 - m(m+2)x^3 + 2(m+1)x^2 - (m+2)x + m$.

Số các giá trị nguyên dương của m để hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ là.

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

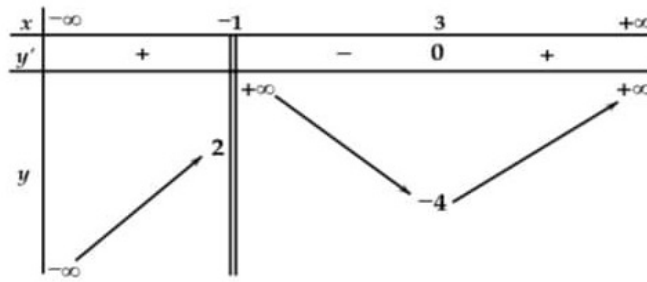
Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên bằng $2a$ và hợp với mặt đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{5a^3}{3}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 2a$, $AD = DC = a$, $SA = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

- A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Tổng các giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt bằng:



- A. 0. B. -3. C. -5. D. -1.

Câu 36. Cho $a > 0, b > 0$, nếu viết $\log_3 \left(\sqrt[3]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{x}{5} \log_3 a + \frac{y}{15} \log_3 b$ thì $x + y$ bằng bao nhiêu?

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 4, SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2$. H, K lần lượt thuộc SB, SC sao cho $HS = HB; KC = 2KS$. Thể tích khối chóp $A.BHKC$.

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{10}{9}$. C. $\frac{20}{9}$. D. $\frac{4}{3}$.

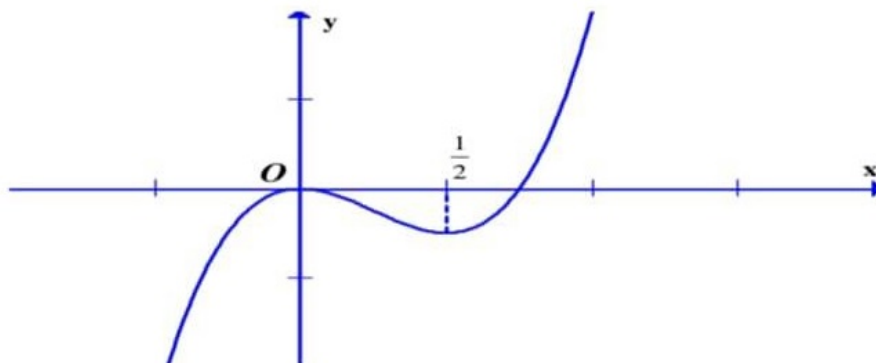
Câu 38. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng $B'C'$ và AA' biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(A'B'C')$ bằng 60° .

- A. $d = \frac{3a}{4}$. B. $d = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$. C. $d = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 39. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của $A'B'; B'C'$ và $C'A'$. Tính thể tích của khối đa diện lồi $ABC.MNP$?

- A. $\frac{3a^3}{5}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $f(\sin x)$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây.

- A. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. B. $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$. C. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$. D. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right)$.

Câu 41. Lập các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1, 2, 3, 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1, 2, 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt 1 lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).

- A. $\frac{9}{8192}$. B. $\frac{9}{4096}$. C. $\frac{3}{4096}$. D. $\frac{3}{2048}$.

Câu 42. Biết điểm $M(0; 4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3) = 17$. B. $f(3) = 34$. C. $f(3) = 49$. D. $f(3) = 13$.

Câu 43. Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2021^{2020})$.

- A. $M = 1 - 2021^{2020}$ B. $M = 2021^{1010} - 1$. C. $M = 2021^{2020} - 1$. D. $M = -2021^{1010} - 1$.

Câu 44. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$ và I' là trung điểm của $A'D'$. Thể tích khối tứ diện $GB'C'I'$ bằng:

- A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{2V}{5}$. C. $\frac{V}{9}$. D. $\frac{V}{12}$.

Câu 45. Tìm tất cả các tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + m}}$ có hai đường tiệm cận đứng.

- A. $m > 4$. B. $3 < m < 4$. C. $m \geq 4$. D. $3 \leq m \leq 4$

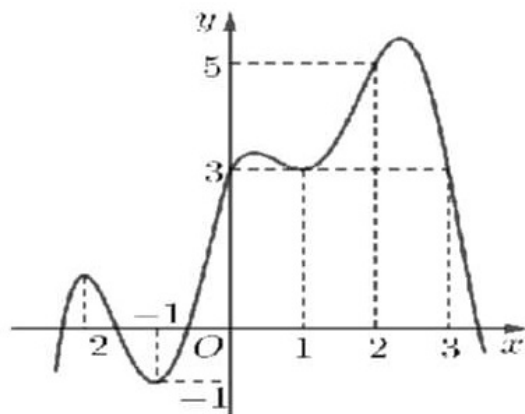
Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = 1, AD = 2$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là chân đường cao hạ từ A lên các cạnh SB, SD, DB .

Thể tích khối chóp $AMNP$ bằng

- A. $\frac{8}{75}$. B. $\frac{4}{45}$. C. $\frac{9}{16}$. D. $\frac{4}{25}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m phương

trình $f\left(\sqrt{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{2}\right) = f(m)$ có nghiệm.



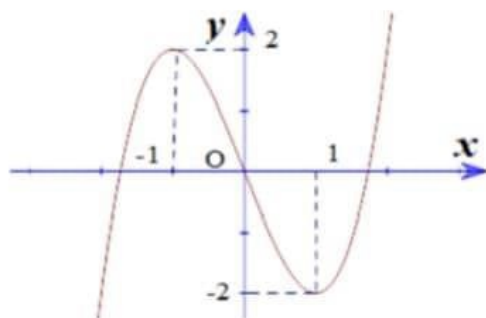
A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) + x^2 + 3 < m$ có nghiệm đúng $\forall x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m > f(1) + 3$.B. $m \geq f(0) + 3$.C. $m \geq f(1) + 3$.D. $m > f(0) + 3$.

Câu 49. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $P = 8$.B. $P = 4$.C. $P = 10$ D. $P = 6$.

Câu 50. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2. Điểm M, N lần lượt nằm trên đoạn thẳng AC' và CD' sao cho $\frac{C'M}{C'A} = \frac{D'N}{D'C} = \frac{1}{4}$. Tính thể tích tứ diện $CC'NM$.

A. $\frac{1}{6}$.B. $\frac{1}{4}$.C. $\frac{1}{8}$.D. $\frac{3}{8}$.

----- HẾT -----

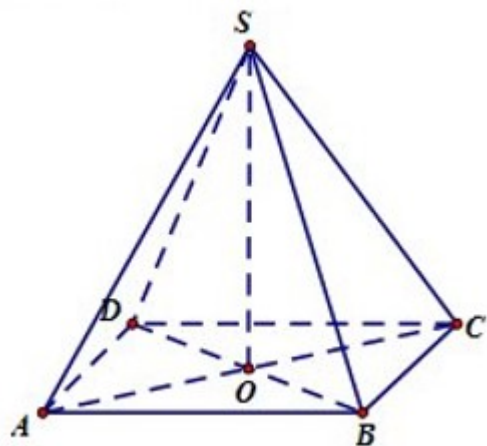
BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	2-D	3-D	4-D	5-A	6-A	7-D	8-D	9-C	10-A
11-D	12-C	13-A	14-A	15-D	16-B	17-A	18-C	19-C	20-C
21-D	22-C	23-C	24-C	25-D	26-A	27-B	28-D	29-B	30-D
31-A	32-A	33-C	34-D	35-C	36-C	37-B	38-B	39-C	40-C
41-A	42-D	43-D	44-C	45-B	46-A	47-C	48-D	49-B	50-A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn B.

* Diện tích đáy là: $S_{ABCD} = AB^2 = (2a)^2 = 4a^2$.



* Gọi O là tâm của $ABCD$ ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO = 3a$, thể tích V của khối chóp đã cho là:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot 3a = 4a^3.$$

Câu 2: Chọn D.

$$\text{Ta có: } \sqrt[5]{\frac{a}{b}} \sqrt[3]{\frac{b}{a}} \sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt[5]{\frac{a}{b}} \sqrt[15]{\frac{b}{a}} \sqrt[30]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{1}{15}} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{30}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{6}}.$$

Câu 3: Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} \text{ suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Xét trên } [-2; 0] \text{ ta có } f(-2) = -\frac{7}{3}, f(-1) = -2 \text{ và } f(0) = -3.$$

$$\text{Vậy } M = \max_{[-2; 0]} f(x) = -2 \text{ và } m = \min_{[-2; 0]} f(x) = -3, \text{ do đó } P = M + m = -5.$$

Câu 4: Chọn D.

Ta có $|f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}$.

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm phân biệt và phương trình $f(x) = -2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 5: Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

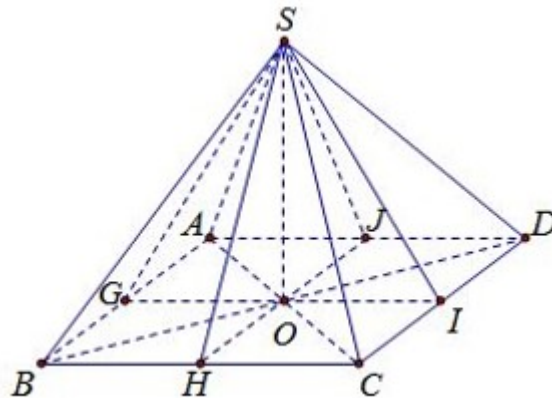
Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x + 1$, để hàm số đồng biến với $\forall x \in D$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$ mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{0; 1; 2\}$. Vậy đáp án là A.

Câu 6: Chọn A.

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp ta chọn đáp án A.

Câu 7: Chọn D.

Đó là các mặt phẳng $(SAC), (SBD), (SHJ), (SGI)$ với G, H, I, J là các trung điểm của các cạnh đáy dưới hình vẽ bên dưới.



Câu 8: Chọn D.

Ta có: $P = \log_{ab} c = \frac{1}{\log_c ab} = \frac{1}{\log_c a + \log_c b} \Leftrightarrow P = \frac{1}{\frac{1}{\log_a c} + \frac{1}{\log_b c}} = \frac{12}{7}$.

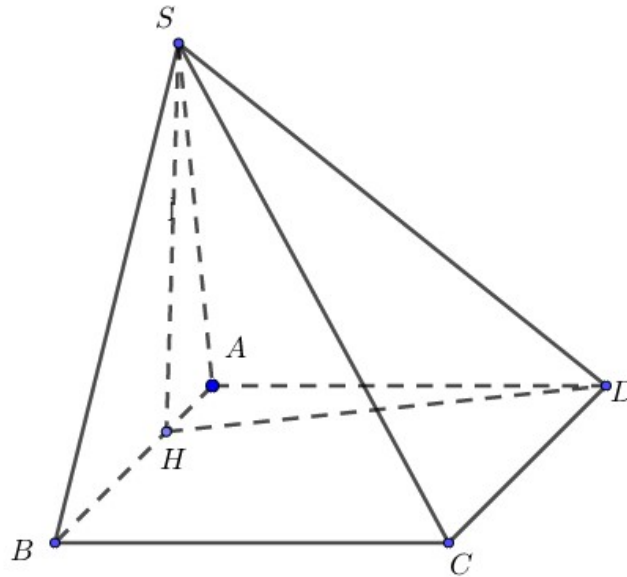
Câu 9: Chọn C.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x+2} = 1$. Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x-1}{x+2} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x+2} = -\infty$. Suy ra tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = -2$.

Vậy giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là $I(-2;1)$.

Câu 10: Chọn A.



Ta có: $HD = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác vuông SHD có: $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{13}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}$.

Ta có chiều cao của khối chóp là SH , diện tích đáy là $S_{ABCD} = a^2$.

Vậy thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11: Chọn D.

Do hàm số có đạo hàm tại điểm x_0 nên nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

Câu 12: Chọn C.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$. Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d): y = 3x + 2$ nên có hệ số góc là 3. Do đó ta có

phương trình $\frac{3}{(x+2)^2} = 3 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$

Với $x = -1, y = -1$ phương trình tiếp tuyến là: $y = 3x + 2$ (loại).

Với $x = -3, y = 5$ phương trình tiếp tuyến là: $y = 3x + 14$ TM.

Câu 13: Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 14: Chọn A.

$$\text{Ta có } (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2m-2} < \sqrt{3} + \sqrt{2} \Leftrightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{2m-2} < (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} \Leftrightarrow 2m-2 > -1 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$$

Câu 15: Chọn D.

Theo tính chất của lôgarit thì mệnh đề đúng là $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Câu 16: Chọn B.

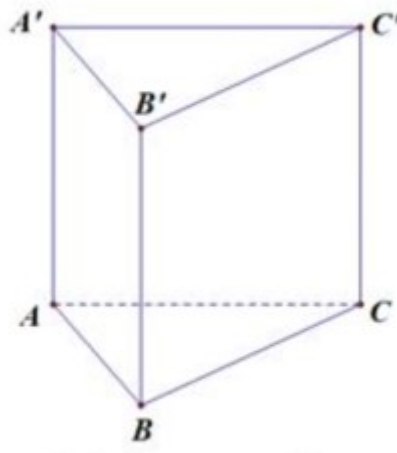
$$\text{Ta có } y = x^3 + 3x^2 - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x$$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $x_0 = 1$ là $k = y'(1) = 9$.

$$\text{- Với } x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến của đường cong là: } y = 9(x-1) + 2 \Rightarrow y = 9x - 7.$$

Câu 17: Chọn A.



Xét khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Khi đó thể tích là

$$V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$$

Câu 18: Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 19: Chọn C.

$$\text{Ta có } \log_2 6 = a \Leftrightarrow \log_2 (2 \cdot 3) = a \Leftrightarrow 1 + \log_2 3 = a \Leftrightarrow \log_2 3 = a - 1.$$

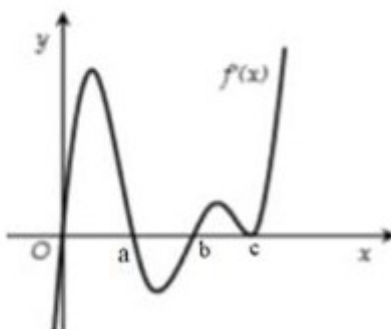
Khi đó $\log_3 18 = \log_3 (2 \cdot 3^2) = \log_3 2 + 2 = \frac{1}{a-1} + 2 = \frac{2a-1}{a-1}$.

Câu 20: Chọn C.

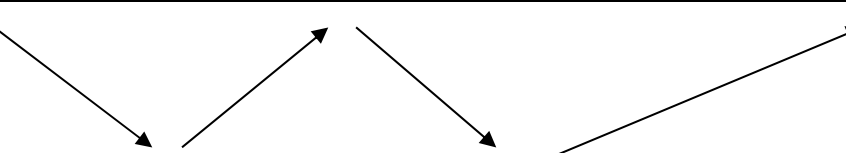
Ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 21: Chọn D.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên sau:

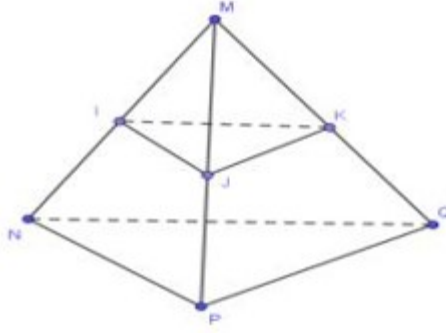
x	$-\infty$	0	a	b	c	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y							

Vậy đồ thị hàm số có 3 cực trị.

Câu 22: Chọn C.

$V = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot (2a)^2 = 4a^3$.

Câu 23: Chọn C.



Ta có $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Câu 24: Chọn C.

Ta có $f(x) = (2x-3)^{\frac{1}{5}}$.

ĐK: $2x-3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2} \Rightarrow \text{TXĐ: } D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 25: Chọn D.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot SA = \frac{a^3}{4} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$.

Câu 26: Chọn A.

Điều kiện xác định của $f(x) = \log_6(2x-x^2)$ là: $2x-x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Câu 27: Chọn B.

Số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là $T_6 = C_{12}^5 x^5 = 792$ nên chọn đáp án B.

Câu 28: Chọn D.

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$ nên chọn đáp án D.

Câu 29: Chọn B.

Đây không là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nên loại A, D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên loại đáp án D.

Câu 30: Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $\max_{\mathbb{R}} y = 4$.

Câu 31: Chọn A.

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là $y = -1 \Rightarrow \frac{a}{1} = -1 \Leftrightarrow a = -1$.

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại $x = 2$ nên $2a + b = 0 \Leftrightarrow b = -2a = 2$.

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại $y = -2$ nên $\frac{b}{c} = -2 \Leftrightarrow c = -\frac{b}{2} = -1$.

Do đó: $a + 2b + 3c = 0$.

Câu 32: Chọn D.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow m^2 x^4 - m(m+2)x^3 + 2(m+1)x^2 - (m+2)x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(m^2 x^3 - 2mx + 2x - m) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } g(x) = m^2 x^3 - 2mx + 2x - m.$$

$$\text{Từ (1) suy ra } g(1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Thử lại, với $m = 1$ thì

$$(1) \Leftrightarrow (x-1)(x^3 - 2x + 2x - 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (x-1)^2(x^2 + x + 1), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Điều này luôn đúng.

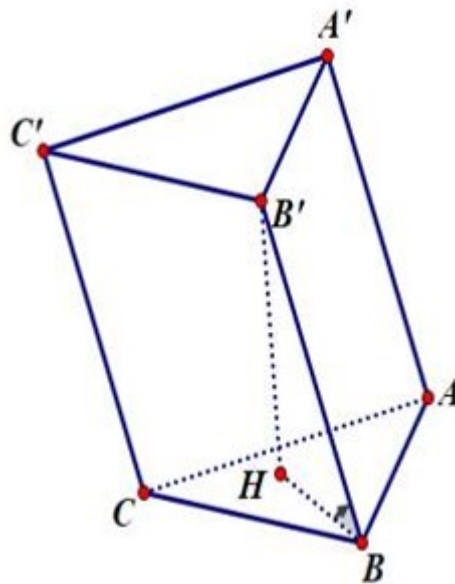
Thử lại, với $m = 2$ thì

$$(1) \Leftrightarrow (x-1)(2x^3 - x - 1) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (x-1)^2(x^2 + (x+1)^2), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Điều này luôn đúng.

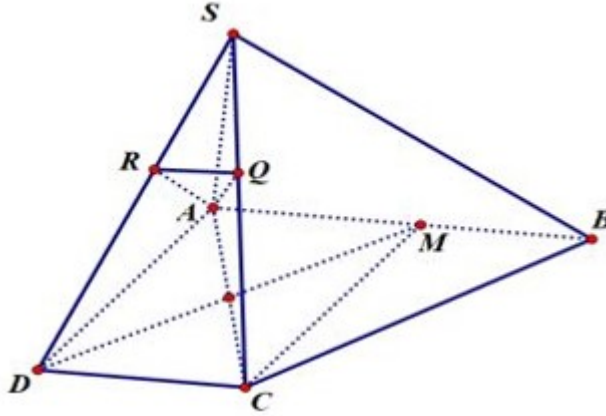
Vậy $m = 1, m = 2$ thỏa mãn bài toán.

Câu 33: Chọn C.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên $mp(ABC)$. Theo bài ta có $B'H = BB' \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}a$. Diện tích tam giác đều ABC cạnh a là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Vậy $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3}{4}a^3$

Câu 34: Chọn D.



Gọi M là trung điểm AB , ta thấy ngay $AMCD$ là hình vuông. $MBCD$ là hình bình hành. Suy ra $BC \parallel DM$ mà $DM \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp (SAC)$ để chứng minh $DC \perp (SAD)$. Trong tam giác vuông SAD vuông tại A vẽ đường cao AR như hình ta có $AR \perp (SDC)$ và $AR = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$. Trong tam giác vuông SAC vuông tại A vẽ đường cao AQ như hình ta có $AQ \perp (SBC)$ và $AQ = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = a$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là góc giữa AR và AQ chính là góc $\widehat{RAQ} = \alpha$. Tam giác ARQ vuông tại R có $\cos \alpha = \frac{AR}{AQ} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 35: Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta có để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt thì $-4 < m < 2$. Do đó các giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán là $-3; -2; -1; 0; 1$.

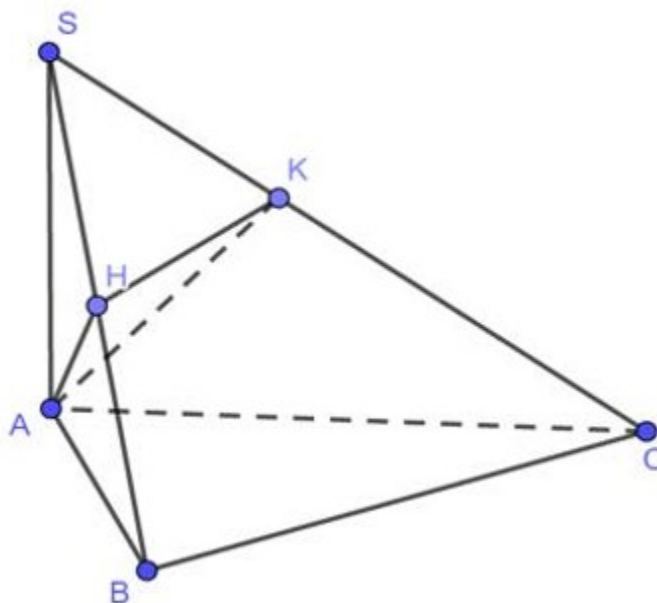
Vậy tổng các giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt bằng: -5 .

Câu 36: Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_3 \left(\sqrt[5]{a^3 b} \right)^{\frac{2}{3}} &= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} \log_3 (a^3 b) \\ &= \frac{2}{15} (\log_3 a^3 + \log_3 b) \\ &= \frac{2}{15} \cdot 3 \cdot \log_3 a + \frac{2}{15} \log_3 b \\ &= \frac{2}{5} \log_3 a + \frac{2}{15} \log_3 b. \end{aligned}$$

Vậy $x = 2, y = 2 \Rightarrow x + y = 4$.

Câu 37: Chọn B.



Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.4.\frac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2} = \frac{4}{3}$.

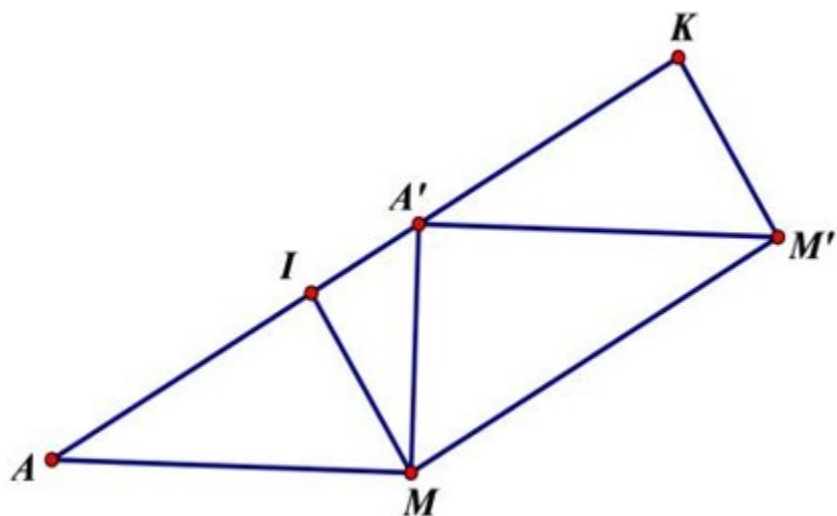
$$\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SH}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AHK} = \frac{1}{6}V_{S.ABC}$$

$$V_{A.BHKC} = V_{S.ABC} - V_{S.AHK} = \frac{5}{6}.V_{S.ABC}$$

$$= \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{3} = \frac{10}{9}.$$

Vậy thể tích khối chóp $A.BHKC$ là $\frac{10}{9}$.

Câu 38: Chọn B.



Từ (1) và (2) ta có $AB \perp (A'EM) \Rightarrow \widehat{((ABB'A'); (ABC))} = \widehat{A'EM} = 60^\circ$.

$$CN = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; ME = \frac{1}{2}CN = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Trong tam giác vuông $A'EM$ có $A'M = ME \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$.

Có $A'M' \perp B'C'$ (3)

$$A'M \perp (ABC) \Rightarrow A'M \perp (A'B'C') \Rightarrow A'M \perp B'C' \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $B'C' \perp (AMM'A')$.

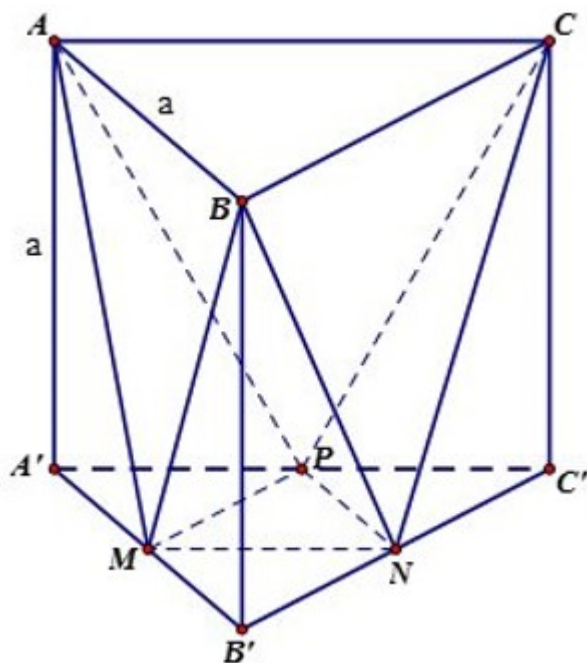
Trong mặt phẳng $(AMM'A')$ từ M' kẻ $M'K \perp AA' \Rightarrow M'K$ chính là đoạn vuông góc chung giữa AA' và $B'C'$.

Trong mặt phẳng $(AMM'A')$ từ M kẻ $MI \perp AA' \Rightarrow MI = M'K$.

Trong tam giác $A'MA$ vuông tại M có $\frac{1}{MI^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{MA'^2} = \frac{28}{9a^2} \Rightarrow MI = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$.

$$V_{\text{ây } d} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}.$$

Câu 39: Chọn C.



Ta có: $V_{A.A'PM} = V_{B.B'MN} = V_{C.C'NP}$

$$V_{ABC.MNP} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'PM} - V_{B.B'MN} - V_{C.C'NP} = V_{ABC.A'B'C'} - 3.V_{A.A'PM}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\Delta A'PM} = \frac{1}{4} S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{16}$$

$$V_{A.A'PM} = \frac{1}{4} \cdot S_{\Delta A'PM} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{16} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{48}$$

$$V_{ABC.MNP} = V_{ABC.A'B'C'} - 3 \cdot V_{A.A'PM} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4} - 3 \cdot \frac{a^3 \sqrt{3}}{48} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{16}$$

Câu 40: Chọn C.

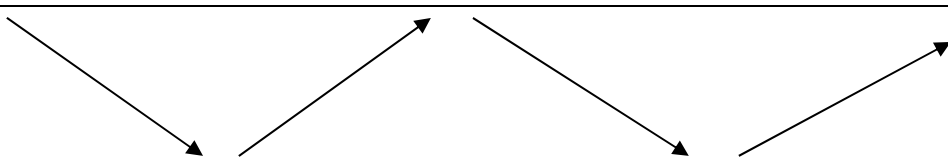
Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}; f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 0 \end{cases}$$

Đặt $g(x) = f(\sin x) \Rightarrow g'(x) = \cos x \cdot f'(\sin x)$. Ta chỉ xét trên khoảng $(0; \pi)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x \cdot f'(\sin x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ f'(\sin x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} \\ x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$	π		
$g'(x)$	−	0	+	0	−	0	+
$g(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x) = f(\sin x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{5\pi}{6}; \pi\right)$

Chọn đáp án: C.

Câu 41: Chọn A.

Gọi số có 7 chữ số được tạo ra từ các chữ số 1, 2, 3, 4 là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 4.4.4.4.4.4 = 2^{14}$.

Gọi A là biến cố: “Số lập được có 7 chữ số thỏa mãn: các chữ số 1, 2, 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt một lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái sang phải)”.

Giả sử số có 7 chữ số thỏa mãn bài toán được đặt vào các vị trí từ trái sang phải được đánh số vị trí như hình vẽ.

1	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

Bước 1. Xếp các số lẻ vào các vị trí lẻ:

Các vị trí 1, 3, 5, 7 gồm các chữ số lẻ: 1,3 (mỗi chữ số ở hai trong 4 vị trí lẻ).

Xét chữ số 1 được đặt vào 2 trong 4 vị trí lẻ có cách C_4^2 xếp, hai chữ số 3 xếp vào hai vị trí lẻ còn lại có 1 cách xếp.

Bước 2: Xếp các số chữ số chẵn vào các vị trí chẵn.

Các vị trí chẵn 2, 4, 6 xếp vào đó hai chữ số 2 và một chữ số 4

Xếp hai chữ số 2 vào 2 trong 3 vị trí chẵn có C_3^2 cách xếp, còn lại 1 vị trí chẵn xếp cho chữ số 4 có 1 cách xếp.

Do đó số phần tử của biến cố A là: $n(A) = C_4^2.C_3^2 = 18$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{18}{2^{14}} = \frac{9}{8192}$$

Câu 42: Chọn D.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$

Điều kiện cần để điểm $M(0;4)$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là:

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f(0) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \\ a = -2 \\ b = 0 \end{cases}$$

Điều kiện đủ.

$$\text{Trường hợp 1: } \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \end{cases} \text{ ta có } f(x) = x^3 + 2x^2 + 4, f'(x) = 3x^2 + 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Nên $M(0;4)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số (loại).

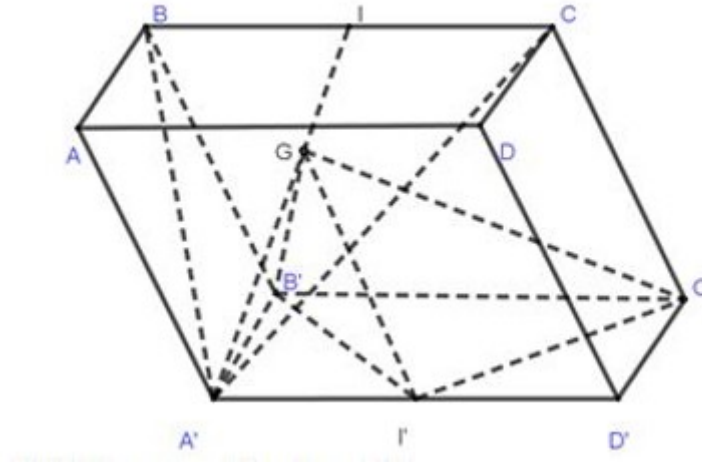
Vậy $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4 \Rightarrow f(3) = 13$.

Câu 43: Chọn D.

$$\text{Ta có: } f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}} \left(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4} \right)}{a^{\frac{1}{8}} \left(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}} \right)} = \frac{a^{-\frac{1}{3}} \left(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{4}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{8}} \left(a^{\frac{3}{8}} - a^{-\frac{1}{8}} \right)} = \frac{a^{-\frac{1}{3}} a^{\frac{1}{3}} (1-a)}{a^{\frac{1}{8}} a^{-\frac{1}{8}} (a^{\frac{1}{2}} - 1)} = \frac{(1-a)}{\sqrt{a}-1} = -\sqrt{a} - 1$$

$$\Rightarrow f(2021^{2020}) = -\left(2021^{2020}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = -2021^{1010} - 1.$$

Câu 44: Chọn C.



Gọi I là trung điểm đoạn BC

$$\text{Ta có } S_{\Delta B'C'I'} = S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{2} S_{\square A'B'C'D'} = \frac{1}{2} B$$

$$\frac{d(G; (A'B'C'D'))}{d(I; (A'B'C'D'))} = \frac{GA'}{IA'} = \frac{2}{3} \Rightarrow d(G; (A'B'C'D')) = \frac{2}{3} d(I; (A'B'C'D')) = \frac{2}{3} h$$

$$\Rightarrow V_{GB'C'I'} = \frac{1}{3} d(G; (A'B'C'D')) \cdot S_{\Delta B'C'I'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} h \cdot \frac{1}{2} B = \frac{1}{9} B \cdot h$$

$$\Rightarrow V_{GB'C'I'} = \frac{1}{9} V$$

Câu 45: Chọn B.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x + m \geq 0 \end{cases}$$

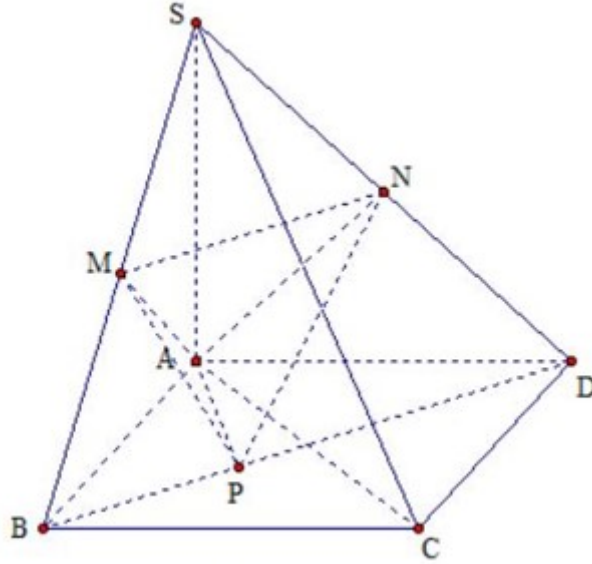
Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

$$\text{Ta có: } x^2 - 4x + m = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 4-m \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ x = 2 \pm \sqrt{4-m} \end{cases}$$

Để thỏa mãn yêu cầu đề ra thì $2 - \sqrt{4-m} > 1 \Leftrightarrow 1 > \sqrt{4-m} \Leftrightarrow 1 > 4-m \Leftrightarrow m > 3$.

Vậy $3 < m < 4$.

Câu 46: Chọn A.



$$\text{Ta có: } V_{S.ABD} = \frac{1}{6} AS \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{6} \times 2 \times 2 \times 1 = \frac{2}{3}.$$

$$+) \frac{BP}{BD} = \frac{AB^2}{BD^2} = \frac{AB^2}{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow BP = \frac{1}{5} BD, \text{ suy ra:}$$

$$S_{\triangle ABP} = \frac{1}{5} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{5}; S_{\triangle APD} = \frac{4}{5} S_{\triangle ABD} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Tam giác } SAD \text{ vuông cân tại } A \text{ nên } \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(N; (ABCD)) = \frac{1}{2} SA = 1.$$

$$+) \frac{BM}{BS} = \frac{BA^2}{BS^2} = \frac{BA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow d(M; (ABCD)) = \frac{1}{5} SA = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Suy ra: } V_{M.ABP} = \frac{1}{3} d(M; (ABCD)) \cdot S_{\triangle ABP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{75}.$$

$$V_{N.APD} = \frac{1}{3} d(N; (ABCD)) \cdot S_{\triangle APD} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{15}.$$

$$V_{S.AMN} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot V_{S.ABD} = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{15}.$$

$$\text{Vậy } V_{A.MNP} = V_{S.ABD} - V_{M.ABP} - V_{N.APD} - V_{S.AMN} = \frac{2}{3} - \frac{2}{75} - \frac{4}{15} - \frac{4}{15} = \frac{8}{75}.$$

Câu 47: Chọn C.

Đặt $t = \sqrt{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2}$, ta có:

$$t - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sin x + \frac{1}{3} \cos x \right) = \frac{3}{2} (\sin x \cos \alpha + \cos x \sin \alpha) \quad (\text{Với } \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3})$$

$$\Leftrightarrow t - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \sin(x + \alpha).$$

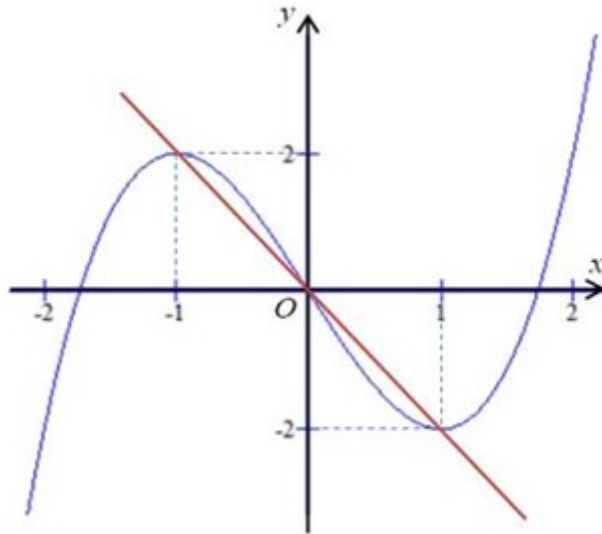
$$\text{Suy ra: } -\frac{3}{2} \leq t - \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow -1 \leq t \leq 2.$$

Từ đồ thị hàm số suy ra: $t \in [-1; 2] \Leftrightarrow -1 \leq f(t) \leq 5$.

Vậy để phương trình $f\left(\sqrt{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{2}\right) = f(m)$ có nghiệm thì $-1 \leq f(m) \leq 5$.

Từ đồ thị suy ra: $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của m .

Câu 48: Chọn D.



$$\text{Đặt } h(x) = f(x) + x^2 + 3.$$

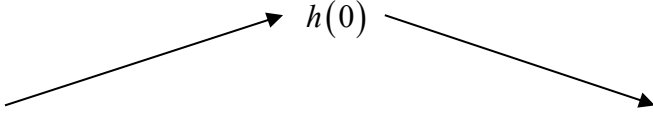
Bất phương trình đã cho có nghiệm đúng $\forall x \in (-1; 1)$ khi và chỉ khi $m > \max_{(-1;1)} h(x)$.

Ta có: $h'(x) = f'(x) + 2x, h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

+) $h'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) + 2x > 0 \Leftrightarrow f'(x) > -2x$

+) $h'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) + 2x < 0 \Leftrightarrow f'(x) < -2x$

Ta có bảng biến thiên

x	-1	0	1
$h'(x)$	+	0	-
$h(x)$			

Từ bảng biến thiên suy ra: $\max_{(-1;1)} h(x) = h(0) = f(0) + 3$.

Vậy $m > f(0) + 3$.

Câu 49: Chọn B.

Điều kiện: $x \leq 1$.

Ta có: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$

$$\Leftrightarrow 2(y-1)^3 + y - 1 = 2(\sqrt{1-x})^3 + \sqrt{1-x} \quad (*)$$

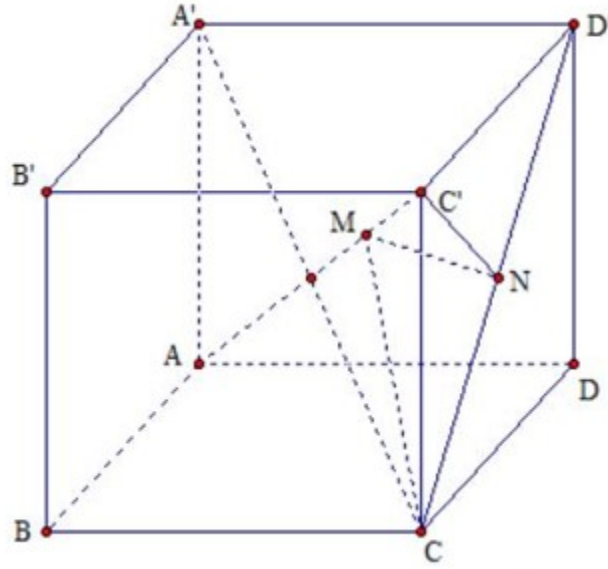
Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$, ta có: $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0 \forall t \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến.

$$(*) \Leftrightarrow f(y-1) = f(\sqrt{1-x}) \Leftrightarrow y-1 = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 1 \\ x = 1 - (y-1)^2 \end{cases}$$

Khi đó $P = x + 2y = 1 - (y-1)^2 + 2y = 4 - (y-2)^2 \leq 4$.

Vậy $P_{\max} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 50: Chọn A.



Ta có: $\frac{C'M}{C'A} = \frac{1}{4} \Rightarrow d(M; (CC'D'D)) = \frac{1}{4} d(A; (CC'D'D)) = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}.$

$\frac{D'N}{2D'C} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{D'N}{D'C} = \frac{1}{2}$ nên N là trung điểm của CD' , suy ra: $S_{CC'N} = \frac{1}{4} S_{CC'D'D} = \frac{1}{4} \times 2 \times 2 = 1.$

Vậy $V_{CC'NM} = \frac{1}{3} d(M; (CC'D'D)) \cdot S_{CCN} = \frac{1}{6}.$