

**ĐẠI SỐ & GIẢI TÍCH 11 TRONG CÁC ĐỀ THI
THỬ THQG VÀ ĐỀ KIỂM TRA**

Mục lục

Chương 1: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác	3
Chương 2: Tổ hợp - Xác suất	70
Chương 3: Dãy số - cấp số cộng, cấp số nhân	239
Chương 4: Giới hạn	287
Chương 5: Đạo hàm	337

Chương 1: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác**NỘI DUNG CÂU HỎI****Câu 1.** Phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 12\pi, l \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $\left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{6} + 12\pi, l \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

$$2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 2. Tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$ của phương trình $\sin 2x - 2 \cos 2x + 2 \sin x = 2 \cos x + 4$ là

- A. 3π .
 B. π .
 C. 2π .
 D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & 2 \sin x \cos x - 2 \cos x - 2(1 - 2 \sin^2 x) + 2 \sin x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & 2 \cos x(\sin x - 1) + 4 \sin^2 x + 2 \sin x - 6 = 0 \\ \Leftrightarrow & 2 \cos x(\sin x - 1) + (\sin x - 1)(4 \sin x + 6) = 0 \\ \Leftrightarrow & (\sin x - 1)(2 \cos x + 4 \sin x + 6) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sin x = 1 \\ 2 \cos x + 4 \sin x = -6. \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình $2 \cos x + 4 \sin x = -6$ vô nghiệm vì $a^2 + b^2 = 20 < 36 = c^2$.

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Lại có } x \in (0; 3\pi) \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{2} + k2\pi < 3\pi \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k \in (0; 1) \Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + 2\pi \right\}.$$

$$\text{Tổng các nghiệm là } \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi = 3\pi.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin^2 x + 8 \sin x + \frac{21}{4}$ là

- A. $\left[-\frac{3}{4}; \frac{61}{4} \right]$.
 B. $\left[\frac{11}{4}; \frac{61}{4} \right]$.
 C. $\left[-\frac{11}{4}; \frac{61}{4} \right]$.
 D. $\left[\frac{3}{4}; \frac{61}{4} \right]$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = 2(\sin^2 x + 4 \sin x + 4) - \frac{11}{4} = 2(\sin x + 2)^2 - \frac{11}{4}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} & -1 \leq \sin x \leq 1 \\ \Leftrightarrow & 1 \leq \sin x + 2 \leq 3 \\ \Leftrightarrow & 1 \leq (\sin x + 2)^2 \leq 9 \\ \Leftrightarrow & 2 \leq 2(\sin x + 2)^2 \leq 18 \\ \Leftrightarrow & -\frac{3}{4} \leq 2(\sin x + 2)^2 - \frac{11}{4} \leq \frac{61}{4}. \end{aligned}$$

Vậy tập giá trị của hàm số là $\left[-\frac{3}{4}; \frac{61}{4}\right]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 4. Tổng các giá trị nguyên m để phương trình $(2m+1)\sin x - (m+2)\cos x = 2m+3$ vô nghiệm là

A. 9.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Lời giải.

Phương trình đã cho vô nghiệm khi

$$\begin{aligned}(2m+1)^2 + (m+2)^2 &< (2m+3)^2 \\ \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 &< 0 \\ \Leftrightarrow 2 - 2\sqrt{2} < m < 2 + 2\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Do m nguyên nên $m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$, suy ra tổng các giá trị nguyên của m là 10.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 5.

Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$, các điểm C, D thuộc trục Ox sao cho tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Độ dài đoạn thẳng BC bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Cách 1 Vì $CD = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow OD = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x_D = x_A = \frac{\pi}{6} \Rightarrow y_A = \frac{1}{2}$.

Ta có $AD = \frac{1}{2} \Rightarrow BC = \frac{1}{2}$.

Cách 2 Gọi $D(x_1; 0), C(x_2; 0) \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{3}$.

Tọa độ $A(x_1; \sin x_1), B(x_2; \sin x_2)$.

$AB = CD \Rightarrow \sin x_1 = \sin x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = \pi \Rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{6}$.

Ta có $C\left(\frac{5\pi}{6}; 0\right), B\left(\frac{5\pi}{6}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow BC = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 6. Trong bốn hàm số $y = \cos 2x, y = \sin x, y = \tan 2x, y = \cot 4x$ có mấy hàm số tuần hoàn với chu kỳ π ?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Hàm số $y = \sin(ax+b), y = \cos(ax+b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

Hàm số $y = \tan(ax+b), y = \cot(ax+b)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{|a|}$.

Do đó trong các hàm số đã cho, chỉ có hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn chu kỳ π .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 7. Phương trình $\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{5} = \frac{1}{2}$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{-\pi}{30} + k2\pi \\ x = \frac{19\pi}{30} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{30} + k2\pi \\ x = \frac{-19\pi}{30} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$

$$\text{C. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = \frac{-\pi}{30} + k2\pi \\ x = \frac{-19\pi}{30} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Lời giải.

$$\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{5} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{5} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{5} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{30} + k2\pi \\ x = \frac{19\pi}{30} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 8. Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có tất cả các nghiệm là:

$$\text{A. } x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{B. } x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{C. } x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{D. } x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Lời giải.

$$\text{Phương trình } \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 9. Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = 3 - 2\cos^2 3x$.

$$\text{A. } \min y = 1, \max y = 3.$$

$$\text{B. } \min y = 1, \max y = 5.$$

$$\text{C. } \min y = 2, \max y = 3.$$

$$\text{D. } \min y = -1, \max y = 3.$$

Lời giải.

Phương pháp:

Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là $[-1; 1]$.

Cách giải:

Ta có

$$-1 \leq \cos 3x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \cos^2 3x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq -2\cos^2 3x \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 3 - 2\cos^2 3x \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 3.$$

Vậy $\min y = 1, \max y = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 10. Cho $x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2$. Tìm GTNN của

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x}.$$

$$\text{A. } \min P = \frac{3}{\pi}.$$

$$\text{B. } \min P = \frac{2}{\pi}.$$

$$\text{C. } \min P = \frac{5}{\pi}.$$

$$\text{D. } \min P = \frac{2}{3\pi}.$$

Lời giải.

Phương pháp:

Áp dụng bất đẳng thức: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}, (x, y, a, b > 0)$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{a}{x} = \frac{b}{y}$.

Cách giải:

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x} \geq \frac{(\sin^2 x + \cos^2 y)^2}{x+y} \geq \frac{1}{x+y} \quad (1)$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \cos 2x + \cos 2y + 2\sin(x+y) = 2 &\Leftrightarrow 2\cos(x+y) \cdot \cos(x-y) + 2\sin(x+y) = 2 \\ &\Leftrightarrow \cos(x+y) \cdot \cos(x-y) = 1 - \sin(x+y). \end{aligned}$$

Mà $1 - \sin(x + y) \geq 0, \forall x, y; \cos(x - y) > 0, \forall x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos(x + y) \geq 0.$

$$\Rightarrow 0 < x + y \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{x + y} \geq \frac{2}{\pi} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $P \geq \frac{2}{\pi}, \forall x, y \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$

$$\text{Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{y} = \frac{\cos^2 y}{x} \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 1 \\ x + y = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow x = y = \frac{\pi}{4}.$$

Vậy $P_{\min} = \frac{2}{\pi}$ khi và chỉ khi $x = y = \frac{\pi}{4}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C. $\mathbb{R}.$

D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$\text{Phương trình } \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 13. Phương trình $\cos 2x + 4 \sin x + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$?

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{PT đã cho } \Leftrightarrow -2 \sin^2 x + 4 \sin x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = 3(VN) \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Theo đề: } x \in (0; 10\pi) \Rightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + k2\pi < 10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < \frac{21}{4}.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy PT đã cho có 5 nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 14. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $4 \sin x + (m - 4) \cos x - 2m + 5 = 0$ có nghiệm là:

A. 5.

B. 6.

C. 10.

D. 3.

Lời giải.

$$4 \sin x + (m - 4) \cos x - 2m + 5 = 0 \Leftrightarrow 4 \sin x + (m - 4) \cos x = 2m - 5.$$

Phương trình có nghiệm khi $4^2 + (m-4)^2 - (2m-5)^2 \geq 0$

$$\Leftrightarrow -3m^2 + 12m + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{6 - \sqrt{57}}{3} \leq m \leq \frac{6 + \sqrt{57}}{3}. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}.$$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm là 10

Chọn đáp án **C** □

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ là

A. $m = -\frac{1}{2}; M = 1.$ B. $m = 1; M = 2.$ C. $m = -2; M = 1.$ D. $m = -1; M = 2.$

Lời giải.

Ta có $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2} \Leftrightarrow (y-1) \sin x + (y-2) \cos x = 1 - 2y (*)$

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow (y-1)^2 + (y-2)^2 \geq (1-2y)^2 \Leftrightarrow y^2 + y - 2 \leq 0$

$\Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1.$ Vậy $m = -2; M = 1$

Chọn đáp án **C** □

Câu 16. Khi đặt $t = \tan x$ thì phương trình $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 1$ trở thành phương trình nào sau đây?

A. $2t^2 - 3t - 1 = 0.$ B. $3t^2 - 3t - 1 = 0.$ C. $2t^2 + 3t - 3 = 0.$ D. $t^2 + 3t - 3 = 0.$

Lời giải.

Ta có:

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0.$$

Do $\cos x = 0$ không thỏa mãn phương trình $\sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ nên chia hai vế cho $\cos^2 x \neq 0$ ta được $\tan^2 x + 3 \tan x - 3 = 0.$

Đặt $\tan x = t$ ta được phương trình $t^2 + 3t - 3 = 0.$

Chọn đáp án **D** □

Câu 17. Giải phương trình $\left(2 \cos \frac{x}{2} - 1\right) \left(\sin \frac{x}{2} + 2\right) = 0?$

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có: $\left(2 \cos \frac{x}{2} - 1\right) \left(\sin \frac{x}{2} + 2\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos \frac{x}{2} - 1 = 0 & (1) \\ \sin \frac{x}{2} + 2 = 0 & (2) \end{cases}.$

Giải (1): $2 \cos \frac{x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Giải (2): $\sin \frac{x}{2} + 2 = 0$, phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình có họ nghiệm là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **D** □

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $[0; 2].$

B. $[-2; 2].$

C. $\mathbb{R}.$

D. $[-1; 1].$

Lời giải.

Hàm số $y = \sin 2x$ xác định trên $\mathbb{R}.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 19. Cho phương trình $(2 \sin x - 1)(\sqrt{3} \tan x + 2 \sin x) = 3 - 4 \cos^2 x$ Tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 20\pi]$ của phương trình bằng

A. $\frac{1150}{3}\pi$.

B. $\frac{570}{3}\pi$.

C. $\frac{880}{3}\pi$.

D. $\frac{875}{3}\pi$.

Lời giải.

Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

$$\begin{aligned} & (2 \sin x - 1)(\sqrt{3} \tan x + 2 \sin x) = 3 - 4 \cos^2 x \\ \Leftrightarrow & (2 \sin x - 1) \cdot \frac{\sqrt{3} \sin x + 2 \sin x \cos x}{\cos x} = 3 - 4 \cos^2 x \\ \Leftrightarrow & (2 \sin x - 1) \cdot (\sqrt{3} \sin x + \sin 2x) + (4 \cos^3 x - 3 \cos x) = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\sqrt{3} \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x + 2 \sin x \sin 2x - \sin 2x + \cos 3x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\sqrt{3} \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x + \cos x - \cos 3x - \sin 2x + \cos 3x = 0 \\ \Leftrightarrow & \sqrt{3} \sin x(2 \sin x - 1) - \cos x(2 \sin x - 1) = 0 \\ \Leftrightarrow & (2 \sin x - 1)(\sqrt{3} \sin x - \cos x) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2 \sin x - 1 = 0 \quad (1) \\ \sqrt{3} \sin x - \cos x = 0 \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Giải (1): $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Giải (2): $\Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2\pi(k \in \mathbb{Z}).$

Do đó $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Với $x \in [0; 20\pi]$ ta có $x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6} + \pi; \dots; \frac{\pi}{6} + 19\pi; \frac{5\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi; \dots; \frac{5\pi}{6} + 18\pi \right\}.$

Vậy tổng các nghiệm là $\left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \pi + \dots + \frac{\pi}{6} + 19\pi + \frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + 2\pi + \dots + \frac{5\pi}{6} + 18\pi \right\} = \frac{875}{3}\pi.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 20. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3 \cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 4\pi]$ là

A. $\frac{15\pi}{2}$.

B. 6π .

C. $\frac{17\pi}{2}$.

D. 8π .

Lời giải.

Trường hợp 1: $x = \arccos \frac{1}{3} + k2\pi$.

Ta có $0 \leq \arccos \frac{1}{3} + k2\pi \leq 4\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2\pi} \arccos \frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{2\pi} \left(4\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 1.$

Khi đó các nghiệm là $x = \arccos \left(\frac{1}{3} \right); x = \arccos \left(\frac{1}{3} \right) + 2\pi.$

Trường hợp 2: $x = -\arccos \frac{1}{3} + k2\pi$.

Ta có $0 \leq -\arccos \frac{1}{3} + k2\pi \leq 4\pi \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \arccos \frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{2\pi} \left(4\pi + \arccos \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow k \in \{1; 2\}.$

Khi đó các nghiệm là $x = -\arccos \left(\frac{1}{3} \right) + 2\pi; x = -\arccos \left(\frac{1}{3} \right) + 4\pi.$

Vậy tổng các nghiệm là 8π .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 21. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{(1+2k)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{(1+2k)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$ xác định khi $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{2} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy TXĐ của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{(1+2k)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 22. Cho phương trình $m \cos^2 x - 4 \sin x \cos x + m - 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có đúng một nghiệm thuộc $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $m \cos^2 x - 4 \sin x \cos x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow m \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} - 2 \sin 2x + m - 2 = 0$
 $\Leftrightarrow m \cos 2x - 4 \sin 2x + 3m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4 + 4 \sin 2x}{3 + \cos 2x}$.

Xét $f(x) = \frac{4 + 4 \sin 2x}{3 + \cos 2x}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ ta có $f'(x) = \frac{8 + 24 \cos 2x + 8 \sin 2x}{(3 + \cos 2x)^2}$

Nhận xét $f'(x) > 0$ với mọi $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ nên để phương trình có nghiệm trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ thì $f(0) \leq m \leq f\left(\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{8}{3}$.

Vì m nguyên nên $m = 1$ và $m = 2$.

Khi đó phương trình $m \cos 2x - 4 \sin 2x + 3m - 4 = 0$ có đúng một nghiệm trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 23. Phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$?

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có phương trình đã cho

$$\Leftrightarrow -\cos^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ -\cos x + \sqrt{3} \sin x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + l\pi. \end{cases}$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên ta có

$$\begin{aligned} \text{— } 0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 2\pi &\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ k = 1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \end{cases} \\ \text{— } 0 \leq -\frac{\pi}{6} + l\pi \leq 2\pi &\Leftrightarrow -\frac{1}{6} \leq l \leq \frac{13}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} l = 0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \\ l = 1 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có bốn nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 24. Phương trình $2 \sin x - \sqrt{2} = 0$ có công thức nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có: $2 \sin x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 25. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\tan x = 99.$

B. $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}.$

C. $\cot 2018x = 2017.$

D. $\sin 2x = -\frac{3}{4}.$

Lời giải.

Vì $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \leq 1$ và $\frac{2\pi}{3} > 1$ nên phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 26. Số nghiệm của phương trình $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = \frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x - \cos x + 1$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là

A. $\min f(x) = -\frac{1}{8}.$

B. $\min f(x) = -\frac{1}{4}.$

C. $\min f(x) = \frac{1}{8}.$

D. $\min f(x) = \frac{1}{4}.$

Lời giải.

Ta có $f(x) = 2 \cos^2 x - \cos x = 2 \left(\cos x - \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{16} \right) - \frac{1}{8} = 2 \left(\cos x - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{1}{8} \geq -\frac{1}{8}.$

Mặt khác, $\cos x = \frac{1}{4}$ luôn có nghiệm thực x nên $\min f(x) = -\frac{1}{8}.$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 28. Phương trình $\sin x - 3 \cos x = 0$ có nghiệm dạng $x = \operatorname{arccot} m + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ thì giá trị m là bao nhiêu?

A. $m = -3.$

B. $m = \frac{1}{3}.$

C. $m = 3.$

D. $m = 5.$

Lời giải.

Với $\sin x = 0$ thay vào phương trình suy ra $\cos x = 0$, loại vì $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $\sin x - 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow 1 - 3 \cot x = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy $m = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq l2\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy, tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 30. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{5\pi}{4} - 6x\right) + 15 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = 16$ trên đoạn $[-2019; 2019]$ bằng

A. $\frac{1282\pi}{8}$.

B. $\frac{1285\pi}{8}$.

C. $\frac{1283\pi}{8}$.

D. $\frac{1284\pi}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{5\pi}{4} - 6x\right) + 15 \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) &= 16 \\ \Leftrightarrow \sin\left(2\pi - \frac{3\pi}{4} - 6x\right) + 15 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) &= 16 \\ \Leftrightarrow -\sin\left(6x + \frac{3\pi}{4}\right) + 15 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) &= 16 \\ \Leftrightarrow 4 \sin^3\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 12 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 16 &= 0 \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \\ \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Ta có $-2019 \leq \frac{\pi}{8} + k\pi \leq 2019 \Leftrightarrow -2019 - \frac{\pi}{8} \leq k\pi \leq 2019 - \frac{\pi}{8}, (\Leftrightarrow -642,8 \leq k \leq 642,5)$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = \{-642; -642; \dots; 641; 642\}$.

Xét tổng các nghiệm là

$$\begin{aligned} T &= \left(\frac{\pi}{8} - 642\pi\right) + \dots + \left(\frac{\pi}{8} - \pi\right) + \frac{\pi}{8} + \left(\frac{\pi}{8} + \pi\right) + \dots + \left(\frac{\pi}{8} + 642\pi\right) \\ T &= 642 \left(\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8}\right) + \frac{\pi}{8} = \frac{1285\pi}{8}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 31. Tập nghiệm của phương trình $2 \cos 2x + 1 = 0$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi, -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Có $2 \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 32. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{3} \sin x}{\cos x + 1}$. Tính $M \cdot m$.

A. 2. B. 0. C. -2. D. -1.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{3} \sin x}{\cos x + 2}$ (1) có tập xác định $\mathbb{R}$ (vì $\cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$).

Khi đó, (1) tương đương với $y \cos x + 2y = \sqrt{3} \sin x \Leftrightarrow y \cos x - \sqrt{3} \sin x = -2y$ (*).

Phương trình (*) có nghiệm x khi $y^2 + 3 \geq 4y^2 \Leftrightarrow y^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1$.

Do đó: $M = 1, m = -1$. Vậy $M \cdot m = -1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 33. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P_n = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $P_n = (n-k)!$. C. $P_n = \frac{n!}{k!}$. D. $P_n = n!$.

Lời giải.

Số hoán vị của tập gồm n phần tử là $P_n = n!$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 34. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{2017}{\sin x}$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Điều kiện

Chọn đáp án **B**

□

Câu 35. Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ bằng

A. $\frac{\pi}{9}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $-\frac{\pi}{6}$. D. $-\frac{\pi}{9}$.

Lời giải.

Ta có $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{11\pi}{36} + \frac{l2\pi}{3} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z})$.

Trường hợp 1: $x < 0$, x lớn nhất.

Chọn $\begin{cases} k = -1; x = -\frac{17\pi}{36} \\ l = -1; x = -\frac{13\pi}{36} \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{13\pi}{36}$ (nhận).

Trường hợp 2: $x > 0$, x nhỏ nhất.

Chọn $\begin{cases} k = 0; x = \frac{7\pi}{36} \\ l = 0; x = \frac{11\pi}{36} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{36}$ (nhận).

Vậy tổng cần tìm là: $-\frac{13\pi}{36} + \frac{7\pi}{36} = -\frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 36. Cho phương trình $\cos x + \cos \frac{x}{2} + 1 = 0$. Nếu đặt $t = \cos \frac{x}{2}$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $2t^2 + t - 1 = 0$. B. $-2t^2 + t + 1 = 0$. C. $-2t^2 + t = 0$. D. $2t^2 + t = 0$.

Lời giải.

Ta có $\cos x + \cos \frac{x}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos \frac{x}{2} - 1 + \cos \frac{x}{2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 0$. Đặt $t = \cos \frac{x}{2}$, ta được phương trình $2t^2 + t = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos 2x - (2m+1) \cos x + m + 1 = 0$ có nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$?

A. $-1 \leq m < 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $-1 \leq m \leq 0$. D. $-1 \leq m < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Do $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x \in [-1; 0)$.

Ta có $\cos 2x - (2m+1) \cos x + m + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - (2m+1) \cos x + m = 0$

$$\Leftrightarrow (2 \cos x - 1)(\cos x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} & \text{loại} \\ \cos x = m \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $-1 \leq m < 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 38. Điều kiện để biểu thức $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ xác định là

A. $\alpha \neq \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{R}$. B. $\alpha \neq \frac{-\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{R}$.
C. $\alpha \neq \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{R}$. D. $\alpha \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Biểu thức xác định khi $\begin{cases} \alpha + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \alpha - \frac{\pi}{6} \neq k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 39. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin x$. B. $y = \frac{x-1}{x+2}$. C. $y = x^2$. D. $y = x^3 + 2$.

Lời giải.

Trong các đáp án đã cho chỉ có hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn (chu kỳ $T = 2\pi$).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 40. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm?

A. $m > 4$. B. $|m| \geq 4$. C. $m < -4$. D. $-4 < m < 4$.

Lời giải.

Phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

$$3^2 + m^2 < 5^2 \Leftrightarrow m^2 < 4^2 \Leftrightarrow -4 < m < 4.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 41. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$ trong đoạn $[0; 2\pi]$ là

A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} x = k2\pi \\ \text{(vô nghiệm)} \end{matrix}$$

$$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = 0; x = 2\pi.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 42. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4\sin^4 x + \cos^2 x + 3$ bằng

A. $\frac{31}{8}$.

B. 5.

C. 4.

D. $\frac{24}{5}$.

Lời giải.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Biến đổi $y = 2\sin^4 x - \sin^2 x + 4$. Đặt $t = \sin^2 x, 0 \leq t \leq 1$.

Xét hàm số $f(t) = 2t^4 - t^2 + 4$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$. $f'(t) = 8t^3 - 2t = 2t(4t^2 - 1)$

Trên khoảng $(0; 1)$ phương trình $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$

Ta có: $f(0) = 4, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{31}{8}, f(1) = 5$.

Vậy $\min_{t \in [0; 1]} f(t) = \frac{31}{8}$ tại $t = \frac{1}{2} \Rightarrow \min_{\mathbb{R}} y = \frac{31}{8}$ khi $\sin^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 43. Điều kiện xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

C. $x \neq \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$.

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$ xác định khi và chỉ khi:

$$\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 44. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

D. $x = \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp

Sử dụng công thức giải phương trình lượng giác đặc biệt: $\sin f(x) = 1 \Leftrightarrow f(x) = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Cách giải:

$$\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 45. Tập nghiệm của phương trình $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$ là.

A. $\begin{cases} x = \pi + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \pi + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện $\cos x \neq 0$ (*).

Khi đó $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \right] \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{2} (1 + \cos x)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin x) \sin^2 x = (1 + \cos x) \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin x) (1 - \cos x) (1 + \cos x) = (1 + \cos x) (1 - \sin x) (1 + \sin x)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin x) (1 + \cos x) (\sin x + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ \tan x = -1 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 46. Số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\sin^3 x - 3\sin^2 x + 2\sin x = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

$$\sin^3 x - 3\sin^2 x + 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \\ \sin x = 2 \end{cases}$$

Vậy có ba điểm biểu diễn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 47. Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{1 - \cos x} = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải.

① ĐKXD: $\cos x \neq 1$.

② Phương trình tương đương $\sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}$ với $(k \in \mathbb{Z})$.

③ Ta có $0 \leq x \leq \pi \Leftrightarrow 0 \leq \frac{k\pi}{3} \leq \pi \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 3$. Suy ra $k = 0, k = 1, k = 2, k = 3$. Do đó $x = 0, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$.

So sánh điều kiện ta có $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 48. Nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 49. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

- A. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên tập xác định.
 B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn chu kì 2π .
 C. Hàm số $y = \cos x$ có đồ thị là đường hình sin.
 D. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Lời giải.

Theo tính chất của hàm số $y = \cos x$, ta có

- Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn chu kì 2π .
- Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ và nghịch biến trên $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ (với $k \in \mathbb{Z}$).
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.
- Hàm số $y = \cos x$ có đồ thị là đường cong hình sin.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 50. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x + \cos x = 0$ là

- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Ta có

$$\sin 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2 \sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + l\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + l2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + l2\pi \end{cases} (l \in \mathbb{Z}).$$

Biểu diễn các nghiệm này trên đường tròn lượng giác ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, \frac{\pi}{2} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 51. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$.

- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ k2\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Ta có

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 52. Trong các hàm số sau, hàm nào là hàm số chẵn?

- A. $y = 1 - \sin^2 x$. B. $y = \cos(x + \frac{\pi}{3})$. C. $y = x |\sin x|$. D. $y = \sin x + \cos x$.

Lời giải.

Nhận xét: Ta nhận thấy tập xác định của bốn hàm số đã cho đều là $\mathbb{R}$ nên $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$.

— Xét $y = 1 - \sin^2 x$ có $y(-x) = 1 - \sin^2(-x) = 1 - \sin^2 x = y(x)$.

Vậy hàm số $y = 1 - \sin^2 x$ là hàm số chẵn.

— Xét $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ có $y(-x) = \cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} y(-x) \neq y(x) \\ y(-x) \neq -y(x) \end{cases}$.

Nên hàm số $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ không là hàm số chẵn, cũng không là hàm số lẻ.

— Xét $y = x|\sin x|$ có $y(-x) = (-x)|\sin(-x)| = -x|-\sin x| = -x|\sin x| = -y(x)$.

Nên hàm số $y = x|\sin x|$ là hàm số lẻ.

— Xét $y = \sin x + \cos x$ có $y(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = -\sin x + \cos x \Rightarrow \begin{cases} y(-x) \neq y(x) \\ y(-x) \neq -y(x) \end{cases}$.

Nên hàm số $y = \sin x + \cos x$ không là hàm số chẵn, cũng không là hàm số lẻ.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 53. Có bao nhiêu nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. Không có x .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin^2 x - \sin x &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi. \end{cases} \end{aligned}$$

Do $0 < x < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 54. Trong khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\sin^6 x + 3\sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$ có

A. 4 nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 3 nghiệm.

D. 2 nghiệm.

Lời giải.

Ta có $\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$.

Do đó phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} 3\sin^2 x \cos x - 3\sin^2 x \cos^2 x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin^2 x \cos x (1 - \cos x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \pm 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vẽ đường tròn đơn vị ra, ta thấy phương trình có 3 nghiệm trên $(-\pi; \pi)$, nên tập nghiệm là $S = \left\{-\frac{\pi}{2}; 0; \frac{\pi}{2}\right\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 55. Tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin^3 x - \cos^3 x = 1$ bằng

A. $\frac{5\pi}{2}$.

B. $\frac{7\pi}{2}$.

C. 2π .

D. $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin^3 x - \cos^3 x = 1 \Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x) = 1. \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right), -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}.$$

$$\text{Có } t^2 = 1 - 2 \sin x \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} (1 - t^2).$$

$$(1) \text{ trở thành } t \left[1 + \frac{1}{2} (1 - t^2) \right] = 1 \Leftrightarrow t^3 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(t^2 + t - 2) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Có } x \in [0; 2\pi] \text{ nên ta có các nghiệm } x = \pi; x = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm } x \in [0; 2\pi] \text{ của phương trình đã cho là } \frac{3\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 56. Hàm số $y = \frac{2 \sin x + 1}{1 - \cos x}$ xác định khi

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x \neq k\pi.$

C. $x \neq k2\pi.$

D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi.$

Lời giải.

Hàm số xác định khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 57. Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi m là

A. $-1 \leq m \leq 1.$

B. $m > 1.$

C. $m < -1.$

D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}.$

Lời giải.

Phương trình $\cos x - m = 0 \Leftrightarrow \cos x = m.$

Vì $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x$ nên phương trình trên vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 58. Tìm nghiệm của phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \cdot \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{3}{2} = 0.$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
 & \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) + \frac{1}{2} \left(\sin \left(4x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin 2x\right) - \frac{3}{2} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) + \frac{1}{2} (\sin 2x - \cos 4x) - \frac{3}{2} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) + \left(\frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} + \sin^2 2x\right) - \frac{3}{2} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{1}{2} \sin^2 2x + \frac{1}{2} \sin 2x - 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = -2 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 59. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải.

- Các hàm số $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ là các hàm số lẻ.
- Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 60. Cho phương trình $\sin \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

- A. $\frac{7\pi}{2}$. B. π . C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\sin \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

— Xét $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < 0$ vì $k \in \mathbb{Z}$ nên không có giá trị của k .

— Xét $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Do $0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{5}{4}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0, k = 1$. Suy ra

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ và } x = \frac{5\pi}{6}.$$

— Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trong khoảng $(0; \pi)$ là $\frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 61. Giải phương trình $8 \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot \cos 4x = -\sqrt{2}$

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{32}{3\pi} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \frac{32}{5\pi} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{32}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \frac{16}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$\begin{aligned}
8 \cos 2x \cdot \sin 2x \cdot \cos 4x &= -\sqrt{2} \Leftrightarrow 4 \sin 4x \cdot \cos 4x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow 2 \sin 8x = -\sqrt{2} \\
&\Leftrightarrow \sin 8x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 8x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 62. Khẳng định nào sau đây là đúng?**A.** Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.**B.** Hàm số $y = \tan 2x - \sin x$ là hàm số lẻ.**C.** Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.**D.** Hàm số $y = \tan x \cdot \sin x$ là hàm số lẻ.**Lời giải.**Xét hàm số $y = \tan 2x - \sin x$.Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.Giả sử với x bất kỳ thuộc $\mathcal{D}$ suy ra $-x \in \mathcal{D}$.Mà $f(-x) = \tan(-2x) - \sin(-x) = -\tan 2x + \sin x = -f(x)$.Do đó hàm số $y = \tan 2x - \sin x$ là hàm số lẻ.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 63. Số giá trị nguyên m để phương trình $\sqrt{4m-4} \cdot \sin x \cdot \cos x + \sqrt{m-2} \cdot \cos 2x = \sqrt{3m-9}$ có nghiệm là**A.** 7.**B.** 6.**C.** 5.**D.** 4.**Lời giải.**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 4m-4 \geq 0 \\ m-2 \geq 0 \\ 3m-9 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \geq 2 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3 \quad (*).$$

Với điều kiện (*) ta có

$$\begin{aligned}
&\sqrt{4m-4} \cdot \sin x \cdot \cos x + \sqrt{m-2} \cdot \cos 2x = \sqrt{3m-9} \\
&\Leftrightarrow \sqrt{m-1} \cdot \sin 2x + \sqrt{m-2} \cdot \cos 2x = \sqrt{3m-9} \quad (1)
\end{aligned}$$

Để phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}
&(\sqrt{m-1})^2 + (\sqrt{m-2})^2 \geq (\sqrt{3m-9})^2 \\
&\Leftrightarrow m-1 + m-2 \geq 3m-9 \Leftrightarrow m \leq 6.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 64. Số nghiệm $x \in (0; 12\pi)$ thỏa mãn phương trình $\cos 2x + \cos^2 x - \sin^2 x = 2$ là**A.** 10.**B.** 1.**C.** 12.**D.** 11.**Lời giải.**

Ta có

$$\cos 2x + \cos^2 x - \sin^2 x = 2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \cos 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Để thỏa mãn bài toán khi $0 < k\pi < 12\pi \Leftrightarrow 0 < k < 12$ mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 1, 2, \dots, 11$ suy ra có 11 nghiệm $x \in (0; 12\pi)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 65. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình

$$4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = m^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x.$$

có nghiệm?

A. 7.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = m^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x \\ \Leftrightarrow & 2 \left[\sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) + \sin \frac{\pi}{2} \right] = m^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x \\ \Leftrightarrow & \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x + 2 = m^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x \\ \Leftrightarrow & \cos 2x = \frac{m^2 - 2}{2}. \end{aligned}$$

Để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & \left| \frac{m^2 - 2}{2} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m^2 - 2}{2} \geq -1 \\ \frac{m^2 - 2}{2} \leq 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m^2 \geq 0 \\ m^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2. \end{aligned}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ suy ra $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 66. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

A. $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

B. $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

C. $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

D. $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 67. Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 2 \sin x + 3 = 0$ là

A. 2017.

B. 1009.

C. 1010.

D. 2018.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos 2x - 2 \sin x + 3 &= 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x - 2 \sin x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \sin^2 x + \sin x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Theo giả thiết $x \in [0; 2018\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{4035}{4}$.

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; \dots; 1008\}$.

Vậy phương trình đã cho có 1009 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 68. Diện tích của đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x = 1$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$3 \sin x \cdot \cos x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \tan x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \alpha + m\pi \end{cases} \quad k, m \in \mathbb{Z}; \quad \tan \alpha = 3.$$

Gọi A, B lần lượt là các điểm cuối biểu diễn cho họ nghiệm $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ trên đường tròn lượng giác.

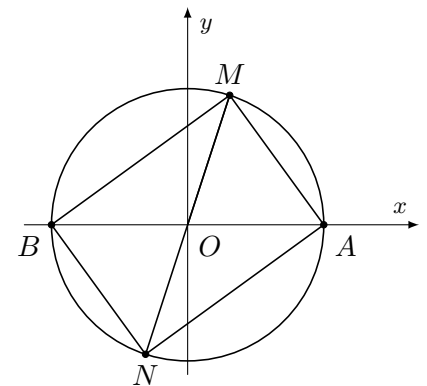
Gọi M, N lần lượt là các điểm cuối biểu diễn cho họ nghiệm $x = \alpha + m\pi, m \in \mathbb{Z}$ trên đường tròn lượng giác.

Tứ giác $AMBN$ là hình chữ nhật, suy ra $S_{AMBN} = 4S_{AOM}$.

Ta có $\widehat{AOM} = \alpha$ và $\tan \alpha = 3$ nên $\cos^2 \alpha = \frac{1}{10}$ hay $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$.

Vậy

$$S_{AMBN} = 4S_{AOM} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 69. Phương trình $\sin x = \frac{x}{2019}$ có bao nhiêu nghiệm thực? (Đã sửa câu hỏi so với đề gốc $\sin x = 2019x$)

A. 1288.

B. 1287.

C. 1290.

D. 1289.

Lời giải.

Điều kiện phương trình có nghiệm: $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{x}{2019} \leq 1 \Leftrightarrow -2019 \leq x \leq 2019$.

Ta có: $\sin x = \frac{x}{2019} \Leftrightarrow \sin x - \frac{x}{2019} = 0$.

Xét hàm số $f(x) = \sin x - \frac{x}{2019}$ trên $[-2019; 2019]$.

— $f(-x) = \sin(-x) - \frac{-x}{2019} = -\sin x + \frac{x}{2019} = -f(x) \Rightarrow f(x)$ là hàm số lẻ.

$\Rightarrow x_0$ là một nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ thì $-x_0$ là một nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

— $x = 0$ là một nghiệm của phương trình $f(x) = 0$

— $f'(x) = \cos x - \frac{1}{2019}$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2019} \Leftrightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{1}{2019}\right) + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Xét trên $(0; 2\pi]$ ta có bảng biến thiên:

x	0	$\arccos\left(\frac{1}{2019}\right)$	$-\arccos\left(\frac{1}{2019}\right)+2\pi$	2π		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	0	$\nearrow \approx 0.99$	$\searrow \approx -1.00$	$\nearrow \approx -0.003$		

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm thuộc $(0; 2\pi]$.

Xét trên $(2\pi; 4\pi]$ ta có bảng biến thiên:

x	2π	$\arccos\left(\frac{1}{2019}\right) + 2\pi$	$-\arccos\left(\frac{1}{2019}\right) + 4\pi$	4π		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	≈ -0.003	$\nearrow \approx 0.99$	$\searrow \approx -1.00$	$\nearrow \approx -0.006$		

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm thuộc $(2\pi; 4\pi]$.

Tương tự, phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm thuộc mỗi chu kỳ $(4\pi; 6\pi], (6\pi; 8\pi], \dots, (640\pi; 642\pi]$.

Xét trên $(642\pi; 2019]$ ta có bảng biến thiên:

x	642π	$\arccos\left(\frac{1}{2019}\right) + 642\pi$	2019
$f'(x)$		$+$	$-$
$f(x)$	≈ -0.99	≈ 0.00	≈ -0.13

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm thuộc $(642\pi; 2019]$.

$\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có 643 nghiệm dương.

Hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ $\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có 643 nghiệm âm.

$\Rightarrow$ Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 0$ là: $643 + 643 + 1 = 1287$ (nghiệm).

Chọn đáp án (B)

□

Câu 70. Cho phương trình $\frac{\cos 4x - \cos 2x + 2 \sin^2 x}{\cos x + \sin x} = 0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

A. $\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\cos x + \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} & \cos 4x - \cos 2x + 2\sin^2 x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^2 2x - 1 - \cos 2x + 1 - \cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^2 2x - 2\cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + l\pi \\ 2x = h2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{l\pi}{2} \\ x = h\pi \end{cases} (l, h \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Điều kiện: $x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ được biểu diễn lên đường tròn lượng giác là khác các điểm M, N .

Nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + \frac{l\pi}{2} (l \in \mathbb{Z})$ được biểu diễn lên đường tròn lượng giác là các điểm M, P, N, Q .

Nghiệm $x = h\pi (h \in \mathbb{Z})$ được biểu diễn lên đường tròn lượng giác là các điểm A, B .

Khi đó nghiệm của phương trình được biểu diễn trên đường tròn là hình chữ nhật $APBQ$.

Trong tam giác ABP như hình vẽ - kẻ đường cao PH .

Diện tích tứ giác $APBQ$ là $S_{APBQ} = 2S_{\triangle ABP} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 71. Cho hai số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$. Đặt $P = \frac{x^2 + 6xy}{1 + 2xy + 2y^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của P là -3 .

B. Giá trị lớn nhất của P là 1 .

C. P không có giá trị lớn nhất.

D. P không có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

Do $x^2 + y^2 = 1$ nên tồn tại giá trị α sao cho $\begin{cases} x = \sin \alpha \\ y = \cos \alpha \end{cases}$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sin^2 \alpha + 6 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha} \Leftrightarrow P(1 + \sin 2\alpha + 1 + \cos 2\alpha) = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} + 3 \sin 2\alpha \\ &\Leftrightarrow (2P + 1) \cos 2\alpha + (2P - 6) \sin 2\alpha = 1 - 4P \quad (*) \end{aligned}$$

Từ phương trình (*) ta có điều kiện tồn tại α là

$$(2P + 1)^2 + (2P - 6)^2 \geq (1 - 4P)^2 \Leftrightarrow 8P^2 + 12P - 36 = 0 \Leftrightarrow -3 \leq P \leq \frac{3}{2}.$$

Suy ra $\min P = -3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 72. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\sin x + 1}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Do $\sin x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 73. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} = 3 \cot x + \sqrt{3}$ là

A. $-\frac{\pi}{6}$.

B. $-\frac{5\pi}{6}$.

C. $-\frac{\pi}{2}$.

D. $-\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện $\sin x \neq 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} &= 3 \cot x + \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) - \sqrt{3} \cot x &= 0 \\ \Leftrightarrow \cot x (\cot x - \sqrt{3}) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cot x = 0 \\ \cot x = \sqrt{3} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Do đó nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $\max \left\{ -\frac{\pi}{2}; -\frac{5\pi}{6} \right\} = -\frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 74. Nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$ là

A. $x = 0$.

B. $x = \frac{3\pi}{4}$.

C. $x = \frac{\pi}{2}$.

D. $x = -\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Do đó các nghiệm của phương trình trên khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 75. Tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = \cot x$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Đối chiếu điều kiện được các nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 76. Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

$$\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x \Leftrightarrow \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 7x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + \frac{\pi}{3} = 7x + k2\pi \\ 5x + \frac{\pi}{3} = \pi - 7x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - k2\pi & (1) \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{6} & (2). \end{cases}$$

$$\text{Vì } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right), k \in \mathbb{Z} \text{ nên } \begin{cases} (1) \Rightarrow k = 0 \\ (2) \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}. \end{cases}$$

Vậy số nghiệm của phương trình đã cho là 4.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 77. Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào sai?

A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}.$

D. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$, nên đáp án D sai.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 78. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3 \sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 7.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin 2x = \frac{m^2 - 5}{3}$

$$\text{Vì } \sin 2x \in [-1; 1] \text{ nên } \frac{m^2 - 5}{3} \in [-1; 1] \Leftrightarrow m^2 \in [2; 8] \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} \leq m \leq -\sqrt{2} \Rightarrow m = -2 (m \in \mathbb{Z}) \\ \sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow m = 2 (m \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 79. Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình : $\tan x = \tan 3x$ (1)

A. 55π .B. $\frac{171\pi}{2}$.C. 45π .D. $\frac{190\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện để phương trình (1) có nghĩa } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (*)$$

$$\text{Khi đó, phương trình (1) } 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

$$\text{so sánh với điều kiện } (*) \Rightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, x \in [0; 30] \Rightarrow k = \{0; \dots; 4\} \Rightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi; \dots; 9\pi\}$$

Vậy, tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình (1) là: 45π

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 80. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. B. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. D. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp giải phương trình đẳng cấp bậc hai đối với $\sin x$ và $\cos x$. Chia cả 2 vế của phương trình cho $\cos^2 x \neq 0$.

Cách giải:

Phương trình: $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$ (*)

+) $\cos x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình (*)

+) $\cos x \neq 0$. Ta có:

$$3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + 2 \cdot \frac{\sin x}{\cos x} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\tan^2 x + 2\tan x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \arctan \frac{1}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 81. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4\cos^3 x - \cos 2x + (m - 3)\cos x - 1 = 0$ có đúng bốn nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải.

$$\begin{aligned} &4\cos^3 x - \cos 2x + (m - 3)\cos x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow &4\cos^3 x - (2\cos^2 x - 1) + (m - 3)\cos x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow &\cos x(4\cos^2 x - 2\cos x + m - 3) = 0 \\ \Leftrightarrow &\cos x = 0 \text{ hoặc } 4\cos^2 x - 2\cos x + m - 3 = 0 \end{aligned}$$

Phương trình $\cos x = 0$ không có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Xét phương trình $4\cos^2 x - 2\cos x + m - 3 = 0$ (1)

Đặt $t = \cos x$, với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Khi đó (1) trở thành $4t^2 - 2t + m - 3 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 2t - 3 = -m$.

Xét hàm số $f(t) = 4t^2 - 2t - 3$ với $t \in (0; 1)$.

t	0	$\frac{1}{4}$	1
$f(t)$	-3	$-\frac{13}{4}$	-1

Từ bảng biến thiên ta thấy yêu cầu bài toán tương đương $-\frac{13}{4} < -m < -3 \Leftrightarrow 3 < m < \frac{13}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $5 \cos x - m \sin x = m + 1$ có nghiệm.

- A. $m \leq 12$. B. $m \leq -13$. C. $m \leq 24$. D. $m \geq 24$.

Lời giải.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi: $5^2 + m^2 \geq (m + 1)^2 \Leftrightarrow m \leq 12$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 83. Giải phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 5x$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$.

Câu 84. Phương trình $\sin x + \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có: $\sin x + \cos x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Suy ra, trên khoảng $(0; \pi)$ phương trình có một nghiệm $x = \frac{\pi}{2}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 85. Giải phương trình $\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2}$.

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$\sin 2x = \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \cos x \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 86. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018)$ của phương trình $\sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4 \cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1) \sin x$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 103255π . B. $\frac{310408\pi}{3}$. C. $\frac{312341\pi}{3}$. D. 102827π .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4 \cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1) \sin x \\
 \Leftrightarrow & \sqrt{3}(1 - \cos 2x - 4 \sin x) + \sin 2x - 4 \cos x + 8 - 4 \sin x = 0 \\
 \Leftrightarrow & \sqrt{3}(2 \sin^2 x - 4 \sin x) + 2 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos x - 4 \sin x + 8 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2\sqrt{3} \sin x \cdot (\sin x - 2) + 2(\sin x - 2) \cdot (\cos x - 2) = 0 \\
 \Leftrightarrow & 2(\sin x - 2) \cdot (\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (\sin x - 2) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x - 1 \right) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (\sin x - 2) \left[\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - 1 \right] = 0 \\
 \Leftrightarrow & \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = 1 \quad (\text{vì } \sin x - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}) \\
 \Leftrightarrow & x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{\pi}{3} + k2\pi.
 \end{aligned}$$

Xét $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \in (0; 2018) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{3} + k2\pi < 2018 \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k < \frac{1009}{\pi}$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; \dots; 321\}$.

Tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018)$ là

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{\pi}{3} + \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi \right) + \left(\frac{\pi}{3} + 2 \cdot 2\pi \right) + \dots + \left(\frac{\pi}{3} + 321 \cdot 2\pi \right) \\
 &= 322 \cdot \frac{\pi}{3} + (1 + 2 + \dots + 321) \cdot 2\pi \\
 &= \frac{322\pi}{3} + \frac{321 \cdot (321 + 1)}{2} \cdot 2\pi \\
 &= \frac{310408\pi}{3}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 87. Phương trình $\sin 3x + 2 \cos 2x - 2 \sin x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $\left(-\frac{7\pi}{8}; 0\right)$:

A. 3 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 0 .

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \sin 3x + 2 \cos 2x - 2 \sin x - 1 = 0 \\
& \Leftrightarrow 3 \sin^3 x - 4 \sin x + 2 - 4 \sin^2 x - 2 \sin x - 1 = 0 \\
& \Leftrightarrow -4 \sin^3 x - 4 \sin^2 x + \sin x + 1 = 0 \\
& \Leftrightarrow (\sin x + 1)(1 - 4 \sin^2 x) = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin x = -\frac{1}{2} = \sin \left(-\frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}
\end{aligned}$$

Với $k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{6}$.

Với $k = -1 \Rightarrow x = -\frac{5\pi}{6}$.

Vậy có tất cả 3 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{7\pi}{8}; 0\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 88. Cho phương trình $\frac{2(1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0$ có x_0 là nghiệm dương lớn nhất trên khoảng $(0; 100\pi)$ và có dạng $x_0 = a\pi + \frac{\pi}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính tổng $T = a + b$.

A. $T = 100$.

B. $T = 101$.

C. $T = 102$.

D. $T = 103$.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq \frac{\pi}{4} + k2\pi, x \neq \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Phương trình tương đương với

$$3 \sin^2 2x + \sin 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Đối chiếu điều kiện suy ra $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$, mà $x \in (0; 100\pi)$. Nên nghiệm lớn nhất là $x = 99\pi + \frac{\pi}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 89. Tìm m để phương trình $(\cos x + 1)(2 \cos^2 x - 1 - m \cos x) - m \sin^2 x = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

A. $-1 < m \leq 1$.

B. $-\frac{1}{2} < m \leq 1$.

C. $0 < m \leq \frac{1}{2}$.

D. $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$(\cos x + 1)(2 \cos^2 x - 1 - m \cos x) - m(1 - \cos x)(1 + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos 2x = m. \end{cases}$$

Với $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$, mà $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow$ Không thỏa mãn.

Do đó để phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa mãn đề bài thì phương trình $\cos 2x = m$ phải có đúng hai nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$, tức là $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 90. Hàm số $y = 3 \sin(x + 2018) - 4 \cos(x + 2018) + m$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0. Tìm giá trị của m .

- A. $m = -7$. B. $m = 5$. C. $m = -5$. D. $m = 7$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình

$$3 \sin(x + 2018) - 4 \cos(x + 2018) = y - m$$

có nghiệm là $3^2 + 4^2 \geq (y - m)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -5 \leq y - m \leq 5 \Leftrightarrow m - 5 \leq y \leq m + 5$.

Do đó min $y = m - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 91. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm thực.

- A. $m \geq 0$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $-1 < m < 1$. D. $m > 0$.

Lời giải.

Phương trình $\sin x = m$ có nghiệm thực khi $-1 \leq m \leq 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 92. Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

- A. $\frac{7\pi}{2}$. B. π . C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + l2\pi, l \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3}, (k, l \in \mathbb{Z}). \end{cases} \end{aligned}$$

— Họ nghiệm $x = \pi + k2\pi$ không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0; \pi)$.

— $x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \in (0; \pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow l \in \{0; 1\}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$. Từ đó suy ra tổng các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng π .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 93. Tập giá trị của hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $(0; 2]$. C. $\left[\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

$$y' = \frac{1 - \sin x - \cos x}{(\sin x + 1)^2} = \frac{1 - (\sin x + \cos x)}{(\sin x + 1)^2} \leq 0 \text{ với } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$\text{Do } 1 - 1 - (\sin x + \cos x) = 1 - \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 0 \text{ với } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Nhận thấy $y' < 0$ hàm số nghịch biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, mà $y(0) = 2; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 94. Phương trình $\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x$ có các họ nghiệm là

- A. $x = \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 3x + \sin x) = \frac{1}{2}(\sin 11x + \sin 3x) \\ &\Leftrightarrow \sin 11x = \sin x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 95. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ bằng

- A. 0. B. π . C. 2π . D. 3π .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos(\sin x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 2\pi \end{cases}.$$

Chỉ có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ với $k = 0; 1; 2$ do xét trên $[0; 2\pi]$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng $0 + \pi + 2\pi = 3\pi$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 96. Xét phương trình $\sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x = 2$. Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

- A. $(2 \sin x - 1)(2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1) = 0$. B. $(2 \sin x - \cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$.
C. $(2 \sin x - 1)(2 \cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$. D. $(2 \sin x - 1)(2 \cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x = 2 \\
 \Leftrightarrow & \sin x - 4 \sin^3 x - 6 \sin x \cos x - 1 + 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 3 \cos x - 2 = 0 \\
 \Leftrightarrow & 6 \sin x(1 - \cos x) - 4 \sin^3 x + 2 \sin^2 x + 3 \cos x - 3 = 0 \\
 \Leftrightarrow & (1 - \cos x)(2 \sin x - 1)(1 + 2 \cos x) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2 \sin x - 1)(2 \cos x + 1)(\cos x - 1) = 0.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 97. Số nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $27 \cos^4 x + 8 \sin x = 12$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 27 \cos^4 x + 8 \sin x = 12 & \Leftrightarrow 27 \sin^4 x - 54 \sin^2 x + 8 \sin x + 15 = 0 \\
 & \Leftrightarrow (3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3)(9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5) = 0 \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0 \\ 9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5 = 0 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

$$\text{TH1: } 3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3} \in (-1; 1) \\ \sin x = \frac{-1 - \sqrt{10}}{3} \notin (-1; 1) \end{cases}$$

Với $\sin x = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có 2 nghiệm. (dựa vào số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sin x$ và đường thẳng $y = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$).

$$\text{TH2: } 9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 - \sqrt{6}}{3} \in [-1; 1) \\ \sin x = \frac{1 + \sqrt{6}}{3} \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Với $\sin x = \frac{1 - \sqrt{6}}{3}$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có 2 nghiệm. (dựa vào số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sin x$ và đường thẳng $y = \frac{1 - \sqrt{6}}{3}$).

Vậy trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 98. Cho hàm số $y = \sqrt{3} \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin \left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ với $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đó.

A. $-\sqrt{3}$.

B. -2.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$y = \sqrt{3} \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin \left(\frac{\pi}{6} - x\right).$$

$$\Rightarrow y' = \sqrt{3}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right).$$

$$\begin{aligned} y' = 0 &\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Ta có: } y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2, y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}, y\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là: } y\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 99. Cho phương trình $\cos x \cdot \cos 7x = \cos 3x \cdot \cos 5x$. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình đã cho?

A. $\sin 2x = 0$.

B. $\sin 4x = 0$.

C. $\cos 4x = 0$.

D. $\cos 2x = 0$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} \cos x \cdot \cos 7x &= \cos 3x \cdot \cos 5x \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 8x + \cos 6x) &= \frac{1}{2}(\cos 8x + \cos 2x) \\ \Leftrightarrow \cos 6x - \cos 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow -2\sin 4x \cdot \sin 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin 4x &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 100. Phương trình $(\sin x - \cos x)(\sin x + 2\cos x - 3) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta viết lại

$$(\sin x - \cos x)(\sin x + 2\cos x - 3) = 0. \quad (1)$$

Khi đó,

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ \sin x + 2\cos x - 3 = 0 \text{ (vô nghiệm vì } \sqrt{1^2 + 2^2} < 3) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \frac{-3\pi}{4} < x = \frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \Rightarrow -1 < k < \frac{3}{4}, \text{ vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k = 0.$$

$$\text{Vậy phương trình có 1 nghiệm thực trên khoảng } \left(-\frac{3\pi}{4}; \pi\right).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 101. Số giờ ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của 1 năm được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12$, $t \in \mathbb{Z}$, $0 < t \leq 365$. Gọi T là ngày trong năm mà thành phố A có 9 giờ ánh sáng mặt trời trong một ngày. Hỏi T thuộc những tháng nào trong năm?

A. Tháng 1 và tháng 11.

B. Tháng 2.

C. Tháng 12.

D. Tháng 12 và tháng 1.

Lời giải.

Thành phố A có 9 giờ ánh sáng mặt trời trong một ngày ứng với t thỏa mãn phương trình:

$$3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12 = 9 \Leftrightarrow \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182} (t - 80) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow t = -11 + k \cdot 364 \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } 0 < t \leq 365 \Rightarrow t = 353.$$

Ngày thành phố A có 9 giờ ánh sáng mặt trời trong một ngày là ngày thứ 353 thuộc tháng 12.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 102. Tìm công thức nghiệm của phương trình $2 \cos(x + \alpha) = 1$, (với $\alpha \in \mathbb{R}$).

A. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$2 \cos(x + \alpha) = 1 \Leftrightarrow \cos(x + \alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow x + \alpha = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 103. Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x = 3 \sin x$.

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi.$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt{3} \cos x = 3 \sin x \Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 104. Cho phương trình $\frac{\sin x}{\cos^2 x - 3 \cos x + 2} = 0$. Tính tổng tất cả các nghiệm trong đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình trên

A. $1020100\pi.$

B. $1018081\pi.$

C. $1018080\pi.$

D. $1018018\pi.$

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Phương trình tương đương $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$. Vậy tổng tất cả các nghiệm trong đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình trên là

$$\pi \cdot (1 + 3 + 5 + \cdots + 2017) = 1018081\pi.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 105. Điều kiện cần và đủ để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là $m \in (-\infty; a] \cup [b; +\infty)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

A. $-4.$

B. $0.$

C. $4.$

D. $8.$

Lời giải.

Điều kiện cần và đủ để phương trình có nghiệm là

$$m^2 + (-3)^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty).$$

Suy ra $a = -4$, $b = 4$ nên $a + b = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 106. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\cos x = \cos x$ có nghiệm thực?

A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

— Ta có: $\sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\cos x = \cos x \Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3}\cos x = \cos^3 x$.

— Đặt $\sqrt[3]{m+3}\cos x = u \Rightarrow m+3\cos x = u^3$ thì phương trình trên trở thành $m+3u = \cos^3 x$.

— Đặt $\cos x = v$ thì ta được

$$\begin{cases} m+3v = u^3 \\ m+3u = v^3 \end{cases} \Rightarrow 3(v-u) + (v-u)(v^2+uv+u^2) = 0 \Leftrightarrow (v-u)(3+v^2+uv+u^2) = 0.$$

Do $3+v^2+uv+u^2 > 0, \forall u, v$ nên phương trình trên tương đương $u = v$.

Suy ra $\sqrt[3]{m+3}\cos x = \cos x \Leftrightarrow m = \cos^3 x - 3\cos x$.

— Đặt $\cos x = t, (-1 \leq t \leq 1)$ và xét hàm $f(t) = t^3 - 3t$ trên $[-1; 1]$.

Ta có $f'(t) = 3t^2 - 3 \leq 0, \forall t \in [-1; 1]$.

Nên hàm số nghịch biến trên $[-1; 1] \Rightarrow -1 = f(1) \leq f(t) \leq f(-1) = 2 \Rightarrow -2 \leq m \leq 2$.

— Vậy $m \in \{-2; -1\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 107. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{3 \tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.**Lời giải.**

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ 1 - \sin^2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 108. Cho hàm số $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để giá trị nhỏ nhất của y nhỏ hơn -1 ?

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Do $\cos x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow m \sin x - y \cos x = 2y - 1$.

Do phương trình có nghiệm nên

$$m^2 + y^2 \geq (2y - 1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{3m^2 + 1}}{3} \leq y \leq \frac{2 + 3m^2 + 1}{3}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của y bằng $\frac{2 - \sqrt{3m^2 + 1}}{3}$.

Từ yêu cầu bài toán, ta có $\frac{2 - \sqrt{3m^2 + 1}}{3} \leq -1 \Leftrightarrow 3m^2 + 1 > 25 \Leftrightarrow m^2 > 8 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2\sqrt{2} \\ m < -2\sqrt{2} \end{cases}$.

Do m nhận giá trị nguyên thuộc đoạn $[-5; 5]$ nên $m \in \{-5; -4; -3; 3; 4; 5\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 109. Số điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ trên đường tròn lượng giác là

A. 6.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Mỗi họ nghiệm có hai điểm biểu diễn và điểm biểu diễn của họ này không trùng với điểm biểu diễn nghiệm thuộc họ còn lại nên có tất cả 4 điểm biểu diễn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 110. Bạn Trang có 10 đôi tất khác nhau. Sáng nay, trong tâm trạng vội vã đi thi, Trang đã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất. Tính xác suất để trong 4 chiếc tất lấy ra có ít nhất một đôi tất.

A. $\frac{6}{19}$.

B. $\frac{99}{323}$.

C. $\frac{224}{323}$.

D. $\frac{11}{969}$.

Lời giải.

Số cách lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất trong số 10 đôi tất khác nhau là C_{20}^4 .

Số cách chọn có ít nhất 1 đôi tất là $10 \times 18 \times 8 + C_{10}^2$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{10 \times 18 \times 8 + C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{99}{323}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 111. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{\sin 2x + 2}{1 - \cos x}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\mathcal{D} = \{k2\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$1 - \cos x > 0 \Leftrightarrow \cos x < 1 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 112. Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sqrt{3} \sin x &= \cos \left(\frac{3\pi}{2} - 2x \right) \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -\sin 2x \\ \Leftrightarrow \sin x (2 \cos x + \sqrt{3}) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Bởi vậy, trên $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi \right)$, phương trình chỉ có một nghiệm $x = -\frac{7\pi}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 113. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $-\frac{\pi}{3}$.

B. $-\frac{\pi}{6}$.

C. $-\frac{5\pi}{6}$.

D. $-\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 114. Tìm m để phương trình $3 \sin(-x) + 4 \cos x + 1 = m$ có nghiệm.

A. $m \in [-4; 6]$.

B. $m \in [-6; 8]$.

C. $m \in [2; 8]$.

D. $m \in [0; 6]$.

Lời giải.

PT $\Leftrightarrow -3 \sin x + 4 \cos x + 1 - m = 0$. Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $(-3)^2 + 4^2 \geq (1 - m)^2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 24 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 115. Với mỗi cặp $(a; b)$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta đặt $M(a; b)$ là giá trị lớn nhất của $f(x) = |\cos x + a \cos 2x + b \cos 3x|$. Gọi $M = \min_{a, b \in \mathbb{R}} M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M \in \left(0; \frac{1}{2} \right)$.

B. $M \in \left(\frac{1}{2}; 1 \right)$.

C. $M \in \left(1; \frac{3}{2} \right)$.

D. $M \in \left(\frac{3}{2}; 2 \right)$.

Lời giải.

$$\max f(x) \geq \max \left\{ f\left(\frac{\pi}{3}\right); f\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right\} = \max \left\{ \left| \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{a}{2} \right|; \left| -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{a}{2} \right| \right\} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Mặt khác xét $g(x) = \cos x - \frac{1}{6} \cos 3x$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow -\sin x + \frac{1}{2} \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 4 \sin^3 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}.$$

$$g(k\pi) = \frac{5}{6}, g\left(\pm \frac{\pi}{6} + k\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy } \max g(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ hay } M \leq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Như vậy ta có $M = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 116. Hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ có tập giá trị là $T = [a; b]$. Giá trị của $b - a$ là

A. 4.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$y' = \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x.$$

Do $0 \leq \sin^2 2x \leq 1$ nên $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$, hay $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$. Vậy $b - a = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 117. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + |\sin x + \cos x| = 1$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ bằng bao nhiêu?

A. 2π .

B. 4π .

C. 3π .

D. π .

Lời giải.

Đặt $t = |\sin x + \cos x| = \left| \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$. Điều kiện $0 \leq t \leq \sqrt{2}$.

Khi đó $t^2 = 1 + 2\sin x \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$.

Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} \frac{t^2 - 1}{2} + t &= 1 \\ \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ ta nhận $t = 1$.

Với $t = 1$ ta được

$$\begin{aligned} & \left| \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| = 1 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + l2\pi, l \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + m2\pi, m \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + n2\pi, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi, l \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{2} + m2\pi, m \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + n2\pi, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $x \in (0; 2\pi)$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}\right\}$.

Do đó tổng các nghiệm của phương trình bằng 3π .

Chọn đáp án **C** □

Câu 118. Với giá trị lớn nhất của a bằng bao nhiêu để phương trình $a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2$ có nghiệm?

- A. 2. B. $\frac{11}{3}$. C. 4. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2 &\Leftrightarrow \frac{a(1 - \cos 2x)}{2} + 2 \sin 2x + \frac{3a(1 + \cos 2x)}{2} = 2 \\ &\Leftrightarrow a \cos 2x + 2 \sin 2x = 2 - 2a \quad (1) \end{aligned}$$

Phương trình (1) có nghiệm khi $(2 - 2a)^2 \leq a^2 + 2^2 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 119. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = \cos x + \tan x$. C. $y = 3 \cos x$. D. $y = \cos x + x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = 3 \cos x$. Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ là tập đối xứng. Hơn nữa $3 \cos x = 3 \cos(-x) \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = 3 \cos x$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 120. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$?

- A. $\cos x = -1$. B. $\cos x = 1$. C. $\tan x = 0$. D. $\cot x = 1$.

Lời giải.

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 121. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan 2x$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 122. Chọn phát biểu **đúng**.

- A. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số lẻ.
B. Các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \cot x$ đều là hàm số chẵn.
C. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số lẻ.
D. Các hàm số $y = \sin x, y = \cot x, y = \tan x$ đều là hàm số chẵn.

Câu 123. Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x + 1$ là đoạn $[a; b]$. Tính tổng $T = a + b$.

- A. $T = 0$. B. $T = 1$. C. $T = 2$. D. $T = 3$.

Câu 124. Nghiệm của phương trình $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 125. Phương trình $\cos 2x + 4 \sin x + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 126. Nghiệm của phương trình $\frac{\cos 2x + 3 \sin x - 2}{\cos x} = 0$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 127. Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

A. $x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = k\frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 128. Giải phương trình $2 \cos \frac{x}{2} = \sqrt{3}$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có $2 \cos \frac{x}{2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 129. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải.

ĐK $2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 130. Gọi α là nghiệm lớn nhất thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình

$$3 \cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = 2 \sin x \cdot \sin 2x.$$

Giá trị $\sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$ là

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}.$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
3 \cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 &= 2 \sin x \cdot \sin 2x \\
\Leftrightarrow 3 \cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 &= -(\cos 3x - \cos x) \\
\Leftrightarrow 2 \cos x + \cos 2x + 1 &= 0 \\
\Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 2 \cos x &= 0 \\
\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = -1. \end{cases}
\end{aligned}$$

Dùng đường tròn lượng giác suy ra nghiệm lớn nhất thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là $\alpha = \frac{3\pi}{2}$.

Suy ra $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 131. Tổng các giá trị nguyên của hàm số $y = \frac{3 \sin x - \cos x - 4}{2 \sin x + \cos x - 3}$ là

A. 8. B. 5. C. 6. D. 9.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
y &= \frac{3 \sin x - \cos x - 4}{2 \sin x + \cos x - 3} \\
\Leftrightarrow 2y \sin x + y \cos x - 3y &= 3 \sin x - \cos x - 4 \\
\Leftrightarrow (2y - 3) \sin x + (y + 1) \cos x &= 3y - 4
\end{aligned}$$

Để có giá trị của y thì phương trình trên phải có nghiệm

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow (2y - 3)^2 + (y + 1)^2 &\geq (3y - 4)^2 \\
\Leftrightarrow 4y^2 - 14y + 6 &\leq 0 \\
\Leftrightarrow \frac{1}{2} &\leq y \leq 3
\end{aligned}$$

Do $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{1; 2; 3\}$

Vậy tổng giá trị của y là $0 + 1 + 2 + 3 = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 132. Tìm số đo góc của một tam giác cân biết rằng có số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

A. $\left\{\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$. B. $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$.

C. $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}, \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}, \left\{\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right\}$.

Lời giải.

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi.$$

Vì x là số đo của một góc trong tam giác nên $0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 133. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin 2x - \cos 2x + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m} - m = 0$ có nghiệm thực?

A. 3.

B. 9.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\begin{aligned} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1 + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m} - m &= 0 \\ \Leftrightarrow 1 + \sin 2x + |\sin x + \cos x| &= 2 \cos^2 x + \sqrt{2 \cos^2 x + m} + m \\ \Leftrightarrow |\sin x + \cos x|^2 + |\sin x + \cos x| &= \left(\sqrt{2 \cos^2 x + m}\right)^2 + \sqrt{2 \cos^2 x + m} \\ \Leftrightarrow \left(|\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m}\right) \left(|\sin x + \cos x| + \sqrt{2 \cos^2 x + m} + 1\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow |\sin x + \cos x| &= \sqrt{2 \cos^2 x + m} \\ \Leftrightarrow 1 + \sin 2x &= 2 \cos^2 x + m \\ \Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x &= m \quad (*). \end{aligned}$$

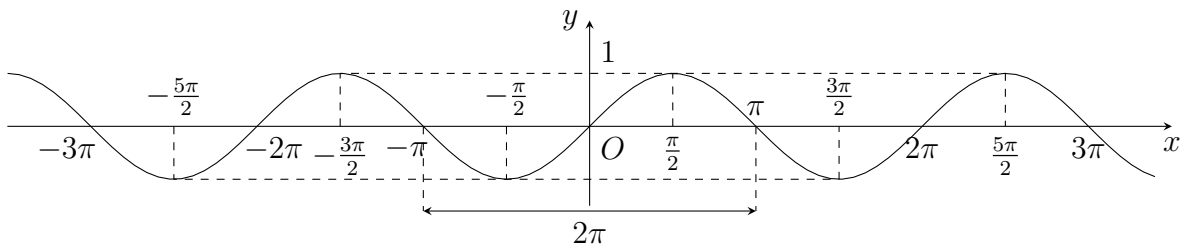
Để (*) có nghiệm thì $1^2 + (-1)^2 \geq m^2 \Leftrightarrow m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 134. Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$ như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số $y = \sin x$ tăng trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
- B. Hàm số $y = \sin x$ giảm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.
- C. Hàm số $y = \sin x$ giảm trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$.
- D. Hàm số $y = \sin x$ tăng trên khoảng $(0; \pi)$.

Lời giải.

- Hàm số $y = \sin x$ tăng trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và giảm trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
- Vậy trên khoảng $(0; \pi)$, hàm số $y = \sin x$ vừa tăng vừa giảm nên khẳng định hàm số $y = \sin x$ tăng trên khoảng $(0; \pi)$ là khẳng định **sai**.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 135. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.
- B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 136. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi.$

B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi.$

D. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Lời giải.

Do $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 137. Giải phương trình $\cos 2x + 5 \sin x - 4 = 0.$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi.$

C. $x = k2\pi.$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Lời giải.

$\cos 2x + 5 \sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x + 5 \sin x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow -2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{3}{2} \text{ (vô nghiệm)} \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 138. Giải phương trình $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x.$

A. $x = \frac{k\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{k\pi}{7}; k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $\frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 4x) = \cos 4x$

$\Leftrightarrow \cos 6x = \cos 4x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 4x + k2\pi \\ 6x = -4x + k2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{5}; (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 139. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$ trên đoạn $[0; 2\pi].$

A. $\frac{5\pi}{3}.$

B. $\frac{11\pi}{6}.$

C. $\frac{\pi}{6}.$

D. $\frac{3\pi}{2}.$

Lời giải.

Ta có

$$\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}; \frac{3\pi}{2} \in [0; 2\pi].$$

Vậy tổng các nghiệm là $\frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 140. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt{3}\sin x + \cos x = m$ có nghiệm.

- A. $\begin{cases} m \geq 2, \\ m \leq -2. \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \geq 1, \\ m \leq -1. \end{cases}$ C. $-2 \leq m \leq 2.$ D. $-1 \leq m \leq 1.$

Lời giải.

Điều kiện có nghiệm là $m^2 \leq (\sqrt{3})^2 + 1^2 = 4$. Vậy, $-2 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 141. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. Từ đó, ta tìm được nghiệm là

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 142. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)\sin x + 2 - m = 0$ có nghiệm.

- A. $m \leq -1.$ B. $m \geq \frac{1}{2}.$ C. $-1 < m \leq \frac{1}{2}.$ D. $m > -1.$

Lời giải.

Với $m = -1$ thì phương trình vô nghiệm.

Xét trường hợp $m \neq -1$: Để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} (m+1)^2 &\geq (2-m)^2 \\ \Leftrightarrow 6m &\geq 3 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 143. Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{x}{3} + k\pi.$ B. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$ C. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi.$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi.$

Lời giải.

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 144. Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

$4\cos^2 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Do $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ nên phương trình có bốn nghiệm $x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{6}$ (1).

$2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. Do $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ nên phương trình có hai nghiệm $x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{6}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ có hai nghiệm chung là $x = -\frac{\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 145. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m - 1$ có nghiệm.

A. $m \leq 2$.B. $1 < m < 2$.C. $m \geq 1$.D. $1 \leq m \leq 2$.**Lời giải.**

Ta có $\cos^2 x = m - 1 \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} = m - 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 2m - 3$.

Vì $-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2m - 3 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 146. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sin x}{\tan x - 1}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z} \right\}$.B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z} \right\}$.C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.**Lời giải.**

Biểu thức $\frac{\sin x}{\tan x - 1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + n\pi \end{cases}; m, n \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 147. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left| \sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right|$.

A. $\sqrt{2} - 1$.B. $2\sqrt{2} + 1$.C. $\sqrt{2} + 1$.D. $2\sqrt{2} - 1$.**Lời giải.**

Đặt $t = \sin x + \cos x$, $t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ và $\sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$. Ta có

$$\begin{aligned} y &= \left| \sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right| \\ &= \left| \frac{(\sin x + \cos x) \sin x \cos x + 1 + \sin x + \cos x}{\sin x \cos x} \right| \\ &= \left| t - 1 + \frac{2}{t - 1} + 1 \right|. \end{aligned}$$

Với $t - 1 > 0$ áp dụng BĐT Cô-si (AM-GM) ta có $y \geq 2\sqrt{2} + 1$.

Với $t - 1 < 0$ áp dụng BĐT Cô-si ta có $1 - t + \frac{2}{1 - t} \geq 2\sqrt{2}$ nên $y \leq 1 - 2\sqrt{2}$.

Từ đó $y \geq 2\sqrt{2} - 1$.

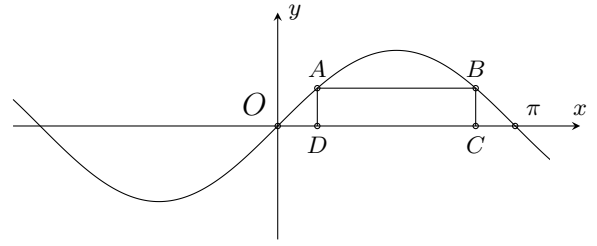
Đẳng thức xảy ra khi $t = 1 - 2\sqrt{2}$, hay $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ nên tồn tại x .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 148.

Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$, các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Tính độ dài đoạn BC .

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Từ $y_B = y_A$ ta có $\sin x_C = \sin x_D$, suy ra $x_C + x_D = \pi$ (bù nhau).

Mà $x_C - x_D = CD = \frac{2\pi}{3}$. Nên ta có $x_C = \frac{5\pi}{6}$ và $x_D = \frac{\pi}{6}$.

Vậy $BC = y_B = \sin x_C = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 149. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 150. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x - 2$.

- A. $[-2; \sqrt{3}]$. B. $[-\sqrt{3} - 3; \sqrt{3} - 1]$. C. $[-4; 0]$. D. $[-2; 0]$.

Câu 151. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm.

- A. $m > 4$. B. $m < -4$. C. $|m| \geq 4$. D. $-4 < m < 4$.

Câu 152. Có bao nhiêu cách chia 8 đồ vật khác nhau cho 3 người sao cho có một người được 2 đồ vật và hai người còn lại mỗi người được 3 đồ vật?

- A. $3!C_8^2C_6^3$. B. $C_8^2C_6^3$. C. $A_8^2A_6^3$. D. $3C_8^2C_6^3$.

Câu 153. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\cos x - 1} + 1 - \cos^2 x$ là

- A. $\mathcal{D} = \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathcal{D} = \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathcal{D} = \{0\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $\cos x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \cos x \geq 1 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2k\pi$. Vậy $\mathcal{D} = \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 154. Phương trình $2 \sin^2 2x - 5 \sin 2x + 2 = 0$ có hai họ nghiệm dạng $x = \alpha + k\pi$, $x = \beta + k\pi$ ($0 < \alpha, \beta < \pi$). Tính $T = \alpha \cdot \beta$.

- A. $T = -\frac{5\pi^2}{144}$. B. $T = \frac{5\pi^2}{36}$. C. $T = -\frac{5\pi^2}{36}$. D. $T = \frac{5\pi^2}{144}$.

Lời giải.

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 2 \text{ (loại)} \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$$

Do đó $T = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{5\pi}{12} = \frac{5\pi^2}{36}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 155. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^2 x + \sin x + 1$ bằng

- A. 2. B. $\frac{11}{4}$. C. 1. D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Ta có $y = -\sin^2 x + \sin x + 2 = -\left(\sin x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \leq \frac{9}{4}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 156. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình

$$\sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0.$$

- A. $\frac{105}{2}\pi$. B. $\frac{105}{4}\pi$. C. $\frac{297\pi}{4}$. D. $\frac{299\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta có: $\sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

$x \in [0; 10\pi] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} + \pi; \frac{3\pi}{4} + 2\pi; \frac{3\pi}{4} + 3\pi; \dots; \frac{3\pi}{4} + 9\pi \right\}$.

Vậy $S = \frac{3\pi}{4} + \left(\frac{3\pi}{4} + \pi\right) + \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi\right) + \dots + \left(\frac{3\pi}{4} + 9\pi\right) = 10 \cdot \frac{3\pi}{4} + (1 + 2 + \dots + 9)\pi = \frac{105}{2}\pi$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 157. Phương trình $\cot 3x = \cot x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $(0; 10\pi]$?

- A. 9. B. 20. C. 19. D. 10.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq m\pi$ và $x \neq m\frac{\pi}{3}, m \in \mathbb{Z}$.

$\cot 3x = \cot x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	$\frac{7\pi}{2}$	4π	$\frac{9\pi}{2}$	5π	$\frac{11\pi}{2}$	6π	$\frac{13\pi}{2}$	7π	$\frac{15\pi}{2}$	8π	$\frac{17\pi}{2}$	9π	$\frac{19\pi}{2}$	10π
		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1

Như vậy ta có 10 nghiệm thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 158. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây:

- A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
 C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
 D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cot x$ không xác định tại các điểm $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$ nên tính chất “nghịch biến trên $\mathbb{R}$ ” không thể xảy ra.

Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$ mới là đúng.

Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$ mới là đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 159. Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là

- A. $x = \pi$. B. $x = \frac{11\pi}{12}$. C. $x = \frac{2\pi}{3}$. D. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi] \text{ nên } x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 160. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x}{2\sin x - \cos x + 3}$ lần lượt là

- A. -1 và $\frac{1}{2}$. B. -1 và 2 . C. $-\frac{1}{2}$ và 1 . D. 1 và 2 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{\sin x + \cos x}{2\sin x - \cos x + 3} \Leftrightarrow (2y - 1)\sin x + (-y - 1)\cos x = -3y \quad (*).$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow (2y - 1)^2 + (y + 1)^2 \geq 9y^2 \Leftrightarrow 2y^2 + y - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số lần lượt là } \min y = -1 \text{ và } \max y = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 161. Phương trình $\cos 2x \sin 5x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$?

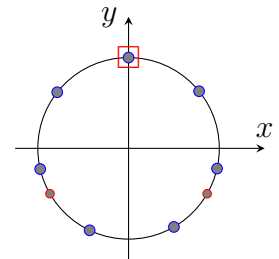
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\cos 2x \sin 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 5x \cos 2x = -1 \Leftrightarrow \sin 3x + \sin 7x = -2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = -1 \\ \sin 7x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 7x = -\frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{14} + l\frac{2\pi}{7} \end{cases}$$



Các nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của họ $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ gồm có: $-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$.

Các nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của họ $x = -\frac{\pi}{14} + l\frac{2\pi}{7}$ gồm có: $-\frac{5\pi}{14}, -\frac{\pi}{14}, \frac{3\pi}{14}, \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{14}, \frac{15\pi}{14}, \frac{19\pi}{14}, \frac{23\pi}{14}, \frac{27\pi}{14}$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ là $x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 162. Tính tổng tất cả T các nghiệm thuộc đoạn $[0; 200\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 3\cos x - 4 = 0$.

- A. $T = 10000\pi$. B. $T = 5100\pi$. C. $T = 10100\pi$. D. $T = 5151\pi$.

Lời giải.

Biến đổi phương trình về:

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{5}{3} \text{ (Loại vì } \cos x \in [-1; 1]) \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Do } 0 \leq \pi + 2k\pi \leq 200\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{199}{2}, \text{ từ đó } k \in \{0, \dots, 99\}.$$

$$\text{Vậy } T = \sum_{k=0}^{99} (\pi + 2k\pi) = 100\pi + 2\pi(0 + 1 + 2 + \dots + 99) = 100\pi + 2 \cdot \frac{(99+0) \cdot 100}{2} \pi = 10000\pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 163. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 164. Tổng 2 nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất của phương trình $\cos 4x + \frac{1}{2} = 0$ là

A. $\frac{5\pi}{6}.$

B. $\frac{\pi}{6}.$

C. $\frac{7\pi}{6}.$

D. $\frac{\pi}{2}.$

Lời giải.

$$\text{Xét } \cos 4x + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Khi đó 2 nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất của phương trình là } \frac{\pi}{6} \text{ và } \frac{\pi}{3} \Rightarrow S = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 165. Nghiệm của phương trình $2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi; x = \frac{7\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = k\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{24} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2 \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 &\Leftrightarrow \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 166. Từ phương trình $(1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ ta tìm được $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}.$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải.

Ta có $(1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$

$$\Leftrightarrow -(\sin x - \cos x)^2 + (1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) - \sqrt{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 1 \\ \sin x - \cos x = \sqrt{5} \text{ (vô nghiệm vì } \sqrt{5} > \sqrt{2}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin x - \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 167. Họ nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 168. Tìm số điểm phân biệt biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin^2 2x - \cos 2x + 1 = 0$ trên đường tròn lượng giác.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\sin^2 2x - \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - \cos^2 2x - \cos 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\cos^2 2x - \cos 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Từ đó suy ra có 2 điểm phân biệt biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

Chọn đáp án **A** □

Câu 169. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x - 1 = 0 (*)$. Bằng cách đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$) thì phương trình (*) trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $-2t^2 + t - 2 = 0.$

B. $t^2 + t - 2 = 0.$

C. $-2t^2 + t = 0.$

D. $-t^2 + t = 0.$

Lời giải.

Do $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2t^2$, nên ta có phương trình $1 - 2t^2 + t - 1 = 0 \Leftrightarrow -2t^2 + t = 0.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 170. Xét bốn mệnh đề sau:

(1). Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

(2). Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

(3). Hàm số $y = \tan x$ có tập giá trị là $\mathbb{R}$

(4). Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}.$

Tìm số phát biểu đúng.

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 171. Phương trình lượng giác $2\cos x + \sqrt{2} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

Câu 172. Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$ trên $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. $\frac{7\pi}{6}$. B. $\frac{7\pi}{3}$. C. $\frac{7\pi}{2}$. D. 2π .

Lời giải.

$$2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3 \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\forall x \in \left(0; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\pi \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k \leq \frac{7}{3}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}.$$

$$\text{Khi đó các nghiệm của phương trình trên } \left(0; \frac{5\pi}{2}\right] \text{ là } x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{6}, x = \frac{13\pi}{6}.$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm trên } \left(0; \frac{5\pi}{2}\right] \text{ bằng } \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{13\pi}{6} = \frac{7\pi}{2}.$$

Chọn đáp án 

□

Câu 173. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của a để phương trình $a\sin^2 x + 2\sin 2x + 3a\cos^2 x = 2$ có nghiệm.

A. $a = 3$. B. $a = 2$. C. $a = 1$. D. $a = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$a\sin^2 x + 2\sin 2x + 3a\cos^2 x = 2$$

$$\Leftrightarrow a \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} x + 2\sin 2x + 3a \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow 2\sin 2x + a\cos 2x = 2 - 2a \quad (1).$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$2^2 + a^2 \geq (2 - 2a)^2 \Leftrightarrow 3a^2 - 8a \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{8}{3}.$$

Do đó, giá trị nguyên lớn nhất của a để phương trình $a\sin^2 x + 2\sin 2x + 3a\cos^2 x = 2$ có nghiệm là $a = 2$.

Chọn đáp án 

□

Câu 174. Biểu diễn nghiệm của phương trình

$$4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \sin 4x (\sqrt{3} - 1 - \tan 2x \tan x) = 3$$

trên đường tròn lượng giác. Số điểm biểu diễn là

A. 10. B. 8. C. 12. D. 6.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & 4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \sin 4x (\sqrt{3} - 1 - \tan 2x \tan x) = 3 \\
 \Leftrightarrow & 4\left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) + 2 \sin 2x \cos 2x \left(\sqrt{3} - 1 - \frac{\sin 2x \sin x}{\cos 2x \cos x}\right) = 3 \\
 \Leftrightarrow & \cos 4x + (\sqrt{3} - 1) \sin 4x + \sin 4x = 2 \sin 2x \\
 \Leftrightarrow & \cos 4x + \sqrt{3} \sin 4x = 2 \sin 2x \\
 \Leftrightarrow & \sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin 2x \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Biểu diễn nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác ta thấy có 8 điểm biểu diễn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 175. Cho phương trình $(1 + \cos x)(\cos 4x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

A. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

B. $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

C. $m \in (-1; 1)$.

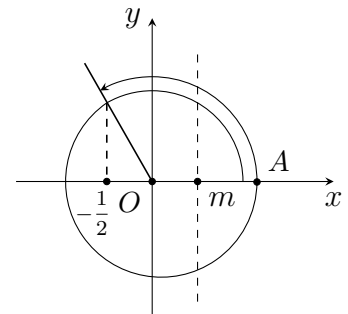
D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned}
 & (1 + \cos x)(\cos 4x - m \cos x) = m(1 - \cos x)(1 + \cos x) \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 1 + \cos x = 0 \\ \cos 4x - m \cos x = m - m \cos x \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \cos 4x = m \quad \left(\text{do } 1 + \cos x > 0, \forall x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]\right)
 \end{aligned}$$

Do $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ nên $4x \in \left[0; \frac{8\pi}{3}\right]$. Hình vẽ bên biểu diễn cung lượng giác có số đo $\frac{8\pi}{3}$. Phương trình đã cho có hai nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $x = m$ cắt cung lượng giác đó tại 3 điểm. Vậy $-\frac{1}{2} \leq m < 1$.



Chọn đáp án **(D)** □

Câu 176. Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

D. $x = \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 177. Phương trình $(1 + \cos 4x) \sin 2x = 3 \cos^2 2x$ có tổng số nghiệm trong đoạn $[0; \pi]$ là

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{3\pi}{2}$.

C. π .

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có:

$$(1 + \cos 4x) \sin 2x = 3 \cos^2 2x \Leftrightarrow 2 \cos^2 2x \sin 2x = 3 \cos^2 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin 2x = \frac{3}{2} \text{ (Loại)}. \end{cases}$$

Do $x \in [0; \pi]$ nên $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right\}$ nên tổng các nghiệm là π .

Chọn đáp án **C** □

Câu 178. Giá trị m để phương trình $\cos 2x - (2m + 1) \cos x + m + 1 = 0$ có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$ là

A. $0 \leq m < 1$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $0 < m \leq 1$.

D. $-1 \leq m < 0$.

Lời giải.

$$\cos 2x - (2m + 1) \cos x + m + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - (2m + 1) \cos x + m = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - m)(2 \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow m = \cos x \text{ vì } \cos x < 0 \ \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right).$$

Xét hàm số $y = \cos x$ trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$, ta có:

$$y' = -\sin x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y'		0	
y	0	-1	0

Nhìn vào bảng biến thiên ta được $-1 \leq m < 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 179. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{4 \sin x + m} + \sin x = \sqrt[3]{\sin^3 x + 4 \sin x + m - 8} + 2$ có nghiệm thực?

A. 18.

B. 20.

C. 21.

D. 22.

Lời giải.

Đặt $a = \sqrt[3]{4 \sin x + m}$ và $b = \sqrt[3]{\sin^3 x + 4 \sin x + m - 8}$.

Khi đó: $a^3 + \sin^3 x = b^3 + 8$ và

$$a + \sin x = b + 2 \Leftrightarrow (a + \sin x)^3 = (b + 2)^3$$

$$\Leftrightarrow a^3 + \sin^3 x + 3a \sin x(a + \sin x) = b^3 + 8 + 3 \cdot b \cdot 2(b + 2)$$

$$\Leftrightarrow (a + \sin x)(a \sin x - 2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + \sin x = 0 \\ a \sin x - 2b = 0. \end{cases}$$

TH 1. $a + \sin x = 0 \Leftrightarrow m = -\sin^3 x - 4 \sin x$.

Do $\sin x \in [-1; 1]$ nên $-\sin^3 x - 4 \sin x \in [-5; 5]$ hay phương trình có nghiệm khi $m \in [-5; 5]$.

TH 2. $a \sin x - 2b = 0 \Leftrightarrow \sin^3 x (4 \sin x + m) = 8(\sin^3 x + 4 \sin x + m - 8)$

$$\Leftrightarrow (8 - \sin^3 x) m = 4 \sin^4 x - 8 \sin^3 x - 32 \sin x + 64 \Leftrightarrow (8 - \sin^3 x) m = 4(\sin x - 2)(\sin^3 - 8)$$

$$\Leftrightarrow m = 8 - 4 \sin x.$$

Do $\sin x \in [-1; 1]$ nên $(8 - 4 \sin x) \in [4; 12]$ hay phương trình có nghiệm khi $m \in [4; 12]$.

Từ hai trường hợp ta thu được $m \in [-5; 12]$ hay có 18 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 180. Số giá trị nguyên của m để phương trình $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

Xét phương trình $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$. (1)

$$(1) \Leftrightarrow (\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 & (2) \\ 4 \cos 2x - m \cos x = m(1 - \cos x). & (3) \end{cases}$$

Ta có $(2) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow (2)$ không có nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

$$(3) \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{m}{4}.$$

Vì $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ nên $2x \in \left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$.

Phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Leftrightarrow (3)$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Leftrightarrow -1 < \frac{m}{4} \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -4 < m \leq -2$. Do m là số nguyên nên $m \in \{-3; -2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 181. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x}$ là

$$\text{A. } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\text{B. } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$\text{C. } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

$$\text{D. } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 182. Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t \leq 24$) cho bởi công thức $h = 2 \sin\left(\frac{3\pi t}{14}\right) \left(1 - 4 \sin^2\left(\frac{\pi t}{14}\right)\right) + 12$. Hỏi trong một ngày có bao nhiêu lần mực nước trong kênh đạt độ sâu 13 mét?

A. 5 lần.

B. 7 lần.

C. 11 lần.

D. 9 lần.

Câu 183. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ có đúng 2 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 184. Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x = \frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{N}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 185. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

A. $y = \sin 2x$.
 C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = 2(\sin x \cos x - x) - x^2 - \sin 2x$.
 D. $y = x^4 - 3x + 2$.

Câu 186. Phương trình $(2 \sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$?

A. 3029. B. 3028. C. 3026. D. 3027.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{cases} 2 \sin x - 1 = 0 \\ \sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}.$$

Dễ thấy trên mỗi chu kỳ sẽ có 3 nghiệm. Vậy trên đoạn $[0; 2018\pi]$ có tất cả $\frac{2018}{2} \times 3 = 3027$ nghiệm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 187. Tìm tập nghiệm của phương trình $2 \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{3} = 0$.

A. $\left\{ -\frac{7\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3}, \frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\left\{ \frac{7\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3}, -\frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $\left\{ \frac{7\pi}{36} + k2\pi, -\frac{13\pi}{36} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 3x + \frac{\pi}{4} = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{13\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 188. Cho phương trình $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3} \right]$ khi

A. $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$. B. $m \geq -1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $m > -1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x + m \cos x - m) = 0$$

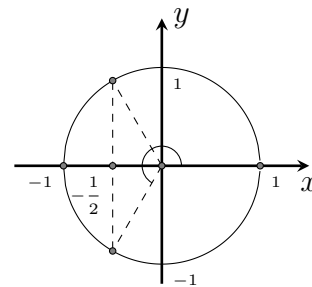
$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m) = 0$$

Trên đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ thì $\cos x + 1 > 0$.

Nên ta xét phương trình $\cos 2x - m = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = m$.

Do $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ nên $2x \in \left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$. Suy ra, quan sát đường tròn lượng giác ta thấy rằng để $\cos 2x = m$ có hai nghiệm $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right]$.

Chọn đáp án **(A)**



Câu 189. Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{5\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, \end{cases} k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)**

Câu 190. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 3x$.

B. $y = \cos x \tan 2x$.

C. $y = x \cos x$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$, $f(x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; l\pi\right\} k, l \in \mathbb{Z}$.

— $\forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \in \mathcal{D}$.

— $f(-x) = \frac{\tan(-x)}{\sin(-x)} = \frac{\tan x}{\sin x} = f(x)$.

Vậy $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án **(D)**

Câu 191. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{1 - \sin^2 x} + \sin 3x$.

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\text{TXĐ: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ 1 - \sin^2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

Câu 192. Giá trị lớn nhất của m để phương trình $\cos x + \sin^{2018} 5x + m = 0$ có nghiệm là

A. -1 .

B. 0 .

C. 1 .

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\cos x + \sin^{2018} 5x + m = 0 \Leftrightarrow \cos x + \sin^{2018} 5x = -m$ (1).

Từ $\cos x \geq -1, \sin^{2018} 5x \geq 0$, suy ra $\cos x + \sin^{2018} 5x \geq -1$.

$$\cos x + \sin^{2018} 5x = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, \text{ với } k \in \mathbb{R}.$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-m \geq -1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Vậy, giá trị lớn nhất của m để phương trình đã cho có nghiệm là $m = 1$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 193. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. $y = \cot x$. B. $y = -\tan x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \sin x$.

Câu 194. Phương trình $2\cos^2 x = 1$ có số nghiệm trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ là

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 195. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. Phương trình $\cos x = a$ có nghiệm với mọi số thực a .
 B. Phương trình $\tan x = a$ và phương trình $\cot x = a$ có nghiệm với mọi số thực a .
 C. Phương trình $\sin x = a$ có nghiệm với mọi số thực a .
 D. Cả ba đáp án trên đều sai.

Câu 196. Trong các hàm số sau hàm số nào tuần hoàn với chu kỳ π .

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = \tan 2x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \cot \frac{x}{2}$.

Câu 197. Tổng các nghiệm của phương trình $2 \cos 3x(2 \cos 2x + 1) = 1$ trên đoạn $[-4\pi; 6\pi]$ là

- A. 61π . B. 72π . C. 50π . D. 56π .

Lời giải.

$$\begin{aligned} 2 \cos 3x(2 \cos 2x + 1) = 1 &\Leftrightarrow 4 \cos 3x \cdot \cos 2x + 1 + 2 \cos 3x = 1 \\ &\Leftrightarrow 2 \cos x + 2 \cos 3x + 2 \cos 5x = 1 \\ &\Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos 3x \cdot \sin x + 2 \cos 5x \cdot \sin x = \sin x \\ &\Leftrightarrow \sin 2x + \sin 4x - \sin 2x + \sin 6x - \sin 4x = \sin x \\ &\Leftrightarrow \sin 6x = \sin x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = \pi + k2\pi \\ 6x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k2\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{7} + \frac{k2\pi}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

Sử dụng điều kiện $-4\pi \leq x \leq 6\pi$.

- Với $x = \frac{k2\pi}{5}$ ta được $-4\pi \leq \frac{k2\pi}{5} \leq 6\pi \Rightarrow -10 \leq k \leq 15$, suy ra các $k \in \{-10; -9; \dots; 14; 15\}$.

Tổng các nghiệm là 26π . (Bấm máy tính).

- Với $x = \frac{\pi}{7} + \frac{k2\pi}{7}$ ta được $-4\pi \leq \frac{\pi}{7} + \frac{k2\pi}{7} \leq 6\pi \Rightarrow -\frac{29}{2} \leq k \leq \frac{41}{2}$, suy ra các $k \in \{-14; -13; \dots; 19; 20\}$.

Tổng các nghiệm là 35π . (Bấm máy tính).

- Vậy tổng các nghiệm là 61π .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 198. Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ và $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.
 C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải.

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 199.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\tan x}{2 \cos x - 1}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 200.** Cho phương trình $m \sin x - \sqrt{3} \cos x = m + 1$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.

A. $m \geq 1$.

B. $m < 1$.

C. $m > 1$.

D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có nghiệm khi

$$m^2 + (-\sqrt{3})^2 \geq (m+1)^2 \Leftrightarrow m^2 + 3 \geq m^2 + 2m + 1 \Leftrightarrow 2m \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 201.** Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sin x \cos x = 1$ là

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

$$\sin^2 x + \sin x \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x - \cos x \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x - \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 202.** Cho phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 3x$. Gọi x_1 và x_2 lần lượt là nghiệm lớn nhất và nhỏ nhất của phương trình đã cho trong đoạn $[0; 2018\pi]$. Tính tổng $x_1 + x_2$.

A. $x_1 + x_2 = \frac{12109\pi}{6}$. B. $x_1 + x_2 = \frac{12111\pi}{6}$. C. $x_1 + x_2 = \frac{12107\pi}{6}$. D. $x_1 + x_2 = \frac{12103\pi}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 3x \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + l\frac{\pi}{2} \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}).$$

— Với $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$, ta có $0 \leq -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{12109}{6}$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1, 2, 3, \dots, 2018\}$.

— Với $x = \frac{\pi}{3} + l\frac{\pi}{2}$, ta có $0 \leq \frac{\pi}{3} + l\frac{\pi}{2} \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq l \leq \frac{12106}{3}$.

Vì $l \in \mathbb{Z}$ nên $l \in \{0, 1, 2, \dots, 4035\}$.

Suy ra $x_1 = \frac{\pi}{3}$, $x_2 = \frac{12107\pi}{6}$.

Vậy $x_1 + x_2 = \frac{\pi}{3} + \frac{12107\pi}{6} = \frac{12109\pi}{6}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 203. Tổng tất cả nghiệm của phương trình $3 \cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 4\pi]$ là

A. $\frac{15\pi}{2}$.

B. 6π .

C. $\frac{17\pi}{2}$.

D. 8π .

Lời giải.

Ta có $3 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}), \text{ với } \cos \alpha = \frac{1}{3} \text{ và } \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$

Vì $x \in [0; 4\pi]$ nên ta nhận các nghiệm $x = \alpha, x = 2\pi + \alpha, x = 2\pi - \alpha, x = 4\pi - \alpha$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn $[0; 4\pi]$ là 8π .

Chọn đáp án **D** □

Câu 204. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = \sin x$ là

A. $S = \left\{k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $S = \left\{k2\pi; \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{k2\pi; -\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $S = \{k2\pi; \pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án **B** □

Câu 205. Tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cos 2x + 9 \sin x - 7 = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $2 \cos 2x + 9 \sin x - 7 = 0 \Leftrightarrow -4 \sin^2 x + 9 \sin x - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{5}{4} \text{ (vô nghiệm)} \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 206. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = 3. \end{cases}$

— Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

— Với $\sin x = 3$ phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 207. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

A. 16145.

B. 20181.

C. 16144.

D. 20179.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sin 5x - \sin x = 0 &\Leftrightarrow \sin 5x = \sin x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = x + k2\pi \\ 5x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} & (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{6} + m\pi & (m \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{\pi}{6} + n\pi & (n \in \mathbb{Z}). \end{cases}\end{aligned}$$

$$\text{Vì } x \in [-2018\pi; 2018\pi] \text{ nên } \begin{cases} -2018\pi \leq k\frac{\pi}{2} \leq 2018\pi \\ -2018\pi \leq \frac{5\pi}{6} + m\pi \leq 2018\pi \\ -2018\pi \leq \frac{\pi}{6} + n\pi \leq 2018\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4036 \leq k \leq 4036 \\ -\frac{12113}{6} \leq m \leq \frac{12103}{6} \\ -\frac{12109}{6} \leq n \leq \frac{12107}{6} \end{cases}. \text{ Do đó}$$

có 8073 giá trị k , 4036 giá trị m , 4036 giá trị n , suy ra số nghiệm cần tìm là 16145 nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 208. Cho góc tù x thỏa mãn $14\cos^2 x + \sin 2x = 2$. Khi đó $\cos x$ bằng

A. $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.B. $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.C. $\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$.D. $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Lời giải.

$$14\cos^2 x + \sin 2x = 2 \Leftrightarrow 14 + 2\tan x = 2(1 + \tan^2 x) \Leftrightarrow \tan^2 x - \tan x - 6 = 0, \text{ góc } x > 90^\circ \text{ cho nên } \tan x = -2, \text{ suy ra } \cos x = -\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 209. Số nghiệm của phương trình $\cos^4 x - \cos 2x + 2018\sin^2 \frac{x}{3} = 0$ trong đoạn $[0; 16]$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos^4 x - \cos 2x + 2018\sin^2 \frac{x}{3} = 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{4}(1 + \cos 2x)^2 - \cos 2x + 2018\sin^2 \frac{x}{3} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4}(1 - \cos 2x)^2 + 2018\sin^2 \frac{x}{3} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \sin \frac{x}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m\pi \\ \frac{x}{3} = n\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3n \\ x = m\pi \end{cases}\end{aligned}$$

Theo giả thiết $0 \leq m\pi \leq 16 \Rightarrow m = 0, m = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 210. Phương trình $\tan x = \tan \varphi$ (hằng số $\varphi \in \mathbb{R}$) có nghiệm là

A. $x = \varphi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \varphi + k2\pi; x = \pi - \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \varphi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \varphi + k2\pi; x = -\varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Ta có $\tan x = \tan \varphi \Leftrightarrow x = \varphi + k\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 211. Phương trình $\cos x - \cos 2x - \cos 3x + 1 = 0$ có mấy nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\pi; 0)$?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có: $\cos x - \cos 2x - \cos 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 2\sin 2x \sin x = 0$

$$\Leftrightarrow 2\sin x (\sin x + \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin 2x = \sin(-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Xét trên nửa khoảng $[-\pi; 0)$, phương trình có nghiệm là $x = -\pi, x = -\frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 212. Cho phương trình: $\cos 2(x + \frac{\pi}{3}) + 4\cos(\frac{\pi}{6} - x) = \frac{5}{2}$ Khi đặt $t = \cos(\frac{\pi}{6} - x)$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $4t^2 - 8t + 3 = 0$.

B. $4t^2 - 8t - 3 = 0$.

C. $4t^2 + 8t - 5 = 0$.

D. $4t^2 - 8t + 5 = 0$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với:

$$\begin{aligned} -2\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 4\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \frac{5}{2} &= 0 \\ \Leftrightarrow -4\cos^2\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 8\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - 3 &= 0 \end{aligned}$$

nên nếu đặt $t = \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ phương trình trở thành $-4t^2 + 8t - 3 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 8t + 3 = 0$

Chọn đáp án **A** □

Câu 213. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

A. $S = \frac{11\pi}{6}$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = 5\pi$.

D. $S = \frac{7\pi}{6}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} (2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 &= 0 \Leftrightarrow (2\cos 2x + 5)(\sin^2 x - \cos^2 x) + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow -(2\cos 2x + 5)\cos 2x + 3 &= 0 \Leftrightarrow -2\cos^2(2x) - 5\cos 2x + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\} \end{aligned}$$

Do đó $S = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = 4\pi$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 214. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm?

A. $m \leq 1$.

B. $m \geq 1$.

C. $m \leq -1$.

D. $-1 \leq m \leq 1$.

Lời giải.

Phương trình $\sin x = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 215. Phương trình $4 \sin^2 2x - 3 \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 4 \sin^2 2x - 3 \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & 4 \sin^2 2x - 4 \sin 2x \cos 2x + \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & 4 \sin 2x (\sin 2x - \cos 2x) + \cos 2x (\sin 2x - \cos 2x) = 0 \\ \Leftrightarrow & (\sin 2x - \cos 2x) (4 \sin 2x + \cos 2x) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sin 2x - \cos 2x = 0 \\ 4 \sin 2x + \cos 2x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- Khi $\sin 2x - \cos 2x = 0$, dễ thấy $\cos 2x = 0$ không là nghiệm nên

$$\sin 2x - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \cos 2x \Leftrightarrow \tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Do $x \in (0; \pi)$ suy ra $k = 0; k = 1$.

- Khi $4 \sin 2x + \cos 2x = 0$, dễ thấy $\cos 2x = 0$ không là nghiệm nên

$$\begin{aligned} & 4 \sin 2x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 4 \sin 2x = -\cos 2x \\ \Leftrightarrow & \tan 2x = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow 2x = \arctan\left(-\frac{1}{4}\right) + k\pi \\ \Leftrightarrow & x = \frac{1}{2} \arctan\left(-\frac{1}{4}\right) + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Do $x \in (0; \pi)$ suy ra $k = 0; k = 1$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm thuộc $(0; \pi)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 216. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $2(m+1-\sin^2 x) - (4m+1)\cos x = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

A. $(0; +\infty)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right]$.

D. $\left[-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 2(m+1-\sin^2 x) - (4m+1)\cos x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2(m+\cos^2 x) - (4m+1)\cos x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^2 x - (4m+1)\cos x + 2m = 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \cos x$, $\forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow -1 \leq t < 0$.

Khi đó phương trình (1) trở thành

$$2t^2 - (4m + 1)t + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \text{ (loại)} \\ t = 2m. \end{cases}$$

Do đó, để phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ thì

$$-1 \leq 2m < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 217. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\cos^3 2x - 6\cos^2 x = m - 4$ có nghiệm là

A. $m \in [0; 1]$.

B. $m \in [-1; 0]$.

C. $m \in [0; 2]$.

D. $m \in [-1; 1]$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $m = 4\cos^3 2x - 3\cos 2x + 1 \Leftrightarrow m = \cos 6x + 1$.

Vì $\cos 6x$ nhận mọi giá trị trong đoạn $[-1; 1]$ nên phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $0 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 218. Phương trình $\cos x = 1$ có tập nghiệm là

A. $S = \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Ta có $\cos x = 1 \Leftrightarrow S = \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 219. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ có đúng hai nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

A. $0 \leq m < 1$.

B. $-1 < m \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq m < 1$.

Lời giải.

Ta có $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x \Leftrightarrow (1 + \cos x)(2\cos^2 x - 1 - m) = 0$.

Vì $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ nên $1 + \cos x \neq 0$. Đặt $t = \cos x$ ta có $t \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để phương trình $2t^2 - 1 = m$ có hai nghiệm trong $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Đặt $f(t) = 2t^2 - 1$ ta có bảng biến thiên sau:

t	$-\frac{1}{2}$	0	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$	-1	1

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(t) = m$ có hai nghiệm phân biệt trong $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ khi và chỉ khi $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 220. Cho phương trình $\frac{m \sin x + \cos x}{2 + \sin x + \cos x} = 1$. Tìm tất cả giá trị tham số m để phương trình có nghiệm.

A. $m \leq -1 \vee m \geq 3$. B. $m < -1 \vee m > 3$. C. $-1 \leq m \leq 3$. D. $-1 \leq m \vee m > 1$.

Lời giải.

Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{m \sin x + \cos x}{2 + \sin x + \cos x} &= 1 \\ \Leftrightarrow m \sin x + \cos x &= 2 + \sin x + \cos x \\ \Leftrightarrow (m - 1) \sin x &= 2. \quad (1) \end{aligned}$$

— Nếu $m = 1$ thì (1) vô nghiệm.

— Nếu $m \neq 1$ thì (1) viết lại $\sin x = \frac{2}{m - 1}$. (2)

Khi đó để phương trình ở đề bài có nghiệm thì (2) có nghiệm, khi đó

$$\left| \frac{2}{m - 1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow m \leq -1 \vee m \geq 3.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 221. Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình $(\sin x - 1)(2 \cos^2 x - (2m + 1) \cos x + m) = 0$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $(\sin x - 1)(2 \cos x - 1)(\cos x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = m \end{cases}$.

Với $x \in [0; 2\pi]$ thì $x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right\}$ và $\cos x = m$. Điều kiện cần để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm là $-1 \leq m \leq 1$.

+) $m = -1$. Ta có $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi \in [0; 2\pi]$ (thỏa mãn).

+) $m = 1$. Ta có: $\cos x = 1 \Rightarrow x \in \{0; 2\pi\}$ (loại).

+) $-1 < m < 1$. Khi đó trên đoạn $[0; 2\pi]$, phương trình $\cos x = m$ có hai nghiệm.

Do đó, để phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc $[0; 2\pi]$ thì phương trình $\cos x = m$ phải có một nghiệm thuộc tập $\left\{\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right\}$ và một nghiệm không thuộc tập này.

— Với $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow m = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right\}$ (thỏa mãn).

— Với $x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}\right\}$ (loại).

— Với $x = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left\{\frac{5\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right\}$ (loại).

Vậy có hai giá trị của m ($m = 0$ và $m = -1$) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 222. Hãy nêu tất cả các hàm số trong các hàm số $y = \sin x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$ thỏa mãn điều kiện đồng biến và nhận giá trị âm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

A. $y = \tan x$.

B. $y = \cos x, y = \cot x$.

C. $y = \tan x, y = \sin x$.

D. $y = \cos x, y = \tan x$.

Lời giải.

Ta thấy hàm số $y = \tan x$ và $y = \sin x$ thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 223. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

B. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

C. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ.

D. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Ta có $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$ và $\cos(-x) = \cos x$ nên $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Vậy khẳng định “Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ” là khẳng định **sai**.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 224. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là

A. 3.

B. 1.

C. -1.

D. -7.

Lời giải.

Áp dụng công thức góc nhân ba, ta có $y = \sin 3x$ do $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow 3x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Suy ra $y = \sin 3x \geq -1$, dấu “=” xảy ra khi $x = -\frac{\pi}{6}$. Vậy $\min_{x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]} y = -1$.

Lưu ý: Ta có thể dùng phương pháp đặt ẩn phụ: Đặt $t = \sin x$ để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 225. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$?

A. $y = \cos x$.

B. $y = x$.

C. $y = \sin x$.

D. $y = \tan x$.

Lời giải.

Ta có hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$ nên sẽ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 226. Trong các hàm số sau, hàm số nào làm hàm số chẵn?

A. $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

B. $y = |\sin x|$.

C. $y = 1 - \sin x$.

D. $y = \sin x + \cos x$.

Lời giải.

① Xét $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, có

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, do đó nếu $x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$.

Ta có $y(-x) = \cos\left(-x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$. Do đó $y(x) \neq y(-x)$ và $y(x) \neq -y(x) \Rightarrow y = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là hàm không chẵn, không lẻ.

② Xét $y = |\sin x|$, có

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, do đó nếu $x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$.

Ta có $y(-x) = |\sin(-x)| = |-\sin x| = |\sin x| = y(x)$. Do đó $y = |\sin x|$ là hàm chẵn.

③ Xét $y = 1 - \sin x$, có

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, do đó nếu $x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$.

Ta có $y(-x) = 1 - \sin(-x) = 1 + \sin x$. Do đó $y = 1 - \sin x$ là hàm không chẵn, không lẻ.

④ Xét $y = \sin x + \cos x$, có

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$, do đó nếu $x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$.

Ta có $y(-x) = \sin(-x) + \cos(-x) = -\sin x + \cos x$. Do đó $y = \sin x + \cos x$ là hàm không chẵn, không lẻ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 227. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x - 1}$ xác định khi

$$\sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 228. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sin x - \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$.

A. $\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$.

B. 1.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2 - \sqrt{6}}{2}$.

Lời giải.

Do $\sin x + \cos x + 2 = \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 2 \geq 2 - \sqrt{2}$ nên $\sin x + \cos x + 2 \neq 0$.

Gọi y_0 là một giá trị của hàm số đã cho. Khi đó, ta có

$$(y_0 - 1) \sin x + (y_0 + 1) \cos x = 1 - 2y_0 \Leftrightarrow \sin(x + \alpha) = \frac{1 - 2y_0}{\sqrt{2y_0^2 + 2}}.$$

Trong đó $\cos \alpha = \frac{y_0 - 1}{\sqrt{2y_0^2 + 2}}$, $\sin \alpha = \frac{y_0 + 1}{\sqrt{2y_0^2 + 2}}$.

Điều kiện cần và đủ để phương trình trên có nghiệm là

$$|1 - 2y_0| \leq \sqrt{2y_0^2 + 2} \Leftrightarrow 2y_0^2 - 4y_0 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{6}}{2} \leq y_0 \leq \frac{2 + \sqrt{6}}{2}.$$

Vậy $\min_{\mathbb{R}} y = \frac{2 - \sqrt{6}}{2}$.

Nhận xét Bài này tôi giải theo chương trình lớp 11 nên dùng ID lớp 11, ban đầu định sử dụng điều kiện có nghiệm của phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ nhưng trong đề cương bản 5.3 không có nên đành sử dụng ID: Bài 1 - Các hàm số lượng giác.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 229. Gọi m, n lần lượt là GTLN và GTNN của hàm số $y = -215 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 204 \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$.

Khi đó $m + n$ bằng

A. 2018.

B. 0.

C. 421.

D. -11.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y &= -215 \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) + 102\sqrt{2} (\sin x + \cos x) \\ &= \left(102\sqrt{2} - \frac{215}{2} \right) \sin x + \left(102\sqrt{2} - \frac{215\sqrt{3}}{2} \right) \cos x \end{aligned}$$

Suy ra $m + n = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 230. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm chẵn, ba hàm số còn lại là các hàm số lẻ.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 231. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h = 3 \cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) + 12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

- A. $t = 22(h)$. B. $t = 15(h)$. C. $t = 14(h)$. D. $t = 10(h)$.

Lời giải.

Ta có mực nước kênh cao nhất khi $\cos \left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = -2 + 12k, k \in \mathbb{Z}$.

Thời gian ngắn nhất ứng với $k = 0 \Rightarrow t = 10 (h)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 232. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ. B. Hàm số $y = \tan 2x - \sin x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. D. Hàm số $y = \tan x \cdot \sin x$ là hàm số lẻ.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = \tan 2x - \sin x$.

Hàm số xác định khi $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Với mọi $x \in \mathcal{D}$ thì $-x \in \mathcal{D}$ và $f(-x) = \tan(-2x) - \sin(-x) = -\tan 2x + \sin x = -f(x)$.

Do đó hàm số $y = \tan 2x - \sin x$ là hàm số lẻ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 233. Số các giá trị nguyên m để phương trình $\sqrt{4m-4} \cdot \sin x \cdot \cos x + \sqrt{m-2} \cdot \cos 2x = \sqrt{3m-9}$ có nghiệm là

- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} 4m-4 \geq 0 \\ m-2 \geq 0 \\ 3m-9 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \geq 2 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Phương trình tương đương với $\sqrt{m-1} \cdot \sin 2x + \sqrt{m-2} \cdot \cos 2x = \sqrt{3m-9}$.

Phương trình có nghiệm khi $(\sqrt{m-1})^2 + (\sqrt{m-2})^2 \geq (\sqrt{3m-9})^2 \Leftrightarrow m-1 + m-2 \geq 3m-9 \Leftrightarrow m \leq 6$.

Kết hợp với điều kiện đề bài, ta được $3 \leq m \leq 6$. Do m nguyên nên $m \in \{3; 4; 5; 6\}$. Vậy có tất cả 4 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 234. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải.

Hàm số $y = \tan 2x$ xác định khi $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 235. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

D. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq l2\pi \end{cases} (k, l \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy, tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$ là $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 236. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x - \cos x + 1$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$ là

A. $\min f(x) = -\frac{1}{8}.$ B. $\min f(x) = -\frac{1}{4}.$ C. $\min f(x) = \frac{1}{8}.$ D. $\min f(x) = \frac{1}{4}.$

Lời giải.

Ta có $f(x) = 2\cos^2 x - \cos x = 2\left(\cos x - \frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{16}\right) - \frac{1}{8} = 2\left(\cos x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} \geq -\frac{1}{8}.$

Mặt khác, $\cos x = \frac{1}{4}$ luôn có nghiệm thực x nên $\min f(x) = -\frac{1}{8}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 237. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{2017}{\sin x}$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}.$

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 238. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{3}\sin x}{\cos x + 2}$. Tính $M \cdot m$.

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. -1.

Lời giải.

Ta có

$$y = \frac{\sqrt{3}\sin x}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y(\cos x + 2) = \sqrt{3}\sin x \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x - y\cos x = 2y. \quad (1)$$

Chia cả hai vế của (1) cho $\sqrt{3+y^2}$ ta được

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+y^2}} \cdot \sin x - \frac{y}{\sqrt{3+y^2}} \cdot \cos x = \frac{2y}{\sqrt{3+y^2}}. \quad (2)$$

Đặt $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+y^2}}$ và $\sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{3+y^2}}$, từ (2) suy ra

$$\sin x \cos \alpha - \cos x \sin \alpha = \frac{2y}{\sqrt{3+y^2}} \Leftrightarrow \sin(x - \alpha) = \frac{2y}{\sqrt{3+y^2}}. \quad (3)$$

Từ (3) suy ra

$$\left| \frac{2y}{\sqrt{3+y^2}} \right| \leq 1 \Leftrightarrow 4y^2 \leq 3+y^2 \Leftrightarrow y^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1.$$

Cách khác: Điều kiện để phương trình (1) (ẩn x) luôn có nghiệm là

$$(\sqrt{3})^2 + (-y)^2 \geq (2y)^2 \Leftrightarrow 3y^2 \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1.$$

Do đó, $M = 1$ và $m = -1$. Vậy $M \cdot m = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 239. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải.

Điều kiện $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}.$

Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 240. Điều kiện xác định của hàm số $y = \tan 2x$ với $k \in \mathbb{Z}$ là

A. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi.$

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi.$

C. $x \neq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}.$

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$

Lời giải.

Điều kiện $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 241. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{1}{1 - \cos x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \{ (2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}.$

C. $\mathbb{R} \setminus \{ k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}.$

D. $\mathbb{R} \setminus \{ k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}.$

Lời giải.

Điều kiện: $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{ k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 242. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \cot x + \sin 5x + \cos x.$

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}.$

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{ 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \}.$

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Do đó $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 243. Cho các hàm số $y = \sin 2x, y = \cos x, y = \tan x, y = \cot x$. Có bao nhiêu hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

Ba hàm số $y = \sin 2x; y = \tan x$ và $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 244. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là

A. $\sqrt{2}$ và 2.

B. $4\sqrt{2}$ và 8.

C. 2 và 4.

D. $4\sqrt{2} - 1$ và 7.

Lời giải.

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $4\sqrt{-1+3} - 1 \leq y \leq 4\sqrt{1+3} - 1 \Leftrightarrow 4\sqrt{2} - 1 \leq y \leq 7$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 245. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(0; \frac{\pi}{2}); (\frac{\pi}{2}; \pi)$.

B. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên $(\pi; 2\pi)$.

C. Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên $(0; \pi)$.

D. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên $[0; \pi]$.

Lời giải.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(0; \frac{\pi}{2}); (\frac{\pi}{2}; \pi)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 246. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

A. $x \neq k\pi$.

B. $x \neq \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$.

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 247. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{\sin x - 2\cos x - 3}{2\sin x + \cos x - 4}$.

A. 2.

B. 3.

C. $\frac{9}{11}$.

D. $\frac{2}{11}$.

Lời giải.

Biểu thức $2\sin x + \cos x - 4 \neq 0$ vì $2^2 + 1^2 < (-4)^2$.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sin x - 2\cos x - 3}{2\sin x + \cos x - 4} \\ \Leftrightarrow P(2\sin x + \cos x - 4) &= \sin x - 2\cos x - 3 \\ \Leftrightarrow 2P\sin x + P\cos x - 4P &= \sin x - 2\cos x - 3 \\ \Leftrightarrow 2P\sin x + P\cos x - 4P - \sin x + 2\cos x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (2P - 1)\sin x + (P + 2)\cos x + 3 - 4P &= 0. \end{aligned} \quad (*)$$

Biểu thức P có giá trị khi phương trình (*) có nghiệm, tức là

$$(2P - 1)^2 + (P + 2)^2 \geq (3 - 4P)^2 \Leftrightarrow 11P^2 - 24P + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq P \leq 2.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 2 khi $3 \sin x + 4 \cos x = 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 248. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{6 - 3 \sin x}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $(-\infty; 2]$. C. $\mathbb{R}$. D. $[2; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $6 - 3 \sin x \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \leq 2 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 249. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

- A. $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π . B. $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.
C. $y = \cos x$ là hàm số chẵn. D. $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 250. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{1}{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}$ xác định khi và chỉ khi:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{2} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq (1+2k)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 251. Tìm tập giá trị của hàm số $y = 2 \cos 3x + 1$.

- A. $[-3; 1]$. B. $[-3; -1]$. C. $[-1; 3]$. D. $[1; 3]$.

Lời giải.

$\forall x \in \mathbb{R}$ ta có

$$\begin{aligned} -1 &\leq \cos 3x \leq 1 \\ \Leftrightarrow -2 &\leq 2 \cos 3x \leq 2 \\ \Leftrightarrow -1 &\leq 2 \cos 3x + 1 \leq 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 252. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M = 2, m = 0$. B. $M = 1, m = -1$. C. $M = 2, m = -1$. D. $M = 1, m = 0$.

Lời giải.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \geq -\sin x \geq -1 \Leftrightarrow 2 \geq 1 - \sin x \geq 0 \Leftrightarrow 2 \geq y \geq 0$.

Vậy $M = \max_{x \in \mathbb{R}} y = 2$ đạt tại $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$; $m = \min_{x \in \mathbb{R}} y = 0$ đạt tại $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 253. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m + 1) \cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$?

A. 5.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $5 - m \sin x - (m + 1) \cos x \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} (*)$.

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 5 - m \sin x - (m + 1) \cos x$ trên $\mathbb{R}$.

Xét phương trình $m \sin x + (m + 1) \cos x = 5 - y$ với ẩn x .

Phương trình này có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} m^2 + (m + 1)^2 &\geq (5 - y)^2 &\Leftrightarrow (5 - y)^2 &\leq 2m^2 + 2m + 1 \\ &&\Leftrightarrow 5 - \sqrt{2m^2 + 2m + 1} &\leq y \leq 5 + \sqrt{2m^2 + 2m + 1} \end{aligned}$$

Ta có: $(*) \Leftrightarrow \min_{x \in \mathbb{R}} f \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2m^2 + 2m + 1} \leq 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 12 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 3$.

Vậy có 8 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 254. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{3 \sin x}{2 \cos x + 1}$?

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $2 \cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 255. Đồ thị hàm số nào trong các đồ thị hàm số sau có trục đối xứng?

A. $y = \tan x$.

B. $y = |x| \sin x$.

C. $y = \sin x \cos^2 x + \tan x$.

D. $y = \frac{\sin^{2018} x + 2019}{\cos x}$.

Lời giải.

Nhận thấy trong các hàm số trên thì $y = \frac{\sin^{2018} x + 2019}{\cos x}$ là hàm số chẵn nên đồ thị có trục đối xứng. Còn các hàm số $y = \tan x$, $y = |x| \sin x$, $y = \sin x \cos^2 x$ là các hàm số lẻ nên đồ thị có tâm đối xứng.

Xét $y = f(x) = \frac{\sin^{2018} x + 2019}{\cos x}$.

— Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

— $\forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \in \mathcal{D}$.

— $f(-x) = \frac{\sin^{2018}(-x) + 2019}{\cos(-x)} = \frac{\sin^{2018} x + 2019}{\cos x} = f(x)$.

Do đó $y = \frac{\sin^{2018} x + 2019}{\cos x}$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 256. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $3 \sin x + m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 7.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $3 \sin x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1-m}{3}$.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq \frac{1-m}{3} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 4$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 257. Cho hàm số $y = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 10]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số nhỏ hơn -2 ?

A. 1.

B. 9.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có: $y = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y \cos x + m \sin x = 1 - 2y$.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$y^2 + m^2 \geq 1 - 4y + 4y^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} \leq y \leq \frac{2 + \sqrt{1 + 3m^2}}{3}$$

Theo đề bài, ta có:

$$\begin{cases} \min_{x \in \mathbb{R}} y = \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} < -2 \\ m \in [0; 10] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1 + 3m^2} > 8 \\ m \in [0; 10] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 > 63 \\ m \in [0; 10] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > 21 \\ m \in [0; 10] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 258. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

B. Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

C. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

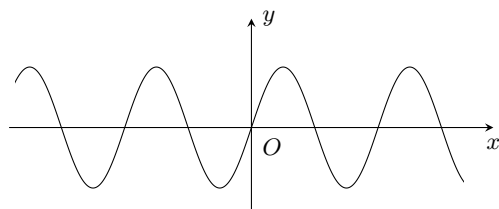
D. Hàm số $y = \cot 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Lời giải.

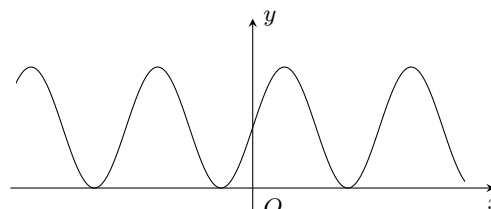
Hàm số $y = \cot 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{\pi}{2}$. Do vậy khẳng định hàm số $y = \cot 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$ là **sai**.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 259. Cho hàm số $y = \sin 3x$ có đồ thị ở Hình 1, hỏi Hình 2 là đồ thị của hàm số nào?



Hình 1



Hình 2

- A. $y = -1 + \sin 3x$. B. $y = 1 + \sin 3x$. C. $y = \sin(3x + 1)$. D. $y = |\sin 3x|$.

Lời giải.

Đồ thị Hình 2 chính là đồ thị Hình 1 tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{j} = (0; 1)$.

Vậy đồ thị Hình 2 là của hàm số $y = 1 + \sin 3x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 260. Tìm $\lim (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$?

- A. -3 . B. $+\infty$. C. 0 . D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt{n^2 - 3n + 1} - n = \frac{-3n + 1}{\sqrt{n^2 - 3n + 1} + n} = \frac{-3 + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} + 1}.$$

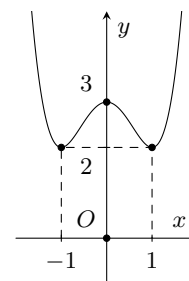
$$\text{Nên } \lim (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n) = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 261.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = \ln(f(x))$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.



Lời giải.

$$\text{Ta có } g'(x) = [\ln(f(x))]' = \frac{f'(x)}{f(x)}.$$

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Vì vậy dấu của $g'(x)$ là dấu của $f'(x)$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$				$+\infty$

Vậy hàm số $g(x) = \ln(f(x))$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 262. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$.

- A. $x \neq k2\pi$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện là } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 263. Tìm điều kiện để hàm số $y = \frac{2 \cos x}{\sin x - 1}$ có nghĩa.

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x \neq k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.Hàm số đã cho có nghĩa khi $\sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.Chọn đáp án **C** □**Câu 264.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho $\sin^3 x + \cos^3 x \leq m$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \geq 1$.

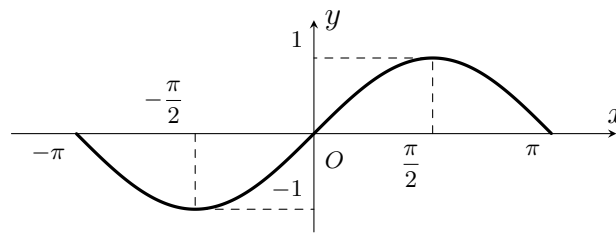
B. $m = 1$.

C. $m \leq 1$.

D. $-1 \leq m \leq 1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} \sin x \leq 1 \\ \cos x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin^3 x \leq \sin^2 x \\ \cos^3 x \leq \cos^2 x \end{cases}$.

Như vậy $\sin^3 x + \cos^3 x \leq 1$ (Dấu “=” xảy ra khi $x = k2\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$).Khi đó $\sin^3 x + \cos^3 x \leq m$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m \geq 1$.Chọn đáp án **A** □**Câu 265.** Đường cong trong hình bên là đồ thị trên đoạn $[-\pi; \pi]$ của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \cos x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \cot x$.

Lời giải.Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; 0)$, $(\pi; 0)$, $(\frac{\pi}{2}; 1)$ và nhận O làm tâm đối xứng.Chọn đáp án **A** □**Câu 266.** Tìm giá trị nhỏ nhất M của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{\sin x - 2}$.

A. $M = -4$.

B. $M = -3$.

C. $M = -2$.

D. $M = -1$.

Lời giải.

— Ta có $y = \frac{2\sin x + 1}{\sin x - 2} = 2 + \frac{5}{\sin x - 2}$.

— Ta có $\sin x \in [-1; 1] \Rightarrow \sin x - 2 \in [-3; -1] \Rightarrow y \in \left[-3; \frac{1}{3}\right]$.

— Vậy $M = -3$.

Chọn đáp án **B** □**Câu 267.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \Rightarrow \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 268.

Hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh A, B thuộc trục Ox , hai đỉnh C, D thuộc đồ thị hàm số $y = \cos x$ (xem hình bên).

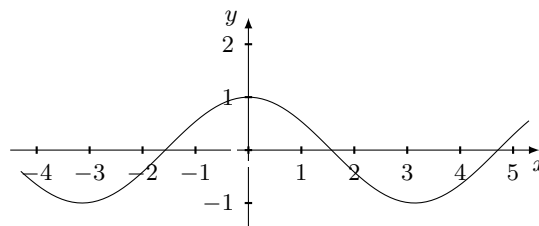
Biết rằng $AB = \frac{2\pi}{3}$. Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\pi^2}{3}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{2\pi^2}{3}$.



Lời giải.

Không mất tính tổng quát, ta xét C, D đối xứng nhau qua trục Oy với $x_D > 0$.

Do $CD = AB = \frac{2\pi}{3}$ nên $x_D = \frac{\pi}{3}$.

Do D thuộc đồ thị hàm số $y = \cos x$ nên $y_D = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

Suy ra $AD = \frac{1}{2}$.

Vậy diện tích cần tìm là $AB \cdot AD = \frac{\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 269. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .

C. Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Lời giải.

Khẳng định đúng là “Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn”.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 270. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 2}$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq \sin x - 2 \leq -1 \Rightarrow \sin x - 2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 271. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$.

B. $y = \frac{\tan x}{\cos^2 x + 1}$.

C. $y = \sin x + \cot 2x$.

D. $y = \sin \sqrt{x}$.

Lời giải.

Vì $\sin 2x \in [-1; 1], \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$. Ngoài ra

— Hàm $y = \frac{\tan x}{\cos^2 x + 1}$ xác định với $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

— Hàm $y = \sin x + \cot 2x$ xác định với $2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

— Hàm $y = \sin \sqrt{x}$ xác định với $x \geq 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 272. Tập giá trị của hàm số $y = \cos(2x - 1)$ là

A. $[-1; 1]$.

B. $(-1; 1)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $[-2; 2]$.

Lời giải.Vì $-1 \leq \cos x \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$ nên $-1 \leq \cos(2x - 1) \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 273.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 3x$.

B. $y = \cos x \tan 2x$.

C. $y = x \cos x$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Lời giải.Xét hàm số $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$, $f(x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; l\pi \right\} \quad k, l \in \mathbb{Z}$.

— $\forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \in \mathcal{D}$.

— $f(-x) = \frac{\tan(-x)}{\sin(-x)} = \frac{\tan x}{\sin x} = f(x)$.

Vậy $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$ là hàm số chẵn.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 274.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{1 - \sin^2 x} + \sin 3x$.

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

TXĐ: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ 1 - \sin^2 x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 275.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\tan x}{2 \cos x - 1}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi

$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 276.** Hàm số $y = 3 \sin(x + 2018) - 4 \cos(x + 2018) + m$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0. Tìm giá trị của m .

A. $m = -7$.

B. $m = 5$.

C. $m = -5$.

D. $m = 7$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình

$$3 \sin(x + 2018) - 4 \cos(x + 2018) = y - m$$

có nghiệm là $3^2 + 4^2 \geq (y - m)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -5 \leq y - m \leq 5 \Leftrightarrow m - 5 \leq y \leq m + 5$.Do đó min $y = m - 5 = 0 \Leftrightarrow m = 5$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 277. Tìm tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{\sin 2x + 2}{1 - \cos x}}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\mathcal{D} = \{k2\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$1 - \cos x > 0 \Leftrightarrow \cos x < 1 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi\}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 278. Với mỗi cặp $(a; b)$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta đặt $M(a; b)$ là giá trị lớn nhất của $f(x) = |\cos x + a \cos 2x + b \cos 3x|$. Gọi $M = \min_{a, b \in \mathbb{R}} M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

B. $M \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $M \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

D. $M \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải.

$$\max f(x) \geq \max \left\{ f\left(\frac{\pi}{3}\right); f\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right\} = \max \left\{ \left| \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{a}{2} \right|; \left| -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{a}{2} \right| \right\} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Do đó } M(a; b) \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow M \geq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác xét } g(x) = \cos x - \frac{1}{6} \cos 3x.$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow -\sin x + \frac{1}{2} \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 4 \sin^3 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}.$$

$$g(k\pi) = \frac{5}{6}, g\left(\pm \frac{\pi}{6} + k\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy } \max g(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ hay } M \leq \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Như vậy ta có } M = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 279. Hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ có tập giá trị là $T = [a; b]$. Giá trị của $b - a$ là

A. 4.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$y' = \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x.$$

$$\text{Do } 0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \text{ nên } \frac{1}{2} \leq y \leq 1, \text{ hay } a = \frac{1}{2}, b = 1. \text{ Vậy } b - a = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 280. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. $y = \sin x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \cos x$.

D. $y = -\cot x$.

Lời giải.

Các hàm $\sin x, \tan x, -\cot x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 281. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $M = 1; m = -1$. B. $M = 2; m = 1$. C. $M = 3; m = 0$. D. $M = 3; m = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} -1 &\leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow 2 - (-1) &\geq 2 - \sin x \geq 2 - 1, \forall x \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow 3 &\geq y \geq 1, \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Suy ra $M = 3$ và $m = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 282. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

- A. $y = \cos x$. B. $y = \tan x$. C. $y = \sin x$. D. $y = \cot x$.

Lời giải.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên các khoảng xác định nên đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 283. Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 284. Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 285. Tập xác định của hàm số $y = 2017 \tan^{2018} \left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 286. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = x \sin x$. B. $y = \cot x - x$. C. $y = \cos 2x$. D. $y = x^3 + 1$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 287. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4 \sin x + \sqrt{2} \cos 2x$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$.

A. $4 - \sqrt{2}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4 \cos x - 2\sqrt{2} \sin 2x$. Giải $y' = 0 \Leftrightarrow 4 \cos x - 4\sqrt{2} \sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (1) \\ \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} & (2) \end{cases}$.

Giải (1) $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Xét các nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$.

Giải (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$. Xét các nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}; x = \frac{3\pi}{4}$.

Ta có $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4 - \sqrt{2}$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$, $y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số bằng $2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 288. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sin x$.

A. $[0; 1]$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $[-1; 0]$.

D. $[-1; 1]$.

Lời giải.

Chọn đáp án **D** □

Câu 289. Hàm số $y = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kỳ

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. π .

C. 4π .

D. 2π .

Lời giải.

Ta có $\sin\left(\frac{x+4\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3} + 2\pi\right) = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$. Hàm số $y = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ tuần hoàn với chu kỳ 4π .

Chọn đáp án **C** □

Câu 290. Tập xác định của hàm số: $y = \frac{2 \tan x + 3}{\cot x + \sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\pi; -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}; -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \cot x \neq -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{k\pi}{2} \\ x \neq -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}; -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 291. Hàm số nào dưới đây có tập giá trị là đoạn $[-1; 1]$?

A. $y = 1 - \sin x$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \tan x$.

D. $y = \sin x + x$.

Lời giải.

- Do $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên tập giá trị của $y = \sin x$ là $[-1; 1]$.
- Do $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin x \leq 2$ nên tập giá trị của $y = 1 - \sin x$ là $[0; 2]$.
- Các hàm số $y = \tan x$ và $y = \sin x + x$ hiển nhiên có tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 292. Giả sử M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $M + m$.

- A. $1 + \sqrt{2}$. B. 0. C. 1. D. -1.

Lời giải.

Theo bài ra ta có:

$$y(\sin x + \cos x + 2) = \sin x + 2 \cos x + 1 \Leftrightarrow (y - 1) \sin x + (y - 2) \cos x = 1 - 2y.$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có:

$$(1 - 2y)^2 = [(y - 1) \sin x + (y - 2) \cos x]^2 \leq [(y - 1)^2 + (y - 2)^2] (\sin^2 x + \cos^2 x) = 2y^2 - 6y + 5.$$

$$\Leftrightarrow 2y^2 + 2y - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1.$$

Nhận thấy $y(0) = 1, y(-2 \arctan 3) = -2$ nên $M = 1, m = -2$, suy ra $M + m = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 293. Gọi $\frac{m}{n}$ là giá trị lớn nhất của a để bất phương trình $\sqrt{a^3}(x-1)^2 + \frac{\sqrt{a}}{(x-1)^2} \leq \sqrt[4]{a^3} \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right|$ có ít nhất một nghiệm, trong đó m, n là các số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 22m + n$.

- A. $P = 46$. B. $P = 38$. C. $P = 24$. D. $P = 35$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq 1$.

Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình sau

$$\sqrt{a^3}(x-1)^4 - \sqrt[4]{a^3} \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right| (x-1)^2 + \sqrt{a} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\sqrt[4]{a^3}(x-1)^2 - \frac{1}{2} \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right| \right]^2 + \sqrt{a} - \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\pi x}{2} \leq 0.$$

- Nếu $a > \frac{1}{16}$ thì $\sqrt{a} - \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\pi x}{2} > 0, \forall x$, nên bất phương trình vô nghiệm.
- Nếu $a = \frac{1}{16}$ thì bất phương trình trở thành

$$\left[\frac{1}{8}(x-1)^2 - \frac{1}{2} \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right| \right]^2 + \frac{1}{4} \left(1 - \sin^2 \frac{\pi x}{2} \right) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin^2 \frac{\pi x}{2} = 1 \\ \frac{1}{8}(x-1)^2 = \frac{1}{2} \left| \sin \frac{\pi x}{2} \right| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1. \end{cases}$$

Vậy $a = \frac{1}{16}$ là giá trị lớn nhất để bất phương trình có nghiệm.

Suy ra $m = 1, n = 16$. Vậy $P = 22 \cdot 1 + 16 = 38$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 294. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

- A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta xét $y = \sin x$ suy ra $y' = \cos x$. Dễ thấy $\cos x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Do đó hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 295. Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x}{2 \sin x - \cos x + 3}$ lần lượt là

A. $m = -1; M = \frac{1}{2}$. B. $m = -1; M = 2$. C. $m = -\frac{1}{2}; M = 1$. D. $m = 1; M = 2$.

Lời giải.

Dễ thấy $2 \sin x - \cos x + 3 \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Mỗi y thuộc tập giá trị suy ra phương trình sau có nghiệm

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sin x + \cos x}{2 \sin x - \cos x + 3} \\ \Leftrightarrow y \cdot (2 \sin x - \cos x + 3) &= \sin x + \cos x \\ \Leftrightarrow (1 - 2y) \sin x + (y + 1) \cos x &= 3y \quad (*) \end{aligned}$$

Để phương trình (*) có nghiệm khi

$$\begin{aligned} (3y)^2 &\leq (1 - 2y)^2 + (1 + y)^2 \\ \Leftrightarrow 9y^2 &\leq 1 - 4y + 4y^2 + 1 + 2y + y^2 \\ \Leftrightarrow 4y^2 + 2y - 2 &\leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Suy ra $\max y = \frac{1}{2}$ và $\min y = -1$ hay $m = -1$ và $M = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 296. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sin x}{\tan x - 1}$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ m\pi; \frac{\pi}{4} + n\pi; m, n \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Biểu thức $\frac{\sin x}{\tan x - 1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + n\pi \end{cases}; m, n \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **A** □

Câu 297. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left| \sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right|$.

A. $\sqrt{2} - 1$. B. $2\sqrt{2} + 1$. C. $\sqrt{2} + 1$. D. $2\sqrt{2} - 1$.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x + \cos x, t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ và $\sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}$. Ta có

$$\begin{aligned} y &= \left| \sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right| \\ &= \left| \frac{(\sin x + \cos x) \sin x \cos x + 1 + \sin x + \cos x}{\sin x \cos x} \right| \\ &= \left| t - 1 + \frac{2}{t - 1} + 1 \right|. \end{aligned}$$

Với $t - 1 > 0$ áp dụng BDT Cô-si (AM-GM) ta có $y \geq 2\sqrt{2} + 1$.

Với $t - 1 < 0$ áp dụng BDT Cô-si ta có $1 - t + \frac{2}{1-t} \geq 2\sqrt{2}$ nên $y \leq 1 - 2\sqrt{2}$.

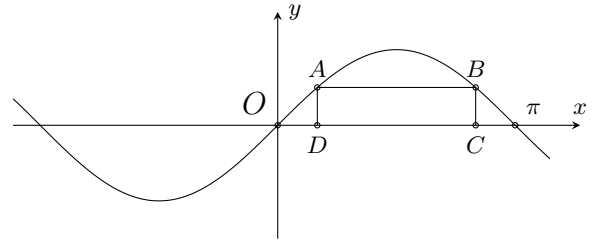
Từ đó $y \geq 2\sqrt{2} - 1$.

Đẳng thức xảy ra khi $t = 1 - 2\sqrt{2}$, hay $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ nên tồn tại x .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 298.

Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$, các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Tính độ dài đoạn BC .



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Từ $y_B = y_A$ ta có $\sin x_C = \sin x_D$, suy ra $x_C + x_D = \pi$ (bù nhau).

Mà $x_C - x_D = CD = \frac{2\pi}{3}$. Nên ta có $x_C = \frac{5\pi}{6}$ và $x_D = \frac{\pi}{6}$.

Vậy $BC = y_B = \sin x_C = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 299. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây:

- A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
 C. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
 D. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \cot x$ không xác định tại các điểm $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) nên tính chất “nghịch biến trên $\mathbb{R}$ ” không thể xảy ra.

Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$ mới là đúng.

Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$ mới là đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 300. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\tan 2x}{\cos x}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

$$\text{Biểu thức } \frac{\tan 2x}{\cos x} \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 301. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

- A. $y = \sin \sqrt{x}$. B. $y = \tan 2x$. C. $y = \cos 2x$. D. $y = \cot(x + 1)$.

Lời giải.

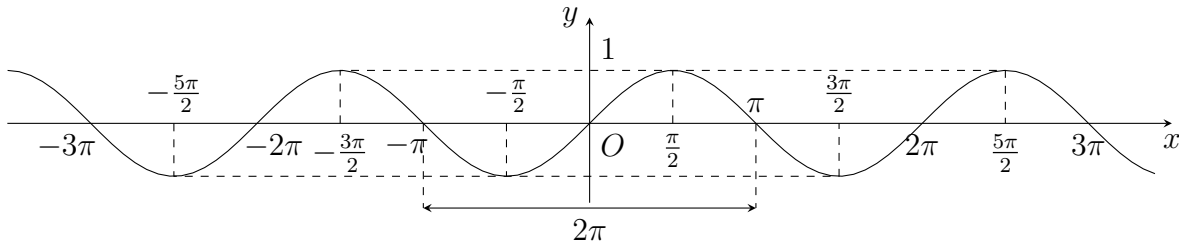
Ta có:

- Hàm số $y = \sin \sqrt{x}$ có tập xác định là $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.
- Hàm số $y = \tan 2x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- Hàm số $y = \cos 2x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
- Hàm số $y = \cot(x+1)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1 + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 302. Cho đồ thị hàm số $y = \sin x$ như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số $y = \sin x$ tăng trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
- B. Hàm số $y = \sin x$ giảm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.
- C. Hàm số $y = \sin x$ giảm trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$.
- D. Hàm số $y = \sin x$ tăng trên khoảng $(0; \pi)$.

Lời giải.

- Hàm số $y = \sin x$ tăng trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và giảm trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
- Vậy trên khoảng $(0; \pi)$, hàm số $y = \sin x$ vừa tăng vừa giảm nên khẳng định hàm số $y = \sin x$ tăng trên khoảng $(0; \pi)$ là khẳng định **sai**.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 303. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\tan x - 1}{\sin x} + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.
- B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 304. Gọi T là tập giá trị của hàm số $y = \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{3}{4} \cos 2x + 3$. Tìm tổng các giá trị nguyên của T .

- A. 4.
- B. 6.
- C. 7.
- D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{3}{4} \cos 2x + 3 = \frac{1}{2} \sin^2 x - \frac{3}{4} (1 - 2 \sin^2 x) + 3 = 2 \sin^2 x + \frac{9}{4}.$$

$$\text{Do } 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \text{ nên } \frac{9}{4} \leq 2 \sin^2 x + \frac{9}{4} \leq \frac{17}{4}.$$

Suy ra $T = [2, 25; 4, 25]$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của T là $S = 3 + 4 = 7$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 305. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right]$ lần lượt là

- A. $-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}; -1$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}; -2$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right]$, hàm số $y = \sin x$ đồng biến nên

$$\text{---} \max_{\left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right]} y = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\text{---} \min_{\left[-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right]} y = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 306. Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là

- A. $[-2; 2]$. B. $[0; 2]$. C. $[-1; 1]$. D. $[0; 1]$.

Lời giải.

Tập giá trị của hàm số $y = \sin 2x$ là $[-1; 1]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 307. Trong các hàm số $y = \tan x$, $y = \sin 2x$, $y = \sin x$, $y = \cot x$ có bao nhiêu hàm số thỏa mãn tính chất $f(x + k\pi) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ không xác định trên cả tập $\mathbb{R}$ nên không thỏa mãn. Hàm số $y = \sin x$ không thỏa mãn, chẳng hạn $\sin(x + \pi) = -\sin x$. Chỉ có hàm số $y = \sin 2x$ thỏa mãn vì $\sin 2(x + k\pi) = \sin(2x + k2\pi) = \sin 2x$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 308. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định nếu $2x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ hay $x \neq \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Vậy } \mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 309. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π . B. Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ π .
C. Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ π . D. Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Lời giải.

Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π , các hàm số $y = \tan x$, $y = \cot x$, $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ π .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 310. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$.

A. $M = -2$.

B. $M = -3$.

C. $M = 3$.

D. $M = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2} = 1 + \frac{\cos x - 1}{\sin x + \cos x + 2}.$$

$$\text{Vì } -1 \leq \sin x \leq 1; -1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos x - 1 \leq 0 \\ \sin x + \cos x + 2 \geq 2 - \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\cos x - 1}{\sin x + \cos x + 2} \leq 0.$$

$$\text{Vậy } y = 1 + \frac{\cos x - 1}{\sin x + \cos x + 2} \leq 1.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Do đó $\max y = M = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 311. Tìm hàm số lẻ trong các hàm số sau:

A. $y = \sin^2 x$.

B. $y = x \cos 2x$.

C. $y = x \sin x$.

D. $y = \cos x$.

Lời giải.

Tất cả các hàm ở 4 đáp án đều có tập xác định là $\mathbb{R}$, nên để kiểm tra tính lẻ, ta chỉ cần kiểm tra tính chất $f(-x)$ có bằng với $f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và hàm đó là $y = x \cos 2x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 312. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m + 1) \cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 5.

Lời giải.

Hàm số $y = \sqrt{5 - m \sin x - (m + 1) \cos x}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $5 - m \sin x - (m + 1) \cos x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \sin x + (m + 1) \cos x \leq 5, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta luôn có $m \sin x + (m + 1) \cos x \leq \sqrt{m^2 + (m + 1)^2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó yêu cầu bài toán thỏa nếu và chỉ nếu $\sqrt{m^2 + (m + 1)^2} \leq 5 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 313. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2 \cos 3x - 1}{\cos x + 1}$ là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 314. Hằng ngày, mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian $t(h)$ được cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$. Khi nào mực nước của kênh là cao nhất với thời gian ngắn nhất?

A. $t = 22(h)$.

B. $t = 15(h)$.

C. $t = 14(h)$.

D. $t = 10(h)$.

Lời giải.

Ta có $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 12$.

Vì $-1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$ nên $9 \leq h \leq 15$.

$\max h = 15 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow t = -2 + 12k, k \in \mathbb{Z}$.

Ycbt $\Rightarrow t = -2 + 12 = 10(h)$, (vì $t > 0$).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 315. Cho $x, y \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\cos 2x + \cos 2y + 2 \sin(x + y) = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x}.$$

A. $\min P = \frac{3}{\pi}$.

B. $\min P = \frac{2}{\pi}$.

C. $\min P = \frac{2}{3\pi}$.

D. $\min P = \frac{5}{\pi}$.

Lời giải.

$$\text{Với } \begin{cases} \frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{4} \leq y < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \leq x < \pi.$$

Theo giả thiết

$$\cos 2x + \cos 2y + 2 \sin(x + y) = 2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos(x + y) \cdot \cos(x - y) = 2(1 - \sin(x + y))$$

$$\Leftrightarrow (1 + \sin(x + y)) \cdot \cos(x + y) \cdot \cos(x - y) = (1 + \sin(x + y)) \cdot (1 - \sin(x + y))$$

$$\Leftrightarrow (1 + \sin(x + y)) \cdot \cos(x + y) \cdot \cos(x - y) = \cos^2(x + y)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos(x + y) = 0 \\ (1 + \sin(x + y)) \cdot \cos(x - y) = \cos(x + y). \end{cases}$$

Xét phương trình

$$(1 + \sin(x + y)) \cdot \cos(x - y) = \cos(x + y)$$

$$\Leftrightarrow \cos(x + y) + \sin(x + y) \cdot \cos(x - y) = \cos(x + y)$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + y) \cdot \cos(x - y) = \cos(x + y) - \cos(x - y)$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + y) \cdot \cos(x - y) = -2 \sin x \cdot \sin y$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + y) \cdot \cos(x - y) + 2 \sin x \cdot \sin y = 0 \text{ (vô lý).}$$

$$\text{Với } \begin{cases} \cos(x + y) = 0 \\ x, y \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz ta có

$$P = \frac{\sin^4 x}{y} + \frac{\cos^4 y}{x} \geq \frac{(\sin^2 x + \cos^2 y)^2}{x + y} = \frac{4 \sin^4 x}{\frac{\pi}{2}} = \frac{8 \sin^4 x}{\pi} \geq \frac{8 \sin^4 \frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{2}{\pi}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = y = \frac{\pi}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 316. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(-6\pi; -5\pi)$. B. $\left(-\frac{7\pi}{2}; -3\pi\right)$. C. $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right)$. D. $\left(7\pi; \frac{15\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

Xét trên $(-2\pi; 0)$ hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

Thực hiện phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (10\pi; 0)$ đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên $(0; 2\pi)$ ta được hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 317. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x - \cos^2 x + \frac{1}{2}$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$y = \sin x - \cos^2 x + \frac{1}{2} = \sin^2 x + \sin x - \frac{1}{2}.$$

Đặt $t = \sin x$, $t \in [-1; 1]$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = t^2 + t - \frac{1}{2}$ trên $[-1; 1]$.

Tung độ đỉnh parabol là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho.

$$\text{Khi đó } y_{\min} = y\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 318. Tập giá trị của hàm số $y = \cos x$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; 0]$. C. $[0; +\infty]$. D. $[-1; 1]$.

Lời giải.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $-1 \leq \cos x \leq 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 319. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ xác định khi và chỉ khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 320. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{\cos x} + 2$.

- A. $\max y = 3$ và $\min y = 1$. B. $\max y = 3$ và $\min y = 2$.
C. $\max y = 3$ và $\min y = -2$. D. $\max y = 3$ và $\min y = -1$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R}, \cos x \geq 0\}$.

Ta có $0 \leq \sqrt{\cos x} \leq 1, \forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow 2 \leq \sqrt{\cos x} + 2 \leq 3, \forall x \in \mathcal{D}$.

Ngoài ra khi $\cos x = 1$ thì $y = 3$ và khi $\cos x = 0$ thì $y = 2$. Vậy $\max y = 3$ và $\min y = 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 321. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$
 D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải.

Điều kiện: $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}.$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 322. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(7\pi; \frac{15\pi}{2}\right).$ B. $\left(-\frac{7\pi}{2}; -3\pi\right).$ C. $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right).$ D. $(-6\pi; -5\pi).$

Lời giải.

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên từng khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$

Dễ thấy với $k = 5$ thì $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right) \subset \left(-\frac{\pi}{2} + 5 \cdot 2\pi; \frac{\pi}{2} + 5 \cdot 2\pi\right).$ Vậy $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right).$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 323. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = -\tan x.$

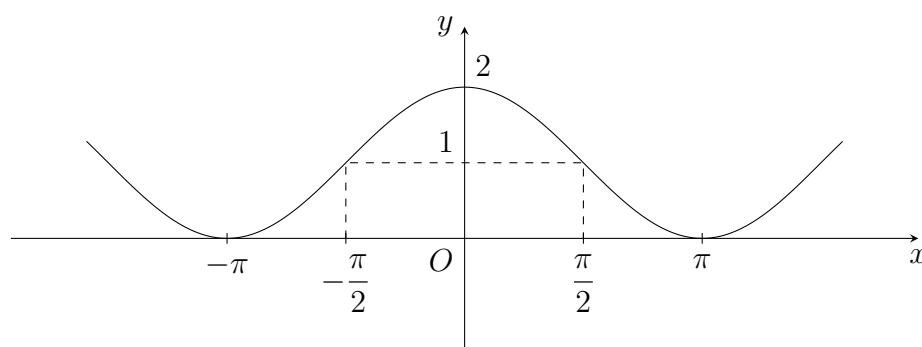
A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$ B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$ D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Lời giải.

Hàm số $y = -\tan x$ xác định khi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 324. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D.** Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \cos x + 1.$ B. $y = 2 - \sin x.$ C. $y = 2 \cos x.$ D. $y = \cos^2 x + 1.$

Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(0, \pi).$ Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y = \cos x + 1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 325. Trong các hàm số được cho bởi các phương án sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cot 2x.$ B. $y = \sin 2x.$ C. $y = \tan 2x.$ D. $y = \cos 2x.$

Lời giải.

Xét hàm số $y = \cos 2x$ trên tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $\forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \in \mathcal{D}$, ta có: $f(-x) = \cos(-2x) = \cos 2x = f(x)$.

Vậy hàm số $y = \cos 2x$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 326. Tập xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 327. Hàm số $y = \sin 2x$ có chu kỳ là

A. $T = 2\pi$.

B. $T = \frac{\pi}{2}$.

C. $T = \pi$.

D. $T = 4\pi$.

Lời giải.

Chú ý với k là số nguyên dương hàm số $y = \sin kx$ có chu kỳ $T = \frac{2\pi}{k}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 328. Tìm chu kỳ của hàm số $f(x) = \tan \frac{x}{4} + 2 \sin \frac{x}{2}$.

A. π .

B. 2π .

C. 4π .

D. 8π .

Lời giải.

Hàm số $\tan x$ tuần hoàn với chu kỳ π nên hàm $\tan \frac{x}{4}$ tuần hoàn với chu kỳ 4π .

Hàm $\sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π nên hàm $\sin \frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kỳ 4π .

Do đó hàm $f(x) = \tan \frac{x}{4} + 2 \sin \frac{x}{2}$ tuần hoàn với chu kỳ 4π .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 329. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \sin 3x$.

B. $y = \cos x \cdot \tan 2x$.

C. $y = x \cdot \cos x$.

D. $y = \frac{\tan x}{\sin x}$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$, $f(x)$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; l\pi\right\} \quad k, l \in \mathbb{Z}$.

— $\forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow -x \in \mathcal{D}$.

— $f(-x) = \frac{\tan(-x)}{\sin(-x)} = \frac{\tan x}{\sin x} = f(x)$.

Vậy $f(x) = \frac{\tan x}{\sin x}$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 330. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 - 3 \sin 3x + 4 \cos 3x$ trên $\mathbb{R}$.

A. $\max_{\mathbb{R}} y = 3$.

B. $\max_{\mathbb{R}} y = 7$.

C. $\max_{\mathbb{R}} y = 9$.

D. $\max_{\mathbb{R}} y = 5$.

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức *Bunhiacopsky* cho hai cặp số $(-3; 4)$ và $(\sin 3x; \cos 3x)$ ta được:

$$|-3 \cdot \sin 3x + 4 \cdot \cos 3x| \leq \sqrt{(-3)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{\sin^2 3x + \cos^2 3x}$$

$$\Leftrightarrow |-3 \sin 3x + 4 \cos 3x| \leq 5$$

$$\Leftrightarrow -5 \leq -3 \sin 3x + 4 \cos 3x \leq 5$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq 2 - 3 \sin 3x + 4 \cos 3x \leq 7$$

$$\Leftrightarrow y \leq 7.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{\sin 3x}{-3} = \frac{\cos 3x}{4} \Leftrightarrow \tan 3x = -\frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy $\max_{\mathbb{R}} y = 7$ khi $x = \frac{1}{3} \arctan\left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 331. Tập giá trị của hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right].$

B. $(0; 2].$

C. $\left[\frac{1}{2}; 2\right).$

D. $\left(\frac{1}{2}; 2\right).$

Lời giải.

$$y' = \frac{1 - \sin x - \cos x}{(\sin x + 1)^2} = \frac{1 - (\sin x + \cos x)}{(\sin x + 1)^2} \leq 0 \text{ với } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$\text{Do } 1 - (\sin x + \cos x) = 1 - \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 0 \text{ với } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Nhận thấy $y' < 0$ hàm số nghịch biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, mà $y(0) = 2; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}.$

Vậy tập giá trị của hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\left[\frac{1}{2}; 2\right].$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 332. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

A. $x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \sin x - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 333. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A. $y = \frac{\tan x}{1 + x^2}.$

B. $y = x \cdot \cos 2x.$

C. $y = (x^2 + 1) \cdot \sin x.$

D. $y = \frac{\cos x}{1 + x^2}.$

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{\cos x}{1 + x^2}$ xác định trên $\mathbb{R}$. Mặt khác, $f(-x) = \frac{\cos(-x)}{1 + (-x)^2} = \frac{\cos x}{1 + x^2} = f(x).$

Vậy hàm số $y = \frac{\cos x}{1 + x^2}$ là hàm số chẵn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 334. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4 \sin x - 5$ là

A. $-8.$

B. $-20.$

C. $0.$

D. $-9.$

Lời giải.

Với $t = \sin x, t \in [-1; 1]$ ta có hàm số $f(t) = t^2 - 4t - 5$. Lập bảng biến thiên như sau:

t	-1	1
$f(t)$	0	-8

Suy ra $\min y = \min_{[-1;1]} f(t) = f(1) = -8$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 335. Hàm số $y = \tan x + \sin x$ có tập xác định là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \tan x + \sin x$ xác định khi và chỉ khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy, tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 336. Xét hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\pi; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\pi; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\pi; 0)$ và $(0; \pi)$.
 D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi; 0)$ và $(0; \pi)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\pi; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 337. Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kì là

- A. $T = 2\pi$. B. $T = \pi$. C. $T = 4\pi$. D. $T = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Xét phương trình sau với $T > 0$:

$$\sin[2(x+T)] = \sin 2x \Leftrightarrow \begin{cases} T = k\pi \\ T = \frac{\pi}{2} - 2x + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Do đó, số $T > 0$ nhỏ nhất thỏa mãn $\sin[2(x+T)] = \sin 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ là $T = \pi$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 338. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là

- A. 5 và 9. B. -2 và 7. C. 4 và 7. D. -2 và 2.

Lời giải.

Ta có $-1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow 5 \leq y \leq 9$.

Khi $x = -\frac{\pi}{4}$ thì $y = 5$ và khi $x = \frac{3\pi}{4}$ thì $y = 9$.

Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là 5 và 9.

Chọn đáp án **A** □

Câu 339. Hãy chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây: Trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ thì

- A. hàm số $y = \cot x$ là hàm số đồng biến. B. hàm số $y = \tan x$ là hàm số đồng biến.
C. hàm số $y = \cos x$ là hàm số nghịch biến. D. hàm số $y = \sin x$ là hàm số nghịch biến.

Lời giải.

Trong khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ thì hàm số $y = \cot x$ là hàm số nghịch biến.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 340. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin 2x - 5$ lần lượt là

- A. -5 và 2 . B. -8 và -2 . C. 2 và 8 . D. -5 và 3 .

Lời giải.

Ta luôn có $-1 \leq \sin 2x \leq 1$ nên suy ra $-8 \leq y \leq -2$.

Khi $x = -\frac{\pi}{4}$ thì $y = -8$ và khi $x = \frac{\pi}{4}$ thì $y = -2$. Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin 2x - 5$ lần lượt là -8 và -2 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 341. Xét các mệnh đề sau:

(I): $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ nghịch biến.

(II): $\forall x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ nghịch biến.

Hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

- A. Cả hai đúng. B. Chỉ (I) đúng. C. Chỉ (II) đúng. D. Cả hai sai.

Lời giải.

Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ nên hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ đồng biến trên $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ nên hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ nghịch biến trên $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Vậy chỉ có mệnh đề (II) đúng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 342. Cho hàm số $y = \frac{\sin 2x}{2 \cos x - 3}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho là hàm số chẵn.
B. Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
C. Hàm số đã cho có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.
D. Hàm số đã cho là hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải.

Ta có $2 \cos x - 3 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y(-x) = \frac{\sin(-2x)}{2 \cos(-x) - 3} = \frac{-\sin 2x}{2 \cos x - 3} = -y(x)$ nên hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 343. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{3}{1 + \cos x}}$ và $g(x) = \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x}}{\sin x}$. Gọi $\mathcal{D}_1$ và $\mathcal{D}_2$ lần lượt là tập xác định của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\mathcal{D}_1 = \mathcal{D}_2$. B. $\mathcal{D}_1 \subset \mathcal{D}_2$. C. $\mathcal{D}_2 \subset \mathcal{D}_1$. D. $\mathcal{D}_1 \cap \mathcal{D}_2 = \emptyset$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ xác định khi $1 + \cos x > 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -1$.

Hàm số $g(x)$ xác định khi $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \pm 1$.

Từ đó suy ra $\mathcal{D}_2 \subset \mathcal{D}_1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 344. Hàm số $y = 1 + \cos^2 \frac{x}{2}$ có chu kì tuần hoàn là

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \pi$.

C. $T = 2\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y = 1 + \frac{1 + \cos 2x}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$.

Vì $\cos[2(x+T)] = \cos 2x \Leftrightarrow 2T = 2k\pi \Leftrightarrow T = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. Vậy, chu kì tuần hoàn của hàm số $y = 1 + \cos^2 \frac{x}{2}$ là $T = \pi$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 345. Hàm số nào sau đây có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng?

A. $y = (x^3 + x) \cdot \tan x$.

B. $y = |x| \cdot \cot 2x$.

C. $y = (2x + 1) \cdot \cos x$.

D. $y = (x^2 + 1) \cdot \sin x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = (x^3 + x) \cdot \tan x$ có tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. Mặt khác, $f(-x) = (-x^3 - x) \cdot \tan(-x) = (x^3 + x) \cdot \tan x = f(x)$ nên hàm số $y = (x^3 + x) \cdot \tan x$ là hàm chẵn. Do đó, đồ thị của nó nhận Oy làm trục đối xứng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 346. Hàm số $y = \sqrt{\frac{\cos x - 1}{4 + \cos x}}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải.

Vì $1 \geq \cos x \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathcal{D} = \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 347. Chu kì của hàm số $y = \sin^8 \frac{x}{4} + \cos^6 \frac{x}{4}$ là

A. $T = 4\pi$.

B. $T = \frac{\pi}{4}$.

C. $T = \frac{\pi}{2}$.

D. $T = 2\pi$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y &= \sin^8 \frac{x}{4} + \cos^6 \frac{x}{4} = \left(\frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{2} \right)^4 + \left(\frac{\cos \frac{x}{2} + 1}{2} \right)^3 \\ &= \frac{1}{16} \cos^4 \frac{x}{2} - \frac{1}{8} \cos^3 \frac{x}{2} + \frac{3}{4} \cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{8} \cos \frac{x}{2} + \frac{3}{16} \\ &= \frac{1}{16} \left(\frac{\cos x + 1}{2} \right)^2 - \frac{1}{32} \left(3 \cos \frac{x}{2} + \cos \frac{3x}{2} \right) + \frac{3}{8} (\cos x + 1) + \frac{1}{8} \cos \frac{x}{2} + \frac{3}{16} \\ &= \frac{1}{64} \cos^2 x - \frac{1}{32} \cos \frac{3x}{2} + \frac{7}{16} \cos x + \frac{1}{32} \cos \frac{x}{2} + \frac{37}{64} \\ &= \frac{1}{128} \cos 2x - \frac{1}{32} \cos \frac{3x}{2} + \frac{13}{32} \cos x + \frac{1}{32} \cos \frac{x}{2} + \frac{75}{128} \end{aligned}$$

Hàm số $y = \cos kx$ tuần hoàn chu kỳ $\frac{2\pi}{k}$ với mọi $k \in \mathbb{R}^+$ nên hàm số đã cho tuần hoàn chu kỳ $T = 4\pi$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 348. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cos^2 x} + \frac{1}{2} \sqrt{5 + 2 \sin^2 x}$.

A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

B. $1 + \sqrt{5}$.

C. $1 + \frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{22}}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \sqrt{1 + \frac{\cos^2 x}{2}} + \sqrt{\frac{5}{4} + \frac{\sin^2 x}{2}} = \sqrt{1 + \frac{\cos^2 x}{2}} + \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{\cos^2 x}{2}}.$$

$$\text{Khi đó } y^2 = \frac{11}{4} + 2\sqrt{\left(1 + \frac{\cos^2 x}{2}\right)\left(\frac{7}{4} - \frac{\cos^2 x}{2}\right)} = \frac{11}{2} - \left(\sqrt{1 + \frac{\cos^2 x}{2}} - \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{\cos^2 x}{2}}\right)^2 \leq \frac{11}{2}.$$

$$\text{Suy ra } y \leq \sqrt{\frac{11}{2}} = \frac{\sqrt{22}}{2}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \sqrt{1 + \frac{\cos^2 x}{2}} = \sqrt{\frac{7}{4} - \frac{\cos^2 x}{2}} \Leftrightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 349. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$.

A. $\mathcal{D} = \left\{k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

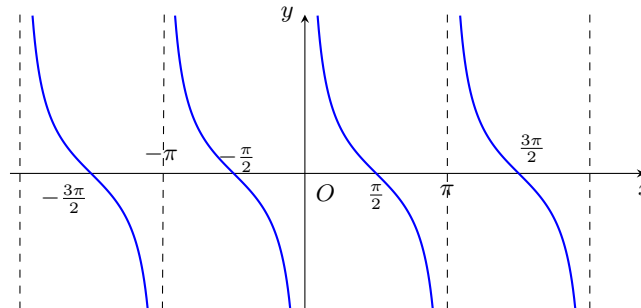
Lời giải.

Hàm số đã cho xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 350. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = \cos x$.

B. $y = \tan x$.

C. $y = \cot x$.

D. $y = \sin x$.

Lời giải.

Dựa vào lý thuyết thì đồ thị hàm số trên của hàm số $y = \cot x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 351. Tìm giá trị của x trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ để hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị không âm?

A. $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right]$.

B. $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right] \cup (\pi; 2\pi)$.

C. $x \in [-\pi; 0] \cup [\pi; 2\pi]$.

D. $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right] \cup [0; \pi]$.

Lời giải.

Ta có $y = \sin x$ nhận giá trị không âm khi điểm biểu diễn cho góc x thuộc góc phần tư thứ nhất và thứ hai.

$$\text{Mà } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right] \text{ nên } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right] \cup [0; \pi].$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 352. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin(x + 3) - 1$?

- A. $[-7; 5]$. B. $[-3; 1]$. C. $\mathbb{R}$. D. $[0; 4]$.

Lời giải.

Ta có $-1 \leq \sin(x + 3) \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 2 \sin(x + 3) - 1 \leq 1$.

Vậy tập giá trị của hàm số trên là $[-3; 1]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 353. Trong các tập hợp sau, tập nào là giá trị của hàm số $y = 8 \sin(x + 3) - 6 \cos(x + 3)$?

- A. $[6; 8]$. B. $[-14; 14]$. C. $[-10; 10]$. D. $[2; 14]$.

Lời giải.

Ta có

$$|8 \sin(x + 3) - 6 \cos(x + 3)| \leq \sqrt{8^2 + 6^2} \cdot \sqrt{\sin^2(x + 3) + \cos^2(x + 3)} = 10$$

$$\Leftrightarrow -10 \leq 8 \sin(x + 3) - 6 \cos(x + 3) \leq 10$$

Vậy, tập giá trị của hàm số $y = 8 \sin(x + 3) - 6 \cos(x + 3)$ là $[-10; 10]$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 354. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = \tan x$ đi qua gốc tọa độ.
 B. Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $[-1; 1]$.
 C. Đồ thị hàm số $y = \cot x$ nhận trục Oy làm trục đối xứng.
 D. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

Lời giải.

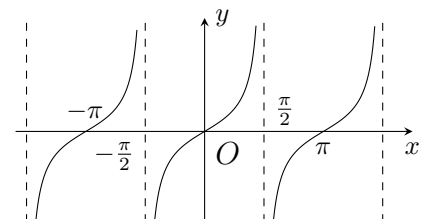
Đồ thị hàm số $y = \tan x$ đi qua $O(0; 0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 355.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \sin x$. D. $y = \cot x$.



Lời giải.

Ta thấy đồ thị cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ là $-\pi, 0, \pi$ và hàm số không xác định tại các điểm $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ nên hàm số cần tìm là $y = \tan x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 356. Giá trị nhỏ nhất M của hàm số $y = 1 - 2 \cos x$ là

- A. $M = 1$. B. $M = -3$. C. $M = 3$. D. $M = -1$.

Lời giải.

Vì $-1 \leq \cos x \leq 1$ nên $-1 \leq 1 - 2 \cos x \leq 3$ suy ra $-1 \leq y \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mặt khác, có $y(0) = -1$ nên $M = \min_{\mathbb{R}} y = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 357. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = \cot 2x$.

B. $y = \sin 2x$.

C. $y = \cos 2x$.

D. $y = \tan 2x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \cos 2x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$. Ta có $\begin{cases} \forall x : x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ \cos(-2x) = \cos 2x. \end{cases}$

Hàm số $y = \cos 2x$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 358. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \tan 2x$.

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x \neq \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 359. Cho hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{\sin x - 1}}$. Tập xác định của hàm số là

A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathcal{D} = \{x | x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là

$$\begin{cases} \sin x - 1 \neq 0 \\ \frac{1 - \cos x}{\sin x - 1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - 1 \neq 0 \\ (1 - \cos x)(\sin x - 1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \geq 1 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 360. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $3 \sin x + (m - 1) \cos x - 5 = 0$ có nghiệm

A. $-3 \leq m \leq 5$.

B. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 5$.

C. $m < -3$ hoặc $m > 5$.

D. $-3 < m < 5$.

Lời giải.

Điều kiện cần và đủ để phương trình có nghiệm là

$$3^2 + (m - 1)^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 361. Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào **sai**?

A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

D. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$, nên đáp án “ $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ” sai

Chọn đáp án **D** □

Câu 362. Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình $\tan x = \tan 3x$.

A. 55π .

B. $\frac{171\pi}{2}$.

C. 45π .

D. $\frac{190\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện để phương trình có nghĩa } \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos 3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{m\pi}{3}, m \in \mathbb{Z}. \quad (*)$$

$$\text{Khi đó, phương trình } \tan x = \tan 3x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{So sánh với điều kiện } (*), \text{ ta có } \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Mặt khác } x \in [0; 30] \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi; \dots; 9\pi\}.$$

Vậy, tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình đã cho là 45π .

Chọn đáp án **C** □

Câu 363. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3 \cos x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 4\pi]$ là

A. $S = \frac{15\pi}{2}$. B. $S = 6\pi$. C. $S = \frac{17\pi}{2}$. D. $S = 8\pi$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 3 \cos x - 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arccos \frac{1}{3} + k2\pi \\ x = -\arccos \frac{1}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{— } x = \arccos \frac{1}{3} + k2\pi. \text{ Theo giả thiết ta có}$$

$$0 \leq \arccos \frac{1}{3} + k2\pi \leq 4\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2\pi} \arccos \frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{2\pi} \left(4\pi - \arccos \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 1.$$

$$\text{Khi đó các nghiệm là } x = \arccos \left(\frac{1}{3} \right); x = \arccos \left(\frac{1}{3} \right) + 2\pi.$$

$$\text{— } x = -\arccos \frac{1}{3} + k2\pi. \text{ Theo giả thiết ta có}$$

$$0 \leq -\arccos \frac{1}{3} + k2\pi \leq 4\pi \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \arccos \frac{1}{3} \leq k \leq \frac{1}{2\pi} \left(4\pi + \arccos \frac{1}{3} \right) \Leftrightarrow k \in \{1; 2\}.$$

$$\text{Khi đó các nghiệm là } x = -\arccos \left(\frac{1}{3} \right) + 2\pi; x = \arccos \left(\frac{1}{3} \right) + 4\pi.$$

Vậy tổng các nghiệm là 8π .

Chọn đáp án **D** □

Câu 364. Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 365. Trong các phép biến đổi sau, phép biến đổi nào **sai**?

A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$. D. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$, nên đáp án $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 366. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 7.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin 2x = \frac{m^2 - 5}{3}$.

Vì $\sin 2x \in [-1; 1]$ nên $\frac{m^2 - 5}{3} \in [-1; 1] \Leftrightarrow m^2 \in [2; 8] \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} \leq m \leq -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$

Do m nguyên nên $m \in \{-2; 2\}$. Vậy nên có 2 giá trị.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 367. Tính tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình $\tan x = \tan 3x$. (1)

A. 55π .B. $\frac{171\pi}{2}$.C. 45π .D. $\frac{190\pi}{2}$.**Lời giải.**

Điều kiện để phương trình (1) có nghĩa là $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos 3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} \quad (*)$.

Khi đó phương trình (1) $\Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}$.

So sánh với điều kiện (*) ta có $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \Rightarrow k = \{0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow x \in \{0; \pi; 2\pi; \dots; 9\pi\}$.

Vậy tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 30]$ của phương trình (1) là 45π .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 368. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?

A. $2\sin 2x - \sqrt{3} = 0$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - 1 = 0$. C. $2\sin x - 3 = 0$. D. $\sin x \cos x - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta thấy $2\sin 2x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 369. Khẳng định nào đúng?

A. $\cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.B. $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$.D. $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$.**Lời giải.**

Ta có $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 370. Phương trình $\sin 2x + 3\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x + 3 \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Do $x \in (0; \pi)$ nên có một

nghiệm là $x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 371. Phương trình $2 \cos x = 1$ có một nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2}$.

C. $x = \frac{\pi}{3}$.

D. $x = \pi$.

Lời giải.

Ta có $2 \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy $x = \frac{\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 372. Nghiệm của phương trình $\sin 2x - 1 = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 373. Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$. Tính tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình trên.

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) &= \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \pi - x - \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

— $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \notin (0; \pi)$.

— $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $S = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 374. Giải phương trình $8 \cos 2x \cdot \sin 2x \cos 4x = -\sqrt{2}$.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \\ x = \frac{3\pi}{16} + k\frac{\pi}{8} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 4(2 \cos 2x \cdot \sin 2x) \cos 4x &= -\sqrt{2} \Leftrightarrow 4 \sin 4x \cdot \cos 4x = -\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow \sin 8x &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \frac{5\pi}{32} + k\frac{\pi}{4} \end{cases} &(k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 375. Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải.

Ta có $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 376. Phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{3}$ có nghiệm là

A. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Ta có $\cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 377. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + \cos^2 x - \sin^2 x = 2, x \in (0; 12\pi)$ là

A. 10. B. 1. C. 12. D. 11.

Lời giải.

Ta có $\cos 2x + \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \Leftrightarrow \cos 2x + \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Do $x \in (0; 12\pi)$ nên $k \in (0; 12)$ và $k \in \mathbb{Z}$ nên k nhận 11 giá trị từ 1 đến 11.

Ứng với 11 giá trị k , ta có số nghiệm của phương trình là 11.

Chọn đáp án **D** □

Câu 378. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x + \sin 2x = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 4π . B. 5π . C. 3π . D. 2π .

Lời giải.

Ta có

$$\sin x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin x(2 \cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Với $x = k\pi$, theo giả thiết $x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = 0, x = \pi, x = 2\pi$.

Với $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$, theo giả thiết $x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{3}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là 5π .

Chọn đáp án **B** □

Câu 379. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $\tan x = 99$.

B. $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$.

C. $\cot 2018x = 2017$.

D. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Vì $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) \leq 1$ và $\frac{2\pi}{3} > 1$ nên phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 380. Số nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = \frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 381. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\sin x + 1}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Do $\sin x + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi

$$\sin x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \sin x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 382. Tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = \cot x$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$

$$\tan x = \cot x \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Đổi chiếu điều kiện được các nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 383. Giải phương trình $\left(2\cos\frac{x}{2} - 1\right)\left(\sin\frac{x}{2} + 2\right) = 0$.

A. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k4\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có : $\left(2 \cos \frac{x}{2} - 1\right) \left(\sin \frac{x}{2} + 2\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos \frac{x}{2} - 1 = 0 & (1) \\ \sin \frac{x}{2} + 2 = 0. & (2) \end{cases}$

Giải (1): $2 \cos \frac{x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Giải (2): $\sin \frac{x}{2} + 2 = 0$, phương trình vô nghiệm.

Vậy phương trình có họ nghiệm là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 384. Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bằng

A. $\frac{\pi}{9}.$

B. $\frac{\pi}{6}.$

C. $-\frac{\pi}{6}.$

D. $-\frac{\pi}{9}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Leftrightarrow \sin \left(3x - \frac{\pi}{4}\right) &= \sin \left(\frac{\pi}{3}\right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Nghiệm âm lớn nhất là $x = \frac{11\pi}{36} - \frac{2\pi}{3} = -\frac{13\pi}{36}.$

Nghiệm dương nhỏ nhất là $x = \frac{7\pi}{36}.$

Tổng nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất là $-\frac{13\pi}{36} + \frac{7\pi}{36} = -\frac{\pi}{6}.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 385. Phương trình $\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{5} = \frac{1}{2}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{30} + k2\pi \\ x = \frac{19\pi}{30} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{30} + k2\pi \\ x = -\frac{19\pi}{30} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{30} + k2\pi \\ x = -\frac{19\pi}{30} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có $\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \cos x \sin \frac{\pi}{5} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{5}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{30} + k2\pi \\ x = \frac{19\pi}{30} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 386. Phương trình: $2 \sin x - m = 0$ vô nghiệm khi m là

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $m < -2$.

Lời giải.

$$2 \sin x - m = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{m}{2} \text{ vô nghiệm khi } \begin{cases} m < -2 \\ m > 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 387. Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{1 - \cos x} = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Lời giải.

ĐKXD: $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Khi đó: $\frac{\sin 3x}{1 - \cos x} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Mà $0 \leq x \leq \pi$ nên $x = 0, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$.

Kết hợp với điều kiện, suy ra nghiệm của phương trình trên đoạn $[0; \pi]$ là $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{2\pi}{3}, x = \pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 388. Cho phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$. Nghiệm của phương trình đó là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải.

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 389. Giải phương trình $\cos x = 1$.

- A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

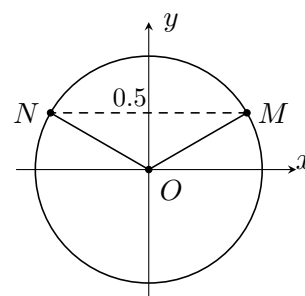
$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 390.

Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là hai điểm M, N ?

- A. $2 \sin 2x = 1$. B. $2 \cos 2x = 1$. C. $2 \sin x = 1$. D. $2 \cos x = 1$.



Lời giải.

Ta thấy hai điểm M và N là điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \sin x = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 391. Trong các phương trình sau, có bao nhiêu phương trình có nghiệm?

① $\sin x = \frac{1}{2}$

② $\sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$

③ $\sin x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

— Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm vì $\left|\frac{1}{2}\right| < 1$.

— Phương trình $\sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ có nghiệm vì $\left|\frac{-\sqrt{2}}{2}\right| < 1$.

— Phương trình $\sin x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ vô nghiệm vì $\left|\frac{1 + \sqrt{3}}{2}\right| > 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 392. Số nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ thuộc đoạn $[-\pi; 3\pi]$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi. \end{cases}$

Do $x \in [-\pi; 3\pi]$ nên $x \in \left\{-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right\}$. Vậy phương trình có 4 nghiệm trên đoạn $[-\pi; 3\pi]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 393. Nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}$ là

A. $x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{k\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 394. Cho phương trình $\sin 2x - 2 \cos x = 0$, nghiệm của phương trình là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\sin 2x - 2 \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - 2 \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = 0 \text{ hoặc } \sin x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ hoặc } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 395. Phương trình $2 \sin x - 1 = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 396. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi.$

D. $x = \frac{k\pi}{2}.$

Lời giải.

$$\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 397. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2 \sin x + 2\sqrt{2} \sin x \cos x = 0$ là

A. $\pi.$

B. $\frac{\pi}{4}.$

C. $\frac{\pi}{3}.$

D. $\frac{3\pi}{4}.$

Lời giải.

$$\begin{aligned} 2 \sin x + 2\sqrt{2} \sin x \cos x = 0 &\Leftrightarrow \sin x(1 + \sqrt{2} \cos x) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\frac{3\pi}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 398. Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{4} - k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

$$\sin 3x = \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 399. Phương trình $\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Mặt khác } x \in (-\pi; \pi) \Leftrightarrow -\pi < \frac{\pi}{2} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < k < \frac{1}{2}.$$

Kết hợp $k \in \mathbb{Z}$ ta được $k \in \{-1; 0\}$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 400. Nghiệm của phương trình $\frac{1}{2} \sin x \cdot \cos x = 0$ là

- A. $x = k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{2} \sin x \cdot \cos x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 401. Nghiệm của phương trình $\sin 3x = \cos x$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} - k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\sin 3x = \cos x \Leftrightarrow \sin 3x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 3x = \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 402. Giải phương trình sau $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$.

- A. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2 \cos x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 403. Trong các phương trình sau: $\cos x = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ (1); $\sin x = 1 - \sqrt{2}$ (2); $\sin x + \cos x = 2$ (3), phương trình nào vô nghiệm?

- A. (2). B. (3). C. (3). D. (1) và (2).

Lời giải.

- Do $-1 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 1$ nên phương trình (1) có nghiệm.
- Do $-1 < 1 - \sqrt{2} < 1$ nên phương trình (2) có nghiệm.
- Ta thấy $1^2 + 1^2 < 2^2$ nên phương trình (3) vô nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 404. Tìm nghiệm của phương trình $\sin^4 x - \cos^4 x = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sin^4 x - \cos^4 x &= 0 \\ \Leftrightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) &= 0 \\ \Leftrightarrow -\cos 2x \cdot 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x &= \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 405. Điều kiện của tham số thực m để phương trình $\sin x = m + 1$ có nghiệm là

- A. $m \leq 0$. B. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \end{cases}$. C. $m \geq -2$. D. $-2 \leq m \leq 0$.

Lời giải.

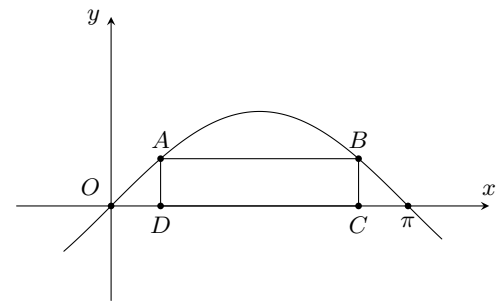
Phương trình $\sin x = m + 1$ có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq m + 1 \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 406.

Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Xét các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và độ dài $CD = \frac{2\pi}{3}$. Độ dài của cạnh BC bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải.

Gọi $C(c; 0)$, $D(d; 0)$ ($0 < d < c < \pi$).

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} c - d = \frac{2\pi}{3} \\ \sin d = \sin c \text{ (do } AD = BC) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c - d = \frac{2\pi}{3} \\ d = c \text{ hoặc } d = \pi - c. \end{cases}$$

$$\text{— Với } d = c \Rightarrow \begin{cases} c - d = \frac{2\pi}{3} \\ d = c \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

$$\text{— Với } d = \pi - c \Rightarrow \begin{cases} c - d = \frac{2\pi}{3} \\ d = \pi - c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{5\pi}{6} \\ d = \frac{\pi}{6} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } BC = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 407. Phương trình $\sin^2 x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có $\sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Do $x \in [-\pi; \pi]$ nên $x \in \left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right\}$. Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 408. Phương trình $\sin x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có: $\sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Từ ràng buộc $-\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \pi$ với $k \in \mathbb{Z}$, ta tìm được hai giá trị của k ứng với hai nghiệm thỏa mãn yêu cầu của bài toán là $k = -1$ và $k = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 409. Tập nghiệm của phương trình $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$ là

A. $\begin{cases} x = \pi + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \pi + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \pi + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, ta có

$$\begin{aligned} & \sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right] \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{2} (1 + \cos x) \\ \Leftrightarrow & (1 - \sin x) \sin^2 x = (1 + \cos x) \cos^2 x \\ \Leftrightarrow & (1 - \sin x) (1 - \cos^2 x) = (1 + \cos x) (1 - \sin^2 x) \\ \Leftrightarrow & (1 - \sin x) (1 - \cos x) (1 + \cos x) = (1 + \cos x) (1 - \sin x) (1 + \sin x) \\ \Leftrightarrow & (1 - \sin x) (1 + \cos x) (\sin x + \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = -1 \\ \sin + \cos = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi. \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 410. Chọn đáp án **sai** trong các câu sau

A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k\pi$.

D. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Lời giải.

Ta có

— $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

— $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

— $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

— $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy đáp án sai là $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k\pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 411. Phương trình $\sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên phương trình đã cho có 2 nghiệm là $x = \frac{14\pi}{12}, x = \frac{23\pi}{12}$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 412. Số nghiệm của phương trình $\sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \leq x \leq 5\pi$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Mặt khác } \pi \leq \frac{\pi}{4} + k2\pi \leq 5\pi \Leftrightarrow \frac{3}{8} \leq k \leq \frac{19}{8} \Leftrightarrow k = 1; k = 2.$$

$$\text{Vậy phương trình có hai nghiệm } x = \frac{9\pi}{4}; x = \frac{17\pi}{4}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 413. Số nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x \in [0; \pi] \Rightarrow 0 \leq k\pi \leq \pi \Leftrightarrow k \in \{0; 1\}.$$

Suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$ là $x = 0, x = \pi$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 414. Phương trình $\cos 2x = m$ vô nghiệm khi

- A. $m < -1$. B. $m > 1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Vì } |\cos 2x| \leq 1, \forall x \text{ nên phương trình } \cos 2x = m \text{ vô nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} m < -1 \\ m > 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 415. Nghiệm của phương trình $\cot 3x = -1$ là

- A. $x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}$ với $k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}$ với $k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

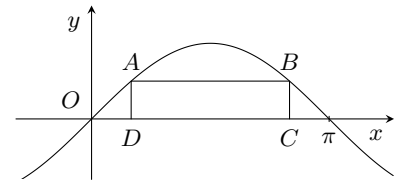
Lời giải.

$$\text{Ta có } \cot 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 416.

Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn $ABCD$ là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Độ dài đoạn BC bằng



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Giả sử các điểm $C(c; 0), D(d; 0)$ với $0 < d < c < \pi$. Theo bài ra ta có $CD = c - d = \frac{2\pi}{3}$ (1)

Khi đó ta có $A(d; \sin d), B(c; \sin c)$. Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$$\sin c = \sin d \Rightarrow \begin{cases} c = d \text{ (loại)} \\ c = \pi - d \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases}$$

Kết hợp với (1) ta được $\begin{cases} c - d = \frac{2\pi}{3} \\ c + d = \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{5\pi}{6} \\ d = \frac{\pi}{6} \end{cases}$

Vậy $BC = \sin c = \sin \frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 417. Phương trình $\sin x - \cos x = 1$ có một nghiệm là

A. $-\frac{\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{\pi}{4}$.

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin x - \cos x = 1 &\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R}). \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm là $x = \pi$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 418. Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

— Nếu $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ thì có 1 nghiệm $x = \frac{\pi}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ứng với $k = 0$.

— Nếu $x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ thì có 1 nghiệm $x = \frac{4\pi}{9} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ứng với $k = 1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 419. Cho phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi n là số các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0; 3\pi]$ thì giá trị của n là

A. $n = 2$.

B. $n = 5$.

C. $n = 6$.

D. $n = 8$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} &\Leftrightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi. \end{cases}\end{aligned}$$

Xét trên đoạn $[0; 3\pi]$ có tất cả 6 nghiệm là $x = \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{3} \right\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 420. Đọc lời giải sau rồi chọn khẳng định đúng. Phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\text{B1 pt} &\Leftrightarrow \cos x = -\cos \frac{\pi}{3} & \text{B2} &\Leftrightarrow \cos x = \cos \left(-\frac{\pi}{3}\right) & \text{B3} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

A. Lời giải trên đúng.

B. Lời giải trên sai bước 2.

C. Lời giải trên sai bước 3.

D. Lời giải trên sai bước 1.

Lời giải.

$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3}$, do đó B2 sai.

Chọn đáp án **B** □

Câu 421. Cho các số thực x, y phân biệt thỏa mãn $x + y \neq k\pi \forall k \in \mathbb{Z}$ và $\sin x = \sin y$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|x - y|$ bằng

A. 2π .

B. π .

C. 4π .

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = \sin y \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + k2\pi \\ x = \pi - y + k2\pi \end{cases}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Do x, y phân biệt và $x + y \neq k\pi \forall k \in \mathbb{Z}$ nên $x = y + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

Vậy $|x - y| = 2k\pi, k \in \mathbb{N}^*$. Do đó giá trị nhỏ nhất của $|x - y|$ là 2π .

Chọn đáp án **A** □

Câu 422. Phương trình $2\sin x - 1 = 0$ có tập nghiệm là

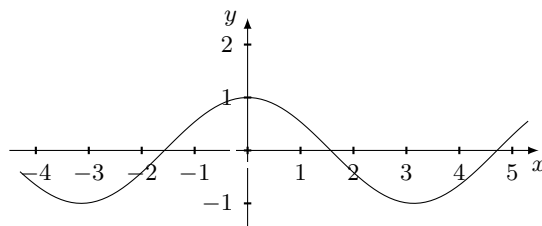
$$\begin{aligned}\text{A. } S &= \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. & \text{B. } S &= \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. \\ \text{C. } S &= \left\{ \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. & \text{D. } S &= \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.\end{aligned}$$

Lời giải.

Giải phương trình $2\sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 423. Hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh A, B thuộc trục Ox , hai đỉnh C, D thuộc đồ thị hàm số $y = \cos x$.



Biết rằng $AB = \frac{2\pi}{3}$. Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\pi^2}{3}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi^2}{3}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

— Giả sử $A(a; 0)$ ta có $B\left(a + \frac{2\pi}{3}; 0\right)$, $C\left(a + \frac{2\pi}{3}; \cos\left(a + \frac{2\pi}{3}\right)\right)$, $D(a; \cos a)$.

— $ABCD$ là hình chữ nhật

$$\Leftrightarrow \cos a = \cos\left(a + \frac{2\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} a = a + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ a = -a - \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow a = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

— Diện tích hình chữ nhật

$$ABCD = AB \cdot AD = \frac{2\pi}{3} \cdot |\cos a| = \frac{2\pi}{3} \left| \cos\left(-\frac{\pi}{3} + k\pi\right) \right| = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 424. Trong các khẳng định sau, có mấy khẳng định **sai**?

- ① $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 ② $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 ③ $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 ④ $\cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy có 2 khẳng định sai.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 425. Họ nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- A. $x = -\pi + k2\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}$. C. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\pi + k2\pi$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 426. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$.
 C. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. D. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

Lời giải.

Ta có

— $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$.

$$\begin{aligned} \text{— } \cos x = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi. \\ \text{— } \cos x = 1 &\Leftrightarrow x = k2\pi. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 427. Cho phương trình $\sin x = 1$. Tập nghiệm của phương trình là

A. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. C. $\{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 428. Tính tổng các nghiệm $x \in [0; 2018\pi]$ của phương trình $\sin 2x = 1$.

A. $S = \frac{8141621\pi}{2}$. B. $S = \frac{4071315\pi}{4}$. C. $S = \frac{8141621\pi}{4}$. D. $S = \frac{4071315\pi}{2}$.

Lời giải.

$\sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Do $x \in [0; 2018\pi]$ nên $0 \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -0,25 \leq k \leq 2017,75$.

Các nghiệm của phương trình lượng giác lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu ứng với $k = 0$ và số hạng cuối ứng với $k = 2017$.

Tổng các nghiệm là $S = 1009 \cdot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{8069\pi}{4}\right) = \frac{4071315\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 429. Phương trình $\sin x \cdot \cos x = m$ (với x là ẩn, m là tham số) vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $|m| < \frac{1}{2}$. B. $|m| > 1$. C. $|m| < 1$. D. $|m| > \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x \cdot \cos x = m \Leftrightarrow \sin 2x = 2m$. (1)

Phương trình (1) vô nghiệm khi và chỉ khi $|2m| > 1 \Leftrightarrow |m| > \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 430. Giải phương trình $\cos x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 431. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + \sin 3x = 0$ thuộc $[0; 2\pi]$ là

A. 6. B. 4. C. 3. D. 5.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \cos 2x + \sin 3x = 0 &\Leftrightarrow \cos 2x = -\sin 3x \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 3x + \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2x = -3x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} - k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5}. \end{aligned}$$

Họ nghiệm $x = -\frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5}$ cho 5 điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác.

Suy ra phương trình $\cos 2x + \sin 3x = 0$ có 5 nghiệm thuộc $[0; 2\pi]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 432. Tìm tập nghiệm của phương trình $2 \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{3} = 0$.

- A. $\left\{ -\frac{7\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3}, \frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 B. $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $\left\{ \frac{7\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3}, -\frac{13\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $\left\{ \frac{7\pi}{36} + k2\pi, -\frac{13\pi}{36} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 3x + \frac{\pi}{4} = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{13\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 433. Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 B. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{5\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, \end{cases} k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 434. Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.
 B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ và $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.
 C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi$.
 D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải.

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 435. Tập nghiệm của phương trình $\sin 2x = \sin x$ là

- A. $S = \left\{ k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 B. $S = \left\{ k2\pi; \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $S = \left\{ k2\pi; -\frac{\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 D. $S = \{ k2\pi; \pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin 2x = \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + k2\pi \\ 2x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 436. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

A. 16145.

B. 20181.

C. 16144.

D. 20179.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin 5x - \sin x = 0 &\Leftrightarrow \sin 5x = \sin x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = x + k2\pi \\ 5x = \pi - x + k2\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} & (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{5\pi}{6} + m\pi & (m \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{\pi}{6} + n\pi & (n \in \mathbb{Z}). \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vì } x \in [-2018\pi; 2018\pi] \text{ nên } \begin{cases} -2018\pi \leq k\frac{\pi}{2} \leq 2018\pi \\ -2018\pi \leq \frac{5\pi}{6} + m\pi \leq 2018\pi \\ -2018\pi \leq \frac{\pi}{6} + n\pi \leq 2018\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4036 \leq k \leq 4036 \\ -\frac{12113}{6} \leq m \leq \frac{12103}{6} \\ -\frac{12109}{6} \leq n \leq \frac{12107}{6} \end{cases}.$$

Do đó có 8073 giá trị k , 4036 giá trị m , 4036 giá trị n , suy ra số nghiệm cần tìm là 16145 nghiệm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 437. Phương trình $\tan x = \tan \varphi$ (hằng số $\varphi \in \mathbb{R}$) có nghiệm là

A. $x = \varphi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \varphi + k2\pi; x = \pi - \varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \varphi + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \varphi + k2\pi; x = -\varphi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Ta có $\tan x = \tan \varphi \Leftrightarrow x = \varphi + k\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 438. Phương trình $\cos x - \cos 2x - \cos 3x + 1 = 0$ có mấy nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\pi; 0)$?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Ta có: $\cos x - \cos 2x - \cos 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 2\sin 2x \sin x = 0$

$$\Leftrightarrow 2\sin x (\sin x + \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin 2x = \sin(-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Xét trên nửa khoảng $[-\pi; 0)$, phương trình có nghiệm là $x = -\pi, x = -\frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 439. Cho phương trình $\frac{m \sin x + \cos x}{2 + \sin x + \cos x} = 1$. Tìm tất cả giá trị tham số m để phương trình có nghiệm.

A. $m \leq -1 \vee m \geq 3$.

B. $m < -1 \vee m > 3$.

C. $-1 \leq m \leq 3$.

D. $-1 \leq m \vee m > 1$.

Lời giải.

Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{m \sin x + \cos x}{2 + \sin x + \cos x} &= 1 \\ \Leftrightarrow m \sin x + \cos x &= 2 + \sin x + \cos x \\ \Leftrightarrow (m - 1) \sin x &= 2. \quad (1) \end{aligned}$$

— Nếu $m = 1$ thì (1) vô nghiệm.

— Nếu $m \neq 1$ thì (1) viết lại $\sin x = \frac{2}{m-1}$. (2)

Khi đó để phương trình ở đề bài có nghiệm thì (2) có nghiệm, khi đó

$$\left| \frac{2}{m-1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow m \leq -1 \vee m \geq 3.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 440. Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình $(\sin x - 1)(2 \cos^2 x - (2m+1) \cos x + m) = 0$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $(\sin x - 1)(2 \cos x - 1)(\cos x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = m \end{cases}$.

Với $x \in [0; 2\pi]$ thì $x \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}$ và $\cos x = m$. Điều kiện cần để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm là $-1 \leq m \leq 1$.

+) $m = -1$. Ta có $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi \in [0; 2\pi]$ (thỏa mãn).

+) $m = 1$. Ta có: $\cos x = 1 \Rightarrow x \in \{0; 2\pi\}$ (loại).

+) $-1 < m < 1$. Khi đó trên đoạn $[0; 2\pi]$, phương trình $\cos x = m$ có hai nghiệm.

Do đó, để phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc $[0; 2\pi]$ thì phương trình $\cos x = m$ phải có một nghiệm thuộc tập $\left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}$ và một nghiệm không thuộc tập này.

— Với $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow m = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right\}$ (thỏa mãn).

— Với $x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\}$ (loại).

— Với $x = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{5\pi}{3}; \frac{\pi}{3} \right\}$ (loại).

Vậy có hai giá trị của m ($m = 0$ và $m = -1$) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 441. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 0$.

B. $-1 \leq m \leq 1$.

C. $-1 < m < 1$.

D. $m > 0$.

Lời giải.

Phương trình $\sin x = m$ có nghiệm thực khi $-1 \leq m \leq 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 442. Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. π .

C. $\frac{3\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + l2\pi, l \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3}, (k, l \in \mathbb{Z}). \end{cases} \end{aligned}$$

— Họ nghiệm $x = \pi + k2\pi$ không có nghiệm nào thuộc khoảng $(0; \pi)$.

— $x = \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} \in (0; \pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + l\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow l \in \{0; 1\}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$. Từ đó suy ra tổng các nghiệm của phương trình thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng π .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 443. Tìm công thức nghiệm của phương trình $2 \cos(x + \alpha) = 1$, (với $\alpha \in \mathbb{R}$).

A. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$2 \cos(x + \alpha) = 1 \Leftrightarrow \cos(x + \alpha) = \frac{1}{2} \Rightarrow x + \alpha = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\alpha + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\alpha - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 444. Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x = 3 \sin x$.

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt{3} \cos x = 3 \sin x \Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 445. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $-\frac{\pi}{3}$.

B. $-\frac{\pi}{6}$.

C. $-\frac{5\pi}{6}$.

D. $-\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 446. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A. $\sin x - \cos x = 1$. B. $\sin x = -\frac{3}{4}$. C. $\cot x = 2018$. D. $\sin x = 2$.

Lời giải.

Vì $\sin x \in [-1; 1]$ nên phương trình $\sin x = 2$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 447. Phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}\cos 2x &= -\cos x \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= \cos(\pi - x) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \pi - x + k2\pi \\ 2x = -\pi + x + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\pi + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).\end{aligned}$$

Xét trên khoảng $(-\pi; \pi)$, ta được các nghiệm là $x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 448. Phương trình $\sin x = m$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1. \end{cases}$ B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $m < -1$. D. $m > 1$.

Lời giải.

Do tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là đoạn $[-1; 1]$, nên phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m < -1 \\ m > 1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 449. Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. B. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.
C. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$. D. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 450. Phương trình $\cos 2x \sin 5x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$?

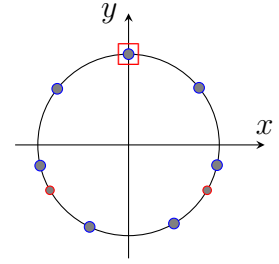
- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\cos 2x \sin 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 5x \cos 2x = -1 \Leftrightarrow \sin 3x + \sin 7x = -2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = -1 \\ \sin 7x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 7x = -\frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{14} + l\frac{2\pi}{7} \end{cases}$$



Các nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của họ $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ gồm có: $-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$.

Các nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của họ $x = -\frac{\pi}{14} + l\frac{2\pi}{7}$ gồm có: $-\frac{5\pi}{14}, -\frac{\pi}{14}, \frac{3\pi}{14}, \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{14}, \frac{15\pi}{14}, \frac{19\pi}{14}, \frac{23\pi}{14}, \frac{27\pi}{14}$.

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ là $x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 451. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 452. Tổng 2 nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất của phương trình $\cos 4x + \frac{1}{2} = 0$ là

A. $\frac{5\pi}{6}$.

B. $\frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{7\pi}{6}$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Xét } \cos 4x + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \cos 4x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Khi đó 2 nghiệm dương liên tiếp nhỏ nhất của phương trình là $\frac{\pi}{6}$ và $\frac{\pi}{3} \Rightarrow S = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 453. Nghiệm của phương trình $2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi; x = \frac{7\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k\pi; x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{24} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) &= 1 \Leftrightarrow \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 454. Họ nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **C** □**Câu 455.** Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

D. $x = \frac{k\pi}{2}.$

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

Chọn đáp án **B** □**Câu 456.** Giải phương trình $\sin x = 0$ ta được nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x = k2\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

D. $x = k\pi.$

Lời giải.

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **D** □**Câu 457.** Số nghiệm của phương trình $\sin x = 0,5$ trên khoảng $(0; 4\pi)$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Có $\sin x = 0,5 = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Do $x \in (0; 4\pi)$ nên ta suy ra $x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}; \frac{17\pi}{6} \right\}.$

Chọn đáp án **A** □**Câu 458.** Phương trình $\sin x = 1$ có một nghiệm là

A. $x = \pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{2}.$

C. $x = \frac{\pi}{2}.$

D. $x = \frac{\pi}{3}.$

Lời giải.

Ta có $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Với $k = 0$ phương trình $\sin x = 1$ có nghiệm là $x = \frac{\pi}{2}.$

Chọn đáp án **C** □**Câu 459.** Giải phương trình $2 \cos x - 1 = 0.$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có: $2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 460. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x = 0$.

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

$$\cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 461. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ của phương trình $\cos x + \sin 2x = 0$

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$$\cos x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \cos x = \sin(-2x) \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in (-\pi; \pi)$ nên ta có các nghiệm $-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 462. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

D. $x = \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 463. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x) = 0$ trên đoạn $x \in [0; 2\pi]$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

$$\sin(\cos x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = k\pi \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi. \text{ Do } x \in [0; 2\pi] \text{ nên } x \in \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right\}.$$

Vậy có 2 nghiệm thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 464. Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là

A. $x = \pi$.

B. $x = \frac{11\pi}{12}$.

C. $x = \frac{2\pi}{3}$.

D. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

- Khi $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ vì $x \in [0; \pi]$ suy ra $x = \frac{\pi}{6}$.

- Khi $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ vì $x \in [0; \pi]$ suy ra $x = \frac{5\pi}{6}$.

Vậy nghiệm lớn nhất của phương trình thuộc $[0; \pi]$ là $x = \frac{5\pi}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 465. Nghiệm lớn nhất của phương trình $2\cos 2x - 1 = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là

A. $x = \pi$.

B. $x = \frac{11\pi}{12}$.

C. $x = \frac{2\pi}{3}$.

D. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2 \cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi] \text{ nên } x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right\}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 466. Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$?

A. $\cos x = -1$.

B. $\cos x = 1$.

C. $\tan x = 0$.

D. $\cot x = 1$.

Lời giải.

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 467. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$.

B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

D. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải.

$$\text{Do } \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 468. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m+1)\sin x + 2 - m = 0$ có nghiệm.

A. $m \leq -1$.

B. $m \geq \frac{1}{2}$.

C. $-1 < m \leq \frac{1}{2}$.

D. $m > -1$.

Lời giải.

Với $m = -1$ thì phương trình vô nghiệm.

Xét trường hợp $m \neq -1$: Để phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$(m+1)^2 \geq (2-m)^2$$

$$\Leftrightarrow 6m \geq 3 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 469. Tìm tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 2π .

B. 0 .

C. π .

D. 3π .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos(\sin x) = 1 \Leftrightarrow \sin x = k2\pi, \text{ mà } -1 \leq \sin x \leq 1 \text{ nên } \sin x = 0 (k = 0) \Leftrightarrow x = k'\pi (k' \in \mathbb{Z}).$$

Suy ra $x = 0, x = \pi, x = 2\pi (x \in [0; 2\pi])$. Do đó tổng các nghiệm bằng 3π .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 470. Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\left\{x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Ta có $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 471. Phương trình $\cos x \cdot \cos 7x = \cos 3x \cdot \cos 5x$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\sin 4x = 0$.

B. $\cos 3x = 0$.

C. $\cos 4x = 0$.

D. $\sin 5x = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos x \cdot \cos 7x &= \cos 3x \cdot \cos 5x \Leftrightarrow \cos 6x = \cos 2x \\ \Leftrightarrow 6x &= \pm 2x + k2\pi \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{k\pi}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}. \\ \sin 4x &= 0 \Leftrightarrow 4x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 472. Cho phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$. Tổng các nghiệm thuộc $[0; \pi]$ của phương trình đã cho là

A. π .

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2\sin x - \sqrt{3} = 0 &\Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi. \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $x \in [0; \pi]$ nên $x = \frac{\pi}{3}$ và $x = \frac{2\pi}{3}$. Vậy tổng các nghiệm thuộc $[0; \pi]$ của phương trình đã cho là π .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 473. Gọi S là tổng các nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$ của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$. Tính S .

A. $S = 0$.

B. $S = \frac{\pi}{3}$.

C. $S = \pi$.

D. $S = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k'2\pi \end{cases}$ với $k, k' \in \mathbb{Z}$.

Do $x \in (0; \pi)$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\} \Rightarrow S = \pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 474. Phương trình $\cos 3x \cdot \tan 5x = \sin 7x$ nhận những giá trị nào sau đây của x làm nghiệm?

A. $x = \frac{\pi}{2}$.

B. $x = 10\pi; x = \frac{\pi}{10}$.

C. $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{10}$.

D. $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{20}$.

Lời giải.

Điều kiện $5x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (*)

Phương trình tương đương

$$\cos 3x \cdot \frac{\sin 5x}{\cos 5x} - \sin 7x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x \cdot \sin 5x = \sin 7x \cdot \cos 5x \Leftrightarrow \frac{1}{2} (\sin 8x + \sin 2x) = \frac{1}{2} (\sin 12x + \sin 2x) \Leftrightarrow$$

$$\sin 12x = \sin 8x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{10} \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện (*) và các kết quả nên ta chọn $x = 5\pi; x = \frac{\pi}{20}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 475. Cho hai phương trình $\cos 3x - 1 = 0$ (1); $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ (2). Tập các nghiệm của phương trình (1) đồng thời là nghiệm của phương trình (2) là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\cos 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 3x = 1 \Leftrightarrow x = k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Biểu diễn các nghiệm trên đường tròn lượng giác ta có tập các nghiệm của phương trình (1) đồng thời là nghiệm của phương trình (2) là $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 476. Tìm số đo ba góc của một tam giác cân biết rằng số đo của một góc là nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

A. $\left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \right\}$.

B. $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right\}; \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right\}; \left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \right\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $0 < x < \pi$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$$

Từ điều kiện ta được $x = \frac{\pi}{3}$ hay $x = \frac{2\pi}{3}$

Vậy ba góc của tam giác là $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right\}$ hay $\left\{ \frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \right\}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 477. Phương trình $2\cos x - 1 = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 478. Số nghiệm của phương trình $\cos x + 1 = 0$ thuộc khoảng $(0; \pi)$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$x \in (0; \pi) \Rightarrow 0 < \pi + k2\pi < \pi \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < k < 0$, mà $k \in \mathbb{Z}$ nên không tồn tại k thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 479. Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $2 \sin x - 1 = 0$.

A. $(-1; 0)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải.

Ta có $2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$.

Để nghiệm thuộc $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi $\begin{cases} 0 \leq \frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq \frac{5\pi}{2} \\ 0 \leq \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \leq \frac{5\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{7}{6} \\ -\frac{5}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0, k = 1 \\ k = 0 \end{cases}$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm thuộc $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 480. Phương trình $\sin x = \cos x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

pt $\Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, để nghiệm thuộc $[-\pi; \pi]$ thì $-\pi \leq x \leq \pi \Rightarrow -\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \pi$

$\Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = 0 \end{cases}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 481. Phương trình $2 \cos x - 1 = 0$ có một nghiệm là

A. $x = \frac{2\pi}{3}$.

B. $x = \frac{\pi}{6}$.

C. $x = \frac{\pi}{3}$.

D. $x = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải.

$2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 482.

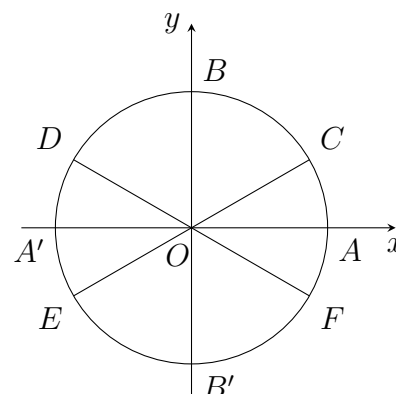
Nghiệm của phương trình $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?

A. Điểm F, điểm D.

B. Điểm C, điểm F.

C. Điểm C, điểm D, điểm E, điểm F.

D. Điểm E, điểm F.

**Lời giải.**

Họ nghiệm của phương trình đã cho là $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Do đó nghiệm của phương trình đã cho được biểu diễn bởi các điểm D và F .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 483. Tìm nghiệm của phương trình $\sin x \cos x \cos 2x = 0$.

- A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\sin 2x \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 484. Giải phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

- A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 485. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin 2x + \cos^2 x = 0$ trên đoạn $[0; 2018\pi]$ là

- A. $\frac{4071315\pi}{2}$. B. $\frac{4067281\pi}{2}$. C. $\frac{4075351\pi}{2}$. D. $\frac{8142627\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\sin^2 x - \sin 2x + \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 1 - \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$$

$$\text{Xét } x = \frac{\pi}{4} + k\pi \in [0; 2018\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{8071}{4}.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0; 1; 2; \dots; 2017$.

Suy ra tổng các nghiệm của họ nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ thuộc $[0; 2018\pi]$ là

$$T = \frac{\pi}{4} + \left(\frac{\pi}{4} + \pi\right) + \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right) + \left(\frac{\pi}{4} + 3\pi\right) + \dots + \left(\frac{\pi}{4} + 2017\pi\right).$$

$$T_1 = 2018 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{2017(2017+1)\pi}{2} = \frac{4071315\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 486. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = m$ ($m \in \mathbb{R}$).

- A. $x = \arctan m + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
B. $x = \arctan m + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \pm \arctan m + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
D. $x = \arctan m + k\pi$ hoặc $x = \pi - \arctan m + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải.

$$\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi$$
 ($k \in \mathbb{Z}$).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 487. Gọi S là tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $3\cos x - 1 = 0$. Tính S .

- A. $S = 0$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 3\pi$. D. $S = 2\pi$.

Lời giải.

$$3 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{3} = \cos \alpha, \left(\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \right).$$

Phương trình có 2 họ nghiệm $x = \alpha + k2\pi$, $x = -\alpha + k2\pi$.

Suy ra các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là $x = \alpha$ và $x = -\alpha + 2\pi$. Vậy tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $3 \cos x - 1 = 0$ là $S = 2\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 488. Phương trình $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có $2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 489. Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi, \beta + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ với $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó $\alpha + \beta$ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $-\frac{\pi}{2}$.

C. π .

D. $-\frac{\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy $\alpha + \beta = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 490. Phương trình $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Phương trình $2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 491. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\tan x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 492. Phương trình $(\sqrt{3}\tan x + 1)(\sin^2 x + 1) = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Lời giải.

$$(\sqrt{3}\tan x + 1)(\sin^2 x + 1) = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 493. Phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 3\pi)$?

- A. 4. B. 1. C. 6. D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Khi đó

- Với $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \in (0; 3\pi) \Rightarrow k = 0; 1; 2$.
- Với $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \in (0; 3\pi) \Rightarrow k = 0; 1; 2$.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thuộc $(0; 3\pi)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 494. Phương trình lượng giác $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.

Lời giải.

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 495. Phương trình $\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x$ có các họ nghiệm là

- A. $x = \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\sin 3x + \sin x) = \frac{1}{2}(\sin 11x + \sin 3x) \\ &\Leftrightarrow \sin 11x = \sin x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{5} \\ x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 496. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ bằng

- A. 0. B. π . C. 2π . D. 3π .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos(\sin x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 2\pi \end{cases}.$$

Chỉ có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ với $k = 0; 1; 2$ do xét trên $[0; 2\pi]$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng $0 + \pi + 2\pi = 3\pi$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 497. Phương trình $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2\pi] \text{ nên } \begin{cases} x = \frac{23\pi}{12} \\ x = \frac{17\pi}{12}. \end{cases}$$

Vậy có hai nghiệm thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 498. Giải phương trình $\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$ B. $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$
C. $x = k\pi (k \in \mathbb{Z}).$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

$$\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 499. Giải phương trình $4\sin^2 x = 3$.

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có

$$4\sin^2 x = 3 \Leftrightarrow 2(1 - \cos 2x) = 3 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 500. Phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; 4\pi]$ bằng

- A. $10\pi.$ B. $6\pi.$ C. $9\pi.$ D. $2\pi.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} + \sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4} = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi; k \in \mathbb{Z}.$$

Do $x \in [0; 4\pi]$ nên $x \in \{0; \pi; 2\pi; 3\pi; 4\pi\}$.

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình trên bằng 10π .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 501. Phương trình $\sin x = \sin 15^\circ$ có các nghiệm là

A. $x = \pm 15^\circ + k360^\circ; k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = 15^\circ + k180^\circ; k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = 15^\circ + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = 15^\circ + k360^\circ \\ x = 165^\circ + k360^\circ \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x = \sin 15^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - 15^\circ + k360^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15^\circ + k360^\circ \\ x = 165^\circ + k360^\circ \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 502. Phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ có các nghiệm là

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 503. Phương trình $3 \cot(x + 45^\circ) = \sqrt{3}$ có các nghiệm là

A. $x = 15^\circ + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -15^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = 15^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = 15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có: $3 \cot(x + 45^\circ) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot(x + 45^\circ) = \cot 30^\circ \Leftrightarrow x = -15^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 504. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\cot 3x \cdot \tan x = 1$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} \sin 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\frac{\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Ta có

$$\cot 3x \cdot \tan x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x = \cos x \cdot \sin 3x$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 3x - \cos x \cdot \sin 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(-2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -k\frac{\pi}{2} \text{ (Không thỏa điều kiện)}$$

Suy ra, phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 505. Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 506. Giải phương trình $2 \cos x - 1 = 0$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 507. Phương trình $\sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có: $\sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 508. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 509. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$\sin 2x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 510. Phương trình nào sau đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$?

A. $\tan x = 0$.

B. $\cos x = -1$.

C. $\cos x = 1$.

D. $\cot x = 1$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình } \sin x = 0 \Leftrightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \Leftrightarrow \tan x = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 511.** Tìm họ nghiệm phương trình $\tan(x+1) = 1$.

A. $x = 1 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -1 + \frac{\pi}{4} + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -1 + \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \tan(x+1) = 1 \Leftrightarrow x+1 = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} - 1 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 512.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\sin 2x - m^2 + 5 = 0$ có nghiệm?

A. 6.

B. 2.

C. 1.

D. 7.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với phương trình } \sin 2x = \frac{m^2 - 5}{3}.$$

$$\text{Vì } \sin 2x \in [-1; 1] \text{ nên } \frac{m^2 - 5}{3} \in [-1; 1] \Leftrightarrow m^2 \in [2; 8] \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{2} \leq m \leq -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị của m .Chọn đáp án **(B)** □**Câu 513.** Trong khoảng $(-\pi; \pi)$, phương trình $\sin^6 x + 3\sin^2 x \cos x + \cos^6 x = 1$ có

A. 4 nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. 3 nghiệm.

D. 2 nghiệm.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x.$$

Do đó ta có phương trình

$$3\sin^2 x \cos x - 3\sin^2 x \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x \cos x(1 - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases}$$

Sử dụng đường tròn đơn vị, ta thấy phương trình có 3 nghiệm trên khoảng $(-\pi; \pi)$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 514.** Tìm m để phương trình $m \sin 2x - \cos 2x = 2m - 1$ vô nghiệm.

A. $0 < m < \frac{4}{3}$.

B. $m < 0 \vee m > \frac{4}{3}$.

C. $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$.

D. $m \leq 0 \vee m \geq \frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow m^2 + 1 < (2m - 1)^2 \Leftrightarrow m < 0 \vee m > \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 515.** Tính tổng các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

A. $\frac{11\pi}{6}$.

B. 4π .

C. 5π .

D. $\frac{7\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 2 \cos^2 2x + 5 \cos 2x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Nghiệm của phương trình (1) thuộc $(0; 2\pi)$ là $-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm là 4π .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 516. Cho phương trình $3 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right)$ (1). Gọi $(\mathcal{H})$ là hình tạo bởi các điểm biểu diễn nghiệm của (1) trên đường tròn lượng giác. Tính diện tích hình $(\mathcal{H})$.

- A. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2 + \sqrt{2}}{4}$. C. $1 + \sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}(1 + \sqrt{2})$.

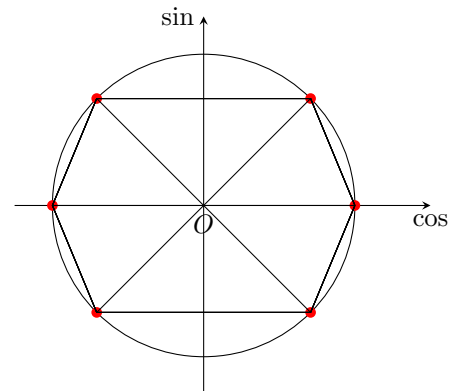
Lời giải.

- Ta có (1) $\Leftrightarrow 3 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x = \sin x$
- Với $\cos x = 0$, phương trình trở thành $-\sin^3 x = \sin x \Leftrightarrow \sin x = 0$ (loại).
- Với $\cos x \neq 0$, ta có

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow 3 \tan x - \tan^3 x = \tan x(1 + \tan^2 x) \\ &\Leftrightarrow 2 \tan^3 x - 2 \tan x = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 0 \\ \tan x = \pm 1. \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Các điểm biểu diễn nghiệm được cho như hình vẽ. Ta có diện tích của hình $(\mathcal{H})$ bằng

$$4 \cdot 1 \cdot 1 \sin 45^\circ + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin 90^\circ = 1 + \sqrt{2}.$$

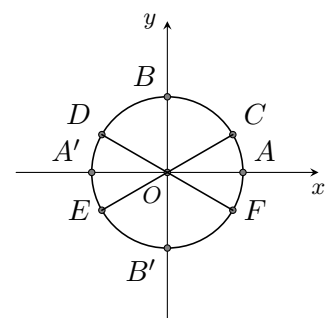


Chọn đáp án **(C)** □

Câu 517.

Nghiệm của phương trình $2 \sin x + 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?

- A. Điểm E, điểm D. B. Điểm E, điểm F.
C. Điểm D, điểm C. D. Điểm C, điểm F.



Lời giải.

Ta có $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$.

Suy ra điểm biểu diễn nghiệm của phương trình là điểm có tung độ $y = -\frac{1}{2}$ ta thấy đó là hai điểm E, F .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 518. Với giá trị nào sau đây của tham số m thì phương trình $\sin x + m \cos x = \sqrt{14}$ có nghiệm?

A. $m = 2$.

B. $m = -4$.

C. $m = 3$.

D. $m = -3$.

Lời giải.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $1^2 + m^2 \geq (\sqrt{14})^2 \Leftrightarrow m^2 - 13 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \sqrt{13} \\ m \leq -\sqrt{13} \end{cases}$.

Vậy với $m = -4 < -\sqrt{13}$ thì phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 519. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2018\pi)$.

A. $S = 2020 \cdot 2018\pi$.

B. $S = 1010 \cdot 2018\pi$.

C. $S = 2018^2\pi$.

D. $S = 2016 \cdot 2018\pi$.

Lời giải.

Phương trình $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ tương đương với phương trình

$$\begin{aligned} & (2\cos 2x + 5)(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & (2\cos 2x + 5)(-\cos 2x) + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & -2\cos^2 2x - 5\cos 2x + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

— Với $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), ta có $x \in (0; 2018\pi) \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 2017$ ($k \in \mathbb{Z}$).

— Với $x = -\frac{\pi}{6} + l\pi$ ($l \in \mathbb{Z}$), ta có $x \in (0; 2018\pi) \Leftrightarrow 1 \leq l \leq 2018$ ($l \in \mathbb{Z}$).

Tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018\pi)$ của phương trình là

$$S = \sum_{k=0}^{2017} \left(\frac{\pi}{6} + k\pi \right) + \sum_{l=1}^{2018} \left(-\frac{\pi}{6} + l\pi \right) = 2 \sum_{k=1}^{2017} k\pi + 2018\pi = 2018^2\pi.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 520. Số nghiệm của phương trình $3\sin^2 2x + \cos 2x - 1 = 0$ trên nửa khoảng $[0; 4\pi)$ là

A. 8.

B. 2.

C. 4.

D. 12.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 3\sin^2 2x + \cos 2x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & 3\cos^2 2x - \cos 2x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -\frac{2}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + l\pi, l \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + m\pi, m \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Vì $x \in [0; 4\pi)$ nên

$$— 0 \leq k\pi < 4\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 0 \leq k < 4, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2; 3\}.$$

$$— 0 \leq \frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + l\pi < 4\pi, l \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow -\frac{1}{2\pi} \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) \leq l < 4 - \frac{1}{2\pi} \arccos\left(-\frac{2}{3}\right), l \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow l \in \{0; 1; 2; 3\}.$$

$$— 0 \leq -\frac{1}{2} \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + m\pi < 4\pi, l \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi} \arccos\left(-\frac{2}{3}\right) \leq m < 4 + \frac{1}{2\pi} \arccos\left(-\frac{2}{3}\right), m \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow m \in \{1; 2; 3; 4\}.$$

Vậy phương trình $3 \sin^2 2x + \cos 2x - 1 = 0$ có 12 nghiệm trên nửa khoảng $[0; 4\pi)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 521. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm.

A. $m \in (-4; 4)$.

B. $m \in (4; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -4)$.

Lời giải.

Phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm khi

$$3^2 + m^2 < 5^2 \Leftrightarrow m^2 < 16 \Leftrightarrow -4 < m < 4.$$

Vậy với $m \in (-4; 4)$ thì phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 522. Phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$.

D. $x = \pi + k2\pi$.

Lời giải.

$$\cos 2x + \sin^2 x + 2 \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 1 + 1 - \cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x + 2 \cos x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 523. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos^2 x - \sin 2x &= \sqrt{2} + \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = 1 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\pi.\end{aligned}$$

Theo giả thiết $0 < -\frac{\pi}{8} + k\pi < 3\pi \Leftrightarrow \frac{1}{8} < k < \frac{25}{8} \Rightarrow k = 1, 2, 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 524. Tìm m để phương trình $m = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$ có nghiệm.

- A. $-2 \leq m \leq 0$. B. $0 \leq m \leq 1$. C. $\frac{2}{11} \leq m \leq 2$. D. $-2 \leq m \leq -1$.

Lời giải.

Ta có $2 \cos x - \sin x \geq -\sqrt{5}$, $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 2 \cos x - \sin x + 4 \geq 4 - \sqrt{5} > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Phương trình tương đương với

$$\begin{aligned}\cos x + 2 \sin x + 3 &= 2m \cos x - m \sin x + 4m \\ &\Leftrightarrow (2m - 1) \cos x - (m + 2) \sin x + 4m - 3 = 0.\end{aligned}$$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}(2m - 1)^2 + (m + 2)^2 &\geq (4m - 3)^2 \\ &\Leftrightarrow -11m^2 + 24m - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq m \leq 2.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 525. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình

$$4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = m^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x$$

có nghiệm?

- A. 7. B. 1. C. 3. D. 5.

Lời giải.

$$\begin{aligned}4 \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) &= m^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x \\ &\Leftrightarrow 2 \left[\sin \left(\frac{\pi}{2} \right) + \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) \right] = m^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x \\ &\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x + 2 = m^2 + \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x \\ &\Leftrightarrow \cos 2x = \frac{m^2 - 2}{2}.\end{aligned}$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq \frac{m^2 - 2}{2} \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 \geq 0 \\ m^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Các giá trị nguyên của m là $-2; -1; 0; 1; 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 526. Nghiệm của phương trình $2 \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2 \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0 &\Leftrightarrow \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{6} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 527. Biết rằng $\sin a, \sin a \cos a, \cos a$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính $S = \sin a + \cos a$.

A. $S = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}.$

B. $S = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}.$

C. $S = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}.$

D. $S = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}.$

Lời giải.

Vì $\sin a, \sin a \cos a, \cos a$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên ta có $\sin a + \cos a = 2 \sin a \cos a$ (*).

Đặt $t = \sin a + \cos a, t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$, phương trình (*) trở thành $t^2 - t - 1 = 0 \Rightarrow t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

Do đó $S = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 528. Phương trình $-2 \sin^2 x + 4 \sin x + 6 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(0; 10\pi)$.

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình trên tương đương với $\begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = 3 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Khi đó

$$x \in (0; 10\pi) \Leftrightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + k2\pi < 10\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < \frac{21}{4} \Rightarrow k = 1, 2, 3, 4, 5.$$

Vậy phương trình có tất cả 5 nghiệm thuộc khoảng $(0; 10\pi)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 529. Cho phương trình

$$\sin x(2 - \cos 2x) - 2(2 \cos^3 x + m + 1) \sqrt{2 \cos^3 x + m + 2} = 3\sqrt{2 \cos^3 x + m + 2}.$$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3} \right)$.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} 2\cos^3 x + m + 2 \geq 0 \\ x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$. Ta có

$$\begin{aligned} \sin x(2 - \cos 2x) - 2(2\cos^3 x + m + 1)\sqrt{2\cos^3 x + m + 2} &= 3\sqrt{2\cos^3 x + m + 2} \\ \Leftrightarrow 2\sin^3 x + \sin x &= 2\left(\sqrt{2\cos^3 x + m + 2}\right)^3 + \sqrt{2\cos^3 x + m + 2}. \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$ có $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, (1) $\Leftrightarrow f(\sin x) = f\left(\sqrt{2\cos^3 x + m + 2}\right) \Leftrightarrow \sqrt{2\cos^3 x + m + 2} = \sin x \quad (2)$

Vì $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$ nên $\sin x \in [0; 1]$.

Khi đó (2) $\Leftrightarrow 2\cos^3 x + m + 2 = \sin^2 x \Leftrightarrow -m - 1 = 2\cos^3 x + \cos^2 x$.

Xét hàm số $g(x) = 2\cos^3 x + \cos^2 x, x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right)$, đặt $u = \cos x, u \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$ thì hàm số trở thành

$$h(u) = 2u^3 + u^2, h'(u) = 6u^2 + 2u = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right] \\ u = -\frac{1}{3} \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm $h(u)$

u	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	1			
$h'(u)$	$\vdots$	$+$	0	$-$	0	$+$	$\vdots$
$h(u)$							

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{27} < -m - 1 \leq 3 \\ -m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m < -\frac{28}{27} \\ m = -1. \end{cases}$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z}$ nên ta nhận $m \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 530. Phương trình $\sin x - 3\cos x = 0$ có nghiệm dạng $x = \operatorname{arccot} m + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ thì giá trị m là bao nhiêu?

- A. $m = -3$. B. $m = \frac{1}{3}$. C. $m = 3$. D. $m = 5$.

Lời giải.

Với $\sin x = 0$ thay vào phương trình suy ra $\cos x = 0$, loại vì $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $\sin x - 3\cos x = 0 \Leftrightarrow 1 - 3\cot x = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy $m = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 531. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} = 3\cot x + \sqrt{3}$ là

- A. $-\frac{\pi}{6}$. B. $-\frac{5\pi}{6}$. C. $-\frac{\pi}{2}$. D. $-\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện $\sin x \neq 0$.

$$\begin{aligned}
& \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} = 3 \cot x + \sqrt{3} \\
& \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) - \sqrt{3} \cot x = 0 \\
& \Leftrightarrow \cot x (\cot x - \sqrt{3}) = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \cot x = 0 \\ \cot x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

Do đó nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $\max \left\{ -\frac{\pi}{2}; -\frac{5\pi}{6} \right\} = -\frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 532. Nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$ là

- A. $x = 0$. B. $x = \frac{3\pi}{4}$. C. $x = \frac{\pi}{2}$. D. $x = -\frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Do đó các nghiệm của phương trình trên khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 533. Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải.

$$\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x \Leftrightarrow \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 7x$$

$$\begin{aligned}
& \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + \frac{\pi}{3} = 7x + k2\pi \\ 5x + \frac{\pi}{3} = \pi - 7x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - k2\pi & (1) \\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{6} & (2). \end{cases}
\end{aligned}$$

Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, $k \in \mathbb{Z}$ nên $\begin{cases} (1) \Rightarrow k = 0 \\ (2) \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}. \end{cases}$

Vậy số nghiệm của phương trình đã cho là 4.

Chọn đáp án **A** □

Câu 534. Khi đặt $t = \tan x$ thì phương trình $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 1$ trở thành phương trình nào sau đây?

- A. $2t^2 - 3t - 1 = 0$. B. $3t^2 - 3t - 1 = 0$. C. $2t^2 + 3t - 3 = 0$. D. $t^2 + 3t - 3 = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \text{Ta có } 2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x \\
& \Leftrightarrow \sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0.
\end{aligned}$$

Do $\cos x = 0$ không thỏa mãn phương trình $\sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ nên chia hai vế cho $\cos^2 x \neq 0$ ta được $\tan^2 x + 3 \tan x - 3 = 0$.

Đặt $\tan x = t$ ta được phương trình $t^2 + 3t - 3 = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 535. Cho phương trình $\cos x + \cos \frac{x}{2} + 1 = 0$. Nếu đặt $t = \cos \frac{x}{2}$, ta được phương trình nào sau đây?

- A. $2t^2 + t - 1 = 0$. B. $-2t^2 + t + 1 = 0$. C. $-2t^2 + t = 0$. D. $2t^2 + t = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos x + \cos \frac{x}{2} + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 + \cos \frac{x}{2} + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos^2 \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} &= 0.\end{aligned}$$

Đặt $t = \cos \frac{x}{2}$, ta được phương trình $2t^2 + t = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 536. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos 2x - (2m + 1) \cos x + m + 1 = 0$ có nghiệm trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

- A. $-1 \leq m < 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $-1 \leq m \leq 0$. D. $-1 \leq m < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos 2x - (2m + 1) \cos x + m + 1 &= 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 1 - (2m + 1) \cos x + m + 1 = 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - (2m + 1) \cos x + m &= 0\end{aligned}$$

Đặt $t = \cos x$, để $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ suy ra $-1 \leq t < 0$.

Khi đó phương trình trở thành

$$2t^2 - (2m + 1)t + m = 0 \quad (*)$$

Để thỏa mãn bài toán khi $(*)$ có nghiệm $t \in [-1; 0)$.

Xét $t \in [-1; 0)$ ta có

$$(*) \Leftrightarrow 2t^2 - t = (2t - 1)m \Leftrightarrow m = \frac{2t^2 - t}{2t - 1}$$

Xét $f(t) = \frac{2t^2 - t}{2t - 1}$ trên $[-1; 0)$.

Ta có $f'(t) = \frac{(4t - 1)(2t - 1) - 2(2t^2 - t)}{(2t - 1)^2} = \frac{4t^2 - 4t + 1}{(2t - 1)^2} = 1$ với mọi $t \in [-1; 0)$.

Do đó $f'(t) > 0$ với mọi $t \in [-1; 0)$. Hàm số luôn đồng biến trên nửa khoảng $[-1; 0)$.

Để thỏa mãn bài toán khi $f(-1) \leq m < f(0) \Leftrightarrow -1 \leq m < 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 537. Số nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Lời giải.

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2} \\
&\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \sin x + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
&\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 538. Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình $(\sin x - 1)(2 \cos^2 x - (2m + 1) \cos x + m) = 0$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Xét trên đoạn $[0; 2\pi]$, ta có

$$\begin{aligned}
&(\sin x - 1)(2 \cos^2 x - (2m + 1) \cos x + m) = 0 \quad (*) \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ 2 \cos^2 x - (2m + 1) \cos x + m = 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ 2 \cos^2 x - 2m \cos x - \cos x + m = 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ 2 \cos x (\cos x - m) - (\cos x - m) \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ (2 \cos x - 1)(\cos x - m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = m \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ \cos x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{3} \\ \cos x = m. \end{cases}
\end{aligned}$$

Phương trình $(*)$ có 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ khi và chỉ khi phương trình $\cos x = m$ có thêm một nghiệm khác $\frac{\pi}{2}$, khác $\frac{\pi}{3}$, khác $\frac{5\pi}{3}$. Điều đó chỉ xảy ra khi $m = 0$ hoặc $m = -1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 539. Số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $\sin^3 x - 3 \sin^2 x + 2 \sin x = 0$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\sin x (\sin^2 x - 3 \sin x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \\ \sin x = 2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy có ba điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác là $A(1; 0)$, $B(-1; 0)$, $C(0; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 540. Tìm tập nghiệm S của phương trình $2 \cos 2x + 1 = 0$.

$$\begin{array}{ll} \text{A. } S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. & \text{B. } S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi, -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. \\ \text{C. } S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. & \text{D. } S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}. \end{array}$$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2 \cos 2x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \cos 2x &= -\frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow 2x &= \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ \Leftrightarrow x &= \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 541. Tổng các nghiệm trong đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin^3 x - \cos^3 x = 1$ bằng

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \frac{5\pi}{2}. & \text{B. } \frac{7\pi}{2}. & \text{C. } 2\pi. & \text{D. } \frac{3\pi}{2}. \end{array}$$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \sin^3 x - \cos^3 x = 1 \Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x) = 1. \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right), \quad -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}.$$

$$\text{Có } t^2 = 1 - 2 \sin x \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} (1 - t^2). \text{ Khi đó (1) trở thành:}$$

$$t \left[1 + \frac{1}{2} (1 - t^2) \right] = 1 \Leftrightarrow t^3 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(t^2 + t - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2 \text{ (L)}. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 1 \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Có } x \in [0; 2\pi] \text{ nên ta có các nghiệm } x = \pi; x = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm } x \in [0; 2\pi] \text{ của phương trình đã cho là } \frac{3\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 542. Giải phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2$.

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{5\pi}{3} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \\ \Leftrightarrow & \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x = 1 \\ \Leftrightarrow & \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = 1 \\ \Leftrightarrow & 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow & x = \frac{\pi}{3} + k\pi. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 543. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sin x - 1)(\cos^2 x - \cos x + m) = 0$ có đúng 5 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. $0 < m < \frac{1}{4}.$

B. $-\frac{1}{4} < m < 0.$

C. $-\frac{1}{4} < m \leq 0.$

D. $0 \leq m < \frac{1}{4}.$

Lời giải.

$$(\sin x - 1)(\cos^2 x - \cos x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 & (1) \\ \cos^2 x - \cos x + m = 0 & (2) \end{cases}.$$

(1) $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Trong đoạn $[0; 2\pi]$ có duy nhất 1 nghiệm $x = \frac{\pi}{2}$.

Đặt $t = \cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$), phương trình (2) trở thành $t^2 - t = -m$ (3).

Phương trình đã cho có đúng 5 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ khi và chỉ khi phương trình (2) có đúng 4 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$, điều này tương đương với phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-1; 1)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - t$ trên đoạn $[-1; 1]$, ta có $f'(t) = 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$. Bảng biến thiên:

x	-1	$\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	2	$-\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{4} < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{4}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 544. Trên đường tròn lượng giác có bao nhiêu điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $2 \sin 3x - \sqrt{3} \cos x = \sin x$ là

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 & 2 \sin 3x - \sqrt{3} \cos x = \sin x \\
 \Leftrightarrow & 2 \sin 3x = \sin x + \sqrt{3} \cos x \\
 \Leftrightarrow & \sin 3x = \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \\
 \Leftrightarrow & \sin 3x = \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 3x = x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi - \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + k2\pi \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).
 \end{aligned}$$

Vì $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{4}$ nên ta có 4 điểm biểu diễn tập nghiệm trên đường tròn lượng giác.
(Áp dụng $x = \alpha + k\frac{2\pi}{n}$ ($k \in \mathbb{Z}$) có n điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 545. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $3 \sin x + m \cos x = 5$ vô nghiệm?

- A. $m > 4$. B. $|m| \geq 4$. C. $m < -4$. D. $-4 < m < 4$.

Lời giải.

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi $3^2 + m^2 < 5^2 \Leftrightarrow m^2 < 16 \Leftrightarrow -4 < m < 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 546. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$ trong đoạn $[0; 2\pi]$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Ta có $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 1)(\cos x + 2) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Mà $x \in [0; 2\pi]$ nên suy ra $x \in \{0; 2\pi\}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 547. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2m \sin x - (m - 1) \cos x - 2\sqrt{2} = 0$ vô nghiệm.

- A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{7}{5}$. B. $m < -2$ hoặc $m > 1$.
C. $-\frac{7}{5} < m < 1$. D. $m \leq -\frac{7}{5}$ hoặc $m \geq 1$.

Lời giải.

Phương trình $2m \sin x - (m - 1) \cos x - 2\sqrt{2} = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

$$(2m)^2 + (m - 1)^2 < (2\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow 5m^2 + 2m - 7 < 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{5} < m < 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 548. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $(m + 1) \sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm?

- A. 4036. B. 2020. C. 4037. D. 2019.

Lời giải.

Ta có: $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow (m+1) \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} - \sin 2x + \cos 2x = 0$
 $\Leftrightarrow 2\sin 2x + (m-1)\cos 2x = m+1$.

Để phương trình có nghiệm thì điều kiện là $2^2 + (m-1)^2 \geq (m+1)^2 \Leftrightarrow m \leq 1$. Kết hợp với điều kiện của đề bài ta có: $-2018 \leq m \leq 1$. Suy ra có 2020 số giá trị nguyên để phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 549. Tìm m để phương trình $3\sin x - 4\cos x = 2m$ có nghiệm.

- A. $-\frac{5}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$. B. $-\frac{5}{2} < m \leq \frac{5}{2}$. C. $m \leq -\frac{5}{2}$. D. $\frac{5}{2} \leq m$.

Lời giải.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $3^2 + (-4)^2 \geq 4m^2 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 550. Phương trình $\sin^2 x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Ta có $\sin^2 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Trong các nghiệm giải được trên đây, chỉ có một nghiệm $x = \frac{\pi}{2} \in (0; \pi)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 551. Tìm điều kiện của m để phương trình $m\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm.

- A. $m \geq \sqrt{34}$. B. $-4 \leq m \leq 4$. C. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$. D. $m \geq 4$.

Lời giải.

Phương trình $m\sin x - 3\cos x = 5$ có nghiệm khi và chỉ khi

$$\Leftrightarrow m^2 + (-3)^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 552. Phương trình nào trong số các phương trình sau có nghiệm?

- A. $\sin x = 2$. B. $2\sin x - 3\cos x = 1$.
 C. $\sin x + 3\cos x = 6$. D. $\cos x + 3 = 0$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình $a\sin x + b\cos x = c$ có nghiệm là $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Ta có $2^2 + (-3)^2 = 13 \geq 1^2$.

Nên phương trình $2\sin x - 3\cos x = 1$ có nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 553. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3\sin x - 4\cos x = m$ có nghiệm.

- A. $m \leq -5$. B. $-5 \leq m \leq 5$. C. $m \leq 5$. D. $-1 \leq m \leq 1$.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm là $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Suy ra điều kiện là $3^2 + (-4)^2 \geq m^2 \Leftrightarrow -5 \leq m \leq 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 554. Phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \sin x - \cos x &= \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) &= \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases} & \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Do $x \in (0; \pi)$ nên $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} \\ x = \frac{11\pi}{12} \end{cases}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 555. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $3 \sin x + 4 \cos x = (m^3 - 4m + 3)x + m + 5$ vô nghiệm?

A. 3.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Với $m = 1$ ta có phương trình $3 \sin x + 4 \cos x = 6$ (vô nghiệm.)

Với $m = 3$ ta có phương trình $3 \sin x + 4 \cos x = 8$ (vô nghiệm.)

Với mọi $m \neq 1$ và $m \neq 3$ thì ta thấy đồ thị hàm số $y = 3 \sin x + 4 \cos x$ và đồ thị hàm số bậc nhất $y = (m^3 - 4m + 3)x + m + 5$ luôn có ít nhất một giao điểm nên phương trình đã cho luôn có nghiệm. Vậy chỉ có 2 giá trị thực của m để phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 556. Phương trình $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 557. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2 \cos 3x = m - 2 \cos x + \sqrt[3]{m + 6 \cos x}$ có nghiệm?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho có nghiệm thì

$$\begin{aligned}
 2\cos 3x &= m - 2\cos x + \sqrt[3]{m + 6\cos x} \\
 \Leftrightarrow 2(4\cos^3 x - 3\cos x) &= m - 2\cos x + \sqrt[3]{m + 6\cos x} \\
 \Leftrightarrow (2\cos x)^3 + (2\cos x) &= \left(\sqrt[3]{m + 6\cos x}\right)^3 + \sqrt[3]{m + 6\cos x} \\
 \Leftrightarrow f(2\cos x) &= f\left(\sqrt[3]{m + 6\cos x}\right) \quad \text{với } f(t) = t^3 + t \quad \text{đồng biến} \\
 \Leftrightarrow 2\cos x &= \sqrt[3]{m + 6\cos x} \\
 \Leftrightarrow 8\cos^3 x &= m + 6\cos x \\
 \Leftrightarrow 8\cos^3 x - 6\cos x &= m \\
 \Leftrightarrow 2\cos 3x &= m \\
 \Leftrightarrow -2 &\leq m \leq 2.
 \end{aligned}$$

Vậy có 5 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 558. Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ có M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của y . Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

A. $M^2 - m^2 = -3$. B. $M^2 - m^2 = -\frac{3}{4}$. C. $M^2 - m^2 = 3$. D. $M^2 - m^2 = 2$.

Lời giải.

Gọi tập giá trị của hàm số là J .

Ta có $y \in J$ khi và chỉ khi tồn tại x sao cho $y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$.

Hay $y(\sin x + \cos x + 2) = \sin x + 2\cos x + 1 \Leftrightarrow (y - 1)\sin x + (y - 2)\cos x = 1 - 2y$.

Điều kiện để phương trình có nghiệm là

$$(y - 1)^2 + (y - 2)^2 \geq (1 - 2y)^2 \Leftrightarrow -2y^2 - 2y + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1.$$

Vậy giá trị lớn nhất của y là $M = 1$ và giá trị nhỏ nhất của y là $m = -2$ nên $M^2 - m^2 = -3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 559. Giải phương trình $\tan x + \cot x = -2$.

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\tan x + \cot x = -2 \Leftrightarrow \tan x + \frac{1}{\tan x} = -2$. (1)

Điều kiện $\tan x \neq 0$.

$$(1) \Leftrightarrow \tan^2 x + 2\tan x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 560. Số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình $\cos 2x - 2\sin x + 3 = 0$ là

A. 2017.

B. 1009.

C. 1010.

D. 2018.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos 2x - 2 \sin x + 3 &= 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x - 2 \sin x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow \sin^2 x + \sin x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Theo giả thiết $x \in [0; 2018\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{4035}{4} \Rightarrow k = \overline{0, 1008}$.

Vậy phương trình đã cho có 1009 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 561. Diện tích của đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos^2 x + 3 \sin x \cdot \cos x = 1$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$3 \sin x \cdot \cos x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \tan x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \alpha + m\pi \end{cases} \quad k, m \in \mathbb{Z}; \quad \tan \alpha = 3.$$

Gọi A, B lần lượt là các điểm cuối biểu diễn cho họ nghiệm $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ trên đường tròn lượng giác.

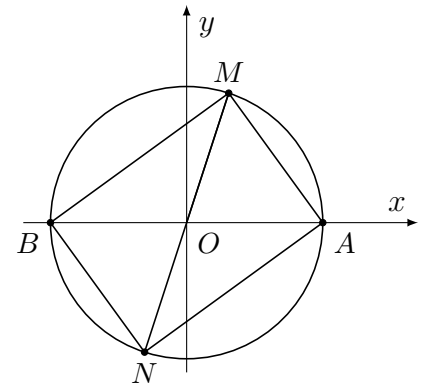
Gọi M, N lần lượt là các điểm cuối biểu diễn cho họ nghiệm $x = \alpha + m\pi, m \in \mathbb{Z}$ trên đường tròn lượng giác.

Tứ giác $AMBN$ là hình chữ nhật, suy ra $S_{AMBN} = 4S_{AOM}$.

Ta có $\widehat{AOM} = \alpha$ và $\tan \alpha = 3$ nên $\cos^2 \alpha = \frac{1}{10}$ hay $\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$.

Vậy

$$S_{AMBN} = 4S_{AOM} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$



Chọn đáp án **(C)** □

Câu 562. Tìm nghiệm của phương trình $\cos 2x - 2 \sin x = -3$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos 2x - 2 \sin x &= -3 \\ &\Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x - 2 \sin x = -3 \\ &\Leftrightarrow -2 \sin^2 x - 2 \sin x + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -2 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 563. Phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$ có họ nghiệm là (với $k \in \mathbb{Z}$)

- A. $x = \frac{4\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{5\pi}{3} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. D. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x &= 3 \\ \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x &= 3 \\ \Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x &= 1 \\ \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) &= 1 \\ \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} &= \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 564. Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \tan x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \sqrt{3}\tan x = \tan 2x$ trên đoạn $[0; 10\pi]$. Số phần tử của S là

- A. 19. B. 20. C. 21. D. 22.

Lời giải.

Áp dụng công thức với $a + b + c = \frac{\pi}{2}$, ta có $\tan a \tan b + \tan b \tan c + \tan c \tan a = 1$.

Khi đó phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} \tan \frac{\pi}{3} \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \tan x \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \tan \frac{\pi}{3} \tan x &= \tan 2x \\ \Leftrightarrow \tan 2x &= 1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Vì $0 \leq x \leq 10\pi \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \leq 10\pi \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; \dots; 19\}$.

Suy ra có 20 giá trị k thỏa mãn nên số phần tử của S bằng 20.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 565. Gọi S là t hợp các nghiệm của phương trình

$$\sqrt{3}\tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \tan x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \sqrt{3}\tan x = \tan 2x \quad (1)$$

trên đoạn $[0; 10\pi]$. Số phần tử của S là

- A. 19. B. 20. C. 21. D. 22.

Lời giải.

ĐK: $\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) \neq 0$. (*)

$$\text{Có } \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} - \tan x}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\tan x} = \frac{1 - \sqrt{3}\tan x}{\sqrt{3} + \tan x}.$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \tan x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + \sqrt{3} \tan x \\ &= \sqrt{3} \cdot \frac{1 - \sqrt{3} \tan x}{\sqrt{3} + \tan x} + \tan x \cdot \frac{1 - \sqrt{3} \tan x}{\sqrt{3} + \tan x} + \sqrt{3} \tan x = \frac{\sqrt{3} + \tan x}{\sqrt{3} + \tan x} = 1. \end{aligned}$$

$$(1) \Leftrightarrow \tan 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (\text{thỏa mãn}(*)).$$

$$\text{Do } x \in [0; 10\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \leq 10\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{79}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập S có số phần tử là 20.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 566. Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình $m \cos x - (m+2) \sin x + 2m+1 = 0$ có nghiệm.

A. 0.

B. 3.

C. vô số.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $m \cos x - (m+2) \sin x + 2m+1 = 0 \Leftrightarrow m \cos x - (m+2) \sin x = -2m-1$.

Để phương trình có nghiệm thì

$$m^2 + (m+2)^2 \geq (-2m-1)^2 \Leftrightarrow -2m^2 + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{6}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Do m là số nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 567. Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm.

A. $a^2 + b^2 > c$.

B. $a^2 + b^2 \leq c^2$.

C. $a^2 + b^2 = c^2$.

D. $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Lời giải.

Điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm là $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 568. Phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 3\pi]$?

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1 &\Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = 1 \\ &\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Với $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ và $x \in [0; 3\pi] \Rightarrow k = 0, 1, 2$.

Với $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ và $x \in [0; 3\pi] \Rightarrow k = 0, 1, 2$.

Vậy phương trình có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 3\pi]$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 569. Gọi M và N lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{\cos x + 1}{2 \sin x + 4}$. Giá trị của $M + N$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $2\sin x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $A = \frac{\cos x + 1}{2\sin x + 4} \Leftrightarrow 2A\sin x - \cos x = 1 - 4A$. (*)

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow 4A^2 + 1 \geq (1 - 4A)^2 \Leftrightarrow 12A^2 - 8A \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq A \leq \frac{2}{3}$.

Suy ra $M = \frac{2}{3}$ và $N = 0$. Vậy $M + N = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 570. Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính giá trị của $\sin x$.

A. $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{6}$.

B. $\sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{6}$.

C. $\sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4}$.

D. $\sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4}$.

Lời giải.

Từ $\sin x + \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} - \sin x$ (1).

Mặt khác $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ (2). Thế (1) vào (2) ta được

$$\sin^2 x + \left(\frac{1}{2} - \sin x\right)^2 = 1 \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4} \\ \sin x = \frac{1 - \sqrt{7}}{4} \end{cases}$$

Vì $0 < x < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin x > 0 \Rightarrow \sin x = \frac{1 + \sqrt{7}}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 571. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$.

Chọn khẳng định đúng?

A. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

B. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

$$3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow (3\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\sin x - \cos x = 0 & (1) \\ \sin x + \cos x = 0 & (2) \end{cases}$$

Nhận xét $\cos x = 0$ không thỏa mãn. Khi đó

— (1) $\Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

— (2) $\Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Kết hợp hai trường hợp ta thấy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình đã cho là $x_0 = \arctan \frac{1}{3} \Rightarrow x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 572. Tìm điều kiện của m để phương trình $(2m - 1)\cos 2x + 2m \cdot \sin x \cdot \cos x = m - 1$ vô nghiệm?

A. $m \in \emptyset$.

B. $m \in (-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $0 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

D. $0 < m < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}(2m - 1) \cos 2x + 2m \cdot \sin x \cdot \cos x &= m - 1 \\ \Leftrightarrow (2m - 1) \cos 2x + m \cdot \sin 2x &= m - 1.\end{aligned}$$

+ Phương trình $(2m - 1) \cos 2x + 2m \cdot \sin x \cdot \cos x = m - 1$ vô nghiệm.

$\Leftrightarrow (2m - 1) \cos 2x + m \cdot \sin 2x = m - 1$ vô nghiệm.

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 + m^2 < (m - 1)^2 \Leftrightarrow 4m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 573. Cho x_0 là nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + 2(\sin x + \cos x) = 2$. Khi đó, giá trị của $P = 3 + \sin 2x_0$ là

A. $P = 3$.

B. $P = 2$.

C. $P = 0$.

D. $P = 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x + \cos x, |t| \leq \sqrt{2}$.

Phương trình đã cho trở thành

$$\frac{t^2 - 1}{2} + 2t = 2 \Leftrightarrow t^2 + 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = -5 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Với $t = 1 \Rightarrow \sin x + \cos x = 1$ (*).

Do x_0 là nghiệm của phương trình đã cho nên x_0 là nghiệm của (*).

Suy ra $\sin x_0 + \cos x_0 = 1 \Rightarrow (\sin x_0 + \cos x_0)^2 = 1 \Rightarrow \sin 2x_0 = 0$.

Vậy $P = 3 \sin 2x_0 = 3 + 0 = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 574. Phương trình $\cos 2x + 2 \cos x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2019)$?

A. 320.

B. 1009.

C. 1010.

D. 321.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}\cos 2x + 2 \cos x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 1 + 2 \cos x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 2 \cos x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \cos x = 1 &\Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Mặt khác theo đề bài ta có: $x \in (0; 2019) \Leftrightarrow k2\pi \in (0; 2019), k \in \mathbb{Z}$.

Hay $0 < k2\pi < 2019 \Leftrightarrow 0 < k < \frac{2019}{2\pi}, k \in \mathbb{Z}$.

Vì k là số nguyên và thỏa mãn điều kiện $0 < k < \frac{2019}{2\pi}$ nên $k \in [1; 321], k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình $\cos 2x + 2 \cos x - 3 = 0$ có 321 nghiệm trong khoảng $(0; 2019)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 575. Cho phương trình $\frac{\cos 4x - \cos 2x + 2 \sin^2 x}{\cos x + \sin x} = 0$. Tính diện tích đa giác có các đỉnh là các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\cos x + \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương

$$\begin{aligned} & \cos 4x - \cos 2x + 2\sin^2 x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^2 2x - 1 - \cos 2x + 1 - \cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^2 2x - 2\cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + l\pi \\ 2x = h2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{l\pi}{2} \\ x = h\pi \end{cases} (l, h \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Điều kiện: $x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ được biểu diễn lên đường tròn lượng giác là khác các điểm M, N .

Nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + \frac{l\pi}{2} (l \in \mathbb{Z})$ được biểu diễn lên đường tròn lượng giác là các điểm M, P, N, Q . Nghiệm $x = h\pi (h \in \mathbb{Z})$ được biểu diễn lên đường tròn lượng giác là các điểm A, B .

Diện tích tứ giác $APBQ$ là $S_{APBQ} = 2S_{\triangle ABP} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 576. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

A. $S = 5\pi$.

B. $S = \frac{7\pi}{6}$.

C. $S = 4\pi$.

D. $S = \frac{11\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & (2\cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & (2\cos 2x + 5)(\sin^2 x - \cos^2 x) + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & -\cos 2x(2\cos 2x + 5) + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & -2\cos^2 2x - 5\cos 2x + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos 2x = -3 \text{ (vô nghiệm)} \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Với $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ mà $x \in (0; 2\pi)$ nên $x \in \left\{ \frac{\pi}{12}; \frac{13\pi}{12} \right\}$.

Với $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ mà $x \in (0; 2\pi)$ nên $x \in \left\{ \frac{11\pi}{12}; \frac{23\pi}{12} \right\}$.

Vậy tổng các nghiệm là $S = \frac{\pi}{12} + \frac{13\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} + \frac{23\pi}{12} = 4\pi$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 577. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$m + \sqrt{m+1} + \sqrt{1+\sin x} = \sin x$$

có nghiệm là $[\alpha; \beta]$. Giá trị $\alpha + \beta$ bằng

A. $-\frac{1}{4} - \sqrt{2}$.

B. $-\frac{1}{4} + \sqrt{2}$.

C. $-\frac{1}{2} - \sqrt{2}$.

D. $-\frac{1}{2} + \sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $m + \sqrt{m+1} + \sqrt{1+\sin x} = \sin x \Leftrightarrow m+1 + \sqrt{m+1} + \sqrt{1+\sin x} = 1 + \sin x$.

Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{1+\sin x} \\ b = \sqrt{m+1} + \sqrt{1+\sin x} \end{cases}$, điều kiện $0 \leq a \leq \sqrt{2}$ và $b \geq 0$.

Khi đó ta có hệ $\begin{cases} a^2 = m+1+b \\ b = \sqrt{m+1+a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = m+1+b & (1) \\ b^2 = m+1+a & (2) \end{cases}$.

Lấy (2) trừ (1) về theo về ta có

$$b^2 - a^2 = a - b \Leftrightarrow (a-b)(a+b+1) = 0 \Leftrightarrow a = b \text{ (vì } 0 \leq a \leq \sqrt{2} \text{ và } b \geq 0 \text{)}.$$

Ta có phương trình $a^2 = m+1+a \Leftrightarrow a^2 - a - 1 = m$ với $0 \leq a \leq \sqrt{2}$.

Xét hàm số $f(a) = a^2 - a - 1$ với $0 \leq a \leq \sqrt{2}$. Bảng biến thiên

a	0	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$
$f'(a)$	-	0	+
$f(a)$	-1	$-\frac{5}{4}$	$1 - \sqrt{2}$

Suy ra $m \in \left[-\frac{5}{4}; 1 - \sqrt{2}\right] \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{1}{4} - \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 578. Số nghiệm trên đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin 2x - 2 \cos x = 0$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin 2x - 2 \cos x &= 0 \Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x - 1) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \cos x = 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi. \end{aligned}$$

Mà $x \in [0; 2\pi]$, suy ra $x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right\}$. Vậy số nghiệm của phương trình ban đầu là 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 579. Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$ là

A. $x \neq k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x \neq k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.Ta có $\sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.Vậy hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.Chọn đáp án **D** □**Câu 580.** Cho phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x - 2(\sqrt{3}\sin x + \cos x) - m = 0$. Để phương trình chỉ có hai nghiệm x_1, x_2 thuộc đoạn $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}]$ thì $m \in (a; b)$. Giá trị của $b - a$ là

A. $3\sqrt{3}$.

B. $4 - 2\sqrt{3}$.

C. 4.

D. $4\sqrt{3} - 2$.

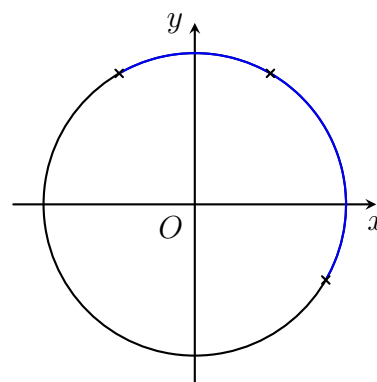
Lời giải.Đặt $t = \sqrt{3}\sin x + \cos x$ (*)

$$\Rightarrow t^2 = 3\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x \cos x = 2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + 1$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = t^2 - 1.$$

Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 1 = 2t - m = 0 \Leftrightarrow m + 1 = t^2 - 2t. \quad (1)$$

Do $x \in [-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}]$ nên $t = \sqrt{3}\sin x + \cos x = 2\sin(x + \frac{\pi}{6}) \in [-1; 2]$.Với mỗi $t \in [-1; \sqrt{3})$ thì tương ứng sẽ cho một nghiệm x thuộc đoạn $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}]$ và mỗi $t \in [\sqrt{3}; 2]$ thì sẽ cho hai nghiệm x thuộc đoạn $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}]$.Vậy yêu cầu bài toán tương đương với tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thuộc $[-1; \sqrt{3})$ hoặc chỉ có một nghiệm thuộc $[\sqrt{3}; 2]$ và không có nghiệm thuộc $[-1; \sqrt{3})$.Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t$ có bảng biến thiên

t	-1	1	$\sqrt{3}$	2
$f(t)$	3		$3 - 2\sqrt{3}$	0

$\swarrow$ $\searrow$
 -1

Dựa vào bảng biến thiên ta được

$$-1 < m + 1 < 3 - 2\sqrt{3} \Leftrightarrow -2 < m < 2 - 2\sqrt{3}.$$

Suy ra $a = -2, b = 2 - 2\sqrt{3} \Rightarrow b - a = 4 - 2\sqrt{3}$.Chọn đáp án **D** □**Câu 581.** Cho phương trình $(2\sin x + 1)(\sqrt{3}\cos x + 2\sin x) = 2\sin^2 x + 3\sin x + 1$. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình đã cho.

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. 2π .

C. $\frac{16\pi}{3}$.

D. π .

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
 & (2 \sin x + 1)(\sqrt{3} \cos x + 2 \sin x) = (2 \sin x + 1)(\sin x + 1) \\
 \Leftrightarrow & (2 \sin x + 1)(\sqrt{3} \cos x + \sin x - 1) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2 \sin x + 1) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{2} \right) = 0 \\
 \Leftrightarrow & (2 \sin x + 1) \left(\cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) - \frac{1}{2} \right) = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{2} \\ \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \pi - x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x - \frac{\pi}{6} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}
 \end{aligned}$$

Mà $x \in [0; 2\pi]$ nên $x \in \left\{ \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right\}$, suy ra tổng các nghiệm thỏa mãn là $\frac{7\pi}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 582. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin x + (m-1) \cos x = 2m-1$ có nghiệm là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

$$1^2 + (m-1)^2 \geq (2m-1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m làm cho phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án **C** □

Câu 583. Từ phương trình $(1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ ta tìm được $\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ có giá trị bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x - \cos x$, điều kiện $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$(1 + \sqrt{5})t + 1 - t^2 - 1 - \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow -t^2 + (1 + \sqrt{5})t - \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{5} \\ t = 1. \end{cases}$$

So với điều kiện thì $t = 1$ thỏa yêu cầu bài toán hay

$$\sin x - \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 584. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos 2x) = 0$ trên $[0; 2\pi]$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Vì $x \in [0; 2\pi] \Leftrightarrow 2x \in [0; 4\pi] \Rightarrow \cos 2x \in [-1; 1]$.

Do đó trên $[0; 2\pi]$ phương trình $\sin(\cos 2x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}$.

Vậy trên $[0; 2\pi]$ phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 585. Phương trình $9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 10$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-2019; 2019]$?

A. 2571.

B. 1927.

C. 2570.

D. 1929.

Lời giải.

Ta có

$$9^{\sin^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 10 \Leftrightarrow 9^{1-\cos^2 x} + 9^{\cos^2 x} = 10 \Leftrightarrow \frac{9}{9^{\cos^2 x}} + 9^{\cos^2 x} - 10 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = 9^{\cos^2 x}$, ($1 \leq t \leq 9$). Khi đó

$$(*) \Leftrightarrow \frac{9}{t} + t - 10 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 10t + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t = 1. \end{cases}$$

Với $t = 1 \Rightarrow 9^{\cos^2 x} = 1 \Leftrightarrow 9^{\cos^2 x} = 9^0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Với $t = 9 \Rightarrow 9^{\cos^2 x} = 9 \Leftrightarrow \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Nếu $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ và $x \in [-2019; 2019]$ thì

$$-2019 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 2019 \Rightarrow -\frac{2019}{\pi} - \frac{1}{2} \leq k \leq \frac{2019}{\pi} + \frac{1}{2}.$$

Do đó, $k = -643, -642, \dots, 642$. Vậy có 1286 nghiệm thỏa mãn.

Nếu $x = k\pi$ và $x \in [-2019; 2019]$ thì

$$-2019 \leq k\pi \leq 2019 \Rightarrow -\frac{2019}{\pi} \leq k \leq \frac{2019}{\pi}.$$

Do đó, $k = -642, -641, \dots, 642$. Vậy có 1285 nghiệm thỏa mãn.

Vậy có tất cả 2571 nghiệm thỏa mãn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 586. Nghiệm dương bé nhất của phương trình $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{6}$.B. $x = \frac{3\pi}{2}$.C. $x = \frac{5\pi}{6}$.D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -3 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm dương bé nhất là $\frac{\pi}{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 587. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $\sin^2 x + \sqrt{m + \sin x} = m$ có nghiệm thực?

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.Đặt $t = \sqrt{m + \sin x} \geq 0$.Ta có $\begin{cases} \sin^2 x + t = m \\ t^2 = m + \sin x \end{cases} \Leftrightarrow \sin^2 x - t^2 = -t - \sin x \Leftrightarrow (\sin x + t)(\sin x - t + 1) = 0$.Nếu $\sin x + t = 0 \Leftrightarrow \sin x + \sqrt{m + \sin x} = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x - \sin x = m$ (1).Để phương trình (1) có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{4}$ và $|\sin x| \leq 1$.

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 + \sqrt{4m + 1}}{2} \\ \sin x = \frac{1 - \sqrt{4m + 1}}{2} \end{cases}$$

$$\left| \frac{1 + \sqrt{4m + 1}}{2} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq m \leq 0.$$

$$\left| \frac{1 - \sqrt{4m + 1}}{2} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq m \leq 2.$$

Nếu $\sin x - t + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x + \sin x + 1 - m = 0$.Giải tương tự như trên ta được $\frac{3}{4} \leq m \leq 1$ hoặc $\frac{3}{4} \leq m \leq 3$.Vậy có 3 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.Chọn đáp án **A** □**Câu 588.** Nghiệm của phương trình $2 \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2 \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) - 1 = 0 &\Leftrightarrow \sin \left(4x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{6} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 589.** Phương trình nào trong số các phương trình sau có nghiệm?

A. $\cos x + 3 = 0$.

B. $\sin x = \sqrt{2}$.

C. $2 \sin x - 3 \cos x = 1$.

D. $\sin x + 3 \cos x = 6$.

Lời giải.Phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm $\Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq c^2$.Ta thấy, phương trình $2 \sin x - 3 \cos x = 1$ có $2^2 + (-3)^2 > 1^2$ nên là phương trình có nghiệm.Chọn đáp án **C** □

Câu 590. Số nghiệm của phương trình $2(\sin 3x - \sqrt{3}\sin^2 2x + \sin x) = \sin 4x$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ là

A. 6.

B. 8.

C. 7.

D. 9.

Lời giải.

Phương trình tương đương

$$\begin{aligned} & \sin 3x + \sin x - \sqrt{3}\sin^2 2x = \sin 2x \cos 2x \\ \Leftrightarrow & 2\sin 2x \cos x - \sqrt{3}\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ 2\cos x = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x + \frac{1}{2}\cos 2x\right) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \cos x = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} & (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{\pi}{3} + m2\pi & (m \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{\pi}{9} + n\frac{2\pi}{3} & (n \in \mathbb{Z}) \end{cases} \end{aligned}$$

Thế k, m, n là các số nguyên bắt đầu từ 0 vào kiểm tra ta thấy phương trình có 7 nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$.

Chọn đáp án  □

Câu 591. Gọi x_0 là một nghiệm của phương trình $\sin 2x = \cos x$ trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính giá trị của biểu thức $S = \sin x_0 + \sin 2x_0 + \sin 3x_0 + \dots + \sin 2018x_0$.

A. $S = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$.

B. $S = \frac{1}{2}$.

C. $S = 0$.

D. $S = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

- Trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ thì $\cos x < 0$ nên $\sin 2x = \cos x \Leftrightarrow 2\sin x \cdot \cos x = \cos x \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6}$.
- Với $x_0 = \frac{5\pi}{6}$ thì $\sin kx_0 + \sin(k+6)x_0 = \sin kx_0 + \sin(kx_0 + 5\pi) = \sin kx_0 - \sin kx_0 = 0$. Suy ra $\sin kx_0 + \sin(k+1)x_0 + \sin(k+2)x_0 + \dots + \sin(k+6)x_0 + \sin(k+7)x_0 + \dots + \sin(k+11)x_0 = 0$, $\forall k \in \mathbb{N}$.

$$\text{Vậy } S = \sin x_0 + \sin 2x_0 + (\sin 3x_0 + \dots + \sin 14x_0) + (\sin 15x_0 + \dots + \sin 26x_0) + \dots + (\sin 2007x_0 + \dots + \sin 2018x_0) = \sin x_0 + \sin 2x_0 = \frac{1}{2} + \frac{-\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn đáp án  □

Câu 592. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 5x + \cos 2x + 2\sin 3x \cdot \sin 2x = 0$ trên đoạn $[0; 3\pi]$ là

A. $\frac{16\pi}{3}$.

B. $\frac{11\pi}{3}$.

C. $\frac{25\pi}{3}$.

D. 6π .

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \cos 5x + \cos 2x + 2 \sin 3x \cdot \sin 2x = 0 \\
& \Leftrightarrow \cos 5x + \cos 2x - \cos 5x + \cos x = 0 \\
& \Leftrightarrow 2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \\
\text{Theo YCBT} \Rightarrow & \begin{cases} 0 \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 3\pi \\ 0 \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 3\pi \\ 0 \leq \pi + k2\pi \leq 3\pi \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} k = 0; 1 \\ k = 1 \quad \text{vì } k \in \mathbb{Z} \\ k = 0; 1 \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy tổng các nghiệm trên đoạn $[0; 3\pi]$ là $\frac{\pi}{3} + \left(\frac{\pi}{3} + 2\pi\right) + \left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi\right) + (\pi + 3\pi) = \frac{25\pi}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 593. Giải phương trình $\cos 2x + 5 \sin x - 4 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

D. $x = k2\pi$.

Lời giải.

Ta có

$$\cos 2x + 5 \sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2 \sin^2 x - 5 \sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{3}{2} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 594. Phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -\frac{3}{2} \text{ (vô nghiệm)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 595. Phương trình $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

— $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, trường hợp này phương trình có một nghiệm $x = \frac{\pi}{2} \in (0; \pi)$.

— $\sin x = -\frac{1}{2}$, trường hợp này phương trình không có nghiệm nào thuộc $(0; \pi)$.

Vậy, phương trình đã cho có 1 nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 596. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$$

có đúng hai nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là $(a; b]$. Giá trị của $a + b$ là

A. -1 .

B. $\frac{5}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. 0 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x \Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos 2x = m \end{cases}$$

Phương trình $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$ không cho ta nghiệm nào thuộc $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $\cos 2x = m$ có hai nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

Xét hàm số $y = \cos 2x$ trên $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

$$\text{Đạo hàm } y' = -2\sin 2x; y' = 0 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right].$$

Bảng biến thiên:

x	0	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
y'	—	0	+
y	1	-1	$-\frac{1}{2}$

Khi $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ thì $m \in [-1; 1]$.

Với $m = -1$ hoặc $-\frac{1}{2} < m \leq 1$ thì một nghiệm t cho ta một nghiệm x .

Với $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$ cho ta hai nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ nên $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right]$.

Vậy $a = -1, b = -\frac{1}{2}$ nên $a + b = -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 597. Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin x \cdot \sin 2x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$ trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Điều kiện: $\sin x + \cos x \neq 0$ (*). Với điều kiện (*) ta có

$$\begin{aligned} & \frac{\sin x \cdot \sin 2x + 2 \cdot \sin x \cdot \cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x \\ \Leftrightarrow & \frac{\sin 2x (\sin x + \cos x) + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x \\ \Leftrightarrow & \frac{(1 + \sin 2x) (\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x \\ \Leftrightarrow & 1 + \sin 2x = \sqrt{3} \cos 2x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x - \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow & \cos \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

- Khi $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) do $x \in (-\pi; \pi)$ suy ra $k = 0$; $k = -1$.

- Khi $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) do $x \in (-\pi; \pi)$ suy ra $k = 0$; $k = 1$.

So sánh với điều kiện (*) suy ra $x = \frac{\pi}{12}$ và $x = \frac{11\pi}{12}$ là nghiệm của phương trình.

Do đó số nghiệm thỏa mãn bài toán là 2.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 598. Số nghiệm của phương trình $6 \cos 2x + \sin x - 5 = 0$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $6 \cos 2x + \sin x - 5 = 0 \Leftrightarrow 6(1 - 2 \sin^2 x) + \sin x - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow -12 \sin^2 x + \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{3} \\ \sin x = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad (1)$$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$ hoặc đường tròn lượng giác nên từ (1) suy ra có 3 nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 599. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $7 + 2 \cos x + m\sqrt{5 + 2 \cos 2x} = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt trên $\left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$7 + 2 \cos x + m\sqrt{4 \cos^2 x + 3} = 0$$

Đặt $t = \cos x$. Vì $x \in \left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$ nên $t \in [-1; 1]$. Khi đó ta có phương trình

$$\begin{aligned} & 7 + 2t + m\sqrt{4t^2 + 3} = 0 \\ \Leftrightarrow & m = \frac{7 + 2t}{\sqrt{4t^2 + 3}}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{2t+7}{\sqrt{4t^2+3}}$, $\forall t \in [-1; 1]$. Có $f'(t) = \frac{6-28t}{(4t^2+3)\sqrt{4t^2+3}}$, $\forall t \in [-1; 1]$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$\frac{3}{14}$	1	$+\infty$
y'			+	0	-
y			$\frac{5\sqrt{7}}{7}$	$\frac{2\sqrt{39}}{3}$	$\frac{9\sqrt{7}}{7}$

Phương trình có 2 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5\sqrt{7}}{7} < -m \leq 3 \\ \frac{9\sqrt{7}}{7} \leq -m < \frac{2\sqrt{39}}{3} \end{cases}$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $\begin{cases} m = -2, m = -3 \\ m = -4 \end{cases}$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 600. Gọi α là nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\sin 2x} = 0$ và M là điểm cuối của α trên đường tròn lượng giác. Số vị trí của điểm M trên đường tròn lượng giác là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $\frac{\sin 3x}{\sin 2x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \\ x \neq \frac{k\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$. Vậy số điểm M trên đường

tròn lượng giác là 4.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 601. Cho phương trình $\frac{2\sin^2 x + \cos 4x - \cos 2x}{\sin x - \cos x} = 0$. Tính diện tích đa giác có đỉnh là các điểm biểu diễn góc lượng giác có số đo α trên đường tròn lượng giác, với α là nghiệm của phương trình đã cho.

A. $\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

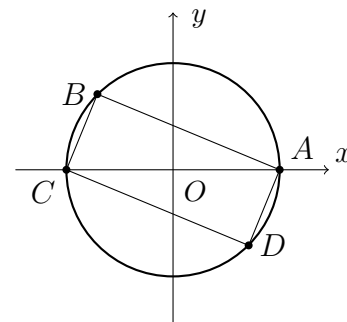
Lời giải.

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$, với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} & \frac{2\sin^2 x + \cos 4x - \cos 2x}{\sin x - \cos x} = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\sin^2 x + \cos 4x - \cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & 1 - \cos 2x + 2\cos^2 2x - 1 - \cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^2 2x - 2\cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Biểu diễn nghiệm $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = k\pi$ trên đường tròn lượng giác ta được hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ.

Xét hình chữ nhật $ABCD$, ta có $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$.



Chọn đáp án **A**

□

Câu 602. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sin^{2016} x + \cos^{2016} x = 2(\sin^{2018} x + \cos^{2018} x)$ trong khoảng $(0; 2018)$.

A. $\left(\frac{1285}{4}\right)^2 \pi$.

B. $(642)^2 \pi$.

C. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$.

D. $(643)^2 \pi$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin^{2016} x + \cos^{2016} x &= 2(\sin^{2018} x + \cos^{2018} x) \\ \Leftrightarrow \sin^{2016} x - 2\sin^{2018} x + \cos^{2016} x - 2\cos^{2018} x &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin^{2016} x (1 - 2\sin^2 x) + \cos^{2016} x (1 - 2\cos^2 x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \sin^{2016} x \cos 2x - \cos^{2016} x \cos 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow \cos 2x (\sin^{2016} x - \cos^{2016} x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^{2016} x - \cos^{2016} x = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x = \pm \cos x \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \cos 2x = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \\ \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Theo yêu cầu bài toán, ta tìm nghiệm thuộc $(0; 2018)$ nên

$$\begin{aligned} 0 &< x < 2018 \\ \Leftrightarrow 0 &< \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 2018 \\ \Leftrightarrow -\frac{\pi}{4} &< \frac{k\pi}{2} < 2018 - \frac{\pi}{4} \\ \Leftrightarrow -\frac{1}{2} &< k < \frac{4036}{\pi} - \frac{1}{2} \approx 1284,2 \\ \Leftrightarrow k &\in \{0, 1, 2, \dots, 1284\}, \quad (\text{vì } k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$ là

$$S = 1285 \cdot \frac{\pi}{4} + (0 + 1 + 2 + \dots + 1284) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} (1285 + 1284 \cdot 1285) = \left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 603. Giải phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$.

A. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{1}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin x + \sqrt{3} \cos x &= \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right) &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} & (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \end{cases} & (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 604. Tìm tất cả tham số m để phương trình $2 \sin^2 x + m \sin 2x = 2m$ vô nghiệm.

A. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{4}{3} \end{cases}$

B. $0 < m < \frac{4}{3}$.

C. $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$

D. $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$.

Lời giải.

Ta có $2 \sin^2 x + m \sin 2x = 2m \Leftrightarrow m \sin 2x - \cos 2x = 2m - 1$.

Phương trình vô nghiệm khi $m^2 + 1 < (2m - 1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 605. Phương trình $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[0; 2\pi]$?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = 0; x = 2\pi.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 606. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của hàm số $y = \frac{3 \sin x - \cos x - 4}{2 \sin x + \cos x - 3}$.

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Điều kiện $2 \sin x + \cos x - 3 \neq 0$. Vì $2^2 + 1^2 = 5 < 3^2 = 9$ nên $2 \sin x + \cos x - 3 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $y \cdot (2 \sin x + \cos x - 3) = 3 \sin x - \cos x - 4 \Leftrightarrow (2y - 3) \sin x + (y + 1) \cos x + 4 - 3y = 0$.

Để phương trình có nghiệm thì $(2y - 3)^2 + (y + 1)^2 \geq (4 - 3y)^2 \Leftrightarrow 2y^2 - 7y + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq y \leq 3$.

Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{1; 2; 3\}$. Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của y là $1 + 2 + 3 = 6$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 607. Số nghiệm của phương trình $\cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{8 \sin x}$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là

A. 7.

B. 10.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos x \cos 2x \cos 4x &= \frac{1}{8 \sin x} \\ \Leftrightarrow 8 \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x &= 1 \\ \Leftrightarrow 4 \sin 2x \cos 2x \cos 4x &= 1 \\ \Leftrightarrow 2 \sin 4x \cos 4x &= 1 \\ \Leftrightarrow \sin 8x &= 1 \\ \Leftrightarrow 8x &= \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4}. \end{aligned}$$

Xét $0 \leq \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4} \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{31}{4} \Rightarrow 0 \leq k \leq 7$, mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0, 1, 2, \dots, 7\}$. Vậy có 8 nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn $[0; 2\pi]$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 608. Số nghiệm của phương trình $(2 \sin x + 1)(3 \cos 4x + 2 \sin x - 4) + 4 \cos^2 x = 3$ trên $[0; 2\pi]$ là

A. 2.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (2 \sin x + 1)(3 \cos 4x + 2 \sin x - 4) + 4 \cos^2 x &= 3 \\ \Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(3 \cos 4x + 2 \sin x - 4) &= 3 - 4 \cos^2 x \\ \Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(3 \cos 4x + 2 \sin x - 4) &= 4 \sin^2 x - 1 \\ \Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(3 \cos 4x + 2 \sin x - 4) &= (2 \sin x + 1)(2 \sin x - 1) \\ \Leftrightarrow (2 \sin x + 1)(3 \cos 4x - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{2} \\ \cos 4x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{k\pi}{2}. \end{cases} \end{aligned}$$

- Với $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$, vì $0 \leq x < 2\pi$ suy ra $0 \leq -\frac{\pi}{6} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{12} \leq k < \frac{13}{12}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 1$.
- Với $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi$, vì $0 \leq x < 2\pi$ suy ra $0 \leq \frac{7\pi}{6} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow -\frac{7}{12} \leq k < \frac{5}{12}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.
- Với $x = \frac{k\pi}{2}$, vì $0 \leq x < 2\pi$ suy ra $0 \leq \frac{k\pi}{2} < 2\pi \Leftrightarrow 0 \leq k < 4$. Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Dễ dàng kiểm tra 6 nghiệm trên phân biệt.

Vậy phương trình có tất cả 6 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 609. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h mét của mực nước trong kênh tính tại thời điểm t giờ trong một ngày được cho bởi công thức: $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$.

12. Mực nước của kênh cao nhất khi

A. $t = 14$.

B. $t = 15$.

C. $t = 16$.

D. $t = 13$.

Lời giải.

Con kênh đạt mực nước cao nhất khi và chỉ khi h lớn nhất

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = k2\pi$$

$$\Leftrightarrow t = -2 + 16k, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $0 \leq t \leq 24$ nên $0 \leq -2 + 16k \leq 24 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq k \leq \frac{13}{8} \Rightarrow k = 1$.

Vậy $t = -2 + 16 = 14$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 610. Phương trình $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $[0; 2\pi]$?

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 2 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 611. Tìm tất cả các số thực m để phương trình $\cos 3x + (m+1) \cos x - \cos 2x = 1$ có 7 nghiệm phân biệt trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

A. $0 < m < 2$.

B. $-1 < m < 1$.

C. $1 < m < 3$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos 3x + (m+1) \cos x - \cos 2x &= 1 \Leftrightarrow \cos 3x + \cos x + m \cos x = 2 \cos^2 x \\ &\Leftrightarrow 2 \cos 2x \cos x + m \cos x - 2 \cos^2 x = 0 \\ &\Leftrightarrow \cos x [2(2 \cos^2 x - 1) - 2 \cos x + m] = 0 \\ &\Leftrightarrow \cos x (4 \cos^2 x - 2 \cos x + m - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 4 \cos^2 x - 2 \cos x + m - 2 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 4\cos^2 x - 2\cos x + m - 2 = 0. \end{cases}$$

Dễ thấy phương trình $\cos x = 0$ có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{2}$ và $x = \frac{3\pi}{2}$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Xét phương trình $4\cos^2 x - 2\cos x + m - 2 = 0$ với $\Delta' = 9 - 4m$. Trường hợp $\Delta' \leq 0$, dễ kiểm tra phương trình $4\cos^2 x - 2\cos x + m - 2 = 0$ có tối đa 4 nghiệm. Do đó ta xét trường hợp $\Delta' > 0$, ta có

$$4\cos^2 x - 2\cos x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1 + \sqrt{9 - 4m}}{4} \\ \cos x = \frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4}. \end{cases}$$

Ta có $m < \frac{9}{4}$, suy ra $\frac{1 + \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

— Với $\frac{1 + \sqrt{9 - 4m}}{4} \in (1; +\infty)$, ta được $\frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. Khi đó phương trình

$$\cos x = \frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4}$$

có tối đa 3 nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$, hay phương trình ở đề bài có tối đa 5 nghiệm.

— Với $\frac{1 + \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \{1\}$, ta được $\frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. Suy ra tập nghiệm của phương trình ở đề bài là

$$S = \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; 0; -\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right\}.$$

— Với $\frac{1 + \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \left(\frac{1}{4}; 1\right)$, ta được $\frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$. Khi đó phương trình

$$\cos x = \frac{1 + \sqrt{9 - 4m}}{4}$$

có 2 nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$.

– Với $\frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$, phương trình $\cos x = \frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4}$ có 3 nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$. Nên phương trình ở đề bài có 7 nghiệm.

– Với $\frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \left[0; \frac{1}{4}\right)$, phương trình $\cos x = \frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4}$ có 2 nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$. Nên phương trình ở đề bài có 6 nghiệm.

Vậy các giá trị của m phải thỏa mãn $\frac{1 - \sqrt{9 - 4m}}{4} \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ hay $0 < m < 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 612. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos^2 4x = m$ có bốn nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

A. $\begin{cases} m > \frac{3}{2} \\ m \leq \frac{47}{64} \end{cases}$

B. $\frac{47}{64} < m < \frac{3}{2}$.

C. $\frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$.

D. $\frac{47}{64} \leq m \leq \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho viết lại như sau $4\cos^2 4x + \cos 4x + 3 = 4m$.

Đặt $t = \cos 4x$ với $t \in [-1; 1]$. Với $t = \pm 1$ thì mỗi t chỉ cho duy nhất một giá trị của $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$;

Với mỗi $-1 < t < 1$ thì mỗi t cho hai giá trị x .

Xét hàm số $f(t) = 4t^2 + t + 3$ với $-1 \leq t \leq 1$ có bảng biến thiên như sau

t	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{8}$	1	$+\infty$
$f(t)$	$+\infty$	6	$\frac{47}{16}$	8	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi $\frac{47}{16} < 4m \leq 6 \Leftrightarrow \frac{47}{64} < m \leq \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 613. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $\cos^2 x + \sqrt{m + \cos x} = m$ có nghiệm thực?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Đặt $t = \cos x$ ($-1 \leq t \leq 1$). Phương trình trở thành $t^2 + \sqrt{m + t} = m$.

Đặt $a = \sqrt{m + t}$ ($a \geq 0$) $\Rightarrow a^2 = m + t$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} a^2 = m + t & (1) \\ t^2 = m - a & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) vế theo vế, ta có

$$a^2 - t^2 = t + a \Leftrightarrow (a - t)(a + t) = a + t \Leftrightarrow (a + t)(a - t - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -t \\ a = t + 1 \end{cases}$$

TH1. Với $a = -t$

$$a = -t \Leftrightarrow -t = \sqrt{m + t} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq t \leq 0 \\ t^2 = m + t \end{cases}.$$

Bài toán trở thành tìm m nguyên dương để phương trình $m = t^2 - t$ có nghiệm thuộc $[-1; 0]$.

$$\text{Xét } f(t) = t^2 - t. \quad g'(t) = 2t - 1. \quad g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

t	-1	0
$f'(t)$	$-$	
$f(t)$	2	0

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2 \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

TH2. Với $a = t + 1$

$$\begin{aligned} a = t + 1 &\Leftrightarrow t + 1 = \sqrt{m + t} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq t \leq 1 \\ m = t^2 + t + 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Bài toán trở thành tìm m nguyên dương để phương trình $m = t^2 + t + 1$ có nghiệm thuộc $[-1; 0]$.

t	-1	$-\frac{1}{2}$	1
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	1	$\frac{3}{4}$	3

Xét $f(t) = t^2 + t + 1$. $g'(t) = 2t + 1$.

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$. Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{3}{4} \leq m \leq 3 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên dương m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 614. Cho phương trình $\sin^2 x \cdot \tan x + \cos^2 x \cdot \cot x + 2 \sin x \cos x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. Tính hiệu nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình.

A. $-\frac{3\pi}{2}$.

B. $\frac{5\pi}{6}$.

C. $-\frac{5\pi}{6}$.

D. π .

Lời giải.

$$\sin^2 x \cdot \tan x + \cos^2 x \cdot \cot x + 2 \sin x \cos x = \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^3 x}{\cos x} + \frac{\cos^3 x}{\sin x} + 2 \sin x \cos x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^4 x + \cos^4 x}{\cos x \sin x} + 2 \sin x \cos x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x}{\cos x \sin x} + 2 \sin x \cos x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{3} \cos x \sin x = 3$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi. \end{cases}$$

Từ đó suy ra nghiệm âm lớn nhất của (1) là $-\frac{2\pi}{3}$; nghiệm dương nhỏ nhất của (1) là $\frac{\pi}{6}$.

Do đó hiệu cần tìm là $\frac{-2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{-5\pi}{6}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 615. Tổng các nghiệm của phương trình $\cos 2x - \sin 2x = 1$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ là

A. $\frac{7\pi}{2}$.

B. $\frac{13\pi}{4}$.

C. $\frac{7\pi}{4}$.

D. $\frac{15\pi}{8}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\cos 2x - \sin 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi. \end{cases}$$

Do $x \in (0; 2\pi)$ suy ra $x \in \left\{\frac{3\pi}{4}; \pi; \frac{7\pi}{4}\right\}$.

Vậy $S = \frac{3\pi}{4} + \pi + \frac{7\pi}{4} = \frac{7\pi}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 616. Cho phương trình $\frac{\sin x}{\cos^2 x - 3 \cos x + 2} = 0$. Tính tổng tất cả các nghiệm trong đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình trên.

A. 1018018π .B. 1018080π .C. 1018081π .D. 1020100π .**Lời giải.**Điều kiện $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.Phương trình đã cho tương đương $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.Vậy tổng tất cả các nghiệm trong đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình là

$$\pi \cdot (1 + 3 + 5 + \dots + 2017) = 1018081\pi.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 617. Cho phương trình $\sqrt[3]{(\sin x + m)^2} + \sqrt[3]{\sin^2 x - m^2} = 2\sqrt[3]{(\sin x - m)^2}$. Gọi $S = [a; b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình trên có nghiệm thực. Tính giá trị của $P = a^2 + b^2$.

A. $P = \frac{162}{49}$.B. $P = \frac{49}{162}$.C. $P = 4$.D. $P = 2$.**Lời giải.**

Ta có

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{(\sin x + m)^2} + \sqrt[3]{\sin^2 x - m^2} = 2\sqrt[3]{(\sin x - m)^2} \\ \Leftrightarrow & \sqrt[3]{(\sin x + m)^2} + \sqrt[3]{\sin^2 x - m^2} - 2\sqrt[3]{(\sin x - m)^2} = 0 \\ \Leftrightarrow & \left(\sqrt[3]{\sin x + m} - \sqrt[3]{\sin x - m} \right) \left(\sqrt[3]{\sin x + m} + 2\sqrt[3]{\sin x - m} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sqrt[3]{\sin x + m} - \sqrt[3]{\sin x - m} = 0 \\ \sqrt[3]{\sin x + m} + 2\sqrt[3]{\sin x - m} = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m = 0 \\ \sin x = \frac{7m}{9} \end{cases} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -\frac{9}{7} \leq m \leq \frac{9}{7}$, nên $a = -\frac{9}{7}$ và $b = \frac{9}{7}$ và ta có $P = \frac{162}{49}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 618. Phương trình $\frac{(1 - 2\cos x)(1 + \cos x)}{(1 + 2\cos x)\sin x} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018\pi)$?

A. 3027.

B. 2018.

C. 2017.

D. 3025.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pm \frac{2\pi}{3} + l2\pi, l \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Ta có phương trình

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \cos x - 2\cos^2 x}{\sin x + \sin 2x} = 1 \Leftrightarrow \frac{-\cos 2x - \cos x}{\sin x + \sin 2x} = 1 \\ \Leftrightarrow & \frac{-2\cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2\sin \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2}} = 1 \Leftrightarrow \cot \frac{3x}{2} = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Đổi chiếu với điều kiện, ta được $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Xét

$$0 < -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} < 2018\pi \Leftrightarrow 0,25 < k < 3027,25.$$

Vậy phương trình đã cho có 3027 nghiệm trong khoảng $(0; 2018\pi)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 619. Phương trình $(1 + \cos 4x) \sin 2x = 3 \cos^2 2x$ có tổng số nghiệm trong đoạn $[0; \pi]$ là

A. $\frac{\pi}{3}$.

B. $\frac{3\pi}{2}$.

C. π .

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} (1 + \cos 4x) \sin 2x &= 3 \cos^2 2x \Leftrightarrow 2 \cos^2 2x \sin 2x = 3 \cos^2 2x \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin 2x = \frac{3}{2} \quad (\text{Loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

Do $x \in [0; \pi]$ nên $x \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right\}$ nên tổng các nghiệm là π .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 620. Giá trị m để phương trình $\cos 2x - (2m + 1) \cos x + m + 1 = 0$ có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$ là

A. $0 \leq m < 1$.

B. $-1 < m < 0$.

C. $0 < m \leq 1$.

D. $-1 \leq m < 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \cos 2x - (2m + 1) \cos x + m + 1 &= 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - (2m + 1) \cos x + m = 0 \\ \Leftrightarrow (\cos x - m)(2 \cos x - 1) &= 0 \Leftrightarrow m = \cos x \text{ vì } \cos x < 0 \quad \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = \cos x$ trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right)$, ta có:

$$y' = -\sin x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y'	—	0	+
y	0	—1	0

Nhìn vào bảng biến thiên ta được $-1 \leq m < 0$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 621. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{4 \sin x + m} + \sin x = \sqrt[3]{\sin^3 x + 4 \sin x + m - 8} + 2$ có nghiệm thực?

A. 18.

B. 20.

C. 21.

D. 22.

Lời giải.

$$\text{Đặt } a = \sqrt[3]{4 \sin x + m} \text{ và } b = \sqrt[3]{\sin^3 x + 4 \sin x + m - 8}.$$

Khi đó: $a^3 + \sin^3 x = b^3 + 8$ và

$$\begin{aligned} a + \sin x &= b + 2 \Leftrightarrow (a + \sin x)^3 = (b + 2)^3 \\ \Leftrightarrow a^3 + \sin^3 x + 3a \sin x(a + \sin x) &= b^3 + 8 + 3 \cdot b \cdot 2(b + 2) \\ \Leftrightarrow (a + \sin x)(a \sin x - 2b) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + \sin x = 0 \\ a \sin x - 2b = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

TH 1. $a + \sin x = 0 \Leftrightarrow m = -\sin^3 x - 4 \sin x$.

Do $\sin x \in [-1; 1]$ nên $-\sin^3 x - 4 \sin x \in [-5; 5]$ hay phương trình có nghiệm khi $m \in [-5; 5]$.

TH 2. $a \sin x - 2b = 0 \Leftrightarrow \sin^3 x(4 \sin x + m) = 8(\sin^3 x + 4 \sin x + m - 8)$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow (8 - \sin^3 x)m &= 4 \sin^4 x - 8 \sin^3 x - 32 \sin x + 64 \Leftrightarrow (8 - \sin^3 x)m = 4(\sin x - 2)(\sin^3 - 8) \\ \Leftrightarrow m &= 8 - 4 \sin x. \end{aligned}$$

Do $\sin x \in [-1; 1]$ nên $(8 - 4 \sin x) \in [4; 12]$ hay phương trình có nghiệm khi $m \in [4; 12]$.

Từ hai trường hợp ta thu được $m \in [-5; 12]$ hay có 18 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 622. Giá trị lớn nhất của m để phương trình $\cos x + \sin^{2018} 5x + m = 0$ có nghiệm là

- A. -1. B. 0. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\cos x + \sin^{2018} 5x + m = 0 \Leftrightarrow \cos x + \sin^{2018} 5x = -m$ (1).

Từ $\cos x \geq -1$, $\sin^{2018} 5x \geq 0$, suy ra $\cos x + \sin^{2018} 5x \geq -1$.

$$\cos x + \sin^{2018} 5x = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, \text{ với } k \in \mathbb{R}.$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $-m \geq -1 \Leftrightarrow m \leq 1$.

Vậy, giá trị lớn nhất của m để phương trình đã cho có nghiệm là $m = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 623. Cho phương trình $m \sin x - \sqrt{3} \cos x = m + 1$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.

- A. $m \geq 1$. B. $m < 1$. C. $m > 1$. D. $m \leq 1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có nghiệm khi

$$m^2 + (-\sqrt{3})^2 \geq (m + 1)^2 \Leftrightarrow m^2 + 3 \geq m^2 + 2m + 1 \Leftrightarrow 2m \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 624. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x + \sin x \cos x = 1$ là

- A. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ B. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

$$\sin^2 x + \sin x \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x - \cos x \sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x - \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 625. Cho phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 3x$. Gọi x_1 và x_2 lần lượt là nghiệm lớn nhất và nhỏ nhất của phương trình đã cho trong đoạn $[0; 2018\pi]$. Tính tổng $x_1 + x_2$.

A. $x_1 + x_2 = \frac{12109\pi}{6}$. B. $x_1 + x_2 = \frac{12111\pi}{6}$. C. $x_1 + x_2 = \frac{12107\pi}{6}$. D. $x_1 + x_2 = \frac{12103\pi}{6}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 3x \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + l\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z}).$

— Với $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$, ta có $0 \leq -\frac{\pi}{6} + k\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{12109}{6}$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1, 2, 3, \dots, 2018\}$.

— Với $x = \frac{\pi}{3} + l\frac{\pi}{2}$, ta có $0 \leq \frac{\pi}{3} + l\frac{\pi}{2} \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq l \leq \frac{12106}{3}$.

Vì $l \in \mathbb{Z}$ nên $l \in \{0, 1, 2, \dots, 4035\}$.

Suy ra $x_1 = \frac{\pi}{3}$, $x_2 = \frac{12107\pi}{6}$.

Vậy $x_1 + x_2 = \frac{\pi}{3} + \frac{12107\pi}{6} = \frac{12109\pi}{6}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 626. Tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cos 2x + 9 \sin x - 7 = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $2 \cos 2x + 9 \sin x - 7 = 0 \Leftrightarrow -4 \sin^2 x + 9 \sin x - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{5}{4} \text{ (vô nghiệm)} \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 627. Nghiệm của phương trình $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin^2 x - 4 \sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = 3. \end{cases}$

— Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

— Với $\sin x = 3$ phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 628. Cho góc tù x thỏa mãn $14 \cos^2 x + \sin 2x = 2$. Khi đó $\cos x$ bằng

A. $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Lời giải.

$14 \cos^2 x + \sin 2x = 2 \Leftrightarrow 14 + 2 \tan x = 2(1 + \tan^2 x) \Leftrightarrow \tan^2 x - \tan x - 6 = 0$, góc $x > 90^\circ$ cho nên $\tan x = -2$, suy ra $\cos x = -\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 629. Số nghiệm của phương trình $\cos^4 x - \cos 2x + 2018 \sin^2 \frac{x}{3} = 0$ trong đoạn $[0; 16]$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos^4 x - \cos 2x + 2018 \sin^2 \frac{x}{3} = 0 &\Leftrightarrow \frac{1}{4} (1 + \cos 2x)^2 - \cos 2x + 2018 \sin^2 \frac{x}{3} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{4} (1 - \cos 2x)^2 + 2018 \sin^2 \frac{x}{3} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \sin \frac{x}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m\pi \\ \frac{x}{3} = n\pi \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = 3n \\ x = m\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Theo giả thiết $0 \leq m\pi \leq 16 \Rightarrow m = 0, m = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 630. Phương trình $4 \sin^2 2x - 3 \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4 \sin^2 2x - 3 \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow 4 \sin^2 2x - 4 \sin 2x \cos 2x + \sin 2x \cos 2x - \cos^2 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow 4 \sin 2x (\sin 2x - \cos 2x) + \cos 2x (\sin 2x - \cos 2x) &= 0 \\ \Leftrightarrow (\sin 2x - \cos 2x) (4 \sin 2x + \cos 2x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x - \cos 2x = 0 \\ 4 \sin 2x + \cos 2x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- Khi $\sin 2x - \cos 2x = 0$, dễ thấy $\cos 2x = 0$ không là nghiệm nên

$$\sin 2x - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \cos 2x \Leftrightarrow \tan 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Do $x \in (0; \pi)$ suy ra $k = 0; k = 1$.

- Khi $4 \sin 2x + \cos 2x = 0$, dễ thấy $\cos 2x = 0$ không là nghiệm nên

$$\begin{aligned} 4 \sin 2x + \cos 2x &= 0 \Leftrightarrow 4 \sin 2x = -\cos 2x \\ \Leftrightarrow \tan 2x &= -\frac{1}{4} \Leftrightarrow 2x = \arctan\left(-\frac{1}{4}\right) + k\pi \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{2} \arctan\left(-\frac{1}{4}\right) + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Do $x \in (0; \pi)$ suy ra $k = 0; k = 1$.

Vậy phương trình có 4 nghiệm thuộc $(0; \pi)$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 631. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $2(m+1-\sin^2 x) - (4m+1)\cos x = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. C. $\left[-\frac{1}{2}; 0\right]$. D. $\left[-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 2(m+1-\sin^2 x) - (4m+1)\cos x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2(m+\cos^2 x) - (4m+1)\cos x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^2 x - (4m+1)\cos x + 2m = 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \cos x, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow -1 \leq t < 0$.

Khi đó phương trình (1) trở thành

$$2t^2 - (4m+1)t + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \text{ (loại)} \\ t = 2m. \end{cases}$$

Do đó, để phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ thì

$$-1 \leq 2m < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 0.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 632. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\cos^3 2x - 6\cos^2 x = m - 4$ có nghiệm là

- A. $m \in [0; 1]$. B. $m \in [-1; 0]$. C. $m \in [0; 2]$. D. $m \in [-1; 1]$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $m = 4\cos^3 2x - 3\cos 2x + 1 \Leftrightarrow m = \cos 6x + 1$.

Vì $\cos 6x$ nhận mọi giá trị trong đoạn $[-1; 1]$ nên phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $0 \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 633. Phương trình $\sin 3x + 2\cos 2x - 2\sin x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $\left(-\frac{7\pi}{8}; 0\right)$:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \sin 3x + 2 \cos 2x - 2 \sin x - 1 = 0 \\
& \Leftrightarrow 3 \sin^3 x - 4 \sin x + 2 - 4 \sin^2 x - 2 \sin x - 1 = 0 \\
& \Leftrightarrow -4 \sin^3 x - 4 \sin^2 x + \sin x + 1 = 0 \\
& \Leftrightarrow (\sin x + 1)(1 - 4 \sin^2 x) = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \\ \sin x = -\frac{1}{2} = \sin \left(-\frac{\pi}{6}\right) \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}
\end{aligned}$$

Với $k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{6}$.

Với $k = -1 \Rightarrow x = -\frac{5\pi}{6}$.

Vậy có tất cả 3 nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{7\pi}{8}; 0\right)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 634. Cho phương trình $\frac{2(1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0$ có x_0 là nghiệm dương lớn nhất trên khoảng $(0; 100\pi)$ và có dạng $x_0 = a\pi + \frac{\pi}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính tổng $T = a + b$.

A. $T = 100$.

B. $T = 101$.

C. $T = 102$.

D. $T = 103$.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq \frac{\pi}{4} + k2\pi, x \neq \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Phương trình tương đương với

$$3 \sin^2 2x + \sin 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Đối chiếu điều kiện suy ra $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi$, mà $x \in (0; 100\pi)$. Nên nghiệm lớn nhất là $x = 99\pi + \frac{\pi}{4}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 635. Tìm m để phương trình $(\cos x + 1)(2 \cos^2 x - 1 - m \cos x) - m \sin^2 x = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

A. $-1 < m \leq 1$.

B. $-\frac{1}{2} < m \leq 1$.

C. $0 < m \leq \frac{1}{2}$.

D. $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$(\cos x + 1)(2 \cos^2 x - 1 - m \cos x) - m(1 - \cos x)(1 + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos 2x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos 2x = m. \end{cases}$$

Với $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$, mà $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow$ Không thỏa mãn.

Do đó để phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa mãn đề bài thì phương trình $\cos 2x = m$ phải có đúng hai nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$, tức là $m \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 636. Cho hàm số $y = \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ với $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đó.

A. $-\sqrt{3}$.

B. -2 .

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

$$y = \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right).$$

$$\Rightarrow y' = \sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\forall \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Ta có: } y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2, y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}, y\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là: } y\left(\frac{7\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 637. Cho phương trình $\cos x \cdot \cos 7x = \cos 3x \cdot \cos 5x$. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình đã cho?

A. $\sin 2x = 0$.

B. $\sin 4x = 0$.

C. $\cos 4x = 0$.

D. $\cos 2x = 0$.

Lời giải.

Ta có:

$$\cos x \cdot \cos 7x = \cos 3x \cdot \cos 5x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(\cos 8x + \cos 6x) = \frac{1}{2}(\cos 8x + \cos 2x)$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x - \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow -2 \sin 4x \cdot \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 638. Phương trình $(\sin x - \cos x)(\sin x + 2 \cos x - 3) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta viết lại

$$(\sin x - \cos x)(\sin x + 2 \cos x - 3) = 0. \quad (1)$$

Khi đó,

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}). \\ \sin x + 2 \cos x - 3 = 0 \text{ (vô nghiệm vì } \sqrt{1^2 + 2^2} < 3) \end{cases}.$$

Ta có $-\frac{3\pi}{4} < x = \frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \Rightarrow -1 < k < \frac{3}{4}$, vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm thực trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; \pi\right)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 639. Số giờ ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của 1 năm được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12$, $t \in \mathbb{Z}$, $0 < t \leq 365$. Gọi T là ngày trong năm mà thành phố A có 9 giờ ánh sáng mặt trời trong một ngày. Hỏi T thuộc những tháng nào trong năm?

A. Tháng 1 và tháng 11.

B. Tháng 2.

C. Tháng 12.

D. Tháng 12 và tháng 1.

Lời giải.

Thành phố A có 9 giờ ánh sáng mặt trời trong một ngày ứng với t thỏa mãn phương trình:

$$3 \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] + 12 = 9 \Leftrightarrow \sin \left[\frac{\pi}{182} (t - 80) \right] = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182} (t - 80) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$\Leftrightarrow t = -11 + k \cdot 364 \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $0 < t \leq 365 \Rightarrow t = 353$.

Ngày thành phố A có 9 giờ ánh sáng mặt trời trong một ngày là ngày thứ 353 thuộc tháng 12.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 640. Cho phương trình $\frac{\sin x}{\cos^2 x - 3 \cos x + 2} = 0$. Tính tổng tất cả các nghiệm trong đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình trên

A. 1020100π .B. 1018081π .C. 1018080π .D. 1018018π .

Lời giải.

Điều kiện $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Phương trình tương đương $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$. Vậy tổng tất cả các nghiệm trong đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình trên là

$$\pi \cdot (1 + 3 + 5 + \cdots + 2017) = 1018081\pi.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 641. Điều kiện cần và đủ để phương trình $m \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là $m \in (-\infty; a] \cup [b; +\infty)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

A. -4.

B. 0.

C. 4.

D. 8.

Lời giải.

Điều kiện cần và đủ để phương trình có nghiệm là

$$m^2 + (-3)^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty).$$

Suy ra $a = -4$, $b = 4$ nên $a + b = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 642. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\cos x = \cos x$ có nghiệm thực?

A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

— Ta có: $\sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\cos x = \cos x \Leftrightarrow m+3\sqrt[3]{m+3}\cos x = \cos^3 x$.

— Đặt $\sqrt[3]{m+3}\cos x = u \Rightarrow m+3\cos x = u^3$ thì phương trình trên trở thành $m+3u = \cos^3 x$.

— Đặt $\cos x = v$ thì ta được

$$\begin{cases} m+3v = u^3 \\ m+3u = v^3 \end{cases} \Rightarrow 3(v-u) + (v-u)(v^2+uv+u^2) = 0 \Leftrightarrow (v-u)(3+v^2+uv+u^2) = 0.$$

Do $3+v^2+uv+u^2 > 0, \forall u, v$ nên phương trình trên tương đương $u = v$.

Suy ra $\sqrt[3]{m+3}\cos x = \cos x \Leftrightarrow m = \cos^3 x - 3\cos x$.

— Đặt $\cos x = t, (-1 \leq t \leq 1)$ và xét hàm $f(t) = t^3 - 3t$ trên $[-1; 1]$.

Ta có $f'(t) = 3t^2 - 3 \leq 0, \forall t \in [-1; 1]$.

Nên hàm số nghịch biến trên $[-1; 1] \Rightarrow -1 = f(1) \leq f(t) \leq f(-1) = 2 \Rightarrow -2 \leq m \leq 2$.

— Vậy $m \in \{-2; -1\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 643. Tìm m để phương trình $3\sin(-x) + 4\cos x + 1 = m$ có nghiệm.

A. $m \in [-4; 6]$.

B. $m \in [-6; 8]$.

C. $m \in [2; 8]$.

D. $m \in [0; 6]$.

Lời giải.

PT $\Leftrightarrow -3\sin x + 4\cos x + 1 - m = 0$. Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $(-3)^2 + 4^2 \geq (1-m)^2 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 24 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 644. Gọi S là tổng tất cả các nghiệm thuộc $[0; 30\pi]$ của phương trình $2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0$. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = \frac{1365}{2}\pi$.

B. $S = \frac{1215}{2}\pi$.

C. $S = 622\pi$.

D. $S = \frac{1335}{2}\pi$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 2\cos^2 x + \sin x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + m2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + n2\pi \end{cases} \quad (k, m, n \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vì $x \in [0; 30\pi]$ nên $k = \overline{0, 14}, m = \overline{1, 15}, n = \overline{0, 14}$. Khi đó tổng các nghiệm là

$$\begin{aligned} S &= 15 \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} \right) + 3 \cdot 2\pi(1 + 2 + \dots + 14) \\ &= 15 \cdot \frac{7\pi}{2} + \frac{(1+14) \cdot 14}{2} \cdot 6\pi = \frac{1365}{2}\pi. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 645. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x + 2 = 0$. Khi đặt $t = \sin x$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $2t^2 + t + 1 = 0$. B. $t + 1 = 0$. C. $-2t^2 + t + 3 = 0$. D. $-2t^2 + t + 2 = 0$.

Lời giải.

$\cos 2x + \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x + \sin x + 3 = 0$. Đặt $t = \sin x$, phương trình trở thành $-2t^2 + t + 3 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 646. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $8\sin^2 x + (m-1)\sin 2x + 2m - 6 = 0$ có nghiệm?

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & 8\sin^2 x + (m-1)\sin 2x + 2m - 6 = 0 \\ \Leftrightarrow & 4(1 - \cos 2x) + (m-1)\sin 2x + 2m - 6 = 0 \\ \Leftrightarrow & (m-1)\sin 2x - 4\cos 2x + 2m - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow & (m-1)\sin 2x - 4\cos 2x = 2 - 2m. \end{aligned}$$

Để phương trình có nghiệm thì

$$\begin{aligned} & (m-1)^2 + (-4)^2 \geq (2-2m)^2 \\ \Leftrightarrow & m^2 - 2m + 1 + 16 \geq 4 - 8m + 4m^2 \\ \Leftrightarrow & 3m^2 - 6m - 13 \leq 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{3-4\sqrt{3}}{3} \leq m \leq \frac{3+4\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

Khi đó các giá trị nguyên của tham số m là $-1, 0, 1, 2, 3$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 647. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ với $x \in [-2\pi; 2\pi]$.

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{-10\pi}{3}$. D. $\frac{-4\pi}{3}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\sin x - \cos x = \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow & \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow & \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}) \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vì $x \in [-2\pi; 2\pi]$ nên $x \in \left\{ \frac{5\pi}{12}; \frac{-19\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}; \frac{-13\pi}{12} \right\}$.

Tổng các nghiệm là $\frac{5\pi}{12} + \frac{-19\pi}{12} + \frac{11\pi}{12} + \frac{-13\pi}{12} = \frac{-4\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 648. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ là

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \cos^2 x + \sin x + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow -\sin^2 x + \sin x + 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = 2(\text{loại}) \end{cases} \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{\pi}{2} + k2\pi. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 649. Giải phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{3}$.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{6} \sin x - \sin \frac{\pi}{6} \cos x &= \sin \frac{\pi}{3} \\ \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) &= \sin \frac{\pi}{3} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi. \end{cases} & (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi. \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 650. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2023)$ của phương trình lượng giác $\sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4 \cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1) \sin x$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. $\frac{310408}{3}\pi$.

B. 102827π .

C. $\frac{312341}{3}\pi$.

D. 104760π .

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4 \cos x + 8 &= 4(\sqrt{3} + 1) \sin x \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 4 \cos x + 8 &= 4(\sqrt{3} + 1) \sin x \\ \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \sin x (\sin x - 2) + 2 \cos x (\sin x - 2) &= 4(\sin x - 2) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin x + 2\cos x = 4 \text{ (vì } \sin x \leq 1 < 2 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + \cos x = 2 \Leftrightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{6} + \cos x \sin \frac{\pi}{6} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$$

$$\text{Theo đề bài } x \in (0; 2023) \Rightarrow \frac{\pi}{3} + k2\pi \in (0; 2023) \Rightarrow 2k + \frac{1}{3} \in \left(0; \frac{2023}{\pi}\right) \Rightarrow k \in \{0; 1; \dots; 321\}.$$

Tổng tất cả các phần tử của S là

$$322 \cdot \frac{\pi}{3} + (0 + 1 + 2 + \dots + 321)2\pi = 322 \cdot \frac{\pi}{3} + 51681 \cdot 2\pi = \frac{310408}{3}\pi.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 651. Từ phương trình $(1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$ ta tìm được $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị bằng

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}.$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}.$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}.$

D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) + \sin 2x - 1 - \sqrt{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow -(\sin x - \cos x)^2 + (1 + \sqrt{5})(\sin x - \cos x) - \sqrt{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 1 \\ \sin x - \cos x = \sqrt{5} \text{ (vô nghiệm vì } \sqrt{5} > \sqrt{2}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sin x - \cos x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 652. Tìm số điểm phân biệt biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin^2 2x - \cos 2x + 1 = 0$ trên đường tròn lượng giác.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\sin^2 2x - \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - \cos^2 2x - \cos 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\cos^2 2x - \cos 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Từ đó suy ra có 2 điểm phân biệt biểu diễn các nghiệm của phương trình trên đường tròn lượng giác.

Chọn đáp án **A** □

Câu 653. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x - 1 = 0 (*)$. Bằng cách đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$) thì phương trình $(*)$ trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $-2t^2 + t - 2 = 0.$

B. $t^2 + t - 2 = 0.$

C. $-2t^2 + t = 0.$

D. $-t^2 + t = 0.$

Lời giải.

$$\text{Do } \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x = 1 - 2t^2, \text{ nên ta có phương trình } 1 - 2t^2 + t - 1 = 0 \Leftrightarrow -2t^2 + t = 0.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 654. Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$ trên $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right]$ là

A. $\frac{7\pi}{6}.$

B. $\frac{7\pi}{3}.$

C. $\frac{7\pi}{2}.$

D. $2\pi.$

Lời giải.

$$2 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in \left(0; \frac{5\pi}{2} \right] \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\pi \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k \leq \frac{7}{3}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2\}.$$

Khi đó các nghiệm của phương trình trên $\left(0; \frac{5\pi}{2} \right]$ là $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{6}, x = \frac{13\pi}{6}$.

$$\text{Vậy tổng các nghiệm trên } \left(0; \frac{5\pi}{2} \right] \text{ bằng } \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{13\pi}{6} = \frac{7\pi}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 655. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của a để phương trình $a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2$ có nghiệm.

A. $a = 3$.

B. $a = 2$.

C. $a = 1$.

D. $a = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2 \\ \Leftrightarrow & a \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} x + 2 \sin 2x + 3a \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} = 2 \\ \Leftrightarrow & 2 \sin 2x + a \cos 2x = 2 - 2a \quad (1). \end{aligned}$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} 2^2 + a^2 & \geq (2 - 2a)^2 \Leftrightarrow 3a^2 - 8a \leq 0 \\ \Leftrightarrow & 0 \leq a \leq \frac{8}{3}. \end{aligned}$$

Do đó, giá trị nguyên lớn nhất của a để phương trình $a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2$ có nghiệm là $a = 2$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 656. Số giá trị nguyên của m để phương trình $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3} \right]$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Xét phương trình } (\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x. \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow (\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 & (2) \\ 4 \cos 2x - m \cos x = m(1 - \cos x). & (3) \end{cases}$$

Ta có (2) $\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow$ (2) không có nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3} \right]$.

$$(3) \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{m}{4}.$$

$$\text{Vì } x \in \left[0; \frac{2\pi}{3} \right] \text{ nên } 2x \in \left[0; \frac{4\pi}{3} \right].$$

Phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3} \right] \Leftrightarrow$ (3) có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3} \right] \Leftrightarrow -1 < \frac{m}{4} \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -4 < m \leq -2$. Do m là số nguyên nên $m \in \{-3; -2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 657. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}$ trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Phương trình tương đương $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 3x + \frac{1}{2}\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{4}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 3x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Với } -\pi < \frac{7\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{43}{24} < k < \frac{29}{24} \Rightarrow k \in \{-1; 0; 1\}.$$

$$\text{Với } -\pi < \frac{\pi}{36} + k\frac{2\pi}{3} < \pi \Leftrightarrow -\frac{37}{24} < k < \frac{35}{24} \Rightarrow k \in \{-1; 0; 1\}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 658. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^3 x - (m + \sqrt{3}\cos x)^3 - m = 2\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ có nghiệm?

A. 6.

B. 4.

C. Vô số.

D. 5.

Lời giải.

$$\sin^3 x - (m + \sqrt{3}\cos x)^3 - m = 2\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sin^3 x + \sin x = (m + \sqrt{3}\cos x)^3 + m + \sqrt{3}\cos x$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 > 0 \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \sin x = m + \sqrt{3}\cos x$.

Do đó để phương trình đã cho có nghiệm thì điều kiện cần và đủ là $1 + (\sqrt{3})^2 \geq m^2 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 659. Phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 2\cos x + 1 = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = \pi + k2\pi$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.

Lời giải.

$$\cos 2x + \sin^2 x + 2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x + 2\cos x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 660. Số nghiệm phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ là

A. 2.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$. Do $x \in [2\pi; 4\pi]$ nên $x \neq 3\pi$.

$$\text{Khi đó ta có } \frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}.$$

$$\text{Do } x \in [2\pi; 4\pi] \text{ và } x \neq 3\pi \text{ nên } \begin{cases} 2\pi \leq \frac{k\pi}{3} \leq 4\pi \\ x \neq 3\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 \leq k \leq 12 \\ k \neq 9. \end{cases}$$

Vậy có tất cả 6 nghiệm của phương trình đã cho thuộc $[2\pi; 4\pi]$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 661. Phương trình $\frac{(1 - 2 \cos x)(1 + \cos x)}{(1 + 2 \cos x) \cdot \sin x} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018\pi)$.

A. 3027.

B. 3028.

C. 3026.

D. 3025.

Lời giải.

Điều kiện $(1 + 2 \cos x) \cdot \sin x \neq 0$. Ta có

$$\begin{aligned} \frac{(1 - 2 \cos x)(1 + \cos x)}{(1 + 2 \cos x) \cdot \sin x} &= 1 \\ \Leftrightarrow 1 - \cos x - 2 \cos^2 x &= \sin x + 2 \sin x \cos x \\ \Leftrightarrow \cos 2x + \cos x + \sin 2x + \sin x &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{3x}{2} \cos \frac{x}{2} &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos \frac{x}{2} \left(\sin \frac{3x}{2} + \cos \frac{3x}{2} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{x}{2} = 0 & (1) \\ \sin \left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = 0 & (2). \end{cases} \end{aligned}$$

Giải (1) $\Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$ (loại vì $\sin x = 0$).

Giải (2) $\Leftrightarrow \frac{3x}{2} + \frac{\pi}{4} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ (thỏa mãn).

Xét $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \in (0; 2018\pi) \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < 3027,25$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 1; 2; 3 \dots; 3027$.

Vậy có 3027 nghiệm thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 662. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(m + 1) \cos x + (m - 1) \sin x = 2m + 3$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = \frac{\pi}{3}$?

A. Không tồn tại.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

$$\begin{aligned} (m + 1) \cos x + (m - 1) \sin x &= 2m + 3 \\ \Leftrightarrow \frac{m + 1}{\sqrt{2m^2 + 2}} \cos x + \frac{m - 1}{\sqrt{2m^2 + 2}} \sin x &= \frac{2m + 3}{\sqrt{2m^2 + 2}} \\ \Leftrightarrow \cos(x + \alpha) = \cos \beta \text{ với điều kiện } -1 \leq \frac{2m + 3}{\sqrt{2m^2 + 2}} \leq 1 \\ (\text{trong đó } \cos \alpha = \frac{m + 1}{\sqrt{2m^2 + 2}}, \cos \beta = \frac{2m + 3}{\sqrt{2m^2 + 2}}) \\ \Leftrightarrow x &= \beta \pm \alpha + k2\pi. \end{aligned}$$

Do đó x_1, x_2 có dạng $x_1 = \beta + \alpha + k_1 2\pi$ và $x_2 = \beta - \alpha + k_2 2\pi$

(vì nếu x_1, x_2 thuộc cùng một họ nghiệm thì $|x_1 - x_2| = m2\pi$ với $m \in \mathbb{Z}$).

Do đó $|x_1 - x_2| = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow |2\alpha + (k_1 - k_2)2\pi| = \frac{\pi}{3}$

Suy ra $\cos |2\alpha + (k_1 - k_2)2\pi| = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{2}$.

Mặt khác $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ nên

$$\frac{1}{2} = 2 \left(\frac{m+1}{\sqrt{2m^2+2}} \right)^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{3}{4} = \frac{(m+1)^2}{2m^2+2} \Leftrightarrow m^2 - 4m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{3} \text{ (loại)}.$$

Vậy không tồn tại m thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 663. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $3 \sin x + (m-1) \cos x - 5 = 0$ có nghiệm.

A. $m < -3$ hoặc $m > 5$.

B. $-3 < m < 5$.

C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 5$.

D. $-3 \leq m \leq 5$.

Lời giải.

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$3^2 + (m-1)^2 \geq 25 \Leftrightarrow (m-1)^2 \geq 16 \Leftrightarrow m \leq -3 \text{ hoặc } m \geq 5.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 664. Trên đường tròn lượng giác, số điểm biểu diễn tập nghiệm của phương trình $2017 \sin^2 x + 2018 \sin x \cos x + \cos^2 x = 1$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình tương đương với $\sin x(2016 \sin x + 2018 \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \tan x = -\frac{1008}{1009} \end{cases}$.

Phương trình $\sin x = 0$ có hai điểm biểu diễn khác với hai điểm biểu diễn phương trình $\tan x = -\frac{1008}{1009}$.
Vậy có tất cả 4 điểm biểu diễn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 665. Tập tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 2 \sin^2 x - 6 \sin x - 2 \cos x + 4 = 0$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \sin 2x + 2 \sin^2 x - 6 \sin x - 2 \cos x + 4 = 0 &\Leftrightarrow 2 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x - 6 \sin x - 2 \cos x + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x - 1) + 2 \sin x (\sin x - 1) - 4 (\sin x - 1) = 0 \\ &\Leftrightarrow (\sin x - 1) (2 \cos x + 2 \sin x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x + \cos x = 2 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 666. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3} \sqrt[3]{m+3} \cos x = \cos x$ có nghiệm thực là

A. 2.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $\sqrt[3]{m+3} \cos x = t, a = \cos x \Rightarrow \begin{cases} t^3 = m+3a \text{ (1)} \\ a^3 = m+3t \text{ (2)} \end{cases}$.

Lấy (1) trừ (2) ta được $t^3 - a^3 = -3(t-a) \Rightarrow (t-a)(t^2 + at + t^2 + 3) = 0 \Rightarrow t = a$.

Với $t = a$, thay vào (1) ta được $t^3 - 3t = m$.

Xét $f(t) = t^3 - 3t$ trên đoạn $[-1; 1]$, ta có $f'(t) = 3t^2 - 3 = 0 \Rightarrow t = \pm 1 \Rightarrow$ bảng biến thiên

t	-1		1
$f'(t)$	0	-	0
$f(t)$	2		
			-2

Để phương trình có nghiệm thì $-2 \leq m \leq 2$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên có 5 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 667. Tìm m để phương trình $\sqrt{1 - \sin x} + \sqrt{\sin x + \frac{1}{2}} = m$ có nghiệm.

A. $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $0 \leq m \leq \sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2} \leq m \leq \sqrt{3}$.

Lời giải.

Điều kiện: $-\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$.

Đặt $t = \sin x, t \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$, với mỗi giá trị $t \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ thì đều tồn tại x sao cho $\sin x = t$.

Xét hàm số: $f(t) = \sqrt{1-t} + \sqrt{t + \frac{1}{2}}$ với $t \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Ta có: $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{4t+2}} - \frac{1}{2\sqrt{1-t}}$, nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4}$.

Khi đó ta có bảng biến thiên:

t	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1
$f'(t)$		+	0
$f(t)$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$

Vậy phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{\sqrt{6}}{2} \leq m \leq \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 668. Cho phương trình $3\sqrt{\tan x + 1}(\sin x + 2 \cos x) = m(\sin x + 3 \cos x)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình trên có nghiệm duy nhất $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2018.

B. 2015.

C. 4036.

D. 2016.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \geq -1. \end{cases}$

Chia hai vế của phương trình cho $\cos x \neq 0$ ta được phương trình

$$3\sqrt{\tan x + 1}(\tan x + 2) = m(\tan x + 3).$$

Đặt $t = \sqrt{\tan x + 1} \Rightarrow \tan x = t^2 - 1, \left(x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (1; +\infty)\right)$. Khi đó ta được phương trình

$$\begin{aligned} 3t(t^2 + 1) &= m(t^2 + 2) \\ \Leftrightarrow m &= \frac{3t(t^2 + 1)}{t^2 + 2} \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{3t(t^2 + 1)}{t^2 + 2}$. Ta có $f'(t) = \frac{3(t^4 + 5t^2 + 2)}{(t^2 + 2)^2} > 0, \forall t > 1$.

Bảng biến thiên

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	2	$+\infty$

Vậy $m > 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 669. Điều kiện của tham số thực m để phương trình $\sin x + (m + 1) \cos x = \sqrt{2}$ vô nghiệm là

- A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{cases}$. B. $m < -2$. C. $-2 < m < 0$. D. $m > 0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi

$$1 + (m + 1)^2 < (\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow -2 < m < 0.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 670. Giải phương trình $2 \cos x - 1 = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 671. Phương trình $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$ có các nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 672. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^2 x = m - 1$ có nghiệm.

- A. $m \leq 2$. B. $1 < m < 2$. C. $m \geq 1$. D. $1 \leq m \leq 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos^2 x = m - 1 \Leftrightarrow \frac{1 + \cos 2x}{2} = m - 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 2m - 3.$$

$$\text{Vì } -1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2m - 3 \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 673. Tìm tổng tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$ của phương trình

$$\sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0.$$

- A. $\frac{105}{2}\pi$. B. $\frac{105}{4}\pi$. C. $\frac{297\pi}{4}$. D. $\frac{299\pi}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \sin^2 2x + 3 \sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = -2 \quad (\text{loại}) \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$x \in [0; 10\pi] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} + \pi; \frac{3\pi}{4} + 2\pi; \frac{3\pi}{4} + 3\pi; \dots; \frac{3\pi}{4} + 9\pi \right\}.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{3\pi}{4} + \left(\frac{3\pi}{4} + \pi \right) + \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi \right) + \dots + \left(\frac{3\pi}{4} + 9\pi \right) = 10 \cdot \frac{3\pi}{4} + (1 + 2 + \dots + 9)\pi = \frac{105}{2}\pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 674. Phương trình $\cot 3x = \cot x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $(0; 10\pi]$?

- A. 9. B. 20. C. 19. D. 10.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq m\pi$ và $x \neq m\frac{\pi}{3}$, $m \in \mathbb{Z}$.

$$\cot 3x = \cot x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	$\frac{7\pi}{2}$	4π	$\frac{9\pi}{2}$	5π	$\frac{11\pi}{2}$	6π	$\frac{13\pi}{2}$	7π	$\frac{15\pi}{2}$	8π	$\frac{17\pi}{2}$	9π	$\frac{19\pi}{2}$	10π
		1		1		1		1		1		1		1		1		1		1

Như vậy ta có 10 nghiệm thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 675. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x}{2 \sin x - \cos x + 3}$ lần lượt là

- A. -1 và $\frac{1}{2}$. B. -1 và 2 . C. $-\frac{1}{2}$ và 1 . D. 1 và 2 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{\sin x + \cos x}{2 \sin x - \cos x + 3} \Leftrightarrow (2y - 1) \sin x + (-y - 1) \cos x = -3y \quad (*).$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow (2y - 1)^2 + (y + 1)^2 \geq 9y^2 \Leftrightarrow 2y^2 + y - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số lần lượt là } \min y = -1 \text{ và } \max y = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 676. Phương trình $2 \sin x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm $x \in (0; 2\pi)$?

- A. 2 nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 4 nghiệm. D. Vô số nghiệm.

Lời giải.

Ta có: $2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Do $x \in (0; 2\pi)$ nên ta có $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 677. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x - 1 = 0 (*)$. Bằng cách đặt $t = \sin x (-1 \leq t \leq 1)$ thì phương trình $(*)$ trở thành phương trình nào sau đây?

A. $-2t^2 + t = 0.$ B. $t^2 + t - 2 = 0.$ C. $-2t^2 + t - 2 = 0.$ D. $-t^2 + t = 0.$

Lời giải.

$$\cos 2x + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x + \sin x = 0 \Rightarrow -2t^2 + t = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 678. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $8 \cot 2x (\sin^6 x + \cos^6 x) = \frac{1}{2} \sin 4x$ trên đường tròn lượng giác là

A. 2. B. 4. C. 6. D. 0.

Lời giải.

Điều kiện $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$. Ta có

$$8 \cot 2x (\sin^6 x + \cos^6 x) = \frac{1}{2} \sin 4x$$

$$\Leftrightarrow 8 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} (\sin^2 x + \cos^2 x) (\sin^4 x + \cos^4 x - \sin^2 x \cos^2 x) = \sin 2x \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x \left[8 \left((\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 3 \sin^2 x \cos^2 x \right) - \sin^2 2x \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x \left[8 \left(1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x \right) - \sin^2 2x \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x (8 - 7 \sin^2 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ 8 - 7 \sin^2 2x = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Số điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác chính là số nghiệm của phương trình đó trên $[0; 2\pi)$. Khi đó ta tìm nghiệm của phương trình trên $[0; 2\pi)$ hay $0 \leq x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} < 2\pi$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k < 7 \text{ vì } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \text{ so với điều kiện ta chọn nghiệm } x \in \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\}. \text{ Do đó số điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là 4.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 679. Số nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right)$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ bằng

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{2} + \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} - k\pi$$

Vậy ta có $0 < x < 3\pi \Leftrightarrow k \in \{-1; -2; -3\}$, suy ra trong khoảng $(0; 3\pi)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 680. Cho phương trình $\sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x)$. Tính tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$.

- A. $\left(\frac{1285}{4}\right)^2 \pi$. B. $(643)^2 \pi$. C. $(642)^2 \pi$. D. $\left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \sin^{2018} x + \cos^{2018} x = 2(\sin^{2020} x + \cos^{2020} x) &\Leftrightarrow \sin^{2018} x(1 - 2\sin^2 x) + \cos^{2018} x(1 - 2\cos^2 x) = 0 \\ &\Leftrightarrow \sin^{2018} x \cos 2x - \cos^{2018} x \cos 2x = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin^{2018} x = \cos^{2018} x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \tan^{2018} x = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Ta có:

$$0 < \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} < 2018 \Leftrightarrow -\pi < 2k\pi < 4 \cdot 2018 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{4036}{\pi} < 1285.$$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; \dots; 1283; 1284\}$.

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; 2018)$ là

$$S = 1285 \cdot \frac{\pi}{4} + (1 + 2 + \dots + 1283 + 1284) \cdot \frac{\pi}{2} = 1285 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{1284 \cdot (1284 + 1)}{2} \cdot \frac{\pi}{2} = \left(\frac{1285}{2}\right)^2 \pi.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 681. Tập giá trị của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ là

- A. $T = [-2; 1]$. B. $T = [-1; 1]$.
C. $T = (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$. D. $T = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải.

Chú ý điều kiện có nghiệm của phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ là $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Xét phương trình $\sin x + \cos x = -2$, ta có $1^2 + 1^2 < (-2)^2$ do đó phương trình này vô nghiệm.

Vậy tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y = \frac{\sin x + 2 \cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2} \Leftrightarrow y \sin x + y \cos x + 2y = \sin x + 2 \cos x + 1.$$

$$\text{Hay } (y - 1) \sin x + (y - 2) \cos x = 1 - 2y \quad (*).$$

Áp dụng điều kiện có nghiệm cho phương trình (*), ta có:

$$(y - 1)^2 + (y - 2)^2 \geq (1 - 2y)^2 \Leftrightarrow 2y^2 + 2y - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1.$$

Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-2; 1]$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 682. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thỏa mãn $\sin \alpha + \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sqrt{2}$. Tính $\tan \left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $\frac{9 - 4\sqrt{2}}{7}$. B. $\frac{9 + 4\sqrt{2}}{7}$. C. $\frac{-9 + 4\sqrt{2}}{7}$. D. $-\frac{9 + 4\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải.

Với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, ta có:

$$\sin \alpha + \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin \alpha + \sqrt{2} \cos \alpha = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin \alpha = \sqrt{2} - \sqrt{2} \cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 2 - 4 \cos \alpha + 2 \cos^2 \alpha \Leftrightarrow 3 \cos^2 \alpha - 4 \cos \alpha + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \alpha = 1 \text{ (loại)} \\ \cos \alpha = \frac{1}{3} \text{ (nhận)} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = 2\sqrt{2} \text{ (do } \tan \alpha > 0 \text{)}.$$

$$\text{Khi đó } \tan \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = -\frac{9 + 4\sqrt{2}}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 683. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x \cos x + |\sin x + \cos x| = 1$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ bằng bao nhiêu?

A. 2π .

B. 4π .

C. 3π .

D. π .

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = |\sin x + \cos x| = \left| \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right|. \text{ Điều kiện } 0 \leq t \leq \sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó } t^2 = 1 + 2 \sin x \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2}.$$

Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} \frac{t^2 - 1}{2} + t &= 1 \\ \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu điều kiện $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ ta nhận $t = 1$.

Với $t = 1$ ta được

$$\begin{aligned} \left| \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| &= 1 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + l2\pi, l \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + m2\pi, m \in \mathbb{Z} \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + n2\pi, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi, l \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{2} + m2\pi, m \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + n2\pi, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $x \in (0; 2\pi)$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}\right\}$.

Do đó tổng các nghiệm của phương trình bằng 3π .

Chọn đáp án **C** □

Câu 684. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin 2x - \cos 2x + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m} - m = 0$ có nghiệm thực?

A. 3.

B. 9.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\begin{aligned} \sin 2x - 2 \cos^2 x + 1 + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m} - m &= 0 \\ \Leftrightarrow 1 + \sin 2x + |\sin x + \cos x| &= 2 \cos^2 x + \sqrt{2 \cos^2 x + m} + m \\ \Leftrightarrow |\sin x + \cos x|^2 + |\sin x + \cos x| &= \left(\sqrt{2 \cos^2 x + m}\right)^2 + \sqrt{2 \cos^2 x + m} \\ \Leftrightarrow \left(|\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m}\right) \left(|\sin x + \cos x| + \sqrt{2 \cos^2 x + m} + 1\right) &= 0 \\ \Leftrightarrow |\sin x + \cos x| &= \sqrt{2 \cos^2 x + m} \\ \Leftrightarrow 1 + \sin 2x &= 2 \cos^2 x + m \\ \Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x &= m \quad (*) \end{aligned}$$

Để (*) có nghiệm thì $1^2 + (-1)^2 \geq m^2 \Leftrightarrow m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 685. Giải phương trình $\cos 2x + 5 \sin x - 4 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$.

C. $x = k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \cos 2x + 5 \sin x - 4 = 0 &\Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x + 5 \sin x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow -2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{3}{2} \text{ (vô nghiệm)} \\ \sin x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 686. Giải phương trình $\cos 5x \cdot \cos x = \cos 4x$.

A. $x = \frac{k\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{k\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{k\pi}{7}; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $\frac{1}{2}(\cos 6x + \cos 4x) = \cos 4x$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \cos 6x &= \cos 4x \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 4x + k2\pi \\ 6x = -4x + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{5} \end{cases} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{k\pi}{5}; (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 687. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $\cos 2x + \sin 3x = 1 + 2 \sin x \cdot \cos 2x$?

A. $\sin x = \frac{1}{2}$.

B. $\sin x = 0$.

C. $2 \sin^2 x = \sin x$.

D. $2 \sin^2 x + \sin x = 0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\cos 2x + \sin 3x &= 1 + 2 \sin x \cdot \cos 2x \\ \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 4 \sin^3 x &= 1 + 2 \sin x (1 - 2 \sin^2 x) \\ \Leftrightarrow 2 \sin^2 x &= \sin x.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 688. Tìm nghiệm của phương trình $\tan x + \cot x = 2(\sin 2x + \cos 2x)$.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\pi \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Ta có

$$\begin{aligned}\tan x + \cot x &= 2(\sin 2x + \cos 2x) \Leftrightarrow \frac{2}{\sin 2x} = 2(\sin 2x + \cos 2x) \\ \Leftrightarrow 2 &= 2 \sin^2 2x + 2 \sin 2x \cdot \cos 2x \Leftrightarrow 2 = 1 - \cos 4x + \sin 4x \\ \Leftrightarrow \sin 4x - \cos 4x &= 1 \Leftrightarrow \sin(4x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 4x - \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})(\text{thỏa điều kiện}).\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 689. Số nghiệm của phương trình $\cos^4 x - \cos 2x + 2 \sin^6 x = 0$ trong $[0; 2\pi]$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

$$\cos^4 x - \cos 2x + 2 \sin^6 x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1 + \cos 2x}{2}\right)^2 - \cos 2x + 2 \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)^3 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \cos^3 2x - 2 \cos^2 2x + 3 \cos 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Theo đề $x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = 0; \pi; 2\pi$. Vậy phương trình có 3 nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 690. Phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2$ có tập nghiệm là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{12} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 2x - \frac{1}{2} \cdot \cos 2x &= 1 \Leftrightarrow \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = 1 \\ \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} &= \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 691. Phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 2\pi]$?

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta thấy $\cos x = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -1 \end{cases}$ không thỏa mãn phương trình. Chia hai vế phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ cho $\cos x$ ta được phương trình

$$\tan x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [-2\pi; 2\pi]$ nên $x = -\frac{5\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 692. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \frac{5}{8}$.

A. $\frac{9\pi}{8}$.

B. $\frac{7\pi}{3}$.

C. $\frac{9\pi}{4}$.

D. 4π .

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} &= \frac{5}{8} \\ \Leftrightarrow \sin^2 x &= \frac{3}{4} \\ \Leftrightarrow \sin x &= \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Các nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình là $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$. Tổng của chúng là 4π .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 693. Cho phương trình $\tan x + \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 1$. Diện tích của đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các họ nghiệm của phương trình gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

A. 0,948.

B. 0,949.

C. 0,946.

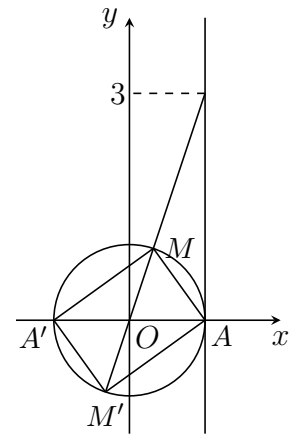
D. 0,947.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \end{cases}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &= 1 \Leftrightarrow \tan x + \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} - 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{-\tan^2 x + 3\tan x}{1 - \tan x} = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 0 \\ \tan x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$



Từ đó suy ra đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho là tứ giác $AMM'A'$.

Để thấy $\sin \widehat{MOA} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$.

Vậy $S_{AMM'A'} = 4S_{MOA} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot OM \cdot OA \cdot \sin \widehat{MOA} = 2 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} \approx 2 \cdot 0,949$.

Vậy số gần nhất với diện tích đa giác trong 4 số đã cho là 0,949.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 694. Số nghiệm thuộc khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\cos(\pi + x) + \sqrt{3}\sin x = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 2.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} \cos(\pi + x) + \sqrt{3}\sin x &= \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow -\cos x + \sqrt{3}\sin x = -\cos 3x \\ &\Leftrightarrow -2\sin 2x \sin x + \sqrt{3}\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x(-2\sin 2x + \sqrt{3}) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}. \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

— Với $x = k\pi$, trên nửa khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$

ta có: $-\frac{4\pi}{3} \leq k\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} \leq k < \frac{1}{2} \Rightarrow k \in \{-1; 0\}$. Suy ra các nghiệm là $x = -\pi, x = 0$.

— Với $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$, trên nửa khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$

ta có: $-\frac{4\pi}{3} \leq \frac{\pi}{6} + k\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq k < \frac{1}{3} \Rightarrow k \in \{-1; 0\}$. Suy ra các nghiệm là $x = -\frac{5\pi}{6}, x = \frac{\pi}{6}$.

— Với $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$, trên nửa khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$

ta có: $-\frac{4\pi}{3} \leq \frac{\pi}{3} + k\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq k < \frac{1}{6} \Rightarrow k \in \{-1; 0\}$. Suy ra các nghiệm là $x = -\frac{2\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3}$.

Suy ra số nghiệm trên nửa khoảng $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình là 6.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 695. Số nghiệm thuộc khoảng $(0; 3\pi)$ của phương trình $\cos^2 x + \frac{5}{2} \cos x + 1 = 0$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Phương trình: $\cos^2 x + \frac{5}{2} \cos x + 1 = 0$.

Đặt $t = \cos x$ với $|t| \leq 1$.

Phương trình trở thành $t^2 + \frac{5}{2}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Loại $t = -2$ vì $|t| \leq 1$.

Với $t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$

— Với $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ta có $0 < \frac{2\pi}{3} + k2\pi < 3\pi \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} < k2\pi < \frac{7\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < k < \frac{7}{6}$.

Suy ra: $k = 0$ hoặc $k = 1$.

Với $k = 0 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$.

Với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{8\pi}{3}$.

— Với $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ta có $0 < -\frac{2\pi}{3} + k2\pi < 3\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{3} < k2\pi < \frac{11\pi}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < k < \frac{11}{6}$.

Suy ra $k = 1 \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3}$.

Vậy có 3 giá trị của x là $\frac{2\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 696. Nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.C. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \vee x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 697. Phương trình $(1 + \cos 4x) \sin 2x = 3 \cos^2 2x$ có tổng các nghiệm trong đoạn $[0; \pi]$ là.

A. $\frac{\pi}{3}$.B. $\frac{2\pi}{3}$.C. $\frac{3\pi}{2}$.D. π .

Lời giải.

Sử dụng công thức hạ bậc và biến đổi ta được

$2(1 + \cos 4x) \sin 2x - 3(1 + \cos 4x) = 0 \Leftrightarrow (1 + \cos 4x)(2 \sin 2x - 3) = 0$.

Suy ra $\cos 4x = -1$ (vì phương trình $2 \sin 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{3}{2}$ vô nghiệm)

hay $\cos 4x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ với $(k \in \mathbb{Z})$.

Trong đoạn $[0; \pi]$ phương trình có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{4}$ và $x = \frac{3\pi}{4}$ nên tổng hai nghiệm là π .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 698. Phương trình $\cos^2 x + \cos x - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\cos^2 x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -2 \end{cases}$$

Suy ra $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Trong đoạn $[0; 2\pi]$ phương trình có nghiệm là $x = 0, x = 2\pi$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 699. Tìm số nghiệm thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$ của phương trình $\frac{\sin 2x}{\cos x + 1} = 0$.

A. 5.

B. 6.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện $\cos x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Phương trình đã cho tương đương với $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{Mà } \begin{cases} x \in [2\pi; 4\pi] \\ x \neq \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \Rightarrow x \in \left\{ 2\pi, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, 4\pi \right\}.$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 700. Tìm nghiệm của phương trình $\frac{\cos x - \sqrt{3} \sin x}{2 \sin x - 1} = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{7\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } 2 \sin x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Phương trình đã cho tương đương:

$$\cos x - \sqrt{3} \sin x = 0 \Leftrightarrow \cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + m\pi, m \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Kết hợp điều kiện suy ra phương trình có nghiệm $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 701. Tìm m để phương trình $2 \sin^2 x - (2m + 1) \sin x + 2m - 1 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

A. $-1 < m < 0$.

B. $0 < m < 1$.

C. $1 < m < 2$.

D. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$2 \sin^2 x - (2m + 1) \sin x + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(2 \sin x - 2m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{2m - 1}{2} \end{cases}$$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ (loại).

Xét phương trình $\sin x = \frac{2m - 1}{2}$:

Vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ nên $\sin x \in (-1; 0) \Rightarrow -1 < \frac{2m - 1}{2} < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 702. Giải phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 3x$.

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{5} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Lời giải.

Ta có $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 3x \Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 703. Nghiệm của phương trình $\cos 2x - 5 \cos x + 4 = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

$\cos 2x - 5 \cos x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 704. Tìm m để phương trình $\sin \left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - m \cos x + 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm trên $\left(0; \frac{4\pi}{3}\right]$.

A. $-1 \leq m \leq -1.$ B. $-2 < m \leq -1.$ C. $-2 \leq m < -1.$ D. $m \geq -2.$

Lời giải.

Ta có

$$\sin \left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - m \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x - m \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - m \cos x = 0$$

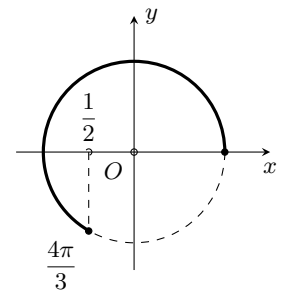
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{m}{2} \end{cases}.$$

Dựa vào đường tròn lượng giác ta thấy phương trình $\cos x = 0$ có đúng một nghiệm trên $\left(0; \frac{4\pi}{3}\right]$ (nghiệm $x = \frac{\pi}{2}$).

Do đó, $\sin \left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) - m \cos x + 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm trên $\left(0; \frac{4\pi}{3}\right]$ khi và chỉ khi $\cos x = \frac{m}{2}$ có hai nghiệm phân biệt khác $\frac{\pi}{2}$.

Điều này tương đương với $-1 < \frac{m}{2} \leq \frac{1}{2}$. Hay $-2 < m \leq 1$.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 705. Giải phương trình $\sin 3x - 4 \sin x \cdot \cos 2x = 0$.

A. $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}.$

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương:

$$\sin 3x - 2(\sin 3x - \sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin x - \sin 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \sin 3x - \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin x = 2 \cos 2x \cdot \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin x (1 - 2 \cos 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 706. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$ có đúng 2 nghiệm $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$(\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos x)(1 + \cos x)$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(4 \cos 2x - m \cos x - m(1 - \cos x)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(4 \cos 2x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + 1 = 0 \\ 4 \cos 2x - m = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ \cos 2x = \frac{m}{4} (*) \end{cases}$$

Xét nghiệm $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \notin \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \forall k \in \mathbb{Z}$.

Để phương trình ban đầu có đúng 2 nghiệm thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$.

Xét hàm số $y = \cos 2x$ trên $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ ta có

$$y' = -2 \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Mà

$$x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}.$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	1	-1	$-\frac{1}{2}$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì $-1 < \frac{m}{4} \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -4 < m \leq -2$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2\}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 707. Nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 3x$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin 3x \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin 3x$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = 3x + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - 3x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} - k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} - k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Hợp hai họ nghiệm trên ta được $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 708. Số nghiệm của phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{\sin^2 2x + 1}{2}$ trong đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$2(\sin^4 x + \cos^4 x) = \sin^2 2x + 1 \Leftrightarrow 2\left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) = \sin^2 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin 2x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}.$$

TH1: $\sin 2x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{8} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

○ $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{8} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{8} \leq k \leq \frac{3}{8} \Rightarrow k = 0.$

○ $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{3\pi}{8} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{7}{8} \leq k \leq \frac{1}{8} \Rightarrow k = 0.$

TH2: $\sin 2x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{8} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

○ $-\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{8} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \leq k \leq \frac{5}{8} \Rightarrow k = 0.$

$$\circ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{8} + k\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{9}{8} \leq k \leq -\frac{1}{8} \Rightarrow k = -1.$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 709. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\cos^2 x + \sqrt{\cos x + m} = m$ có nghiệm?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

Đặt $u = \cos x \in [-1; 1]$ và $v = \sqrt{\cos x + m} \geq 0$, ta có hệ phương trình

$$\begin{aligned} \begin{cases} u^2 + v = m \\ v^2 - u = m \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + v = m \\ v^2 - u = u^2 + v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + v = m \\ u + v = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u^2 + v = m \\ u - v + 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u^2 - u = m \\ v = -u \end{cases} \text{ (1) hoặc } \begin{cases} u^2 + u + 1 = m \\ v = u + 1. \end{cases} \text{ (2)} \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi một trong hai hệ phương trình trên có nghiệm u thỏa mãn $u \in [-1; 1]$.

Xét hệ (1). Vì $v \geq 0$ và $u \in [-1; 1]$ nên ta xét hàm số $f(u) = u^2 - u$ có bảng biến thiên trên $[-1; 0]$ là

x	-1	0
f'	-	
f	2	0

Hệ phương trình (1) có nghiệm khi phương trình $u^2 - u = m$ có nghiệm $u \in [-1; 0]$. Từ bảng biến thiên, ta thấy rằng yêu cầu này xảy ra khi $0 \leq m \leq 2$.

Tương tự, xét hàm số $g(u) = u^2 + u + 1$ trên $[-1; 1]$, có bảng biến thiên là

x	-1	$-\frac{1}{2}$	1
g'	-	+	
g	1	$\frac{3}{4}$	3

Hệ phương trình (2) có nghiệm khi phương trình $u^2 + u + 1 = m$ có nghiệm $u \in [-1; 1]$. Điều này xảy ra khi $\frac{3}{4} \leq m \leq 3$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi hệ (1) có nghiệm hoặc hệ (2) có nghiệm, tức là

$$\begin{cases} 0 \leq m \leq 2 \\ \frac{3}{4} \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 3.$$

Như vậy, có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm, đó là $m = 0; 1; 2; 3$.

Lưu ý: Vì các hàm số f và g ở trên là các hàm số bậc hai nên có thể lập bảng biến thiên của chúng mà không cần dùng đạo hàm. Do đó bài toán hoàn toàn có thể giải được bằng kiến thức lớp 11.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 710. Tất cả các nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin 2x - 3 \cos^2 x = 0$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Ta có $\sin^2 x - \sin 2x - 3 \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ (*)

Do $\cos x = 0$ không thỏa mãn phương trình (*) nên $\cos x \neq 0$.

Chia cả 2 vế của phương trình (*) cho $\cos^2 x$ ta được:

$$\tan^2 x - 2 \tan x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 711. Với ký hiệu $k \in \mathbb{Z}$, tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x - \sin 4x + \sin 5x = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = k2\pi, x = \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{5}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, x = k\pi, x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$.
 C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = k\pi, x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$. D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, x = k2\pi, x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}$.

Lời giải.

$$\sin x - \sin 4x + \sin 5x = 0 \Leftrightarrow \sin 5x + \sin x = \sin 4x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin 3x \cos 2x = 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = \sin 2x \\ \cos 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2x + k2\pi \\ 3x = \pi - 2x + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 712. Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + \sqrt{3} = 0$.

- A. $x = -\frac{2\pi}{3}$. B. $x = -\frac{\pi}{3}$. C. $x = -\frac{\pi}{4}$. D. $x = -\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có pt} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Với $k = -1$ thì nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{2\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 713. Phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 1$ tương đương với phương trình nào sau đây.

- A. $\sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. B. $\sin \left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \frac{1}{2}$. C. $\sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$. D. $\cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \sqrt{3} \sin x - \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 714. Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là

A. 1008.

B. 2018.

C. 2017.

D. 1009.

Lời giải.

$$2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow -2\cos^2 2x + \cos 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ (vô nghiệm).}$$

$$\cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Xét } x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \in [0; 2018\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{4035}{4}.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; \dots; 1008\} \Rightarrow$ phương trình có 1008 thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 715. Trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình $\sin^2 4x + 3\sin 4x \cos 4x - 4\cos^2 4x = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Với $\cos 4x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ không phải là nghiệm của phương trình.

Với $\cos 4x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó ta có:

$$\text{PT} \Leftrightarrow \tan^2 4x + 3\tan 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan 4x = 1 \\ \tan 4x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{\arctan(-4)}{4} + \frac{k\pi}{4} \end{cases}$$

$$1. \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{7}{4} \Leftrightarrow k = 0 \text{ hoặc } k = 1$$

$$2. \frac{\arctan(-4)}{4} + \frac{k\pi}{4} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 0 < \frac{\arctan(-4)}{4} + \frac{k\pi}{4} < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-\arctan(-4)}{\pi} < k < 2 \Leftrightarrow k = 1.$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 716. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\cos 2x - 4\cos x - m = 0$ có nghiệm?

A. 6.

B. 7.

C. 9.

D. 8.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \cos 2x - 4\cos x - m = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 4\cos x - 1 = m.$$

Đặt $f(t) = 2t^2 - 4t - 1$, dễ thấy $\min_{[-1;1]} f(t) = -3, \max_{[-1;1]} f(x) = 5$. Do đó phương trình $\cos 2x - 4\cos x - m =$

0 có nghiệm khi và chỉ khi $-3 \leq m \leq 5$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn YCBT.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 717. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$.

Tính $M \cdot m$.

A. $\frac{4}{11}$.B. $\frac{3}{4}$.C. $\frac{1}{2}$.D. $\frac{20}{11}$.

Lời giải.

Ta có $2\cos x - \sin x + 4 > 0$ nên $y = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4} \Leftrightarrow (2y - 1)\cos x - (y + 2)\sin x = -4y + 3$ (*).

Phương trình (*) có nghiệm khi và chỉ khi

$$(2y - 1)^2 + (y + 2)^2 \geq (-4y + 3)^2 \Leftrightarrow -11y^2 + 24y - 4 \geq 0 \Leftrightarrow y_1 \leq y \leq y_2,$$

trong đó y_1, y_2 là nghiệm của phương trình $-11y^2 + 24y - 4 = 0$. Do đó $m = y_1, M = y_2$.

Vậy $M \cdot m = y_1 \cdot y_2 = \frac{4}{11}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 718. Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\tan x + 3 = 0$.

B. $\sin x + 3 = 0$.

C. $3 \sin x - 2 = 0$.

D. $2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

Lời giải.

Vì $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1$ nên phương trình $\sin x + 3 = 0$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 719. Giải phương trình $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3$.

A. $\left\{-\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $\left\{\frac{5\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Ta có: $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x = 3 \Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x = 3$.

Khi $\cos x = 0$ thì phương trình trở thành $2 \sin^2 x = 3$, vô nghiệm. Do đó, những x thỏa $\cos x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

Chia hai vế cho $\cos^2 x$ ta được: $2 \tan^2 x + 2\sqrt{3} \tan x = 3(\tan^2 x + 1)$.

Phương trình tương đương với $\tan x = \sqrt{3}$. Hay $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 720. Tìm nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$.

A. $x = \frac{\pi}{2}$.

B. $x = 0$.

C. $x = \pi$.

D. $x = 2$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = 2k\pi. \end{cases}$

— Với $x = \frac{\pi}{2} + k\pi : 0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < \pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2} < k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{1}{4}$.

Hơn nữa, do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$. Khi đó, $x = \frac{\pi}{2}$.

— Với $x = 2k\pi : 0 < x < \pi \Leftrightarrow 0 < 2k\pi < \pi \Leftrightarrow 0 < k < \frac{1}{2}$.

Ta thấy không có giá trị k nguyên nào thỏa mãn điều kiện này.

Vậy có duy nhất giá trị $x = \frac{\pi}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 721. Tìm tất cả các họ nghiệm của phương trình $2 \cos 2x + 9 \sin x - 7 = 0$.

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Phương trình trở thành $2(1-2\sin^2 x)+9\sin x-7=0 \Leftrightarrow -4\sin^2 x+9\sin x-5=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{5}{4} \text{ (vô nghiệm)} \end{cases}$

Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 722. Tìm số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2017]$ của phương trình $\frac{\sqrt{1+\cos x} + \sqrt{1-\cos x}}{\sin x} = 4 \cos x$.

A. 1285.

B. 1284.

C. 1283.

D. 1287.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\sqrt{2} \left(\left| \cos \frac{x}{2} \right| + \left| \sin \frac{x}{2} \right| \right) = 2 \sin 2x \quad (1)$$

Ta dễ chứng minh được nếu x_0 là nghiệm của phương trình (1) thì $x_0 + \pi$ cũng là nghiệm của phương trình (1). Do đó ta sẽ tìm nghiệm của (1) trên một chu kỳ cơ sở là $x \in [0; \pi] \Leftrightarrow \frac{x}{2} \in [0; \frac{\pi}{2}]$. Khi đó

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \sqrt{2} \left(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right) = 2 \sin 2x \Leftrightarrow 2 \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = 2 \sin 2x \\ &\Leftrightarrow \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) = \sin 2x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{4k\pi}{3} \\ x = \frac{3\pi}{10} + \frac{4k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện $x \in [0; \pi]$ ta suy ra $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{3\pi}{10}$.

Do tập nghiệm của (1) tuần hoàn với chu kỳ π nên nghiệm của phương trình (1) là

$$x \in \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{3\pi}{10} + k\pi \right\}$$

Ta có $x \in [0; 2017] \Leftrightarrow x \in [0; 642\pi]$.

Với $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 642\pi$ vì $k \in \mathbb{Z}$ suy ra $k \in \{0; 1; 2; \dots; 641\}$ nên phương trình có 642 nghiệm.

Tương tự trường hợp $x = \frac{3\pi}{10} + k\pi$ ta cũng suy ra được $k \in \{0; 1; 2; \dots; 641\}$ và trong trường hợp này phương trình có 642 nghiệm.

Vậy trên đoạn $[0; 2017]$ phương trình đã cho có tất cả $642 + 642 = 1284$ nghiệm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 723. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2108, 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm?

A. 4037.

B. 4036.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} (m+1) \frac{1-\cos 2x}{2} - \sin 2x + \cos 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \sin 2x + (m-1) \cos 2x &= m+1. \end{aligned}$$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$$2^2 + (m - 1)^2 \geq (m + 1)^2 \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Từ đó có 2020 giá trị nguyên của m thuộc $[-2108, 2018]$ để phương trình đã cho có nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 724. Tìm nghiệm của phương trình $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

C. $x = -\pi + k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

D. $x = k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Lời giải.

Điều kiện: $\cos x \neq 0$. Phương trình trở thành:

$$\cos 2x - \tan^2 x = 1 - \cos x - \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \cos 2x = -\cos x \Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\pi + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 725. Tìm S là tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình

$$\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) - 3\cos\left(x - \frac{15\pi}{2}\right) = 1 + 2\sin x.$$

A. $S = 4\pi$.

B. $S = 2\pi$.

C. $S = 5\pi$.

D. $S = 3\pi$.

Lời giải.

$$\text{Phương trình trở thành } \cos 2x + 3\sin x = 1 + 2\sin x \Leftrightarrow 2\sin^2 x - \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

— Với $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

— Với $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$

Do vậy các nghiệm $\in [0; 2\pi]$ là $0, \pi, 2\pi, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 726. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $\sin \frac{x}{2} + (m - 1) \cdot \cos \frac{x}{2} = \sqrt{5}$ vô nghiệm?

A. $m > 3$ hoặc $m < -1$.

B. $-1 \leq m \leq 3$.

C. $m \geq 3$ hoặc $m \leq -1$.

D. $-1 < m < 3$.

Lời giải.

Phương trình $\sin \frac{x}{2} + (m - 1) \cdot \cos \frac{x}{2} = \sqrt{5}$ vô nghiệm khi

$$a^2 + b^2 < c^2 \Leftrightarrow 1 + (m - 1)^2 < 5 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 727. Cho phương trình $\frac{(1 + \cos x)(\cos 2x - \cos x) - \sin^2 x}{\cos x + 1} = 0$. Tính tổng các nghiệm nằm trong khoảng $(0; 2018\pi)$ của phương trình đã cho.

A. 1019090π .

B. 2037171π .

C. 2035153π .

D. 1017072π .

Lời giải.

Điều kiện $x \neq \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{PT} \Leftrightarrow \frac{(1 + \cos x)(\cos 2x - \cos x) - (1 - \cos^2 x)}{\cos x + 1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x - \cos x - 1 + \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Kết hợp điều kiện ta thấy phương trình có các nghiệm thuộc $(0; 2018\pi)$ là $x = 2\pi; x = 4\pi; \dots; x = 2016\pi$.

Khi đó có tất cả 1008 nghiệm nên tổng tất cả các nghiệm bằng

$$S = x_1 + x_2 + \dots + x_{1008} = \frac{1008}{2} (2\pi + 2016\pi) = 1017072\pi.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 728. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $5 \sin x - 12 \cos x = m$ có nghiệm?

A. 13.

B. 26.

C. 27.

D. Vô số.

Lời giải.

Điều kiện để phương trình $5 \sin x - 12 \cos x = m$ có nghiệm là

$$5^2 + (-12)^2 \geq m^2 \Rightarrow m^2 \leq 13^2 \Rightarrow -13 \leq m \leq 13$$

$\Rightarrow$ có 27 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 729. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos 2x - \cos x - 2 = 0$ trong $[0; 2\pi]$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\cos 2x - \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - \cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \text{ (TM)} \\ \cos x = \frac{3}{2} \text{ (Loại)} \end{cases} \Rightarrow x = \pi \text{ (vì } x \in [0; 2\pi]).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 730. Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

$$\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x - 2 \cos 3x \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x(1 - 2 \sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 731. Hàm số $y = 2 \cos 3x + 3 \sin 3x - 2$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 7.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

$$y = 2 \cos 3x + 3 \sin 3x - 2 \Leftrightarrow 2 \cos 3x + 3 \sin 3x = y + 2 (*)$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có nghiệm } x \Leftrightarrow 3^2 + 2^2 \geq (y+2)^2 \Leftrightarrow y^2 + 4y - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -2 - \sqrt{13} \leq y \leq -2 + \sqrt{13}.$$

Vậy tập các giá trị y nguyên là $\{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1\}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 732. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$.

Chọn khẳng định đúng.

A. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. B. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. C. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. D. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

Chia hai vế phương trình cho $\cos^2 x \neq 0$, ta được

$$3 \tan^2 x + 2 \tan x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất $x_0 = \arctan \frac{1}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 733. Phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$ có tập nghiệm là

A. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$. B. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$.
C. $\left\{\frac{7\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$. D. $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có : } \sin x - \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 734. Giải phương trình $3 \cos^2 x - 2 \sin x + 2 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

$$3 \cos^2 x - 2 \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3(1 - \sin^2 x) - 2 \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow -3 \sin^2 x - 2 \sin x + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 735. Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin x \cdot \sin 2x + 2 \sin x \cdot \cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$

trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là

A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \sin x + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Phương trình tương đương với } 2 \sin x \cdot \cos x + 1 = \sqrt{3} \cos 2x \Leftrightarrow \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = -1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Trong hai họ nghiệm trên có các nghiệm $x = \frac{\pi}{12}$, $x = -\frac{11\pi}{12}$, $x = \frac{3\pi}{4}$ và $x = -\frac{\pi}{4}$ thuộc $(-\pi; \pi)$, tuy nhiên với $x = \frac{3\pi}{4}$ và $x = -\frac{\pi}{4}$ không thỏa mãn điều kiện. Vậy phương trình có 2 nghiệm trong khoảng $(-\pi; \pi)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 736. Tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan x + \cot x - \sqrt{3} - 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải.

Điều kiện: $x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

$$\sqrt{3}\tan x + \cot x - \sqrt{3} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}\tan x + \frac{1}{\tan x} - \sqrt{3} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\tan^2 x - (\sqrt{3} - 1)\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 737. Phương trình $\frac{\sin x}{x} = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô số nghiệm.

B. Vô nghiệm.

C. 3 nghiệm.

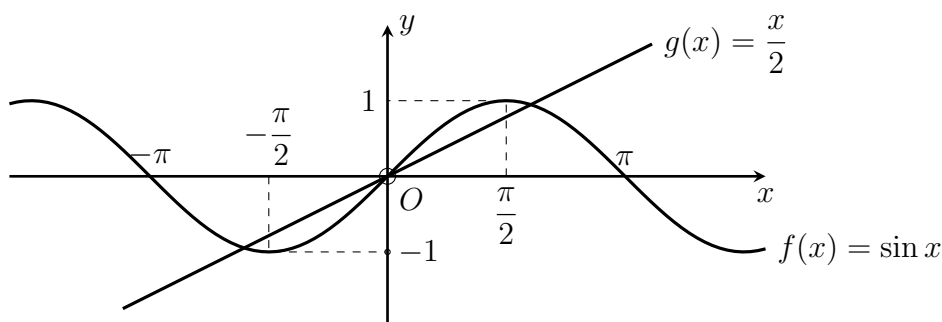
D. 2 nghiệm.

Lời giải.

Điều kiện: $x \neq 0$.

$$\text{Phương trình } \frac{\sin x}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{x}{2} \quad (1).$$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = \sin x$ và đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x}{2}$.



Dựa vào đồ thị ta thấy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm phân biệt nên phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 0$. Đối chiếu điều kiện suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 738. Cho phương trình $\frac{\cos x + \sin 2x}{\cos 3x} + 1 = 0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. Phương trình đã cho vô nghiệm.
 B. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình là $x = -\frac{\pi}{2}$.
 C. Phương trình tương đương với phương trình $(\sin x - 1)(2 \sin x - 1) = 0$.
 D. Điều kiện xác định của phương trình là $\cos x(3 + 4 \cos^2 x) \neq 0$.

Lời giải.

Phương trình tương đương

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x + \sin 2x + \cos 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ 2 \cos 2x \cos x + 2 \sin x \cos x = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos x (4 \cos^2 x - 3) \neq 0 \\ 2 \cos x (\cos 2x + \sin x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x (4 - 4 \sin^2 x - 3) \neq 0 \\ 2 \cos x (-2 \sin^2 x + \sin x + 1) = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \cos x (1 - 2 \sin x) (1 + 2 \sin x) \neq 0 \\ \cos x (2 \sin x + 1) (\sin x - 1) = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra phương trình vô nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 739. Phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \tan 2x$ có số nghiệm thuộc khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$ là bao nhiêu?
 A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Điều kiện $\cos 2x \neq 0$. Khi đó phương trình

$$\Leftrightarrow \frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 2x = \sin 2x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = -1 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

$$\text{Do đó phương trình } \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}.$$

Do đó phương trình có 2 nghiệm thuộc khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 740. Tìm m để phương trình $\sin x + (m - 1) \cos x = 2m - 1$ có nghiệm.

- A. $m \geq \frac{1}{2}$. B. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases}$. C. $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$.

Lời giải.

Để phương trình $\sin x + (m - 1) \cos x = 2m - 1$ có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & 1^2 + (m - 1)^2 \geq (2m - 1)^2 \Leftrightarrow 1 + m^2 - 2m + 1 \geq 4m^2 - 4m + 1 \\ \Leftrightarrow & 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 741. Cho phương trình $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Với giá trị nào của m phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0; \frac{2\pi}{3}]$.

- A. $m > -1$. B. $m \geq -1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có phương trình tương đương

$$(1 + \cos x)(\cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos^2 x) = m(1 + \cos x)(1 - \cos x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \cos x = 0 \\ \cos 2x - m \cos x = m - m \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos 2x = m. \end{cases}$$

Với $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow \cos x = -1$ (vô nghiệm).

Với $x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \Rightarrow 2x \in \left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$, dựa vào đường tròn lượng giác suy ra phương trình có đúng hai nghiệm khi

$$-1 < m \leq \cos \frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow -1 < m \leq -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 742. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x - \cos 2x + 9 \sin x - 4 = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$.

- A. $\frac{25\pi}{6}$. B. 6π . C. Kết quả khác. D. $\frac{11\pi}{3}$.

Lời giải.

$$\cos 3x - \cos 2x + 9 \sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow \cos x(1 - 4 \sin^2 x) + 2 \sin^2 x + 9 \sin x - 5 = 0 \Leftrightarrow (2 \sin x - 1) \left(\sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) + \sin 2x - 5 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right) + \sin 2x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}, x = \frac{13\pi}{6}, x = \frac{17\pi}{6}. \text{ Tổng các nghiệm bằng } 6\pi$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 743. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sqrt{2} \cos 3x = \sin x + \cos x$.

- A. 6π . B. $\frac{11\pi}{2}$. C. 8π . D. $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải.

Phương trình tương đương với

$$\cos 3x = \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 3x = -x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Vì $x \in (0; 2\pi)$ nên $x \in \left\{ \frac{7\pi}{8}; \frac{15\pi}{8}; \frac{\pi}{16}; \frac{9\pi}{16}; \frac{17\pi}{16}; \frac{25\pi}{16} \right\}$. Tổng các nghiệm là 6π .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 744. Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $m \cdot \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm.

- A. $m \geq 4$. B. $m \leq -4$ hoặc $m \geq 4$.
C. $-4 \leq m \leq 4$. D. $m \geq \sqrt{34}$.

Lời giải.

Điều kiện phương trình $m \cdot \sin x - 3 \cos x = 5$ có nghiệm là

$$m^2 + (-3)^2 \geq 5^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow m \leq -4 \text{ hoặc } m \geq 4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 745. Xét phương trình $\sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x = 2$. Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

- A. $(2 \sin x - 1)(2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1) = 0$. B. $(2 \sin x - \cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$.
C. $(2 \sin x - 1)(2 \cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$. D. $(2 \sin x - 1)(2 \cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x &= 2 \\ \Leftrightarrow \sin x - 4 \sin^3 x - 6 \sin x \cos x - 1 + 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 3 \cos x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow 6 \sin x(1 - \cos x) - 4 \sin^3 x + 2 \sin^2 x + 3 \cos x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow (1 - \cos x)(2 \sin x - 1)(1 + 2 \cos x) &= 0 \\ \Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(2 \cos x + 1)(\cos x - 1) &= 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 746. Số nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $27 \cos^4 x + 8 \sin x = 12$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 27 \cos^4 x + 8 \sin x = 12 &\Leftrightarrow 27 \sin^4 x - 54 \sin^2 x + 8 \sin x + 15 = 0 \\ &\Leftrightarrow (3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3)(9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0 \\ 9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5 = 0 \end{cases}. \end{aligned}$$

$$\text{TH1: } 3 \sin^2 x + 2 \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3} \in (-1; 1) \\ \sin x = \frac{-1 - \sqrt{10}}{3} \notin (-1; 1) \end{cases}$$

Với $\sin x = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có 2 nghiệm. (dựa vào số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sin x$ và đường thẳng $y = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$).

$$\text{TH2: } 9 \sin^2 x - 6 \sin x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1 - \sqrt{6}}{3} \in [-1; 1] \\ \sin x = \frac{1 + \sqrt{6}}{3} \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Với $\sin x = \frac{1 - \sqrt{6}}{3}$ trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình có 2 nghiệm. (dựa vào số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sin x$ và đường thẳng $y = \frac{1 - \sqrt{6}}{3}$).

Vậy trên khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 747. Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right)$ của phương trình $\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sqrt{3} \sin x &= \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -\sin 2x \\ \Leftrightarrow \sin x(2 \cos x + \sqrt{3}) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Bởi vậy, trên $\left[-\frac{3\pi}{2}; \pi\right)$, phương trình chỉ có một nghiệm $x = -\frac{7\pi}{6}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 748. Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 7x$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \sin 5x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 5x &= \sin 7x \Leftrightarrow \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 7x \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + \frac{\pi}{3} = 7x + k2\pi \\ 5x + \frac{\pi}{3} = \pi - 7x + k2\pi \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - k\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})\end{aligned}$$

Do đó, trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ có 3 nghiệm là $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{18}$ và $x = \frac{2\pi}{9}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 749. Trong tập giá trị của hàm số $y = \frac{2 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x + 3}$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}y &= \frac{2 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x + 3} \Leftrightarrow y(\sin 2x - \cos 2x + 3) = 2 \sin 2x + \cos 2x \\ &\Leftrightarrow (2 - y) \sin 2x + (1 + y) \cos 2x = 3y.\end{aligned}$$

Phương trình trên có nghiệm x khi và chỉ khi

$$(2 - y)^2 + (1 + y)^2 \geq 9y^2 \Leftrightarrow 7y^2 + 2y \leq 5 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq \frac{5}{7}.$$

Vậy tập giá trị của hàm số trên có 2 giá trị nguyên.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 750. Biết rằng phương trình $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin 4x} + \dots + \frac{1}{\sin 2^{2018}x} = 0$ có nghiệm dạng $x = \frac{k2\pi}{2^a - b}$ với $k \in \mathbb{Z}$ và $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 2017$.

B. $S = 2019$.

C. $S = 2020$.

D. $S = 2018$.

Lời giải.

Điều kiện $\sin 2^{2018}x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2^{2018}}, k \in \mathbb{Z}$.

Ta có $\frac{1}{\sin x} = \frac{1 + \cos x - \cos x}{\sin x} = \frac{2 \cos^2 \frac{x}{2}}{\sin x} - \cot x = \cot \frac{x}{2} - \cot x$.

Thiết lập các đẳng thức tương tự thì phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \cot \frac{x}{2} - \cot x + \cot x - \cot 2x + \cot 2x - \cot 4x + \dots + \cot 2^{2017}x - \cot 2^{2018}x = 0 \\ \Leftrightarrow & \cot \frac{x}{2} - \cot 2^{2018}x = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{x}{2} = 2^{2018}x + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \Leftrightarrow & x = \frac{2k\pi}{2^{2019} - 1}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Vậy $a = 2019, b = 1$ nên $a + b = 2020$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 751. Phương trình nào sau đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $3 \sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x - 5 \cos^2 x = 0$?

A. $2 \tan^2 x + 3 \tan x - 5 = 0$.

B. $5 \tan^2 x - 2 \tan x - 3 = 0$.

C. $\tan x = -\frac{5}{3}$.

D. $3 \tan^2 x + 2 \tan x - 5 = 0$.

Lời giải.

1) $\cos x = 0$ suy ra $3 = 0$ (vô lý).

2) $\cos x \neq 0$ khi đó phương trình đã cho trở thành $3 \tan^2 x + 2 \tan x - 5 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 752. Giải phương trình $\sin^2 x - 4\sqrt{3} \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x = -2$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

1) $\cos x = 0$ suy ra $1 = -2$ (vô lý)

2) $\cos x \neq 0$ khi đó phương trình đã cho trở thành $\tan^2 x - 4\sqrt{3} \tan x + 1 = -2(1 + \tan^2 x) \Leftrightarrow$

$$3 \tan^2 x - 4\sqrt{3} \tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = \sqrt{3} \\ \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 753. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2 \sin^2 x + 2 \cos x + m = 0$ có nghiệm.

A. $m \geq -\frac{5}{2}$.

B. $-2 \leq m \leq 2$.

C. $m < -\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{5}{2} \leq m \leq 2$.

Lời giải.

Ta có $2\sin^2 x + 2\cos x + m = 0 \Leftrightarrow 2(1 - \cos^2 x) + 2\cos x + m = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 2\cos x - 2 = m$.

Đặt $t = \cos x$, $-1 \leq t \leq 1$. Xét hàm số $f(t) = 2t^2 - 2t - 2$ trên $[-1; 1]$.

Bảng biến thiên

t	-1	$\frac{1}{2}$	1
$f(t)$	2	$-\frac{5}{2}$	-2

Dựa vào bảng trên suy ra phương trình có nghiệm khi $-\frac{5}{2} \leq m \leq 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 754. Trong các khoảng sau, m thuộc khoảng nào để phương trình $\sin^2 x - (2m+1)\sin x \cdot \cos x + 2m\cos^2 x = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$?

- A. $(0; 1)$. B. $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải.

Do $x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$ nên $\cos x \neq 0$. Chia 2 vế của phương trình cho $\cos^2 x$ ta có:

$$\begin{aligned} \tan^2 x - (2m+1)\tan x + 2m &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \text{ (vô nghiệm)} \\ \tan x = 2m \end{cases} \end{aligned}$$

Do $1 < \tan x < \sqrt{3}$, $\forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right)$ nên $1 < 2m < \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 755. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho viết lại như sau

$$-\sin^2 x + \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 756. Cho phương trình $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ (*). Bằng cách đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$) thì phương trình (*) trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $-2t^2 + t - 2 = 0$. B. $t^2 + t - 2 = 0$. C. $-t^2 + t = 0$. D. $-2t^2 + t = 0$.

Lời giải.

Phương trình (*) viết lại thành $1 - 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x + \sin x = 0$.

Đặt $t = \sin x$ ($-1 \leq t \leq 1$), ta được phương trình $-2t^2 + t = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 757. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x \cos x - \cos^2 x = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{12}\right\} \subset S$. B. $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right\} \subset S$. C. $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right\} \subset S$. D. $\left\{\frac{\pi}{3}, \pi\right\} \subset S$.

Lời giải.

Phương trình đã cho được viết lại thành

$$1 - \cos 2x + \frac{3\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1 + \cos 2x}{2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$$

Ta có $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. Ta thấy, khi $k = 0$ thì $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{\pi}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. D	5. B	6. D	7. A	8. C	9. A	10. B
11. B	12. D	13. A	14. C	15. C	16. D	17. D	18. C	19. D	20. D
21. C	22. A	23. D	24. B	25. B	26. D	27. A	28. B	29. C	30. B
31. C	32. D	33. D	34. B	35. C	36. D	37. A	38. A	39. A	40. D
41. A	42. A	43. D	44. D	45. B	46. C	47. C	48. A	49. A	50. B
51. A	52. A	53. B	54. C	55. D	56. C	57. D	58. D	59. C	60. B
61. B	62. B	63. D	64. D	65. D	66. A	67. B	68. C	69. B	70. A
71. A	72. B	73. C	74. C	75. D	76. A	77. D	78. B	79. C	80. C
81. C	82. A	83. C	84. A	85. A	86. B	87. A	88. D	89. D	90. B
91. B	92. B	93. A	94. C	95. D	96. D	97. D	98. A	99. B	100. C
101. C	102. D	103. B	104. B	105. B	106. D	107. A	108. A	109. C	110. B
111. B	112. B	113. D	114. A	115. B	116. C	117. C	118. D	119. C	120. C
121. A	122. C	123. C	124. B	125. D	126. A	127. B	128. D	129. A	130. A
131. C	132. D	133. A	134. D	135. B	136. D	137. D	138. A	139. A	140. C
141. D	142. B	143. B	144. B	145. D	146. A	147. D	148. B	149. C	150. C
151. D	152. D	153. A	154. B	155. D	156. A	157. D	158. C	159. D	160. A
161. B	162. A	163. C	164. D	165. C	166. C	167. C	168. A	169. C	170. A
171. B	172. C	173. B	174. B	175. D	176. B	177. C	178. D	179. A	180. B
181. D	182. D	183. C	184. A	185. A	186. D	187. C	188. A	189. B	190. D
191. A	192. C	193. D	194. D	195. B	196. A	197. A	198. A	199. B	200. D
201. C	202. A	203. D	204. B	205. D	206. C	207. A	208. A	209. C	210. C
211. D	212. A	213. B	214. D	215. D	216. D	217. C	218. C	219. C	220. A
221. C	222. C	223. C	224. C	225. A	226. B	227. D	228. D	229. B	230. C
231. D	232. B	233. D	234. A	235. C	236. A	237. B	238. D	239. B	240. D
241. D	242. C	243. C	244. D	245. A	246. A	247. A	248. C	249. A	250. C
251. C	252. A	253. B	254. B	255. D	256. A	257. D	258. D	259. B	260. D
261. B	262. C	263. C	264. A	265. A	266. B	267. A	268. C	269. D	270. B
271. A	272. A	273. D	274. A	275. B	276. B	277. B	278. B	279. C	280. C
281. D	282. B	283. A	284. A	285. B	286. C	287. C	288. D	289. C	290. C
291. B	292. D	293. B	294. C	295. A	296. A	297. D	298. B	299. C	300. D
301. C	302. D	303. B	304. C	305. B	306. C	307. A	308. A	309. B	310. D
311. B	312. C	313. D	314. D	315. B	316. C	317. C	318. D	319. C	320. B
321. A	322. C	323. A	324. A	325. D	326. A	327. C	328. C	329. D	330. B
331. A	332. D	333. D	334. A	335. C	336. A	337. B	338. A	339. A	340. B
341. C	342. B	343. C	344. B	345. A	346. B	347. A	348. D	349. D	350. C
351. D	352. B	353. C	354. A	355. A	356. D	357. C	358. C	359. D	360. B
361. D	362. C	363. D	364. A	365. D	366. B	367. C	368. A	369. D	370. B
371. C	372. A	373. B	374. C	375. A	376. C	377. D	378. B	379. B	380. D
381. B	382. D	383. D	384. C	385. A	386. C	387. C	388. C	389. D	390. C
391. D	392. A	393. C	394. A	395. B	396. B	397. D	398. C	399. C	400. D
401. C	402. C	403. C	404. A	405. D	406. B	407. C	408. C	409. B	410. C

411. B	412. B	413. B	414. D	415. C	416. B	417. B	418. D	419. C	420. B
421. A	422. D	423. D	424. B	425. A	426. A	427. D	428. D	429. D	430. A
431. D	432. C	433. B	434. A	435. B	436. A	437. C	438. D	439. A	440. C
441. B	442. B	443. D	444. B	445. D	446. D	447. C	448. A	449. C	450. B
451. C	452. D	453. C	454. C	455. B	456. D	457. A	458. C	459. C	460. B
461. A	462. B	463. C	464. D	465. D	466. C	467. D	468. B	469. D	470. B
471. A	472. A	473. C	474. D	475. D	476. D	477. B	478. A	479. D	480. D
481. C	482. A	483. C	484. B	485. A	486. A	487. D	488. C	489. B	490. C
491. A	492. B	493. C	494. D	495. C	496. D	497. B	498. A	499. D	500. A
501. D	502. D	503. B	504. B	505. C	506. C	507. B	508. B	509. C	510. A
511. D	512. B	513. C	514. B	515. B	516. C	517. B	518. B	519. C	520. D
521. A	522. D	523. C	524. C	525. D	526. D	527. D	528. A	529. B	530. B
531. C	532. C	533. A	534. D	535. D	536. A	537. A	538. B	539. C	540. C
541. D	542. B	543. A	544. D	545. D	546. A	547. C	548. B	549. A	550. B
551. C	552. B	553. B	554. C	555. D	556. D	557. A	558. A	559. A	560. B
561. C	562. C	563. C	564. B	565. B	566. B	567. D	568. B	569. C	570. C
571. C	572. D	573. A	574. D	575. D	576. C	577. A	578. C	579. D	580. D
581. A	582. C	583. C	584. C	585. A	586. A	587. A	588. D	589. C	590. C
591. A	592. C	593. B	594. C	595. C	596. C	597. B	598. C	599. C	600. D
601. A	602. C	603. B	604. C	605. C	606. B	607. C	608. B	609. A	610. D
611. A	612. C	613. A	614. C	615. A	616. C	617. A	618. A	619. C	620. D
621. A	622. C	623. D	624. C	625. A	626. D	627. C	628. A	629. C	630. D
631. D	632. C	633. A	634. D	635. D	636. A	637. B	638. C	639. C	640. B
641. B	642. D	643. A	644. A	645. C	646. B	647. D	648. C	649. C	650. A
651. C	652. A	653. C	654. C	655. B	656. B	657. B	658. D	659. C	660. B
661. A	662. A	663. D	664. A	665. C	666. D	667. D	668. D	669. C	670. B
671. C	672. D	673. A	674. D	675. A	676. A	677. A	678. B	679. B	680. D
681. A	682. D	683. C	684. A	685. D	686. A	687. C	688. D	689. D	690. C
691. D	692. D	693. B	694. C	695. C	696. B	697. D	698. C	699. D	700. B
701. D	702. D	703. C	704. B	705. B	706. C	707. D	708. C	709. A	710. D
711. D	712. A	713. C	714. A	715. B	716. C	717. A	718. B	719. B	720. A
721. D	722. B	723. D	724. C	725. A	726. D	727. D	728. C	729. B	730. B
731. A	732. D	733. C	734. C	735. B	736. A	737. D	738. A	739. D	740. D
741. D	742. B	743. A	744. B	745. D	746. D	747. B	748. C	749. A	750. C
751. D	752. B	753. D	754. B	755. D	756. D	757. C			

Chương 2: Tổ hợp - Xác suất**NỘI DUNG CÂU HỎI**

Câu 1. Bạn Đức có 6 quyển sách Văn khác nhau và 10 quyển sách Toán khác nhau. Hỏi bạn Đức có bao nhiêu cách chọn ra 3 quyển sách trong đó có đúng 2 quyển cùng loại.

A. 560.

B. 420.

C. 270.

D. 150.

Lời giải.

TH1. 3 quyển được chọn có 2 quyển sách Văn, 1 quyển sách Toán.

Chọn 2 quyển sách Văn trong 6 quyển Văn khác nhau có C_6^2 cách.

Chọn 1 quyển sách Toán trong 10 quyển Toán khác nhau có C_{10}^1 cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có $C_6^2 \cdot C_{10}^1 = 150$.

TH2. 3 quyển sách được chọn có 2 quyển sách Toán, 1 quyển sách Văn.

Chọn 1 quyển sách Văn trong 6 quyển Văn khác nhau có C_6^1 cách.

Chọn 2 quyển sách Toán trong 10 quyển Toán khác nhau có C_{10}^2 cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có $C_6^1 \cdot C_{10}^2 = 270$.

Vậy số cách chọn ra 3 quyển sách trong đó có đúng 2 quyển cùng loại là $150 + 270 = 420$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 2. Lớp 12A có 10 học sinh giỏi trong đó có 1 nam và 9 nữ. Lớp 12B có 8 học sinh giỏi trong đó có 6 nam và 2 nữ. Cần chọn mỗi lớp 2 học sinh giỏi đi dự Đại hội Thi đua. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong 4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ?

A. 1155.

B. 3060.

C. 648.

D. 594.

Lời giải.

Ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1. Chọn ở lớp 12A: 1 học sinh giỏi là nam, 1 học sinh giỏi là nữ; chọn ở lớp 12B: 1 học sinh giỏi là nam, 1 học sinh giỏi là nữ.

Số cách chọn $C_1^1 \times C_9^1 \times C_6^1 \times C_2^1 = 108$ (cách).

Trường hợp 2. Chọn ở lớp 12A: 2 học sinh giỏi là nữ; chọn ở lớp 12B: 2 học sinh giỏi là nữ.

Số cách chọn $C_9^2 \times C_2^2 = 540$ (cách).

Vậy có $108 + 540 = 648$ (cách).

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 3. Có 20 bông hoa trong đó có 8 bông hoa màu đỏ, 7 bông màu vàng, 5 bông màu trắng. Chọn ngẫu nhiên 4 bông để tạo thành một bó. Có bao nhiêu cách chọn bó hoa có đủ cả ba màu?

A. 1190.

B. 4760.

C. 2380.

D. 14280.

Lời giải.

Chọn một bó hoa gồm 4 bông hoa trong đó có đủ 3 màu, ta có các trường hợp

① 1 bông hoa đỏ, 1 bông hoa vàng, 2 bông hoa trắng: có $C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_5^2$.

② 1 bông hoa đỏ, 2 bông hoa vàng, 1 bông hoa trắng: có $C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1$.

③ 2 bông hoa đỏ, 1 bông hoa vàng, 1 bông hoa trắng: có $C_8^2 \cdot C_7^1 \cdot C_5^1$.

Suy ra số cách chọn là $C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_5^2 + C_8^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1 + C_8^2 \cdot C_7^1 \cdot C_5^1 = 2380$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 4. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra thuộc 3 môn khác nhau.

A. $\frac{5}{42}$.

B. $\frac{37}{42}$.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{1}{21}$.

Lời giải.Số phần tử không gian mẫu là số cách lấy 3 quyển sách trong 9 quyển sách, $n(\Omega) = C_9^3$.Gọi A là biến cố lấy được 3 quyển sách thuộc 3 môn khác nhau.

Ta có $n(A) = C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 = 24$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{24}{C_9^3} = \frac{2}{7}$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 5.** Nghiệm của phương trình $P_2x^2 - P_3x = 8$ là

A. 4 và 6.

B. 2 và 3.

C. -1 và 4.

D. -1 và 5.

Lời giải.

$$P_2x^2 - P_3x = 8 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 6.** Số hạng chứa x^4 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^8$ là

A. $-C_8^3x^4$.

B. $C_8^5x^4$.

C. $-C_8^5x^4$.

D. $C_8^4x^4$.

Lời giải.Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^8$ là $C_8^k(x^3)^{8-k}(x^{-1})^k = C_8^kx^{24-4k}, k \in \mathbb{Z}, k \leq 8$.Theo đề bài, ta có $24 - 4k = 4 \Leftrightarrow k = 5$.Vậy số hạng chứa x^4 là $C_8^5x^4$.Chọn đáp án **B** □**Câu 7.** Cho khai triển $(2x - 1)^{20} = a_0 + a_1x + a_{2x}^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Tìm a_1 .

A. 20.

B. 40.

C. -40.

D. -760.

Lời giải.Ta có: a_1 là hệ số của x Hạng tử chứa x trong khai triển là: $-C_{20}^{19}2x$.

Suy ra $a_1 = -C_{20}^{19}2 = -40$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 8.** Số cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là:

A. P_{12} .

B. 36.

C. A_{12}^3 .

D. C_{12}^3 .

Lời giải.

Mỗi cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là tổ hợp chập 3 của 12.

Vậy số cách phân học sinh lao động là C_{12}^3 .Chọn đáp án **D** □**Câu 9.** Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Lập được bao nhiêu số có ba chữ số phân biệt lấy từ A .

A. 216.

B. 60.

C. 20.

D. 120.

Lời giải.Gọi số tự nhiên có ba chữ số phân biệt có dạng $\overline{a_1a_2a_3}; a_1 \neq a_2 \neq a_3$ a_1 có 6 cách chọn.Vì $a_2 \neq a_1$ nên a_2 có 5 cách chọn.

Vì $a_3 \neq a_2 \neq a_1$ nên a_3 có 4 cách chọn.

Vậy có $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 10. Đội tuyển học sinh giỏi Toán 12 trường THPT Yên Dũng số 3 gồm 8 học sinh trong đó có 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi thi học sinh giỏi cấp Huyện. Tính xác suất để 5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ.

A. $p = \frac{11}{56}$. B. $p = \frac{45}{56}$. C. $p = \frac{46}{56}$. D. $p = \frac{55}{56}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_8^5 = 56$

Gọi A là biến cố: “ 5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ”.

Xét các khả năng xảy ra của A

Trường hợp 1: 5 học sinh được chọn gồm 4 nam và 1 nữ. Số cách chọn là $C_5^4 \cdot C_3^1 = 15$.

Trường hợp 2: 5 học sinh được chọn gồm 3 nam và 2 nữ. Số cách chọn là $C_5^3 \cdot C_3^2 = 30$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 45$.

Xác suất của biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{45}{56}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 11. Cho khai triển $(1 - 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ biết $S = |a_1| + 2|a_2| + \dots + n|a_n| = 34992$. Tính giá trị của biểu thức $P = a_0 + 3a_1 + 9a_2 + \dots + 3^n a_n$.

A. -78125. B. 9765625. C. -1953125. D. 390625.

Lời giải.

Ta có $(1 - 2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (-2)^k x^k = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$.

Nên $a_k = C_n^k (-2)^k \Rightarrow |a_k| = 2^k C_n^k, k = 0, 1, 2, \dots, n$.

$\Rightarrow S = |a_1| + 2|a_2| + \dots + n|a_n| = 2^1 C_n^1 + 2 \cdot 2^2 C_n^2 + 3 \cdot 2^3 C_n^3 + \dots + n 2^n C_n^n = 34992(1)$.

Ta có:

$$(1 + x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + C_n^3 x^3 + \dots + C_n^n x^n$$

$$\Rightarrow n(1 + x)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 x + 3C_n^3 x^2 + \dots + nC_n^n x^{n-1}$$

$$\Rightarrow nx(1 + x)^{n-1} = C_n^1 x + 2C_n^2 x^2 + 3C_n^3 x^3 + \dots + nC_n^n x^n (*)$$

Thay $x = 2$ vào (*) ta có: $2n3^{n-1} = 2^1 C_n^1 + 2 \cdot 2^2 C_n^2 + 3 \cdot 2^3 C_n^3 + \dots + n 2^n C_n^n (2)$.

Từ (1) và (2) ta có: $2n3^{n-1} = 34992 \Leftrightarrow n3^n = 52488 \Leftrightarrow n = 8$.

Với $n = 8 \Rightarrow P = a_0 + 3a_1 + 3^2 a_2 + \dots + 3^8 a_8 = (1 - 2 \cdot 3)^8 = 390625$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 12. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất một lần. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn.

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố “ con súc sắc xuất hiện mặt chẵn” $\Rightarrow n(A) = 3$.

Xác suất tìm được là: $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 13. Từ một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11, chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ. Khi đó P bằng?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{100}{231}$. C. $\frac{118}{231}$. D. $\frac{115}{231}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$.

Gọi A là biến cố “Chọn được 6 tấm thẻ có tổng các chữ số trên đó là một số lẻ”.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố A .

- Lấy ra được 1 tấm thẻ lẻ và 5 tấm thẻ chẵn có $C_6^1 \cdot C_5^5$.
- Lấy ra được 3 tấm thẻ lẻ và 3 tấm thẻ chẵn có $C_6^3 \cdot C_5^3$.
- Lấy ra được 5 tấm thẻ lẻ và 1 tấm thẻ chẵn có $C_6^5 \cdot C_5^1$.

Vậy $n(A) = C_6^1 \cdot C_5^5 + C_6^3 \cdot C_5^3 + C_6^5 \cdot C_5^1 = 236$.

Vậy $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 14. Số cách xếp 5 người vào 5 vị trí ngồi thành hàng ngang là?

- A. 120. B. 25. C. 15. D. 24.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 5 người vào 5 vị trí ngồi thành hàng ngang là một hoán vị của 5 phần tử.

Suy ra số cách xếp là: $5! = 120$ cách.

Chọn đáp án **A** □

Câu 15. Trong khai triển $\left(a^2 + \frac{1}{b}\right)^7$, số hạng thứ 5 là

- A. $-35a^4b$. B. $35a^4b^{-5}$. C. $-35a^6b^{-4}$. D. $35a^6b^{-4}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Áp dụng Công thức khai triển nhị thức Newton: $(x + y)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i \cdot x^{n-i} \cdot y^i$.

Cách giải:

Ta có: $\left(a^2 + \frac{1}{b}\right)^7 = \sum_{i=0}^7 C_7^i \cdot (a^2)^{7-i} \cdot (b^{-1})^i$.

Vậy số hạng thứ 5 trong khai triển ứng với $i = 4$ bằng $C_7^4 \cdot (a^2)^3 \cdot (b^{-1})^4 = 35a^6b^{-4}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 16. Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{R}$ và $n > 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

- A. $n = 15$. B. $n = 8$. C. $n = 18$. D. $n = 27$.

Lời giải.

Phương pháp:

Số đường chéo của đa giác có n đỉnh ($n \in \mathbb{N}; n > 3$) là: $C_2^2 - n$.

Cách giải:

Theo đề bài ta có

$$C_n^2 - n = 135 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 135 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 270 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 18 \text{ (tm)} \\ n = -15 \text{ (ktm)}. \end{cases}$$

Vậy $n = 18$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 17. Trong kì thi THPT Quốc Gia, mỗi phòng thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng kí 4 môn thi và cả 4 lần đều thi tại 1 phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi vào cùng 1 vị trí.

A. $\frac{26}{35}$.

B. $\frac{899}{1152}$.

C. $\frac{253}{1152}$.

D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Xác suất của biến cố A: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = (24!)^4$.

Gọi A là biến cố : "bạn Nam có đúng 2 lần ngồi vào cùng 1 vị trí".

Chọn 2 lượt thi mà Nam ngồi trùng vị trí có: C_4^2 cách.

Trong 2 lượt đó, lượt đầu: Nam có 24 cách chọn vị trí, có 23! cách xếp vị trí cho 23 thí sinh còn lại; lượt sau: Nam có 1 cách chọn vị trí, có 23! cách xếp vị trí cho 23 thí sinh còn lại.

Ở 2 lượt còn lại: Số cách xếp: $A_{23}^2 \cdot (23!)^2$.

$$\Rightarrow n(A) = (24 \cdot 23!) \cdot (1 \cdot 23!) \cdot (A_{23}^2 \cdot (23!)^2) = (23!)^4 \cdot 24 \cdot 22.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_4^2 \cdot (23!)^4 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{(24!)^4} = \frac{6 \cdot 23 \cdot 22}{24 \cdot 24 \cdot 24} = \frac{253}{1152}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 18. Tìm số nguyên dương n sao cho

$$C_{2n+1}^1 - 2.2C_{2n+1}^2 + 3.2^2.C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1).2^n.C_{2n+1}^{2n+1} = 2005.$$

A. $n = 1002$.

B. $n = 1114$.

C. $n = 102$.

D. $n = 1001$.

Lời giải.

Phương pháp:

Áp dụng công thức khai triển nhị thức Newton: $(x+y)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i \cdot x^i \cdot y^{n-i}$.

Cách giải:

$$\text{Xét } (1+x)^{2n+1} = \sum_{i=0}^{2n+1} C_{2n+1}^i x^i \Rightarrow (1+x)^{2n+1} = (2n+1)(1+x)^{2n} = \sum_{i=1}^{2n+1} i.C_{2n+1}^i x^{i-1}.$$

$$\text{Chọn } x = -2 \text{ ta có: } (2n+1)(1-2)^{2n} = C_{2n+1}^1 - 2.2.C_{2n+1}^2 + 3.2^2.C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1).2^n.C_{2n+1}^{2n+1}.$$

$$\text{Suy ra } 2n+1 = 2005 \Leftrightarrow 2n = 2004 \Leftrightarrow n = 1002.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 19. Một tổ công nhân có 12 người. Cần chọn 3 người để đi làm cùng một nhiệm vụ, hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. A_{12}^3 .

B. $12!$.

C. C_{12}^3 .

D. 12^3 .

Lời giải.

Số cách chọn 3 người, là C_{12}^3 (cách chọn)

Chọn đáp án **C**

□

Câu 20. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{10}$.

A. $C_{10}^6 \cdot 2^6 \cdot (-3)^4$. B. $C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot (-3)^6$. C. $-C_{10}^4 \cdot 2^6 \cdot (-3)^4$. D. $-C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot 3^6$.

Lời giải.

Chọn đáp án B. Ta có:

$$(2 - 3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-3x)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-3)^k \cdot x^k$$

Theo giả thiết suy ra: $k = 6$. Vậy hệ số của x^6 trong khai triển là $C_{10}^6 \cdot 2^{10-6} \cdot (-3)^6 = C_{10}^6 \cdot 2^4 \cdot (-3)^6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 21. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{37}{42}$. D. $\frac{10}{21}$.

Lời giải.

Số kết quả có thể khi chọn bất kì 3 quyển sách trong 9 quyển sách là $C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố “Lấy được ít nhất 1 sách toán trong 3 quyển sách.”

$\bar{A}$ là biến cố “Không lấy được sách toán trong 3 quyển sách.”

Ta có xác suất để xảy ra A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{37}{42}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 22. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $x^n = a_0 + a_1(x-2) + a_2(x-2)^2 + \dots + a_n(x-2)^n$ và $a_1 + a_2 + a_3 = 2^{n-3} \cdot 192$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $n \in (9; 16)$. B. $n \in (8; 12)$. C. $n \in (7; 9)$. D. $n \in (5; 8)$.

Lời giải.

Ta có: $x^n = [2 + (x-2)]^n = C_n^0 \cdot 2^n + C_n^1 \cdot 2^{n-1}(x-2) + C_n^2 \cdot 2^{n-2}(x-2)^2 + \dots + C_n^n(x-2)^n$.

Do đó: $a_1 + a_2 + a_3 = 2^{n-3} \cdot 192 \Leftrightarrow C_n^1 \cdot 2^{n-1} + C_n^2 \cdot 2^{n-2} + C_n^3 \cdot 2^{n-3} = 2^{n-3} \cdot 192$

$\Leftrightarrow C_n^1 \cdot 4 + C_n^2 \cdot 2 + C_n^3 = 192 \Leftrightarrow n = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 23. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A, mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân bằng?

A. $\frac{4}{645}$. B. $\frac{2}{645}$. C. $\frac{3}{645}$. D. $\frac{1}{645}$.

Lời giải.

Giả sử tập con bất kì $\{a; b; c\} \in S \Rightarrow 1 \leq a, b, c \leq 100$; a, b, c phân biệt: $a + b + c = 91$.

Đây là bài toán chia kẹo Euler nên số bộ a, b, c là C_{91-1}^{3-1} .

Tuy nhiên trong các bộ trên vẫn chứa các bộ có 2 chữ số giống nhau, số bộ có 2 chữ số giống nhau là $3 \cdot 45 = 135$ (bộ). Vậy $n(\Omega) = (C_90^2 - 3 \cdot 45) : 3! = 645$.

Gọi A là biến cố: “ a, b, c lập thành cấp số nhân”.

Gọi q là công bội của cấp số nhân.

Theo bài ra ta có $q > 0$ $a + aq + aq^2 = 91 \Leftrightarrow a(1 + q + q^2) = 1 \cdot 91 = 13 \cdot 7$

Trường hợp 1: $\begin{cases} a = 1 \\ 1 + q + q^2 = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ q = 9 \end{cases}$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} a = 91 \\ 1 + q + q^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 91 \\ q = 0 \end{cases}$ (loại)

Trường hợp 3: $\begin{cases} a = 13 \\ 1 + q + q^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 13 \\ q = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$

Trường hợp 4: $\begin{cases} a = 7 \\ 1 + q + q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ q = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$

Vậy $n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{645}$

Chọn đáp án **C** □

Câu 24. Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O ?

A. 3.

B. C_{12}^4 .

C. $4!$.

D. A_{12}^4 .

Lời giải.

Mỗi tứ giác nội tiếp tạo thành từ các điểm đã cho là một cách chọn 4 điểm bất kỳ trong 12 điểm.

Suy ra số tứ giác nội tiếp là: C_{12}^4 .

Chọn đáp án **B** □

Câu 25. Trên mặt phẳng, cho hình vuông có cạnh bằng 2. Chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc hình vuông đã cho (kể cả các điểm nằm trên cạnh của hình vuông). Gọi P là xác suất để điểm được chọn thuộc vào hình tròn nội tiếp hình vuông đã cho (kể cả các điểm nằm trên đường tròn nội tiếp hình vuông), giá trị gần nhất của P là

A. 0,242.

B. 0,215.

C. 0,785.

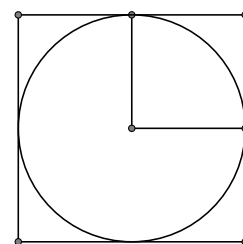
D. 0,758.

Lời giải.

Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông: $R = 1$.

Xác suất P chính là tỉ lệ giữa diện tích hình tròn trên diện tích hình vuông.

Do đó: $P = \frac{\pi \cdot 1^2}{2^2} \approx 0,785$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 26. Có tất cả bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách?

A. $5!$.

B. 6^5 .

C. $6!$.

D. 6^6 .

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách là một hoán vị của 6 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp là $6!$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 27. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn?

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố chọn ngẫu nhiên một số từ tập S sao cho số đó là số chẵn.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = A_5^4$.

Gọi số có 4 chữ số khác nhau là số chẵn có dạng $\overline{abcd}$.

Chọn $d = \{2; 4\}$ có 2 cách. Chọn ba số xếp vào ba vị trí a, b, c có A_4^3 .

Vậy có $2 \cdot A_4^3$ số chẵn có 4 chữ số khác nhau.

$$\text{Suy ra } n(A) = 48 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 28. Trong khai triển nhị thức Niu tơn của $P(x) = (\sqrt[3]{2}x + 3)^{2018}$ thành đa thức, có tất cả bao nhiêu số hạng có hệ số nguyên dương?

A. 673.

B. 675.

C. 674.

D. 672.

Lời giải.

$$P(x) = (\sqrt[3]{2}x + 3)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} (\sqrt[3]{2}x)^{2018-k} 3^k = \sum_{k=0}^{2018} 2^{\frac{2018-k}{3}} \cdot 3^k x^{2018-k}.$$

Để hệ số nguyên dương thì $(2018 - k) : 3 \Leftrightarrow 2018 - k = 3t \Leftrightarrow k = 2018 - 3t$

do $0 \leq k \leq 2018$ nên ta có $0 \leq 2018 - 3t \leq 2018 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \frac{2018}{3} \approx 672,6$.

Vậy $t = 0, 1, 2, \dots, 672$ nên có 673 giá trị.

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, với $x \neq 0$ là

A. $C_{40}^3 x^{31}$.

B. C_{40}^{37} .

C. C_{40}^2 .

D. $C_{40}^2 x^{31}$.

Lời giải.

Số hạng thứ $k + 1$, $k \in \mathbb{Z}$, $0 \leq k \leq 40$ trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là

$$T_{k+1} = C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{40}^k \cdot x^{40-3k}.$$

Số hạng chứa x^{31} khi và chỉ khi $40 - 3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng cần tìm là $C_{40}^3 x^{31}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Một tổ có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 bạn trực nhật sao cho có nam và nữ?

A. 35.

B. 49.

C. 12.

D. 25.

Lời giải.

Theo bài ra ta có chọn 2 bạn trực nhật sao cho có nam và nữ.

Suy ra chọn 1 nam và 1 nữ.

Vậy số cách chọn là: $C_7^1 \cdot C_5^1 = 35$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 31. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, gọi S là tập hợp các số có 8 chữ số đôi một khác nhau lập từ tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S , xác suất để số được chọn có tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối bằng

A. $\frac{3}{35}$.

B. $\frac{4}{35}$.

C. $\frac{12}{245}$.

D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải.

Mỗi số thuộc tập S có tổng các chữ số bằng $\frac{7 \cdot 8}{2} = 28$.

Ta chia tập A thành hai tập con B và C sao cho mỗi tập có 4 phần tử, tổng các phần tử ở mỗi tập bằng 14 và $B \cap C = \emptyset$. Ta có bảng sau

B	C
{0; 1; 6; 7}	{2; 3; 4; 5}
{0; 2; 5; 7}	{1; 3; 4; 6}
{0; 3; 4; 7}	{1; 2; 5; 6}
{0; 3; 5; 6}	{1; 2; 4; 7}

Số các số có 8 chữ số lập từ tập A là $7 \cdot 7!$.

Gọi $\overline{a_1 a_2 \dots a_8}$ là số có 8 chữ số thỏa mãn tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối.

Trường hợp 1. $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ lấy các chữ số từ tập C , khi đó, có $4 \cdot 4! \cdot 4!$ số thỏa mãn.

Trường hợp 2. $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ lấy các chữ số từ tập B , khi đó, có $4 \cdot 3 \cdot 3! \cdot 4!$ số thỏa mãn.

Vậy có $4 \cdot 4! \cdot 4! + 4 \cdot 3 \cdot 3! \cdot 4! = 4 \cdot 4!(4! + 3 \cdot 3!)$ số thỏa mãn tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{4 \cdot 4!(3 \cdot 3! + 4!)}{7 \cdot 7!} = \frac{4}{35}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 32. Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $C_n^k = C_n^{n-k}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $A_n^k = k!C_n^k$. D. $A_n^k = n!C_n^k$.

Lời giải.

Ta có $C_n^k = C_n^{n-k}$, $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ và $A_n^k = k!C_n^k$ là các công thức đúng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 33. Cho tập X có 26 phần tử. Hỏi X có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

- A. A_{26}^6 . B. 6. C. P_6 . D. C_{26}^6 .

Lời giải.

Số tập con gồm 6 phần tử trong tập A gồm 26 phần tử là C_{26}^6 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 34. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

- A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 6$.

Gọi biến cố A : “mặt chẵn chấm xuất hiện”. Ta có $A = \{2; 4; 6\} \Rightarrow n(A) = 3$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 35. Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện $720(C_7^7 + C_8^7 + \dots + C_n^7) = \frac{1}{4032}A_{n+1}^{10}$. Hệ số của x^7 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^n$ ($x \neq 0$) bằng

- A. -560. B. 120. C. 560. D. -120.

Lời giải.

+ Sử dụng công thức $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$, ta có

$$\begin{aligned} C_n^8 + C_n^7 &= C_{n+1}^8 \\ C_{n-1}^7 + C_{n-1}^8 &= C_n^8 \end{aligned}$$

$$C_{n-2}^7 + C_{n-2}^8 = C_{n-1}^8$$

...

$$C_8^8 + C_8^7 = C_9^8$$

$$C_8^8 = C_8^8.$$

Cộng vế với vế ta được $C_8^8 + C_8^7 + C_9^7 + \dots + C_n^7 = C_{n+1}^8$ mà $C_8^8 = C_7^7$ nên $C_7^7 + C_8^7 + C_9^7 + \dots + C_n^7 = C_{n+1}^8$.
 Khi đó ta có

$$720 \cdot C_{n+1}^8 = \frac{1}{4032} A_{n+1}^{10} \Rightarrow 720 \frac{(n+1)!}{8!(n-7)!} = \frac{1}{4032} \frac{(n+1)!}{8!(n-9)!} \Leftrightarrow n^2 - 15n + 56 = 72 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 16. \end{cases}$$

Do $n \geq 9$, nên $n = 16$.

Với $n = 16$ ta có

$$\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k x^{16-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k (-1)^k x^{16-3k}.$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $16 - 3k = 7 \Rightarrow k = 3$.

Nên hệ số cần tìm là $(-1)^3 C_{16}^3 = -560$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 36. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Số các tổ hợp chập k của n là $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 37. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{20}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $6!$

Xếp học sinh nam thứ nhất có 6 cách, học sinh nam thứ nhì có 4 cách, học sinh nam thứ ba có 2 cách.

Xếp 3 HS nữ vào 3 ghế còn lại có $3!$ cách

Vậy xác suất là $\frac{6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3!}{6!} = \frac{288}{720} = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 38. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A_k^n = \frac{(n-k)!}{n!}$. B. $A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. D. $A_k^n = \frac{n!}{k!}$.

Lời giải.

Theo công thức tính số chỉnh hợp chập k của n ta có $A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 39. Gọi S là tập hợp gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số trong tập S . Xác suất để số lấy ra có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ thỏa mãn $a_1 < a_2 < a_3$ và $a_3 > a_4 > a_5$ bằng

A. $\frac{1}{24}$.

B. $\frac{1}{30}$.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $\frac{1}{48}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố lấy ra số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1 < a_2 < a_3$ và $a_3 > a_4 > a_5$.

Giả sử $a_3 = n$, $n \in \{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Vì $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5$ đôi một khác nhau và $a_1 < a_2 < a_3 > a_4 > a_5$ nên $n \geq 4$.

Ta có $a_1 \neq 0$ và $a_1 < a_2 < a_3 > a_4 > a_5$ nên ta có $a_1; a_2; a_4; a_5$ thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; \dots; n-1\}$.

Số cách chọn cặp $(a_1; a_2)$ là C_{n-1}^2 (Vì $a_1 \neq 0$ và $a_2 > a_1$).

Số cách chọn cặp $(a_4; a_5)$ là C_{n-2}^2 (Vì $a_4 > a_5$).

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\sum_{n=4}^9 C_{n-1}^2 \cdot C_{n-2}^2 = 1134$.

Số phần tử của không gian mẫu là $9 \cdot A_9^4 = 27216$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{1134}{27216} = \frac{1}{24}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 40. Rút gọn biểu thức $T = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$, với $N \in \mathbb{N}^*$ ta được kết quả là

A. $\frac{2^n}{n+1}$.

B. 2^{n+1} .

C. $\frac{2^{n+1} - 1}{n+1}$.

D. $\frac{2^n - 1}{n+1}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1+x)^n &= C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n \\ \Rightarrow \int_0^1 (1+x)^n dx &= \int_0^1 (C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n) dx \\ \Leftrightarrow \left. \frac{(x+1)^{n+1}}{n+1} \right|_0^1 &= C_n^0 x \Big|_0^1 + C_n^1 \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + C_n^2 \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \dots + C_n^n \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 \\ \Leftrightarrow \frac{2^{n+1} - 1}{n+1} &= C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 41. Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử

A. 3^{12} .

B. 12^3 .

C. A_{12}^3 .

D. C_{12}^3 .

Lời giải.

lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử là C_{12}^3 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 42. Có 16 tấm bìa ghi 16 chữ “HỌC”, “ĐỂ”, “BIẾT”, “HỌC”, “ĐỂ”, “LÀM”, “HỌC”, “ĐỂ”, “CHUNG”, “SỐNG”, “HỌC”, “ĐỂ”, “TỰ”, “KHẮNG”, “ĐỊNH”, “MÌNH”. Một người xếp ngẫu nhiên 16 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “HỌC ĐỂ BIẾT HỌC ĐỂ LÀM HỌC ĐỂ CHUNG SỐNG HỌC ĐỂ TỰ KHẮNG ĐỊNH MÌNH”.

A. $\frac{8}{16!}$.

B. $\frac{4!}{16!}$.

C. $\frac{1}{16!}$.

D. $\frac{4!.4!}{16!}$.

Lời giải.

Sắp xếp ngẫu nhiên 16 tấm bìa $n(\Omega) = 16!$.

Do có 4 tấm bìa “HỌC” và “ĐỂ” nên số cách sắp xếp theo yêu cầu bài toán là $n(A) = 4!.4!$.

Vậy xác suất là $P(A) = \frac{4!.4!}{16!}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 43. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Tính xác suất để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{1260}$. B. $\frac{1}{126}$. C. $\frac{1}{28}$. D. $\frac{1}{252}$.

Lời giải.

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi E là biến cố các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau:

- Xếp 5 học sinh lớp 12C ngồi vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau. Số cách sắp xếp là $5!$.
- Xếp 3 học sinh lớp 12B vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau và sát nhóm của học sinh 12C. Số cách sắp xếp là $3! \cdot 2$.
- Xếp 2 học sinh lớp 12A vào hai vị trí còn lại của bàn. Số cách sắp xếp là $2!$.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 5! \cdot 3! \cdot 2 \cdot 2!$.

Xác suất của A là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{126}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 44. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{15} trong khai triển $(2x^3 - 3)^n$ thành đa thức, biết n là số nguyên dương thỏa mãn hệ thức $A_n^3 + C_n^1 = 8C_n^2 + 49$.

- A. 6048. B. 6480. C. 6408. D. 4608.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$.

Ta có $A_n^3 + C_n^1 = 8C_n^2 + 49 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + n = 8 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 49 \Leftrightarrow n^3 - 7n^2 + 7n - 49 = 0$
 $\Leftrightarrow (n-7)(n^2+7) = 0 \Leftrightarrow n = 7$.

Với $n = 7$ ta có khai triển $(2x^3 - 3)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot (2x^3)^k \cdot (-3)^{7-k} = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot 2^k \cdot (-3)^{7-k} \cdot x^{3k}$.

Xét hạng tử x^{15} suy ra $3k = 15$ hay $k = 5$.

Từ đó hệ số của hạng tử x^{15} bằng $C_7^5 \cdot 2^5 \cdot (-3)^2 = 6048$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 45. Từ một hộp có 1000 thẻ được đánh số từ 1 đến 1000. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ. Tính xác suất để chọn được hai thẻ sao cho tổng của các số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 700.

- A. $\frac{243250}{C_{1000}^2}$. B. $\frac{121801}{C_{1000}^2}$. C. $\frac{243253}{C_{1000}^2}$. D. $\frac{121975}{C_{1000}^2}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố chọn được hai thẻ sao cho tổng của các số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 700.

Ta có $n_\Omega = C_{1000}^2$

Gọi số thứ nhất là a ; số thứ hai là b , ta có

$$a = 1 \Rightarrow b = 2 \rightarrow 698 \Rightarrow n_b = 697$$

$$a = 2 \Rightarrow b = 1; 3 \rightarrow 697 \Rightarrow n_b = 696$$

$$a = 3 \Rightarrow b = 1; 2; 4 \rightarrow 696 \Rightarrow n_b = 695$$

...

$$a = 698 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow n_b = 1$$

$$n_A = 697 + 696 + 695 + \dots + 1 = \frac{698 \cdot 697}{2} = 243253$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{243253}{C_{1000}^2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 46. Trong khai triển nhị thức $(2x - 1)^{10}$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 .

A. 45.

B. 11520.

C. -11520.

D. 256.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2x - 1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (2x)^{10-k} \cdot (-1)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{10-k} \cdot 2^{10-k} \cdot (-1)^k.$$

Số hạng chứa x^8 trong khai triển ứng với $10 - k = 8 \Leftrightarrow k = 2$.

Nên hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{10}^2 2^{10-2} \cdot (-1)^2 = 11520$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 47. Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn có ít nhất một nữ.

A. $\frac{7}{15}$.B. $\frac{8}{15}$.C. $\frac{1}{5}$.D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^2$.

Gọi A là biến cố “Hai người được chọn có ít nhất một nữ” thì $\bar{A}$ là biến cố hai người được chọn không có nữ nào, tức là ta chọn 2 người trong số 7 nam.

Khi đó $n(\bar{A}) = C_7^2$ suy ra $n(A) = C_{10}^2 - C_7^2$.

Xác suất để hai người được chọn có ít nhất một nữ là $P = \frac{C_{10}^2 - C_7^2}{C_{20}^2} = \frac{8}{15}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 48. Trong hộp có 7 quả cầu đỏ và 5 quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu cách lấy được số quả cầu xanh nhiều hơn số quả cầu đỏ?

A. 3360.

B. 3480.

C. 246.

D. 245.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu mà số quả cầu xanh lớn hơn số quả cầu đỏ ta có các trường hợp sau:

TH1: 5 quả cầu xanh, 0 quả cầu đỏ thì số cách chọn là C_5^5 (cách).

TH2 : 4 quả cầu xanh, 1 quả cầu đỏ thì số cách chọn là $C_5^4 \cdot C_7^1$ (cách).

TH3 : 3 quả cầu xanh, 2 quả cầu đỏ thì số cách chọn là $C_5^3 \cdot C_7^2$ (cách).

Vậy số cách chọn thỏa mãn đề bài là $C_5^5 + C_5^4 \cdot C_7^1 + C_5^3 \cdot C_7^2 = 246$ (cách).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 49. Cho tập hợp X gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$. Từ tập X lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$.

A. $\frac{29}{68040}$.B. $\frac{1}{2430}$.C. $\frac{31}{68040}$.D. $\frac{33}{68040}$.

Lời giải.

— Số có 6 chữ số khác nhau là $\overline{abcdef}$ với $a, b, c, d, e, f \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Nên a có 9 cách chọn, b có 9 cách chọn, c có 8 cách chọn, d có 7 cách chọn, e có 6 cách chọn và f có 5 cách chọn.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 136080$.

— Gọi A là biến cố $\overline{abcdef}$ là số lẻ và $a < b < c < d < e < f$.

Suy ra không thể có chữ số 0 trong số $\overline{abcdef}$ và $f \in \{7; 9\}$.

- Nếu $f = 7 \Rightarrow a, b, c, d, e \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ mà với mỗi bộ 5 số được lấy ra ta chỉ có duy nhất 1 cách sắp xếp theo thứ tự tăng dần nên có thể lập được $C_6^5 = 6$ số thỏa mãn.
- Nếu $f = 9 \Rightarrow a, b, c, d, e \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ mà với mỗi bộ 5 số được lấy ra ta chỉ có duy nhất 1 cách sắp xếp theo thứ tự tăng dần nên có thể lập được $C_8^5 = 56$ số thỏa mãn.

Suy ra $n(A) = 6 + 56 = 62$.

$$\text{— Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{62}{136080} = \frac{31}{68040}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 50. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức $(3+x)^{11}$.

- A. 9. B. 110. C. 495. D. 55.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (3+x)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k 3^{11-k} x^k.$$

Số hạng chứa x^9 ứng với $k = 9$. Do đó hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển là $C_{11}^9 3^2 = 495$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 51. Cho một hộp chứa 5 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ và 7 quả bóng vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng từ trong hộp. Tính xác suất để lấy được 4 quả bóng có đủ 3 màu.

- A. $\frac{35}{816}$. B. $\frac{35}{68}$. C. $\frac{175}{5832}$. D. $\frac{35}{1632}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng từ 18 quả bóng $\Rightarrow$ Số phần tử không gian mẫu Ω là $n(\Omega) = C_{18}^4 = 3060$.

Gọi A là biến cố “Chọn được 4 quả bóng có đủ 3 màu”.

- **TH1:** Chọn được 2 xanh, 1 đỏ, 1 vàng có $C_5^2 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 = 420$ (cách).
- **TH2:** Chọn được 1 xanh, 2 đỏ, 1 vàng có $C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^1 = 525$ (cách).
- **TH3:** Chọn được 1 xanh, 1 đỏ, 2 vàng có $C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_7^2 = 630$ (cách).

Do đó : $n(A) = 1575$

$$\text{Vậy xác suất là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{35}{68}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 52. Xác suất sút bóng thành công tại chấm 11 mét của hai cầu thủ Quang Hải và Văn Đức lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết mỗi cầu thủ sút một quả tại chấm 11 mét và hai người sút độc lập. Tính xác suất để ít nhất một người sút bóng thành công.

- A. 0,44. B. 0,94. C. 0,38. D. 0,56.

Lời giải.

Phương pháp: Tính xác suất theo phương pháp biến cố đối: “Không có cầu thủ nào sút vào”.

Cách giải: Gọi A là biến cố: “Ít nhất một cầu thủ sút vào”.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “Không có cầu thủ nào sút vào”.

Xác suất xảy ra biến cố này là $P(\bar{A}) = (1 - 0,8) \cdot (1 - 0,7) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,06 = 0,94$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 53. Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A. $C_{10}^3 \cdot C_8^2$. B. $A_{10}^3 \cdot A_8^2$. C. $A_{10}^3 + A_8^2$. D. $C_{10}^3 + C_8^2$.

Lời giải.*Phương pháp:*

- Đếm số cách chọn 3 trong 10 bạn nam và 2 trong 8 bạn nữ.
- Sử dụng quy tắc nhân đếm số cách chọn.

*Cách giải:*Số cách chọn 3 trong 10 bạn nam là C_{10}^3 .Số cách chọn 2 trong 8 bạn nữ là C_8^2 .Số cách chọn 5 bạn thỏa mãn bài toán là $C_{10}^3 \cdot C_8^2$.Chọn đáp án **A** □**Câu 54.** Với n là số nguyên dương, biểu thức $T = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$ bằng

- A. n^2 . B. C_{2n}^n . C. $n!$. D. 2^n .

Lời giải.*Phương pháp:*Ta sử dụng công thức $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot x^k$ sau đó thay $x = 1$ để tính tổng các hệ số.*Cách giải:*Ta có $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot x^k$ Chọn $x = 1$ ta có $(1+1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 1^k = \sum_{k=0}^n C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n \Leftrightarrow T = 2^n$.Chọn đáp án **D** □**Câu 55.** Cho n, k là những số nguyên thỏa mãn $0 \leq k \leq n$ và $n \geq 1$. Tìm khẳng định **sai**.

- A. $P_n = A_n^n$. B. $C_n^k = C_n^{n-k}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. D. $P_k \cdot C_n^k = A_n^k$.

Lời giải.*Phương pháp:* Sử dụng các công thức

- ① $P_n = n!$. ② $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ③ $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Trong đó, $n \geq k \geq 0; n, k \in \mathbb{N}$.*Cách giải:*Ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ nên đáp án $A_n^k = \frac{n!}{k!}$ là sai.Chọn đáp án **C** □**Câu 56.** Có bao nhiêu số nguyên dương là ước của 2592 hoặc là ước của 2916?

- A. 24. B. 51. C. 36. D. 32.

Lời giải.*Phương pháp:*

- Đếm số các ước nguyên dương của 2592 và 2916.

Sử dụng công thức $X = a^n \cdot b^m$ thì số ước nguyên dương của X là $(m+1)(n+1)$.- Dùng công thức tính số phần tử $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.*Cách giải:*Ta có $2592 = 2^5 \cdot 3^4$ và $2916 = 2^2 \cdot 3^6$.Gọi A là tập các ước nguyên dương của 2592 suy ra $|A| = (5+1) \cdot (4+1) = 30$.Gọi B là tập các ước nguyên dương của 2916 suy ra $|B| = (2+1) \cdot (6+1) = 21$.Lại có $UCLN(2592; 2916) = 2^2 \cdot 3^4$ nên số ước chung của 2592 và 2916 là số ước của $2^2 \cdot 3^4$ và có

$(2 + 1) \cdot (4 + 1) = 15$ ước như vậy.

Vậy có $30 + 21 - 15 = 36$ số thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 57. Mỗi bạn An, Bình chọn ngẫu nhiên 3 chữ số trong tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Tính xác suất để trong hai bộ ba chữ số mà An, Bình chọn ra có đúng một chữ số giống nhau.

A. $\frac{7}{40}$.

B. $\frac{9}{10}$.

C. $\frac{6}{25}$.

D. $\frac{21}{40}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Đếm số khả năng có lợi cho biến cố bằng cách xét từng trường hợp trùng chữ số thứ nhất, trùng chữ số thứ 2 và trùng chữ số thứ ba.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^3 \cdot C_{10}^3 = 14400$.

Gọi A là biến cố “Trong hai bộ số của hai bạn có đúng một chữ số giống nhau”.

Gọi ba chữ số An chọn được là $(a; b; c)$ thì có C_{10}^3 cách chọn ba chữ số của An.

+) *Trường hợp 1:* Bình chọn được a và không chọn được b, c thì hai chữ số còn lại của Bình phải là 2 trong 7 chữ

số khác a, b, c hay có C_7^2 cách chọn.

+) *Trường hợp 2:* Bình chọn được b và không chọn được a, c thì hai chữ số còn lại của Bình phải là 2 trong 7 chữ.

số khác a, b, c hay có C_7^2 cách chọn.

+) *Trường hợp 3:* Bình chọn được c và không chọn được a, b thì hai chữ số còn lại của Bình phải là 2 trong 7 chữ số khác a, b, c hay có C_7^2 cách chọn.

Do đó $n(A) = 3 \cdot C_7^2 \cdot C_{10}^3 = 7560$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7560}{14400} = \frac{21}{40}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 58. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $(x + 3)^8 - x^2(2 - x)^5$ thành đa thức là

A. 13568.

B. 1472.

C. 1432.

D. 1552.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k$.

Cách giải:

Ta có

$$\begin{aligned} & (x + 3)^8 - x^2(2 - x)^5 \\ &= \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot x^{8-k} \cdot 3^k - x^2 \cdot \sum_{i=0}^5 C_5^i \cdot 2^{5-i} \cdot (-x)^i \\ &= \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot x^{8-k} \cdot 3^k - \sum_{i=0}^5 C_5^i \cdot 2^{5-i} \cdot (-1)^i \cdot x^{i+2} \end{aligned}$$

Số hạng chứa x^5 ứng với $\begin{cases} 8 - k = 5 \\ i + 2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ i = 3 \end{cases}$

Vậy hệ số $C_8^3 \cdot 3^5 - C_5^3 \cdot 2^2 = 1552$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 59. Số cách chọn 5 học sinh trong 10 học sinh của một lớp đi tham quan di tích Ngã Ba Đồng Lộc là

- A. 5. B. C_{10}^5 . C. P_5 . D. A_{10}^5 .

Lời giải.

Mỗi cách chọn 5 học sinh trong số 10 học sinh là một tổ hợp chập 5 của 10. Vậy cách chọn 5 học sinh trong 10 học sinh của một lớp đi tham quan di tích Ngã Ba Đồng Lộc là C_{10}^5 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 60 (1D2K5-2). Một nhóm có 7 học sinh lớp A và 5 học sinh lớp B. Xếp ngẫu nhiên 12 học sinh trên ngòai vào một dãy 12 ghế hàng ngang sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngòai. Tính xác suất sao cho không có bất kì 2 học sinh lớp B nào ngòai cạnh nhau.

- A. $\frac{7}{99}$. B. $\frac{1}{132}$. C. $\frac{7}{264}$. D. $\frac{1}{792}$.

Lời giải.

— Xếp 12 học sinh ngòai vào một dãy 12 ghế hàng ngang sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngòai có $12!$ cách.

— Xếp 7 học sinh lớp A vào 7 ghế, có $7!$ cách.

Khi đó 7 ghế đã xếp học sinh lớp A tạo ra 8 khoảng trống, ta xếp 5 học sinh lớp B vào 5 trong 8 khoảng trống đó, có A_8^5 cách.

$\Rightarrow$ có $7! \cdot A_8^5$ cách xếp 12 học sinh mà các học sinh lớp B không ngòai cạnh nhau.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{7! \cdot A_8^5}{12!} = \frac{7}{99}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 61. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

- A. 3^{10} . B. 10^3 . C. A_{10}^3 . D. C_{10}^3 .

Lời giải.

Số tập con gồm 3 phần tử của M bằng C_{10}^3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 62. Một hộp chứa 6 quả bóng đỏ (được đánh số từ 1 đến 6), 5 quả bóng vàng (được đánh số từ 1 đến 5), 4 quả bóng xanh (được đánh số từ 1 đến 4). Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng. Xác suất để 4 quả bóng lấy ra có đủ 3 màu mà không có quả bóng nào có số thứ tự trùng nhau bằng

- A. $\frac{43}{91}$. B. $\frac{381}{455}$. C. $\frac{74}{455}$. D. $\frac{48}{91}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn 4 bi từ 15 bi.

Gọi A là biến cố “4 bi được chọn có đủ 3 màu và không có số thứ tự trùng nhau”.

Trường hợp 1: 4 bi được chọn có số thứ tự từ 1 đến 4:

Chọn 1 màu xuất hiện 2 bi: C_3^1 .

Chọn 2 số thuộc màu đó: C_4^2 .

Chọn 2 bi thuộc 2 số còn lại: $2!$.

Trường hợp này có $C_3^1 \cdot C_4^2 \cdot 2!$ cách chọn.

Trường hợp 2: 4 bi được chọn có số thứ tự từ 1 đến 5 và có số 5:

Chọn bi mang số 5: C_2^1 .

Chọn 3 số từ 1 đến 4: C_4^3 .

Chọn 3 bi khác màu từ 3 số: $3! + 6 = 12$.

Trường hợp này có $C_2^1 \cdot C_4^3 \cdot 12$ cách chọn.

Trường hợp 3: 4 bi được chọn có số thứ tự từ 1 đến 6 và có số 6 không có số 5:

Chọn 3 số từ 1 đến 4: C_4^3 .

Chọn 3 bi khác màu từ 3 số: $3! + 6 = 12$.

TH này có $C_4^3 \cdot 12$ cách chọn.

Trường hợp 4: 4 bi được chọn có số thứ tự từ 1 đến 6 và có số 6 và số 5:

TH A: 2 bi 5 và 6 đều là bi đỏ: 1.

Chọn 2 số từ 1 đến 4: C_4^2 .

Chọn 2 bi khác màu từ các bi xanh và vàng: $2!$.

TH này có $C_4^2 \cdot 2!$ cách.

TH B: 2 bi 5 và 6 khác màu: 1.

Chọn 2 số từ 1 đến 4: C_4^2 .

Chọn 2 bi khác màu và phải có 1 bi xanh: 5

TH này có $C_4^2 \cdot 5$ cách.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{222}{1365} = \frac{74}{455}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 63. Trong giỏ có 5 đôi tất khác nhau, các chiếc tất cùng đôi thì cùng màu. Lấy ngẫu nhiên ra 2 chiếc, tính xác suất để 2 chiếc đó cùng màu.

A. $\frac{1}{24}$.

B. $\frac{1}{18}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Xác suất để chọn được hai chiếc tất cùng màu là

$$\frac{C_5^1}{C_{10}^2} = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 64. Một lớp có 12 nam và 18 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh đi dự hội nghị?

A. 216.

B. 4060.

C. 1255.

D. 24360.

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh bất kì trong 30 học sinh là $C_{30}^3 = 4060$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 65. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4\}$?

A. 60.

B. 24.

C. 48.

D. 11.

Lời giải.

Số các chỉnh hợp chập 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ là A_5^3 số.

Số các chỉnh hợp chập 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ và có số 0 đứng đầu là A_4^3 số.

Vậy, số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ là $A_5^3 - A_4^3 = 48$ số.

Chọn đáp án **C** □

Câu 66. Một lớp có 38 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên hai bạn học sinh trong lớp?

A. 406.

B. 703.

C. 360.

D. 38.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên hai bạn học sinh từ 38 học sinh là $C_{38}^2 = 703$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 67. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển nhị thức Niu tơn của $\left(\frac{1}{x^4} - 2x^7\right)^n$ biết rằng

$$C_{2n+1}^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 2^{20} - 1 \quad (n \text{ nguyên dương}).$$

A. 13440.

B. -13440.

C. 210.

D. -120.

Lời giải.

Xét khai triển

$$(1+x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 x + C_{2n+1}^2 x^2 + \dots + C_{2n+1}^{n+1} x^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} x^{n+2} + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}.$$

$$\text{Lấy } x = 1 \text{ được } 2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}.$$

$$\text{Mà } C_{2n+1}^0 = C_{2n+1}^{2n+1} = 1; C_{2n+1}^1 = C_{2n+1}^{2n}; \dots; C_{2n+1}^n = C_{2n+1}^{n+1}.$$

$$2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}.$$

$$2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}.$$

$$\Rightarrow 2^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^{n+1} + C_{2n+1}^{n+2} + \dots + C_{2n+1}^{2n}) + 2.$$

$$\Rightarrow 2^{2n+1} = 2 \cdot (2^{20} - 1) + 2 \Leftrightarrow 2^{2n+1} = 2^{21} \Leftrightarrow n = 10.$$

Với $n = 10$

$$\left(\frac{1}{x^4} - 2x^7\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(\frac{1}{x^4}\right)^{10-k} (-2x^7)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-2)^k x^{11k-40}.$$

Số hạng chứa x^{26} trong khai triển nhị thức Niu tơn của $\left(\frac{1}{x^4} - 2x^7\right)^{10}$ có $11k - 40 = 26 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển là $C_{10}^6 (-2)^6 = 13440$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 68. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. lập một nhóm gồm bốn người hát tốp ca. Tính xác suất để bốn người được có ít nhất ba nữ.

A. $\frac{56}{143}$.

B. $\frac{73}{143}$.

C. $\frac{87}{143}$.

D. $\frac{70}{143}$.

Lời giải.

Số cách lập nhóm có đúng 3 bạn nữ là $C_8^3 \cdot C_5^1 = 280$.

Số cách lập nhóm có đúng 4 bạn nữ là $C_8^4 \cdot C_5^0 = 70$.

Tổng số cách lập nhóm thỏa mãn yêu cầu là 350 cách.

Tổng số cách lập nhóm là $C_{13}^4 = 715$.

$$\text{Xác suất cần tìm là } \frac{350}{715} = \frac{70}{143}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 69. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^9$.

A. 5376.

B. 672.

C. -672.

D. -5376.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (2x)^{9-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} (-1)^k x^{9-3k}.$$

Theo đề bài ta tìm số hạng không chứa x nên $9 - 3k = 0 \Rightarrow k = 3$.

Với $k = 3$ ta có số hạng không chứa x là $C_9^3 \cdot 2^6 \cdot (-1)^3 = -5376$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 70. Có 9 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên ra 2 tấm thẻ. Tính xác suất để tích của hai số trên hai tấm thẻ là một số chẵn.

A. $\frac{13}{18}$.

B. $\frac{55}{56}$.

C. $\frac{5}{28}$.

D. $\frac{1}{56}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên tấm thẻ từ 9 tấm thẻ có $C_9^2 = 36$ cách $\Rightarrow$ số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố : “Tích của hai số trên tấm thẻ là một số chẵn”.

Để tích của hai số trên tấm thẻ là một số chẵn thì ít nhất một trong hai tấm thẻ phải là số chẵn.

Ta có hai trường hợp

TH1: Cả hai thẻ được lấy ra đều là số chẵn có $C_4^2 = 6$ cách.

TH2: Hai thẻ lấy ra có một thẻ là số chẵn, một thẻ là số lẻ $C_4^1 \cdot C_5^1 = 20$ cách.

Số kết quả thuận lợi cho A là $n(A) = 6 + 20 = 26$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{18}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 71. Trong mặt phẳng, cho tập hợp S gồm 10 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh đều thuộc S ?

A. 720.

B. 120.

C. 59049.

D. 362880.

Lời giải.

Số tam giác tạo thành từ tập S là số tổ hợp chập 3 của 10 .

Vậy có $C_{10}^3 = 120$ tam giác .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 72. Một lớp có 20 học sinh nữ và 25 học sinh nam. Bạn lớp trưởng nữ chọn ngẫu nhiên 4 học sinh khác tham gia một hoạt động của Đoàn trường. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 4) là

A. 0,0849.

B. 0,8826.

C. 0,8783.

D. 0,0325.

Lời giải.

Theo bài ra, bạn lớp trưởng sẽ chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong 19 học sinh nữ và 25 học sinh nam.

Số cách chọn 4 học sinh trong 44 học sinh của lớp là: $C_{44}^4 = 135751$. Số cách Chọn cả 4 học sinh đều là nữ là: C_{19}^4 .

Số cách Chọn Cả học sinh đều là nam là: C_{25}^4 .

Số cách chọn 4 học sinh trong đó có cả nam và nữ là: $C_{44}^4 - C_{19}^4 - C_{25}^4 = 119225$ cách.

Xác suất để 4 học sinh được Chọn có cả nam và nữ là: $\frac{119225}{135751} \approx 0,8783$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 73. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn như trên?

A. 2300.

B. 59280.

C. 445.

D. 9880.

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường là $C_{40}^3 = 9880$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 74. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu. Số cách chọn là

- A. 840. B. 3843. C. 2170. D. 3003.

Lời giải.

Cách chọn 5 viên bi bất kỳ trong 15 viên bi trong hộp là: $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$.

Cách chọn 5 viên bi không đủ cả 3 màu:

Trường hợp 1: Cách chọn 5 viên bi chỉ có một màu là $C_6^5 + C_5^5 = 7$ cách chọn.

Trường hợp 2: Cách chọn 5 viên bi chỉ có hai màu.

+ 5 viên bi chỉ có hai màu xanh và đỏ là: $C_{10}^5 - C_6^5 = 246$ cách chọn.

+ 5 viên bi chỉ có hai màu xanh và vàng là: $C_{11}^5 - C_6^5 - C_5^5 = 455$ cách chọn.

+ 5 viên bi chỉ có hai màu đỏ và vàng là: $C_9^5 - C_5^5 = 125$ cách chọn.

Số cách chọn 5 viên bi không đủ 3 màu là: $7 + 455 + 246 + 125 = 833$ cách chọn.

Vậy số cách chọn 5 viên bi đủ cả ba màu là: $3003 - 833 = 2170$ cách chọn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 75. Tìm số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$.

- A. $C_{40}^4 x^{31}$. B. $-C_{40}^{37} x^{31}$. C. $C_{40}^{37} x^{31}$. D. $C_{40}^2 x^{31}$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là $T_{k+1} = C_{40}^k x^{40-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{40}^k x^{40-3k}$.

Số hạng chứa x^{31} thỏa mãn $40 - 3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là $C_{40}^{37} x^{31}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 76. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số trong tập A . Chọn ngẫu nhiên một chữ số từ S . Xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{18}{35}$. C. $\frac{17}{35}$. D. $\frac{3}{35}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_7^4 = 840$.

Gọi X là biến cố: “chọn ngẫu nhiên một số từ tập A ”.

Nhận xét: Trong tập A có 4 số chẵn và 3 số lẻ.

Do đó số phần tử của X là $n(X) = A_4^2 \cdot A_3^2 \cdot C_4^2 = 432$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{18}{35}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 77. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{13}{16}$. D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$.

Gọi A là biến cố “ Một toa có 3 người, một toa có 1 người, hai toa còn lại không có ai ”.

Có C_4^3 cách chọn 3 người trong 4 người và 4 cách chọn một toa cho nhóm 3 người đó lên.

Có 3 cách chọn toa cho người còn lại lên. Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = C_4^3 \cdot 4 \cdot 3 = 48$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{256} = \frac{3}{16}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 78. Năm đoạn thẳng có độ dài 1 cm; 3 cm; 5 cm; 7 cm; 9 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành một tam giác là

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{7}{10}$.

Lời giải.

Gọi A là số biến cố để chọn được ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành một tam giác.

Số cách chọn ra 3 đoạn thẳng là $C_5^3 = 10$.

Giả sử a, b, c là độ dài ba đoạn thẳng lập thành một tam giác. Không mất tính tổng quát giả sử $a \leq b \leq c$ suy ra $c < a + b$.

- Nếu $c = 9$ cm suy ra cặp a, b thỏa mãn là $\begin{cases} a = 5 \text{ cm} \\ b = 7 \text{ cm} \end{cases}$ và $\begin{cases} a = 3 \text{ cm} \\ b = 7 \text{ cm} \end{cases}$.

- Nếu $c = 7$ cm suy ra cặp a, b thỏa mãn $\begin{cases} a = 3 \text{ cm} \\ b = 5 \text{ cm} \end{cases}$.

- Nếu $c = 5$ cm suy ra không có cặp a, b thỏa mãn.

Do đó $P(A) = \frac{3}{10}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 79. Hộp A có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp B có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, tính xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu.

A. $\frac{91}{135}$.

B. $\frac{44}{135}$.

C. $\frac{88}{135}$.

D. $\frac{45}{88}$.

Lời giải.

Số cách chọn mỗi hộp một viên bi là $(4 + 5 + 6)(7 + 6 + 5) = 270$.

Số cách chọn mỗi hộp một viên bi sao cho hai viên cùng màu (hoặc trắng hoặc đỏ hoặc xanh) là $4 \cdot 7 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 5 = 88$.

Xác suất cần tìm là $\frac{88}{270} = \frac{44}{135}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 80. Hai chuồng nhốt thỏ, mỗi con thỏ có lông chỉ mang màu trắng hoặc màu đen. Bất ngẫu nhiên mỗi chuồng đúng một con thỏ. Biết tổng số thỏ trong hai chuồng là 35 và xác suất bắt được hai con thỏ lông màu đen là $\frac{247}{300}$. Tính xác suất để bắt được hai con thỏ có lông màu trắng.

A. $\frac{7}{150}$.

B. $\frac{1}{150}$.

C. $\frac{1}{75}$.

D. $\frac{7}{75}$.

Lời giải.

Gọi a, b lần lượt là số thỏ ở hai lồng ($a, b \in \mathbb{N}^*, a < 35, b < 35$).

Gọi c, d lần lượt là số thỏ có lông màu đen ở hai lồng ($c, d \in \mathbb{N}^*, c < 35, d < 35$).

Theo giả thiết $a + b = 35$ (1).

Chọn ngẫu nhiên mỗi chuồng 1 con thỏ, không gian mẫu có $n(\Omega) = C_a^1 \cdot C_b^1 = a \cdot b$ phần tử.

Xác suất để bắt được hai con thỏ có lông màu đen là: $\frac{C_c^1 \cdot C_d^1}{ab} = \frac{cd}{ab} = \frac{247}{300}$.

Do $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $(247, 300) = 1$ nên $a \cdot b = 300m$ ($m \in \mathbb{N}^*$) (2).

Từ (1), (2) $\Rightarrow a, b$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 35x + 300m = 0$ (3).

Phương trình (3) có nghiệm khi $\Delta = 1225 - 1200m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{49}{48} \Rightarrow m = 1$ vì $m \in \mathbb{N}^*$.

Với $m = 1$ phương trình có hai nghiệm $x = 15; x = 20 \Rightarrow$ Số thỏ ở hai lồng là 15 con và 20 con.

Với $m = 1 \Rightarrow c.d = 247 = 13.19 \Rightarrow$ số thỏ lông đen ở hai lồng là 13 con và 19 con.

Vậy xác suất để bắt được hai con thỏ có lông trắng là $P = \frac{(15 - 13) \cdot (20 - 19)}{15.20} = \frac{1}{150}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 81. Hệ số của x^7 trong khai triển của nhị thức Niu- tơn $(3 - x)^9$ là

A. $-C_9^7$.

B. C_9^7 .

C. $9C_9^7$.

D. $-9C_9^7$.

Lời giải.

Ta có $(3 - x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k 3^{9-k} (-x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k 3^{9-k} (-1)^k x^k$

Số hạng chứa x^7 trong khai triển ứng với $k = 7$ nên hệ số của x^7 là $C_9^7 3^{9-7} (-1)^7 = -9C_9^7$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 82. Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên?

A. 9.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

Lời giải.

Gọi x là số đoàn viên nam ($x \geq 4; x \in \mathbb{N}$), suy ra chi đoàn có tất cả $x + 3$ (đoàn viên).

Số cách chọn ra 4 người lập thành đội thanh niên tình nguyện là C_{x+3}^4 cách.

Số cách chọn ra 4 người lập thành đội thanh niên tình nguyện trong đó có ba nữ, một nam là $C_3^3 \cdot C_x^1 = x$ cách.

Số cách chọn ra 4 người lập thành đội thanh niên tình nguyện toàn nam là C_x^4 cách.

Xác suất lập ra đội thanh niên tình nguyện 4 người trong đó có ba nữ, một nam là $\frac{x}{C_{x+3}^4}$.

Xác suất lập ra đội thanh niên tình nguyện gồm 4 nam là: $\frac{C_x^4}{C_{x+3}^4}$.

Theo giả thiết ta có phương trình

$$\frac{x}{C_{x+3}^4} = \frac{2}{5} \frac{C_x^4}{C_{x+3}^4}$$

$$\Rightarrow 5x = 2 \cdot C_x^4$$

$$\Leftrightarrow 5x = 2 \frac{x!}{4!(x-4)!}$$

$$\Rightarrow 60x = x(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 6x - 66 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-6)(x^2+11) = 0 \Rightarrow x = 6 \text{ (TM)}$$

Vậy chi đoàn có $6 + 3 = 9$ đoàn viên.

Chọn đáp án (A) □

Câu 83. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$. Tính xác suất để số được chọn luôn có mặt chữ số 2 và thỏa mãn $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 > a_5 > a_6 > a_7$.

A. $\frac{1}{243}$.

B. $\frac{1}{486}$.

C. $\frac{1}{1215}$.

D. $\frac{1}{972}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau là $9 \times A_9^6 = 544320$ số.

Ta có $a_1 \neq 0 \Rightarrow 0 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 > a_5 > a_6 > a_7$.

Số được chọn có các chữ số khác nhau nên $6 \leq a_4 \leq 9$.

TH1: $a_4 = 6$, ta có $a_1, a_2, a_3, a_5, a_6, a_7 \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Chọn bộ số $a_1 a_2 a_3$ có $C_5^3 = 10$ cách, chọn bộ số $a_5 a_6 a_7$ có $C_3^3 = 1$ cách.

Cách cách chọn này luôn có mặt chữ số 2 nên trường hợp này có $10 \times 1 = 10$ số.

TH2: $a_4 = 7$, ta có $a_1, a_2, a_3, a_5, a_6, a_7 \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Chọn các bộ số tùy ý có $C_6^3 \times C_4^3 = 80$ cách.

Chọn các bộ số không có mặt chữ số 2 có $C_5^3 \times C_3^3 = 10$ cách.

Do đó trường hợp này có $80 - 10 = 70$ số.

TH3: $a_4 = 8$, ta có $a_1, a_2, a_3, a_5, a_6, a_7 \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Chọn các bộ số tùy ý có $C_7^3 \times C_5^3 = 350$ cách.

Chọn các bộ số không có mặt chữ số 2 có $C_6^3 \times C_4^3 = 80$ cách.

Do đó trường hợp này có $350 - 80 = 270$ số.

TH4: $a_4 = 9$, ta có $a_1, a_2, a_3, a_5, a_6, a_7 \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Chọn các bộ số tùy ý có $C_8^3 \times C_6^3 = 1120$ cách.

Chọn các bộ số không có mặt chữ số 2 có $C_7^3 \times C_5^3 = 350$ cách.

Do đó trường hợp này có $1120 - 350 = 770$ số.

Từ đó suy ra có $10 + 70 + 270 + 770 = 1120$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1120}{544320} = \frac{1}{486}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 84. Trong khai triển nhị thức $(a + 2)^{n+6}$ có tất cả 17 số hạng. Khi đó giá trị n bằng

A. 12.

B. 11.

C. 10.

D. 17.

Lời giải.

Trong khai triển nhị thức $(a + 2)^{n+6}$ có tất cả $n + 7$ số hạng.

Theo giả thiết ta có $n + 7 = 17 \Leftrightarrow n = 10$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 85. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số của tập $X = \{1; 3; 5; 8; 9\}$?

A. P_5 .

B. P_4 .

C. C_5^4 .

D. A_5^4 .

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ $X = \{1; 3; 5; 8; 9\}$ là A_5^4 số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 86. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5, gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 120.

B. 72.

C. 69.

D. 54.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$

d có 3 cách chọn ($d \neq \{0; 5\}$).

a có 3 cách chọn ($a \neq \{0; d\}$).

b có 3 cách chọn ($b \neq \{a; d\}$).

c có 2 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân có $3.3.3.2 = 54$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 87. Cho tập hợp A gồm 12 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của tập hợp A là

A. A_{12}^8 .

B. C_{12}^4 .

C. $4!$.

D. A_{12}^4 .

Lời giải.

Số cách chọn 4 phần tử từ 12 phần tử bằng: C_{12}^4 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 88. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 lấy 6 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 4 điểm phân biệt. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác. Xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh thuộc d_1 là

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^1 \cdot C_4^2.$$

Gọi A là biến cố được tam giác có hai đỉnh thuộc d_1 thì $n(A) = C_6^2 \cdot C_4^1$.

$$\text{Xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh thuộc } d_1 \text{ là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^2 \cdot C_4^1}{C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^1 \cdot C_4^2} = \frac{5}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 89. Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Số cách xếp các học sinh đó thành một hàng dọc sao cho 4 học sinh nam đứng liền nhau là

A. 17820.

B. 17280.

C. 5760.

D. 2820.

Lời giải.

Coi 4 học sinh nam là một phần tử X , hoán vị 6 phần tử gồm X và 5 học sinh nữ có $6!$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp trên đều có $4!$ cách hoán vị 4 học sinh nam

$\Rightarrow$ Theo quy tắc nhân số cách xếp là: $6!4! = 17280$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 90. Một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ là

A. $\frac{4651}{5236}$.

B. $\frac{4615}{5236}$.

C. $\frac{4610}{5236}$.

D. $\frac{4615}{5263}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = C_{35}^4$$

Gọi A là biến cố 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ. Khi đó $n(A) = C_{35}^4 - C_{20}^4 - C_{15}^4$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{35}^4 - C_{20}^4 - C_{15}^4}{C_{35}^4} = \frac{4615}{5236}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 91. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là

A. C_{45}^5 .

B. $-C_{45}^5$.

C. C_{45}^{15} .

D. $-C_{45}^{15}$.

Lời giải.

$$\text{Số hạng tổng quát } C_{45}^k x^{45-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{45}^k \cdot (-1)^k \frac{x^{45-k}}{x^{2k}} C_{45}^k x^{45-3k}$$

Số hạng không chứa x tương ứng với $45 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 15$.

$$\text{Vậy số hạng cần tìm } C_{45}^{15} \cdot (-1)^{15} = -C_{45}^{15}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 92. Từ các chữ số 1; 2; 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. 8.

B. 6.

C. 9.

D. 3.

Lời giải.

Phương pháp

Sử dụng quy tắc nhân hoặc chỉnh hợp.

Cách giải:

Gọi số cần lập có dạng: $\overline{abc}$ ($a \neq b \neq c$).

Khi đó có $A_3^3 = 3! = 6$ cách chọn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 93. Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là:

A. 972.

B. 495.

C. 792.

D. 924.

Lời giải.

Phương pháp

Sử dụng công thức số hạng tổng quát của nhị thức: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$

Cách giải:

Ta có: $(1+x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^k$

Để có số hạng không chứa x trong khai triển thì: $k = 5$.

Vậy hệ số cần tìm là: $C_{12}^5 = 792$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 94. Thầy Tuấn có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lý và 6 cuốn sách Hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại thầy Tuấn còn đủ 3 môn.

A. $\frac{54}{715}$.B. $\frac{661}{715}$.C. $\frac{2072}{2145}$.D. $\frac{73}{2145}$.

Lời giải.

Phương pháp

Tính xác suất của biến cố đối: $P(A) = 1 - P(\overline{A})$

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu là: $n_\Omega = C_{15}^8$

Gọi biến cố A : “Số cuốn sách còn lại của thầy Tuấn có đủ cả ba môn”.

Khi đó ta có biến cố $\overline{A}$: “Số cuốn sách còn lại của thầy Tuấn không có đủ cả 3 môn”.

Ta có các trường hợp xảy ra:

— TH1: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Toán và Lý. Số cách chọn là: C_9^7 .

— TH2: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Lý và Hóa. Số cách chọn là: C_{11}^7

— TH3: 7 cuốn sách còn lại chỉ có Hóa và Toán. Số cách chọn là: $7C_{10}^7$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \frac{C_9^7 + C_{11}^7 + C_{10}^7}{C_{15}^8} = 1 - \frac{54}{715} = \frac{661}{715}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 95. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ với $x \neq 0$.

A. $2^9 C_{18}^9$.

B. $2^{11} C_{18}^7$.

C. $2^8 C_{18}^8$.

D. $2^8 C_{18}^{10}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \left(\frac{x}{2}\right)^{18-k} \left(\frac{4}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{18} 2^{3k-18} C_{18}^k x^{18-2k}.$$

$$x^{18-2k} = x^0 \Leftrightarrow 18 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 9.$$

Hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ là: $2^{3 \cdot 9 - 18} C_{18}^9 = 2^9 C_{18}^9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 96. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 300. Gọi A là biến cố “số được chọn không chia hết cho 3”. Tính xác suất $P(A)$ của biến cố A .

A. $P(A) = \frac{2}{3}$.

B. $P(A) = \frac{124}{300}$.

C. $P(A) = \frac{1}{3}$.

D. $P(A) = \frac{99}{300}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 300$.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 300 mà chia hết cho 3 là $\frac{297 - 0}{3} + 1 = 100 \Rightarrow n(\overline{A}) = 100$.

$$\Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 97. Cho một đa giác lồi (H) có 10 cạnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó là ba đỉnh của (H), nhưng ba cạnh không phải ba cạnh của (H)?

A. 40.

B. 100.

C. 60.

D. 50.

Lời giải.

① Số tam giác được tạo thành từ 10 đỉnh của đa giác lồi (H) là C_{10}^3 .

② Xét trường hợp số tam giác chỉ chứa hai cạnh của đa giác, là số tam giác có 3 đỉnh liên tiếp của đa giác. Có 10 tam giác như vậy

③ Xét trường hợp số tam giác chứa đúng một cạnh của đa giác, là số tam giác có 2 đỉnh là 2 đỉnh liên tiếp của đa giác và đỉnh còn lại không kề với hai đỉnh kia. Khi đó, xét một cách bất kỳ ta có C_{10-4}^1 cách chọn đỉnh còn lại của tam giác (trừ hai đỉnh đã chọn với hai đỉnh kề nó). Trường hợp này có $10 \times C_6^1$ tam giác.

Vậy số tam giác không chứa cạnh của đa giác (H) là $C_{10}^3 - 10 - 10 \times C_6^1 = 50$ tam giác.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 98. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau?

A. 216.

B. 120.

C. 504.

D. 6.

Lời giải.

① Gọi số có ba chữ số là $\overline{abc}$.

② Chọn a : có 6 cách.

③ Chọn b ($b \neq a$): có 5 cách.

④ Chọn c ($c \neq a$ và $c \neq b$): có 4 cách.

Vậy ta có $6 \times 5 \times 4 = 120$ số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 99. Hai đội A và B thi đấu trận chung kết bóng chuyền nữ chào mừng ngày 20 – 10 (trận chung kết tối đa 5 hiệp). Đội nào thắng 3 hiệp trước thì thắng trận. Xác suất đội A thắng mỗi hiệp

là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất P để đội A thắng trận.

- A. $P \approx 0,125$. B. $P \approx 0,317$. C. $P \approx 0,001$. D. $P \approx 0,29$.

Lời giải.

① Xác suất đội A thắng mỗi hiệp là 0,4 (không có hòa) nên xác suất đội A thua mỗi hiệp là 0,6.

② Gọi X là biến cố đội A thắng trận đấu với đội B.

Gọi X_1, X_2, X_3 tương ứng là biến cố đội A thắng đội B với tỉ số lần lượt là $3-0; 3-1; 3-2$.

Khi đó $X = X_1 \cup X_2 \cup X_3$ và X_1, X_2, X_3 là đôi một xung khắc.

Do đó ta có $P(X) = P(X_1 \cup X_2 \cup X_3) = P(X_1) + P(X_2) + P(X_3)$.

③ Ta xét ba trường hợp sau

+ Xét biến cố X_1 : đội A thắng đội B với tỉ số $3-0$.

Khi đó hai đội sẽ đấu ba hiệp và đội A thắng cả ba hiệp, suy ra $P(X_1) = (0,4)^3 = \frac{8}{125}$.

+ Xét biến cố X_2 : đội A thắng đội B với tỉ số $3-1$.

Khi đó hai đội sẽ đấu bốn hiệp và đội B thắng một trong ba hiệp đầu, suy ra $P(X_2) = C_1^3 \cdot 0,6 \cdot (0,4)^2 = \frac{72}{625}$.

+ Xét biến cố X_3 : đội A thắng đội B với tỉ số $3-2$.

Khi đó hai đội sẽ đấu năm hiệp và đội B thắng hai trong bốn hiệp đầu, suy ra $P(X_3) = C_2^4 \cdot (0,6)^2 \cdot (0,4)^2 \cdot 0,4 = \frac{432}{3125}$.

Vậy xác suất để đội A thắng là $P(X) = \frac{8}{125} + \frac{72}{625} + \frac{432}{3125} = \frac{992}{3125} \approx 0,317$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 100. Trong khai triển nhị thức $(2x-1)^{10}$, hệ số của số hạng chứa x^8 là

- A. 45. B. 11520. C. -11520. D. 256.

Lời giải.

Ta có

$$(2x-1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{10} (-1)^k \cdot 2^{10-k} C_{10}^k x^{10-k}.$$

Số hạng chứa x^8 ứng với $10-k=8$ hay $k=2$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 là $(-1)^2 \cdot 2^8 C_{10}^2 = 11520$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 101. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu từ một bình đựng 6 quả cầu xanh và 8 quả cầu đỏ. Xác suất để chọn được 4 quả cùng màu bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{15}{1001}$. B. $\frac{105}{1001}$. C. $\frac{95}{1001}$. D. $\frac{85}{1001}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{14}^4 = 1001$.

Gọi A là biến cố "chọn được 4 quả cùng màu".

Số phần tử của A là $n(A) = C_6^4 + C_8^4 = 85$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{85}{1001}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 102. Trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{8}{x^3}\right)^8$, số hạng không chứa x là

- A. 1792. B. 1700. C. 1800. D. 1729.

Lời giải.

Ta có

$$\left(x + \frac{8}{x^3}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k x^{8-k} \cdot 8^k \cdot x^{-3k} = \sum_{k=0}^8 8^k C_8^k x^{8-4k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với $8 - 4k = 0$ hay $k = 2$.

Vậy số hạng không chứa x là $8^2 C_8^2 = 1792$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 103. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(2x + 3)^8$.

A. $C_8^5 \cdot 2^3 \cdot 3^5$.

B. $C_8^3 \cdot 2^5 \cdot 3^3$.

C. $-C_8^5 \cdot 2^5 \cdot 3^3$.

D. $C_8^3 \cdot 2^3 \cdot 3^5$.

Lời giải.

Ta có

$$(2x + 3)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (2x)^{8-k} \cdot 3^k = \sum_{k=0}^8 2^{8-k} \cdot 3^k C_8^k x^{8-k}.$$

Số hạng chứa x^5 ứng với $8 - k = 5$ hay $k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $2^5 \cdot 3^3 \cdot C_8^3 = 48384$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 104. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn không có nữ nào cả.

A. $\frac{8}{15}$.

B. $\frac{7}{15}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A là biến cố “2 người được chọn không có nữ nào cả”.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_7^2 = 21$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 105. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 98.

B. 102.

C. 126.

D. 100.

Lời giải.

Số cách chọn 5 học sinh bất kỳ là $C_9^5 = 126$.

Số cách chọn 5 học sinh từ hai lớp bất kỳ là $C_7^5 + C_6^5 + C_5^5 = 28$.

Số cách chọn 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn là $126 - 28 = 98$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 106. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có ít nhất một nữ.

A. $\frac{1}{15}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A là biến cố “2 người được chọn không có nữ nào cả”.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố “2 người được chọn có ít nhất một nữ”.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_7^2 = 21$.

Xác suất của biến cố A là $P(\overline{A}) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{21}{45} = \frac{8}{15}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 107. Trong khai triển nhị thức $(1+x)^6$ xét các khẳng định sau:

- (I) Gồm có 7 số hạng.
- (II) Số hạng thứ hai là $6x$.
- (III) Hệ số của x^5 là 5.

Trong các khẳng định trên

- A. Chỉ (I) và (III) đúng.
- B. Chỉ (II) và (III) đúng.
- C. Chỉ (I) và (II) đúng.
- D. Cả (I), (II), (III) đều đúng.

Lời giải.

- Số mũ của nhị thức bằng 6 nên số số hạng của khai triển này bằng 7.
- Số hạng thứ hai của khai triển là $C_6^1 \cdot (1)^5 \cdot x = 6x$.
- Số hạng chứa x^5 là $C_6^5 \cdot 1 \cdot x^5 = 6x^5$. Do đó hệ số của x^5 bằng 6.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 108. Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng và một viên trượt mục tiêu là

- A. 0,48.
- B. 0,4.
- C. 0,24.
- D. 0,45.

Lời giải.

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố vận động viên bắn trúng mục tiêu ở viên thứ nhất và thứ hai.

Ta có $P(A_1) = P(A_2) = 0,6$.

Xác suất để người đó bắn hai viên có một viên trúng và một viên trượt mục tiêu là

$$P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) = 0,6 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 = 0,48.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 109. Cho biểu thức $S = 3^{19}C_{20}^0 + 3^{18}C_{20}^1 + 3^{17}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3}C_{20}^{20}$. Giá trị của $3S$ là

- A. 4^{20} .
- B. $\frac{4^{19}}{3}$.
- C. $\frac{4^{18}}{3}$.
- D. $\frac{4^{21}}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S &= 3^{19}C_{20}^0 + 3^{18}C_{20}^1 + 3^{17}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{3}C_{20}^{20} \\ \Leftrightarrow 3S &= 3^{20}C_{20}^0 + 3^{19}C_{20}^1 + 3^{18}C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20}. \end{aligned}$$

Xét khai triển

$$\begin{aligned} (3+1)^{20} &= C_{20}^0 3^{20} 1^0 + C_{20}^1 3^{19} 1^1 + C_{20}^2 3^{18} 1^2 + \dots + C_{20}^{20} 3^0 1^{20} \\ \Rightarrow (3+1)^{20} &= C_{20}^0 3^{20} + C_{20}^1 3^{19} + C_{20}^2 3^{18} + \dots + C_{20}^{20} \\ \Leftrightarrow 3S &= 4^{20}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 110. Cho $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12-n)x+1]^n$ thành đa thức.

A. 90.

B. 45.

C. 180.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023 \Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1024 \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$.

Do đó $[(12-n)x + 1]^n = (2x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^k (1)^{10-k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k x^k$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $(2x+1)^{10}$ thành đa thức là $C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^k$.

Vậy hệ số của x^2 là $C_{10}^2 \cdot 2^2 = 180$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 111. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

A. $1 + 2C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$.

B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.

C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.

D. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

Lời giải.

Gọi a là số thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Như vậy các chữ số của a thỏa mãn các trường hợp sau:

— a chứa năm chữ số 1 và 2013 chữ số 0: C_{2017}^4 .

— a chứa ba chữ số 1, một chữ số 2 và 2014 chữ số 0: $C_{2017}^3 + 2015C_{2017}^2$.

— a chứa hai chữ số 1, một chữ số 3 và 2015 chữ số 0: $C_{2017}^2 + A_{2017}^2$.

— a chứa một chữ số 1, một chữ số 4 và 2016 chữ số 0: $2C_{2017}^1$.

— a chứa một chữ số 5 và 2017 chữ số 0: 1.

— a chứa một chữ số 1, hai chữ số 2 và 2015 chữ số 0: $C_{2017}^2 + A_{2017}^2$.

— a chứa một chữ số 2, một chữ số 3 và 2016 chữ số 0: $2C_{2017}^1$.

Vậy có $1 + 2C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4 + 2A_{2017}^2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 112. Một tổ có 10 học sinh gồm 6 nam và 4 nữ. Giáo viên cần chọn ngẫu nhiên hai bạn hát song ca. Tính xác suất P để hai học sinh được chọn là một cặp song ca nam nữ.

A. $P = \frac{4}{5}$.

B. $P = \frac{8}{15}$.

C. $P = \frac{12}{19}$.

D. $P = \frac{2}{9}$.

Lời giải.

Phép thử: “Chọn ngẫu nhiên 2 trong 10 bạn” $\Rightarrow n(\Omega) = C_{10}^2$.

Biến cố A : “Chọn được 1 nam và 1 nữ” $\Rightarrow n(A) = C_6^1 \cdot C_4^1 = 24$.

Vậy $P(A) = \frac{24}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 113. Gọi E là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ tập hợp E . Tính xác suất để 2 số được chọn có đúng 1 số có chữ số 5.

A. $\frac{7}{22}$.

B. $\frac{5}{63}$.

C. $\frac{144}{295}$.

D. $\frac{132}{271}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập hợp E là $|E| = A_5^3 = 60$ (phần tử).

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{60}^2 = 1770$. Số số thuộc E không có chữ số 5 là $C_4^2 \cdot 3! = 36$ (số). Số trường hợp thỏa mãn là $36 \cdot 24 = 864$. Xác suất cần tính $P = \frac{864}{1770} = \frac{144}{295}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 114. Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần.

A. 168.

B. 204.

C. 216.

D. 120.

Lời giải.

Với ba chữ số khác nhau thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, ta viết được 2 số có 3 chữ số theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần ($\overline{abc}$ với $a > b > c$ hoặc $a < b < c$), có $2C_9^3 = 168$ số.

Với 2 chữ số khác nhau thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ và 1 chữ số 0, ta viết được 1 số theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần ($\overline{ab0}$ với $a > b > 0$), có $C_9^2 = 36$ số.

Vậy có tất cả $168 + 36 = 204$ (số).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 115. Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ với $(x \neq 0)$ là số hạng thứ

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

$P(x) = \sum_{k=0}^5 C_5^k (x^3)^{5-k} (-1)^k (x^{-2})^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k (-1)^k x^{15-5k}$. Số hạng không chứa x ứng với $k = 3$, số hạng này là số hạng thứ 4.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 116. Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ và các hệ số thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Hệ số lớn nhất là

A. 126720.

B. 1293600.

C. 729.

D. 924.

Lời giải.

Bước 1 Tìm n .

— **Cách 1:** Từ $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, thay $x = \frac{1}{2}$ vào, ta được:

$$(1 + 1)^n = a_0 + a_1 \frac{1}{2} + a_2 \frac{1}{2^2} + \dots + a_n \frac{1}{2^n} = 4096 \Rightarrow n = 12.$$

— **Cách 2:** $(1 + 2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k \Rightarrow a_k = C_n^k 2^k$ với $k \in \{0; 1; 2; \dots; n\}$.

$$\text{Theo đề bài } \sum_{k=0}^n \frac{a_k}{2^k} = 4096 \Leftrightarrow \sum_{k=0}^n C_n^k = 4096.$$

$$\text{Chú ý rằng } 2^n = (1 + 1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k, \text{ do đó } 2^n = 2^{12} \Rightarrow n = 12.$$

$$\text{Vậy } a_k = C_{12}^k 2^k.$$

Bước 2 Tìm hệ số lớn nhất.

$a_0 = 1; a_{12} = 2^{12}$. Xét các hệ số a_i , ta có:

$$\begin{aligned} a_i - a_{i-1} &= C_{12}^{i-1} 2^i - C_{12}^{i-1} 2^{i-1} \\ &= 2^{i-1} (2C_{12}^i - C_{12}^{i-1}) \\ &= 2^{i-1} \left(2 \frac{12!}{i!(12-i)!} - \frac{12!}{(i-1)!(13-i)!} \right) \\ &= \frac{2^{i-1} \cdot 12!}{(i-1)! \cdot (12-i)!} \left(\frac{2}{i} - \frac{1}{13-i} \right) \\ &= \frac{2^{i-1} \cdot 12!}{(i-1)! \cdot (12-i)!} \cdot \frac{26-3i}{i(13-i)}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } a_i > a_{i-1} \Leftrightarrow 26 - 3i > 0 \Leftrightarrow i < \frac{26}{3} \Leftrightarrow i \leq 8;$$

$$\text{Mà } a_i < a_{i-1} \Leftrightarrow 26 - 3i < 0 \Leftrightarrow i \geq 9.$$

Vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_7 < a_8$ và $a_8 > a_9 > a_{10} > a_{11} > a_{12}$ nên hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$.

Chú ý

Với bài toán này giá trị n khá nhỏ ($n = 12$) nên hoàn toàn có thể thử bằng máy tính bởi chức năng TABLE, nhập hàm $f(x) = C_{12}^x \cdot 2^x$. START $x = 0$, END $x = 12$ và STEP 1.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 117. Biết n là số tự nhiên thỏa mãn $1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3C_n^2 + \dots + n \cdot (n+1)C_n^n = 180 \cdot 2^{n-2}$. Số hạng có hệ số lớn nhất trong khai triển $(1+x)^n$ là

A. $925x^5$. B. $924x^6$. C. $923x^4$. D. $926x^7$.

Lời giải.

Cách 1.

Đặt $f(x) = x(1+x)^n, n \in \mathbb{N} \Rightarrow f(x) = C_n^0 x + C_n^1 x^2 + C_n^2 x^3 + \dots + C_n^n x^{n+1}$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} f'(x) = (1+x)^n + nx(1+x)^{n-1} \\ f'(x) = C_n^0 + 2C_n^1 x + 3C_n^2 x^2 + \dots + (n+1)C_n^n x^n. \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} f''(x) = n(1+x)^{n-1} + n(1+x)^{n-1} + n(n-1)x(1+x)^{n-2} = 2n(1+x)^{n-1} = n(n-1)x(1+x)^{n-2} \\ f'(x) = 1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3C_n^2 x + \dots + n(n+1)C_n^n x^{n-1}. \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} f''(1) = 2n(1+1)^{n-1} + n(n-1)(1+1)^{n-2} = (n^2 + 3n)2^{n-2} \\ f''(1) = 1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3C_n^2 + \dots + n(n+1)C_n^n. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ giả thiết suy ra $(n^2 + 3n)2^{n-2} = 180 \cdot 2^{n-2} \Leftrightarrow n^2 + 3n - 180 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 & (\text{thỏa mãn}) \\ n = -15 & (\text{loại}). \end{cases}$

Vậy số hạng của khai triển $(1+x)^{12}$ có hệ số lớn nhất $C_{12}^6 x^6 = 924x^6$.

Cách 2.

Xét khai triển

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n \Rightarrow x(1+x)^n = xC_n^0 + C_n^1 x^2 + C_n^2 x^3 + \dots + C_n^n x^{n+1}. \quad (1)$$

Lấy đạo hàm 2 vế của (1) ta được

$$(1+x)^n + nx(1+x)^{n-1} = C_n^0 + 2C_n^1 x + 3C_n^2 x^2 + \dots + (n+1)C_n^n x^n. \quad (2)$$

Lấy đạo hàm hai vế của (2) ta được

$$n(x+1)^{n-1} + n(1+x)^{n-1} + n(n-1)x(1+x)^{n-2} = 1 \cdot 2C_n^1 + \dots + n(n+1)C_n^n x^{n-1}. \quad (3)$$

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} n \cdot 2^{n-1} + n \cdot 2^{n-1} + n \cdot (n-1) \cdot 2^{n-2} &= 180 \cdot 2^{n-2} \Leftrightarrow 2n \cdot 2^{n-1} + n(n-1) \cdot 2^{n-2} = 180 \cdot 2^{n-2} \\ \Leftrightarrow 4n \cdot 2^{n-2} + n(n-1) \cdot 2^{n-2} &= 180 \cdot 2^{n-2} \Leftrightarrow n^2 + 3n = 180 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 & (\text{nhận}) \\ n = -15 & (\text{loại}) \end{cases} \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $(1+x)^{12}$ là $T_{k+1} = C_{12}^k x^k$ với $\begin{cases} 0 \leq k \leq 12 \\ k \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (*)$

Xét $C_{12}^k \leq C_{12}^{k+1} \Leftrightarrow k \leq \frac{11}{2}$ dấu bằng không xảy ra vì (*).

Do đó $C_{12}^0 < C_{12}^1 < \dots < C_{12}^6 > C_{12}^7 > \dots > C_{12}^{12}$, hay C_{12}^6 là giá trị lớn nhất.

Vậy số hạng của khai triển $(1+x)^{12}$ có hệ số lớn nhất $C_{12}^6 x^6 = 924x^6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 118. Số các số hạng có hệ số là số hữu tỉ trong khai triển $\left(\sqrt[3]{3} + \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^{15}$ là

A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\sqrt[3]{3} + \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \left(\sqrt[3]{3}\right)^{15-k} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 3^{5-\frac{k}{3}} 2^{-\frac{k}{2}} x^k.$$

Hệ số của số hạng thứ $k+1$ là $a_{k+1} = C_{15}^k 3^{5-\frac{k}{3}} 2^{-\frac{k}{2}}$ là số hữu tỉ thì

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 - \frac{k}{3} \in \mathbb{Z} \\ -\frac{k}{2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k:6 \Leftrightarrow k = 6t, (t \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Mà } 0 \leq k \leq 15 \Leftrightarrow 0 \leq 6t \leq 15 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \frac{15}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = 2. \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị của t , tức là có 3 số hạng có hệ số là số hữu tỉ.

Chọn đáp án **C** □

Câu 119. Một hộp đựng tám thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Một bạn rút ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ. Tính xác suất để tổng 3 số ghi trên thẻ được rút chia hết cho 3.

A. $\frac{5}{14}$. B. $\frac{9}{14}$. C. $\frac{3}{14}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ trong một hộp đựng 9 tấm thẻ”.

Gọi là biến cố “Rút được 3 tấm thẻ có tổng 3 số ghi trên 3 thẻ là số chia hết cho 3”.

Trong 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9 có

- 3 tấm thẻ ghi số chia cho 3 dư 1 là (1; 4; 7);
- 3 tấm thẻ ghi số chia cho 3 dư 2 là (2; 5; 8);
- 3 tấm thẻ ghi số chia hết cho 3 là (3; 6; 9).

Ta có các trường hợp sau để rút được 3 thẻ có tổng 3 số ghi trên thẻ là số chia hết cho 3:

TH1. Lấy được 3 thẻ ghi số chia hết cho 3, có $C_3^3 = 1$ cách.

TH2. Lấy được 3 thẻ ghi số chia cho 3 dư 1, có $C_3^3 = 1$ cách.

TH3. Lấy được 3 thẻ ghi số chia cho 3 dư 2, có $C_3^3 = 1$ cách.

TH4. Lấy được 3 thẻ trong đó có 1 thẻ ghi số chia cho 3 dư 1, 1 thẻ ghi số chia cho 3 dư 2, 1 thẻ ghi số chia hết cho 3, có $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 = 27$ cách. $\Rightarrow n(A) = 1 + 1 + 1 + 27 = 30$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 120. Cho tập hợp S gồm 20 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S .

A. A_{20}^3 . B. C_{20}^3 . C. 60. D. 20^3 .

Lời giải.

Số tập con gồm 3 phần tử trong một tập hợp 20 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 20.

Chọn đáp án **B** □

Câu 121. Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác màu nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

A. 319. B. 3014. C. 310. D. 560.

Lời giải.

Có 7 cách chọn một bông hồng đỏ, 8 cách chọn một bông hồng vàng, 10 cách chọn một bông hồng trắng.

Vậy số cách để lấy 3 bông hồng có đủ ba màu là $7 \cdot 8 \cdot 10 = 560$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 122. Tính tổng $C_{2000}^0 + 2C_{2000}^1 + 3C_{2000}^2 + \dots + 2001C_{2000}^{2000}$.

A. $1000 \cdot 2^{2000}$.

B. $2001 \cdot 2^{2000}$.

C. $2000 \cdot 2^{2000}$.

D. $1001 \cdot 2^{2000}$.

Lời giải.

Ta có $S = C_{2000}^0 + 2C_{2000}^1 + 3C_{2000}^2 + \dots + 2001C_{2000}^{2000}$ (1).

Hay $S = 2001C_{2000}^{2000} + 2000C_{2000}^{1999} + 1999C_{2000}^{1998} + \dots + C_{2000}^0$

$\Leftrightarrow S = 2001C_{2000}^0 + 2000C_{2000}^1 + 1999C_{2000}^2 + \dots + C_{2000}^{2000}$ (2).

Cộng vế theo vế của (1) và (2) ta được

$$2S = 2002C_{2000}^0 + 2002C_{2000}^1 + 2002C_{2000}^2 + \dots + 2002C_{2000}^{2000}$$

$$\Leftrightarrow S = 1001(C_{2000}^0 + C_{2000}^1 + C_{2000}^2 + \dots + C_{2000}^{2000}) = 1001 \cdot 2^{2000}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 123. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp đó. Gọi P là xác suất để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó giá trị của P bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{1}{12}$.

B. $P = \frac{16}{33}$.

C. $P = \frac{10}{33}$.

D. $P = \frac{2}{11}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{11}^4$.

Trong 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11 có 6 tấm thẻ ghi số lẻ và 5 tấm thẻ ghi số chẵn.

Gọi A là biến cố: “Tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ là một số lẻ”.

— Trường hợp 1. Chọn được 1 tấm thẻ ghi số lẻ và 3 tấm thẻ ghi số chẵn, có $C_6^1 \cdot C_5^3 = 60$ cách.

— Trường hợp 2. Chọn được 3 tấm thẻ ghi số lẻ và 1 tấm thẻ ghi số chẵn, có $C_6^3 \cdot C_5^1 = 100$ cách.

Vậy số phần tử của A là $n(A) = 60 + 100 = 160$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{160}{330} = \frac{16}{33}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 124. Một nhóm có 10 người, cần chọn ra ban đại diện gồm 3 người. Số cách chọn là

A. 240.

B. A_{10}^3 .

C. C_{10}^3 .

D. 360.

Lời giải.

Số cách chọn ra 3 người vào ban đại diện trong 10 người là C_{10}^3 (không phân biệt thứ tự).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 125. Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right)^{12}$ (với $x \neq 0$) là

A. $-\frac{220}{729}$.

B. $\frac{220}{729}x^6$.

C. $-\frac{220}{729}x^6$.

D. $\frac{220}{729}$.

Lời giải.

— Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right)^{12}$ là

$$T = C_{12}^k \left(\frac{3}{x}\right)^{12-k} \left(-\frac{x}{3}\right)^k = C_{12}^k (-1)^k \cdot 3^{12-2k} x^{2k-12} (k \in \mathbb{Z}, k \leq 12).$$

- Số hạng thứ x^6 nên $2k - 12 = 6 \Leftrightarrow k = 9$.
- Vậy hệ số cần tìm là $C_{12}^9(-1)^9 \cdot 3^6 = -\frac{220}{729}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 126. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác cân.

- A. 45. B. 216. C. 81. D. 165.

Lời giải.

- Trường hợp 1. a, b, c là ba cạnh của một tam giác đều. Trường hợp này có 9 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
- Trường hợp 2. a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân và không đều. Không mất tính tổng quát, giả sử $a = b$.

$$- a = b > c$$

$$* a = b = 2 \Rightarrow c = 1.$$

$$* a = b = 3 \Rightarrow c = 1, 2.$$

$$* a = b = 4 \Rightarrow c = 1, 2, 3.$$

...

$$* a = b = 9 \Rightarrow c = 1, 2, 3, \dots, 8$$

$$\text{Có } 1 + 2 + 3 + \dots + 8 = 36 \text{ số.}$$

$$- a = b < c. \text{ Do } a + b > c \Rightarrow \frac{c}{2} < a < c.$$

$$* c = 9 \Rightarrow \frac{9}{2} < a < 9 \Rightarrow a = 5, 6, 7, 8.$$

$$* c = 8 \Rightarrow 4 < a < 8 \Rightarrow a = 5, 6, 7.$$

$$* c = 7 \Rightarrow \frac{7}{2} < a < 7 \Rightarrow a = 4, 5, 6.$$

$$* c = 6 \Rightarrow \frac{3}{2} < a < 6 \Rightarrow a = 4, 5.$$

$$* c = 5 \Rightarrow \frac{5}{2} < a < 4 \Rightarrow a = 3, 4.$$

$$* c = 4 \Rightarrow \frac{2}{3} < a < 4 \Rightarrow a = 3.$$

$$* c = 3 \Rightarrow \frac{3}{2} < a < 3 \Rightarrow a = 2.$$

$$* c = 2, 1 \text{ không có } a \text{ tương ứng.}$$

$$\text{Có } 4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16 \text{ số.}$$

$$* \text{ Trường hợp } a = b \neq c \text{ có } 36 + 16 = 52 \text{ số.}$$

$$- \text{ Tương tự, mỗi trường hợp } b = c \neq a \text{ và } c = a \neq b \text{ đều có } 52 \text{ số.}$$

$$- \text{ Theo quy tắc cộng ta có } 9 + 52 \cdot 3 = 165 \text{ số thỏa yêu cầu bài toán.}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 127. Trong một lớp có $(2n + 3)$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $(2n + 3)$, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\frac{17}{1155}$. Số học sinh của lớp là

- A. 27. B. 25. C. 45. D. 35.

Lời giải.

$$- \text{ Số cách xếp học sinh vào ghế là } (2n + 3)!.$$

$$- \text{ Nhận xét: Nếu ba số tự nhiên } a, b, c \text{ lập thành một cấp số cộng thì } a + c = 2b \text{ nên } a + c \text{ là số}$$

chẵn. Như vậy a, c phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ. Từ 1 đến $2n + 3$ có $n + 1$ số chẵn và $n + 2$ số lẻ.

— Muốn có một cách xếp học sinh thỏa số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ta sẽ tiến hành như sau

- *Bước 1.* chọn hai ghế có số thứ tự cùng chẵn hoặc cùng lẻ rồi xếp An và Chi vào, sau đó xếp Bình vào ghế chính giữa. Bước này có $A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2$ cách.
- *Bước 2.* xếp chỗ cho $2n$ học sinh có $(2n)!$. Như vậy số cách xếp thỏa yêu cầu này là $(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!$. Ta có

$$\frac{(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!}{(2n + 3)!} = \frac{17}{1155} \Leftrightarrow \frac{n(n + 1) + (n + 1)(n + 2)}{(2n + 1) + (2n + 2)(2n + 3)} = \frac{17}{1155}$$

$$\Leftrightarrow 68n^2 - 1019n - 1104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -\frac{69}{68} \end{cases}$$

— Vậy số học sinh của lớp là 35.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 128. Cho x là số thực dương, khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ ta có hệ số của số hạng chứa x^m bằng 792. Giá trị của m là:

- A. $m = 3$ và $m = 9$. B. $m = 0$ và $m = 9$. C. $m = 9$. D. $m = 0$.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng khai triển nhị thức Newton: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$.

Cách giải: Ta có: $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-3k}$, do đó hệ số của số hạng chứa x^m trong khai triển trên ứng với $24 - 3k = m \Leftrightarrow k = \frac{24 - m}{3}$.

$$\text{Theo bài ra ta có } C_{12}^{\frac{24 - m}{3}} = 792 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{24 - m}{3} = 5 \\ \frac{24 - m}{3} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m = 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 129. Một giải thi đấu bóng đá quốc gia có 12 đội bóng thi đấu vòng tròn hai lượt tính điểm (2 đội bất kì thi đấu với nhau đúng 2 trận). Sau mỗi trận đấu, đội thắng 3 điểm, đội thua 0 điểm, nếu hòa mỗi đội được 1 điểm. Sau giải đấu ban tổ chức thống kê được 60 trận hòa. Hỏi tổng số điểm của tất cả các đội sau giải đấu là

- A. 336. B. 630. C. 360. D. 306.

Lời giải.

Phương pháp:

+) Tính tổng số trận đấu, tính số trận hòa, trận không hòa.

+) Tính số điểm của các trận hòa, số điểm của các trận không hòa và suy ra số điểm của toàn giải đấu.

Cách giải: Vì 12 đội bóng thi đấu vòng tròn hai lượt tính điểm (2 đội bất kì thi đấu với nhau đúng 2 trận (nên mỗi đội sẽ thi đấu với 11 đội còn lại, do đó tổng số trận đấu là $12 \cdot 11 = 132$ (trận).

Số trận hòa là 16 trận, số trận không hòa là $132 - 60 = 72$. 60 trận hòa, mỗi đội được 1 điểm, vậy

có 120 điểm. 72 trận không hòa, mỗi trận đội thắng được 3 điểm, vậy có $72 \cdot 3 = 216$ điểm.

Vậy tổng số điểm của tất cả các đội sau giải đấu là $120 + 216 = 336$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 130. Số tập con của tập $M = \{1; 2; 3\}$ là

A. $A_3^0 + A_3^1 + A_3^2 + A_3^3$.

B. $P_0 + P_1 + P_2 + P_3$.

C. $3!$.

D. $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$.

Lời giải.

Để thỏa mãn bài toán có các trường hợp sau:

— Tập hợp con không có phần tử nào của M .

Suy ra số các tập con là C_3^0 .

— Tập hợp con chứa 1 phần tử của M .

Suy ra số các tập con là C_3^1 .

— Tập hợp con chứa 2 phần tử của M .

Suy ra số các tập con là C_3^2 .

— Tập hợp con chứa 3 phần tử của M .

Suy ra số các tập con là C_3^3 .

Vậy số các tập con của M là $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 131. Cho tứ giác $ABCD$, có bao nhiêu véc-tơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tứ giác.

A. 8.

B. 12.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Mỗi cặp điểm khác nhau sẽ tạo thành hai véc-tơ khác nhau và khác véc-tơ $\vec{0}$. Do đó số các véc-tơ thỏa mãn bài toán là $A_4^2 = 12$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 132. Đề thi THPT Quốc gia 2019 có 5 câu vận dụng cao, mỗi câu có 4 phương án lựa chọn A, B, C, D trong đó 5 câu đều có một phương án đúng là A. Một thí sinh chọn ngẫu nhiên một phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để học sinh đó không đúng câu nào.

A. $\frac{5}{4^5}$.

B. $\frac{20}{4^5}$.

C. $\frac{1024}{4^5}$.

D. $\frac{243}{4^5}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố để học sinh không làm đúng câu nào.

Do mỗi câu có 4 phương án lựa chọn nên số cách chọn phương án trả lời cho 5 câu là $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5$.

Vì mỗi câu có 3 phương án trả lời sai nên số cách chọn để học sinh trả lời sai cả 5 câu hỏi là $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$.

Khi đó $P(A) = \frac{3^5}{4^5} = \frac{243}{4^5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 133. Cho lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$. Hỏi có bao nhiêu hình chóp tứ giác có 5 đỉnh là đỉnh của lăng trụ?

A. 492.

B. 200.

C. 360.

D. 510.

Lời giải.

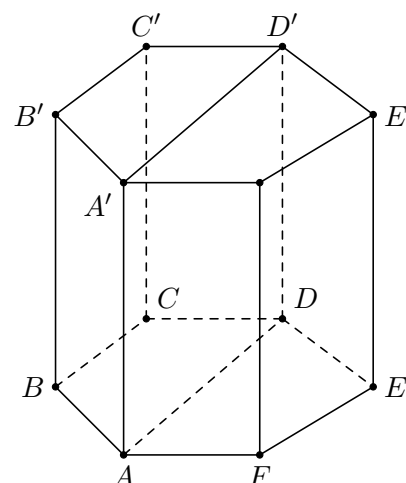
Do giả thiết có các trường hợp sau

— Trường hợp 1. Có 3 bộ, mỗi bộ gồm 6 đường thẳng song song với nhau

Đa giác đáy của hình chóp gồm 1 đường thẳng ở nhóm 3 đường thẳng song song trên ($ABCDEF$) và có 1 đường thẳng ở nhóm 3 đường thẳng song song trên ($A'B'C'D'E'F'$).

Suy ra số đa giác đáy là $C_3^1 \cdot C_3^1$. Suy ra số hình chóp $3 \cdot C_3^1 \cdot 8 \cdot C_3^1 = 216$.

— Trường hợp 2. Đa giác đáy của hình chóp là tứ giác nằm trên một mặt đáy của hình lăng trụ. Số đa giác đáy là $2 \cdot C_6^2$. Suy ra số hình chóp $2 \cdot 6 \cdot C_6^4 = 180$.



— Trường hợp 3. Có 3 bộ gồm 4 đường thẳng song song. Đa giác đáy của hình chóp gồm 1 đường thẳng có ở nhóm 2 đường chéo song song trên ($ABCDEF$) và 1 đường thẳng ở nhóm 2 đường chéo song song trên ($A'B'C'D'E'F'$).

Số đa giác đáy là $C_2^1 \cdot C_2^1$. Suy ra số hình chóp $3 \cdot C_2^1 \cdot 8 \cdot C_2^1 = 96$.

Vậy số hình chóp cần tìm là $216 + 180 + 96 = 492$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 134. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên 8 chữ số khác nhau lập từ A , biết các chữ số chẵn không đứng cạnh nhau.

A. 7200.

B. 15000.

C. 10200.

D. 12000.

Lời giải.

Giả sử số có 8 chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$.

Do giả thiết tập hợp A có 5 số lẻ $\{1; 3; 5; 7; 9\}$ và 3 số chẵn $\{0; 2; 4\}$.

Ta đặt 5 vị trí số lẻ trên vào ô có ký hiệu (*) và giãn ra đều 1 vị trí xen kẽ và kể hai đầu mút ngoài cùng là 6 vị trí xem kẽ ký hiệu là (?) như sau

?	*	?	*	?	*	?	*	?	*	?

Các vị trí (?) là nơi ta đặt 3 chữ số chẵn vào. Khi đó

- Ta đi tìm các số thỏa mãn bài toán kể các số mà chữ số đầu có chữ số 0 ta có số cách sắp 3 chữ số chẵn là A_6^3 . Số các sắp xếp 5 chữ số lẻ là $5!$. Do đó số thỏa mãn yêu cầu là $5! \cdot A_6^3$.

- Ta đi tìm số các số thỏa mãn bài toán khi chữ số 0 đứng đầu ta có số cách sắp 2 chữ số chẵn là A_6^2 . Số các sắp xếp 5 chữ số lẻ là $5!$. Do đó số thỏa mãn yêu cầu là $5! \cdot A_6^2$.

Do đó số các số thỏa mãn bài toán là $5! \cdot A_6^3 - 5! \cdot A_6^2 = 1200$ (số).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 135. Trên kệ sách có 10 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lấy lần lượt 3 cuốn mà không để lại trên kệ. Tính xác suất để được hai cuốn sách đầu là Toán, cuốn thứ ba là Văn.

A. $\frac{18}{91}$.

B. $\frac{7}{45}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{15}{91}$.

Lời giải.

+ Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 2730$.

+ Gọi A là biến cố sao cho ba cuốn lấy ra liên tiếp trong đó hai cuốn toán, một cuốn văn.

+ Khi đó $n(A) = 450$.

+ Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{91}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 136. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau?

- A. C_6^3 . B. 6^3 . C. A_6^3 . D. $6!$.

Lời giải.

Có thể lập A_6^3 số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 137. Số cách chọn ra ba bạn bất kì từ một lớp có 30 bạn là

- A. C_{30}^3 . B. $\frac{A_{30}^3}{3}$. C. $3! \cdot A_{30}^3$. D. A_{30}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn ra ba bạn bất kì từ một lớp có 30 bạn là C_{30}^3 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 138. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam, và 3 bạn nữ cùng đi xem phim. Có bao nhiêu cách xếp 8 bạn vào 8 ghế hàng ngang sao cho 3 bạn nữ ngồi cạnh nhau?

- A. $5! \cdot 3!$. B. $8! - 5 \cdot 3!$. C. $6! \cdot 3!$. D. $\frac{8!}{3!}$.

Lời giải.

Có $6 \cdot 3!$ cách sắp xếp 3 bạn nữ. Sau khi sắp xếp 3 bạn nữ có $5!$ cách sắp xếp các bạn nam.

Vậy có $6 \cdot 3! \cdot 5! = 6! \cdot 3!$ cách sắp xếp.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 139. Tính tổng của tất cả các số có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

- A. 333330. B. 7999920. C. 1599984. D. 3999960.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lấy từ tập A là $5! = 120$ số.

Trong 120 số tìm được, luôn chọn được một cặp số $(x; y)$ sao cho $x + y = 66666$.

Vậy tổng của 120 số tìm được là $60 \times 66666 = 3999960$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 140. Một con châu chấu nhảy từ gốc tọa độ đến điểm có tọa độ là $A(9; 0)$ dọc theo trục Ox của hệ trục tọa độ Oxy . Hỏi con châu chấu có bao nhiêu cách nhảy để đến điểm A , biết mỗi lần nó có thể nhảy 1 bước hoặc 2 bước (1 bước có độ dài 1 đơn vị).

- A. 47. B. 51. C. 55. D. 54.

Lời giải.

Gọi a là số bước nhảy 1 bước, b là số bước nhảy 2 bước của con châu chấu với $a, b \in \mathbb{N}$, $0 \leq a, b \leq 9$.

Với mỗi cặp $(a; b)$ thì số cách di chuyển của châu chấu là C_{a+b}^a cách.

Theo giả thiết ta có $a + 2b = 9$, suy ra a lẻ và $a \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$.

- Với $a = 1 \Rightarrow b = 4$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_5^1 = 5$ cách.
- Với $a = 3 \Rightarrow b = 3$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_6^3 = 20$ cách.
- Với $a = 5 \Rightarrow b = 2$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_7^5 = 21$ cách.
- Với $a = 7 \Rightarrow b = 1$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_8^7 = 8$ cách.
- Với $a = 9 \Rightarrow b = 0$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_9^9 = 1$ cách.

Vậy con châu chấu có số cách di chuyển là $5 + 20 + 21 + 8 + 1 = 55$ cách.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 141. Hội nghị thượng đỉnh Mỹ-Triều lần hai được tổ chức tại Hà Nội, sau khi kết thúc Hội nghị. Ban tổ chức mời 10 người lãnh đạo cấp cao của cả hai nước (Trong đó có Tổng thống Mỹ Donald Trump và Chủ tịch Triều Tiên Kim Jong-un) tham gia họp báo. Ban tổ chức sắp xếp 10 người ngồi vào 10 cái ghế thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho ông Donald Trump và Kim Jong-un ngồi cạnh nhau

A. $8! \cdot 2!$.B. $9!$.C. $9! \cdot 2!$.D. $10!$.

Lời giải.

Số cách sắp 10 người sao cho ông Trump và ông Kim ngồi cạnh nhau: $9! \cdot 2!$

Chọn đáp án **C** □

Câu 142. Cho một hình vuông, mỗi cạnh hình vuông được chia thành n đoạn bằng nhau bởi $n - 1$ điểm chia (không tính hai đầu mút mỗi cạnh). Xét các tứ giác có 4 đỉnh là 4 điểm chia trên 4 cạnh của hình vuông đã cho. Gọi a là số các tứ giác tạo thành và b là số các hình bình hành trong a tứ giác đó. Giá trị n thỏa mãn $a = 9b$ là

A. $n = 8$.B. $n = 5$.C. $n = 4$.D. $n = 12$.

Lời giải.

Mỗi tứ giác được tạo thành bằng cách chọn 4 đỉnh trên 4 cạnh.

Số cách chọn 1 đỉnh trên 1 cạnh là $n - 1$. Như vậy số tứ giác là

$$a = (n - 1)^4.$$

Dễ dàng thấy rằng nếu tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì M và P , N và Q đối xứng nhau qua tâm hình vuông.

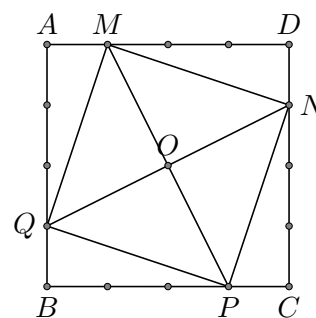
Do MN và PQ là hai đường chéo đi qua tâm hình vuông.

Suy ra một hình bình hành được hoàn toàn xác định bằng cách chọn 2 đỉnh liên tiếp trên 2 cạnh liên tiếp của hình vuông.

Như vậy số các hình bình hành là $b = (n - 1)^2$.

Theo giả thiết ta có $(n - 1)^4 = 9(n - 1)^2 \Rightarrow n = 4$.

Chọn đáp án **D** □



Câu 143. Phương trình $\cos 2x + 2 \cos x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2019)$?

A. 1009.

B. 1010.

C. 320.

D. 321.

Lời giải.

Phương pháp:

Giải phương trình lượng giác tìm nghiệm $x = \alpha + k\pi$ sau đó cho nghiệm đó thuộc $(0; 2019)$ tìm số các giá trị $k \in \mathbb{Z}$ rồi suy ra số nghiệm của phương trình đã cho.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} \cos 2x + 2 \cos x - 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 2 \cos x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -2 \text{ (loại)} \end{cases} \\ \Leftrightarrow x &= k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Phương trình có nghiệm thuộc $(0; 2019)$

$$\Rightarrow 0 < k2\pi < 2019 \Leftrightarrow 0 < k < 321,33$$

$\Rightarrow k \in \{1; 2; \dots; 321\}$. □

Câu 144. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 15n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. n chia hết cho 7.

B. n không chia hết cho 2.

C. n chia hết cho 5.

D. n không chia hết cho 11.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

Ta có

$$C_n^2 + A_n^2 = 15n$$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 15n \text{ với } (n \geq 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)}{1} = 15n$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n + 2n^2 - 2n - 30n = 0$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 - 33n = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (loại)} \\ n = 11 \text{ (nhận)}. \end{cases}$$

Vậy n không chia hết cho 2.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 145. Biết tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(5x - 1)^n$ bằng 2^{100} . Tìm hệ số của x^3 .

A. -161700.

B. -19600.

C. -2450000.

D. -20212500.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng công thức khai triển của nhị thức $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$.

Ta có: $(5x - 1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (5x)^k (-1)^{n-k}$.

Chọn $x = 1$ ta được tổng các hệ số của khai triển

$$\begin{aligned} (5 \cdot 1 - 1)^n &= \sum_{k=0}^n C_n^k 5^k (-1)^{n-k} = 2^{100} \\ \Leftrightarrow 2^{100} &= 4^n \Leftrightarrow 2^{100} = 2^{2n} \Leftrightarrow 2n = 100 \Leftrightarrow n = 50. \end{aligned}$$

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển là: $C_{50}^3 \cdot 5^3 \cdot (-1)^{50-3} = -C_{50}^3 \cdot 5^3 = -2450000$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 146. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

A. $\frac{1}{252}$.

B. $\frac{1}{945}$.

C. $\frac{8}{63}$.

D. $\frac{1}{63}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $10!$.

Xếp 5 bạn nữ vào 5 ghế của dãy thứ nhất, có $5!$ cách.

Sau đó xếp tiếp 5 bạn nam vào 5 ghế của dãy thứ hai, có $5!$ cách.

Cứ hai ghế đối diện nhau ta lại đảo chỗ ngồi cho cặp nam nữ, có $2!$ cách.

Vậy số cách xếp mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ là $5!5!(2!)^5$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{5!5!(2!)^5}{10!} = \frac{8}{63}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 147. Cho một đa giác đều có 48 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác tạo thành từ ba đỉnh đó là một tam giác nhọn.

A. $\frac{22}{47}$.

B. $\frac{11}{47}$.

C. $\frac{33}{47}$.

D. $\frac{33}{94}$.

Lời giải.

Số cách chọn 3 đỉnh bất kì của đa giác là: $n_{\Omega} = C_{48}^3$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.

Gọi biến cố A : “Chọn 3 đỉnh bất kì của đa giác để được một tam giác nhọn”. Lấy điểm A thuộc đường tròn (O) , kẻ đường kính AA' , A' cũng thuộc đường tròn (O) . Khi đó AA' chia đường tròn (O) thành hai nửa, mỗi nửa có 23 đỉnh.

Chọn 2 đỉnh B, C cùng thuộc 1 nửa đường tròn có C_{23}^2 cách chọn $\Rightarrow$ có C_{23}^2 tam giác ABC là tam giác tù.

Tương tự như vậy đối với nửa còn lại nên ta có $2 \cdot C_{23}^2$ tam giác tù được tạo thành. Đa giác đều có 48 đỉnh nên có 24 đường chéo $\Rightarrow$ có $24 \cdot 2 \cdot C_{23}^2$ tam giác tù.

Ứng với mỗi đường kính ta có $23 \cdot 2$ tam giác vuông. Vậy số tam giác vuông là: $23 \cdot 2 \cdot 24 = 1104$ tam giác. Suy ra $n_A = C_{48}^3 - 48C_{23}^2 - 1104 = 4048$ tam giác. Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{4048}{C_{48}^3} = \frac{11}{47}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 148 (1D2B1-2). Một bạn học sinh có 3 cái quần khác nhau và 2 cái áo khác nhau. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách lựa chọn 1 bộ quần áo.

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng quy tắc nhân.

Cách giải: Học sinh đó có $3 \cdot 2 = 6$ cách lựa chọn 1 bộ quần áo.

Chọn đáp án **D** □

Câu 149. Ba người A, B, C đi săn độc lập với nhau, cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A, B, C tương ứng là 0,7; 0,6; 0,5. Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là

A. 0,94.

B. 0,8.

C. 0,45.

D. 0,75.

Lời giải.

Phương pháp: Áp dụng quy tắc cộng và nhân xác suất.

Cách giải: Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là

$$1 - (1 - 0,7)(1 - 0,6)(1 - 0,5) = 1 - 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,94.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 150 (1D2K2-1). Xét một hàng ô vuông gồm 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách điền số?

A. 144.

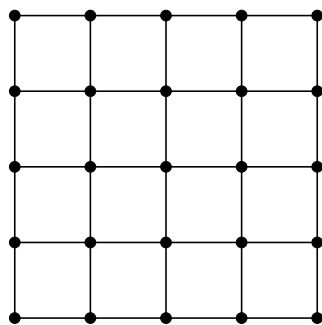
B. 90.

C. 80.

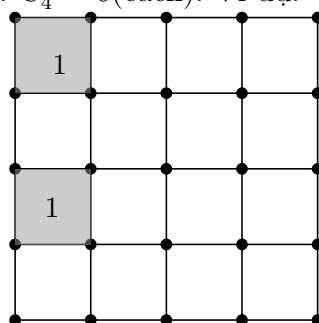
D. 72.

Lời giải.

Nhận xét rằng để tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0 thì số lượng số 1 và số lượng số -1 trong mỗi hàng và mỗi cột đều là 2. Từ đó suy ra mỗi hàng và mỗi cột đều có đúng 2 số 1.

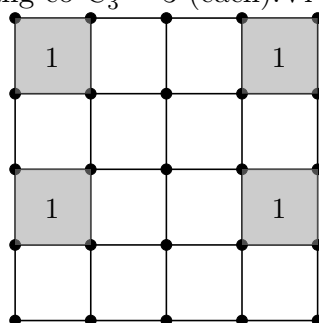


— Chọn 2 ô ở cột 1 để đặt số 1, ta có: $C_4^2 = 6$ (cách). Ví dụ:

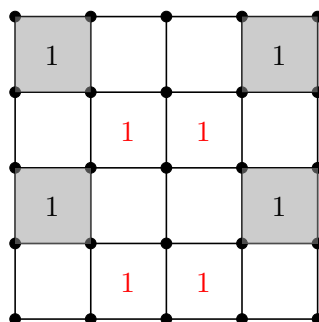


— Ở mỗi hàng mà chứa 2 ô vừa được chọn, ta chọn đúng 1 ô để đặt số 1, khi đó có 2 trường hợp:

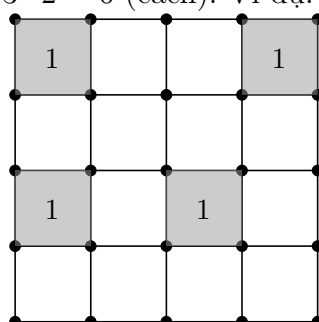
TH1: 2 ô được chọn ở cùng một hàng có $C_3^1 = 3$ (cách). Ví dụ:



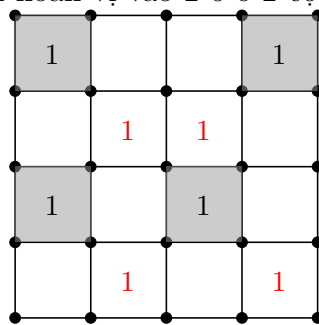
Khi đó, ở 2 hàng còn lại có duy nhất cách đặt số 1 vào 4 ô không cùng hàng và cột với các ô đã điền. Như hình vẽ sau:



TH2: 2 ô được chọn khác hàng: có $3 \cdot 2 = 6$ (cách). Ví dụ:



Khi đó, số cách đặt 4 số 1 còn lại là: $1 \cdot 1 \cdot 2! = 2$ (cách), trong đó, 2 số 1 để vào đúng 2 ô còn lại của cột chưa điền, 2 số 1 còn lại hoán vị vào 2 ô ở 2 cột vừa điền ở bước trước. Ví dụ:



Vậy, số cách xếp là: $6(3 \cdot 1 + 6 \cdot 2) = 6 \cdot 15 = 90$ (cách).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 151 (1D2B3-1). Gọi $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$. Giá trị của S là bao nhiêu?

- A. $S = n^n$. B. $S = 0$. C. $S = n^2$. D. $S = 2^n$.

Lời giải.

Sử dụng khai triển: $C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^n = (x+1)^n$.

Ta có: $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = (1+1)^n = 2^n$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 152 (1D2K5-2). Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ và nhân 2 số ghi trên thẻ với nhau. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ được rút là số lẻ.

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{7}{18}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{3}{18}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố “tích 2 số ghi trên 2 thẻ được rút ra là số lẻ”.

Để tích 2 số là số lẻ thì 2 số đó đều phải là 2 số lẻ, do đó ta có $n(A) = C_5^2 = 10$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 153. Giải bóng chuyền quốc tế VTV Cup có 8 đội tham gia, trong đó có hai đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai bảng đấu, mỗi bảng 4 đội. Xác suất để hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau bằng

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{3}{7}$. D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải.

Số cách chia ngẫu nhiên 8 đội bóng thành hai bảng đấu là: $n(\Omega) = C_8^4 \cdot C_4^4 = 70$.

Gọi A là biến cố: “hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau”.

Bảng 1: Từ 8 đội tham gia chọn ngẫu nhiên 1 đội Việt Nam và 3 đội nước ngoài vào bảng 1 có số cách chọn là $C_6^3 \cdot C_2^1$.

Bảng 2: Sau khi chọn các đội vào bảng 1 còn 1 đội Việt Nam và 3 đội nước ngoài xếp vào bảng 2 có 1 cách xếp.

Số cách chia 8 đội thành 2 bảng đấu sao cho hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau là:

$n(A) = C_6^3 \cdot C_2^1 \cdot 1 = 40$.

Vậy Xác suất cần tìm: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{70} = \frac{4}{7}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 154. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

- A. Số tập con có 4 phần tử của tập hợp có 6 phần tử là C_6^4 .
- B. Số cách sắp xếp 4 quyển sách vào 4 trong 6 vị trí trên giá là A_6^4 .
- C. Số cách chọn và sắp xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là C_6^4 .
- D. Số cách xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách vào 4 vị trí trên giá là A_6^4 .

Lời giải.

A đúng. Lấy ngẫu nhiên 4 phần tử từ tập 6 phần tử ta được một tập con của 6 phần tử. Vậy số tập con có 4 phần tử của tập 6 phần tử là C_6^4 .

B đúng. Mỗi cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách là một chỉnh hợp chập 4 của 6 quyển sách. Vậy số cách sắp xếp 4 quyển sách vào 4 vị trí trong 6 vị trí trên giá là A_6^4 .

C sai. Mỗi cách lựa chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là một chỉnh chập 4 của 6 học sinh. Vậy số cách lựa chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là A_6^4 .

D đúng. Mỗi cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách vào 4 vị trí là một chỉnh hợp chập 4 của 6 quyển sách. Vậy số cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 vào 4 vị trí trên giá là A_6^4 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 155. Trong Lễ tổng kết Tháng thanh niên, có 10 đoàn viên xuất sắc gồm 5 nam và 5 nữ được tuyên dương khen thưởng. Các đoàn viên này được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang trên sân khấu để nhận giấy khen. Tính xác suất để trong hàng ngang trên không có bất kì bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{1}{42}$.

C. $\frac{1}{252}$.

D. $\frac{25}{252}$.

Lời giải.

Cách 1

$$n(\Omega) = 10!$$

Bước 1: Xếp 5 bạn nữ có 5! cách.

Bước 2: Xếp 5 bạn nam vào xen giữa 4 khoảng trống của 5 bạn nữ và 2 vị trí đầu hàng. Có hai trường hợp sau:

+TH1: Xếp 4 bạn nam vào 4 khoảng trống giữa 5 bạn nữ, bạn nam còn lại có hai lựa chọn: xếp vào 2 vị trí đầu hàng. Trường hợp này có $A_5^4 \cdot 2$ cách.

+TH2:

-Chọn một khoảng trống trong 4 khoảng trống giữa hai bạn nữ để xếp hai bạn nam có C_4^1 cách.

-Chọn 2 bạn nam trong 5 bạn nam để xếp vào vị trí đó có A_5^2 cách.

-Ba khoảng trống còn lại xếp ba bạn nam còn lại có 3! cách.

Trường hợp này có $C_4^1 \cdot A_5^2 \cdot 3!$ cách.

Vậy có tất cả $5!(A_5^4 \cdot 2 + C_4^1 \cdot A_5^2 \cdot 3!)$ cách.

$$\text{Vậy xác suất là: } P = \frac{A_5^4 \cdot 2 + C_4^1 \cdot A_5^2 \cdot 3!}{10!} = \frac{1}{42}.$$

Cách 2

$$n(\Omega) = 10!$$

-Xếp 5 bạn nam có 5! cách.

-Xếp 5 bạn nữ xen vào giữa 4 khoảng trống và 2 vị trí đầu hàng có A_6^5 cách.

Vậy có $5! \cdot A_6^5$ cách.

$$\text{Vậy } P = \frac{5! \cdot A_6^5}{10!} = \frac{1}{42}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 156. Khai triển $(x - 3)^{100}$ ta được đa thức $(x - 3)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{100}x^{100}$, với $a_0, a_1, \dots, a_{100}$ là hệ số thực. Tính $a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{99} + a_{100}$.

- A. -2^{100} . B. 4^{100} . C. -4^{100} . D. 2^{100} .

Lời giải.

Thay $x = -1$ vào khai triển $(x - 3)^{100} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{100}x^{100}$, ta được

$$a_0 + a_1(-1) + a_2(-1)^2 + \dots + a_{100}(-1)^{100} = a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{99} + a_{100} = (-1 - 3)^{100} = 4^{100}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 157. Trong năm học 2018 - 2019, Trường THPT chuyên Đại học Vinh có 13 lớp học sinh khối 10, 12 lớp học sinh khối 11 và 12 lớp học sinh khối 12. Nhân ngày nhà giáo Việt Nam 20 tháng 11, nhà trường chọn ngẫu nhiên 2 lớp trong trường để tham gia hội diễn văn nghệ của Trường Đại học Vinh. Xác suất để 2 lớp được chọn không cùng một khối là

- A. $\frac{76}{111}$. B. $\frac{87}{111}$. C. $\frac{78}{111}$. D. $\frac{67}{111}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{37}^2$.

Gọi A là biến cố “2 lớp được chọn không cùng một khối”.

Ta có $n(A) = C_{13}^1 \cdot C_{12}^1 + C_{12}^1 \cdot C_{12}^1 + C_{12}^1 \cdot C_{13}^1$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{13}^1 \cdot C_{12}^1 + C_{12}^1 \cdot C_{12}^1 + C_{12}^1 \cdot C_{13}^1}{C_{37}^2} = \frac{76}{111}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 158. Biết số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^1 + 2 \cdot \frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + n \cdot \frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} = 45$. Tính C_{n+4}^n .

- A. 715. B. 1820. C. 1365. D. 1001.

Lời giải.

Xét số hạng tổng quát

$$k \cdot \frac{C_n^k}{C_n^{k-1}} = \frac{k \cdot n!}{k!(n-k)!} \cdot \frac{(k-1)!(n+1-k)!}{n!} = n+1-k.$$

Do đó

$$\begin{aligned} C_n^1 + 2 \frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + n \frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} &= 45 \\ \Leftrightarrow n + (n-1) + \dots + 1 &= 45 \\ \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} &= 45 \\ \Leftrightarrow n^2 + n - 90 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -10 \text{ (loại)} \end{cases} \\ \Rightarrow n &= 9. \end{aligned}$$

Vậy $C_{13}^9 = 715$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 159. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 4012?

- A. 180. B. 240. C. 200. D. 220.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{abcd}$. Theo giả thiết của đề bài ta suy ra $a \in \{1; 2; 3\}$, $d \in \{0; 2; 4; 6\}$.

— **TH1** Nếu $a = 1$ thì số các số chẵn lập được là $1 \cdot 4 \cdot A_5^2 = 80$.

— **TH2** Nếu $a = 2$ thì số các số chẵn lập được là $1 \cdot 3 \cdot A_5^2 = 60$.

— **TH3** Nếu $a = 3$ thì số các số chẵn lập được là $1 \cdot 4 \cdot A_5^2 = 80$.

Vậy số các số thỏa đề bài là 220 số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 160. Tung hai con súc sắc 3 lần độc lập với nhau. Tính xác suất để có đúng một lần tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của hai con súc sắc bằng 6. (Kết quả làm tròn đến 3 chữ số ở phần thập phân).

A. 0,120.

B. 0,319.

C. 0,718.

D. 0,309.

Lời giải.

Mỗi lần gieo đồng thời hai con súc sắc, có 36 kết quả có thể xảy ra.

Gọi A : “tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của con súc sắc bằng 6”.

Khi đó, $A = \{(1; 5), (2; 4), (3; 3), (4; 2), (5; 1)\} \Rightarrow n(A) = 5, n(\overline{A}) = 31$

và $P(A) = \frac{5}{36}, P(\overline{A}) = \frac{31}{36}$.

Gọi B : “có đúng một lần tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của con súc sắc bằng 6”, ta có $B = \overline{A}AA + A\overline{A}A + AA\overline{A}$.

Do đó,

$$\begin{aligned} P(B) &= P(\overline{A})P(A)P(A) + P(A)P(\overline{A})P(A) + P(A)P(A)P(\overline{A}) \\ &= \frac{5}{36} \cdot \frac{31}{36} \cdot \frac{31}{36} + \frac{31}{36} \cdot \frac{5}{36} \cdot \frac{31}{36} + \frac{31}{36} \cdot \frac{31}{36} \cdot \frac{5}{36} \\ &\approx 0,309. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 161. Hệ số khai triển của x^5 trong khai triển $(1 - 2x - 3x^2)^9$ là

A. 792.

B. -684.

C. 3528.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $(1 - 2x - 3x^2)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-1)^k (2x + 3x^2)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-1)^k \sum_{i=0}^k C_k^i 2^{k-i} 3^i x^{k+i}$ trong đó $0 \leq i \leq k \leq 9$.

Số hạng trong khai triển chứa x^5 khi và chỉ khi $\begin{cases} k = 3, i = 2 \\ k = 4, i = 1 \\ k = 5, i = 0. \end{cases}$

Vậy hệ số cần tìm là $C_9^3 (-1)^3 C_3^2 2^1 3^2 + C_9^4 (-1)^4 C_4^1 2^3 3^1 + C_9^5 (-1)^5 C_5^0 2^5 3^0 = 3528$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 162. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau?

A. A_9^2 .

B. C_9^2 .

C. 2^9 .

D. 9^2 .

Lời giải.

Mỗi cách lập một số tự nhiên có hai chữ số khác nhau từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 là một chỉnh hợp chập 2 của 9. Vậy có A_9^2 số tự nhiên có hai chữ số khác nhau.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 163. Hệ số x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x-1)^8$ bằng:

- A. -5.670. B. 13.608. C. 13.608. D. 5.670.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } x(3x-1)^8 = x \sum_{k=0}^8 C_8^k (3x)^k (-1)^{8-k} = \sum_{k=0}^8 C_8^k 3^k x^{k+1} (-1)^{8-k}$$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x-1)^8$ là: $\sum_{k=0}^8 C_8^k 3^k (-1)^{8-k} = 5.670$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 164. Từ một hộp chứa 12 quả cầu, trong đó có 8 quả màu đỏ, 3 quả màu xanh và 1 quả màu vàng, lấy ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu bằng :

- A. $\frac{23}{44}$. B. $\frac{21}{44}$. C. $\frac{139}{220}$. D. $\forall m \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$

Gọi A là biến cố: “Lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu”.

- Trường hợp 1: Lấy 1 quả màu vàng và 2 quả màu đỏ có: $C_8^2 = 28$ cách
- Trường hợp 2: Lấy 1 quả màu vàng và 2 quả màu xanh có: $C_3^2 = 3$ cách
- Trường hợp 3: Lấy 1 quả màu đỏ và 2 quả màu xanh có: $C_8^1 \cdot C_3^2 = 24$ cách
- Trường hợp 4: Lấy 1 quả màu xanh và 2 quả màu đỏ có: $C_3^1 \cdot C_8^2 = 84$ cách

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là: $n(A) = 28 + 3 + 24 + 84 = 139$ cách

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{139}{220}$$

Cách 2: Lấy 3 quả bất kì trừ đi trường hợp 3 quả khác màu (1Đ, 1X, 1V), và 3 quả chung 1 màu (cùng đỏ hoặc cùng xanh). ĐS: $(220 - 81) / 220$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 165. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 16]$ được kí hiệu theo thứ tự là a, b, c rồi lập phương trình bậc hai $ax^2 + 2bx + c = 0$. Xác suất để phương trình lập được có nghiệm kép là

- A. $\frac{17}{2048}$. B. $\frac{5}{512}$. C. $\frac{3}{512}$. D. $\frac{1}{128}$.

Lời giải.

$$b^2 = ac$$

Nếu $a = b = c$ sẽ có 16 cách chọn.

Nếu a, b, c khác nhau đôi một. Ta có thể liệt kê:

$(1; 2; 4), (1; 3; 9), (1; 4; 16), (2; 4; 8), (3; 6; 12), (4; 6; 9), (4; 8; 16), (9; 12; 16)$.

Suy ra có : $8 \cdot 2!$ cách chọn (a, c) hoán vị).

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P = \frac{16 + 8 \cdot 2!}{16^3} = \frac{1}{128}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 166. Đề thi trắc nghiệm môn Toán gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một học sinh không học bài lên mỗi câu trả lời đều chọn ngẫu nhiên một phương án. Xác suất để học sinh đó được đúng 6 điểm là :

- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$. B. $\frac{C_{50}^{30} \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}}{4^{50}}$. C. $\frac{30 \cdot \frac{1}{4} + 20 \cdot \frac{3}{4}}{4^{50}}$. D. $C_{50}^{30} \left(\frac{1}{40}\right)^{20} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$.

Lời giải.

Cách 1: Tự luận từ đầu

Để học sinh được đúng 6 điểm tức là trả lời đúng được tất cả 30 câu và trả lời sai 20 câu. Không gian mẫu (số cách lựa chọn) là:

Gọi A là biến cố mà học sinh trả lời đúng được 30 câu. Trước hết ta phải chọn ra 30 câu từ 50 câu để trả lời đúng (mỗi câu đúng chỉ có 1 cách chọn), còn lại 20 câu trả lời sai (mỗi câu sai có 3 cách chọn). Suy ra $n(A) = C_{50}^{30} \cdot (1)^{30} \cdot (3)^{20}$

Suy ra xác suất để học sinh trúng được 6 điểm là: $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^{30} \cdot (1)^{30} \cdot (3)^{20}}{4^{50}} = C_{50}^{30} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$

Cách 2: Áp dụng công thức xác suất Béc nu li:

Áp dụng công thức $p(k) = C_n^k \cdot (p)^k \cdot (1-p)^{n-k} \Rightarrow 6 \text{ điểm} = p(30) = C_{50}^{30} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 167. Một chiếc vòng đeo tay gồm 20 hạt giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắt chiếc vòng đó thành 2 phần mà số hạt ở mỗi phần đều là số lẻ?

A. 90.

B. 5.

C. 180.

D. 10.

Lời giải.

Ta có $20 = 1 + 19 = 3 + 17 = 5 + 15 = 7 + 13 = 9 + 11$ mà vòng đeo tay gồm 20 hạt giống nhau nên có 5 cách cắt chiếc vòng đó thành 2 phần mà số hạt ở mỗi phần đều là số lẻ.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 168. Gieo con xúc xắc được chế tạo cân đối và đồng chất 2 lần. Gọi a là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ nhất, b là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai. Xác suất để phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm bằng

A. $\frac{17}{36}$.

B. $\frac{19}{36}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Gieo một con xúc xắc 2 lần $\Rightarrow n(\Omega) = 6^2 = 36$.

Để phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = a^2 - 4b \geq 0 \Leftrightarrow b \leq \frac{a^2}{4}$ với $a, b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

TH1: $a = 1 \Rightarrow b \leq \frac{1}{4} \Rightarrow$ Không có b thỏa mãn.

TH2: $a = 2 \Rightarrow b \leq \frac{2^2}{4} = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow$ có 1 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH3: $a = 3 \Rightarrow b \leq \frac{3^2}{4} = 2,25 \Rightarrow b \in \{1; 2\} \Rightarrow$ có 2 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH4: $a = 4 \Rightarrow b \leq \frac{4^2}{4} = 4 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$ có 4 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH5: $a = 5 \Rightarrow b \leq \frac{5^2}{4} = 6,25 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 6 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

TH6: $a = 6 \Rightarrow b \leq \frac{6^2}{4} = 9 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 6 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

Gọi A là biến cố: “Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm” $\Rightarrow n(A) = 1 + 2 + 4 + 6 + 6 = 19$.

Vậy $P(A) = \frac{19}{36}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 169. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số (không nhất thiết khác nhau) được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số $\overline{abc}$ từ S . Tính xác suất để số được chọn

thỏa mãn $a \leq b \leq c$.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{11}{60}$.

C. $\frac{13}{60}$.

D. $\frac{9}{11}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố chọn được số $\overline{abc}$ thỏa mãn bài toán.

Số các số có ba chữ số là $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ (số).

Ta đi tìm số các số thỏa mãn bài toán.

— Trường hợp 1: $a < b < c$.

Chọn 3 trong 9 số từ 1 đến 9, có duy nhất một cách sắp xếp ba số thỏa mãn bài toán. Do đó số các số là C_9^3 .

— Trường hợp 2: $a = b < c$.

Lập luận tương tự suy ra số các số là C_9^2 .

— Trường hợp 3: $a < b = c$.

Tương tự suy ra số các số là C_9^2 .

— Trường hợp 4: $a = b = c$.

Suy ra số các số là 9.

Vậy số các số thỏa mãn bài toán là $C_9^3 + 2 \cdot C_9^2 + 9 = 165$ (số).

Vậy $P(A) = \frac{165}{900} = \frac{11}{60}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 170. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x - 3)^{2018}$ thành đa thức

A. 2019.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng khai triển nhị thức Newton: $(a + b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$.

Cách giải:

Ta có: $(2x - 3)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (2x)^k \cdot (-3)^{2018-k}$, do đó khai triển trên có 2019 số hạng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 171. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

A. 432.

B. 234.

C. 132.

D. 243.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$).

Số cần lập chia hết cho 15 nên nó chia hết cho 3 và 5.

Số cần lập chia hết cho 5 nên ta có $d = 5 \Rightarrow d$ có 1 cách chọn.

$\Rightarrow$ Số cần tìm có dạng $\overline{abc5}$.

Số cần lập chia hết cho 3 nên $(a + b + c + 5) : 3$.

Chọn a có 9 cách chọn, chọn b có 9 cách chọn.

— Nếu $(a + b + 5) : 3 \Rightarrow c \in \{3; 6; 9\} \Rightarrow c$ có 3 cách chọn.

— Nếu $(a + b + 5)$ chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow c \in \{2; 5; 8\} \Rightarrow c$ có 3 cách chọn.

— Nếu $(a + b + 5)$ chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow c \in \{1; 4; 7\} \Rightarrow c$ có 3 cách chọn.

$\Rightarrow$ Có 3 cách chọn c .

Như vậy có $9 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 1 = 243$ cách chọn.

Vậy có 243 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 172. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$

A. 0.079.

B. 0.055.

C. 0.014.

D. 0.0495.

Lời giải.

Phương pháp:

Xét các trường hợp sau:

— TH1: $1 \leq a < b < c < d \leq 9$. Số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$.

— TH2: $1 \leq a = b < c < d \leq 9$. Số cần tìm có dạng $\overline{aacd}$.

— TH3: $1 \leq a = b = c < d \leq 9$. Số cần tìm có dạng $\overline{aaad}$.

— TH4: $1 \leq a = b = c = d \leq 9$ Số cần tìm có dạng $\overline{aaaa}$.

Cách giải:

Không gian mẫu $n(\Omega) = 9 \cdot 10^3 = 9000$.

Gọi A là biến cố: “số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$ ”.

TH1: $1 \leq a < b < c < d \leq 9$. Số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$.

Chọn ngẫu nhiên 4 số trong các số từ 1 đến 9 có $C_9^4 = 126$ cách.

Có duy nhất một cách xếp các chữ số a, b, c, d theo thứ tự tăng dần, do đó trường hợp này có 126 số thỏa mãn.

TH2: $1 \leq a = b < c < d \leq 9$. Số cần tìm có dạng $\overline{aacd}$.

Chọn ngẫu nhiên 3 số trong các số từ 1 đến 9 có $C_9^3 = 84$ cách.

Có duy nhất một cách xếp các chữ số a, c, d theo thứ tự tăng dần, do đó trường hợp này có 84 số thỏa mãn.

Tương tự như vậy, các trường hợp $1 \leq a < b = c < d \leq 9, 1 \leq a < b = c = d \leq 9$, mỗi trường hợp cũng có 84 số thỏa mãn.

TH3: $1 \leq a = b = c < d \leq 9$. Số cần tìm có dạng $\overline{aaad}$.

Chọn ngẫu nhiên 2 số trong các số từ 1 đến 9 có $C_9^2 = 36$ cách.

Có duy nhất một cách xếp các chữ số a, d theo thứ tự tăng dần, do đó trường hợp này có 36 số thỏa mãn.

Tương tự như vậy, các trường hợp $1 \leq a < b = c = d \leq 9, 1 \leq a = b = c = d \leq 9$, mỗi trường hợp cũng có 36 số thỏa mãn.

TH4: $1 \leq a = b = c = d \leq 9$ Số cần tìm có dạng $\overline{aaaa}$. Có 9 số thỏa mãn.

$\Rightarrow n(A) = 126 + 3 \cdot 84 + 3 \cdot 36 + 9 = 495$.

Vậy $P(A) = \frac{495}{9000} = 0,055$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 173. Gieo ngẫu nhiên 2 con súc sắc cân đối đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên 2 con súc sắc đó bằng 7.

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $n(\Omega) = 36$.

Gọi biến cố A : “Tổng số chấm xuất hiện trên 2 con súc sắc đỏ bằng 7”.

$$\Rightarrow A = \{(1; 6), (2; 5), (3; 4), (4; 3), (5; 2), (6; 1)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6.$$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 174. Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{24}{25}$.

C. $\frac{9}{11}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Ta có: $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$.

Q: “Chọn 3 học sinh có cả nam và nữ”.

TH1: Chọn 2 nam và 1 nữ có $C_5^2 \cdot C_6^1 = 60$ cách.

TH2: Chọn 2 nữ và 1 nam có $C_6^2 \cdot C_5^1 = 75$ cách.

Nên $n(Q) = 60 + 75 = 135$.

Xác suất cần tìm $P(Q) = \frac{n(Q)}{n(\Omega)} = \frac{135}{165} = \frac{9}{11}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 175. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2x + 3)^8$.

A. $-C_8^5 2^5 3^3$.

B. $C_8^3 2^5 3^3$.

C. $C_8^3 2^3 3^5$.

D. $C_8^5 2^2 3^6$.

Câu 176. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$

A. $n = 100$.

B. $n = 98$.

C. $n = 99$.

D. $n = 101$.

Lời giải.

Đặt $S = \frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}$.

Ta chứng minh được đẳng thức: $\frac{1}{(k+1)(k+2)} C_n^k = \frac{1}{(n+1)(n+2)} C_{n+2}^{k+2}$

Suy ra: $S = \frac{1}{(n+1)(n+2)} (C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2})$
 $= \frac{1}{(n+1)(n+2)} (C_{n+2}^0 + C_{n+2}^1 + C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2} - C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1)$
 $= \frac{1}{(n+1)(n+2)} (2^{n+2} - C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1) = \frac{1}{(n+1)(n+2)} (2^{n+2} - n - 3)$

Vậy $S = \frac{1}{(n+1)(n+2)} (2^{n+2} - n - 3)$.

Đồng nhất với vế phải của đẳng thức, ta được $n + 2 = 100 \Rightarrow n = 98$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 177. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A . Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A. $P = \frac{7}{90}$.

B. $P = \frac{7}{24}$.

C. $P = \frac{7}{10}$.

D. $P = \frac{7}{15}$.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

- Chọn ba số tự nhiên liên tiếp, có 8 cách.

- Chọn đúng hai số tự nhiên liên tiếp:

+ TH1: Có cặp (1; 2) hoặc (9; 10). Chọn thêm số thứ ba, có 7 cách. Do đó có tổng cộng $2 \cdot 7 = 14$ cách.

+ TH2: Có một trong bảy cặp (2; 3), (3; 4), ..., (8; 9). Chọn số còn lại có 6 cách. Do đó có tổng cộng $7 \cdot 6 = 42$ cách.

Suy ra, số cách chọn ba số tự nhiên trong đó có ít nhất hai số tự nhiên liên tiếp là $8 + 14 + 42 = 64$.
 Vậy xác suất để ba số chọn ra không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp là $P = 1 - \frac{64}{120} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 178. Cho A, B là hai biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,3$. Tính $P(AB)$.

- A. $P(AB) = 0,58$. B. $P(AB) = 0,7$. C. $P(AB) = 0,1$. D. $P(AB) = 0,12$.

Lời giải.

Vì A, B độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,12$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 179. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$.
 Tính hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$.

- A. 11264. B. 22. C. 220. D. 24.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $(3-1)^n = 2048 \Leftrightarrow n = 11$.

Suy ra hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^{11}$ là $C_{11}^{10} 2 = 22$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 180. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc là bằng nhau.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $\Omega = \{(i; j) : 1 \leq i, j \leq 6; i, j \in \mathbb{N}^*\}$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi là A là biến cố “số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng nhau”.

Ta có $A = \{(1; 1), (2; 2), (3; 3), (4; 4), (5; 5), (6; 6)\}$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 6$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 181. Cho tập $X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- (I). “Mỗi hoán vị của X là một chỉnh hợp chập 10 của X ”.
 (II). “Tập $B = \{1, 2, 3\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của X ”.
 (III). “ A_{10}^3 là một chỉnh hợp chập 3 của X ”.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có

- (I) đúng.
 (II) sai vì B là một tổ hợp.

(III) sai vì A_{10}^3 là số các chỉnh hợp.

Vậy có 1 mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 182. Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người.

A. 60.

B. 90.

C. 180.

D. 45.

Lời giải.

Chọn 2 nhóm 1 người trước, số cách chọn là $C_6^2 = 15$ cách.

Trong 4 người còn lại ta chia thành 2 nhóm, mỗi nhóm 2 người, số cách chọn là $\frac{C_4^2}{2} = 3$ cách.

Vậy số cách thỏa mãn bài là $15 \cdot 3 = 45$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 183. Từ các số 1, 2, 3 lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

A. 6.

B. 9.

C. 3.

D. 27.

Lời giải.

Số các số có 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3 là $3! = 6$ số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 184. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 bông hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 bông từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ. Xác suất để 7 bông hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly là

A. $\frac{36}{71}$.

B. $\frac{3851}{4845}$.

C. $\frac{994}{4845}$.

D. $\frac{1}{71}$.

Lời giải.

Số cách chọn 7 bông hoa tùy ý từ 21 bông là $C_{21}^7 = 116280$.

Biến cố A: “7 bông hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly”

- TH1: 1 hoa ly, 1 hoa hồng, 5 hoa huệ
- TH2: 2 hoa ly, 2 hoa hồng, 3 hoa huệ
- TH3: 3 hoa ly, 3 hoa hồng, 1 hoa huệ.

Vậy $n(A) = 8 \cdot 7 \cdot C_6^5 + C_7^2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^3 + C_7^3 \cdot C_8^3 \cdot 6 = 23856$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{23856}{116280} = \frac{994}{4845}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 185. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 người trong đó có ít nhất 1 người là nữ từ 10 người gồm 6 nam và 4 nữ?

A. 10.

B. 40.

C. 5.

D. 30.

Lời giải.

Số cách chọn ra 2 người trong đó có ít nhất 1 người là nữ từ 10 người gồm 6 nam và 4 nữ là $C_{10}^2 - C_6^2 = 30$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 186. Trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ với $x > 0$, biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$. Số hạng không chứa x là

A. 165.

B. 485.

C. 525.

D. 238.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} C_n^2 - C_n^1 = 44 &\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!} - \frac{n!}{(n-1)!} = 44 \\ &\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \\ &\Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \text{ (nhận)} \\ n = -8 \text{ (loại)} \end{cases}. \text{Vậy } n = 11. \end{aligned}$$

Xét số hạng thứ $k+1$ trong khai triển nhị thức

$$T_{k+1} = C_{11}^k (x\sqrt{x})^{11-k} \cdot (x^{-4})^k = C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}.$$

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn phương trình $\frac{33-11k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{11}^3 = 165$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 187. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , chọn ngẫu nhiên một điểm mà tọa độ là số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 4, các điểm đều có xác suất chọn được là như nhau. Xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách từ điểm được chọn đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 là

A. $\frac{15}{81}$.

B. $\frac{11}{16}$.

C. $\frac{13}{81}$.

D. $\frac{13}{32}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “điểm chọn được có khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn bằng 2”.

Số phần tử của không gian mẫu là số điểm $M(x; y)$ sao cho

$$\{-4 \leq x, y \leq 4, x, y \in \mathbb{Z}\}.$$

Vậy $n(\Omega) = 9 \times 9 = 81$.

Số phần tử của A là số điểm M nằm phía trong hoặc nằm trên đường tròn tâm O bán kính bằng 2. Dựa vào hình vẽ có $n(A) = 13$. Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{13}{81}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 188. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố: “con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm chẵn”.

Ta có $n(A) = 3$. Do đó $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 189. Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ là

A. 924.

B. 792.

C. 495.

D. 220.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{12}^k x^{24-3k}$.

Số hạng không chứa x ứng với $24 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{12}^8 = 495$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 190. Một trường cấp ba của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

- A. 120 cách. B. 60 cách. C. 12960 cách. D. 90 cách.

Lời giải.

TH1: Đoàn công tác gồm 2 giáo viên Toán và 1 giáo viên Vật lý.

Trường hợp này có $C_4^1 C_3^1 C_5^1 + C_4^1 C_3^2 = 72$.

TH2: Đoàn công tác gồm 2 giáo viên Vật lý và 1 giáo viên Toán. Trường hợp này có $C_4^2 C_3^1 = 18$.

Vậy có $72 + 18 = 90$ cách chọn một đoàn công tác thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **D** □

Câu 191. Tổng $C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + C_{2016}^3 + \dots + C_{2016}^{2016}$ bằng

- A. 2^{2016} . B. 4^{2016} . C. $2^{2016} + 1$. D. $2^{2016} - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}(1 + 1)^{2016} &= C_{2016}^0 + C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + \dots + C_{2016}^{2016} \\ \Leftrightarrow 2^{2016} &= 1 + C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + \dots + C_{2016}^{2016} \\ \Leftrightarrow 2^{2016} - 1 &= C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + \dots + C_{2016}^{2016}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 192. Tính tổng $T = C_{10}^1 + 2C_{10}^2 + 3C_{10}^3 + \dots + 10C_{10}^{10}$.

- A. $T = 2048$. B. $T = 5120$. C. $T = 1024$. D. $T = 512$.

Lời giải.

Ta có $(x + 1)^{10} = C_{10}^0 + xC_{10}^1 + x^2C_{10}^2 + x^3C_{10}^3 + \dots + x^{10}C_{10}^{10}$. Lấy đạo hàm 2 vế

$$10(x + 1)^9 = C_{10}^1 + 2xC_{10}^2 + 3x^2C_{10}^3 + \dots + 10x^9C_{10}^{10}.$$

Cho $x = 1 \Rightarrow C_{10}^1 + 2C_{10}^2 + 3C_{10}^3 + \dots + 10C_{10}^{10} = 10 \cdot 2^9 = 5120$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 193. Bác Tâm đi du lịch từ thành phố A đến thành phố B sau đó đi đến đảo C . Biết rằng mỗi cách đi từ A đến B chỉ được chọn duy nhất một trong các phương tiện là máy bay, xe khách hoặc tàu hỏa và từ B đến C chỉ được chọn duy nhất một trong các phương tiện là máy bay hoặc tàu thủy. Hỏi bác Tâm có bao nhiêu cách đi du lịch từ thành phố A đến đảo C ?

- A. 4. B. 9. C. 6. D. 2.

Lời giải.

Áp dụng quy tắc nhân có $3 \cdot 2 = 6$ cách đi.

Chọn đáp án **C** □

Câu 194. Cho 16 phiếu ghi các số thứ tự từ 1 đến 16. Lấy lần lượt 8 phiếu không hoàn lại, gọi a_i là số ghi trên phiếu thứ i lấy được ($1 \leq i \leq 8$). Tính xác suất P để 8 phiếu lấy được thỏa mãn $a_1 < a_2 < \dots < a_8$ và không có bất kỳ hai phiếu nào có tổng các số bằng 17.

A. $P = \frac{3^8}{A_{16}^8}$. B. $P = \frac{2^8}{A_{16}^8}$. C. $P = \frac{2^8}{C_{16}^8}$. D. $P = \frac{3^8}{C_{16}^8}$.

Lời giải.

Ta có $|\Omega| = A_{16}^8$. Do 8 phiếu lấy được thỏa mãn điều kiện $a_1 < a_2 < \dots < a_8$, nên ta có thể xem 8 phiếu lấy được như là một tập con của tập có 16 phần tử.

Gọi $S = \{1, 2, 3, \dots, 16\}$ và $E \subset S$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Từ 1 đến 16 có 8 cặp số có tổng bằng 17 chia thành hai tập tương ứng là $M = \{1, 2, \dots, 8\}$ và $N = \{16, 15, \dots, 9\}$. Nếu E có k phần tử thuộc M thì có C_8^k cách chọn và khi đó E sẽ có tối đa $8 - k$ phần tử thuộc N nên có 2^{8-k} cách chọn, với $k \in \{0, 1, \dots, 8\}$.

Vậy số tập hợp E thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_8^0 \cdot 2^8 + C_8^1 \cdot 2^7 + \dots + C_8^8 \cdot 2^0 = 3 \Rightarrow P = \frac{3^8}{A_{16}^8}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 195. Một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ.

A. $\frac{4651}{5236}$. B. $\frac{4610}{5236}$. C. $\frac{4615}{5236}$. D. $\frac{4615}{5263}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố 4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố 4 học sinh được gọi lên bảng đều là nam hoặc đều là nữ.

Suy ra $n(\bar{A}) = C_{20}^4 + C_{15}^4$, $n(\Omega) = C_{35}^4$.

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{C_{35}^4} = \frac{4615}{5236}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 196. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số dạng $\overline{abcd}$, $a < b < c < d$?

A. 210. B. 5040. C. 126. D. 3024.

Lời giải.

Vì $a \neq 0$ nên để chọn 4 chữ số theo thứ tự tăng dần ta có $C_9^5 = 126$ số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 197. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Bạn An làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để An được 6 điểm.

A. $1 - 0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$. B. $0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$. C. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$. D. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$.

Lời giải.

Để làm được 6 điểm thì An phải trả lời đúng 30 câu.

Xác suất trả lời đúng một câu là $\frac{1}{4} = 0,25$.

Xác suất để A đạt 6 điểm là $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 198. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức New-ton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}$, ($x \neq 0$, $n \in N^*$).

A. $2^8 C_{21}^8$. B. $-2^8 C_{21}^8$. C. $2^7 C_{21}^7$. D. $-2^7 C_{21}^7$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{21}^k x^{21-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{21}^k (-2)^k x^{21-k-2k} = C_{21}^k (-2)^k x^{21-3k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $21 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 7$.

Số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{21}^7 (-2)^7 = -2^7 C_{21}^7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 199. Tổng $T = C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + C_{2017}^5 + \dots + C_{2017}^{2017}$ bằng

- A. 2^{2016} . B. $2^{2016} - 1$. C. 2^{2017} . D. $2^{2017} - 1$.

Lời giải.

Xét khai triển

$$\begin{aligned}(1+x)^{2017} &= C_{2017}^0 1^{2n} x^0 + C_{2017}^1 1^{2n-1} x^1 + C_{2017}^2 1^{2n-2} x^2 + \dots + C_{2017}^{2n} 1^1 x^{2n} + C_{2017}^{2017} 1^0 x^{2017} \\ &= 1 + C_{2017}^1 x + C_{2017}^2 x^2 + \dots + C_{2017}^{2n} x^{2n} + C_{2017}^{2017} x^{2017}\end{aligned}$$

Cho $x = 1$ suy ra

$$2^{2017} = 1 + C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + \dots + C_{2017}^{2n} + C_{2017}^{2017}. \quad (1)$$

Cho $x = -1$ suy ra

$$0 = 1 - C_{2017}^1 + C_{2017}^2 - \dots + C_{2017}^{2n} - C_{2017}^{2017}. \quad (2)$$

Lấy (1) - (2) suy ra $2^{2017} = 2(C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + \dots + C_{2017}^{2n-1} + C_{2017}^{2017})$

$$\Rightarrow 2^{2016} = C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + \dots + C_{2017}^{2n-1} + C_{2017}^{2017}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 200. Có bao nhiêu tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 7; 8; 9\}$?

- A. A_7^3 . B. C_9^3 . C. C_7^3 . D. A_9^3 .

Lời giải.

Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp X có 7 phần tử là C_7^3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 201. Tìm số hạng chứa x^4 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$ với mọi $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + nA_n^2 = 476$.

- A. $1792x^4$. B. -1792 . C. 1792 . D. $-1792x^4$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}C_n^2 + nA_n^2 &= 476 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} + \frac{n \cdot n!}{(n-2)!} &= 476 \\ \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + n \cdot n(n-1) &= 476 \\ \Leftrightarrow 2n^3 - n^2 - n - 952 &= 0 \\ \Leftrightarrow n &= 8.\end{aligned}$$

Với $n = 8$, ta được nhị thức $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^8$ có số hạng tổng quát là

$$T_{k+1} = C_8^k \left(\frac{2}{x}\right)^{8-k} \cdot (-x^3)^k = C_8^k (2)^{8-k} \cdot (-1)^k \cdot (x)^{4k-8}.$$

Như vậy, số hạng chứa x^4 khi và chỉ khi $4k - 8 = 4 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng chứa x^4 là $T_4 = -1792x^4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 202. Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất lấy được ít nhất 1 viên đỏ.

- A. $\frac{37}{42}$. B. $\frac{1}{21}$. C. $\frac{5}{42}$. D. $\frac{20}{21}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^3$.

Gọi A : “lấy được ít nhất 1 bi đỏ” $\Rightarrow \bar{A}$: “không lấy được bi đỏ nào”.

Mà $n(\bar{A}) = C_4^3 \Rightarrow n(A) = C_9^3 - C_4^3$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_9^3 - C_4^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 203. Đội thanh niên xung kích của một trường THPT gồm 15 học sinh trong đó có 4 học sinh khối 12; có 5 học sinh khối 11 và có 6 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên ra 6 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để chọn được 6 học sinh có đủ 3 khối.

- A. $\frac{4248}{5005}$. B. $\frac{757}{5005}$. C. $\frac{850}{1001}$. D. $\frac{151}{1001}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^6 = 5005$.

Gọi A : “chọn được 6 học sinh có đủ 3 khối”. Xét các trường hợp:

- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 10 và 11 là $C_{11}^6 - C_6^6$ (trừ lại trường hợp chọn được cả 6 học sinh khối 10).
- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 10 và 12 là $C_{10}^6 - C_6^6$ (trừ lại trường hợp chọn được cả 6 học sinh khối 10).
- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 11 và 12 là C_9^6 .
- Số cách chọn được cả 6 học sinh lớp 10 là C_6^6 .

Suy ra $n(\bar{A}) = C_{11}^6 + C_{10}^6 + C_9^6 - C_6^6 = 755 \Rightarrow n(A) = 5005 - 755 = 4250$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{4250}{5005} = \frac{850}{1001}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 204. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $\{1; 2; 3; 4; 5\}$?

- A. A_5^4 . B. C_5^4 . C. P_4 . D. P_5 .

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ là A_5^4 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 205. Đại hội đại biểu đoàn trường THPT X có 70 đoàn viên tham dự, trong đó có 25 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên một nhóm gồm 10 đoàn viên. Tính xác suất để trong nhóm chọn ra có 4 đoàn viên là nữ.

- A. $\frac{C_{25}^4 \cdot C_{45}^6}{C_{70}^{10}}$. B. $\frac{C_{25}^4 \cdot C_{45}^6}{A_{70}^{10}}$. C. $\frac{A_{25}^4 \cdot A_{45}^6}{A_{70}^{10}}$. D. $\frac{A_{25}^4 \cdot A_{45}^6}{C_{70}^{10}}$.

Lời giải.

Số cách chọn 4 đoàn viên nữ trong 25 đoàn viên nữ là C_{25}^4 .

Số cách chọn 6 đoàn viên nam trong 45 đoàn viên nam là C_{45}^4 .

Số cách chọn 10 đoàn viên trong 70 đoàn viên là C_{70}^{10} .

Xác suất để chọn được một nhóm gồm 10 đoàn viên trong đó có 4 đoàn viên nữ là $\frac{C_{25}^4 C_{45}^6}{C_{70}^{10}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 206. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x > 0$.

A. 525.

B. 485.

C. 238.

D. 165.

Lời giải.

Ta có $C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow n = 11$ (vì n nguyên dương).

Số hạng tổng quát trong khai triển là $C_{11}^k (x\sqrt{x})^k \cdot x^{-4(11-k)} = C_{11}^k x^{\frac{11k}{2}-44}$.

Xét $x^{\frac{11k}{2}-44} = x^0 \Leftrightarrow \frac{11k}{2} - 44 = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{11}^8 = 165$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 207. Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài và đánh hù họa các câu trả lời (giả sử học sinh đó chọn đáp án cho đủ 10 câu hỏi). Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. 0,7759.

B. 0,7336.

C. 0,7124.

D. 0,783.

Lời giải.

Gọi a và b lần lượt là số câu chọn được đáp án đúng và sai ($a, b \in \mathbb{N}$, $a + b = 10$).

Để nhận được dưới 1 điểm thì $4a - 2b < 1$. Vì $a + b = 10$ nên $b = 10 - a$. Do vậy,

$$4a - 2(10 - a) < 1 \Leftrightarrow 6a < 21 \Leftrightarrow a < 3,5.$$

— Với $a = 0 \Rightarrow b = 10 \Rightarrow$ xác suất xảy ra trường hợp này là $0,75^{10} = 0,05631$.

— Với $a = 1 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow$ xác suất xảy ra trường hợp này là $C_{10}^1 \cdot 0,25^1 \cdot 0,75^9 = 0,18771$.

— Với $a = 2 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow$ xác suất xảy ra trường hợp này là $C_{10}^2 \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^8 = 0,28156$.

— Với $a = 3 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow$ xác suất xảy ra trường hợp này là $C_{10}^3 \cdot 0,25^3 \cdot 0,75^7 = 0,22028$.

Vậy xác suất để học sinh đó nhận được dưới 1 điểm là

$$0,05631 + 0,18771 + 0,28156 + 0,22028 = 0,77586.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 208. Hai thí sinh A và B tham gia một kì thi vấn đáp. Cán bộ coi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi thi gồm 15 câu hỏi khác nhau và đựng trong 15 phong bì dán kín có hình thức giống nhau, mỗi phong bì đựng một câu hỏi. Thí sinh chọn ngẫu nhiên ba phong bì trong số đó để xác định câu hỏi của mình. Biết rằng 15 câu hỏi dành cho hai thí sinh có nội dung như nhau. Tính xác suất để A và B chọn được ba câu hỏi giống hệt nhau.

A. $\frac{1}{345}$.

B. $\frac{1}{455}$.

C. $\frac{1}{360}$.

D. $\frac{1}{2730}$.

Lời giải.

A và B cùng có số cách chọn đề là C_{15}^3 nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = (C_{15}^3)^2$.

Gọi biến cố X: “A và B chọn được ba câu hỏi giống hệt nhau”.

Do mỗi cách chọn đề của A thì B chỉ có một cách để chọn giống A nên $n(X) = C_{15}^3$.

$$\text{Vậy } P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{1}{455}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 209. Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^6$ bằng

A. 729.

B. 160.

C. 1.

D. 60.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_6^k \cdot x^{6-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_6^k \cdot 2^k \cdot x^{6-3k}$.

Theo bài ra ta có $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Suy ra số hạng không chứa x trong khai triển bằng $C_6^2 \cdot 2^2 = 60$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 210. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Xác suất để số chấm hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau bằng

A. $\frac{2}{27}$.

B. $\frac{5}{72}$.

C. $\frac{7}{108}$.

D. $\frac{5}{108}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216.$$

Gọi A: “số chấm hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau”.

$$A = \{(2; 1; 1), (3; 2; 1), (3; 2; 1), (4; 3; 1), (4; 1; 3), (4; 2; 2), (5; 4; 1), (5; 1; 4), (5; 3; 2), (5; 2; 3), (6; 1; 5), (6; 5; 1), (6; 2; 4), (6; 4; 2), (6; 3; 3)\}.$$

Suy ra $n(A) = 15$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{72}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 211. Cho tập hợp $A = \{2^k | k = \overline{1..10}\}$ có 10 phần tử là các lũy thừa của 2. Chọn ngẫu nhiên từ tập A hai số khác nhau a và b . Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

A. $\frac{17}{90}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{19}{90}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = A_{10}^2 = 90.$$

Gọi B: “ $\log_a b$ là một số nguyên”.

Ta có: $\log_a b$ là một số nguyên $\Leftrightarrow b = a^n$ với $a \neq 1$ và $n \in \mathbb{N}$.

$a = 2$ thì b có 10 cách chọn.

$a = 2^2$ thì b có 5 cách chọn.

$a = 2^3$ thì b có 3 cách chọn.

$a = 2^4$ thì b có 2 cách chọn.

$a = 2^5$ thì b có 2 cách chọn.

$a = 2^6$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^7$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^7$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^8$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^9$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^{10}$ thì b có 1 cách chọn.

Suy ra $n(B) = 27$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 212. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có 2 học sinh nam?

- A. $C_6^2 + C_9^4$. B. $C_6^2 \cdot C_9^4$. C. $A_6^2 \cdot A_9^4$. D. $C_9^2 \cdot C_6^4$.

Lời giải.

Chọn 4 học sinh nữ có C_9^4 cách, chọn 2 học sinh nam có C_6^2 cách.

Do đó có $C_6^2 \cdot C_9^4$ cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có 2 học sinh nam.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 213. Hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức $P(x) = (1 - 2x)^{10}$ là

- A. -15360. B. 15360. C. -15363. D. 15363.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển biểu thức $P(x)$ là $C_{10}^k \cdot 1^{10-k} \cdot (-2x)^k = C_{10}^k \cdot (-2)^k \cdot x^k$.

Vì số hạng chứa x^7 nên $k = 7$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_{10}^7 \cdot (-2)^7 = -15360$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 214. Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ, 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất của biến cố A: “6 viên bi lấy ra cùng màu”.

- A. $P(A) = \frac{7}{5060}$. B. $P(A) = \frac{17}{5060}$. C. $P(A) = \frac{73}{5060}$. D. $P(A) = \frac{27}{5060}$.

Lời giải.

Ta có, để lấy 6 viên bi trong hộp ta có $C_{25}^6 \Rightarrow n(\Omega) = C_{25}^6 = 177100$.

Để lấy được các viên bi cùng màu ta có $C_7^6 + C_8^6 + C_{10}^6$ cách. Vậy $n(A) = 245$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{245}{177100} = \frac{7}{5060}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 215. Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A. Tính xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9.

- A. $\frac{1}{18}$. B. $\frac{1}{9}$. C. $\frac{625}{1710}$. D. $\frac{1250}{1710}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot 10^8$.

Gọi B là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có các số lẻ có 9 chữ số chia hết cho 9 là 100000017, 100000035, 100000053, ..., 999999999 lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 100000017$ và công sai $d = 18$.

Nên số phần tử của dãy là $\frac{999999999 - 100000017}{18} + 1 = 50000000$.

Vậy $n(B) = 5 \cdot 10^7$. Xác suất là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5 \cdot 10^7}{9 \cdot 10^8} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 216. Chọn ngẫu nhiên hai số thực $a, b \in [0; 1]$. Tính xác suất để phương trình $2x^3 - 3ax^2 + b = 0$ có tối đa hai nghiệm.

- A. $P = \frac{1}{4}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{2}{3}$. D. $P = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

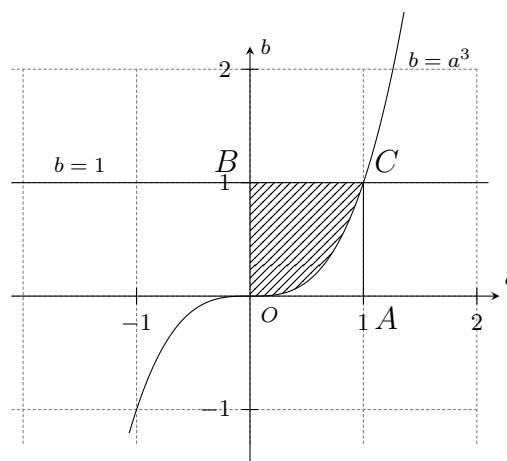
Xét $y = 2x^3 - 3ax^2 + b$, $y' = 0 \Leftrightarrow 6x(x - a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(0) \cdot y(a) \geq 0 \Leftrightarrow b(b - a^3) \geq 0$.

Mà $b \in [0; 1]$ nên $b(b - a^3) \geq 0 \Leftrightarrow b \geq a^3$.

Ta thấy việc chọn ngẫu nhiên hai số $a, b \in [0; 1]$ chính là việc chọn ngẫu nhiên một điểm $M(a; b)$ khi xét trên hệ trục tọa độ aBb .

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Ta có Ω là tập hợp các điểm $M(a; b)$ sao cho $a, b \in [0; 1]$ và chính là các điểm thuộc hình vuông $OACB$ trên hình vẽ, do đó $n(\Omega) = S_{OACB} = 1$.



$n(A)$ là tập hợp các điểm thuộc hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi các đồ thị $b = 1$, $b = a^3$, $a = 0$ (phần gạch chéo trên đồ thị). Xét phương trình hoành độ giao điểm $a^3 = 1 \Leftrightarrow a = 1$.

$$\Rightarrow n(A) = \int_0^1 |1 - a^3| dx = \left| \int_0^1 (1 - a^3) dx \right| = \left(a - \frac{a^4}{4} \right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{\frac{3}{4}}{1} = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 217. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 25.

B. 75.

C. 100.

D. 15.

Lời giải.

Số cách chọn thực đơn là $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_3^1 = 75$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 218. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau mà số đó nhất thiết có mặt các chữ số 1, 2, 5?

A. 684.

B. 648.

C. 846.

D. 864.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$.

- Nếu $a = 1$ thì 2, 5 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.

- Nếu $a = 2$ thì 1, 5 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.

- Nếu $a = 5$ thì 2, 1 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.

- Nếu $a \in \{3, 4, 6\}$ có 3 cách chọn a , 1, 2, 5 có 1 cách chọn, số còn lại C_3^1 cách. Vậy số số tạo thành là $3 \cdot C_3^1 \cdot 4!$.

Vậy số lượng số tạo thành là $3C_4^2 \cdot 4! + 3 \cdot C_3^1 \cdot 4! = 648$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 219. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1 + 2x)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270.

B. 162720.

C. 126270.

D. 126720.

Lời giải.

Khai triển: $P(x) = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{2k} = \sum_{k=0}^{12} a_k x^{2k}$ với $a_k = C_{12}^k 2^k$.

$$a_{k+1} > a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} > C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} > \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k < \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \leq 7.$$

Như vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_8$.

$$a_{k+1} < a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} < C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} < \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k > \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \geq 8.$$

Như vậy $a_8 > a_9 > a_{10} > \dots > a_{12}$.

Vậy hệ số có giá trị lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 2^8 = 126720$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 220. Cho một đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

A. $\frac{3}{323}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{2}{969}$.

D. $\frac{7}{216}$.

Lời giải.

Có 10 đường chéo xuyên tâm O , cứ hai đường chéo xuyên tâm O ta được một hình chữ nhật.

Vậy số hình tứ giác 4 đỉnh tạo thành từ các đỉnh đa giác đều là $n(A) = C_{20}^4 = 4845$.

Vậy số hình chữ nhật tạo thành từ các đỉnh đa giác đều là $n(A) = C_{10}^2 = 45$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{45}{4845} = \frac{3}{323}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 221. Một hộp đựng 5 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Từ hộp đó chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu.

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{3}{11}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A là biến cố "lấy được 3 quả cầu khác màu".

$$n(A) = C_5^1 C_4^1 C_3^1 = 60 \Rightarrow P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 222. Trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$, với n là số tự nhiên và $a \neq 0$, có tất cả 17 số hạng. Vậy n bằng

A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 17.

Lời giải.

Ta có, trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$ có $(n+6)+1$ hạng tử.

Theo giả thiết, $(n+6)+1=17 \Leftrightarrow n=10$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 223. Có tất cả 120 cách chọn 3 học sinh từ nhóm n học sinh. Số n là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $n(n-1)(n-2) = 720$.

B. $n(n+1)(n+2) = 720$.

C. $n(n-1)(n-2) = 120$.

D. $n(n+1)(n+2) = 120$.

Lời giải.

Chọn 3 học sinh từ nhóm n học sinh có $C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$ cách chọn.

Do đó $\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = 120 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 720$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 224. Một hộp đựng 18 viên bi gồm 5 bi xanh, 3 bi vàng và 10 bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 9 viên bi có đủ cả 3 màu?

A. 42890.

B. 42910.

C. 42892.

D. 42912.

Lời giải.

$n(\Omega) = C_{18}^9 = 48620$ cách.

Gọi biến cố A : “9 viên bi có đủ cả 3 màu”.

Suy ra biến cố $\bar{A}$: “9 viên bi không có đủ cả 3 màu”.

Trường hợp 1: chọn 9 viên bi màu xanh hoặc màu đỏ có $C_{15}^9 = 5005$ cách.

Trường hợp 2: chọn 9 viên bi màu vàng hoặc màu đỏ có $C_{13}^9 = 715$ cách.

Trong trường hợp 1 và 2 thì 9 viên bi màu đỏ chọn lặp lại hai lần nên

$$n(A) = 48620 - 5005 - 715 + C_{10}^9 = 42910.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 225. Cho tập X có 9 phần tử. Tìm số tập con có 5 phần tử của tập X .

A. 120.

B. 126.

C. 15120.

D. 216.

Lời giải.

Chọn 5 phần tử trong 9 phần tử của tập X có $C_9^5 = 126$ cách. Vậy có 126 tập con cần tìm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 226. Biết rằng trong khai triển Newton của $(x+1)^{100}$ thì hệ số của hai số hạng chứa x^k và x^{3k} là bằng nhau ($k \in \mathbb{Z}; 1 \leq k \leq 33$). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. k chia hết cho 5.B. k chia hết cho 4.C. k chia hết cho 3.D. k chia hết cho 7.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $T_{k+1} = C_{100}^k \cdot x^k$.

Theo giả thiết, với $k \in \mathbb{Z}; 1 \leq k \leq 33$ ta có

$$C_{100}^k = C_{100}^{3k} \Leftrightarrow C_{100}^{100-k} = C_{100}^{3k} \Leftrightarrow 100 - k = 3k \Leftrightarrow k = 25.$$

Vậy k chia hết cho 5.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 227. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân?

A. 81.

B. 165.

C. 216.

D. 45.

Lời giải.

Nếu a, b, c là ba cạnh của một tam giác, thì tất cả phải khác 0 và $a, b, c \in \{1; 2; \dots; 9\}$.

— Nếu tam giác tạo thành là tam giác đều, có 9 số có tính chất như vậy.

— Nếu tam giác tạo thành là cân nhưng không đều. Trong số đó có đúng 2 chữ số khác nhau trong 3 chữ số. Gọi chúng là a và b . Số các cặp (a, b) là $2 \cdot C_9^2$. Nhưng nếu số lớn hơn (chẳng hạn là a) là độ dài cạnh đáy thì a phải thỏa mãn điều kiện $b < a < 2b$ để đảm bảo bất đẳng thức tam giác. Tất cả các cặp không thỏa mãn điều kiện được liệt kê dưới bảng sau (có 20 cặp).

a	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	4, 3, 2, 1	4, 3, 2, 1	3, 2, 1	3, 2, 1	2, 1	2, 1	1	1	

Mặt khác, có C_3^2 số được lập từ một cặp (a, b) cho trước. Suy ra có $C_3^2 (2 \cdot C_9^2 - 20) = 156$ số.

Vậy số các số thỏa mãn là $9 + 156 = 165$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 228. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tại đỉnh A có một con sâu, mỗi lần di chuyển, nó bò theo cạnh của hình hộp chữ nhật và đi đến đỉnh kề với đỉnh nó đang đứng. Tính xác suất sao cho sau 9 lần di chuyển, nó đứng tại đỉnh C' .

- A. $\frac{1862}{6561}$. B. $\frac{453}{2187}$. C. $\frac{435}{2187}$. D. $\frac{1640}{6561}$.

Lời giải.

- Mỗi lần di chuyển, con sâu có 3 phương án đi nên số phần tử của không gian mẫu là 3^9 .
- Ta gán tọa độ điểm $A(0; 0; 0)$ và $C'(1; 1; 1)$. Mỗi lần di chuyển, tọa độ mà nó đang đứng thay đổi đúng một trong ba thành phần x hoặc y hoặc z và thay đổi từ 0 thành 1 hoặc từ 1 thành 0.
- Vì tọa độ ban đầu là $(0; 0; 0)$ và tọa độ kết thúc là $(1; 1; 1)$ nên số lần thay đổi ở mỗi thành phần là số lẻ và tổng số lần thay đổi bằng 9.
- Có thể thấy số lần thay đổi ở các thành phần là $1 - 7 - 1$; $3 - 3 - 3$; $3 - 5 - 1$ và các hoán vị của nó. Do đó, số đường đi là $3C_9^7C_2^1 + C_9^3C_6^3 + 3!C_9^5C_4^3 = 4920$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{4920}{3^9} = \frac{1640}{6561}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 229. Xét khai triển $(3x+1)^{1000} = a_0 + a_1x + \dots + a_{1000}x^{1000}$. Tìm $a = \max\{a_0, a_1, \dots, a_{1000}\}$.

- A. $a = a_{749}$. B. $a = a_{501}$. C. $a = a_{750}$. D. $a = a_{500}$.

Lời giải.

Ta có $(3x+1)^{1000} = \sum_{k=0}^{k=1000} C_{1000}^k 3^k x^k$.

$$a_k > a_{k+1} \Leftrightarrow \frac{C_{1000}^k 3^k}{1000!} > \frac{C_{1000}^{k+1} 3^{k+1}}{1000!3} \Leftrightarrow \frac{1}{k!(1000-k)!} > \frac{3}{(k+1)!(999-k)!} \Leftrightarrow k+1 > 3(1000-k) \Leftrightarrow k > 749,75.$$

$$\text{Tương tự } a_k > a_{k-1} \Leftrightarrow \frac{C_{1000}^k 3^k}{1000!3} > \frac{C_{1000}^{k-1} 3^{k-1}}{1000!} \Leftrightarrow \frac{1}{k!(1000-k)!} > \frac{3}{(k-1)!(1001-k)!} \Leftrightarrow 3(1001-k) > k \Leftrightarrow k < 750,75.$$

Vậy a_k lớn nhất khi và chỉ khi $k = 750$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 230. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}$, $(x > 0)$.

- A. $2^6 C_{12}^6$. B. $2^8 C_{12}^8$. C. $-2^8 C_{12}^8$. D. C_{12}^6 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{k=12} C_{12}^k (2x)^{12-k} \cdot \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^{k=12} C_{12}^k 2^{12-k} (-1)^k \cdot x^{12-\frac{3}{2}k}.$$

Số hạng tổng quát $a_k = C_{12}^k \cdot 2^{12-k} \cdot (-1)^k$.

Số hạng chứa x^6 ứng với k thỏa mãn $12 - \frac{3}{2}k = 6 \Leftrightarrow k = 4$.

Hệ số cần tìm $a_4 = C_{12}^4 2^8 = C_{12}^8 2^8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 231. Cho khai triển $(a+b)^{2n} = C_{2n}^0 a^{2n} + C_{2n}^1 a^{2n-1}b + \dots + C_{2n}^{2n} b^{2n}$. Tìm số hạng thứ n của khai triển.

- A. $C_{2n}^{n-1} a^{n-1} b^{n-1}$. B. $C_{2n}^n a^n b^n$. C. $C_{2n}^n a^{n+1} b^{n-1}$. D. $C_{2n}^{n-1} a^{n+1} b^{n-1}$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển là $C_{2n}^k a^{2n-k} b^k$.

Số hạng thứ n của khai triển ứng với $k = n - 1$.

Do đó số hạng thứ n của khai triển là $C_{2n}^{n-1} a^{n+1} b^{n-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 232. Tìm n để trong khai triển thu gọn biểu thức $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\right)^n$ thì hệ số của x^4 bằng $\sqrt{2}$ hệ số của x^3 .

A. 24.

B. 25.

C. 26.

D. 27.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^k \cdot 3^{n-k} \cdot x^k.$$

Theo đề ta có

$$\begin{aligned} C_n^4 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 \cdot 3^{n-4} &= \sqrt{2} \cdot C_n^3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 \cdot 3^{n-3} \\ \Leftrightarrow C_n^4 &= 6 \cdot C_n^3 \\ \Leftrightarrow (n-3)! &= 4! \cdot (n-4)! \\ \Leftrightarrow n &= 27. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 233. Cuối năm trường PTNK tổ chức 3 tiết mục Flashmob cho các bạn khối 12 chia tay trường. Các bạn 12T đều tham gia nhưng mỗi người chỉ được đăng kí không quá 2 tiết mục. Biết lớp 12T có 20 bạn, hỏi có bao nhiêu cách để lớp lựa chọn?

A. 6^{20} .

B. $3^{20} + 2^{20} - 1$.

C. 5^{20} .

D. $3^{21} + 1$.

Lời giải.

Mỗi học sinh có hai phương thức tham gia như sau

- tham gia một tiết mục có 3 cách,
- tham gia hai tiết mục có 3 cách.

Tóm lại, mỗi học sinh có 6 cách lựa chọn, nên số cách lựa chọn cho lớp 12T là 6^{20} .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 234. Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt và chia hết cho 3?

A. 480.

B. 720.

C. 2520.

D. 360.

Lời giải.

Tổng các chữ số trên bằng 34. Để 5 chữ số có tổng chia hết cho 3 ta bỏ đi hai chữ số mà có tổng chia 3 dư 1.

Có 6 bộ như vậy: (1; 3), (2; 5), (1; 6), (2; 8), (1; 9), (5; 8). Vậy có tất cả $6 \cdot 5! = 720$ số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 235. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Tính xác suất để tứ giác chọn được là hình chữ nhật.

A. $\frac{6}{323}$.

B. $\frac{15}{323}$.

C. $\frac{3}{323}$.

D. $\frac{14}{323}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{20}^4$.

Chọn hai đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác ta có 4 đỉnh của hình chữ nhật.

Số cách chọn là C_{10}^2 .

$$\text{Khi đó } P(A) = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{3}{323}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 236. Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

Lời giải.

Gọi số đỉnh của đa giác là n . Mà số cạnh bằng số đỉnh nên số cạnh của đa giác là n .

Cứ mỗi đỉnh nối với $(n - 3)$ đỉnh còn lại tạo thành $(n - 3)$ đường chéo nên số đường chéo của đa giác là $\frac{n(n - 3)}{2}$ (do mỗi đường chéo được tính hai lần). Vì số đường chéo gấp đôi số cạnh nên

$$\frac{n(n - 3)}{2} = 2n \Leftrightarrow n - 3 = 4 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy đa giác có 7 cạnh.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 237. Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, $x \neq 0$. Số hạng không chứa x là

A. 84.

B. 258048.

C. 43008.

D. 512.

Lời giải.

Ta có

$$\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_n^k \cdot x^k \cdot \left(\frac{8}{x^2}\right)^{9-k} = \sum_{k=0}^9 C_n^k \cdot x^{3k-18} \cdot 8^{9-k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $3k - 18 = 0 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_9^6 \cdot 8^3 = 43008$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 238. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác đó. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{220}$.

C. $\frac{1}{14}$.

D. $\frac{1}{55}$.

Lời giải.

Gọi không gian mẫu Ω là tập hợp các tam giác tạo thành từ 12 đỉnh: $|\Omega| = C_{12}^3$.

Gọi biến cố A là số tam giác đều được tạo thành từ đa giác đều 12 đỉnh: $|A| = 4$.

Xác suất để lấy ra 3 điểm để tạo thành một tam giác đều là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{C_{12}^3} = \frac{1}{55}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 239. Cho đa giác đều có 10 đỉnh. Số véc-tơ khác véc-tơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác là

A. A_{10}^8 .

B. A_{10}^2 .

C. C_{10}^2 .

D. 10^2 .

Lời giải.

Số véc-tơ khác véc-tơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác có 10 đỉnh là A_{10}^2 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 240. Một hộp chứa 11 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng và 6 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp đó. Xác suất để chọn ra 2 viên bi khác màu bằng

- A. $\frac{5}{22}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{8}{11}$.

Lời giải.

- Số phần tử của biến cố $n(A) = C_5^1 \cdot C_6^1 = 30$.
- Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^2 = 55$.
- Xác suất của biến cố A : là $P(A) = \frac{30}{55} = \frac{6}{11}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 241. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = C_{11}^2$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của nhị thức $\left(x^3 - \frac{3}{x^2}\right)^n$ bằng

- A. 153090. B. 3360. C. 61236. D. -61236.

Lời giải.

- Ta có $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = C_{11}^2 \Leftrightarrow C_n^1 + C_n^2 = C_{11}^2 \Leftrightarrow C_{n+1}^2 = C_{11}^2 \Rightarrow n+1 = 11 \Rightarrow n = 10$.
- Số hạng tổng quát $C_{10}^k \cdot (x^3)^{10-k} \cdot \left(-\frac{3}{x^2}\right)^k = C_{10}^k \cdot (-3)^k \cdot x^{30-5k}$.
- Số hạng chứa $x^5 \Rightarrow 30 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 5$.
- Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^5 \cdot (-3)^5 = -61236$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 242. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

- A. $P = \frac{1}{14}$. B. $P = \frac{1}{220}$. C. $P = \frac{1}{4}$. D. $P = \frac{1}{55}$.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.
- Ta chia 12 đỉnh của đa giác đều thành ba nhóm, cứ 4 đỉnh liên nhau tạo thành một nhóm. Mỗi nhóm ta chọn ra 1 đỉnh sao cho chúng cách đều nhau suy ra có 4 tam giác đều $\Rightarrow n(A) = 4$.
- Xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{220} = \frac{1}{55}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 243. Cho nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$ trong đó tổng các hệ số của khai triển nhị thức đó là 1024. Khi đó số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức đó bằng

- A. 252. B. 125. C. -252. D. 525.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x + \frac{1}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{n-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{n-2k}.$$

Tổng các hệ số trong khai triển bằng $\sum_{k=0}^n C_n^k = (1+1)^n = 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$.

Số hạng không chứa x ứng với $10 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 5$. Từ đó số hạng không chứa x bằng $C_{10}^5 = 252$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 244. Cho tập hợp A có 100 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của A là

- A. A_{100}^2 . B. A_{100}^{98} . C. C_{100}^2 . D. 100^2 .

Lời giải.

Số tập con gồm 2 phần tử của A là C_{100}^2 .

Chọn đáp án **C** □

Câu 245. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^{15}$.

A. $C_{15}^5 \cdot 2^5$.

B. $C_{15}^7 \cdot 2^7$.

C. C_{15}^5 .

D. $C_{15}^8 \cdot 2^8$.

Lời giải.

Ta có $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \cdot (\sqrt{x})^{15-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{15-3k}{2}}$.

Số hạng tổng quát của khai triển biểu thức đã cho là $C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{15-3k}{2}}$.

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $\frac{15-3k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{15}^5 \cdot 2^5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 246. Một nhóm có 7 học sinh trong đó có 3 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các học sinh trên thành một hàng ngang sao cho các học sinh nữ đứng cạnh nhau?

A. 144.

B. 5040.

C. 576.

D. 1200.

Lời giải.

- Số cách xếp 3 học sinh nam thành một hàng là $3!$ cách.
- Ứng với mỗi cách xếp 3 học sinh nam thành một hàng, tạo ra 4 vị trí trống mà tại mỗi vị trí trống đó nếu xếp các học sinh nữ vào. Khi đó các học sinh nữ đứng cạnh nhau trong hàng.
- Ứng với mỗi cách xếp trên có $4!$ cách xếp các học sinh nữ

Vậy có $3! \cdot 4! \cdot 4 = 576$ cách xếp.

Chọn đáp án **C** □

Câu 247. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$.

A. $\frac{143}{10000}$.

B. $\frac{138}{1420}$.

C. $\frac{11}{200}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải.

- Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử. Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$.
- Gọi A là biến cố: “Lấy được số dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$ ”.

Ta có $1 \leq a < b+1 < c+2 < d+3 < e+4 \leq 13$. Suy ra $n(A) = C_{13}^5$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{13}^5}{9 \cdot 10^4} = \frac{143}{10000}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 248. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa là

A. 60.

B. 16.

C. 120.

D. 24.

Lời giải.

Số cách xếp Chi vào vị trí đứng giữa là 1, số cách xếp 4 bạn còn lại là $4! = 24$ cách. Vậy có 24 cách xếp.

Chọn đáp án **D** □

Câu 249. Trong một lớp học có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả học sinh nam và học sinh nữ.

A. $\frac{65}{71}$.

B. $\frac{69}{77}$.

C. $\frac{443}{506}$.

D. $\frac{68}{75}$.

Lời giải.

Số cách gọi 4 học sinh lên bảng là $n(\Omega) = C_{35}^4$.

Số cách gọi 4 học sinh chỉ có các bạn nam C_{18}^4 .

Số cách gọi 4 học sinh chỉ có các bạn nữ C_{17}^4 .

Số cách gọi 4 học sinh có cả học sinh nam và học sinh nữ là $C_{35}^4 - C_{18}^4 - C_{17}^4 = 46920$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{46920}{C_{35}^4} = \frac{69}{77}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 250. Tìm hệ số của số hạng x^4 trong khai triển nhị thức Niuton $\left(2x - \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ với $x > 0$, biết n là số tự nhiên lớn nhất thỏa mãn $A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4$.

A. 8064.

B. $-8064x^4$.

C. -8064 .

D. $8064x^4$.

Lời giải.

Điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 6$. Ta có

$$A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)!} \leq 18 \frac{(n-2)!}{(n-6)!} \Leftrightarrow n(n+1) \geq 18(n-5) \Leftrightarrow n^2 - 19n + 90 \leq 0 \Leftrightarrow 9 \leq n \leq 10.$$

Suy ra, số tự nhiên lớn nhất là $n = 10$.

Số hạng tổng quát trong khai triển có dạng $C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{10-k} \cdot x^{-\frac{k}{5}}$.

Số hạng chứa x^4 ứng với $10 - k - \frac{k}{5} = 4 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy hệ số của x^4 là $C_{10}^5 \cdot 2^5 = 8064$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 251. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của tất cả các số lập được.

A. 12321.

B. 21312.

C. 12312.

D. 21321.

Lời giải.

Xét tập $X = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau lấy từ tập X là $5 \times 4 \times 3 = 60$.

Do vai trò các chữ số là như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong tập X tại mỗi hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị là $\frac{60}{5} = 12$.

Tổng các số lập được $S = (1 + 2 + 3 + 4 + 6) \times 12 \times 111 = 21312$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 252. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3, 4, 5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

A. 1470.

B. 750.

C. 2940.

D. 1500.

Lời giải.

Xét số có 6 chữ số đôi một khác nhau có dạng $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Vì các chữ số 3, 4, 5 đứng cạnh nhau và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5 nên có hai khả năng 345 hoặc 543. Ta coi 345 và 543 là chữ số đặc biệt A (có 2 chữ số đặc biệt này). Để đếm số các số x thỏa mãn yêu cầu bài toán, ta xét hai trường hợp:

Trường hợp chấp nhận cả $a_1 = 0$:

— Chọn vị trí cho A , có 4 cách chọn.

— Chọn 3 chữ số còn trong tập $\{0; 1; 2; 6; 7; 8; 9\}$ và sắp xếp vào các vị trí còn lại, có A_7^3 cách.

Trường hợp này có $2 \cdot 4 \cdot A_7^3$ số.

Trường hợp $a_1 = 0$:

— Chọn vị trí cho A , có 3 cách chọn.

— Chọn 2 chữ số còn trong tập $\{1; 2; 6; 7; 8; 9\}$ và sắp xếp vào các vị trí còn lại, có A_6^2 cách. Trường hợp này có $2 \cdot 3 \cdot A_6^2$ số.

Vậy, số các số cần tìm là $2 \cdot 4 \cdot A_7^3 - 2 \cdot 3 \cdot A_6^2 = 1500$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 253. Mỗi lượt, ta gieo một con súc sắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

A. $\frac{397}{1728}$.

B. $\frac{1385}{1728}$.

C. $\frac{1331}{1728}$.

D. $\frac{1603}{1728}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “trong 3 lượt gieo có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp”.

Xác suất một lượt gieo được kết quả mặt 1 chấm xuất hiện đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$.

Xác suất để cả 3 lượt gieo con súc sắc không xuất hiện mặt 1 chấm, còn đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\left(1 - \frac{1}{12}\right)^3 = \left(\frac{11}{12}\right)^3$.

Vậy: $n(A) = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^3 = \frac{397}{1728}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 254. Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

A. 7.

B. 81.

C. 64.

D. 12.

Lời giải.

Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng $3 \cdot 4 = 12$ (cách).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 255. Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 5 quả cầu xanh và 7 quả cầu đỏ. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{31}{66}$.

B. $\frac{31}{33}$.

C. $\frac{25}{66}$.

D. $\frac{25}{33}$.

Lời giải.

Số các khả năng chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu bằng $C_{12}^2 = 66$. Suy ra $n(\Omega) = 66$.

Số các khả năng chọn được hai quả cầu cùng màu bằng $C_5^2 + C_7^2 = 31$.

Gọi A là biến cố: “hai quả cầu chọn ra có cùng màu”, thì $n(A) = 31$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{31}{66}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 256. Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{2}{x^3} - \sqrt{x^5}\right)^{12}$ (với $x > 0$) bằng

A. -7920 .

B. -126720 .

C. 7920 .

D. 126720 .

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{2}{x^3} - \sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \left(\frac{2}{x^3}\right)^{12-k} \left(-\sqrt{x^5}\right)^k.$$

Số hạng tổng quát

$$T_{k+1} = C_{12}^k \left(\frac{2}{x^3}\right)^{12-k} \left(-\sqrt{x^5}\right)^k = (-1)^k \cdot C_{12}^k \cdot 2^{12-k} \cdot x^{\frac{11k}{2}-36}.$$

Số hạng này chứa x^8 khi

$$\frac{11k}{2} - 36 = 8 \Leftrightarrow \frac{11k}{2} = 44 \Leftrightarrow k = 8.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 là $(-1)^8 \cdot C_{12}^8 \cdot 2^{12-8} = 7920$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 257. Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ bằng

A. $\frac{1001}{45000}$. B. $\frac{77}{1500}$. C. $\frac{7}{5000}$. D. $\frac{1001}{30000}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số bằng $99999 - 10000 + 1 = 90000$ (số). Suy ra $n(\Omega) = 90000$.

Gọi A là biến cố: “số chọn được có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ ”.

Theo giả thiết bài toán, ta có

$$\begin{aligned} 1 \leq a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2 \\ \Leftrightarrow 1 \leq a_1 < a_2 + 2 < a_3 - 1 < a_4 + 2 < a_5 + 5 \leq 14. \end{aligned}$$

Suy ra số cách chọn bộ $(a_1, a_2, \dots, a_5)$ bằng số cách chọn ra 5 phần tử phân biệt trong 14 phần tử $\{1; 2; 3; \dots; 14\}$. Từ đó $n(A) = C_{14}^5 = 2002$.

Vậy xác suất cần tìm bằng $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2002}{90000} = \frac{1001}{45000}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 258. Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

A. 170. B. 160. C. 190. D. 360.

Lời giải.

Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là $C_{20}^2 = 190$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 259. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho 5.

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{30}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_6^4 = 360$.

Số số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau đôi một có dạng $\overline{abc5}$ là $A_5^3 = 60$.

Xác suất cần tìm $P = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 260. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 14348907$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của nhị thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$ ($x \neq 0$).

A. -1365.

B. 32760.

C. 1365.

D. -32760.

Lời giải.

Ta có $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = (1+2)^n = 3^n = 14348907 \Rightarrow n = 15$.

Xét số hạng tổng quát thứ $(k+1)$: $T_{k+1} = (-1)^k C_{15}^k (x^2)^{15-k} \cdot \frac{1}{x^{3k}} = (-1)^k C_{15}^k x^{30-5k}$.

Để $x^{30-5k} = x^{10} \Leftrightarrow k = 4$, từ đó suy ra hệ số của x^{10} là $(-1)^4 C_{15}^4 = 1365$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 261. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

A. 1768.

B. 1771.

C. 1350.

D. 2024.

Lời giải.

Số kết quả của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{26}^3 = 2600$.

Số cách rút ra ba thẻ, sao cho trong ba thẻ đó luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp, ta có các trường hợp

- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 1; 2, thì thẻ thứ 3 ta có 24 cách rút.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 2; 3, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 1, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 3; 4, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 2, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- ...
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 24; 25, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 23, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 25; 26, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 24, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.

Từ đó suy ra, có $24 + 23 \cdot 24 = 576$ cách rút ra ba thẻ sao cho trong ba thẻ luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp.

Vậy số cách rút ra ba thẻ mà trong hai thẻ bất kỳ lấy ra có hai số tương ứng luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị là $n(\Omega) - 576 = 2024$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 262. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, với $x \neq 0$.

A. C_{40}^{37} .B. C_{40}^{31} .C. C_{40}^4 .D. C_{40}^2 .

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là $C_{40}^k \cdot x^{40-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$.

Giả sử số hạng $C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$ chứa x^{31} , khi đó ta có $40-3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là $C_{40}^3 = C_{40}^{37}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 263. Cho tập hợp $S = \{m \in \mathbb{Z} | -10 \leq m \leq 100\}$. Có bao nhiêu tập hợp con của S có số phần tử lớn hơn 2 và các phần tử đó tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 0?

A. 36.

B. 32.

C. 30.

D. 34.

Lời giải.

Giả sử $\{u_1; u_2; \dots; u_n\} \subset S$, $n > 2$ là một tập hợp thỏa mãn yêu cầu bài toán. Không mất tính tổng quát giả sử $u_1 < u_2 < \dots < u_n$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng công sai $d > 0$. Ta có $S_n = 0 \Leftrightarrow u_1 + u_n = 0$, lại có $u_1 + (n-1)d = u_n$ nên suy ra $(n-1)d = 2u_n$, điều này chứng tỏ d là một ước nguyên dương của $2u_n$ và $d \neq 2u_n$ vì $n > 2$. Như vậy số tập hợp thỏa YCBT chính là tổng số các ước thực sự của $2u_n$ với $u_n \in \{1; 2; \dots; 10\}$. Bằng cách liệt kê ta có tất cả 34 ước của $2u_n$ với $u_n \in \{1; 2; \dots; 10\}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 264. Có 50 học sinh là cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có 4 cặp là anh em sinh đôi (không có anh chị em sinh ba trở lên). Cần chọn ra 5 học sinh trong 50 học sinh trên. Có bao nhiêu cách chọn mà trong nhóm 5 em chọn ra không có cặp anh em sinh đôi nào?

A. 2049852.

B. 850668.

C. 2049300.

D. 2049576.

Lời giải.

① Số cách chọn 5 học sinh trong 50 học sinh là C_{50}^5 .

② Gọi A là số cách chọn 5 học sinh mà có hai cặp sinh đôi. ta tính A:

- Chọn 2 cặp sinh đôi trong 4 cặp có C_4^2 cách.

- Chọn một học sinh trong 46 học sinh còn lại có C_{46}^1 cách.

Vậy $A = C_4^2 \cdot C_{46}^1$.

③ Gọi B là số cách chọn 5 học sinh có đúng một cặp sinh đôi. Ta tính B.

- Chọn 1 cặp sinh đôi trong 4 cặp có C_4^1 cách.

- Gọi B' là số cách chọn 3 học sinh trong 46 học sinh còn lại sao cho không có cặp sinh đôi nào.

Khi đó $B = C_4^1 B'$. Ta tính B' .

+ Chọn 3 học sinh trong 46 học sinh có C_{46}^3 cách.

+ Chọn 3 học sinh trong 46 học sinh sao cho có đúng một cặp sinh đôi có $C_3^1 \cdot C_{46}^1$. Suy ra

$B' = C_{46}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1$.

Vậy $B = C_4^1 (C_{46}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1)$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{50}^5 - A - B = C_{50}^5 - C_4^2 \cdot C_{46}^1 - C_4^1 (C_{46}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1) = 2049852$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 265. Có hai kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn) và có ba kiểu dây (kim loại, da, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ có một mặt và một dây?

A. 8.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn ra một chiếc đồng hồ là $2 \cdot 3 = 6$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 266. Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất xuất hiện mặt có số chấm là chẵn.

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{3}{5}$.C. $\frac{1}{6}$.D. $\frac{1}{3}$.**Lời giải.**

Dễ thấy không gian mẫu là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt có số chấm là chẵn,

khi đó $A = \{2; 4; 6\}$. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{|\Omega|}{|A|} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 267. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^5$.

A. 80.

B. $C_5^3 \cdot 2^2$.

C. C_5^1 .

D. 40.

Lời giải.

Ta có

$$\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k (2x)^{5-k} \cdot \frac{1}{x^{2k}} = \sum_{k=0}^5 C_5^k 2^{5-k} x^{5-3k}.$$

Số hạng chứa x^2 là $C_5^1 2^4 x^2$. Vậy hệ số của x^2 là $C_5^1 \cdot 2^4 = 80$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 268. Cho đa giác đều 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 60 đỉnh của đa giác là

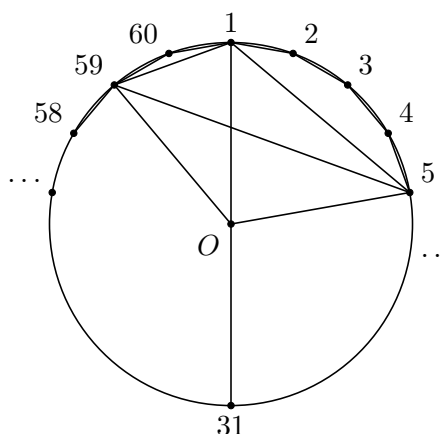
A. 34220.

B. 24360.

C. 16420.

D. 48720.

Lời giải.



Ta đánh số các đỉnh của đa giác là 1, 2, 3, ..., 60 theo chiều kim đồng hồ như hình vẽ. Ta sẽ đếm số tam giác tù đỉnh 1. Gọi a, b ($2 \leq a < b \leq 60$) là hai đỉnh còn lại. Tam giác gồm ba đỉnh 1, a, b tù tại đỉnh 1 khi và chỉ khi góc này chắn cung có số đo lớn hơn 180° . Điều này tương đương $\frac{360}{6}(b-a) > 180^\circ$ hay $b - 30 > a$. Ta sẽ đếm số bộ số gồm hai số a và $b - 30$ thỏa mãn $2 \leq a < b - 30 \leq 30$. Có tất cả C_{29}^2 bộ số như vậy, từ đó có C_{29}^2 cách chọn ra hai đỉnh a, b .

Hoàn toàn tương tự, số các tam giác tù tại các đỉnh 2, 3, ..., 60 cũng là C_{29}^2 . Vậy có tất cả $60 \cdot C_{29}^2 = 24306$ tam giác tù.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 269. Có 10 thẻ được đánh số 1, 2, ..., 10. Bốc ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số chẵn.

A. $\frac{7}{9}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử. Ta có $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$. Gọi A là biến cố "Tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số chẵn". Khi đó $\bar{A}$ là biến cố "Tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số lẻ". Để tích hai số là số lẻ thì hai số ghi trên các thẻ bốc được phải là số lẻ. Suy ra $n(\bar{A}) = C_5^2 = 10$.

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{10}{45} = \frac{7}{9}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 270. Cho n là số nguyên dương sao cho tổng các hệ số trong khai triển của $(x+1)^n$ bằng 1024. Hệ số của x^8 trong khai triển đó bằng

- A. 90. B. 45. C. 2^8 . D. 80.

Lời giải.

Ta có $(x+1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + \dots + C_n^{n-1} x^1 + C_n^n$. Tổng các hệ số trong khai triển bằng $S = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = (1+1)^n = 2^n$. Suy ra $2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$. Số hạng tổng quát của khai triển có dạng $C_{10}^k x^{10-k}$ ($0 \leq k \leq n, k \in \mathbb{Z}$). Ta có $10 - k = 8 \Leftrightarrow k = 2$. Suy ra hệ số của x^8 bằng $C_{10}^2 = 45$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 271. Cho A, B là hai biến cố độc lập với nhau thỏa mãn $P(A) = 0,5$ và $P(B) = 0,6$. Khi đó $P(A\bar{B})$ bằng

- A. 0,2. B. 0,1. C. 0,3. D. 0,9.

Lời giải.

Ta có: $P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$. Do đó, $P(A\bar{B}) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 272. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải.

Quy ước $0! = 1$.

Số tổ hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n; k, n \in \mathbb{N}$) là $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n; k, n \in \mathbb{N}$) là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 273. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$ là

- A. $-C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$. B. $C_{16}^0 \cdot 2^{16}$. C. $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$. D. $C_{16}^{16} \cdot 2^0$.

Lời giải.

$$\text{ĐKXD} \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 3. \end{cases}$$

Ta có $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} + 2n = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + 2n = n \cdot (n+1) \Leftrightarrow \frac{(n-1)(n-2)}{6} + 2 = n+1$$

$$\Leftrightarrow (n-1)(n-2) + 12 = 6n+6 \Leftrightarrow n^2 - 3n + 2 + 12 = 6n+6 \Leftrightarrow n^2 - 9n + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 8 \end{cases} \Leftrightarrow n = 8.$$

Với $n = 8$ thì

$$\begin{aligned} \left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n} &= \left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot (2x)^{n-k} \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot 2^{16-k} \cdot x^{16-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{-\frac{k}{3}} \\ &= \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot 2^{16-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{\frac{48-4k}{3}}. \end{aligned}$$

Để có số hạng không chứa x thì $48 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 12$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x là $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 274. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{313}{408}$.

B. $\frac{95}{408}$.

C. $\frac{5}{102}$.

D. $\frac{25}{136}$.

Lời giải.

Số cách lấy 5 viên bi trong hộp 18 viên bi là $n(\Omega) = C_{18}^5$.

Gọi A là biến cố “lấy 5 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng”.

+ Số cách lấy 1 viên bi xanh, 2 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng là $C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2$.

+ Số cách lấy 3 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng là $C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1$.

Khi đó $n(A) = C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2 + C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2 + C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1}{C_{18}^5} = \frac{95}{408}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 275. Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Tính xác suất để xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền.

A. $\frac{109}{30240}$.

B. $\frac{1}{280}$.

C. $\frac{1}{5040}$.

D. $\frac{109}{60480}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền.

Kí hiệu 10 ghế như sau $DXXDXXDXXD$, trong đó D là ghế đỏ dành cho nữ và X là ghế xanh dành cho nam.

Số cách xếp nữ vào ghế đỏ, nam vào ghế xanh là $4!6!$.

Số cách xếp sao cho Quang ngồi cạnh Huyền được tính như sau:

- Chọn hai ghế liên tiếp khác màu có $C_6^1 = 6$ cách.

- Xếp Quang và Huyền vào hai ghế đó có 1 cách và xếp các bạn còn lại có $3!5!$ cách.

- Do đó số cách xếp sao cho Quang ngồi cạnh Huyền bằng $6 \cdot 3!5! = 3!6!$ cách.

Vậy số cách xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền bằng $4!6! - 3!6! = (4! - 3!)6! = 12960$ cách.

Do đó xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{12960}{10!} = \frac{1}{280}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 276. Kết quả (b, c) của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm.

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{23}{36}$.

C. $\frac{17}{36}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n_\Omega = 6 \cdot 6 = 36$.

Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = b^2 - 4c \geq 0 \Leftrightarrow b^2 \geq 4c$.

Gọi A : “Phương trình có nghiệm”. Khi đó $\bar{A}$: “Phương trình vô nghiệm”.

$$A = \{(2, 1); (3, 1); (4, 1); (5, 1); (6, 1); (3, 2); (4, 2); (5, 2); (6, 2); (4, 3); (5, 3); (6, 3); (4, 4); (5, 4); (6, 4); (5, 5); (6, 5); (5, 6); (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow n_A = 19 \Rightarrow P(A) = \frac{19}{36} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - \frac{19}{36} = \frac{17}{36}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 277. Trong một lớp học có 20 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 2 học sinh (1 nam và 1 nữ) tham gia đội cờ đỏ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 340.

B. 20.

C. 37.

D. 17.

Lời giải.

Giáo viên chủ nhiệm cần thực hiện thông qua 2 giai đoạn:

— Giai đoạn 1: Chọn học sinh nam có $C_{20}^1 = 20$ cách chọn.

— Giai đoạn 2: Chọn học sinh nữ có $C_{17}^1 = 17$ cách chọn.

Theo quy tắc nhân, có tất cả $20 \cdot 17 = 340$ cách chọn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 278. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 - 2C_{n+2}^2 + 82 = 0$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 - \frac{3}{x}\right)^n$ bằng

A. $-15504 \cdot 3^{15}$.

B. 15504.

C. $15504 \cdot 3^{15}$.

D. -15504 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } A_n^2 - 2C_{n+2}^2 + 82 = 0 \Leftrightarrow n(n-1) - (n+2)(n+1) + 82 = 0 \Leftrightarrow n = 20.$$

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $\left(x^3 - \frac{3}{x}\right)^{20}$ là

$$C_{20}^k (x^3)^{20-k} \left(-\frac{3}{x}\right)^k = C_{20}^k (-3)^k \cdot x^{60-4k}.$$

Số hạng này không chứa $x \Leftrightarrow 60 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 15$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{3}{x}\right)^{20}$ là $C_{20}^{15}(-3)^{15} = -15504 \cdot 3^{15}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 279. Cần xếp 3 nam và 5 nữ vào một hàng ghế có 10 chỗ ngồi sao cho 3 nam ngồi kề nhau và 5 nữ ngồi kề nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp?

A. 8640.

B. 1814400.

C. 1451520.

D. 4320.

Lời giải.

Gọi X là khối 3 nam ngồi kề nhau; Y là khối 5 nữ ngồi kề nhau.

Xếp hai khối X và Y vào 4 vị trí, có A_4^4 cách xếp. Sau đó, xếp 3 nam trong khối X , có $3!$ cách xếp.

Cuối cùng, xếp 5 nữ trong khối Y , có $5!$ cách xếp.

Vậy theo quy tắc nhân, có $A_4^4 \times 3! \times 5! = 8640$ (cách).

Chọn đáp án **A** □

Câu 280. Ba xạ thủ A, B, C độc lập cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng của A, B, C tương ứng là 0,5; 0,6 và 0,7. Xác suất để có ít nhất một trong ba xạ thủ bắn trúng mục tiêu là

A. 0,21.

B. 0,79.

C. 0,29.

D. 0,94.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: “Xạ thủ A bắn trúng mục tiêu.” $\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố: “Xạ thủ A không bắn trúng mục tiêu.”

B là biến cố: “Xạ thủ B bắn trúng mục tiêu.” $\Rightarrow \bar{B}$ là biến cố: “Xạ thủ B không bắn trúng mục tiêu.”

C là biến cố: “Xạ thủ C bắn trúng mục tiêu.” $\Rightarrow \bar{C}$ là biến cố: “Xạ thủ C không bắn trúng mục tiêu.”

D là biến cố: “Có ít nhất một trong ba xạ thủ bắn trúng mục tiêu.” $\Rightarrow \bar{D}$ là biến cố: “Không có xạ thủ nào bắn trúng mục tiêu.”

Khi đó, ta có $P(\bar{D}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) = 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,06$.

$\Rightarrow P(D) = 1 - P(\bar{D}) = 1 - 0,06 = 0,94$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 281. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. A_7^3 .

B. C_7^3 .

C. 7.

D. $\frac{7!}{3!}$.

Lời giải.

Mỗi tập hợp con chứa 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.

Do đó số tập con chứa 3 phần tử của tập hợp chứa 7 phần tử là C_7^3 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 282. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 6.

A. $\frac{4}{27}$.

B. $\frac{9}{28}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9^4$. Gọi A : “số chia hết cho 6”.

Giả sử dạng của mỗi số cần tìm là: $\overline{abcd}$. Chọn $d \in \{2; 4; 6; 8\}$ có 4 cách.

Chọn a, b có 9^2 cách. Để chọn c ta xét tổng $S = a + b + d$:

Nếu S chia cho 3 dư 0 thì $c \in \{3; 6; 9\}$ suy ra có 3 cách.

Nếu S chia cho 3 dư 1 thì $c \in \{2; 5; 8\}$ suy ra có 3 cách.

Nếu S chia cho 3 dư 2 thì $c \in \{1; 4; 7\}$ suy ra có 3 cách.

Do đó $n(A) = 4 \cdot 9^2 \cdot 3 = 972$. Vậy $P(A) = \frac{972}{9^4} = \frac{4}{27}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 283. Tìm góc $\alpha \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2} \right\}$ để phương trình $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos x = 0$ tương đương với phương trình $\cos(2x - \alpha) = \cos x$.

A. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

B. $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

C. $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

D. $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos x = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = 2 \cos x$$

$$\Leftrightarrow \cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \cos x \quad (2)$$

Phương trình $\cos(2x - \alpha) = \cos x$ (3).

(1) tương đương với (3) $\Leftrightarrow$ (2) tương đương với (3).

Nghĩa là:

$$\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = \cos x \Leftrightarrow \cos(2x - \alpha) = \cos x$$

Điều này xảy ra khi và chỉ khi $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos(2x - \alpha), \forall x \in \mathbb{R}$.

Trong các góc α đề bài cho, chỉ có $\alpha = \frac{\pi}{3}$ thỏa mãn yêu cầu này. Do đó $\alpha = \frac{\pi}{3}$ là góc cần tìm.

Chọn đáp án **A** □

Câu 284. Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 2296. B. 2520. C. 4500. D. 5000.

Câu 285. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hoá. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra có ít nhất một quyển là sách toán.

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{10}{21}$. C. $\frac{37}{42}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 286. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = (x+1)^6 + (x+1)^7 + \dots + (x+1)^{12}$.

- A. 1287. B. 1711. C. 1715. D. 1716.

Câu 287. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ khai giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

- A. 98. B. 120. C. 150. D. 360.

Câu 288. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ với $x > 0$, biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

- A. 165. B. 485. C. 238. D. 525.

Lời giải.

$$C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow n = 11 \text{ hoặc } n = -8 \text{ (loại)}.$$

Với $n = 11$, số hạng thứ $(k+1)$ trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$ là $C_{11}^k x^{\frac{33}{2} - \frac{11}{2}k}$.

Theo giả thiết $\frac{33}{2} - \frac{11}{2}k = 0$ hay $k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $C_{11}^3 = 165$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 289. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lý, 2 quyển sách Hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra có ít nhất một quyển Toán.

- A. $\frac{37}{42}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{10}{21}$. D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Số cách lấy 3 quyển sách trong 9 quyển sách là $C_9^3 = 84$ cách.

Số cách lấy 3 quyển sách trong 5 quyển sách không phải sách Toán là $C_5^3 = 10$ cách.

Suy ra số cách lấy được ít nhất một quyển Toán là $84 - 10 = 74$ cách.

Xác suất để lấy được ít nhất một quyển Toán là $\frac{74}{84} = \frac{37}{42}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 290. Có bao nhiêu cách lấy 3 viên bi từ một hộp bi gồm 5 bi xanh và 6 bi đỏ sao cho có đúng 1 bi xanh?

- A. 5. B. 20. C. 15. D. 75.

Lời giải.

Số cách lấy 1 bi xanh là $C_5^1 = 5$.

Số cách lấy thêm 2 bi đỏ là $C_6^2 = 15$.

Số cách lấy 1 bi xanh và 2 bi đỏ là $5 \cdot 15 = 75$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 291. Số vec-tơ khác 0 có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là

A. P_6 .

B. C_6^2 .

C. A_6^2 .

D. 36.

Lời giải.

Tổng số vec-tơ là A_6^2 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 292. Sau khi khai triển và rút gọn biểu thức $f(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12} + \left(2x^3 + \frac{1}{x}\right)^{21}$ thì $f(x)$ có bao nhiêu số hạng?

A. 30.

B. 32.

C. 29.

D. 35.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12}$ là

$$C_{12}^k x^{2k} \left(\frac{3}{x}\right)^{12-k} = C_{12}^k 3^{12-k} x^{3k-12}, \quad (0 \leq k \leq 12)$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x}\right)^{21}$ là

$$C_{21}^t (2x^3)^{2t} \left(\frac{1}{x}\right)^{21-t} = C_{21}^t 2^t x^{5t-42}, \quad (0 \leq t \leq 21)$$

Ta tìm các lũy thừa của x trùng nhau.

Cho $3k - 12 = 5t - 42 \Leftrightarrow 5t - 3k = 30$

Phương trình trên có 3 nghiệm nguyên $(t; k)$ với $(0 \leq k \leq 12, 0 \leq t \leq 12)$ là

$$(6; 0), (9; 5), (12; 10)$$

Do đó số số hạng của $f(x)$ là $13 + 22 - 3 = 32$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 293. Đội học sinh giỏi trường THPT Lý Thái Tổ gồm có 8 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là

A. $\frac{71128}{75582}$.

B. $\frac{35582}{3791}$.

C. $\frac{71131}{75582}$.

D. $\frac{143}{153}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “Trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố “Trong 8 học sinh được chọn chỉ có đúng 1 khối hoặc 2 khối”.

$$n(\Omega) = C_{19}^8 = 75582.$$

Số cách chọn chỉ có đúng 1 khối: C_8^8 .

Số cách chọn gồm cả hai khối 10 và 11: C_{11}^8 .

Số cách chọn gồm cả hai khối 11 và 12: $C_{14}^8 - C_8^8$.

Số cách chọn gồm cả hai khối 10 và 12: $C_{13}^8 - C_8^8$.

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_8^8 + [C_{11}^8 + (C_{14}^8 - C_8^8) + (C_{13}^8 - C_8^8)] = 4454.$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{4454}{75582}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{71128}{75582}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 294. Có 6 người gồm 3 người đàn ông, 2 người đàn bà và 1 đứa trẻ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 người trên ngời vào ghế xếp xung quanh một bàn tròn (có 6 chỗ ngồi) sao cho đứa trẻ ngồi giữa hai người đàn ông?

A. 6.

B. 72.

C. 120.

D. 36.

Lời giải.

Số cách xếp chỗ ngồi cho đứa trẻ là 1 (cách).

Số cách xếp hai người đàn ông ngồi hai bên cạnh đứa trẻ là $A_3^2 = 6$ (cách).

Số cách xếp 3 người còn lại vào các ghế còn trống là $3! = 6$ (cách).

Vậy số cách xếp theo yêu cầu bài toán là $6^2 = 36$ (cách).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 295. Hệ số của x^9 sau khi khai triển và rút gọn đa thức $f(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14}$ là

A. 2901.

B. 3001.

C. 3003.

D. 3010.

Lời giải.

Hệ số của x^9 trong khai triển dạng $(1+x)^{9+n}$ (với $n \in \mathbb{N}^*$) là $C_{9+n}^9 \Rightarrow$ hệ số của x^9 trong khai triển của $f(x)$ là $\sum_{n=0}^5 C_{9+n}^9 = 3003$.

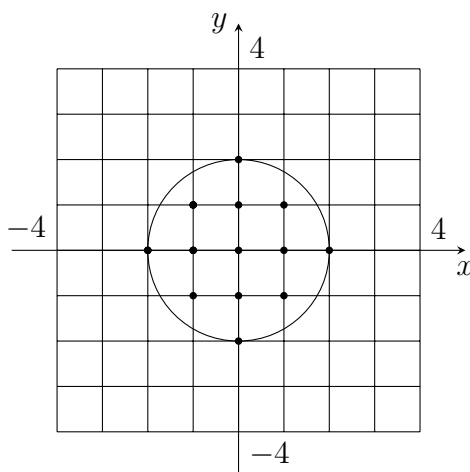
Chọn đáp án **C**

□

Câu 296. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , chọn ngẫu nhiên một điểm mà tọa độ là các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 4. Nếu các điểm đó có cùng xác suất được chọn thì xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 là

A. $\frac{13}{81}$.B. $\frac{15}{81}$.C. $\frac{13}{32}$.D. $\frac{11}{16}$.

Lời giải.



Các điểm đã cho nằm trên lưới ô vuông như hình vẽ, ta có $9 \cdot 9 = 81$ điểm. Các điểm thỏa mãn khoảng cách đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 thuộc hình tròn tâm O bán kính 2, ta có 13 điểm (các điểm chấm đen). Vậy xác suất cần tìm là $\frac{13}{81}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 297. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3 và luôn chứa chữ số 0.

A. $\frac{5}{81}$.

B. $\frac{11}{108}$.

C. $\frac{2}{27}$.

D. $\frac{11}{160}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 9 \times 9 \times 8 = 648$.

Gọi biến cố A: “số được chọn chia hết cho 3 và luôn chứa chữ số 0”.

— Xét số chia hết cho 3 có dạng $\overline{ab0}$.

– Chọn $a = 1, b \in \{2; 5; 8\}$: có 3 cách chọn.

– Chọn $a = 2, b \in \{4; 7\}$: có 2 cách chọn.

– Chọn $a = 3, b \in \{6; 9\}$: có 2 cách chọn.

– Chọn $a = 4, b \in \{5; 8\}$: có 2 cách chọn.

– Chọn $a = 5, b = 7; a = 6, b = 9; a = 7, b = 8$: có 3 cách chọn.

Vì a, b hoán vị nhau được nên có: $2 \times (3 + 2 + 2 + 2 + 3) = 24$ số dạng $\overline{ab0}$.

— Xét số chia hết cho 3 có dạng $\overline{a0b}$. Tương tự có: 24 số.

Suy ra $n(A) = 48$. Vậy $P(A) = \frac{48}{648} = \frac{2}{27}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 298. Cho tập hợp M có 20 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của M là

A. 20^4 .

B. A_{20}^4 .

C. A_{20}^2 .

D. C_{20}^{16} .

Lời giải.

Số cách chọn ra 4 phần tử từ tập 20 phần tử là $C_{20}^4 = C_{20}^{16}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 299. Trong hộp đựng 9 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu xanh. Số cách lấy ra 2 viên bi gồm một bi đỏ và một bi xanh?

A. C_9^2 .

B. C_6^2 .

C. $C_9^1 C_6^1$.

D. $C_1 5^2$.

Lời giải.

– Lấy một bi đỏ trong 9 viên có C_9^1 cách.

– Lấy một bi xanh trong 6 viên có C_6^1 cách.

Theo quy tắc nhân thì số cách chọn thỏa yêu cầu là $C_9^1 C_6^1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 300. Một tổ có 12 học sinh trong đó có 5 em nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó 3 học sinh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng 1 em nữ.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{7}{22}$.

D. $\frac{21}{44}$.

Lời giải.

— Để chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ tổ đó ta có C_{12}^3 cách, suy ra số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3$.

— Gọi A là biến cố “Chọn 3 học sinh trong đó có đúng 1 học sinh nữ”. Vậy $n(A) = C_5^2 \cdot C_7^1$.

— Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2 \cdot C_7^1}{C_{12}^3} = \frac{7}{22}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 301. Tìm số hạng không chứa x khi khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{n+4}$ biết $n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{A_{n+1}^3 - C_n^4}{A_n^4} = \frac{23}{24}$.

A. $C_9^6 \cdot 2^6$. B. $C_6^4 \cdot 2^4$. C. $C_9^3 \cdot 2^3$. D. $C_6^2 \cdot 2^2$.

Lời giải.

— Điều kiện $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 4$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } \frac{A_{n+1}^3 - C_n^4}{A_n^4} = \frac{23}{24} &\Leftrightarrow A_{n+1}^3 - C_n^4 = \frac{23}{24} A_n^4 \\ &\Leftrightarrow \frac{(n+1)!}{(n-2)!} - \frac{n!}{4!(n-4)!} = \frac{23}{24} \cdot \frac{n!}{(n-4)!} \\ &\Leftrightarrow \frac{(n+1)n!}{(n-2)(n-3)(n-4)!} = \frac{n!}{24(n-4)!} + \frac{23}{24} \cdot \frac{n!}{(n-4)!} \\ &\Leftrightarrow \frac{n+1}{(n-2)(n-3)} = 1 \Leftrightarrow n^2 - 6n + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = 1 \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

— Với $n = 5$ thì $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^9$ có số hạng tổng quát là $C_9^k x^{9-k} \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k 2^k x^{9-3k}$.

— Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

— Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_9^3 \cdot 2^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 302. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số phân biệt được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy một số ngẫu nhiên thuộc S . Tính xác suất để lấy được số chẵn và trong mỗi số đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5.

A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{11}{70}$. C. $\frac{4}{45}$. D. $\frac{16}{105}$.

Lời giải.

Gọi số có bốn chữ số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$. Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 6 \cdot A_6^3 = 720$.

Gọi A là biến cố: “lấy được số chẵn và trong đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5”.

- Nếu a_1 bất kì.

Chọn cặp số $(a_2; a_3)$ có tổng là 5 có 3 cách $(1; 4), (0; 5), (2; 3)$.

Hoán vị $a_2; a_3$ có 2 cách.

Mỗi cách chọn cặp $(a_2; a_3)$ là giảm đi một chữ số chẵn, do đó số cách chọn a_4 là 3.

Số cách chọn a_1 là 4 cách.

Do đó ta có số cách chọn là $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 72$ cách.

- Nếu $a_1 = 0$.

Chọn cặp số $(a_2; a_3)$ có 2 cách $(2; 3), (1; 4)$.

Hoán vị a_2, a_3 có 2 cách.

Mỗi cách chọn cặp $(a_2; a_3)$ làm giảm đi một chữ số chẵn, do đó có 2 cách chọn a_4 .

Số chữ số trong trường hợp $a_1 = 0$ là $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cách.

Do đó số chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $n(A) = 72 - 8 = 64$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{64}{720} = \frac{4}{45}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 303. Cho đa giác đều $2n$ đỉnh ($n > 2, n \in \mathbb{N}$). Tìm n biết số hình chữ nhật tạo ra từ bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45.

A. $n = 12$. B. $n = 10$. C. $n = 9$. D. $n = 45$.

Lời giải.

Số đường chéo đi qua tâm của đa giác đó là n . Do đó số hình chữ nhật là C_n^2 .

Theo giả thiết ta có $C_n^2 = 45 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 45 \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n = 10$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 304. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$, với $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sao cho $a < b < c$.

A. 120.

B. 30.

C. 40.

D. 20.

Lời giải.

Trường hợp $a = 1$: Nếu $b = 2$ thì c có 4 cách chọn; Nếu $b = 3$ thì c có 3 cách chọn; Nếu $b = 4$ thì c có 2 cách chọn; Nếu $b = 5$ thì c có 1 cách chọn. Như vậy, trường hợp này có $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ số.

Trường hợp $a = 2$: Tương tự ta cũng đếm được $3 + 2 + 1 = 6$ số.

Trường hợp $a = 3$: Ta đếm được $2 + 1 = 3$ số.

Trường hợp $a = 4$: Ta đếm được 1 số.

Tổng cộng có 20 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 305. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó 2 học sinh nam?

A. $C_6^2 + C_9^4$.B. $C_6^2 \cdot C_9^4$.C. $A_6^2 \cdot A_9^4$.D. $C_9^2 \cdot C_6^4$.**Lời giải.**

Chọn 2 nam từ 6 nam: có C_6^2 cách.

Chọn 4 nữ từ 9 nữ: có C_9^4 cách.

Vậy có tất cả $C_6^2 \cdot C_9^4$ cách chọn 6 học sinh đi lao động thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 306. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau?

A. 160.

B. 156.

C. 752.

D. 240.

Lời giải.

Gọi $n = \overline{abcd}$ là số cần lập.

Cách 1:

Ta có: n chẵn nên $d \in \{0; 2; 4\}$.

— TH1: $d = 0$ nên d có 1 cách chọn.

$a \neq 0$ nên a có 5 cách chọn.

$b \neq a, b \neq d$ nên b có 4 cách chọn.

$c \neq a, c \neq b, c \neq d$ nên c có 3 cách chọn.

Suy ra TH1 có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số.

— TH2: $d \in \{2; 4\}$ nên d có 2 cách chọn.

$a \neq 0, a \neq d$ nên a có 4 cách chọn.

$b \neq a, b \neq d$ nên b có 4 cách chọn.

$c \neq a, c \neq b, c \neq d$ nên c có 3 cách chọn.

Do đó, TH2 có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2:

Nếu kể cả trường hợp $a = 0$ thì d có 3 cách chọn, còn các chữ số còn lại trong số có A_5^3 cách chọn.

Do đó, trường hợp này có $3 \cdot A_5^3$ số.

Riêng trường hợp số có dạng $0\overline{bcd}$ thì d có 2 cách chọn và các chữ số còn lại có A_4^2 cách chọn. Khi

đó, số các số có dạng $\overline{0bcd}$ là $2 \cdot A_4^2$.

Vậy có tất cả $3 \cdot A_5^3 - 2 \cdot A_4^2 = 156$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Câu 307. Cho tập hợp M có 20 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

A. C_{20}^5 .

B. $5!$.

C. A_{20}^5 .

D. 20^5 .

Lời giải.

Mỗi tập con gồm 5 phần tử của M là một tổ hợp chập 5 của 20 nên số tập con gồm 5 phần tử của M là C_{20}^5 .

Chọn đáp án (A) □

Câu 308. Có bao nhiêu số tự nhiên có dạng $\overline{abc}$ với $a < b < c$ và a, b, c thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$?

A. 210.

B. 20.

C. 35.

D. 120.

Lời giải.

Lấy ba số trong các số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ ta được một số thỏa mãn điều kiện đề bài.

Vậy có $C_6^3 = 20$ số.

Chọn đáp án (B) □

Câu 309. Cho $P(x) = (1 + 3x + x^2)^{20}$. Khai triển $P(x)$ thành đa thức ta được $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{40}x^{40}$. Tính $S = a_1 + 2a_2 + \dots + 40a_{40}$.

A. $S = 20 \cdot 5^{19}$.

B. $S = 20 \cdot 5^{21}$.

C. $S = -20 \cdot 5^{19}$.

D. $S = 20 \cdot 5^{20}$.

Lời giải.

Đạo hàm hai vế $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{40}x^{40} = (1 + 3x + x^2)^{20}$ ta được

$$a_1 + 2a_2x + \dots + 40a_{40}x^{39} = 20(3 + 2x)(1 + 3x + x^2)^{19}.$$

Thay $x = 1$, ta có $S = 20(3 + 2)(1 + 3 + 1)^{19} = 20 \cdot 5^{20}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 310. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

A. 60.

B. 10.

C. 120.

D. 125.

Lời giải.

Số các số được tạo thành là $A_5^3 = 60$ số.

Chọn đáp án (A) □

Câu 311. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp.

Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

A. $\frac{16}{33}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{11}$.

D. $\frac{10}{33}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{11}^4 = 330$. Gọi A : "tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ". Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng của 4 số là một số lẻ ta có 2 trường hợp.

— Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^1 \cdot C_5^3 = 60$ cách.

— Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3 \cdot C_5^1 = 100$ cách.

Do đó $n(A) = 60 + 100 = 160$. Vậy $P(A) = \frac{160}{330} = \frac{16}{33}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 312. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niu tơn của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$ (với $x \neq 0$), biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

A. $\frac{297}{512}$.

B. $\frac{29}{51}$.

C. $\frac{97}{12}$.

D. $\frac{279}{215}$.

Lời giải.

Ta có

$$C_n^3 + A_n^2 = 50 \quad (n \geq 3, n \in \mathbb{N}) \Rightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + \frac{n(n-1)}{1} = 50 \Leftrightarrow n^3 + 3n^2 - 4n - 300 = 0 \Leftrightarrow n = 6.$$

Khi đó

$$\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n} = \left(\frac{3}{x} + \frac{x}{2}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^{12-k} \cdot 2^{-k} \cdot x^{2k-12}.$$

Số hạng chứa x^8 ứng với $k = 10$ nên hệ số của x^8 là: $C_{12}^{10} \cdot 3^2 \cdot 2^{-10} = \frac{297}{512}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 313. Giả sử $(1+x)(1+x+x^2)\dots(1+x+x^2+\dots+x^n) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$.

Tính $\sum_{r=0}^m a_r$.

A. 1.

B. n .

C. $(n+1)!$.

D. $n!$.

Lời giải.

Ta có $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m = (1+x)(1+x+x^2)\dots(1+x+x^2+\dots+x^n)$.

Cho $x = 1 \Rightarrow \sum_{r=0}^m a_r = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_m = 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n+1) = (n+1)!$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 314. Biết rằng khi khai triển nhị thức Niuton

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n = a_0 \cdot \sqrt{x}^n + a_1 \cdot \sqrt{x}^{n-1} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{x}} + a_2 \cdot \sqrt{x}^{n-2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^2 + a_3 \cdot \sqrt{x}^{n-3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^3 + \dots$$

(với n là số nguyên lớn hơn 1) thì ba số a_0, a_1, a_2 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Hỏi trong khai triển trên, có bao nhiêu số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có ba số $a_0 = 1, a_1 = \frac{1}{2}C_n^1, a_2 = \frac{1}{2^2}C_n^2$ lập thành một cấp số cộng nên:

$$1 + \frac{1}{2^2}C_n^2 = C_n^1 \Leftrightarrow 1 + \frac{n(n-1)}{8} = n \Leftrightarrow n^2 - 9n + 8 = 0 \Leftrightarrow n = 8.$$

Vậy số hạng tổng quát có dạng

$$T_k = C_8^k \sqrt{x}^k \frac{1}{2^{8-k} \sqrt[4]{x}^{8-k}} = \frac{C_8^k}{2^{8-k}} x^{\frac{k}{2} - \frac{8-k}{4}} = \frac{C_8^k}{2^{8-k}} x^{\frac{3k-8}{4}} \quad (k = 0, 1, \dots, 8).$$

Ta có $\frac{3k-8}{4} = \frac{3k}{4} - 2$ là số nguyên khi và chỉ khi $3k : 4 \Rightarrow k : 4 \Rightarrow k \in \{0; 4; 8\}$. Vậy có ba số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

Chọn đáp án **C** □

Câu 315. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$. Xác định hệ số chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$.

A. 8064.

B. 3360.

C. 8440.

D. 6840.

Lời giải.

$C_n^1 + C_n^2 = 55 \Leftrightarrow n + \frac{n(n+1)}{2} = 55 \Leftrightarrow n = 10$ (do n nguyên dương). Xét biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{3(10-k)} 2^k x^{-2k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k x^{30-5k}$. Số hạng chứa x^5 ứng với k thỏa mãn $30-5k = 5$, hay $k = 5$. Hệ số cần tìm là $C_{10}^5 2^5 = 8064$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 316. Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Nhà trường định thưởng sách cho 15 học sinh đạt kết quả cao nhất trong kỳ thi thử của trường, mỗi học sinh được thưởng 2 cuốn sách khác loại. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách?

A. $C_{15}^7 C_9^3$.B. $C_{15}^6 C_9^4$.C. $C_{15}^3 C_9^4$.D. C_{30}^2 .

Lời giải.

Chọn 10 trong số 15 học sinh để tặng 10 cuốn sách toán trước, có C_{15}^{10} cách. 5 người còn lại, mỗi người (bắt buộc phải) nhận 1 sách lý và 1 sách hóa. Còn lại 6 sách lý và 4 sách hóa để trao cho 10 người đầu tiên (mỗi người đã có 1 sách toán), số cách trao là C_{10}^6 . Vì vậy, đáp số bài toán là $C_{15}^{10} C_{10}^6 = C_{15}^6 C_9^4$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 317. Lớp 12A2 có 10 học sinh giỏi, trong đó có 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra 3 học sinh đi dự hội nghị "Đổi mới phương pháp dạy và học" của nhà trường. Giả sử tất cả các học sinh đó đều xứng đáng được đi dự đại hội như nhau. Tính xác suất để có đúng hai học sinh nam và một học sinh nữ được chọn.

A. $\frac{2}{5}$.B. $\frac{1}{3}$.C. $\frac{2}{3}$.D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh trong 10 học sinh là C_{10}^3 .

Số cách chọn 3 học sinh trong đó có 2 nam và 1 nữ là $C_6^2 \cdot C_4^1$.

Xác suất để có 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ được chọn là $P = \frac{C_6^2 \cdot C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 318. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2 .B. A_{38}^2 .C. $C_{20}^2 C_{18}^1$.D. $C_{20}^1 C_{18}^1$.

Lời giải.

Chọn một nam trong 20 nam có C_{20}^1 cách chọn.

Chọn một nữ trong 18 nữ có C_{18}^1 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{20}^1 C_{18}^1$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 319. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài?

A. 120.

B. 5.

C. 20.

D. 25.

Lời giải.

Số cách xếp 5 người vào một bàn dài là $P_5 = 5! = 120$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 320. Gọi P là tích của tất cả các giá trị nguyên dương của n thỏa mãn: $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$.
Tính P .

A. $P = 5$.

B. $P = 6$.

C. $P = 30$.

D. $P = 360$.

Lời giải.

- Điều kiện: $n \geq 2$.

- Phương trình tương đương với

$$\frac{n!}{(n-2)!} - 3 \frac{n!}{(n-2)!2!} = 15 - 10n$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 11n + 30 = 0.$$

Vậy $P = n_1 \cdot n_2 = 30$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 321. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{23}{25}$.

C. $\frac{2}{25}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 100$.

Biến cố A : chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

- Trường hợp $\overline{1b2}$: có 4 số.

- Trường hợp $\overline{2b4}$: có 4 số.

Suy ra $n(A) = 8$, từ đó suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 322. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}$, ($x \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$).

A. $2^7 C_{21}^7$.

B. $2^8 C_{21}^8$.

C. $-2^8 C_{21}^8$.

D. $-2^7 C_{21}^7$.

Câu 323. Tổng $T = C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + C_{2017}^5 + \dots + C_{2017}^{2017}$ bằng

A. $2^{2017} - 1$.

B. 2^{2016} .

C. 2^{2017} .

D. $2^{2016} - 1$.

Câu 324. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15.

B. 4096.

C. 360.

D. 720.

Câu 325. Biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $(2 - x)^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) bằng 60. Tìm n .

A. $n = 5$.

B. $n = 6$.

C. $n = 7$.

D. $n = 8$.

Câu 326. Cho tập A gồm n điểm phân biệt trên mặt phẳng sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Tìm n sao cho số tam giác mà 3 đỉnh thuộc A gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ 2 điểm thuộc A .

A. $n = 6$.

B. $n = 12$.

C. $n = 8$.

D. $n = 15$.

Câu 327. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

- A. $\frac{4615}{5236}$. B. $\frac{4651}{5236}$. C. $\frac{4615}{5263}$. D. $\frac{4610}{5236}$.

Câu 328. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

- A. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$. B. $0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$. C. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$. D. $1 - 0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$.

Câu 329. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

- A. 5!. B. C_9^5 . C. A_9^5 . D. 9^5 .

Lời giải.

Lấy một số tự nhiên số có 5 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số khác 0 là một chỉnh hợp chập 5 từ 9 phần tử. Nên chọn A_9^5 .

Chọn đáp án **C** □

Câu 330. Hệ số của x^3 trong khai triển $(x-2)^8$ bằng

- A. $C_8^3 \cdot 2^3$. B. $-C_8^3 \cdot 2^3$. C. $-C_8^5 \cdot 2^5$. D. $C_8^5 \cdot 2^5$.

Lời giải.

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $(x-2)^8$ là $T_{k+1} = C_8^k x^{8-k} (-2)^k$. Hệ số của x^3 ứng với $3 = 8 - k \Rightarrow k = 5$. Thay $k = 5$ vào số hạng thứ T_{k+1} ta được hệ số của x^3 là $-C_8^5 \cdot 2^5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 331. Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 4 học sinh tên Anh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng bằng

- A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{1}{130}$. D. $\frac{1}{75}$.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh trong 4 học sinh tên Anh là $C_4^2 = 6$.

Số cách chọn 2 học sinh trong 40 học sinh của lớp là $C_{40}^2 = 780$.

Xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng là $\frac{6}{780} = \frac{1}{130}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 332. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1+x+x^2+x^3)^{10}$

- A. 252. B. 582. C. 1902. D. 7752.

Lời giải.

Ta có $(1+x+x^2+x^3)^{10} = [(1+x) + x^2(1+x)]^{10} = (1+x)^{10} (1+x^2)^{10}$.

Khai triển

$$(1+x)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1 x + C_{10}^2 x^2 + C_{10}^3 x^3 + C_{10}^4 x^4 + C_{10}^5 x^5 + \dots + C_{10}^{10} x^{10}.$$

$$(1+x^2)^{10} = C_{10}^0 + C_{10}^1 x^2 + C_{10}^2 x^4 + C_{10}^3 x^6 + \dots + C_{10}^{10} x^{20}.$$

Vậy hệ số của số hạng tử có chứa x^5 là $C_{10}^0 C_{10}^5 + C_{10}^1 C_{10}^3 + C_{10}^2 C_{10}^1 = 1902$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 333. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác nhau chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần?

- A. 151200. B. 84600. C. 786240. D. 907200.

Lời giải.

Có C_5^3 cách sắp xếp ba chữ số 0. Sau khi sắp xếp ba chữ số 0, có A_9^5 cách chọn các chữ số còn lại. Vậy có $C_5^3 \cdot A_9^5 = 151200$ số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 334. Cho đa thức $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .

A. 720.

B. 715.

C. 700.

D. 730.

Lời giải.

Ta có $(1+x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + \dots + x^nC_n^n$.

$\Rightarrow$ hệ số của x^k là C_n^k .

Do đó hệ số của x^8 trong khai triển $P(x)$ là $C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 335. Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

A. $\frac{3}{115}$.

B. $\frac{7}{920}$.

C. $\frac{27}{92}$.

D. $\frac{9}{92}$.

Lời giải.

Chọn 3 đoàn viên trong 25 đoàn viên có $n(\Omega) = C_{25}^3$ cách.

Gọi A: “trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ”

Khi đó $n(A) = C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{92}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 336. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người bắn một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Gọi A: “Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia”.

B: “Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia”.

Xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia là $P(AB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Xác suất để ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia là $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 337. Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

B. $A_n^k = n!C_n^k$.

C. $A_n^k = k!C_n^k$.

D. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Lời giải.

Ta có $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n!}{(n-k)! [n - (n-k)]!}$ và $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Do đó, mệnh đề sai là $A_n^k = n!C_n^k$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 338. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.Gọi A là biến cố được mặt b chấm để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.Phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{2} \\ b > 2\sqrt{2} \end{cases}$.Mà $b \in \Omega$ nên $b \in \{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(A) = 4$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 339.** Cho khai triển $(3 - 2x + x^2)^9 = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + \dots + a_{18}$. Giá trị a_{15} bằng

A. 218700.

B. 489888.

C. -804816.

D. -174960.

Lời giải.

Ta có:

$$(3 - 2x + x^2)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^{18-2k} \cdot (3 - 2x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^{18-2k} \sum_{i=0}^k C_k^i \cdot 3^{k-i} (-2x)^i \quad (0 \leq i \leq k \leq 9).$$

Giá trị a_{15} ứng với: $18 - 2k + i = 3 \Rightarrow \begin{cases} i = 1 \\ k = 8 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} i = 3 \\ k = 9 \end{cases}$.

Vậy $a_{15} = C_9^8 \cdot C_8^1 \cdot 3^7 \cdot (-2)^1 + C_9^9 \cdot C_9^3 \cdot 3^6 \cdot (-2)^3 = -804816$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 340.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0; 10)$, $N(100; 10)$, $P(100; 0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong và kể cả trên cạnh của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên 1 điểm $A(x; y) \in S$. Tính xác suất để $x + y \leq 90$.

A. $\frac{169}{200}$.

B. $\frac{845}{1111}$.

C. $\frac{86}{101}$.

D. $\frac{473}{500}$.

Lời giải.Tập hợp S gồm có $11 \cdot 101 = 1111$ điểm.Ta xét $S' = \{(x; y) : x + y > 90\}$ với $0 \leq x \leq 100$ và $0 \leq y \leq 10$.Khi $y = 0 \Rightarrow x > 90 \Rightarrow x \in \{91, 92, \dots, 100\} \Rightarrow$ có 10 giá trị của x .Khi $y = 1 \Rightarrow x > 89 \Rightarrow x \in \{90, 91, \dots, 100\} \Rightarrow$ có 11 giá trị của x .

...

Khi $y = 10 \Rightarrow x > 80 \Rightarrow x \in \{81, 82, \dots, 100\} \Rightarrow$ có 20 giá trị của x .Suy ra S' có 165 phần tử. Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{1111 - 165}{1111} = \frac{86}{101}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 341.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn phương trình: $3C_n^2 + 2A_n^2 = 3n^2 + 15$. Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(2x^3 - \frac{3}{x^2}\right)^n$ bằng

A. -1088640.

B. 1088640.

C. -210.

D. 210.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
3C_n^2 + 2A_n^2 &= 3n^2 + 15 \\
\Leftrightarrow \frac{3 \cdot n!}{2!(n-2)!} + \frac{2 \cdot n!}{(n-2)!} &= 3n^2 + 15 \\
\Leftrightarrow 3n(n-1) + 4n(n-1) &= 6n^2 + 30 \\
\Leftrightarrow n^2 - 7n - 30 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10(n) \\ n = -3(l) \end{cases}
\end{aligned}$$

Số hạng tổng quát trong khai triển là

$$C_{10}^k (2x^3)^k \left(-\frac{3}{x^2}\right)^{10-k} = C_{10}^k 2^k \cdot (-3)^{10-k} \cdot x^{3k-20+2k} = C_{10}^k 2^k \cdot (-3)^{10-k} x^{5k-20}.$$

Số hạng chứa x^{10} trong khai triển ứng với $5k - 20 = 10 \Leftrightarrow k = 6$.

Ta có hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển là $C_{10}^6 2^6 \cdot (-3)^4 = 1088640$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 342. Từ một hộp chứa 17 thẻ được đánh số từ 1 đến 17, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn.

A. $\frac{1}{34}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{9}{170}$.

D. $\frac{1}{26}$.

Lời giải.

Không gian mẫu Ω là tập hợp các kết quả có thể xảy ra của phép thử chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Ta có $n(\Omega) = C_{17}^4$.

Gọi A là biến cố chọn 4 được thẻ đánh số chẵn. Ta có $n(A) = C_8^4$.

Khi đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{34}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 343. Từ một nhóm học sinh có 5 nam và 4 nữ cần chọn ra một đội văn nghệ có 4 người trong đó có cả nam và nữ. Số cách chọn là

A. 120.

B. 126.

C. 3024.

D. 30.

Lời giải.

Số cách chọn 4 người toàn nam hoặc toàn nữ có $C_5^4 + C_4^4 = 6$ cách.

Số cách chọn 4 người tùy ý có $C_9^4 = 126$.

Số cách chọn 4 người trong đó có cả nam và nữ là $126 - 6 = 120$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 344. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

A. 648.

B. 1000.

C. 729.

D. 720.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc}$ ($a \neq 0$; $a; b; c$ đôi một khác nhau)

$\Rightarrow$ Có $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ số có ba chữ số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 345. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810.

B. -240.

C. 810.

D. 240.

Lời giải.

Ta có $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (3x^3)^{5-k} \cdot (-2x^{-2})^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot (-2)^k \cdot x^{15-5k}$.

Tìm k sao cho $15 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_5^1 \cdot 3^4 \cdot (-2) = -810$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 346. Cho tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số các tập con của tập X ; có chứa chữ số 0 là

A. 512.

B. 1024.

C. 1023.

D. 511.

Lời giải.

Số các tập con của tập X là 2^{10} , trong đó số các tập con của X mà không chứa chữ số 0 là 2^9 .

Vậy số các tập con của X có chứa chữ số 0 là $2^{10} - 2^9 = 512$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 347. Sắp xếp 12 học sinh của lớp 12A gồm có 6 học sinh nam và 6 học sinh nữ vào một bàn dài gồm có hai dãy ghế đối diện nhau (mỗi dãy gồm có 6 chiếc ghế) để thảo luận nhóm. Tính xác suất để hai học sinh ngồi đối diện nhau và cạnh nhau luôn khác giới.

A. $\frac{9}{4158}$.

B. $\frac{9}{8316}$.

C. $\frac{9}{299760}$.

D. $\frac{9}{5987520}$.

Lời giải.

Không gian mẫu: Sắp xếp 12 học sinh vào 12 ghế, ta có: $n(\Omega) = 12!$

Biến cố A sắp 6 học sinh nam vào các ô có đánh dấu $\times$ như hình vẽ và 6 ghế còn lại dành cho 6 học sinh nữ và ngược lại.

Vậy ta có: $n(A) = 2 \cdot 6! \cdot 6!$

$\times$		$\times$		$\times$	
	$\times$		$\times$		$\times$

Vậy xác suất để sắp xếp 12 học sinh vào bàn học sao cho hai học sinh ngồi đối diện nhau và cạnh nhau luôn khác giới là:

$$P(A) = \frac{2 \cdot 6! \cdot 6!}{12!} = \frac{9}{4158}.$$

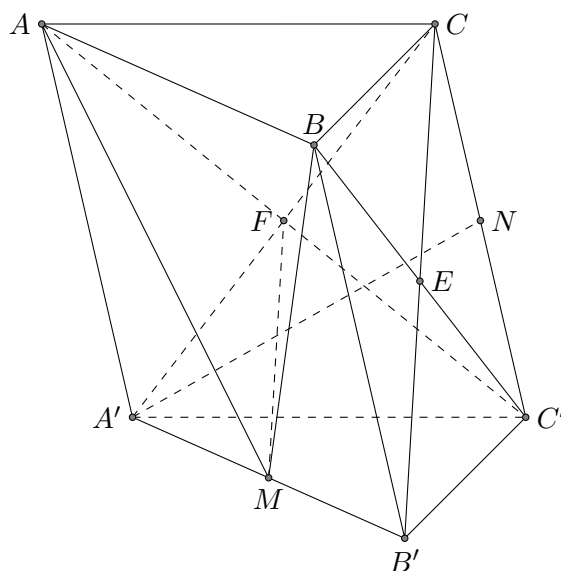
Chọn đáp án **A**

□

Câu 348. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC' . Khi đó CB' song song với

A. AM .B. $(BC'M)$.C. $A'N$.D. $(AC'M)$.

Lời giải.



Ta có $\begin{cases} A, M, B' \in (ABB'A') \\ C \notin (ABB'A') \end{cases}$ nên CB' và AM chéo nhau.

Ta có $CB' \cap BC' = E$ nên CB' cắt $(BC'M)$.

Ta có $\begin{cases} C, B', N \in (BCC'B') \\ A' \notin (BCC'B') \end{cases}$ nên CB' và $A'N$ chéo nhau.

Ta có $AC' \cap A'C = F \Rightarrow F$ là trung điểm của $A'C$.

Trong $\triangle A'B'C$ có MF là đường trung bình nên $MF \parallel CB'$.

Mà $MF \subset (AC'M)$. Vậy $CB' \parallel (AC'M)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 349. Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Lời giải.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 350. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số $1, 2, 3, \dots, 9$. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số chẵn.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{13}{18}$.

Lời giải.

Chọn 2 thẻ trong 9 thẻ có $C_9^2 = 36$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố cả hai thẻ được rút ra đều là số lẻ.

Chọn 2 thẻ số lẻ trong 5 thẻ số lẻ có $C_5^2 = 10$. Suy ra $n(A) = 10$.

Gọi B là biến cố thỏa yêu cầu bài toán. Khi đó $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{10}{36} = \frac{13}{18}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 351. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

A. $n = 10$.

B. $n = 5$.

C. $n = 9$.

D. $n = 11$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (1+x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 + C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^2 x^2 + C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1} \\ (1-x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 - C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^2 x^2 - C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} - C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1} \end{cases}$

Suy ra $(1+x)^{2n+1} - (1-x)^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1})$.

Cho $x = 1$ ta được $2^{2n+1} - 0 = 2(C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}) \Leftrightarrow 4^n = 4^5 \Leftrightarrow n = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 352. Trong một lớp có n học sinh gồm 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh cùng $n-3$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n , mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh là $\frac{13}{675}$. Khi đó n thỏa mãn

A. $n \in [35; 39]$.

B. $n \in [40; 45]$.

C. $n \in [30; 34]$.

D. $n \in [25; 29]$.

Lời giải.

Số cách sắp xếp tùy ý n học sinh vào n chỗ là $n!$ (cách xếp).

Giả sử số ghế của 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh lần lượt là a, b, c .

Khi đó ta có $b = \frac{a+c}{2}$ hay $2b = a+c$.

Do đó a, c phải cùng tính chẵn lẻ.

TH 1. Nếu $n = 2m$ (n là số chẵn).

Nếu a, c cùng chẵn hoặc cùng lẻ thì Chuyên và Tĩnh có $A_{\frac{n}{2}}^2$ cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(n-3)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

Do đó ta có $\frac{2(n-3)!A_{\frac{n}{2}}^2}{n!} = \frac{13}{675} \Leftrightarrow m = \frac{701}{52}$ (loại).

TH 2. $n = 2m+1$ (n là số lẻ).

— Nếu a, c chẵn thì Chuyên và Tĩnh có A_m^2 cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(2m-2)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

— Nếu a, c lẻ thì Chuyên và Tĩnh có A_{m+1}^2 cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(2m-2)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

Khi đó

$$\frac{(2m-2)!(A_m^2 + A_{m+1}^2)}{(2m+1)!} = \frac{13}{675} \Leftrightarrow \frac{m(m-1) + m(m+1)}{(2m+1)2m(2m-1)} \Leftrightarrow m = 13 \Leftrightarrow n = 27.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 353. Tìm hệ số x^7 khi khai triển $P(x) = (1+x)^{20}$.

A. A_{20}^7 .

B. P_7 .

C. C_{20}^7 .

D. A_{20}^{13} .

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{20}^k x^k$. Do đó hệ số của x^7 là C_{20}^7 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 354. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 9n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. n chia hết cho 7.

B. n chia hết cho 5.

C. n chia hết cho 2.

D. n chia hết cho 3.

Lời giải.

Ta có $C_n^2 + A_n^2 = 9n \Leftrightarrow n = 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 355. Có bao nhiêu số nguyên dương n sao cho

$$S = 2 + (C_1^0 + C_2^0 + \dots + C_n^0) + (C_1^1 + C_2^1 + \dots + C_n^1) + \dots + (C_{n-1}^{n-1} + C_n^{n-1}) + C_n^n$$

là một số có 1000 chữ số?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $C_k^0 + C_k^1 + \dots + C_k^k = (1+1)^k = 2^k$. Do đó

$$S = 1 + (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n) = 2^{n+1}.$$

S có 1000 chữ số khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} 10^{999} < S < 10^{1000} &\Leftrightarrow 999 \cdot \log_2 10 < n+1 < 1000 \cdot \log_2 10 \\ &\Rightarrow 3319 \leq n+1 \leq 3321 \Leftrightarrow 3318 \leq n \leq 3320. \end{aligned}$$

Vậy có ba số nguyên dương n thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 356. Trước kì thi học kì hai lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVE A giao cho học sinh đề cương ôn tập gồm có $2n$ bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kì của lớp FIVE A sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số $2n$ bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại.

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{3}$.C. $\frac{2}{3}$.D. $\frac{3}{4}$.**Lời giải.**

Gọi B là biến cố "Học sinh TWO làm đúng 2 trong 3 bài toán thi".

Gọi C là biến cố "Học sinh TWO làm đúng cả 3 bài toán thi".

Gọi A là biến cố "Học sinh TWO không phải thi lại".

Ta có $A = B \cup C$ và B, C là hai biến cố xung khắc.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{2n}^3$.

— Xét biến cố B .

— Chọn 2 bài trong n bài học sinh TWO làm được là C_n^2 .

— Chọn 1 bài trong n bài học sinh TWO làm được là C_n^1 .

$$\text{Từ đó suy ra } P(B) = \frac{C_n^2 \cdot C_n^1}{C_{2n}^3}.$$

— Tương tự với biến cố C ta được $P(C) = \frac{C_n^3}{C_{2n}^3}$.

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) + P(C) = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 357. Từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

A. $P = \frac{4}{85}$.B. $P = \frac{4}{135}$.C. $P = \frac{3}{20}$.D. $P = \frac{5}{158}$.**Lời giải.**

— Số các số gồm 6 chữ số khác nhau từ tập hợp $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$:

Chọn $a_1 \neq 0$ có 6 cách, sắp xếp các số còn lại có A_6^5 cách nên có tổng số $6 \cdot A_6^5 = 4320$ số.

— Số các số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$:

Ta có $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 3(a_1 + a_2)$ là số chia hết cho 3.

Mà $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ là số chia hết cho 3 nên chữ số không xuất hiện trong số được lập phải là số chia hết cho 3.

Trường hợp 1: Chữ số 0 không có mặt trong số được lập.

Ta có $\{a_1, a_2, \dots, a_6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Khi đó $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$ nên $\{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}\} = \{\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}\}$.

Có 3! cách xếp các cặp $\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}$ vào các vị trí của các cặp $\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}$, trong mỗi cặp vị trí lại có 2 cách xếp nên có $3! \cdot 2^3 = 48$ số.

Trường hợp 2: Chữ số 3 không có mặt trong số được lập.

Ta có $\{a_1; a_2; \dots, a_6\} = \{0; 1; 2; 4; 5; 6\}$.

Khi đó $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$ nên $\{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}\} = \{\{0, 6\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}\}$.

Tương tự như trên nếu coi chữ số 0 như các chữ số khác, ta có 48 cách.

Nhưng cần loại các số có số 0 đứng đầu, có dạng $\overline{06a_3a_4a_5a_6}$. Lý luận tương tự, có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ số như thế.

Suy ra trường hợp này, ta có $48 - 8 = 40$ số.

Trường hợp 3: Chữ số 6 không có mặt trong số được lập. Ta có $\{a_1; a_2; \dots; a_6\} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Tương tự như trường hợp 2, ta có $48 - 8 = 40$ số.

Vậy có $48 + 40 + 40 = 128$ số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

Xác suất cần tìm là $p = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 358. Cho tập hợp $M = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M không chứa phần tử 1 là

A. 9^2 .

B. A_9^1 .

C. C_{10}^2 .

D. C_9^2 .

Lời giải.

Số tập con gồm 2 phần tử của M không chứa 1 là số cách lấy 2 phần tử khác 1 từ 10 phần tử của M . Vậy số tập hợp con là C_9^2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 359. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra khác màu bằng:

A. $\frac{8}{11}$.

B. $\frac{5}{22}$.

C. $\frac{6}{11}$.

D. $\frac{5}{11}$.

Lời giải.

— Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp chứa 11 quả cầu nên ta có không gian mẫu: $|\Omega| = C_{11}^2 = 55$.

— Gọi A là biến cố “2 quả cầu chọn ra khác màu”.

— Chọn 1 quả cầu màu xanh có C_5^1 cách.

— Chọn 1 quả cầu màu đỏ có C_6^1 cách.

Suy ra số cách chọn của biến cố A là $|\Omega_A| = C_5^1 \cdot C_6^1 = 30$ cách.

— Xác suất để chọn 2 quả cầu khác màu $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{30}{55} = \frac{6}{11}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 360. Tìm hệ số không chứa x trong khai triển $(x^3 - \frac{2}{x})^n$, biết n là số nguyên dương thỏa $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$.

A. -112640 .

B. 112643 .

C. -112643 .

D. 112640 .

Lời giải.

Ta có $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(1!)(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 78 \Rightarrow n = 12$.

Số hạng tổng quát $C_{12}^k (x^3)^{12-k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = C_{12}^k \cdot (-2)^k \cdot x^{36-4k}$.

Theo giả thiết $x^{36-4k} = x^0 \Leftrightarrow k = 9$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_{12}^9 (-2)^9 = -112640$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 361. Có 5 học sinh lớp A, 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để xếp được 2 học sinh bất kì cạnh nhau và đối diện nhau khác lớp.

A. $\frac{2(5!)^2}{10!}$.

B. $\frac{2^5(5!)^2}{10!}$.

C. $\frac{5!}{10!}$.

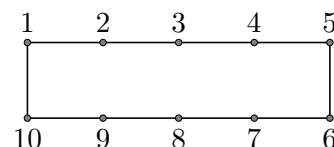
D. $\frac{(5!)^2}{10!}$.

Lời giải.

Ta đánh số các ghế như hình vẽ bên.

Không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Có hai phương án xếp thỏa yêu cầu bài toán.



— Phương án 1: Ghế lẻ xếp học sinh lớp A, ghế chẵn xếp học sinh lớp B khi đó 2 học sinh ngồi cạnh hoặc đối diện nhau khác lớp có $5!5!$ cách.

— Phương án 2: Đảo lại ghế lẻ xếp học sinh lớp B, ghế chẵn xếp học sinh lớp A khi đó cũng có $5!5!$ cách.

Suy ra số tổng số các phương án thỏa mãn là $2(5!5!)$ cách.

Vậy xác suất là $P = \frac{2(5!5!)}{10!} = \frac{2(5!)^2}{10!}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 362. Trận chung kết bóng đá phải phân định bằng loạt đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách được sắp xếp thứ tự 5 cầu thủ trong cầu thủ 11 để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội có bao nhiêu cách chọn.

A. 39916800.

B. 462.

C. 554400.

D. 120.

Lời giải.

Số cách chọn của huấn luyện viên mỗi đội là $A_{11}^5 = 554400$ cách.

Chọn đáp án **C** □

Câu 363. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{6}{119}$.

B. $\frac{90}{119}$.

C. $\frac{125}{7854}$.

D. $\frac{30}{119}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{35}^3 = 6545$.

Gọi A là biến cố trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ. Có hai trường hợp có thể xảy ra như sau:

TH1: Trong 3 đoàn viên được chọn ra có 1 nam và 2 nữ. Có $C_{15}^1 C_{20}^2 = 2850$ cách chọn.

TH2: Trong 3 đoàn viên được chọn ra có 2 nam và 1 nữ. Có $C_{15}^2 C_{20}^1 = 2100$ cách chọn.

Khi đó $n(A) = 2850 + 2100 = 4950$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4950}{6545} = \frac{90}{119}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 364. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(2x - 1)^n$.

A. -101376.

B. 25344.

C. 101376.

D. -25344.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 2$.

$$\text{Ta có } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow n = 12 \text{ hoặc } n = -13 \text{ (loại)}.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $(2x - 1)^{12}$ là $C_{12}^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{12-k} = (-1)^{12-k} \cdot 2^k \cdot C_{12}^k \cdot x^k$.

Hệ số của x^5 ứng với $k = 5$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $(2x - 1)^{12}$ bằng -101376.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 365. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên ra một số từ tập A . Tính xác suất để số chọn được chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

A. $\frac{409}{11250}$.

B. $\frac{2045}{13608}$.

C. $\frac{409}{90000}$.

D. $\frac{409}{3402}$.

Lời giải.

Ta có $n_{(\Omega)} = 9 \cdot 10^4$.

Gọi B là biến cố “ số chọn được chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

Số tự nhiên có 5 chữ số nhỏ nhất chia hết cho 11 là 10010.

Số tự nhiên có 5 chữ số lớn nhất chia hết cho 11 là 99990.

Ta có $10010 \leq 11k \leq 99990 \Rightarrow 910 \leq k \leq 9090$.

Để $\overline{abcde} = 11k$ có tận cùng là 2, 3, 5, 7. Thì k phải có tận cùng là 2, 3, 5, 7.

Mỗi bộ số $(910; \dots; 919), (920; \dots; 929), \dots, (9080; \dots; 9089)$ có 4 số thỏa mãn yêu cầu bài toán. Mà có 818 bộ.

Số 9090 không thỏa mãn bài toán $\Rightarrow n_B = 4 \cdot 818$.

$$\Rightarrow P(B) = \frac{4 \cdot 818}{9 \cdot 10^4} = \frac{409}{11250}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 366. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

A. $4!4!2^4$.

B. $4!4!$.

C. $4!2$.

D. $4!4!2$.

Lời giải.

Số cách xếp 4 bạn nam vào 4 ghế có số khác nhau là $4!2^4$ (vì ứng với mỗi số có 2 cách chọn ghế).

Số cách xếp 4 bạn nữ vào 4 ghế trống còn lại là $4!$.

Vậy có tất cả $4!4!2^4$ cách xếp.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 367. Có 5 học sinh không quen biết nhau cùng đến một cửa hàng kem có 6 quầy phục vụ. Xác suất để có 3 học sinh vào cùng một quầy và 2 học sinh còn lại vào cùng một quầy khác là

A. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{6^5}$.

B. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{6^5}$.

C. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{5^6}$.

D. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{5^6}$.

Lời giải.

Mỗi học sinh có 6 cách chọn vào 1 quầy, suy ra $n(\Omega) = 6^5$.

Gọi A là biến cố: "3 học sinh vào cùng một quầy và 2 học sinh còn lại vào cùng một quầy khác".

Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh để vào cùng một quầy là C_5^3 .

Số cách chọn 1 quầy từ 6 quầy để 3 học sinh trên cùng vào là C_6^1 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 368. Cho khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x + \frac{1}{2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} a_k \cdot x^k$, với $a_k \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a_{25} = 2^{25} C_{40}^{25}$.

B. $a_{25} = \frac{1}{2^{25}} C_{40}^{25}$.

C. $a_{25} = \frac{1}{2^{15}} C_{40}^{25}$.

D. $a_{25} = C_{40}^{25}$.

Lời giải.

Theo công thức khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có $a_k = C_{40}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{40-k}$.

$$\text{Suy ra } a_{25} = C_{40}^{25} \left(\frac{1}{2}\right)^{40-25} = \frac{1}{2^{15}} C_{40}^{25}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 369. Tung một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để kết quả của hai lần tung là hai số tự nhiên liên tiếp bằng

A. $\frac{5}{36}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{5}{72}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 6^2 = 36$. Gọi a, b ($1 \leq a < b \leq 6$) lần lượt là kết quả của lần tung thứ nhất và lần tung thứ hai. Số trường hợp xảy ra a, b là hai số tự nhiên liên tiếp là 5.

Trường hợp $a > b$ làm tương tự.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = \frac{5}{36} \cdot 2 = \frac{5}{18}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 370. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn $A_n^3 + 5A_n^2 = 2(n + 15)$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 371. Cho hai đường thẳng song song a và b . Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt; trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm trong các điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b . Tính xác suất để 3 điểm được chọn tạo thành một tam giác.

A. $\frac{5}{11}$.

B. $\frac{60}{169}$.

C. $\frac{2}{11}$.

D. $\frac{9}{11}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$.

Với mỗi điểm thuộc a ta có C_5^2 tam giác mà hai đỉnh còn lại nằm trên đường thẳng b .

Với mỗi điểm thuộc b ta có C_6^2 tam giác mà hai đỉnh còn lại nằm trên đường thẳng a .

Từ đó suy ra số tam giác tạo bởi 11 điểm đã cho là $6 \cdot C_5^2 + 5 \cdot C_6^2 = 135$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính là } P = \frac{135}{165} = \frac{9}{11}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 372. Ba người xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A_1, A_2, A_3 tương ứng là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để có ít nhất

một xạ thủ bắn trúng.

A. 0, 45.

B. 0, 21.

C. 0, 75.

D. 0, 94.

Lời giải.

Gọi B là biến cố "có ít nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu", khi đó $\overline{B}$ là biến cố cả 3 xạ thủ đều bắn không trúng mục tiêu. Do đó:

$$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 1 - 0,3 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,94$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 373. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất P để số được chọn chỉ chứa ba chữ số lẻ.

A. $P = \frac{23}{42}$.

B. $P = \frac{16}{42}$.

C. $P = \frac{16}{21}$.

D. $P = \frac{10}{21}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = A_9^6 = 60480$.

Biến cố số được chọn chỉ có ba chữ số lẻ có số phần tử $n(A) = C_5^3 \cdot C_4^3 \cdot P_6 = 28800$.

Từ đó suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{21}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 374. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2 + 1)^n(x + 2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 7$.

B. $n = 5$.

C. $n = 6$.

D. $n = 4$.

Lời giải.

Khai triển $(x^2 + 1)^n$ có số hạng thứ $k + 1$ là $T_{k+1} = C_n^k (x^2)^{n-k} = C_n^k x^{2n-2k}$.

Khai triển $(x + 2)^n$ có số hạng thứ $l + 1$ là $T_{l+1} = C_n^l x^{n-l} 2^l = C_n^l 2^l x^{n-l}$.

Suy ra $T_{k+1} T_{l+1} = C_n^k C_n^l 2^l x^{3n-(2k+l)}$.

Để $x^{3n-3} = x^{3n-(2k+l)}$ suy ra $2k + l = 3$, từ đó suy ra các cặp $(k; l)$ là $(0; 3), (1; 1)$.

Suy ra

$$a_{3n-3} = C_n^0 C_n^3 2^3 + C_n^1 C_n^1 2^1 = 26n \Leftrightarrow \frac{8(n-2)(n-1)n}{6} + 2n^2 = 26n$$

$$\Leftrightarrow 4n(n^2 - 3n + 2) + 6n^2 - 78n = 0 \Leftrightarrow 2n(2n^2 - 3n - 35) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (loại)} \\ n = 5 \\ n = -\frac{7}{2} \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Vậy $n = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 375. Gieo một đồng tiền cân đối, đồng chất liên tiếp hai lần. Tìm số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$.

A. $n(\Omega) = 4$.

B. $n(\Omega) = 2$.

C. $n(\Omega) = 8$.

D. $n(\Omega) = 1$.

Lời giải.

Lần một có 2 cách và lần hai cách. Vậy $n(\Omega) = 2 \cdot 2 = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 376. Giải bóng đá **V-league** 2018 có 14 đội tham dự, mỗi đội gặp nhau hai lượt (lượt đi và lượt về). Tổng số trận đấu của giải diễn ra là

A. 14!.

B. C_{14}^2 .C. $2A_{14}^2$.D. A_{14}^2 .

Lời giải.

Vì mỗi đội gặp nhau hai lượt (lượt đi và lượt về) nên mỗi trận đấu của giải là một chỉnh hợp chập 2 của 14 đội. Do đó, tổng số trận đấu của giải diễn ra là A_{14}^2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 377. Cho n là số nguyên dương và a, b là các số thực ($a > 0$). Biết trong khai triển $\left(a - \frac{b}{\sqrt{a}}\right)^n$ có số hạng chứa a^9b^4 . Số hạng có số mũ của a và b bằng nhau trong khai triển $\left(a - \frac{b}{\sqrt{a}}\right)^n$ là

A. $6006a^5b^5$.B. $5005a^8b^8$.C. $3003a^5b^5$.D. $5005a^6b^6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(a - \frac{b}{\sqrt{a}}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} \left(-\frac{b}{\sqrt{a}}\right)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k a^{n-\frac{3k}{2}} b^k.$$

Khai triển trên có số hạng chứa a^9b^4 nên cho $k = 4$ và $n - \frac{3k}{2} = 9 \Rightarrow n = 15$.

Số hạng có số mũ của a và b bằng nhau khi $15 - \frac{3k}{2} = k \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy số hạng cần tìm là $C_{15}^6 (-1)^6 a^6 b^6 = 5005a^6b^6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 378. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y - 6z + 18 = 0$ và điểm $M(1; 1; 2) \in (\alpha)$. Đường thẳng d đi qua M nằm trong (α) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho dây cung AB có độ dài nhỏ nhất. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (2; -1; -1)$.B. $\vec{u}_3 = (1; 1; -2)$.C. $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$.D. $\vec{u}_4 = (0; 1; -1)$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(4; 3; 3)$ và bán kính $R = 4$.

Vì $d(I, (\alpha)) = 2\sqrt{3} < R$ và $IM = \sqrt{14} < R$ nên mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) và điểm M nằm bên trong hình cầu (S) .

Gọi K là trung điểm dây cung AB và H là hình chiếu vuông góc của I trên (α) .

Ta có

$$\begin{aligned} AB &= 2AK = 2\sqrt{AH^2 - KH^2} \\ &= 2\sqrt{IA^2 - IH^2 - KH^2} \\ &\geq 2\sqrt{R^2 - IH^2 - MH^2} \end{aligned}$$

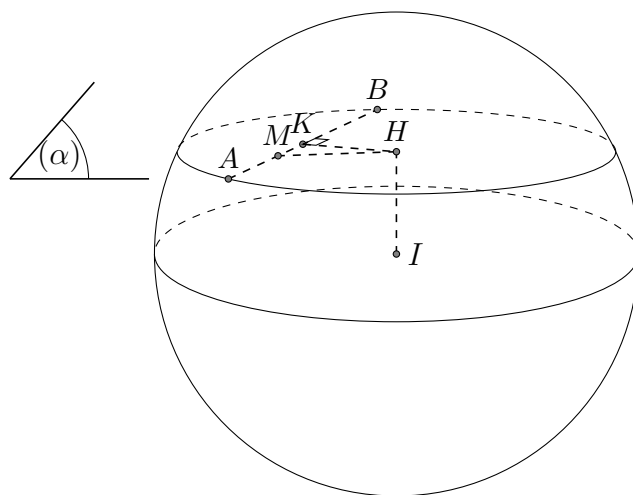
Suy ra AB nhỏ nhất khi $AB \perp MH$. Ta tìm tọa độ điểm $H(x; y; z)$.

Mặt phẳng (α) có 1 VTPT $\vec{n}_\alpha = (1; 1; 1)$.

$$\text{— } \overrightarrow{IH} = t \cdot \vec{n}_\alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = t \\ y - 3 = t \\ z - 3 = t \end{cases} \Rightarrow H(4 + t; 3 + t; 3 + t).$$

$$\text{— } H \in (\alpha) \Rightarrow (4 + t) + (3 + t) + (3 + t) - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow H(1; 0; 0)$$

Đường thẳng d có 1 VTCP là $[\overrightarrow{HM}, \vec{n}_\alpha] = (-1; 2; -1)$.



Chọn đáp án **C**

□

Câu 379. Một hộp đựng 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ, xác suất để tổng ba số ghi trên ba thẻ được rút chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{25}{91}$. B. $\frac{32}{91}$. C. $\frac{31}{91}$. D. $\frac{11}{27}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố “tổng ba số ghi trên ba thẻ được rút chia hết cho 3”.

Trong 15 thẻ có 5 thẻ mang số chia hết cho 3; 5 thẻ mang số chia cho 3 dư 1 và 5 thẻ mang số chia cho 3 dư 2. Để tổng ba số ghi trên ba thẻ chia hết cho 3 thì ta có các khả năng sau:

- TH1. cả 3 thẻ đều chia hết cho 3 $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.
- TH2. cả 3 thẻ đều chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.
- TH3. cả 3 thẻ đều chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow$ có C_5^3 cách.
- TH4. 1 thẻ chia hết cho 3, 1 thẻ chia cho 3 dư 1, 1 thẻ chia cho 3 dư 2. Theo quy tắc nhân, có $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_5^1$ cách.

Theo quy tắc cộng, số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 3C_5^3 + C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_5^1 = 155$.

Vậy xác suất của biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{31}{91}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 380. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong lô hàng. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

- A. $\frac{6}{203}$. B. $\frac{57}{203}$. C. $\frac{197}{203}$. D. $\frac{153}{203}$.

Lời giải.

Không gian mẫu ở đây là: lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong lô hàng, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố ba sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm xấu, suy ra $\bar{A}$ là biến cố ba sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

Xác suất để ba sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm xấu là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^3}{C_{30}^3} = \frac{6}{203}$.

Xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{6}{203} = \frac{197}{203}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 381. Có bao nhiêu số có hai chữ số khác nhau và đều khác 0?

- A. 9^2 . B. A_9^2 . C. 90. D. C_9^2 .

Lời giải.

Các số thỏa yêu cầu bài toán có thể được lập thành bằng cách lấy 2 trong 9 phần tử từ 1 đến 9. Vậy số cách chọn là A_9^2 .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 382. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ bằng

- A. 120. B. 45. C. 252. D. 210.

Lời giải.

Điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$ và $n \geq 3$.

$$C_n^1 + C_n^3 = 13n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 13n \Leftrightarrow n + \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) = 13n \Leftrightarrow \begin{cases} n = -7 \text{ (loại)} \\ n = 0 \text{ (loại)} \\ n = 10 \end{cases}$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}$ là $C_{10}^k (x^2)^k (x^{-3})^{10-k}$.

Số hạng chứa x^5 ứng với k thỏa mãn $2k - 3(10 - k) = 5 \Leftrightarrow k = 7$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^7 = 120$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 383. Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 145152.

B. 108864.

C. 217728.

D. 80640.

Lời giải.

Có các trường hợp xảy ra như sau:

- Hai học sinh lớp A luôn đứng cạnh nhau, các học sinh lớp còn lại xếp tùy ý: $2!8!$.
- Có đúng một học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^1 2!7!$.
- Có đúng hai học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^2 2!6!$.
- Có đúng ba học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^3 2!5!$.
- Có đúng bốn học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^4 2!4!$.

Vậy có $2!8! + A_4^1 2!7! + A_4^2 2!6! + A_4^3 2!5! + A_4^4 2!4! = 145152$ cách xếp hàng thỏa đề bài.

Chọn đáp án **A** □

Câu 384. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 50.

B. 100.

C. 120.

D. 45.

Lời giải.

Giả sử hai đường thẳng phân biệt nào cũng cắt nhau. Khi đó số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^2 = 45$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 385. Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A \cup B)$.

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{7}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{12}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 386. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^9$ (với $x \neq 0$) bằng

A. $54x^3$.

B. 36.

C. 126.

D. 84.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là

$$C_n^k a^{n-k} b^k = C_9^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \cdot x^{3k} = C_9^k \cdot x^{4k-9} \text{ với } n, k \in \mathbb{N}^*, k \leq n.$$

Hệ số của số hạng chứa x^3 có k thỏa $4k - 9 = 3 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_9^3 = 84$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 387. Có 12 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để 3 người được chọn không có hai người nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{21}{55}$.

B. $\frac{6}{11}$.

C. $\frac{55}{126}$.

D. $\frac{7}{110}$.

Lời giải.

Không gian mẫu Ω có $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Giả sử chọn 3 người có số thứ tự trong hàng lần lượt là a, b, c .

Theo giả thiết ta có $a < b < c$ và $b - a > 1$, $c - b > 1$ nên $a < b - 1$ và $b < c - 1$.

Suy ra $1 \leq a < b - 1 < c - 2 \leq 10$.

Đặt $a' = a$, $b' = b - 1$, $c' = c - 2$, ta có $1 \leq a' < b' < c' = c - 2 \leq 10$.

Gọi A là biến cố chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng.

Việc chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng tương ứng với việc chọn 3 số a' , b' , c' bất kỳ trong tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 10\}$ nên có $n(A) = C_{10}^3 = 120$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120}{220} = \frac{6}{11}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 388. Tập hợp tất cả các nghiệm thực của phương trình $A_x^3 = 20x$ là

A. $\{6\}$.

B. $\{-3; 6\}$.

C. $\{-3\}$.

D. $\{4\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \geq 3, x \in \mathbb{N}^*$.

Theo đầu bài:

$$\begin{aligned} A_x^3 = 20x &\Leftrightarrow \frac{x!}{(x-3)!} = 20x \\ &\Leftrightarrow x(x-1)(x-2) = 20x \Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 20 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -3 \text{ (loại)} \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $x = 6$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 389. Một hộp đựng 10 viên bi có kích thước khác nhau, trong đó có 7 viên bi màu đỏ và 3 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để 2 viên bi được chọn có đúng một viên bi màu xanh bằng

A. $\frac{1}{15}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{8}{15}$.

Lời giải.

Gọi không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các cách lấy ra 2 viên bi từ 10 viên bi:

$$|\Omega| = C_{10}^2 = 45$$

Gọi biến cố A là tập hợp tất cả các cách lấy ra 2 viên bi trong đó có đúng 1 viên bi xanh.

$$|A| = C_3^1 \cdot C_7^1 = 21.$$

Xác suất cần tính:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 390. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^4 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

A. $-126720x^4$.

B. 126720 .

C. -112640 .

D. $126720x^4$.

Lời giải.

Điều kiện : $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

Từ

$$\begin{aligned} C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 &\Leftrightarrow \frac{n!}{1!(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 78 \\ &\Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13 \text{ (loại)} \end{cases}. \end{aligned}$$

Ta có: $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n = \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^3)^{12-k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{36-4k}$.

Số hạng chứa x^4 ứng với k thỏa mãn : $36 - 4k = 4 \Leftrightarrow k = 8$.

Số hạng chứa x^4 là $C_{12}^8 (-2)^8 x^4 = 126720x^4$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 391. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt $n > 4, n \in \mathbb{N}$, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. Tìm tất cả các giá trị của n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 505 mặt phẳng phân biệt.

A. 8.

B. 12.

C. 7.

D. 24.

Lời giải.

Cứ ba điểm bất kì thì tạo thành một mặt phẳng nên số mặt phẳng tạo được từ $2n$ điểm là : C_{2n}^3 .

Tuy nhiên do có n điểm đồng phẳng nên số mặt phẳng được tạo ra là: $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1$.

Có tất cả 505 mặt phẳng nên:

$$\begin{aligned} 505 &= C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 \\ \Leftrightarrow 504 &= \frac{2n!}{(2n-3)!3!} - \frac{n!}{(n-3)!3!} \\ \Leftrightarrow 504 &= \frac{(2n-2)(2n-1)2n}{6} - \frac{(n-2)(n-1)n}{6} \\ \Leftrightarrow 3024 &= (2n-2)(2n-1)2n - (n-2)(n-1)n \\ \Leftrightarrow 7n^3 - 9n^2 + 2n - 3024 &= 0 \Leftrightarrow n = 8. \end{aligned}$$

Vậy chỉ có một giá trị của n thỏa mãn là $n = 8$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 392. Một tổ có 20 học sinh. Số cách chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi lao động là

A. C_{20}^4 .

B. A_{20}^4 .

C. 4^{20} .

D. 20^4 .

Lời giải.

Chọn 4 học sinh trong số 20 học sinh có C_{20}^4 cách chọn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 393. Số hạng của x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là

- A. $C_{40}^{37}x^{31}$. B. $C_{40}^{31}x^{31}$. C. $C_{40}^2x^{31}$. D. $C_{40}^4x^{31}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-k} \frac{1}{x^{2k}} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-3k}.$$

Để tìm hệ số của x^{31} ta chọn $k = 3$. Khi đó số hạng cần tìm là $C_{40}^3 x^{31} = C_{40}^{37} x^{31}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 394. Khối 12 có 9 học sinh giỏi, khối 11 có 10 học sinh giỏi, khối 10 có 3 học sinh giỏi. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh trong số đó. Xác suất để 2 học sinh được chọn cùng khối là

- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{3}{11}$. D. $\frac{5}{11}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên hai học sinh trong số đó có C_{22}^2 cách.

Chọn hai học sinh cùng khối trong số đó có $C_9^2 + C_{10}^2 + C_3^2$.

Xác suất cần tìm là $\frac{4}{11}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 395. Số chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử bằng

- A. 120. B. 10. C. 20. D. 7.

Lời giải.

$$A_5^2 = \frac{5!}{3!} = 4 \cdot 5 = 20.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 396. Số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9$, $x \neq 0$ bằng

- A. 672. B. 5376. C. -672. D. -5376.

Lời giải.

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_9^k x^{9-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k (-2)^k x^{9-3k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x là: $C_9^3 (-2)^3 = -672$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 397. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

- A. C_{1009}^3 . B. $2018 \cdot C_{896}^2$. C. $2018 \cdot C_{897}^3$. D. $2018 \cdot C_{895}^3$.

Lời giải.

Xét đa giác đều $A_1 A_2 \cdots A_{2018}$ nội tiếp đường tròn (O) . Khi đó, các đỉnh của đa giác chia đường tròn (O) thành 2018 cung nhỏ bằng nhau, mỗi cung có số đo bằng $\left(\frac{180}{1009}\right)^\circ$.

Xét tam giác $A_i A_1 A_j$ với $2 \leq i < j \leq 2018$. Khi đó

$$\widehat{A_i A_1 A_j} = \frac{1}{2}(j-i) \cdot \left(\frac{180}{1009}\right)^\circ.$$

Do đó

$$\widehat{A_i A_1 A_j} > 100^\circ \Leftrightarrow \frac{1}{2}(j-i) \cdot \left(\frac{180}{1009}\right)^\circ > 100^\circ \Leftrightarrow j-i > \frac{10 \cdot 1009}{9}$$

$$\Leftrightarrow j-i > 1121 \Leftrightarrow 2 \leq i < j-1121 \leq 897. \quad (1)$$

Số tam giác $A_i A_1 A_j$ thoả mãn $\widehat{A_i A_1 A_j} > 100^\circ$ chính bằng số cách chọn cặp (i, j) thoả (1) và có C_{896}^2 cách chọn cặp (i, j) . Do đó có tất cả $2018 \cdot C_{896}^2$ số tam giác thoả yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 398. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn ra 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 80.

B. 60.

C. 90.

D. 70.

Lời giải.

Số cách chọn một cái bút và một quyển sách từ 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau là: $C_{10}^1 \times C_8^1 = 10 \times 8 = 80$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 399. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$, trong đó $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ lấy từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Tính xác suất để viết được số thoả mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

A. $p = \frac{4}{85}$.

B. $p = \frac{4}{135}$.

C. $p = \frac{3}{20}$.

D. $p = \frac{5}{158}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_7^6 - A_6^5 = 4320$.

Gọi A là biến cố “Số được viết thoả mãn $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ ”.

— **TH1:** $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6 \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$.

Số cách sắp xếp là: $3! \times 2! \times 2! \times 2! = 48$.

— **TH2:** $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6 \in \{1; 2; 3; 4; 5; 0\} \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$.

Số cách sắp xếp là: $3! \times 2! \times 2! \times 2! - 2! \times 2! \times 2! = 40$.

— **TH3:** $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6 \in \{1; 2; 0; 4; 5; 6\} \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$.

Số cách sắp xếp là: $3! \times 2! \times 2! \times 2! - 2! \times 2! \times 2! = 40$.

Như vậy $n(A) = 48 + 40 + 40 = 128 \Rightarrow P(A) = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 400. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất một đồ vật?

A. 72.

B. 18.

C. 12.

D. 36.

Lời giải.

Cách 1. Một cách chia thoả mãn là một cách chia sao cho có một người nhận được 2 đồ vật, hai người còn lại, mỗi người nhận được 1 đồ vật.

Nếu chia người thứ nhất 2 đồ vật, hai người còn lại, mỗi người nhận 1 đồ vật, thì số cách chia bằng $C_4^2 \cdot 2$ (cách). Tương tự, nếu chia người thứ hai (thứ ba) 2 đồ vật, hai người còn lại, mỗi người nhận 1 đồ vật thì số cách chia cũng bằng $C_4^2 \cdot 2$ (cách).

Vậy số cách chia thoả mãn bài toán bằng $3 \cdot C_4^2 \cdot 2 = 36$ (cách).

Cách 2. Để có một cách chia thoả mãn, đầu tiên ta xếp 4 vật thành hàng ngang, sau đó sử dụng 2 thanh que đặt vào giữa các vật đó, chẳng hạn

* | * | * *

là cách chia cho người thứ nhất và người thứ hai 1 đồ vật, người thứ ba 2 đồ vật; còn

* | * * | *

là cách chia cho người thứ nhất và người thứ ba 1 đồ vật, người thứ hai 2 đồ vật.

Vì có $4!$ cách xếp các đồ vật khác nhau thành hàng ngang. Ứng với mỗi cách xếp đó, có C_3^2 cách đặt 2 thanh que vào 3 vị trí và, hoán vị hai đồ vật khi chia cho một người không sinh ra cách chia mới, nên số cách chia bằng

$$\frac{1}{2!} \cdot 4! \times C_3^2 = 36.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 401. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam và 5 bạn nữ được xếp theo một hàng dọc. Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{35}$.

B. $\frac{1}{252}$.

C. $\frac{1}{50}$.

D. $\frac{1}{42}$.

Lời giải.

Xếp thành một hàng dọc tùy ý có $10!$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố: “xếp 5 nam và 5 nữ thành hàng dọc sao cho 5 bạn nữ đứng cạnh nhau”.

Ghép 5 bạn nữ lại và xem là một người. Xếp 6 bạn, trong đó có 5 bạn nam và 1 bạn nữ (ghép), có $6!$ cách.

Vì có $5!$ cách ghép 5 bạn nữ lại với nhau nên số cách xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ thành một hàng dọc sao cho 5 bạn nữ đứng cạnh nhau, bằng $5! \times 6!$ cách. Suy ra $n(A) = 5! \times 6!$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5! \times 6!}{10!} = \frac{1}{42}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 402. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S . Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{4473}{8128}$.

B. $\frac{2279}{4064}$.

C. $\frac{55}{96}$.

D. $\frac{53}{96}$.

Lời giải.

Số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 có tối đa 6 chữ số.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 , được lập từ hai chữ số 0 và 1 bằng

$$2 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 64 \text{ (số)}. \text{ Suy ra } n(S) = 64.$$

Vì số cần lập chia hết cho 3 nên trong cấu tạo số của nó, hoặc không có chữ số 1 nào (là số 0), hoặc có đúng 3 chữ số 1, hoặc có đúng 6 chữ số 1 (là số 111111).

Xét số có 3 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và không có chữ số 0. Có thể lập được 1 số như thế.

Xét số có 4 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và một chữ số 0. Có thể lập được C_3^2 số như thế.

Xét số có 5 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và hai chữ số 0. Có thể lập được C_4^2 số như thế.

Xét số có 6 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và ba chữ số 0. Có thể lập được C_5^2 số như thế.

Vậy có thể lập được $3 + C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 = 22$ số chia hết cho 3.

Lấy 2 số từ S , có C_{64}^2 cách. Suy ra $n(\Omega) = C_{64}^2 = 2016$.

Gọi A là biến cố: “lấy ngẫu nhiên hai số từ S được ít nhất một số chia hết cho 3”. Ta có

$$n(A) = C_{22}^2 + C_{22}^1 \cdot C_{42}^1 = 1155.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1155}{2016} = \frac{55}{96}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 403. Mười hai đường thẳng phân biệt có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 12.

B. 144.

C. 132.

D. 66.

Lời giải.

Cứ hai đường thẳng phân biệt cắt nhau tạo ra 1 giao điểm. Vậy mười hai đường thẳng phân biệt có nhiều nhất số giao điểm là $C_{12}^2 = 66$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 404. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$, (với $x \neq 0$).

A. 78.

B. 286.

C. -286.

D. -78.

Lời giải.

Số hạng tổng quát thứ $k + 1$ của khai triển là $T_{k+1} = C_{13}^k x^{13-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_{13}^k \cdot (-1)^k x^{13-2k}$.

Số hạng chứa x^7 ứng với $13 - 2k = 7 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_{13}^3 \cdot (-1)^3 = -286$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 405. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu, vừa khác số.

A. $P = \frac{8}{33}$.

B. $P = \frac{14}{33}$.

C. $P = \frac{29}{66}$.

D. $P = \frac{37}{66}$.

Lời giải.

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố lấy được 2 viên bi khác màu, vừa khác số. Để đếm $n(A)$ ta thực hiện như sau:

— 1 viên xanh, 1 viên đỏ:

Lấy 1 viên đỏ: 4 cách, sau đó lấy 1 bi vàng: $5 - 1 = 4$ cách $\Rightarrow$ có $4 \cdot 4 = 16$ cách.

— 1 viên xanh, 1 viên vàng: $3 \cdot 4 = 12$ cách.

— 1 viên đỏ, 1 viên vàng: $3 \cdot 3 = 9$ cách.

$\Rightarrow n(A) = 16 + 12 + 9 = 37 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{37}{66}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 406. Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người sút một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x, y và 0,6 (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P = 0,452$.

B. $P = 0,435$.

C. $P = 0,4525$.

D. $P = 0,4245$.

Lời giải.

Xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là 0,976 $\Rightarrow$ xác suất không cầu thủ nào ghi bàn là $(1 - x)(1 - y)(1 - 0,6) = 1 - 0,976 \Rightarrow (1 - x)(1 - y) = 0,06$. (1)

xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là 0,336 $\Rightarrow x \cdot y \cdot 0,6 = 0,336 \Rightarrow xy = 0,56$. (2)

Từ (1), (2) ta có hệ

$$\begin{cases} (1 - x)(1 - y) = 0,06 \\ xy = 0,56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1,5 \\ xy = 0,56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,8 \\ y = 0,7 \end{cases} \text{ (vì } x > y \text{)}.$$

Đúng hai cầu thủ ghi bàn thì có thể xảy ra các trường hợp sau

— TH1: Người 1, 2 ghi bàn, người 3 không ghi bàn: $P_1 = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,4 = 0,224$.

— TH2: Người 1, 3 ghi bàn, người 2 không ghi bàn: $P_1 = 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = 0,144$.

— TH3: Người 2, 3 ghi bàn, người 1 không ghi bàn: $P_1 = 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = 0,084$.

Vậy xác suất đúng hai cầu thủ ghi bàn là: $P = 0,224 + 0,144 + 0,084 = 0,452$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 407. Số các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ là

- A. $4!$. B. A_9^4 . C. 4^9 . D. C_9^4 .

Lời giải.

Mỗi cách sắp thứ tự 4 phần tử của M cho ta một số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Do đó số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 408. Từ một hộp đựng 10 thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 10, người ta rút ngẫu nhiên ra k thẻ. Gọi P là xác suất xuất hiện ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 khi được rút ra. Tìm giá trị nhỏ nhất của k để $P > \frac{13}{15}$.

- A. 9. B. 8. C. 7. D. 6.

Lời giải.

Số cách rút k thẻ từ 10 thẻ là C_{10}^k ($0 < k \leq 10, k \in \mathbb{N}$).

Số cách rút k thẻ mà không có thẻ nào ghi số chia hết cho 4 là C_8^k .

Xác suất “có ít nhất 1 thẻ ghi số chia hết cho 4” là $P = 1 - \frac{C_8^k}{C_{10}^k} = 1 - \frac{(10-k)(9-k)}{90}$.

Theo bài ra ta có $P = 1 - \frac{(10-k)(9-k)}{90} > \frac{13}{15} \Leftrightarrow 6 < k \leq 10$ (do $k \leq 10$).

Như vậy giá trị nhỏ nhất của k là $\min k = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 409. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $(2 - 3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

- A. 2099529. B. -2099520. C. -1959552. D. 1959552.

Lời giải.

Ta có $(1+x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 x + C_{2n+1}^2 x^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}$

Cho $x = 1$, ta được: $2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$

Cho $x = -1$, ta được: $0 = C_{2n+1}^0 - C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 - \dots + C_{2n+1}^{2n} - C_{2n+1}^{2n+1}$

Từ đó $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 2^{2n} = 1024 \Leftrightarrow n = 5$.

Với $n = 5$ ta có $(2 - 3x)^{2n} = (2 - 3x)^{10}$ (*)

Vậy hệ số chứa x^5 trong khai triển của (*) là $T_6 = -C_{10}^5 2^5 3^5 = -1959552$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 410. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

- A. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.
 B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.
 C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.
 D. $1 + 4C_{2017}^1 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2016}^2 + C_{2016}^2) + C_{2017}^4$.

Lời giải.

Vì $5 = 4 + 1 = 3 + 2 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Số tự nhiên có một chữ số 5 đứng đầu và 2017 số 0 đứng sau: Có 1 số.

Trường hợp 2: Số tự nhiên có một chữ số 4, một chữ số 1 và 2016 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 4 đứng đầu thì số 1 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có

C_{2017}^1 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì số 4 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có

C_{2017}^1 số.

Trường hợp 3: Số tự nhiên có một chữ số 3, một chữ số 2 và 2016 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 3 đứng đầu thì số 2 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có

C_{2017}^1 số.

- Khả năng 2: Nếu số 2 đứng đầu thì số 3 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có

C_{2017}^1 số.

Trường hợp 4: Số tự nhiên có hai chữ số 2, một chữ số 1 và 2015 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì số 1 và số 2 còn lại đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có A_{2017}^2 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì hai chữ số 2 đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^2 số.

Trường hợp 5: Số tự nhiên có 2 chữ số 1, một chữ số 3 thì tương tự như trường hợp 4 ta có $A_{2017}^2 + C_{2017}^2$ số.

Trường hợp 6: Số tự nhiên có một chữ số 2, ba chữ số 1 và 2014 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì ba chữ số 1 đứng ở ba trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^3 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà không có số 1 nào khác đứng trước nó thì hai số 1 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có C_{2016}^2 số.

- Khả năng 3: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà đứng trước nó có hai số 1 thì hai số 1 và 2 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có A_{2016}^2 số.

Trường hợp 7: Số tự nhiên có năm chữ số 1 và 2013 số 0, vì chữ số 1 đứng đầu nên bốn chữ số 1 còn lại đứng ở bốn trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^4 số.

Áp dụng quy tắc cộng ta có $1 + 4C_{2017}^1 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2016}^2 + C_{2016}^2) + C_{2017}^4$ số cần tìm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 411. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

A. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.

C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.

D. $1 + 4C_{2017}^1 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2016}^2 + C_{2016}^2) + C_{2017}^4$.

Lời giải.

Vì $5 = 4 + 1 = 3 + 2 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Số tự nhiên có một chữ số 5 đứng đầu và 2017 số 0 đứng sau: Có 1 số.

Trường hợp 2: Số tự nhiên có một chữ số 4, một chữ số 1 và 2016 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 4 đứng đầu thì số 1 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì số 4 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

Trường hợp 3: Số tự nhiên có một chữ số 3, một chữ số 2 và 2016 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 3 đứng đầu thì số 2 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

- Khả năng 2: Nếu số 2 đứng đầu thì số 3 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

Trường hợp 4: Số tự nhiên có hai chữ số 2, một chữ số 1 và 2015 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì số 1 và số 2 còn lại đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có A_{2017}^2 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì hai chữ số 2 đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^2 số.

Trường hợp 5: Số tự nhiên có 2 chữ số 1, một chữ số 3 thì tương tự như trường hợp 4 ta có $A_{2017}^2 + C_{2017}^2$ số.

Trường hợp 6: Số tự nhiên có một chữ số 2, ba chữ số 1 và 2014 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì ba chữ số 1 đứng ở ba trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^3 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà không có số 1 nào khác đứng trước nó thì hai số 1 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có C_{2016}^2 số.

- Khả năng 3: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà đứng trước nó có hai số 1 thì hai số 1 và 2 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có A_{2016}^2 số.

Trường hợp 7: Số tự nhiên có năm chữ số 1 và 2013 số 0, vì chữ số 1 đứng đầu nên bốn chữ số 1 còn lại đứng ở bốn trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^4 số.

Áp dụng quy tắc cộng ta có $1 + 4C_{2017}^1 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2016}^2 + C_{2016}^2) + C_{2017}^4$ số cần tìm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 412. Một lớp có 40 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra ba học sinh để một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó và một bạn làm bí thư?

A. $3!$.

B. C_{40}^3 .

C. A_{40}^3 .

D. C_{37}^3 .

Lời giải.

Mỗi cách chọn ra ba học sinh để một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó và một bạn làm bí thư tương ứng với một chỉnh hợp chập 3 của 40 phần tử.

Vậy có A_{40}^3 cách chọn ra ba bạn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 413. Có 10 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để trong 3 người được chọn không có hai người nào đứng cạnh nhau.

A. $P = \frac{7}{24}$.

B. $P = \frac{7}{90}$.

C. $P = \frac{7}{15}$.

D. $P = \frac{7}{10}$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Sau khi chọn ra 3 người thì còn lại 7 người, có 8 vách ngăn được tạo thành; 3 vị trí được rút người ra chính là 3 trong 8 vách ngăn, do đó số cách chọn người chính bằng số cách chọn 3 trong 8 vách ngăn. Vậy có $C_8^3 = 56$ cách chọn ra 3 người thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Suy ra xác suất cần tính là $P = \frac{56}{C_{10}^3} = \frac{7}{15}$.

Cách 2: Ta có $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Ta tính số cách chọn ra 3 người trong số 10 người đã cho sao cho không có hai người nào đứng cạnh nhau theo các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 1 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 6 ta thấy ở trường hợp 1 có tất cả $6+5+4+3+2+1 = 21$ cách chọn.

Trường hợp 2: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 2 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 5 ta thấy ở trường hợp 2 có tất cả $5+4+3+2+1 = 15$ cách chọn.

Trường hợp 3: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 3 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 4 ta thấy ở trường hợp 3 có tất cả $4+3+2+1 = 10$ cách chọn.

Trường hợp 4: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 4 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 3 ta thấy ở trường hợp 4 có tất cả $3+2+1 = 6$ cách chọn.

Trường hợp 5: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 5 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 2 ta thấy ở trường hợp 5 có tất cả $2+1 = 3$ cách chọn.

Trường hợp 6: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 6 người, ở trường hợp 6 chỉ có 1 cách chọn bao gồm người thứ nhất, người thứ 8 và người thứ 10.

Vậy có tất cả $1+3+6+10+15+21 = 56$ cách chọn ra 3 người thỏa mãn yêu cầu bài toán. Do đó xác suất cần tính là $P = \frac{56}{C_{10}^3} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 414. Một tổ có 6 học sinh nữ và 4 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong tổ. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có không quá 3 học sinh nữ.

A. $\frac{46}{63}$.

B. $\frac{5}{63}$.

C. $\frac{31}{42}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{10}^5 = 252$.

Số cách chọn 5 học sinh mà không có quá ba học sinh nữ là $C_6^1 \cdot C_4^4 + C_6^2 \cdot C_4^3 + C_6^3 \cdot C_4^2 = 186$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{186}{252} = \frac{31}{42}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 415. Tổng các hệ số trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^4\right)^n$ là 1024. Hệ số chứa x^{10} là

A. 10.

B. 252.

C. 120.

D. 210.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 1024$.

Mặt khác $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = (1+1)^n = 2^n \Rightarrow 2^n = 1024 \Rightarrow n = 10$. Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^4\right)^{10}$ là $T_k = C_{10}^k \left(\frac{1}{x}\right)^k (x^4)^{10-k} = C_{10}^k x^{40-5k}$.

Ta có $40 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 6$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^{10} là $C_{10}^6 = 210$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 416. Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

A. C_5^3 .B. A_5^3 .C. $3!$.

D. 15.

Lời giải.Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là C_5^3 .Chọn đáp án **(A)** □**Câu 417.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.A. $a = 11520$.B. $a = 256$.C. $a = 45$.D. $a = 3360$.**Lời giải.**Điều kiện: $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Ta có

$$\begin{aligned}
5C_n^1 - C_n^2 = 5 &\Leftrightarrow 5n - \frac{n!}{2!(n-2)!} = 5 \\
&\Leftrightarrow 5n - \frac{n(n-1)}{2} = 5 \\
&\Leftrightarrow n^2 - 11n + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 & (\text{Nhận}) \\ n = 1 & (\text{Loại}). \end{cases}
\end{aligned}$$

Khi đó khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^{10}$ có số hạng tổng quát là

$$C_{10}^k (2x)^{10-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-k} x^{-2k} = C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-3k}.$$

Ta có $10 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 2$. Suy ra $a = C_{10}^2 2^8 = 11520$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 418.** Một tổ có 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằngA. $\frac{17}{42}$.B. $\frac{5}{42}$.C. $\frac{25}{42}$.D. $\frac{10}{21}$.**Lời giải.**Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $n(\Omega) = C_9^3 = 84$. Gọi A là biến cố “Số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ”. Ta có:Chọn 3 nam, 0 nữ có C_5^3 cách.Chọn 2 nam, 1 nữ có $C_5^2 C_4^1$ cách.Suy ra $n(A) = C_5^3 + C_5^2 C_4^1 = 50$. Khi đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{25}{42}$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 419.** Hai bạn Bình và Lan cùng dự thi trong Kỳ thi THPT Quốc gia và ở hai phòng thi khác nhau. Mỗi phòng thi có 24 thí sinh, mỗi môn thi có 24 mã đề khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi bằngA. $\frac{32}{235}$.B. $\frac{46}{2209}$.C. $\frac{23}{288}$.D. $\frac{23}{576}$.**Lời giải.**

Số cách phát đề môn Tiếng Anh, Toán cho thí sinh hai phòng là: $n(\Omega) = 24! \cdot 24! \cdot 24! \cdot 24! = (24!)^4$.

Gọi biến cố A : "Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi".

Có hai khả năng xảy ra là Bình và Lan chung đề Toán hoặc Bình và Lan chung đề Tiếng Anh.

Suy ra $n(A) = 2 \cdot 24! \cdot 1 \cdot 23! \cdot 24! \cdot 23 \cdot 23! = 2 \cdot 23 \cdot (23!)^2 (24!)^2$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{23}{288}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 420. Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn đều cùng màu là

A. $\frac{40}{9}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là chọn 2 bi trong 9 bi $\Rightarrow n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố lấy được 2 viên bi cùng màu

— Trường hợp 1: Lấy được 2 viên màu đen $\Rightarrow$ số khả năng là $C_5^2 = 10$.

— Trường hợp 2: Lấy được 2 viên màu trắng $\Rightarrow$ số khả năng là $C_4^2 = 6$.

Khi đó $n(A) = 16 \Rightarrow$ xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 421. Từ các chữ số 1,2,3 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Số các chữ số có thể lập được là $3! = 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 422. Cho tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau được lập từ X . Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập hợp A . Xác suất để số lấy được có 2 chữ số 1 và 2 và đồng thời 1; 2 đứng cạnh nhau là

A. $\frac{1}{72}$.

B. $\frac{1}{36}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau được lập từ X là $9! \Rightarrow$ số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi B : "Số lấy được có 2 chữ số 1 và 2 và đồng thời 1; 2 đứng cạnh nhau".

Ta ghép hai số 1 và 2 thành một cặp, do vai trò của hai số như nhau nên ta có 2 cách ghép là 12 và 21.

Số các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau mà hai số 1 và 2 đứng cạnh nhau là $2 \cdot 8! \Rightarrow n(B) = 2 \cdot 8!$.

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{2 \cdot 8!}{9!} = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 423. Số tập con có 3 phần tử khác nhau của một tập hợp có 7 phần tử khác nhau là

A. C_7^3 .

B. A_7^3 .

C. 7.

D. $\frac{7!}{3!}$.

Lời giải.

Số tập con có 3 phần tử khác nhau của một tập hợp có 7 phần tử khác nhau là C_7^3 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 424. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em được phát 2 suất quà khác loại (ví dụ: 1 chiếc áo và 1 thùng sữa). Trong số các em nhận quà có hai em Việt và Nam. Tính xác suất để hai em Việt và Nam đó nhận được suất quà giống nhau.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Từ đề bài, mỗi em học sinh được nhận quà có thể nhận được một trong ba trường hợp sau:

- Loại I: 1 chiếc áo, 1 thùng sữa.
- Loại II: 1 chiếc áo, 1 cặp sách.
- Loại III: 1 thùng sữa, 1 cặp sách.

Gọi x, y, z lần lượt là số lượng của từng phần quà loại I, loại II, loại III.

$$\text{Khi đó, ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 9 \\ y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ z = 3. \end{cases}$$

Số cách chọn 2 phần quà trong 10 phần quà $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi A là biến cố hai em Việt và Nam nhận được quà giống nhau.

Số cách chọn 2 phần quà giống nhau trong 10 phần quà là $C_6^2 + C_3^2 = n(A)$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 425. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. 30.

B. 60.

C. 120.

D. 24.

Lời giải.

Mỗi cách lập một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau mà các chữ số lấy từ tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử. Vậy, số các số tự nhiên cần tìm là $A_6^3 = 120$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 426. Đoàn trường cần chọn ra 3 chi đoàn trong tổng số 27 chi đoàn (gồm 13 chi đoàn khối 10 và 14 chi đoàn khối 11) đi giúp xã Đồng Lộc xây dựng nông thôn mới. Tính xác suất để trong 3 chi đoàn được chọn có ít nhất hai chi đoàn thuộc khối 10.

A. $\frac{28}{75}$.

B. $\frac{119}{225}$.

C. $\frac{197}{225}$.

D. $\frac{106}{225}$.

Lời giải.

TH1. Có 2 chi đoàn khối 10 và 1 chi đoàn khối 11: $C_2^{13} \cdot C_1^{14}$.

TH2. Có 3 chi đoàn khối 10 và 0 chi đoàn khối 11: $C_3^{13} \cdot C_0^{14}$.

Vậy xác suất để trong 3 chi đoàn được chọn có ít nhất hai chi đoàn thuộc khối 10 là

$$\frac{C_2^{13} \cdot C_1^{14} + C_3^{13} \cdot C_0^{14}}{C_3^{27}} = \frac{106}{225}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 427. Có hai hộp đựng bi, mỗi viên bi chỉ mang một màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp đúng 1 viên bi. Biết tổng số bi trong hai hộp là 20 và xác suất lấy được 2 viên bi đen là $\frac{55}{84}$. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi trắng?

A. $\frac{1}{28}$.

B. $\frac{23}{84}$.

C. $\frac{3}{28}$.

D. $\frac{13}{84}$.

Lời giải.

Gọi hộp 1 có a viên bi trắng, b viên bi đen; hộp 2 có c viên bi trắng, d viên bi đen với a, b, c, d là các số nguyên dương.

Theo giả thiết, ta có $(a + b) + (c + d) = 20$ và $\frac{bd}{(a + b) \cdot (c + d)} = \frac{55}{84}$.

Ta có $100 = \left[\frac{(a + b) + (c + d)}{2} \right]^2 \geq (a + b)(c + d) \Rightarrow (a + b)(c + d) = 84$.

Khi đó, ta có

$$\begin{cases} (a + b) + (c + d) = 20 \\ (a + b)(c + d) = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 14 \\ c + d = 6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a + b = 6 \\ c + d = 14. \end{cases}$$

Không giảm tổng quát, xét $a + b = 14, c + d = 6$.

Lại có $bd = 55 = 5 \cdot 11$, chọn $b = 11; d = 5 \Rightarrow a = 3; c = 1$.

Xác suất để lấy được hai viên bi trắng là $P = \frac{ac}{(a + b)(c + d)} = \frac{3}{84} = \frac{1}{28}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 428. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. 3^{30} .

B. 10.

C. A_{30}^3 .

D. C_{30}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn 3 người trong 30 đi công tác là C_{30}^3 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 429. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu hỏi đại số và 4 câu hỏi hình học.

Thầy giáo gọi bạn Nam lên bảng trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{29}{30}$.

Lời giải.

Số kết quả không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A là biến cố Nam chọn có ít nhất một câu hình, suy ra $\bar{A}$ là biến cố Nam chọn không có một câu hình nào. Từ đó ta có

$$n(\bar{A}) = C_6^3 = 20 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 430. Cho x là số thực dương. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ có hệ số của một số hạng chứa x^m bằng 495. Tìm tất cả các giá trị của m ?

A. $m = 8$.

B. $m = 4, m = 8$.

C. $m = 0, m = 12$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

Ta có số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển là $T_{k+1} = C_{12}^k (x^2)^{12-k} \frac{1}{x^k} = C_{12}^k x^{24-3k}$.

Thử các giá trị ta được $C_{12}^4 = C_{12}^8 = 495$, từ đó suy ra $m = 12$ và $m = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 431. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(1 - 3x + 2x^3)^{10}$ thành đa thức.

A. -62640.

B. -58321.

C. -4320.

D. -262440.

Lời giải.

Ta có khai triển

$$((1-3x) + 2x^3)^{10} = C_{10}^0(1-3x)^{10} + C_{10}^1(1-3x)^9(2x^3) + C_{10}^2(1-3x)^8(2x^3)^2 + C_{10}^3(1-3x)^7(2x^3)^3 + \dots$$

Từ đó ta có số hạng chứa x^7 là

$$T = C_{10}^0 \cdot (-1)^7 C_{10}^7 (3x)^7 + C_{10}^1 \cdot (-1)^4 C_9^4 (3x)^4 (2x^3) + C_{10}^2 \cdot (-1)^1 C_8^1 (3x)^1 (2x^3)^2,$$

suy ra hệ số của x^7 là

$$-C_{10}^0 \cdot C_{10}^7 \cdot 3^7 + C_{10}^1 \cdot C_9^4 \cdot 3^4 \cdot 2 - C_{10}^2 \cdot C_8^1 \cdot 3 \cdot 2^2 = -62640.$$

Vậy hệ số của x^7 trong khai triển là -62640 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 432. Một phiếu điều tra về vấn đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

- A. 1048576. B. 2097152. C. 1048577. D. 10001.

Lời giải.

Ta có

- Câu 1. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 2. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 3. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 4. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 5. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 6. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 7. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 8. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 9. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 10. Có 4 cách chọn đáp án đúng.

Vậy có $4^{10} = 1048576$ cách tô một phiếu điều tra, suy ra số phiếu hợp lệ tối thiểu để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau là 1048577 phiếu.

Chọn đáp án **C** □

Câu 433. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập hợp con gồm 5 phần tử của M là

- A. C_{30}^5 . B. A_{30}^5 . C. 30^5 . D. A_{30}^4 .

Lời giải.

Số tập hợp con gồm 5 phần tử của M chính là số tổ hợp chập 5 của 30 phần tử.

Chọn đáp án **A** □

Câu 434. Cho $X = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp X . Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

- A. $\frac{13}{35}$. B. $\frac{7}{20}$. C. $\frac{20}{35}$. D. $\frac{13}{20}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Có 14 cách chọn ba số liên tiếp nhau.

Có 15 cách chọn hai số liên tiếp nhau.

+Nếu hai số đó là $\{0, 1\}$ hoặc $\{14, 15\}$ thì có 13 cách chọn số thứ ba sao cho trong ba số chỉ có hai số liên tiếp.

+Nếu hai số đó không phải là $\{0, 1\}$ hoặc $\{14, 15\}$ thì có 12 cách chọn số thứ ba sao cho trong ba số chỉ có hai số liên tiếp.

Vậy có $14 + 2 \times 13 + 13 \times 12 = 196$ cách chọn ba số sao cho ba số đó là liên tiếp hoặc chỉ có hai trong ba số là liên tiếp.

Vậy có $560 - 196 = 364$ cách chọn ba số sao cho trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

Do đó xác suất cần tính là $P = \frac{364}{560} = \frac{13}{20}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 435. Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n .

A. $n = 32$.

B. $n = 30$.

C. $n = 31$.

D. $n = 33$.

Lời giải.

Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển nhị thức $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ là $T_{k+1} = (-1)^k C_n^k x^{n-k} \left(\frac{1}{4}\right)^k$.

Suy ra hệ số của x^{n-2} ứng với $k = 2$ là $\frac{1}{16} C_n^2$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{1}{16} C_n^2 = 31 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{32} = 31 \Rightarrow n = 32$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 436. Kết quả $(b; c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm?

A. $\frac{5}{36}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{23}{36}$.

D. $\frac{17}{36}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 + bx + c = 0$ (1) với $b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Có $6 \cdot 6 = 36$ bộ số $(b; c)$. Phương trình (1) vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = b^2 - 4c < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4c$ (2).

Có 17 cặp số $(b; c)$ thỏa mãn (2) là: $(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (2; 6), (3; 3), (3; 4), (3; 5), (3; 6), (4; 5), (4; 6)$.

Xác suất để phương trình (1) vô nghiệm là $P = \frac{17}{36}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 437. Tính giá trị $M = A_{n-15}^2 + 3A_{n-14}^3$, biết rằng $C_n^4 = 20C_n^2$ (với n là số nguyên dương, A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử và C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

A. $M = 78$.

B. $M = 18$.

C. $M = 96$.

D. $M = 84$.

Lời giải.

Điều kiện: $n \in \mathbb{Z}$ và $n \geq 4$.

Ta có:

$$\begin{aligned}
 C_n^4 &= 20C_n^2 \\
 \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} &= 20 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} \\
 \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} &= 20 \cdot \frac{n!}{2!(n-4)!(n-3)(n-2)} \\
 \Leftrightarrow (n-3)(n-2) &= 20 \cdot 3 \cdot 4 \\
 \Leftrightarrow n^2 - 5n - 234 &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 18 \\ n = -13 \end{cases} &\Rightarrow n = 18.
 \end{aligned}$$

Do đó: $M = A_3^2 + 3A_4^3 = 78$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 438. Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là

A. 6^{10} .

B. $6!$.

C. A_{10}^6 .

D. C_{10}^6 .

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử. Do đó có A_{10}^6 cách sắp xếp.

Chọn đáp án **C** □

Câu 439. Đầu tiết học, cô giáo kiểm tra bài cũ bằng cách gọi lần lượt từng người từ đầu danh sách lớp lên bảng trả lời câu hỏi. Biết rằng các học sinh đầu tiên trong danh sách lớp là An, Bình, Cường với xác suất thuộc bài lần lượt là 0,9, 0,7 và 0,8. Cô giáo sẽ dừng kiểm tra sau khi có hai học sinh thuộc bài. Tính xác suất cô giáo chỉ kiểm tra bài cũ đúng ba bạn trên.

A. 0,504.

B. 0,216.

C. 0,056.

D. 0,272.

Lời giải.

Cô giáo chỉ kiểm tra bài cũ đúng ba bạn trên khi xảy ra hai trường hợp sau:

— An thuộc bài, Bình không thuộc bài, Cường thuộc bài. Xác suất của trường hợp này là: $0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = 0,216$.

— An không thuộc bài, Bình thuộc bài, Cường thuộc bài. Xác suất của trường hợp này là: $0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,056$.

Vậy xác suất cần tìm là $0,216 + 0,056 = 0,272$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 440.

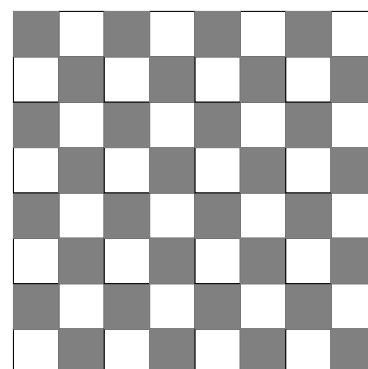
Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau cho 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{32}$.

C. $\frac{3}{32}$.

D. $\frac{3}{64}$.



Lời giải.

Bước di chuyển đầu tiên của quân vua có 8 cách, bước di chuyển thứ hai của quân vua có 8 cách và bước di chuyển thứ ba của quân vua có 8 cách. Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8^3$.

Gọi A là biến cố: “Sau ba bước quân vua trở về ô xuất phát”

Xét hai trường hợp sau:

- Trường hợp 1. Trước tiên di chuyển quân vua sang ô đen liền kề có 4 cách, tiếp theo di chuyển quân vua sang ô trắng có chung cạnh hoặc ô đen có chung đỉnh cạnh ô xuất phát của quân vua có 4 cách, cuối cùng di chuyển quân vua về vị trí cũ có 1 cách. Do đó có $4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$ cách.
- Trường hợp 2. Trước tiên di chuyển quân vua sang ô trắng được đánh có chung đỉnh với cạnh ô quân vua đang đứng có 4 cách, tiếp theo di chuyển quân vua sang ô đen cạnh ô quân vua xuất phát có 2 cách, cuối cùng di chuyển quân vua về vị trí cũ có 1 cách. Do đó có $4 \cdot 2 \cdot 1 = 8$ cách.

Suy ra số các kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 16 + 8 = 24$ cách.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{8^3} = \frac{3}{64}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 441. Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n, n \geq 1$. Tìm số các giá trị nguyên của n với $n \leq 2018$ sao cho tồn tại số nguyên k ($0 \leq k \leq n - 1$) thỏa mãn $a_k = a_{k+1}$.

A. 2018.

B. 673.

C. 672.

D. 2017.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1 + 2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (2x)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 2^k \cdot x^k$$

Suy ra

$$\begin{aligned} a_k = a_{k+1} &\Leftrightarrow C_n^k \cdot 2^k = C_n^{k+1} \cdot 2^{k+1} \\ &\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \frac{n!}{(n-k-1)! \cdot (k+1)!} \cdot 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-k-1)! \cdot (n-k) \cdot k!} = \frac{n!}{(n-k-1)! \cdot k! \cdot (k+1)} \cdot 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{n-k} = \frac{2}{k+1} \Leftrightarrow k+1 = 2(n-k) \Leftrightarrow k = \frac{2n-1}{3}. \end{aligned}$$

Từ đó ta có:

$$\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq n-1 \\ n \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ k = \frac{2n-1}{3} \in \mathbb{N} \\ 2 \leq n \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3t+2 \\ k = 2t+1 \\ t \in \mathbb{N} \\ 2 \leq n \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq t \leq 672 \\ t \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Suy ra có 673 số tự nhiên t thỏa mãn.

Vậy có 673 số tự nhiên n thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 442. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 7.

B. 16.

C. 4.

D. 12.

Lời giải.

Số cách chọn một mặt đồng hồ : C_3^1 .

Số cách chọn một dây đồng hồ: C_4^1 .

Vậy có tất cả $C_3^1 \cdot C_4^1 = 12$ cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 443. Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$.

A. $-C_{13}^3$.

B. $-C_{13}^3 x^7$.

C. $-C_{13}^4 x^7$.

D. $C_{13}^3 x^7$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x - \frac{1}{x}\right)^{13} = \left(x + \left(-\frac{1}{x}\right)\right)^{13} = \sum_{i=1}^n C_{13}^k x^k \left(-\frac{1}{x}\right)^{13-k} = \sum_{i=1}^n C_{13}^k (-1)^{13-k} x^{2k-13}.$$

Số hạng chứa x^7 có k thỏa mãn $2k - 13 = 7 \Leftrightarrow k = 10$.

Vậy số hạng chứa x^7 trong khai triển là $-C_{13}^3 x^7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 444. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là

A. $\frac{2}{16}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{4}{16}$.

D. $\frac{6}{16}$.

Lời giải.

Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 445. Xếp 6 chữ số 1, 2, 3, 1, 2 và 4 theo một hàng ngang. Tính xác suất để xảy ra biến cố: “2 chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau.”

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{4}{15}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{11}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \frac{6!}{2!2!} = 180$. Gọi A là biến cố: “2 chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau.” Khi đó, $n(\bar{A}) = \frac{5!}{2!} + \frac{5!}{2!} - 4! = 96$.

Vậy, xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{96}{180} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 446. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $A = (1 - x)^{10}$ là

A. 30.

B. -120.

C. 120.

D. -30.

Lời giải.

Ta có $A = (1 - x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^k x^k$. Vậy hệ số của x^3 trong khai triển là $-C_{10}^3 = -120$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 447. Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{7}{15}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh bất kì là C_{10}^2 . Số cách chọn 2 học sinh nữ là C_4^2 . Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{15}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 448. Cho đa giác đều có n cạnh ($n \geq 4$). Tìm n để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh.

A. $n = 5$.

B. $n = 16$.

C. $n = 6$.

D. $n = 8$.

Lời giải.

Số đường chéo của đa giác n cạnh là $\frac{n(n-3)}{2}$, do đó ta có

$$\frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n = 5.$$

Vậy ngũ giác là đa giác có số đường chéo bằng số cạnh.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 449. Cho A là tập các số tự nhiên có 7 chữ số. Lấy một số bất kì của tập hợp A . Tính xác suất để lấy được số lẻ và chia hết cho 9.

A. $\frac{625}{1701}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{1250}{1701}$.

Lời giải.

Xét số có dạng $a = \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_7}$ với $a_1 \neq 0, a_1, a_2, \dots, a_7 \in \{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Ta sẽ đếm số các số dạng này thỏa mãn a lẻ và chia hết cho 9. Trước hết a_7 có 5 cách chọn. Ta chọn các số $a_2, a_3, \dots, a_6$ một cách bất kì, sẽ có 10^5 cách chọn. Chú ý rằng a chia hết cho 9 khi và chỉ khi $S = a_1 + a_2 + \dots + a_7$ chia hết cho 9. Mặt khác tổng số dư của tổng $a_2 + a_3 + \dots + a_7$ khi chia cho 9 thuộc vào tập $\{0; 1; 2; \dots; 8\}$, với mỗi trường hợp đó ta đều có duy nhất một cách chọn $a_1 \in \{1; 2; 3; \dots; 9\}$ sao cho tổng S chia hết cho 9. Do đó số cách số a lẻ chia hết cho 9 là $5 \cdot 10^5$. Mà có $9 \cdot 10^6$ số tự nhiên có 7 chữ số nên xác suất cần tìm là $\frac{5 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^6} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 450. Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 được gọi có cả nam và nữ bằng

A. $\frac{65}{71}$.

B. $\frac{69}{77}$.

C. $\frac{443}{506}$.

D. $\frac{68}{75}$.

Lời giải.

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng là $C_{35}^4 = 52360$.

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng hoặc là nam hoặc là nữ là $C_{18}^4 + C_{17}^4 = 5440$.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 52360$.

Gọi biến cố A : “ 4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ ”.

Ta được $n(A) = 46920$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{69}{77}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 451. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1 - 3x)^{2n}$ bằng

A. $-3^5 C_{10}^5$.

B. $-3^5 C_{12}^5$.

C. $3^5 C_{10}^5$.

D. $6^5 C_{10}^5$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^3 + 2 \cdot A_n^2 &= 100 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} &= 100 \\ \Leftrightarrow n^3 - n^2 &= 100 \\ \Leftrightarrow n &= 5. \end{aligned}$$

Khi đó, ta thấy $(1 - 3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (-3)^k \cdot x^k$.

Vậy hệ số của x^5 bằng $-3^5 \cdot C_{10}^5$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 452. Trong lễ tổng kết năm học 2017 – 2018, lớp 12T nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách Toán, 7 cuốn sách Vật lí, 8 cuốn sách Hoá học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. Bình và Bảo là 2 trong số 10 học sinh đó. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà Bình nhận được giống 2 cuốn sách của Bảo.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{17}{90}$.

C. $\frac{14}{45}$.

D. $\frac{12}{45}$.

Lời giải.

Vì mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học nên từ 20 quyển sách ta chia ra 10 phần quà.

Trong đó mỗi phần quà đó hoặc là gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Vật lí (loại 1), hoặc là gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Hoá (loại 2), hoặc là gồm 1 cuốn sách Vật lí và 1 cuốn sách Hoá (loại 3).

Gọi x, y, z lần lượt là số phần quà loại 1, loại 2 và loại 3.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y = 5 \\ x + z = 7 \\ y + z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5. \end{cases}$$

Số cách chia phần quà cho Bình và Bảo:

— Cùng nhận loại 1: có $C_2^2 = 1$ cách.

— Cùng nhận loại 2: có $C_3^2 = 3$ cách.

— Cùng nhận loại 3: có $C_5^2 = 10$ cách.

Gọi biến cố A: “ 2 cuốn sách mà Bình và Bảo nhận được giống nhau ”.

Ta có $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Ta có $n(A) = 14$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14}{45}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 453. Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn một nhóm trực nhật gồm 2 học sinh từ tổ đó là

A. 10^2 .

B. A_{10}^8 .

C. C_{10}^2 .

D. A_{10}^2 .

Lời giải.

Nhóm học sinh trực nhật gồm 2 em nên ta không cần quan tâm thứ tự.

Do đó số cách chọn nhóm trực nhật gồm hai em học sinh là tổ hợp chập 2 của 10 hay có C_{10}^2 cách.

Chọn đáp án **C** □

Câu 454. Hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$ là

A. 112640.

B. 112643.

C. -112640.

D. -112643.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \text{ (thỏa mãn)} \\ n = -13 \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Khi đó: $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n = \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^3)^{12-k} \cdot (-2 \cdot x^{-1})^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k \cdot x^{36-4k}.$

Do số hạng không chứa x tức là chứa x mũ 0 nên $36 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 9.$

Khi đó: số hạng không chứa x trong khai triển trên là $C_{12}^9 \cdot (-2)^9 = -112640.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 455. Có 10 học sinh lớp A, 8 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào một bản tròn (hai cách xếp được coi là giống nhau nếu cách xếp này là kết quả của cách xếp kia khi ta thực hiện phép quay bản ở tâm một góc nào đó). Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.

A. $\frac{10!}{18!}.$

B. $\frac{9!A_{10}^8}{17!}.$

C. $\frac{7!}{17!}.$

D. $\frac{10!A_{11}^8}{18!}.$

Lời giải.

Để tránh đi các khả năng bị trùng khi ta thực hiện đếm thì ta thực hiện thao tác cố định một học sinh xác định ở lớp A tại 1 vị trí. Bây giờ ta chuyển về bài toán: *Xếp 9 học sinh lớp A và 8 học sinh lớp B thành một hàng dọc với bạn đứng đầu là một bạn C khác 17 bạn trên. Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.*

Không gian mẫu là $|\Omega| = 17!.$

Ta cần đếm số cách xếp để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau, tức là giữa hai học sinh lớp B luôn có ít nhất một học sinh lớp A. Do đó ta thực hiện thuật toán để tính số cách xếp như sau:

- Chọn 8 vị trí bất kì trong 10 vị trí để xếp các học sinh lớp B và đánh số từ trái qua phải là $x_1, x_2, \dots, x_8.$ Có C_{10}^8 cách chọn.
- Thêm vào ngay bên trái các vị trí x_i $i = 2, 3, \dots, 8$ một vị trí để cho một học sinh của lớp A xếp vào. Có 1 cách thêm.
- Xếp 8 học sinh lớp B vào 8 vị trí $x_1, x_2, \dots, x_8.$ Có $8!$ cách xếp.
- Xếp 9 học sinh lớp A vào 9 vị trí còn lại. Có $9!$ cách xếp.

Vậy có $9! \cdot 8! \cdot C_{10}^8 = 9!A_{10}^8$ cách xếp thỏa mãn hay xác suất cần tìm là $\frac{9!A_{10}^8}{17!}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 456. Một hộp đựng 20 quả cầu trong đó có 6 quả cầu màu trắng, 4 quả cầu màu xanh và 10 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu được chọn có đủ 3 màu là

A. $\frac{3}{20}.$

B. $\frac{24}{19}.$

C. $\frac{2}{57}.$

D. $\frac{4}{19}.$

Lời giải.

Có $3! = 6$ cách sắp thứ tự lấy 3 quả cầu khác màu mà với mỗi thứ tự thì xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu luôn không đổi và bằng $\frac{4}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{10}{18}$ nên xác suất cần tìm là

$$6 \cdot \frac{4}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{10}{18} = \frac{4}{19}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 457. Đa giác lồi 10 cạnh có bao nhiêu đường chéo?

A. 35.

B. 45.

C. 10.

D. 20.

Lời giải.

Số đường chéo là

$$C_{10}^2 - 10 = 35.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 458. Trong các số nguyên từ 100 đến 999, số các số mà chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần (kể từ trái qua phải) bằng

A. 204.

B. 120.

C. 168.

D. 240.

Lời giải.

Chọn 3 chữ số khác nhau trong 10 chữ số. Tồn tại 2 cách sắp xếp sao cho chữ số tăng dần hoặc giảm dần từ trái qua phải, có $2 \cdot C_{10}^3$ cách.

Xét trường hợp tăng dần mà chữ số 0 đứng đầu, có C_9^2 cách chọn hai chữ số còn lại.

Vậy số các số thỏa mãn là $2 \cdot C_{10}^3 - C_9^2 = 204$ số.

Chọn đáp án **A** □

Câu 459. Cho khai triển $T = (1 + x - x^{2017})^{2018} + (1 - x + x^{2018})^{2017}$. Hệ số của số hạng chứa x trong khai triển bằng

A. 0.

B. 2017.

C. 1.

D. 4035.

Lời giải.

Trước hết ta xét hệ số của số hạng chứa x trong khai triển $(1 + x - x^{2017})^{2018}$. Ta có

$$\begin{aligned} (1 + x - x^{2017})^{2018} &= \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (x - x^{2017})^k \\ &= \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^k (1 - x^{2016})^k \\ &= \sum_{k=0}^{2018} \cdot \sum_{i=0}^k C_{2018}^k \cdot C_k^i \cdot (-1)^{2016i} \cdot x^{k+2016i}. \end{aligned}$$

Cặp số $(k; i)$ cần tìm thỏa mãn hệ $\begin{cases} 0 \leq i \leq k \leq 2018 \\ k + 2016i = 1 \end{cases} \Rightarrow k = 1, i = 0.$

Vậy hệ số là $C_{2018}^1 \cdot C_1^0$.

Tiếp tục ta xét hệ số của số hạng chứa x trong khai triển $(1 - x + x^{2018})^{2017}$, ta có

$$\begin{aligned} (1 - x + x^{2018})^{2017} &= \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k (x^{2018} - x)^k \\ &= \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k x^k (x^{2017} - 1)^k \\ &= \sum_{k=0}^{2017} \cdot \sum_{i=0}^k C_{2017}^k \cdot C_k^i \cdot (-1)^{k-i} \cdot x^{k+2017i}. \end{aligned}$$

Cặp số $(k; i)$ cần tìm thỏa mãn hệ $\begin{cases} 0 \leq i \leq k \leq 2017 \\ k + 2017i = 1 \end{cases} \Rightarrow k = 1, i = 0.$

Vậy hệ số là $C_{2017}^1 \cdot C_1^0 \cdot (-1)$.

Tóm lại hệ số của x là $2018 - 2017 = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 460. Từ 2 chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có 2 chữ số 1 nào đứng cạnh nhau?

A. 110.

B. 54.

C. 55.

D. 108.

Lời giải.

TH 1: có 8 chữ số 8. Có 1 số.

TH 2: có 7 chữ số 8 và 1 chữ số 1. Có $C_8^7 = 8$ số.

TH 3: có 6 chữ số 8 và 2 chữ số 1.

Ta chọn 2 trong 7 vị trí giữa các chữ số 8 để đặt chữ số 1. Có $C_7^2 = 21$ số.

TH 4: có 5 chữ số 8 và 3 chữ số 1. Tương tự ta có C_6^3 số.

TH 5: có 4 chữ số 8 và 4 chữ số 1. Có C_4^4 số.

Tóm lại có tất cả 55 số.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 461. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm trên hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. 220.

B. 175.

C. 1320.

D. 7350.

Lời giải.

Để lấy được 3 điểm tạo thành một tam giác từ 12 điểm bài cho thì xảy ra 2 trường hợp sau.

— Trường hợp 1: Lấy 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc $d_2 \Rightarrow$ có $C_5^1 \cdot C_7^2 = 105$.

— Trường hợp 2: Lấy 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc $d_2 \Rightarrow$ có $C_5^2 \cdot C_7^1 = 70$.

Vậy có $105 + 70 = 175$ tam giác thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 462. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x^4 - \frac{2}{x}\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 36$.

A. 1792.

B. 1972.

C. -1297.

D. -1792.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 2$.

Theo giả thiết $C_n^1 + C_n^2 = 36 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 36 \Leftrightarrow n^2 + n - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 \text{ (thỏa mãn)} \\ n = -9 \text{ (loại)}. \end{cases}$

Với $n = 8 \Rightarrow \left(x^4 - \frac{2}{x}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (x^4)^{8-k} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (-2)^k \cdot x^{32-5k}$.

Hệ số của số hạng chứa x^7 ứng với k thỏa mãn $32 - 5k = 7 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 bằng $C_8^5 \cdot (-2)^5 = -1792$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 463. Giải bóng đá của học sinh trường THPT Quỳnh Hợp 2 gồm 9 đội tham dự, trong đó có 3 đội khối 10, 3 đội khối 11 và 3 đội khối 12. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của khối 12 ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{9}{28}$.B. $\frac{9}{56}$.C. $\frac{3}{56}$.D. $\frac{1}{336}$.

Lời giải.

Mỗi bảng gồm 3 đội nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = 1680$.

Gọi X là biến cố "3 đội bóng của khối 12 ở 3 bảng khác nhau".

— Bảng A.

+ Chọn 1 trong 3 đội khối 12 $\Rightarrow$ có $C_3^1 = 3$ cách.

+ Chọn 2 trong 6 đội khối 10 và khối 11 $\Rightarrow$ có $C_6^2 = 15$ cách.

— Bảng B.

+ Chọn 1 trong 2 đội còn lại của khối 12 $\Rightarrow$ có $C_2^1 = 2$ cách.

+ Chọn 2 trong 4 đội còn lại khối 10 và khối 11 $\Rightarrow$ có $C_4^2 = 6$ cách.

— Bảng C là 3 đội còn lại.

Vậy $n = (X) = 3 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 6 = 540$.

Xác suất của biến cố X là $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{540}{1680} = \frac{9}{28}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 464. Có bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

A. A_5^1 .

B. A_5^4 .

C. P_4 .

D. C_5^4 .

Lời giải.

Mỗi số có 4 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử. Vậy có A_5^4 số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (B) □

Câu 465. Số các hoán vị của một tập hợp có 6 phần tử là

A. 46656.

B. 6.

C. 120.

D. 720.

Câu 466. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số hàng vạn, hàng nghìn, hàng trăm bằng 1.

A. 2802.

B. 65.

C. 2520.

D. 2280.

Lời giải.

Giả sử số tự nhiên là $\overline{abcde}$. Trường hợp I: Số tự nhiên có chữ số 0.

+ $b = 0$ hoặc $c = 0$. Số 0 có 2 cách chọn vị trí, số 1 có 2 cách chọn vị trí. Các số còn lại có A_6^3 cách chọn, như vậy có $2 \times 2 \times A_6^3 = 480$ số.

+ $d = 0$ hoặc $e = 0$. Số 0 có 2 cách chọn vị trí, số 1 có 3 cách chọn vị trí. Các số còn lại có A_6^3 cách chọn, như vậy có $2 \times 3 \times A_6^3 = 720$ số.

Trường hợp II: Số tự nhiên không có chữ số 0. Chữ số 1 có 3 cách chọn vị trí, các số còn lại có A_6^4 cách chọn, cho nên có $3 \times A_6^4 = 1080$ số.

Vậy có tất cả 2280 số.

Chọn đáp án (D) □

Câu 467. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$ (với $x \neq 0$).

A. $\frac{55}{9}$.

B. 40095.

C. $\frac{1}{81}$.

D. 924.

Câu 468. Cho $k \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$. Trong các công thức về số các chỉnh hợp và số các tổ hợp sau, công thức nào là công thức đúng?

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ (với $0 \leq k \leq n$).

B. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (với $0 \leq k \leq n$).

C. $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$ (với $1 \leq k \leq n$).

D. $C_{n+1}^k = C_n^{k+1}$ (với $0 \leq k \leq n-1$).

Câu 469. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của n thỏa mãn $C_{n-1}^4 - C_{n-1}^3 - \frac{5}{4}A_{n-1}^2 < 0$?

A. 6.

B. 4.

C. 7.

D. 5.

Câu 470. Kết quả $(b; c)$ của việc gieo con súc sắc cân đối đồng chất hai lần (trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai) được thay vào phương trình $x^2 + bx + c$ (*). Xác suất để phương trình (*) vô nghiệm là

A. $\frac{17}{36}$.B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{1}{6}$.D. $\frac{19}{36}$.

Lời giải.

$n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$, gọi A là biến cố phương trình vô nghiệm. Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $b^2 - 4c < 0$ hoặc $b = 2, c = 1$.

Ta có $A = \{(1; 1); (1; 2); \dots; (1; 6); (2; 1); (2; 2); \dots; (2; 6); (3; 3); \dots; (3; 6); (4; 5); (4; 6)\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 471. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

A. $\frac{5}{32}$.B. $\frac{5}{8}$.C. $\frac{5}{9}$.D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 4C_6^2 + 6C_4^2$, gọi A là biến cố tam giác có hai đỉnh màu đỏ, $n(A) = 4C_6^2$, $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} =$

$$\frac{4C_6^2}{4C_6^2 + 6C_4^2} = \frac{5}{8}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 472. Với các chữ số 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau trong đó hai chữ số 2, 3 không đứng cạnh nhau?

A. 120.

B. 96.

C. 48.

D. 72.

Lời giải.

Lập số có 5 chữ số khác nhau từ tập $\{2; 3; 4; 5; 6\}$ có $5!$ số.

Ta lập số có 5 chữ số khác nhau sao cho 2 và 3 đứng cạnh nhau.

— Chọn 2 vị trí cạnh nhau để xếp hai số 2 và 3 vào có $4 \cdot 2!$ cách.

— Xếp 3 chữ số còn lại vào 3 vị trí còn trống có $3!$ cách.

$\Rightarrow$ số các số có 5 chữ số khác nhau mà 2 và 3 đứng cạnh nhau là $4 \cdot 2! \cdot 3!$.

Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $5! - 4 \cdot 2! \cdot 3! = 72$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 473. Trong khai triển nhị thức $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{200}$ có bao nhiêu số hạng hữu tỷ?

A. 50.

B. 51.

C. 52.

D. 0.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là

$$T_{k+1} = C_{200}^k (\sqrt{2})^{200-k} (\sqrt[3]{3})^k = C_{200}^k \cdot 2^{100} \cdot 4^{-\frac{k}{4}} \cdot 3^{\frac{k}{4}} = C_{200}^k \cdot 2^{100} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{k}{4}}.$$

Số hạng trên là hữu tỷ khi và chỉ khi $k = 4t$ với $t \in \mathbb{N}$. Do $0 \leq k \leq 200$ nên $0 \leq t \leq 50$. Có tất cả 51 giá trị của t , tức cũng có 51 số hạng hữu tỷ của khai triển.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 474. Một bình chứa 16 viên bi, với 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen, 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất lấy được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen, 1 viên bi đỏ.

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{9}{40}$. D. $\frac{1}{35}$.

Lời giải.

Chọn 3 viên bất kì có C_{16}^3 cách $\Rightarrow |\Omega| = C_{16}^3$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được 1 viên bi trắng, 1 viên bi đen, 1 viên bi đỏ" $\Rightarrow |A| = C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{C_7^1 \cdot C_6^1 \cdot C_3^1}{C_{16}^3} = \frac{9}{40}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 475. Có bao nhiêu cách xếp ba bạn A, B, C vào một dãy ghế hàng ngang có 5 chỗ ngồi?

- A. 10. B. 6. C. 60. D. 120.

Lời giải.

Số cách xếp ba bạn A, B, C vào một dãy ghế hàng ngang có 5 chỗ ngồi là $A_5^3 = 60$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 476. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân lập một tổ công tác gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên?

- A. 420. B. 360. C. 120. D. 240.

Lời giải.

Số cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên là $3 \cdot 7 \cdot C_6^3 = 420$ cách.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 477. Gọi a là hệ số của $x^{\frac{5}{3}}$ trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{x}\right)^{3n}$, $x > 0$. Tìm a biết rằng

$$2^{n-4} (C_n^{n-2} - C_{n-2}^1 - n) = C_{n-1}^{n-2}.$$

- A. $a = 96096$. B. $a = 96906$. C. $a = 96960$. D. $a = 96069$.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 3$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} & 2^{n-4} (C_n^{n-2} - C_{n-2}^1 - n) = C_{n-1}^{n-2} \\ \Leftrightarrow & 2^{n-4} \left(\frac{n!}{(n-2)!2!} - \frac{(n-2)!}{1!(n-3)!} - n \right) = \frac{(n-1)!}{(n-3)!1!} \\ \Leftrightarrow & 2^{n-4} \left(\frac{1}{2}n(n-1) - (n-2) - n \right) = n-1 \\ \Leftrightarrow & 2^{n-4} \left(\frac{1}{2}n^2 - \frac{5}{2}n + 2 \right) = n-1 \\ \Leftrightarrow & 2^{n-5} (n^2 - 5n + 4) = n-1 \\ \Leftrightarrow & 2^{n-5} (n-1)(n-4) = n-1 \\ \Leftrightarrow & 2^{n-5} (n-4) = 1 \Leftrightarrow n = 5. \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{x}\right)^{3n}$ là

$$C_{15}^k \cdot \left(\sqrt[3]{x^2}\right)^{15-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{30-2k}{3}-k} = C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{30-5k}{3}} (k \in \mathbb{N}, k \leq 15).$$

Hệ số của $x^{\frac{5}{3}}$ có k thỏa mãn $\frac{30-5k}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow 30-5k = 5 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy hệ số cần tìm là $a = C_{15}^5 2^5 = 96096$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 478. Gọi A là tập hợp gồm các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để số lấy được có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó.

A. $P = \frac{69}{574}$. B. $P = \frac{23}{1120}$. C. $P = \frac{271}{2296}$. D. $P = \frac{23}{1148}$.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, $a \neq 0$, $d \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

— Trường hợp 1: $d = 0$ có $A_9^3 = 504$ số.

— Trường hợp 2: $d \in \{2; 4; 6; 8\}$ có $4 \cdot 8 \cdot A_8^2 = 1792$ số.

Khi đó không gian mẫu A có $504 + 1792 = 2296$ phần tử. Ta tìm số lượng số lấy từ tập A sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó như sau:

— $d = 4$ có 1 số.

— $d = 6$ có $C_5^3 = 10$ số.

— $d = 8$ có $C_7^3 = 35$ số.

Khi đó xác suất cần tìm là $\frac{1 + 10 + 35}{2296} = \frac{23}{1148}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 479. Một đa giác lồi có 10 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác và nối chúng lại với nhau ta được một tam giác. Tính xác suất để tam giác thu được có ba cạnh là ba đường chéo của đa giác đã cho.

A. $\frac{11}{12}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Gọi S là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác lồi.

Khi đó $|S| = C_{10}^3 = 120$.

Xét một tam giác thuộc S và có đúng một cạnh là cạnh của đa giác lồi. Đầu tiên, ta chọn một cạnh của đa giác làm cạnh của tam giác. Sau đó, ta chọn đỉnh còn lại của tam giác. Vì tam giác chỉ có đúng một cạnh là cạnh của đa giác nên ta có 6 cách chọn đỉnh còn lại. Do đó, số lượng tam giác có đúng một cạnh là cạnh của đa giác bằng $10 \cdot 6 = 60$.

Xét một tam giác thuộc S và có cả ba cạnh là cạnh của đa giác lồi. Để có tam giác như vậy, ta chọn một đỉnh bất kì của đa giác rồi nối với hai đỉnh kề với nó. Do đó, số lượng tam giác có cả ba cạnh là cạnh của đa giác bằng 10.

Vậy số tam giác có 3 cạnh là 3 đường chéo của đa giác là $120 - 60 - 10 = 50$.

Xác suất cần tính là $\frac{50}{120} = \frac{5}{12}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 480. Một đội văn nghệ có 20 người, trong đó có 10 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người sao cho có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ trong 5 người đó?

A. 12900.

B. 13125.

C. 550.

D. 15504.

Lời giải.

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Chọn ra 4 nam, 1 nữ. Khi đó, số cách chọn là $C_{10}^4 \cdot C_{10}^1$.TH2: Chọn ra 3 nam, 2 nữ. Khi đó, số cách chọn là $C_{10}^3 \cdot C_{10}^2$.TH3: Chọn ra 2 nam, 3 nữ. Khi đó, số cách chọn là $C_{10}^2 \cdot C_{10}^3$.

Vậy số cách chọn ra 5 bạn sao cho có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ là

$$C_{10}^4 \cdot C_{10}^1 + C_{10}^3 \cdot C_{10}^2 + C_{10}^2 \cdot C_{10}^3 = 12900.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 481. Có bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau có thể lập được từ các chữ số 0, 2, 4, 6, 8?

A. 48.

B. 60.

C. 10.

D. 24.

Lời giải.Gọi số có ba chữ số khác nhau lập được từ 0, 2, 4, 6, 8 là $\overline{abc}$.Số cách chọn a là 4 (do $a \neq 0$).Với a đã chọn, số cách chọn $\overline{bc}$ là $A_4^2 = 12$.

Vậy có tất cả 48 số có ba chữ số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 482. Tổng tất cả các hệ số của khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ bằng 1024. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển của biểu thức trên.

A. 120.

B. 210.

C. 330.

D. 126.

Lời giải.Tổng các hệ số trong khai triển của $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ bằng 1024.Do đó ta có $\sum_{k=0}^n C_n^k = 1024 \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(\frac{1}{x}\right)^{10-k} (x^3)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{4k-10}.$$

Ta có $4k - 10 = 6 \Leftrightarrow k = 4$.Do đó hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển của biểu thức là $C_{10}^4 = 210$.Chọn đáp án **B**

□

Câu 483. Tính tổng $S = 2 \cdot 2^{2017} C_{2018}^1 + 3 \cdot 2^{2016} C_{2018}^2 + 4 \cdot 2^{2015} C_{2018}^3 + \dots + 2019 C_{2018}^{2018}$.A. $S = 2021 \cdot 3^{2017} - 2^{2018}$.B. $S = 2021 \cdot 3^{2017}$.C. $S = 2021 \cdot 3^{2018} - 2^{2017}$.D. $S = 2021 \cdot 3^{2017} + 2^{2018}$.**Lời giải.**Xét khai triển nhị thức Niu-tơn $(x+2)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k 2^{2018-k} x^k$.Nhân cả hai vế với x ta có $x(x+2)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k 2^{2018-k} x^{k+1}$.Lấy đạo hàm hai vế ta có $2018x(x+2)^{2017} + (x+2)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (k+1) 2^{2018-k} x^k$.

Cho $x = 1$ ta có $\sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (k+1) 2^{2018-k} = 2018 \cdot 3^{2017} + 3^{2018} = 2021 \cdot 3^{2017}$.

Từ đó $S = \sum_{k=1}^{2018} C_{2018}^k (k+1) 2^{2018-k} - 2^{2018} = 2021 \cdot 3^{2017} - 2^{2018}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 484. Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

A. 170.

B. 160.

C. 190.

D. 360.

Lời giải.

Số các đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là số các tổ hợp chập 2 của 20 phần tử là $C_{20}^2 = 190$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 485. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Xác suất để số chọn được là số chia hết cho 5 là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{30}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Số các phần tử của A là $n(A) = A_6^4$.

Gọi số tự nhiên lập được là $x = \overline{abcd}$.

Để x chia hết cho 5 thì $d = 5 \Rightarrow d$ có một cách chọn.

Chọn a, b, c có $A_5^3 \Rightarrow$ có A_5^3 số tự nhiên lập được chia hết cho 5.

Do đó xác suất để số được chọn chia hết cho 5 là $P = \frac{A_5^3}{A_6^4} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 486. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 14348907$. Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$, ($x \neq 0$) bằng

A. -1365.

B. 32760.

C. 1365.

D. -32760.

Lời giải.

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + \dots + x^nC_n^n$.

Thay $x = 2$ ta được $3^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n$.

Vì $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 14348907 \Rightarrow 3^n = 14348907 \Leftrightarrow n = \log_3(14348907) = 15$.

Khi đó $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{30-5k} (-1)^k$.

Hệ số x^{10} ứng với $30 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 4$.

Do đó hệ số chứa x^{10} là $C_{15}^4 \cdot (-1)^4 = 1365$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 487. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

A. 1768.

B. 1771.

C. 1350.

D. 2024.

Lời giải.

Để rút được bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị thì 3 thẻ rút được phải không có hai thẻ nào là hai số tự nhiên liên tiếp. Số cách rút 3 thẻ bất kỳ là C_{26}^3 .

Số cách rút ra 3 thẻ có đúng hai số tự nhiên liên tiếp được xác định như sau:

Chọn 2 số tự nhiên liên tiếp: $\{1, 2\}; \{2, 3\}; \dots; \{25, 26\}$.

TH1. Chọn hai thẻ liên tiếp là $\{1, 2\}$ hoặc $\{25, 26\}$ có hai cách, thẻ còn lại không được chọn là thẻ số 3 hoặc 24 do đó có 23 cách.

Vậy có $2 \cdot 23 = 46$ cách.

TH2. Chọn hai thẻ là một trong các cặp $\{2, 3\}; \{3, 4\}; \dots; \{24, 25\}$ có 23 cách, chọn thẻ còn lại chỉ có $26 - 4 = 22$ cách.

Vậy có $23 \cdot 22 = 506$ cách.

Số cách chọn 3 thẻ trong đó 3 thẻ được đánh số tự nhiên liên tiếp là $\{1, 2, 3\}; \{2, 3, 4\}; \dots; \{24, 25, 26\}$ có 24 cách.

Vậy có $C_{26}^3 - 46 - 506 - 24 = 2024$ cách chọn bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 488. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 15.

B. 4096.

C. 360.

D. 720.

Lời giải.

Số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử nên có tất cả $A_6^4 = 360$ số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 489. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

A. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$. B. $1 - 0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$. C. $0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$. D. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 4^{50}$.

Thí sinh đó được 6 điểm nghĩa là làm đúng 30 câu và làm sai 20 câu còn lại. Gọi A là biến cố “Thí sinh làm đúng 30 câu”.

Ta có C_{50}^{20} cách để chọn ra 20 câu làm sai. Có $1^{30} = 1$ cách để chọn đáp án đúng cho 30 câu còn lại, và có 3^{20} cách để chọn đáp án sai cho 20 câu làm sai.

Vậy $n(A) = C_{50}^{20} \cdot 3^{20}$ Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_{50}^{20} \cdot 3^{20}}{4^{50}} = 0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 490. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}, (x \neq 0)$.

A. $2^7 C_{21}^7$.

B. $2^8 C_{21}^8$.

C. $-2^8 C_{21}^8$.

D. $-2^7 C_{21}^7$.

Lời giải.

Số hạng thứ $k + 1$ của khai triển là $T_{k+1} = C_{21}^k \cdot x^{21-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{21}^k \cdot (-2)^k \cdot x^{-3k+21}$,

Yêu cầu bài toán suy ra $-3k + 21 = 0 \Leftrightarrow k = 7$.

Do đó số hạng không chứa x trong khai triển trên là $-2^7 C_{21}^7$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 491. Một phòng có 12 người. Cần lập một tổ đi công tác 3 người, một người làm tổ trưởng, một người làm tổ phó và một người là thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

A. 220.

B. 1728.

C. 1230.

D. 1320.

Lời giải.

- Có 12 cách chọn một người làm tổ trưởng.
- Có 11 cách chọn một người làm tổ phó.
- Có 10 cách chọn một người làm thành viên.

Suy ra, số cách lập một tổ đi công tác 3 người bằng $12 \cdot 11 \cdot 10 = 1320$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 492. Cho khai triển $(1 - 3x + 2x^2)^{2018} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4036}x^{4036}$. Tìm a_2 .

A. 18132544.

B. 18136578.

C. 18320413.

D. 18369122.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1 - 3x + 2x^2)^{2018} &= (x - 1)^{2018}(2x - 1)^{2018} = \sum_{i=0}^{2018} C_{2018}^i x^i (-1)^{2018-i} \sum_{j=0}^{2018} C_{2018}^j (2x)^j (-1)^{2018-j} \\ &= \sum_{i=0}^{2018} \sum_{j=0}^{2018} C_{2018}^i C_{2018}^j (-1)^{4036-i-j} 2^j x^{i+j}. \end{aligned}$$

Theo đề bài, hệ số của a_2 ứng với x^2 . Do đó ta xét các trường hợp sau:

- TH1: $i = 2, j = 0$. Khi đó hệ số a_2 là $C_{2018}^2 \cdot C_{2018}^0 \cdot 2^0$.
- TH2: $i = 1, j = 1$. Khi đó hệ số a_2 là $C_{2018}^1 \cdot C_{2018}^1 \cdot 2^1$.
- TH3: $i = 0, j = 2$. Khi đó hệ số a_2 là $C_{2018}^0 \cdot C_{2018}^2 \cdot 2^2$.

Suy ra, tổng hệ số của a_2 trong khai triển là

$$a_2 = C_{2018}^2 \cdot C_{2018}^0 \cdot 2^0 + C_{2018}^1 \cdot C_{2018}^1 \cdot 2^1 + C_{2018}^0 \cdot C_{2018}^2 \cdot 2^2 = 18320413.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 493. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn đúng ngẫu nhiên 8 tấm thẻ, tính xác suất để chọn được 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó có đúng 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 3. Kết quả đúng là

A. $\frac{308}{1105}$.B. $\frac{84}{1105}$.C. $\frac{308}{969}$.D. $\frac{126}{20995}$.

Lời giải.

Số cách chọn 8 tấm thẻ trong 20 tấm thẻ là $|\Omega| = C_{20}^8 = 125970$ (cách).

Gọi A là biến cố "5 tấm thẻ mang số lẻ, 3 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 3".

Nhận xét: Trong 20 tấm thẻ có 10 tấm thẻ mang số chẵn, 10 tấm thẻ mang số lẻ và 6 tấm mang số chia hết cho 3. Để tìm số phần tử của A ta xét bốn trường hợp sau:

- TH1: Có 5 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3 và 3 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^5 C_3^3 = 21$ (cách chọn).
- TH2: Có 4 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3, 1 tấm thẻ lẻ chia hết cho ba, 1 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3 và 2 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^4 C_3^1 C_7^1 C_3^2 = 2205$ (cách chọn).

- TH3: Có 3 tấm thẻ mang số lẻ không chia hết cho 3, 2 tấm thẻ mang số lẻ chia hết cho 3, 2 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3 và 1 tấm thẻ chẵn chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^3 C_3^2 C_7^2 C_3^1 = 6615$ (cách chọn).
- TH4: Có 2 tấm thẻ lẻ không chia hết cho 3, 3 tấm thẻ lẻ chia hết cho 3, 3 tấm thẻ chẵn không chia hết cho 3. Số cách chọn là $C_7^2 C_3^3 C_7^3 = 735$ (cách chọn).

Suy ra, số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 21 + 2205 + 6615 + 735 = 9576$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{9576}{125970} = \frac{84}{1105}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 494. Có bao nhiêu cách lấy 3 viên bi từ một hộp đựng bi gồm 5 bi màu xanh và 6 bi màu đỏ sao cho có đúng 1 bi màu xanh?

- A. 5. B. 20. C. 15. D. 75.

Lời giải.

Để lấy được 3 bi **có đúng** 1 bi xanh ta thực hiện như sau:

- Lấy 1 bi màu xanh, số cách lấy là $C_5^1 = 5$.
- Lấy tiếp thêm 2 bi màu đỏ, số cách lấy là $C_6^2 = 15$.

Vậy số cách lấy 1 bi màu xanh và 2 bi màu đỏ là $5 \cdot 15 = 75$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 495. Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

- A. $\frac{3}{115}$. B. $\frac{7}{920}$. C. $\frac{27}{92}$. D. $\frac{9}{92}$.

Lời giải.

Chọn 3 đoàn viên trong 25 đoàn viên có $n(\Omega) = C_{25}^3$ cách.

Gọi A : “trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ”

$$\text{Khi đó } n(A) = C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{92}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 496. Đội học sinh giỏi trường THPT X gồm có 8 học sinh khối 12; 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là

- A. $\frac{71128}{75582}$. B. $\frac{35582}{3791}$. C. $\frac{71131}{75582}$. D. $\frac{143}{153}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “Trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố “Trong 8 học sinh được chọn chỉ có đúng 1 khối hoặc 2 khối”.

$$n(\Omega) = C_{19}^8 = 75582.$$

Số cách chọn chỉ có đúng 1 khối: C_8^8 .

Số cách chọn gồm cả hai khối 10 và 11: C_{11}^8 .

Số cách chọn gồm cả hai khối 11 và 12: $C_{14}^8 - C_8^8$.

Số cách chọn gồm cả hai khối 10 và 12: $C_{13}^8 - C_8^8$.

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_8^8 + [C_{11}^8 + (C_{14}^8 - C_8^8) + (C_{13}^8 - C_8^8)] = 4454.$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{4454}{75582}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{71128}{75582}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 497. Tính giá trị của biểu thức $M = 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2014}C_{2017}^3 + 2^{2012}C_{2017}^5 + \dots + 2^0C_{2017}^{2017}$.

A. $\frac{1}{2}(3^{2017} - 1)$. B. $\frac{1}{2}(3^{2017} + 1)$. C. $\frac{1}{2}(2^{2017} - 1)$. D. $\frac{1}{2}(2^{2017} + 1)$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2 + 1)^{2017} = 2^{2017}C_{2017}^0 + 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2015}C_{2017}^2 + \dots + 2^1C_{2017}^{2016} + C_{2017}^{2017}. \quad (1)$$

$$(2 - 1)^{2017} = 2^{2017}C_{2017}^0 - 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2015}C_{2017}^2 - \dots + 2^1C_{2017}^{2016} - C_{2017}^{2017}. \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) trừ (2) ta được } 2M = 3^{2017} - 1. \text{ Suy ra } M = \frac{1}{2}(3^{2017} - 1).$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 498. Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 145152. B. 108864. C. 217728. D. 80640.

Lời giải.

Có các trường hợp xảy ra như sau:

- Hai học sinh lớp A luôn đứng cạnh nhau, các học sinh lớp còn lại xếp tùy ý: $2!8!$.
- Có đúng một học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^12!7!$.
- Có đúng hai học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^22!6!$.
- Có đúng ba học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^32!5!$.
- Có đúng bốn học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^42!4!$.

$$\text{Vậy có } 2!8! + A_4^12!7! + A_4^22!6! + A_4^32!5! + A_4^42!4! = 145152 \text{ cách xếp hàng thỏa đề bài.}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 499. Cho đa giác đều $2n$ đỉnh, lấy ngẫu nhiên một đường chéo của đa giác này thì xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất bằng $\frac{1}{9}$. Tìm n .

A. $n = 4$. B. $n = 6$. C. $n = 10$. D. $n = 5$.

Lời giải.

Ta có đường chéo có độ dài lớn nhất của đa giác là đường chéo đi qua tâm $\Rightarrow$ đa giác có $2n$ đỉnh thì có n đường chéo lớn nhất.

$$\text{Xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất: } \frac{n}{C_{2n}^2 - 2n} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow n = 6.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 500. Hồng muốn qua nhà Hoa để cùng Hoa đến chơi nhà Bình. Từ nhà Hồng đến nhà Hoa có 3 con đường đi, từ nhà Hoa tới nhà Bình có 2 con đường đi. Hỏi Hồng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Bình?

A. 5. B. 6. C. 2. D. 4.

Lời giải.

$$\text{Số cách chọn để Hồng đi đến nhà Bình là } C_3^1 \cdot C_2^1 = 6.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 501. Một đa giác đều có 24 đỉnh, tất cả các cạnh của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác, tính xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu.

A. $\frac{27}{1290}$.

B. $\frac{1}{24}$.

C. $\frac{190}{253}$.

D. $\frac{24}{115}$.

Lời giải.

$|\Omega| = C_{24}^3.$

Tam giác có ba cạnh cùng màu chính là tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác.

$|\Omega_A| = C_{24}^3 - 24 - C_{24}^1 \cdot C_{20}^1.$

Vậy $P = \frac{C_{24}^3 - 24 - C_{24}^1 \cdot C_{20}^1}{C_{24}^3} = \frac{190}{253}.$

Chọn đáp án **C** □**Câu 502.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x} + 2\right)^6.$

A. 356.

B. 210.

C. 735.

D. 480.

Lời giải.

$$\left(x^3 + \frac{1}{x} + 2\right)^6 = \sum_{k=1}^6 C_6^k \left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^k 2^{6-k} = \sum_{k=1}^6 C_6^k \cdot 2^{6-k} \cdot \sum_{l=1}^k x^{3k-4l}$$

Số hạng chứa x^5 trong khai triển suy ra $k = 3; l = 1.$

Vậy hệ số là $C_3^6 \cdot 2^3 \cdot C_3^1 = 480.$

Chọn đáp án **D** □**Câu 503.** Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử?

A. $3^{12}.$

B. $12^3.$

C. $A_{12}^3.$

D. $C_{12}^3.$

Lời giải.

Mỗi cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 12.

Vậy số cách lấy là C_{12}^3 cách.Chọn đáp án **D** □**Câu 504.** Cho đa giác đều (P) có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (P) , tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của $(P).$

A. $\frac{5}{114}.$

B. $\frac{3}{38}.$

C. $\frac{7}{114}.$

D. $\frac{7}{57}.$

Lời giải.Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^3.$ Gọi biến cố A : “ 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của (P) ”.

Trong 20 đỉnh có 10 đường kính, chọn 1 có 10 cách.

Chọn một đỉnh trong 14 đỉnh còn lại (trừ hai đỉnh thuộc đường kính, và 4 đỉnh kề với hai đỉnh đó) có 14 cách. Khi đó $n(A) = 10 \cdot 14 = 140.$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{140}{C_{20}^3} = \frac{7}{57}.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 505.** Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam.

A. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}.$

B. $\frac{C_5^4}{C_8^4}.$

C. $\frac{A_5^4}{A_{13}^4}.$

D. $\frac{A_5^4}{A_8^4}.$

Lời giải.

Chọn 4 người trong 13 người có $n(\Omega) = C_{13}^4$ cách.

Gọi biến cố A : “4 người được chọn đều là nam” $\Rightarrow n(A) = C_5^4$ cách.

Suy ra $P(A) = \frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 506. Từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau?

A. 5!.

B. C_7^2 .

C. A_7^2 .

D. 7^5 .

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số của tập A là một chỉnh hợp chập 5 của tập A . Do đó, từ tập A ta lập được A_7^5 số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau.

Chọn đáp án **C** □

Câu 507. Lớp 11L có 32 học sinh chia đều thành 4 tổ. Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang, lớp 11L, dự thi đường lên đỉnh Olympia. Xác suất để 5 bạn được chọn cùng một tổ là

A. $\frac{5}{32}$.

B. $\frac{5}{31}$.

C. $\frac{32}{24273}$.

D. $\frac{1}{899}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “5 bạn được chọn cùng một tổ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang”. Số cách chọn 5 học sinh bất kì trong lớp 11L đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang là: $n(\Omega) = C_{31}^5$.

32 học sinh chia đều thành 4 tổ nên mỗi tổ có 8 học sinh. Số cách chọn 5 học sinh cùng một tổ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang là: $n(A) = 3 \cdot C_8^5 + C_7^5$.

Xác suất để 5 bạn được chọn cùng một tổ là: $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3 \cdot C_8^5 + C_7^5}{C_{31}^5} = \frac{1}{899}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 508. Cho tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển đó là

A. 20.

B. 10.

C. 15.

D. 25.

Lời giải.

Tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ bằng 64, nên

$$\left(1 + \frac{1}{1^2}\right)^n = 64 \Leftrightarrow 2^n = 64 \Leftrightarrow n = 6.$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$ là: $T_{k+1} = C_6^k x^{6-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_6^k x^{6-3k}$.

Số hạng không chứa x của khai triển ứng với $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức đã cho là $C_6^2 = 15$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 509. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\frac{47}{256}$.

B. $\frac{49}{256}$.

C. $\frac{51}{256}$.

D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “không có hai người liền kề cùng đứng”.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.

Để biến cố A xảy ra ta có các trường hợp sau:

— **Trường hợp 1:** Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1 + 8 = 9$.

— **Trường hợp 2:** Có 2 đồng xu ngửa.

2 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.

Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $C_8^2 - 8 = 20$.

— **Trường hợp 3:** Có 3 đồng xu ngửa.

Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.

Trong 3 đồng xu ngửa có đúng 2 đồng xu ngửa kề nhau, có $8 \cdot 4 = 32$ kết quả. Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$.

— **Trường hợp 4:** Có 4 đồng xu ngửa.

Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Như vậy: $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{47}{256}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 510. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Không gian mẫu là tập tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

B. Gọi $P(A)$ là xác suất của biến cố A ta luôn có $0 < P(A) \leq 1$.

C. Biến cố là tập con của không gian mẫu.

D. Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta không biết được chính xác kết quả của nó nhưng ta có thể biết được tập tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

Câu 511. Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 1000 được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4?

A. 125.

B. 120.

C. 100.

D. 69.

Câu 512. Để chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20 – 10 Đoàn trường THPT Hai Bà Trưng đã phân công ba khối: khối 10, khối 11 và khối 12 mỗi khối chuẩn bị ba tiết mục gồm một tiết mục múa, một tiết mục kịch và một tiết mục hát tập ca. Đến ngày tổ chức ban tổ chức chọn ngẫu nhiên ba tiết mục. Tính xác suất ba tiết mục được chọn có đủ cả ba khối và đủ cả ba nội dung.

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{1}{84}$.

C. $\frac{1}{28}$.

D. $\frac{9}{56}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $C_3^3 = 84$.

Chọn ba tiết mục có đủ ba khối và ba nội dung có: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ cách. Vậy xác suất là $\frac{1}{14}$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 513. Hệ số của x^6 trong khai triển $(1 - 2x)^{10}$ thành đa thức là

A. -13440.

B. -210.

C. 210.

D. 13440.

Câu 514. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

A. 5040.

B. 4536.

C. 10000.

D. 9000.

Câu 515. Xét một bảng ô vuông 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có

bao nhiêu cách.

A. 72.

B. 90.

C. 80.

D. 144.

Lời giải.

Do tổng số trên mỗi hàng và mỗi cột đều có tổng bằng không nên mỗi hàng có hai chữ số 1 và hai chữ số -1 . Hàng thứ nhất có 6 cách điền:

$1, 1, -1, -1; -1, 1, 1, -1; -1, -1, 1, 1;$

$1, -1, -1, 1; 1, -1, 1, -1; -1, 1, -1, 1.$

Ứng với mỗi cách điền số ở hàng thứ nhất, ta có cách điền số ở hàng thứ hai, thứ ba, thứ tư như sau:

- TH1: Hàng hai có không có vị trí giống hàng thứ nhất thì có 1 cách điền hàng 2, tương ứng có 6 cách điền hàng 3 và 1 cách điền hàng thứ 4. Vậy có $6.1.6.1 = 36$ cách.
- TH2: Hàng hai có hai vị trí giống hàng thứ nhất thì có 4 cách điền, tương ứng có 2 cách điền hàng 3 và 1 cách điền hàng thứ 4. Vậy có $6.4.2.1 = 48$ cách.
- TH3: Hàng hai có bốn vị trí giống hàng thứ nhất thì có 1 cách điền, tương ứng có 1 cách điền hàng 3 và 1 cách điền hàng thứ 4. Vậy có $6.1.1.1 = 6$ cách.
- Vậy tất cả có $36 + 48 + 6 = 90$ cách.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 516. Cho khai triển $(1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^{15} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{210}x^{210}$. Tính giá trị của $S = C_{15}^0a_0 - C_{15}^1a_1 + C_{15}^2a_2 - \dots - C_{15}^{15}a_{15}$.

A. $S = 2^{15}$.

B. $S = 1$.

C. $S = 0$.

D. $S = 15$.

Lời giải.

Ta có $(x - 1)^{15} = C_{15}^0x^{15} - C_{15}^1x^{14} + C_{15}^2x^{13} - \dots - C_{15}^{15}$.

Do đó S là hệ số của x^{15} trong khai triển $(x - 1)^{15} \cdot (1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^{15} = (x^{15} - 1)^{15}$.

Ta lại có hệ số của x^{15} trong khai triển $(x^{15} - 1)^{15}$ là $C_{15}^{14} = 15$.

Do đó $S = C_{15}^1 = 15$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 517. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thuộc tập hợp A . Chọn ngẫu nhiên một số trong S . Tính xác suất để số được chọn là số tự nhiên chẵn, có mặt ba chữ số 0, 1, 2 và chúng đứng liền nhau.

A. $\frac{26}{735}$.

B. $\frac{23}{735}$.

C. $\frac{11}{147}$.

D. $\frac{4}{105}$.

Lời giải.

Số phần tử của S là $A_8^6 - A_7^5 = 17640$.

Số cần chọn có dạng $\overline{abcdef}$.

f là số chẵn nên có 4 cách chọn 0, 2, 4, 6. Ta chia thành hai trường hợp.

+ TH1: f là 4 hoặc 6. Chọn 5 chữ số còn lại và bắt buộc có 0, 1, 2 có $C_4^2 = 6$ cách. Hoán vị 5 chữ số đó sao cho 0, 1, 2 đứng cạnh nhau có $3! \cdot 3! = 36$ cách.

Xét TH số 0 đứng đầu, khi hoán vị sẽ có $2! \cdot 2! = 4$ cách.

Tóm lại TH này có $2 \times 6 \times (36 - 4) = 384$ cách.

+ TH2: f là 0 hoặc 2. Chọn 5 chữ số còn lại và bắt buộc có 0, 1, 2 có $C_5^3 = 10$. Hoán vị 5 chữ số đó sao cho 0, 1, 2 đứng cạnh nhau có $2! \cdot 3! = 12$ cách. TH này có $2 \times 10 \times 12 = 240$ cách.

Xác suất cần tìm là $\frac{240 + 384}{17640} = \frac{26}{735}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 518. Cho khai triển biểu thức $\left(3 - \frac{x}{2}\right)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, với n là số tự nhiên khác 0, biết rằng $a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + \dots + 2^na_n = 1024$. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển trên.

- A. $-\frac{8505}{32}x^6$. B. $\frac{8505}{32}x^6$. C. $-\frac{8505}{32}$. D. $\frac{8505}{32}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(3 - \frac{x}{2}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \left(-\frac{x}{2}\right)^k 3^{n-k} = \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k 3^{n-k} \frac{1}{2^k} x^k.$$

Mặt khác

$$a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + \dots + 2^na_n = 1024 \Leftrightarrow \left(3 - \frac{2}{2}\right)^n = 1024 \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10.$$

$$\text{Do đó, } a_6 = C_{10}^6 (-1)^6 3^{10-6} \frac{1}{2^6} = \frac{8505}{32}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 519. Lớp 12M của trường THPT X có 40 học sinh gồm 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Nhân dịp kỉ niệm 87 năm ngày thành lập Đoàn, giáo viên chủ nhiệm cần chọn 15 học sinh để tham gia biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 15 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

- A. $1 - \frac{C_{24}^{15} + C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$. B. $1 - \frac{C_{24}^{15}}{C_{40}^{15}}$. C. $1 - \frac{C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$. D. $\frac{C_{24}^{15} + C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là C_{40}^{15} .

Gọi A là biến cố “số học sinh được chọn có cả nam và nữ”.

Gọi $\bar{A}$ là biến cố “số học sinh được chọn không có đủ cả nam và nữ”.

Số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $C_{24}^{15} + C_{16}^{15}$.

Xác suất của biến cố A là $1 - \frac{C_{24}^{15} + C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 520. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$.

- A. 112640. B. -112640. C. 112643. D. -112643.

Lời giải.

$$\text{Ta có } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13. \end{cases}$$

Do n là số nguyên dương nên $n = 12$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là $C_{12}^k x^{36-4k} (-2)^k$.

Suy ra $36 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 9$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{12}^9 (-2)^9 = -112640$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 521. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ thành một hàng dọc. Xác suất để **không** có bất kỳ hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là

- A. $\frac{1}{21}$. B. $\frac{1}{126}$. C. $\frac{1}{42}$. D. $\frac{1}{252}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = 10!.$$

Gọi A là biến cố “Không có bất kỳ hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau.”

$$\Rightarrow n(A) = 2 \cdot 5! \cdot 5!.$$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{2 \cdot 5! \cdot 5!}{10!} = \frac{1}{126}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 522. Một nhóm có 10 người. Cần chọn ra ban đại diện gồm 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. A_9^2 .

B. A_{10}^3 .

C. C_9^2 .

D. C_{10}^3 .

Lời giải.

Chọn 3 người trong 10 người nên có C_{10}^3 cách chọn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 523. Cho khai triển $(1 + 2x + 3x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển trên biết rằng $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = 30233600$.

A. 37102.

B. 33264.

C. 32951.

D. 34704.

Lời giải.

Thay $x = 1$ và $x = -1$ vào biểu thức $(1 + 2x + 3x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, ta được

$$\begin{cases} a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2n-1} + a_{2n} = 6^n \\ a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots - a_{2n-1} + a_{2n} = 2^n. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}) = 6^n + 2^n \Leftrightarrow 60467200 = 6^n + 2^n \Leftrightarrow n = 10.$$

$$\text{Ta có } (1 + 2x + 3x^2)^{10} = [(1 + 2x) + 3x^2]^{10}$$

$$= C_{10}^0(1 + 2x)^{10} + C_{10}^1(1 + 2x)^9 \cdot 3x^2 + C_{10}^2(1 + 2x)^8 \cdot 9x^4 + C_{10}^3(1 + 2x)^7 \cdot 27x^6 + \dots + C_{10}^{10}(3x^2)^{10}.$$

$$\text{Suy ra hệ số của } x^5 \text{ trong khai triển } (1 + 2x + 3x^2)^{10} \text{ là } C_{10}^0 C_{10}^5 2^5 + 3C_{10}^1 C_9^3 2^3 + 9C_{10}^2 C_8^1 2 = 34704.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 524. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. C_{10}^3 .

B. 10^3 .

C. 3×10 .

D. A_{10}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh trong 10 học sinh: C_{10}^3 cách.

Số cách xếp công việc cho 3 học sinh: $3!$ cách.

$$\Rightarrow \text{Số cách chọn là: } C_{10}^3 \cdot 3! = A_{10}^3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 525. Gieo đồng thời hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con xúc sắc không vượt quá 5 bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{5}{18}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.

Biến cố A : “Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con xúc sắc không vượt quá 5”.

$$A = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (3; 1), (3; 2), (4; 1)\} \Rightarrow n(A) = 10.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 526. Tìm hệ số của x^3 sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9, x \neq 0$.

A. 3210.

B. -3210.

C. -2940.

D. 2940.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9 &= \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \cdot (2x^2 - x)^k \\ &= \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \cdot \sum_{i=0}^k C_k^i (2x^2)^{k-i} \cdot (-x)^i \\ &= \sum_{k=0}^9 \sum_{i=0}^k C_9^k C_k^i 2^{k-i} (-1)^i x^{3k-i-9}.\end{aligned}$$

Số hạng chứa x^3 ứng với (k, i) thỏa mãn $\begin{cases} 3k - i - 9 = 3 \\ 0 \leq i \leq k \leq 9 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow (k, i) \in \{(4, 0), (5, 3), (6, 6)\}.$

Suy ra hệ số của x^3 là: $C_9^4 C_4^0 2^4 (-1)^0 + C_9^5 C_5^3 2^2 (-1)^3 + C_9^6 C_6^6 2^0 (-1)^6 = -2940$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 527. Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

A. $\frac{9}{14}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{5}{14}$.

Lời giải.

Ta có nhận xét: Xác suất không thay đổi khi ta coi ba phần này có xếp thứ tự 1, 2, 3.

Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên như sau:

- Chọn 3 viên cho phần 1: có C_9^3 cách.
- Chọn 3 viên cho phần 2: có C_6^3 cách.
- Chọn 3 viên lại cho phần 3: có 1 cách.

Do đó số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_6^3 = 1680$.

Gọi A là biến cố không có phần nào gồm 3 viên cùng màu, khi đó ta chia các viên bi thành 3 bộ như sau:

- Bộ 1: 2 đỏ - 1 xanh: có $C_4^2 C_5^1$ cách chọn.
- Bộ 2: 1 đỏ - 2 xanh: có $C_2^1 C_4^2$ cách chọn.
- Bộ 3: gồm các viên bi còn lại (1 đỏ - 2 xanh).

Vì bộ 2 và 3 có các viên bi giống nhau để không phân biệt hai bộ này nên có $\frac{3!}{2!}$ sắp xếp 3 bộ vào 3 phần trên.

Do đó $n(A) = \frac{3!}{2!} C_4^2 C_5^1 C_2^1 C_4^2 = 1080$.

Vậy xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1080}{1680} = \frac{9}{14}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 528. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^9$ với $x \neq 0$.

A. 4608.

B. 128.

C. 164.

D. 36.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển là $T = C_9^k (2x)^{9-k} \cdot \frac{1}{x^{2k}} = C_9^k 2^{9-k} \cdot x^{9-3k}$. Số hạng chứa x^3 khi và chỉ khi $9 - 3k = 3 \Leftrightarrow k = 2$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_9^2 \cdot 2^7 = 4608$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 529.** Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số và 3 chữ số đó đôi một khác nhau?A. $A_{10}^3 + A_9^3$.B. A_9^3 .C. A_{10}^3 .D. $9 \times 9 \times 8$.**Lời giải.**Gọi $\overline{abc}$, ($a, b, c \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}, a \neq 0$) là số thỏa mãn yêu cầu bài toán.Chọn $a \neq 0$ có 9 cách.Chọn $b \neq a$ có 9 cách.Chọn $c \neq a, b$ có 8 cách.Theo quy tắc nhân, có tất cả $9 \times 9 \times 8$ số thỏa mãn đề bài.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 530. Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình "Hãy chọn giá đúng" của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: 5, 10, 15, ..., 100 với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau.

Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau:

+ Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được.

+ Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được.

+ Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100.

Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác.

An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

A. $P = \frac{1}{4}$.B. $P = \frac{7}{16}$.C. $P = \frac{19}{40}$.D. $P = \frac{3}{16}$.**Lời giải.**

Bình có 2 khả năng thắng cuộc:

+) Thắng cuộc sau lần quay thứ nhất. Nếu Bình quay vào một trong 5 nấc: 80, 85, 90, 95, 100 thì sẽ thắng nên xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_1 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

+) Thắng cuộc sau 2 lần quay. Nếu Bình quay lần 1 vào một trong 15 nấc: 5, 10, ..., 75 thì sẽ phải quay thêm lần thứ 2. Ứng với mỗi nấc quay trong lần thứ nhất, Bình cũng có 5 nấc để thắng cuộc trong lần quay thứ 2, vì thế xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_2 = \frac{15 \times 5}{20 \times 20} = \frac{3}{16}$.

Từ đó, xác suất thắng cuộc của Bình là $P = P_1 + P_2 = \frac{7}{16}$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 531.** Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi làA. $6 \cdot A_{10}^6$.B. C_{10}^6 .C. A_{10}^6 .D. $10P_6$.**Lời giải.**

Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là số chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử. Vậy số cách sắp xếp là A_{10}^6 .

Chọn đáp án **C** □

Câu 532. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$. Số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x > 0$ bằng

A. 165.

B. 485.

C. 238.

D. 525.

Lời giải.

$$C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 & (\text{nhận}) \\ n = -8 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Do đó

$$\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x\sqrt{x})^k \left(\frac{1}{x^4}\right)^{11-k} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x)^{\frac{3k}{2} + 4(k-11)} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x)^{\frac{11k-88}{2}}.$$

Số hạng không chứa x khi $11k - 88 = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Do vậy số hạng cần tìm là $C_{11}^8 = 165$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 533. Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

A. $\frac{56}{143}$.

B. $\frac{140}{429}$.

C. $\frac{1}{143}$.

D. $\frac{28}{715}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^5$.

Gọi biến cố A: “Chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ”.

$$\Rightarrow n(A) = C_7^2 \cdot C_8^3.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56}{143}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 534. Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp có chứa 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ là

A. $\frac{5}{792}$.

B. $\frac{5}{11}$.

C. $\frac{4}{11}$.

D. $\frac{5}{66}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp chứa 11 viên bi nên số cách chọn là $C_{11}^4 = 330$ khi đó số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 330$.

Gọi biến cố A: “4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ”. Khi đó $n(A) = C_5^2 \cdot C_6^2 = 150$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{150}{330} = \frac{5}{11}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 535. Số tập hợp con gồm ba phần tử của tập hợp có mười phần tử là

A. C_{10}^3 .

B. 10^3 .

C. A_{10}^3 .

D. 3^{10} .

Lời giải.

Số tập hợp con gồm ba phần tử của tập hợp có mười phần tử là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 536. Gieo ba con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba mặt lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 1 là

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{36}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{27}$.

Lời giải.— Số phần tử không gian mẫu là $6^3 = 216$.— Các bộ ba số lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 1 là $(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (4, 5, 6)$.Bốn trường hợp trên với các hoán vị sẽ có $4 \cdot 6 = 24$ khả năng thuận lợi cho biến cố.— Xác suất cần tìm là $\frac{24}{216} = \frac{1}{9}$.Chọn đáp án **C** □**Câu 537.** Giả sử $(1 - x + x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$. Đặt $s = a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}$, khi đó, s bằng

A. $\frac{3^n + 1}{2}$.

B. $\frac{3^n - 1}{2}$.

C. $\frac{3^n}{2}$.

D. $2^n + 1$.

Lời giải.— Thay $x = 1$ vào giả thiết đã cho, ta được

$$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n} = 1. \quad (1)$$

— Thay $x = -1$ vào giả thiết đã cho, ta được

$$a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_{2n} = 3^n. \quad (2)$$

— Cộng (1) và (2), ta có $3^n + 1 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{2n})$ hay $s = \frac{3^n + 1}{2}$ Chọn đáp án **A** □**Câu 538.** Từ các chữ số thuộc tập hợp $S = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số khác nhau sao cho chữ số 1 đứng trước chữ số 2, chữ số 3 đứng trước chữ số 4 và chữ số 5 đứng trước chữ số 6?

A. 22680.

B. 45360.

C. 36288.

D. 72576.

Lời giải.— Số các số có chín chữ số khác nhau là $9!$. Trong $9!$ số này, số các số mà chữ số 1 đứng trước chữ số 2 hoặc chữ số 1 đứng sau chữ số 2 là bằng nhau. Do đó, số các số mà chữ số 1 đứng trước chữ số 2 là $\frac{9!}{2}$.— Tương tự, số các số mà chữ số 1 đứng trước chữ số 2 và chữ số 3 đứng trước chữ số 4 là $\frac{9!}{4}$.— Số các số cần tìm là $\frac{9!}{8} = 45360$.Chọn đáp án **B** □**Câu 539.** Cho $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $C_n^5 = 2002$. Tính A_n^5 .

A. 240240.

B. 10010.

C. 2007.

D. 40040.

Lời giải.

$$\text{Ta có } C_n^5 = 2002 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} = 120 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)!} = 2002 \cdot 5! = 240240 \Leftrightarrow A_n^5 = 240240.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 540.** Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số ?

A. 184.

B. 190.

C. 243.

D. 120.

Lời giải.

Số viên bi được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 lần lượt là 4, 4, 3, 2, 1.

Vì ba viên bi từng đôi khác số nên khi chọn, ta có thể có những trường hợp sau:

$$(1, 2, 3); (1, 2, 4); (1, 2, 5); (1, 3, 4); (1, 3, 5); (1, 4, 5); (2, 3, 4); (2, 3, 5); (2, 4, 5); (3, 4, 5).$$

Trường hợp (1, 2, 3): Vì số viên bi được đánh số 1, 2, 3 lần lượt là 4, 4, 3 nên số cách chọn ba viên bi trong trường hợp này là 48 cách.

Tương tự, những trường hợp còn lại lần lượt có số cách chọn là: 48, 32, 16, 24, 12, 8, 24, 12, 8, 6.

Vậy có tổng cộng: $48 + 32 + 16 + 24 + 12 + 8 + 24 + 12 + 8 + 6 = 190$ cách.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 541. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau.

A. $\frac{5}{21}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{5}{18}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = 6 \cdot 6! = 4320.$$

Gọi A là biến cố số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau.

Trường hợp 1: Số 1, 2 nằm tại hai vị trí đầu. Có $2 \cdot 5! = 240$ số.

Trường hợp 2: Số 1, 2 không nằm tại hai vị trí đầu. Có $4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4! = 960$ số.

$$P(B) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1200}{4320} = \frac{5}{18}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 542. Hệ số của x^5 trong khai triển $f(x) = (1 + x + 3x^3)^{10}$ thành đa thức là

A. 1836.

B. 1380.

C. 3480.

D. 1332.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x + 3x^3)^k = \sum_{k=0}^{10} \left(\sum_{i=0}^k C_k^i \cdot 3^i \cdot x^{k+2i} \right).$$

$$\text{Theo giả thiết } \begin{cases} k + 2i = 5 \\ 0 \leq i \leq k \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = 0, k = 5 \\ i = 1, k = 3. \end{cases}$$

Vậy hệ số của x^5 là

$$C_{10}^5 C_5^0 + C_{10}^3 C_3^1 \cdot 3^1 = 1332.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 543. Lấy ngẫu nhiên một số có 4 chữ số đôi một phân biệt. Tính xác suất p để số được lấy không lớn hơn 2018.

A. $p = \frac{85}{756}$.

B. $p = \frac{510}{1134}$.

C. $p = \frac{509}{4536}$.

D. $p = \frac{84}{756}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 9A_9^3$. Gọi $\overline{abcd}$ là số có 4 chữ số đôi một phân biệt và $\overline{abcd} \leq 2018$.

Với $a = 2$, ta có $b = 0, c = 1, d = 3, 4, 5, 6, 7, 8$.

Với $a = 1$, có A_9^3 cách chọn các chữ số b, c, d .

$$\text{Vậy } p = \frac{6 + A_9^3}{9A_9^3} = \frac{85}{756}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 544. Một đề trắc nghiệm môn toán có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án chọn, trong đó có 1 phương án đúng, chọn phương án đúng thì câu đó được 0,2 điểm. Trong thời gian cho phép 90 phút bạn Lâm đã làm bài chắc chắn đúng 40 câu, 10 còn lại bạn trả lời ngẫu nhiên. Tính xác suất p để bạn Lâm được đúng 9 điểm.

A. $p = \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot C_{10}^5$.

B. $p = \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5$.

C. $p = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot C_{10}^5$.

D. $p = \frac{1}{4} \cdot C_{10}^5$.

Lời giải.

Để được đúng 9 điểm Lâm phải trả lời đúng 45 câu, trong đó có 5 câu trả lời ngẫu nhiên, xác suất để trả lời đúng một câu là 0,25. Xác suất để Lâm trả lời đúng 5 câu trong 10 câu khi trả lời ngẫu nhiên là $p = C_{10}^5 0,25^5 \cdot 0,75^5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 545. Cho số thực $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^n$ biết rằng $C_n^{k-2} + 2C_n^{k-1} + C_n^k = \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k}$ với k, n là các số nguyên dương thỏa mãn $2 \leq k \leq n$.

A. C_{2016}^{1008} .

B. $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1009}$.

C. $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1008}$.

D. $C_{2014}^{1007} \cdot 2^{1007}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^{k-2} + 2C_n^{k-1} + C_n^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow C_{n+1}^{k-1} + C_{n+1}^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow C_{n+2}^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\ \Leftrightarrow n &= 2016 \end{aligned}$$

$$\left(2x + \frac{1}{x}\right)^{2016} = \sum_{k=0}^{2016} C_{2016}^k 2^{2016-k} x^{2016-2k}, \text{ suy ra hệ số của số hạng không chứa } x \text{ là } C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1008}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 546. Mừng 3 Mậu Tuất vừa rồi ông Đại Gia đến chúc tết và lì xì cho 3 anh em trai tôi. Trong ví của ông Đại Gia chỉ có 4 tờ mệnh giá 200000 đồng và 5 tờ mệnh giá 100000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn trong ví. Ông gọi 3 anh em tôi đứng xếp hàng có thứ tự, anh Cả đứng trước lì xì trước, anh Hai đứng sau lì xì sau và tôi thằng Út đứng sau cùng nên lì xì sau cùng. Hỏi xác suất p bằng bao nhiêu để tôi nhận tiền lì xì có mệnh giá lớn nhất, biết rằng ông Đại Gia lì xì bằng cách rút ngẫu nhiên cho anh em tôi mỗi người chỉ một tờ giấy tiền trong túi của ông?

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{25}{63}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{21}$.

Lời giải.

Khi Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất có các trường hợp sau xảy ra.

Trường hợp 1: anh Cả và anh hai nhận mỗi người 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{10}{63}$.

Trường hợp 2: anh Cả nhận 100000 đồng và anh hai nhận 200000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$.

Trường hợp 3: anh Cả nhận 200000 đồng và anh hai nhận 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác

suất của trường hợp này là $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$.

Trường hợp 4: cả ba người đều nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{5}{21}$.

Vậy xác suất để Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất là $\frac{10}{63} + \frac{5}{42} + \frac{5}{42} + \frac{5}{21} = \frac{4}{9}$.

Chú ý: Ta có công thức $P(ABC) = P(A)P(B|A)P(C|AB)$, trong đó $P(B|A)$ là xác suất của biến cố B khi A đã xảy ra, $P(C|AB)$ là xác suất của biến cố C khi A và B đã xảy ra.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 547. Có bao nhiêu kết quả xảy ra khi bốc phiếu bầu một bí thư, hai phó bí thư và một ủy viên từ 30 đoàn viên thanh niên của một lớp học?

A. 164430.

B. 328860.

C. 657720.

D. 142506.

Lời giải.

- Có 30 cách chọn ra một bí thư.
- Có C_{29}^2 cách chọn ra hai phó bí thư.
- Có 27 cách chọn ra một ủy viên.

Vậy có $S = 30 \times C_{29}^2 \times 27 = 328860$ kết quả xảy ra.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 548. Giá trị của $A = \frac{1}{1!2018!} + \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{3!2016!} + \dots + \frac{1}{1008!1011!} + \frac{1}{1009!1010!}$ bằng

A. $\frac{2^{2017} - 1}{2018!}$.

B. $\frac{2^{2017}}{2018!}$.

C. $\frac{2^{2018}}{2019!}$.

D. $\frac{2^{2018} - 1}{2019!}$.

Lời giải.

Nhân hai vế của biểu thức với $2019!$, ta được

$$\begin{aligned} A \cdot 2019! &= \frac{2019!}{1!2018!} + \frac{2019!}{2!2017!} + \frac{2019!}{3!2016!} + \dots + \frac{2019!}{1008!1011!} + \frac{2019!}{1009!1010!} \\ &= \frac{2019!}{1!(2019-1)!} + \frac{2019!}{2!(2019-2)!} + \dots + \frac{2019!}{1008!(2019-1008)!} + \frac{2019!}{1009!(2019-1009)!} \\ &= C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{1009} = C_{2019}^{2018} + C_{2019}^{2017} + C_{2019}^{2016} + \dots + C_{2019}^{1010} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Xét } 2^{2019} &= C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{2018} + C_{2019}^{2019} \\ &= C_{2019}^0 + 2A \cdot 2019! + C_{2019}^{2019} = 2 + 2A \cdot 2019! \Rightarrow A = \frac{2^{2018} - 1}{2019!}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 549. Từ 15 học sinh gồm 6 học sinh giỏi, 5 học sinh khá, 4 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 5 nhóm làm 5 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\frac{108}{7007}$.

B. $\frac{216}{7007}$.

C. $\frac{216}{35035}$.

D. $\frac{72}{7007}$.

Lời giải.

Số cách lập 5 nhóm để làm 5 bài tập lớn là $|\Omega| = C_{15}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$.

Do mỗi nhóm đều có học sinh khá và giỏi nên có một nhóm có hai học sinh giỏi và một học sinh khá, còn các nhóm còn lại thì mỗi nhóm có một học sinh khá, một học sinh giỏi và một học sinh trung bình.

- Có C_6^2 cách chọn hai học sinh giỏi vào nhóm khá-giỏi.
- Có C_5^1 cách chọn một học sinh khá vào nhóm khá-giỏi.
- Bốn học sinh giỏi còn lại chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có $4!$ cách.

— Bốn học sinh khá còn lại chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có $4!$ cách.

— Bốn học sinh trung bình chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có $4!$ cách.

Vậy có $C_6^2 \cdot C_5^1 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!$ cách chia thỏa bài toán.

$$\text{Xác suất để bài toán thỏa mãn là } P = \frac{C_6^2 \cdot C_5^1 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!}{C_{15}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3} = \frac{216}{35035}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 550. Có 7 tấm bia ghi 7 chữ “HIỀN”, “TÀI”, “LÀ”, “NGUYÊN”, “KHÍ”, “QUỐC”, “GIA”. Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bia cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bia được dòng chữ “HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA”.

A. $\frac{1}{25}$.

B. $\frac{1}{5040}$.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{1}{13}$.

Lời giải.

Xếp ngẫu nhiên 7 tấm bia có $7! = 5040$ (cách xếp) $\Rightarrow n(\Omega) = 5040$.

Đặt A là biến cố “xếp được chữ HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA”. Ta có $n(A) = 1$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{5040}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 551. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x > 0$ nếu biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 165.

B. 238.

C. 485.

D. 525.

Lời giải.

$$\text{Ta có } C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n = 11 \text{ hoặc } n = -8 \text{ (loại)}.$$

Với $n = 11$, số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển nhị thức $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$ là

$$C_{11}^k (x\sqrt{x})^{11-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = C_{11}^k x^{\frac{33}{2} - \frac{11}{2}k}$$

Theo giả thiết, ta có $\frac{33}{2} - \frac{11k}{2} = 0$ hay $k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $C_{11}^3 = 165$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 552. Thầy giáo Cường đựng trong túi 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Thầy giáo lần lượt rút 2 viên bi. Tính xác suất để rút được một bi xanh và một bi đỏ?

A. $\frac{6}{25}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{8}{25}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là rút lần lượt 2 viên bi trong 10 viên bi $\Rightarrow n(\Omega) = 10 \cdot 9 = 90$.

Gọi A là biến cố rút được một viên màu đỏ và một viên màu xanh $\Rightarrow n(A) = 4 \cdot 6 = 24$.

$$\text{Khi đó xác suất xảy ra biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 553. Thầy giáo Dương có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi và số câu dễ không ít hơn 2.

A. 56875.

B. 42802.

C. 41811.

D. 32023.

Lời giải.

Ta có các trường hợp:

— Trường hợp 1. Một đề có 2 câu dễ, 1 câu khó và 2 câu trung bình $\Rightarrow$ số đề tạo được là:

$$C_2^{15} \cdot C_1^5 \cdot C_2^{10} = 23625.$$

— Trường hợp 2. Một đề có 2 câu dễ, 2 câu khó và 1 câu trung bình $\Rightarrow$ số đề tạo được là:

$$C_2^{15} \cdot C_2^5 \cdot C_1^{10} = 10500.$$

— Trường hợp 3. Một đề có 3 câu dễ, 1 câu khó và 1 câu trung bình $\Rightarrow$ số đề tạo được là:

$$C_3^{15} \cdot C_1^5 \cdot C_1^{10} = 22750.$$

$\Rightarrow$ số đề có thể tạo được là: $23625 + 10500 + 22750 = 56875$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 554. Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 5.

Lời giải.

Gọi n là số đỉnh của đa giác đều, khi đó số cạnh là n và số đường chéo là $\frac{n(n-3)}{2}$ với $n \in \mathbb{Z}^+$.

Theo giả thiết ta có $n = \frac{n(n-3)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow n = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 555. Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố chọn được thẻ mang số lẻ và không chia hết cho 3. Do giả thiết hộp sẽ chứa 15 thẻ mang số lẻ cụ thể là 1, 3, 5, ..., 29. Dễ thấy số thẻ mang số lẻ chia hết cho 3 là 3, 9, 15, 21, 27. Nên số thẻ không chia hết cho 3 gồm 10 thẻ. Vậy $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 556. Một người viết ngẫu nhiên một số có bốn chữ số. Tính xác suất để các chữ số của số đó được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần (nghĩa là nếu số được viết dưới dạng $\overline{abcd}$ thì $a < b < c < d$ hoặc $a > b > c > d$).

A. $\frac{7}{125}$.

B. $\frac{7}{375}$.

C. $\frac{7}{250}$.

D. $\frac{14}{375}$.

Lời giải.

Giả sử số có dạng $\overline{abcd}$. Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Do giả thiết suy ra a, b, c, d khác nhau và mỗi tập con gồm 4 chữ số khác nhau thì có một cách sắp xếp thỏa mãn bài toán.

- Nếu $a < b < c < d$ suy ra $a \neq 0$ nên số cách chọn số thỏa mãn là C_9^4 .

- Nếu $a > b > c > d$ số cách chọn số thỏa mãn là C_{10}^4 .

Mặt khác số các số gồm 4 chữ số là $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$. Do đó $P(A) = \frac{C_9^4 + C_{10}^4}{9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{14}{375}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 557. Có 12 bóng đèn, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng cùng lúc. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt.

A. $\frac{13}{110}$.

B. $\frac{7}{11}$.

C. $\frac{23}{44}$.

D. $\frac{27}{110}$.

Lời giải.

- Số cách lấy 3 bóng đèn là C_{12}^3 .
- Số cách lấy 3 bóng đèn, trong đó có ít nhất 2 bóng tốt là $C_7^3 + C_7^2 C_5^1$.
- Xác suất để trong 3 bóng có ít nhất 2 bóng tốt là $\frac{C_7^3 + C_7^2 C_5^1}{C_{12}^3} = \frac{7}{11}$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 558. Số cách xếp 4 học sinh ngồi vào một dãy 4 ghế là

- A. 8. B. 24. C. 16. D. 4.

Lời giải.

- Số cách xếp 4 học sinh vào 4 ghế là $P_4 = 24$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 559. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập ra từ tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Rút ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để rút được số mà trong số đó, chữ số đằng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

- A. $\frac{3}{32}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{125}{3}$.

Lời giải.

- Số các số tự nhiên có 3 chữ số được lập ra từ tập X là $7 \cdot 8 \cdot 8 = 448$.
- Xét số tự nhiên $\overline{abc}$ với $a, b, c \in X$ và $1 \leq a \leq b \leq c$.

Cách 1: Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho cả 3 số bằng nhau là 7 (cách).

Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho có đúng 2 số bằng nhau là $2C_7^2 = 42$ (cách).

Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho cả 3 số đều khác nhau là $C_7^3 = 35$ (cách).

Số cách chọn a, b, c thỏa mãn yêu cầu bài toán là $7 + 42 + 35 = 84$ (cách).

- Xác suất để chọn số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{84}{448} = \frac{3}{16}$.

Cách 2: Đặt $a' = a - 1$, $c' = c + 1$, ta có $0 \leq a' < b < c' < 8$. Mỗi cách chọn bộ 3 số thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ cho ta một bộ số a, b, c thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Do đó số các số $\overline{abc}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_9^3 = 84$.

- Xác suất để chọn số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{84}{448} = \frac{3}{16}$.

Chọn đáp án (C)

□

Câu 560. Xác định hệ số của x^4 trong khai triển của biểu thức $(3x^2 + 2x + 1)^{10}$.

- A. 8085. B. 11312. C. 1303. D. 8089.

Lời giải.

- Ta có

$$(1 + 2x + 3x^2)^{10} = \sum_{p=0}^{10} C_{10}^p (2x + 3x^2)^p \cdot 1^{10-p} = \sum_{p=0}^{10} \sum_{q=0}^p C_{10}^p C_p^q 2^{p-q} 3^q x^{p+q}$$

với $0 \leq q \leq p \leq 10$ và p, q nguyên.

$$\text{Ta có } p + q = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} p = 4, q = 0 \\ p = 3, q = 1 \\ p = 2, q = 2. \end{cases}$$

Vậy hệ số của x^4 là $2^4 C_{10}^4 C_4^0 + 2^2 \cdot 3 C_{10}^3 C_3^1 + 3^2 C_{10}^2 C_2^2 = 8085$.

Chọn đáp án (A)

□

Câu 561. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ

bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{17}{42}$.

C. $\frac{16}{21}$.

D. $\frac{19}{28}$.

Lời giải.

Gọi biến cố A: “3 quả cầu lấy được không có quả màu đỏ”.

Suy ra biến cố $\bar{A}$: “3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ”.

Ta có $n(A) = C_6^3 = 20$ và $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

$$\text{Do đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}.$$

Vậy

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 562. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $A_n^2 + 2C_n^n = 22$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $(3x - 4)^n$.

A. 1080.

B. -4320.

C. 4320.

D. -1440.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^2 + 2C_n^n &= 22 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} + 2 &= 22 \\ \Leftrightarrow n(n-1) &= 20 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ (nhận)} \\ n = -4. \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $(3x - 4)^5$ là $C_5^{5-k}(3x)^{5-k}(-4)^k$. Theo đề bài ta có

$$x^{5-k} = x^3 \Leftrightarrow k = 2.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_5^3(3)^3(-4)^2 = 4320$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 563. Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có các đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho bằng bao nhiêu?

A. A_{15}^3 .

B. $15!$.

C. C_{15}^3 .

D. 15^3 .

Lời giải.

Số tam giác có các đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là C_{15}^3 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 564. Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu xếp vào một ô. Tính xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau.

A. $\frac{3}{70}$.

B. $\frac{3}{140}$.

C. $\frac{3}{80}$.

D. $\frac{3}{160}$.

Lời giải.

Chọn 6 ô trong 7 ô có C_7^6 cách.

Trong 6 ô được chọn có C_6^3 cách chọn 3 ô để xếp 3 quả cầu xanh và có $3!$ cách xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô trống còn lại.

Do đó số phần tử của không gian mẫu bằng $n(\Omega) = C_7^6 \cdot C_6^3 \cdot 3! = 840$.

Gọi biến cố A : “xếp 3 quả cầu màu đỏ cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh cạnh nhau”.

Đầu tiên xếp 3 quả cầu đỏ cạnh nhau có $3!$ cách.

- Xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô liên tiếp đầu hàng có 2 cách xếp và xếp 3 quả cầu xanh vào 3 ô cạnh nhau có 2 cách xếp.
- Xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô liên tiếp nhau ở giữa hàng có 2 cách xếp và xếp 3 quả cầu xanh vào 3 ô cạnh nhau có 1 cách xếp.

Khi đó $n(A) = 3!(2 \cdot 2 + 2 \cdot 1) = 36$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{36}{840} = \frac{3}{70}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 565. Trong 100 vé số có 1 vé trúng 10000 đồng, 5 vé trúng 5000 đồng, 10 vé trúng 1000 đồng, số vé còn lại không có giải thưởng. Một người mua ngẫu nhiên 3 vé trong 100 vé. Tính xác suất để người đó trúng giải ít nhất 1000 đồng.

- A. $\frac{2372}{5775}$. B. $\frac{3403}{5775}$. C. $\frac{2304}{5775}$. D. $\frac{2004}{5775}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{100}^3$.

Gọi A là biến cố “người đó trúng ít nhất 1000 đồng”. Vì có đúng 84 vé không trúng giải nên ta có $n(\overline{A}) = C_{84}^3$.

$$\text{Đến tới } P(A) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_{84}^3}{C_{100}^3} = \frac{2372}{5775}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 566. Số các số tự nhiên gồm 3 chữ số được tạo thành từ 4 chữ số 0, 1, 2, 3 là

- A. 56. B. 96. C. 52. D. 48.

Lời giải.

Có 3 cách chọn chữ số hàng trăm, 4 cách chọn chữ số hàng chục, 4 cách chọn chữ số hàng đơn vị, nên số các số thỏa mãn là $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 567. Người ta lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ một hộp chứa 3 viên bi trắng và 5 viên bi đen. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi trắng và 1 viên bi đen.

- A. $\frac{17}{52}$. B. $\frac{17}{56}$. C. $\frac{15}{42}$. D. $\frac{15}{56}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^3 = 56$.

Gọi A là biến cố: “Lấy được 2 viên bi trắng và 1 viên bi đen”.

$$\text{Khi đó } n(A) = C_3^2 \cdot C_5^1 = 15. \text{ Đến tới } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{56}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 568. Có bao nhiêu cách xếp 3 bạn A, B, C vào dãy ghế hàng ngang có 4 chỗ ngồi?

- A. 4 cách. B. 24 cách. C. 6 cách. D. 64 cách.

Lời giải.

Số cách xếp 3 người vào một bàn dài có 4 chỗ ngồi là $A_4^3 = 24$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 569. Để kiểm tra chất lượng sản phẩm của một công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để đem đi phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có đủ cả 3 loại sữa bằng

- A. $\frac{3}{11}$. B. $\frac{8}{11}$. C. $\frac{1}{11}$. D. $\frac{6}{11}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố 3 hộp sữa được chọn có đủ 3 loại sữa. Ta có 5 cách chọn 1 hộp sữa cam, 4 cách chọn hộp sữa dâu và 3 cách chọn hộp sữa nho nên theo quy tắc nhân ta có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách chọn ra 3 hộp sữa đủ loại, nghĩa là $n(A) = 60$.

Số cách chọn 3 hộp sữa từ 12 hộp sữa bằng $C_{12}^3 = 220$.

Vậy xác suất để chọn được 3 hộp đủ loại bằng $\frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 570. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức New-ton của $\left(x - \frac{8}{x^2}\right)^9$.

- A. 43008. B. -43008. C. 32086. D. -32086.

Lời giải.

Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển $\left(x - \frac{8}{x^2}\right)^9$ là $C_9^k x^k (-8)^{9-k} \frac{1}{x^{2(9-k)}}$ với $k = 0, \dots, 9$.

Số hạng không chứa x khi $k - 2(9 - k) = 0 \Leftrightarrow k = 6$. Số hạng ứng với $k = 6$ là $C_9^6 (-8)^3 = -43008$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 571. Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thoả mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 bằng $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Biểu thức $S = m + n$ bằng

- A. 85. B. 239. C. 58. D. 127.

Lời giải.

Vì số chính phương chia 3 dư 1 hoặc 0 nên $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 chỉ có 2 khả năng xảy ra như sau:

Trường hợp 1: Cả 3 số a, b, c cùng chia hết cho 3.

Trường hợp 2: cả 3 số a, b, c cùng không chia hết cho 3.

Trong tập S gồm có 6 số chia hết cho 3 và 14 số không chia hết cho 3.

Xác suất để tìm được 3 số thoả mãn yêu cầu bài toán bằng $\frac{C_6^3 + C_{14}^3}{C_{20}^3} = \frac{32}{95}$.

Từ đó ta có $S = m + n = 32 + 95 = 127$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 572. Hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^{20}$ là

- A. 15504. B. 1140. C. 4845. D. 38760.

Lời giải.

Ta có

$$\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot x^k \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^{20-k} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot x^{4k-60}.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $C_{20}^k \cdot x^{4k-60}$ là số hạng không chứa x thì

$$4k - 60 = 0 \Rightarrow k = 15.$$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển trên là $C_{20}^{15} = 15504$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 573. Một chiếc tàu lửa dừng tại một sân ga có 3 toa nhận khách, có 4 hành khách lên 3 toa một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất sao cho mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu.

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{8}{27}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Số cách lên toa của mỗi hành khách là 3, nên không gian mẫu là $|\Omega| = 3^4 = 81$.

Gọi A là biến cố: "mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu".

Ta có ba trường hợp sau:

- 2 người lên toa 1, 1 người lên toa 2, 1 người lên toa 3: Có số cách chọn là $C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 12$.
- 1 người lên toa 1, 2 người lên toa 2, 1 người lên toa 3: Có số cách chọn là $C_4^1 \cdot C_3^2 \cdot C_2^1 = 12$.
- 1 người lên toa 1, 1 người lên toa 2, 2 người lên toa 3: Có số cách chọn là $C_4^1 \cdot C_2^1 \cdot C_3^2 = 12$.

Khi đó số cách chọn để mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu $|A| = 3 \cdot 12 = 36$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 574. Một thùng có 48 hộp sữa, trong đó có 6 hộp kém chất lượng. Chia ngẫu nhiên thùng này thành 3 phần đều nhau, tính xác suất để mỗi phần đều có số hộp sữa kém chất lượng bằng nhau (sai số không quá 0,001).

- A. 0,141. B. 0,101. C. 0,201. D. 0,212.

Lời giải.

- Số cách chọn hộp sữa cho phần 1 là C_{48}^{16} .
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 2 là C_{32}^{16} .
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 3 là C_{16}^{16} .

Số cách chia hộp sữa thành ba phần đều nhau là $|\Omega| = C_{48}^{16} \cdot C_{32}^{16} \cdot C_{16}^{16}$.

Gọi A là biến cố: "chia 48 hộp sữa thành ba phần sao cho mỗi phần đều có số hộp sữa kém chất lượng bằng nhau". Ta đếm theo:

- Số cách chọn hộp sữa cho phần 1, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $C_{42}^{14} \cdot C_6^2$.
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 2, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $C_{28}^{14} \cdot C_4^2$.
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 3, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $C_{14}^{14} \cdot C_2^2$.

Khi đó $|A| = C_{42}^{14} \cdot C_6^2 \cdot C_{28}^{14} \cdot C_4^2 \cdot C_{14}^{14} \cdot C_2^2$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} \approx 0,141$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 575. Có bao nhiêu cách xếp 18 thí sinh vào một phòng thi có 18 bàn, mỗi bàn một thí sinh?

- A. 18. B. 1. C. 18^{18} . D. $18!$.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 18 thí sinh vào phòng thi có 18 bàn là một hoán vị của 18. Do đó, số cách xếp là $18!$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 576. Cho $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12-n)x + 1]^n$ thành đa thức.

- A. 2. B. 90. C. 45. D. 180.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n &= 1023 \\ \Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n &= 1024 \text{ (do } C_n^0 = 1) \\ \Leftrightarrow 2^n &= 1024 \Leftrightarrow n = 10. \end{aligned}$$

Khi đó, ta cần tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12-n)x+1]^n = (2x+1)^{10}$ thành đa thức.

$$\text{Ta có } (2x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot 1^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} \cdot x^{10-k}.$$

Cho $10-k=2 \Leftrightarrow k=8$. Suy ra, hệ số của x^2 là $C_{10}^8 2^2 = 180$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 577. Trong một hộp có 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A là biến cố: “Tích hai số trên hai viên bi lấy được là số lẻ”.

Tích của hai số là số lẻ nếu cả hai số đó đều là số lẻ. Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_5^2 = 10$. Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 578. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 2018\}$ và các số a, b, c thuộc A . Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có dạng abc sao cho $a < b < c$ và $a + b + c = 2016$.

- A. 338184. B. 2027080. C. 337681. D. 2026086.

Lời giải.

Xét phương trình $a + b + c = 2016$. Phương trình này có C_{2015}^2 nghiệm $(a; b; c)$. Ta tìm các nghiệm mà có cặp số trùng nhau.

- Trường hợp 1. $a = b = c \Rightarrow a = b = c = \frac{2016}{3} = 672$, do đó trường hợp này có 1 nghiệm.
 - Trường hợp 2. Chỉ có 2 số trùng nhau. Nếu $a = b$ thì $2a + c = 2016$, suy ra số c nhận các giá trị chẵn là $2; 4; \dots; 2014$ nên có 1007 nghiệm, trừ đi 1 nghiệm $(672; 672; 672)$ ta còn 1006 nghiệm.
- Xét tương tự nếu $b = c, c = a$, do đó trường hợp này có $3 \times 1006 = 3018$ nghiệm.

Suy ra, phương trình $a + b + c = 2016$ có $C_{2015}^2 - 1 - 3018 = 2026086$ nghiệm $(a; b; c)$ trong đó ba số a, b, c đôi một khác nhau. Trong số 2026086 nghiệm trên, chỉ có $\frac{2026086}{3!} = 337681$ nghiệm thỏa mãn $a < b < c$.

Vậy có tất cả 337681 số tự nhiên abc thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 579. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc tập $S = \{(a; b) | a, b \in \mathbb{Z}; |a| \leq 4; |b| \leq 4\}$. Nếu các điểm đều có cùng xác suất được chọn như nhau, hãy tính xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ không vượt quá 2.

- A. $\frac{15}{81}$. B. $\frac{13}{81}$. C. $\frac{11}{16}$. D. $\frac{13}{32}$.

Lời giải.

+ Tính số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)$.

Gọi $M(x; y)$ là điểm sao cho $x, y \in \mathbb{Z}$ và $\begin{cases} |x| \leq 4 \\ |y| \leq 4 \end{cases}$, khi đó $\begin{cases} x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4\} \\ y \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4\} \end{cases}$

Vậy số điểm $M(x; y)$ là: $n(\Omega) = 9 \cdot 9 = 81$.

+ Tính số phần tử biến cố A . Gọi $M(x; y)$ thỏa mãn $x, y \in \mathbb{Z}$ và $OM \leq 2 \Leftrightarrow x, y \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x^2 + y^2} \leq$

$$2 \Leftrightarrow x, y \in \mathbb{Z} \text{ và } x^2 + y^2 \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \in \{0; \pm 1; \pm 2\} \\ y^2 \leq 4 - x^2 \end{cases}$$

— Nếu $x = 0$ thì $y^2 \leq 4 \Rightarrow y \in \{0; \pm 1; \pm 2\}$. Có 5 cách chọn.

— Nếu $x = \pm 1$ thì $y^2 \leq 3 \Rightarrow y \in \{0; \pm 1\}$. Có 2. 3 = 6 cách chọn.

— Nếu $x = \pm 2$ thì $y^2 \leq 0 \Rightarrow y = 0$. Có 2 cách chọn.

Vậy có tất cả $5 + 6 + 2 = 13$ cách chọn điểm M . Tức $n(A) = 13$. Vậy $P(A) = \frac{13}{81}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 580. Trên kệ sách có 15 cuốn sách khác nhau gồm 10 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lần lượt lấy 3 cuốn mà không để lại vào kệ. Tìm xác suất để lấy được hai cuốn đầu là sách Toán và cuốn thứ ba là sách Văn.

A. $\frac{45}{91}$.

B. $\frac{15}{91}$.

C. $\frac{90}{91}$.

D. $\frac{15}{182}$.

Lời giải.

Lần lượt lấy ra 3 cuốn mà không để lại trên kệ có $n(\Omega) = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ cách.

Số cách lấy được hai cuốn đầu là sách Toán và cuốn thứ ba là sách Văn là $n(A) = A_{10}^2 \cdot C_5^1 = 450$ (cách).

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{450}{2730} = \frac{15}{91}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 581. Từ tập hợp $\{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau?

A. 15.

B. 30.

C. 36.

D. 25.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau lập được là $A_6^2 = 30$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 582. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5^n C_n^0 - 5^{n-1} C_n^1 + 5^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 1024$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(3 - x)^n$.

A. 270.

B. -90.

C. 90.

D. -270.

Lời giải.

Ta có $5^n C_n^0 - 5^{n-1} C_n^1 + 5^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = (5 - 1)^n = 4^n$.

Do đó $4^n = 2^2 n = 1024 \Rightarrow 2n = 10 \Leftrightarrow n = 5$.

Hệ số của x^k trong khai triển $(3 - x)^5$ là: $C_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot (-1)^k$.

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển $(3 - x)^5$ là: $-C_5^3 \cdot 3^2 = -90$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 583. Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có hai chữ số khác nhau?

A. 15.

B. 60.

C. 20.

D. 12.

Lời giải.

Chữ số cuối có 3 cách chọn. Chữ số đầu có 12 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \cdot 4 = 12$ số tự nhiên lẻ có hai chữ số khác nhau.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 584. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau.

- A. 136080 . B. 136800. C. 1360800. D. 138060.

Lời giải.

Số số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau là $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 136080$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 585. Cho đa giác ($\mathcal{H}$) gồm 20 cạnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà mỗi tam giác đó có các đỉnh là các đỉnh của đa giác ($\mathcal{H}$) và chỉ có một cạnh là cạnh của đa giác ($\mathcal{H}$)?

- A. 400. B. 360. C. 320. D. 340.

Lời giải.

- Số cách chọn cạnh của tam giác trên là 20 cách.
- Với mỗi cách chọn cạnh của tam giác có 16 cách chọn đỉnh còn lại (do tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán không có 3 đỉnh là 3 đỉnh liên tiếp của đa giác đã cho).
- Vậy có 320 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 586. Bạn Anh muốn qua nhà bạn Bình để rủ Bình đến nhà bạn Châu chơi. Từ nhà Anh đến nhà Bình có 3 con đường. Từ nhà Bình đến nhà Châu có 5 con đường. Hỏi bạn Anh có bao nhiêu cách chọn đường đi từ nhà mình đến nhà bạn Châu?

- A. 6. B. 15. C. 4. D. 8.

Lời giải.

Có 3 cách chọn một đường đi từ nhà Anh đến nhà Bình và có 5 cách chọn một đường đi từ nhà Bình đến nhà Châu. Do đó có $3 \cdot 5 = 15$ cách để chọn một đường đi từ nhà Anh đến nhà Châu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 587. Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau?

- A. 150. B. 180. C. 60. D. 120.

Lời giải.

Để lấy ra từ mỗi bình 1 quả cầu sao cho 3 quả cầu lấy ra có cùng màu, ta xét 3 trường hợp:

Trường hợp 1. Ba quả cầu lấy ra cùng màu xanh, có $3 \times 4 \times 5 = 60$ cách lấy.

Trường hợp 2. Ba quả cầu lấy ra cùng màu đỏ, có $4 \times 3 \times 5 = 60$ cách lấy.

Trường hợp 3. Ba quả cầu lấy ra cùng màu trắng, có $5 \times 6 \times 2 = 60$ cách lấy.

Vậy có tất cả $60 + 60 + 60 = 180$ cách lấy quả cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 588. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác cân.

- A. 45. B. 216. C. 81. D. 165.

Lời giải.

TH1. a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác đều.

Trường hợp này có 9 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2. a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác cân và không đều.

Không làm mất tính tổng quát, giả sử $a = b$.

— $a = b > c$

$$+ a = b = 2 \Rightarrow c = 1.$$

$$+ a = b = 3 \Rightarrow c = 1, 2.$$

$$+ a = b = 4 \Rightarrow c = 1, 2, 3.$$

.....

$$+ a = b = 9 \Rightarrow c = 1, 2, 3, \dots, 8.$$

$\Rightarrow$ có $1 + 2 + 3 + \dots + 8 = 36$ số thỏa mãn bài toán.

— $a = b < c$. Do $a + b > c$ nên $\frac{c}{2} < a < c$.

$$+ c = 9 \Rightarrow \frac{9}{2} < a < 9 \Rightarrow a = 5, 6, 7, 8.$$

$$+ c = 8 \Rightarrow 4 < a < 8 \Rightarrow a = 5, 6, 7.$$

$$+ c = 7 \Rightarrow \frac{7}{2} < a < 7 \Rightarrow a = 4, 5, 6.$$

$$+ c = 6 \Rightarrow 3 < a < 6 \Rightarrow a = 4, 5.$$

$$+ c = 5 \Rightarrow \frac{5}{2} < a < 5 \Rightarrow a = 3, 4.$$

$$+ c = 4 \Rightarrow 2 < a < 4 \Rightarrow a = 3.$$

$+ c = 2, 1$ không có a tương ứng

$\Rightarrow$ có $4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 16$ số thỏa mãn bài toán

$\Rightarrow$ trường hợp $a = b \neq c$ có $36 + 16 = 52$ số thỏa mãn.

Tương tự, mỗi trường hợp $b = c \neq a, c = a \neq b$ đều có 52 số thỏa mãn.

Theo quy tắc cộng ta có $9 + 52 \cdot 3 = 165$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 589. Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu?

A. 319.

B. 3014.

C. 310.

D. 560.

Lời giải.

Do chọn 3 bông hồng có đủ ba màu nên mỗi màu sẽ được chọn 1 bông.

— Có 7 cách chọn 1 bông hồng đỏ.

— Có 8 cách chọn 1 bông hồng vàng.

— Có 10 cách chọn 1 bông hồng trắng.

Suy ra có $S = 7 \times 8 \times 10 = 560$ cách chọn 3 bông có đủ ba màu.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 590. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau?

A. 216.

B. 120.

C. 504.

D. 6.

Lời giải.

Mỗi cách lập số có 3 chữ số khác nhau từ 6 chữ số là một chỉnh hợp chập 3 của 6.

Vậy có $A_6^3 = 120$ số.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 591. Trong đội văn nghệ nhà trường có 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca nam - nữ?

- A. 91. B. 182. C. 48. D. 14.

Lời giải.

Ta có $8 \cdot 6 = 48$ cách chọn một đôi song ca nam nữ.

Chọn đáp án **C** □

Câu 592. Một tổ có 12 học sinh. Đầu năm cô giáo chủ nhiệm cần chọn 1 bạn làm tổ trưởng và 1 bạn làm tổ phó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

- A. 12!. B. 132. C. 66. D. 6.

Lời giải.

Số cách chọn ra một học sinh làm tổ trưởng và một học sinh làm tổ phó là: $12 \cdot 11 = 132$ cách.

Chọn đáp án **B** □

Câu 593. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5, gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 120. B. 75. C. 69. D. 54.

Lời giải.

Có 3 cách chọn chữ số hàng đơn vị, có 3 cách chọn chữ số hàng nghìn, có 3 cách chọn chữ số hàng trăm và có 2 cách chọn chữ số hàng chục. Áp dụng quy tắc nhân, ta có $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 54$ số thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **D** □

Câu 594. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

- A. 720. B. 648. C. 504. D. 810.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên có ba chữ số khác nhau là $\overline{abc}$. Ta có

- a có 9 cách chọn.
- b có 9 cách chọn.
- c có 8 cách chọn.

Vậy có $9 \times 9 \times 8 = 648$ số có ba chữ số khác nhau.

Chọn đáp án **B** □

Câu 595. Cho một tập A gồm 8 phần tử, Có bao nhiêu cặp tập con khác rỗng không giao nhau của tập A ?

- A. 3025. B. 3153. C. 127. D. 3280.

Lời giải.

Gọi hai tập con không giao nhau của tập A là B, C . Kí hiệu (B, C) là cặp tập con không giao nhau của A . Ta đếm các cặp tập con (B, C) như sau:

- Mỗi phần tử của tập A có 3 lựa chọn là thuộc B , thuộc C hoặc không thuộc cả hai nên có 3^8 cặp có thứ tự, trong đó có cả cặp (B, C) là cặp rỗng-rỗng. Như vậy, mỗi cặp (B, C) đếm hai lần.
- Xét những cặp có đúng một tập rỗng dạng $(B, \emptyset)$, có $2^8 - 1$ số tập con khác rỗng của tập A nên có $2^8 - 1$ cặp có đúng một tập rỗng dạng $(B, \emptyset)$.

Do đó, ta có $\frac{3^8 - 1}{2} - (2^8 - 1) = 3025$ cặp tập con khác rỗng không giao nhau của tập A .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 596. Từ các chữ số 1; 2; 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đôi một?

A. 8.

B. 6.

C. 9.

D. 3.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên có ba chữ số là: $\overline{abc}$.

a có 3 cách chọn.

b có 2 cách chọn.

c có 1 cách chọn.

Vậy có $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 597. Số các số tự nhiên có ba chữ số là

A. 900.

B. 648.

C. 504.

D. 1000.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên cần tìm là $m = \overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $a \neq 0$.

Chọn a có 9 cách chọn.

Chọn b có 10 cách chọn.

Chọn c có 10 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 598. Một lớp học có 19 bạn nữ và 16 bạn nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 bạn, trong đó có 1 bạn nam và 1 bạn nữ?

A. 35 cách.

B. 595 cách.

C. 304 cách.

D. 1190 cách.

Lời giải.

Có 19 cách chọn 1 bạn nữ từ 19 bạn nữ và 16 cách chọn 1 bạn nam từ 16 bạn nam.

Vậy số cách chọn là $19 \cdot 16 = 304$ cách.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 599. Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 2520.

B. 5000.

C. 4500.

D. 2296.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ (với $a \neq 0$; $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$; $0 \leq a, b, c, d \leq 9$).

TH1: Với $d = 0$ thì a có 9 cách chọn, b có 8 cách chọn, c có 7 cách chọn.

Do đó, số các số chẵn cần tìm trong trường hợp này là $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ số.

TH2: Với $d \neq 0 \Rightarrow d \in \{2; 4; 6; 8\}$ thì d có 4 cách chọn, a có 8 cách chọn, b có 8 cách chọn, c có 7 cách chọn.

Do đó, số các số chẵn cần tìm trong trường hợp này là $4 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 = 1792$ số.

Vậy số các số chẵn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $504 + 1792 = 2296$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 600. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120.

B. 98.

C. 150.

D. 360.

Lời giải.

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Chọn 1 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C

$$\Rightarrow C_4^1 \cdot C_3^2 \cdot C_2^2 = 12 \text{ cách chọn.}$$

TH2: Chọn 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C

$$\Rightarrow C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 = 18 \text{ cách chọn.}$$

TH3: Chọn 2 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B và 1 học sinh lớp 12C

$$\Rightarrow C_4^2 \cdot C_3^2 \cdot C_2^1 = 36 \text{ cách chọn.}$$

TH4: Chọn 3 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B và 1 học sinh lớp 12C

$$\Rightarrow C_4^3 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 = 24 \text{ cách chọn.}$$

TH5: Chọn 1 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 1 học sinh lớp 12C

$$\Rightarrow C_4^1 \cdot C_3^3 \cdot C_2^1 = 8 \text{ cách chọn.}$$

Vậy tổng số cách chọn là $12 + 18 + 36 + 24 + 8 = 98$ cách.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 601.** Một lớp học có 19 bạn nữ và 16 bạn nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 bạn, trong đó có 1 nam và 1 bạn nữ?

A. 35 cách.

B. 595 cách.

C. 304 cách.

D. 1190 cách.

Lời giải.

Có 19 cách chọn 1 bạn nữ và 16 cách chọn 1 bạn nam.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn được 1 bạn nữ và 1 bạn nam là $19 \cdot 16 = 304$ cách.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 602.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

A. 120.

B. 216.

C. 312.

D. 360.

Lời giải.Gọi số chẵn có 5 chữ số khác nhau thỏa mãn đề bài là $\overline{abcde}$.— Nếu $e = 0$ thì a có 5 cách chọn, b có 4 cách chọn, c có 3 cách chọn, d có 2 cách chọn. Suy ra có tất cả $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ số.— Nếu $e \in \{2; 8\}$ thì a có 4 cách chọn, b có 4 cách chọn, c có 3 cách chọn, d có 2 cách chọn. Suy ra có tất cả $2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 192$ sốVậy số các số có 5 chữ số thỏa mãn đề bài là $120 + 192 = 312$ số.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 603.** Trong hệ trục tọa độ Oxy cho $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; 0)$. Chọn ngẫu nhiên một điểm có tọa độ $(x; y)$ (với x, y là các số nguyên) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$ (kể cả nằm trên các cạnh). Gọi A là biến cố: " x, y đều chia hết cho 2". Xác suất của biến cố A là

A. 1.

B. $\frac{8}{21}$.C. $\frac{7}{21}$.D. $\frac{13}{21}$.**Lời giải.**Trong đoạn $[-2; 4]$ có 7 số nguyên nên hoành độ x có 7 cách chọn.Trong đoạn $[0; 2]$ có 3 số nguyên nên tung độ y có 3 cách chọn.Suy ra, số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = 7 \cdot 3 = 21$ (cách).Trong đoạn $[-2; 4]$ có 4 số nguyên chia hết cho 2, trong đoạn $[0; 2]$ có 2 số nguyên chia hết cho 2 nên

ta có $n_A = 4 \cdot 2 = 8$ (cách).

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n_A}{|\Omega|} = \frac{8}{21}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 604. Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng và 5 cái cà vạt trong đó có 2 cà vạt màu vàng. Tìm số cách chọn một áo và một cà vạt sao chọn đã chọn áo trắng thì không chọn cà vạt màu vàng.

A. 29.

B. 36.

C. 18.

D. 35.

Lời giải.

TH1: Chọn 1 áo trắng và 1 cà vạt không phải màu vàng: có $3 \times 3 = 9$ (cách chọn).

TH2: Chọn 1 áo không phải áo trắng và 1 cà vạt bất kì: có $4 \times 5 = 20$ (cách chọn).

Theo quy tắc cộng: có $9 + 20 = 29$ (cách chọn).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 605. Một lớp học gồm có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Cần chọn ra 2 học sinh gồm 1 nam và 1 nữ để phân công trực nhật. Số cách chọn là

A. 300.

B. C_{35}^2 .

C. 300.

D. A_{35}^2 .

Lời giải.

Có 20 cách chọn 1 học sinh nam và 15 cách chọn 1 học sinh nữ. Do đó, ta có: $20 \cdot 15 = 300$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 606. Từ một tập hợp gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau?

A. 100.

B. 36.

C. 96.

D. 60.

Lời giải.

TH1. Đề thi gồm 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập $\Rightarrow$ số cách tạo ra đề thi là $C_4^1 \cdot C_6^2$ cách.

TH2. Đề thi gồm 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập $\Rightarrow$ số cách tạo ra đề thi là $C_4^2 \cdot C_6^1$ cách.

Số đề được tạo ra là $C_4^1 \cdot C_6^2 + C_4^2 \cdot C_6^1 = 96$ đề.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 607. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

A. 432.

B. 234.

C. 132.

D. 243.

Lời giải.

Gọi số cần tìm là $N = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$.

Do N chia hết cho 15 nên N phải chia hết cho 3 và 5, nên a_4 phải bằng 5 và $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ phải chia hết cho 3.

Do vai trò các chữ số a_1, a_2, a_3 là như nhau, mỗi chữ số a_1 và a_2 có 9 cách chọn nên ta xét các trường hợp

— Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k$ thì $a_3 \in \{3; 6; 9\}$ có 3 cách chọn.

— Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k + 1$ thì $a_3 \in \{2; 5; 8\}$ có 3 cách chọn.

— Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k + 2$ thì $a_3 \in \{1; 4; 7\}$ có 3 cách chọn.

Vậy trong mọi trường hợp thì a_3 có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $1 \cdot 9^2 \cdot 3 = 243$ số thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 608. Một đội văn nghệ có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra một bạn nam và một bạn nữ để hát song ca. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 1.

B. 24.

C. 10.

D. C_{10}^2 .

Lời giải.

Mỗi cách chọn ra một bạn nam và một bạn nữ để hát song ca là một công việc được hoàn thành bởi 2 bước:

— Bước 1: Chọn 1 nam, có 6 cách;

— Bước 2: Chọn 1 nữ, có 4 cách.

Theo quy tắc nhân, có $6 \cdot 4 = 24$ cách chọn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 609. Cho tập hợp S có 12 phần tử. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai tập con (không kể thứ tự) của S mà hợp của chúng bằng S ?

A. $\frac{3^{12} + 1}{2}$.

B. $\frac{3^{12} - 1}{2}$.

C. $3^{12} + 1$.

D. $3^{12} - 1$.

Lời giải.

Để xây dựng cặp tập con (có tính thứ tự) (A, B) mà $A \cup B = S$, ta lấy phần tử $x \in S$ rồi cho vào A hoặc B theo một trong 3 cách

— $x \in A$ và $x \notin B$;

— $x \notin A$ và $x \in B$;

— $x \in A$ và $x \in B$.

Vì S có 12 phần tử nên số cặp thứ tự (A, B) là 3^{12} , trong đó chỉ có một trường hợp $A = B$ là $A = S$ và $B = S$.

Vậy số cặp A, B không tính thứ tự là $\frac{3^{12} - 1}{2} + 1 = \frac{3^{12} + 1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 610. Có bao nhiêu cách phân tích số 15^9 thành tích của ba số nguyên dương, biết rằng các cách phân tích mà các nhân tử chỉ khác nhau về thứ tự thì chỉ được tính một lần?

A. 493.

B. 516.

C. 492.

D. 517.

Lời giải.

Ta có $15^9 = 3^9 \cdot 5^9$.

Ba nhân tử có dạng $3^{a_1} \cdot 5^{a_1}$, $3^{a_2} \cdot 5^{a_2}$, $3^{a_3} \cdot 5^{a_3}$ trong đó $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3 = 9$ và $a_i, b_i \in \{0; 1; \dots; 9\}$.

Chia ngẫu nhiên các bộ số mũ:

— chọn a_1 có 10 cách;

— chọn a_2 có $10 - a_1$ cách;

— chọn a_3 có 1 cách.

Vậy có $\sum_{a_1=0}^{10} (10 - a_1) = 55$ cách chọn các a_i để $a_1 + a_2 + a_3 = 9$.

Tương tự, có 55 cách chọn các bộ b_i , suy ra có $55 \cdot 55$ cách chia ngẫu nhiên các bộ số mũ.

Khi chia như trên thì xảy ra các trường hợp bộ số mũ trùng nhau hoặc các bộ số mũ chỉ là hoán vị của nhau.

- 1) Số cách chia mà cả ba bộ số mũ trùng nhau: chỉ có 1 cách, đó là $(3; 3), (3; 3), (3; 3)$.
- 2) Số cách chia mà chỉ có hai bộ số mũ trùng nhau: có 5 cách để chọn $a_i = a_j$ và 5 cách để chọn $b_i = b_j$ (cùng bằng từ 0 đến 4), do đó có $5 \cdot 5 = 25$ cách, tuy nhiên ta phải trừ đi 1 cách khi cả ba bộ trùng nhau, do đó còn 24 cách. Mỗi cách này ta có 3 hoán vị.

Do mỗi cách chọn mà ba bộ (a_i, b_i) khác nhau ta có $3! = 6$ hoán vị, theo đề bài, 6 hoán vị này chỉ được tính 1 lần, do vậy số các cách thỏa mãn đề bài là $k = \frac{55 \cdot 55 - 3 \cdot 24 - 1}{6} + 24 + 1 = 517$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 611. Hùng có 6 cái áo và 4 cái quần. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo?

A. 24.

B. 10.

C. 36.

D. 12.

Lời giải.

Có 6 cách chọn áo và 4 cách chọn quần nên theo quy tắc nhân ta có số cách chọn áo quần của Hùng là $6 \cdot 4 = 24$ cách.

Chọn đáp án **A** □

Câu 612. Cho E là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên từ E được một số có dạng $\overline{abcdef}$ sao cho $a + b = c + d = e + f$.

A. $\frac{1}{90}$.

B. $\frac{4}{135}$.

C. $\frac{8}{225}$.

D. $\frac{5}{138}$.

Lời giải.

Số $\overline{abcdef}$ được lập từ tập $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ và có $a + b = c + d = e + f$ nên $a + b + c + d + e + f : 3$.

Do $a; b; c; d; e; f$ phân biệt nên ta xét 3 trường hợp

— $\{a; b; c; d; e; f\} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Khi đó $a + b = c + d = e + f = \frac{0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{3} = 7$.

Chia tập số trên thành các cặp $\{(1; 6), (6; 1), (2; 5), (5; 2), (3; 4), (4; 3)\}$ và tiến hành chọn các cặp $(a; b), (c; d), (e; f)$.

Có 6 cách chọn cặp $(a; b)$.

Có 4 cách chọn cặp $(c; d)$.

Có 2 cách chọn cặp $(e; f)$.

Tổng cộng có $6 \cdot 4 \cdot 2 = 48$ số thỏa mãn trong trường hợp này.

— $\{a; b; c; d; e; f\} = \{0; 1; 2; 4; 5; 6\}$.

Khi đó $a + b = c + d = e + f = \frac{0 + 1 + 2 + 4 + 5 + 6}{3} = 6$.

Chia tập số trên thành các cặp $\{(0; 6), (6; 0), (1; 5), (5; 1), (2; 4), (4; 2)\}$ và tiến hành chọn các cặp $(a; b), (c; d), (e; f)$.

Có 5 cách chọn cặp $(a; b)$ (vì $a \neq 0$).

Có 4 cách chọn cặp $(c; d)$.

Có 2 cách chọn cặp $(e; f)$.

Tổng cộng có $5 \cdot 4 \cdot 2 = 40$ số thỏa mãn trong trường hợp này.

— $\{a; b; c; d; e; f\} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Khi đó $a + b = c + d = e + f = \frac{0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5}{3} = 5$.

Chia tập số trên thành các cặp $(0; 5), (5; 0), (1; 4), (4; 1), (2; 3), (3; 2)$ và tiến hành chọn các cặp $(a; b), (c; d), (e; f)$.

Có 5 cách chọn cặp $(a; b)$ (vì $a \neq 0$).

Có 4 cách chọn cặp $(c; d)$.

Có 2 cách chọn cặp $(e; f)$.

Tổng cộng có $5 \cdot 4 \cdot 2 = 40$ số thỏa mãn trong trường hợp này.

Như vậy, tập E có $48 + 40 + 40 = 128$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Ta đi đếm số phần tử của E .

Giả sử tập E chứa các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 mà chữ số hàng trăm nghìn có thể bằng 0, khi đó tập E có $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 7!$ số.

Ta tiếp tục đếm những số không thỏa mãn (là những số có hàng trăm nghìn bằng 0), có $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 6!$ số.

Do đó $|E| = 7! - 6! = 4320$.

Vậy xác suất cần tính là $\frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 613. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số?

A. 105.

B. 210.

C. 84.

D. 168.

Lời giải.

Số tự nhiên chẵn có 3 chữ số có dạng $\overline{abc}$.

Ta có $c \in \{0, 2, 4, 6\}$ nên có 4 cách chọn chữ số cho vị trí c .

Tiếp đến, ta có 6 cách chọn chữ số cho vị trí a và 7 cách chọn chữ số cho vị trí b .

Vậy có tất cả $4 \times 6 \times 7 = 168$ số chẵn có 3 chữ số được thành lập từ các chữ số đã cho.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 614. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết 13?

A. 6923.

B. 9632.

C. 9623.

D. 6932.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên chia hết cho 13 có dạng $n = k \cdot 13$ với $k \in \mathbb{N}$.

Theo giả thiết, n có 5 chữ số nên $10000 \leq 13k \leq 99999 \Leftrightarrow 769,2 \leq k \leq 7692,2 \Leftrightarrow k = 770, 771, 772, \dots, 7692$.

Do đó có $7692 - 770 + 1 = 6923$ số k tương ứng với số cần tìm.

Vậy có 6923 số cần tìm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 615. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

A. 1000.

B. 720.

C. 729.

D. 648.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau là $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 616. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 7 món, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 5 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 16.

B. 28.

C. 140.

D. 120.

Lời giải.

Việc chọn một thực đơn bao gồm 3 công việc liên tiếp nhau

- Công việc 1: chọn 1 món ăn, có 7 cách chọn.
- Công việc 2: chọn 1 loại quả tráng miệng, có 4 cách chọn.
- Công việc 3: chọn 1 loại nước uống, có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một thực đơn là $7 \cdot 4 \cdot 5 = 140$ (cách).

Chọn đáp án **C** □

Câu 617. Trong tủ quần áo của bạn An có 4 chiếc áo khác nhau và 3 chiếc quần khác nhau. Hỏi bạn Hùng có bao nhiêu cách chọn 1 bộ quần áo để mặc?

- A. 27. B. 64. C. 7. D. 12.

Lời giải.

Số cách chọn 1 bộ quần áo là $3 \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 618. Trong tủ quần áo của thầy Đông có 6 cái áo sơ mi khác màu và 5 cái quần khác màu. Hỏi thầy Đông có tất cả bao nhiêu cách chọn ra một bộ quần áo?

- A. 5. B. 30. C. 11. D. 6.

Lời giải.

Để chọn một bộ quần áo, thầy Đông cần chọn 1 cái quần vào 1 cái áo.

- Số cách chọn một cái quần là 6.
- Số cách chọn một cái áo là 5.
- Theo quy tắc nhân ta có: $6 \times 5 = 30$ cách chọn một bộ quần áo.

Chọn đáp án **B** □

Câu 619. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 729. B. 1000. C. 648. D. 720.

Lời giải.

Có $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

Chọn đáp án **C** □

Câu 620. Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tứ giác?

- A. A_4^2 . B. C_6^2 . C. 4^2 . D. C_4^2 .

Lời giải.

Từ một đỉnh bất kỳ ta kẻ được 3 véc-tơ đến các đỉnh khác.

Tứ giác $ABCD$ có 4 đỉnh nên có tổng cộng là $3 \cdot 4 = 12$ ($= A_4^2$) véc-tơ.

Chọn đáp án **A** □

Câu 621. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số?

- A. 81. B. 90. C. 99. D. 100.

Lời giải.

Giả sử $\overline{ab}$ là số tự nhiên có 2 chữ số.

- a có thể nhận giá trị nguyên từ 1 đến 9, nên chọn a có 9 cách.
- b có thể nhận giá trị nguyên từ 0 đến 9, nên chọn b có 10 cách.

Vậy số các số tự nhiên có hai chữ số bằng $9 \cdot 10 = 90$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 622. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0, 1, \dots, 6\}$ sao cho $a < b < c$?

A. 20.

B. 40.

C. 30.

D. 120.

Lời giải.

Vì $a \neq 0$ nên $a \geq 1$. Do $a < b < c$ và $c \leq 6$ nên $a = 1, 2, 3, 4$.

① Với $a = 1$:

- Xét $b = 2 \Rightarrow c \geq 3$, do đó có 4 số thỏa mãn.
- Xét $b = 3 \Rightarrow c \geq 4$, do đó có 3 số thỏa mãn.
- Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
- Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.

② Với $a = 2$:

- Xét $b = 3 \Rightarrow c \geq 4$, do đó có 3 số thỏa mãn.
- Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
- Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.

③ Với $a = 3$:

- Xét $b = 4 \Rightarrow c \geq 5$, do đó có 2 số thỏa mãn.
- Xét $b = 5 \Rightarrow c \geq 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.

④ Với $a = 4 \Rightarrow b = 5$ và $c = 6$, do đó có 1 số thỏa mãn.

Vậy có tất cả $(4 + 3 + 2 + 1) + (3 + 2 + 1) + (2 + 1) + 1 = 20$ số.

Chọn đáp án **A** □

Câu 623. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 4, 5, 7, 8 ?

A. 60.

B. 20.

C. 9.

D. 15.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$.

Ta có 3 cách chọn c từ các số 2, 4, 8.

Có 5 cách chọn a sau khi chọn c .

Còn lại 4 cách chọn b sau khi chọn a, c .

Vậy có $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ số thỏa yêu cầu.

Chọn đáp án **A** □

Câu 624. Từ A đến B có 3 cách, từ B đến C có 5 cách, từ C đến D có 2 cách. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A ?

A. 900.

B. 90.

C. 60.

D. 30.

Lời giải.

Theo quy tắc nhân ta có số cách đi từ A tới D là $3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$ (cách). Khi đó số cách đi từ A đến D rồi quay lại A là $30 \cdot 30 = 900$ (cách).

Chọn đáp án **A** □

Câu 625. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số?

A. 42.

B. 49.

C. 36.

D. 13.

Lời giải.

Số cần tìm có dạng $\overline{ab}$.

- a có 6 cách chọn.

— b có 7 cách chọn.

Vậy có $6 \cdot 7 = 42$ số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 626. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau sao cho tích ba chữ số đó là một số chẵn?

A. 236 số.

B. 444 số.

C. 324 số.

D. 460 số.

Lời giải.

— Số các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số trên là $9 \times 8 \times 7 = 504$ số.

— Số các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau sao cho tích ba chữ số đó là một số lẻ là $5 \times 4 \times 3 = 60$ số (tích ba chữ số là lẻ khi cả ba chữ số đó đều là lẻ).

— Vậy số các số cần tìm là $504 - 60 = 444$ số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 627. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 145.

B. 210.

C. 105.

D. 168.

Lời giải.

Gọi các số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{abc}$.

Chữ số $a \neq 0$ nên có 6 cách chọn; chữ số b có 7 cách chọn và chữ số d có 4 cách chọn. Theo quy tắc nhân, có tất cả $6 \cdot 7 \cdot 4 = 168$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 628. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm hai chữ số khác nhau?

A. C_5^2 .

B. 45.

C. 41.

D. A_5^2 .

Lời giải.

— Nếu chữ số hàng đơn vị bằng 0 thì chữ số hàng đơn vị có 1 cách chọn và chữ số hàng chục có 9 cách chọn. Vậy có 9 số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

— Nếu chữ số hàng đơn vị khác 0 thì chữ số hàng đơn vị có 4 cách chọn và chữ số hàng chục có 8 cách chọn. Vậy có $8 \cdot 4 = 32$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Do đó có tất cả 41 số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 629. Có 10 cuốn sách Toán khác nhau, 11 cuốn sách Văn khác nhau và 7 cuốn sách Anh văn khác nhau. Một học sinh được chọn 1 quyển sách trong các quyển sách trên. Hỏi có bao nhiêu cách lựa chọn?

A. 20.

B. 26.

C. 32.

D. 28.

Lời giải.

Theo quy tắc cộng, ta có $10 + 11 + 7 = 28$ (cách)

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 630. Số 2389976875 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 102.

B. 24.

C. 120.

D. 204.

Lời giải.

Ta có: $2389976875 = 5^4 \cdot 11^3 \cdot 13^2 \cdot 17$.

Gọi $a = 5^m \cdot 11^n \cdot 13^p \cdot 17^q$ là một ước số tự nhiên của 2389976875, trong đó $0 \leq m \leq 4, 0 \leq n \leq 3, 0 \leq p \leq 2, 0 \leq q \leq 1$.

$p \leq 2, 0 \leq q \leq 1$ và $m, n, p, q \in \mathbb{Z}$.

Như vậy có 5 cách chọn m , 4 cách chọn n , 3 cách chọn p và 2 cách chọn q .

Theo quy tắc nhân ta sẽ có $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ ước số tự nhiên của 2389976875.

Chọn đáp án **C** □

Câu 631. Một lớp học có 19 bạn nữ và 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 bạn, trong đó có một bạn nam và một bạn nữ?

- A. 959 cách. B. 1190 cách. C. 304 cách. D. 35 cách.

Lời giải.

Số cách chọn 1 bạn nữ là 19 (cách).

Số cách chọn 1 bạn nam là 16 (cách).

Vậy số cách chọn 2 bạn, trong đó có một bạn nam và một bạn nữ là $19 \cdot 16 = 304$ (cách).

Chọn đáp án **C** □

Câu 632. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số trong đó các chữ số ở vị trí cách đều chữ số đứng chính giữa thì giống nhau?

- A. 7290 số. B. 9000 số. C. 8100 số. D. 6561 số.

Lời giải.

Gọi mỗi số cần lập có dạng $\overline{abcdcba}$.

Số cách chọn a là 9.

Số cách chọn mỗi chữ số b, c, d là 10.

Vậy theo quy tắc nhân thì số các số thỏa mãn là $9 \cdot 10^3 = 9000$ (số).

Chọn đáp án **B** □

Câu 633. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số có dạng $\overline{abc}$ thỏa mãn điều kiện a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân (kể cả tam giác đều)?

- A. 81. B. 45. C. 165. D. 216.

Lời giải.

Trường hợp 1: Ba chữ số a, b, c là ba cạnh của một tam giác đều.

Ta có $a = b = c$ nên chọn được 9 bộ số thỏa yêu cầu, do đó có 9 số thỏa yêu cầu.

Trường hợp 2: Ba chữ số a, b, c là ba cạnh của một tam giác cân không đều.

Không mất tính tổng quát, giả sử $a = b \neq c$.

Để a, a, c là ba cạnh của một tam giác thì $2a > c$.

Ta chọn được 52 bộ a, c thỏa yêu cầu.

Mặt khác, với mỗi bộ số a, a, c ta có 3 cách sắp vị trí.

Do đó có tổng cộng $52 \cdot 3 = 156$ cách chọn bộ số a, a, c , nên tìm được 156 số thỏa yêu cầu.

Vậy, có tổng cộng là $156 + 9 = 165$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 634. Một hộp đựng 20 quả cầu trong đó có 6 quả cầu màu trắng, 4 quả cầu màu xanh và 10 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu được chọn có đủ 3 màu là

- A. $\frac{3}{20}$. B. $\frac{24}{19}$. C. $\frac{2}{57}$. D. $\frac{4}{19}$.

Lời giải.

Có $3! = 6$ cách sắp thứ tự lấy 3 quả cầu khác màu mà với mỗi thứ tự thì xác suất để chọn được 3

quả cầu khác màu luôn không đổi và bằng $\frac{4}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{10}{18}$ nên xác suất cần tìm là

$$6 \cdot \frac{4}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{10}{18} = \frac{4}{19}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 635. Hồng muốn qua nhà Hoa để cùng Hoa đến chơi nhà Bình. Từ nhà Hồng đến nhà Hoa có 3 con đường đi, từ nhà Hoa tới nhà Bình có 2 con đường đi. Hỏi Hồng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Bình?

A. 5.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Số cách chọn để Hồng đi đến nhà Bình là $C_3^1 \cdot C_2^1 = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 636. Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số ?

A. 184.

B. 190.

C. 243.

D. 120.

Lời giải.

Số viên bi được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 lần lượt là 4, 4, 3, 2, 1.

Vì ba viên bi từng đôi khác số nên khi chọn, ta có thể có những trường hợp sau:

$$(1, 2, 3); (1, 2, 4); (1, 2, 5); (1, 3, 4); (1, 3, 5); (1, 4, 5); (2, 3, 4); (2, 3, 5); (2, 4, 5); (3, 4, 5).$$

Trường hợp (1, 2, 3): Vì số viên bi được đánh số 1, 2, 3 lần lượt là 4, 4, 3 nên số cách chọn ba viên bi trong trường hợp này là 48 cách.

Tương tự, những trường hợp còn lại lần lượt có số cách chọn là: 48, 32, 16, 24, 12, 8, 24, 12, 8, 6.

Vậy có tổng cộng: $48 + 32 + 16 + 24 + 12 + 8 + 24 + 12 + 8 + 6 = 190$ cách.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 637. Số các số tự nhiên gồm 3 chữ số được tạo thành từ 4 chữ số 0, 1, 2, 3 là

A. 56.

B. 96.

C. 52.

D. 48.

Lời giải.

Có 3 cách chọn chữ số hàng trăm, 4 cách chọn chữ số hàng chục, 4 cách chọn chữ số hàng đơn vị, nên số các số thỏa mãn là $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 638. Cuối năm trường PTNK tổ chức 3 tiết mục Flashmob cho các bạn khối 12 chia tay trường. Các bạn 12T đều tham gia nhưng mỗi người chỉ được đăng kí không quá 2 tiết mục. Biết lớp 12T có 20 bạn, hỏi có bao nhiêu cách để lớp lựa chọn?

A. 6^{20} .

B. $3^{20} + 2^{20} - 1$.

C. 5^{20} .

D. $3^{21} + 1$.

Lời giải.

Mỗi học sinh có hai phương thức tham gia như sau

- tham gia một tiết mục có 3 cách,
- tham gia hai tiết mục có 3 cách.

Tóm lại, mỗi học sinh có 6 cách lựa chọn, nên số cách lựa chọn cho lớp 12T là 6^{20} .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 639. Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

Lời giải.

Gọi số đỉnh của đa giác là n . Mà số cạnh bằng số đỉnh nên số cạnh của đa giác là n .

Cứ mỗi đỉnh nối với $(n - 3)$ đỉnh còn lại tạo thành $(n - 3)$ đường chéo nên số đường chéo của đa giác là $\frac{n(n-3)}{2}$ (do mỗi đường chéo được tính hai lần). Vì số đường chéo gấp đôi số cạnh nên

$$\frac{n(n-3)}{2} = 2n \Leftrightarrow n-3 = 4 \Leftrightarrow n = 7.$$

Vậy đa giác có 7 cạnh.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 640. Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

A. 7.

B. 81.

C. 64.

D. 12.

Lời giải.

Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng $3 \cdot 4 = 12$ (cách).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 641. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

A. 1768.

B. 1771.

C. 1350.

D. 2024.

Lời giải.

Số kết quả của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{26}^3 = 2600$.

Số cách rút ra ba thẻ, sao cho trong ba thẻ đó luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp, ta có các trường hợp

- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 1; 2, thì thẻ thứ 3 ta có 24 cách rút.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 2; 3, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 1, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 3; 4, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 2, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- ...
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 24; 25, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 23, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.
- Rút hai thẻ liên tiếp có cặp số là 25; 26, thì thẻ thứ 3 không thể là thẻ có số 24, suy ra có 23 cách rút thẻ thứ 3.

Từ đó suy ra, có $24 + 23 \cdot 24 = 576$ cách rút ra ba thẻ sao cho trong ba thẻ luôn có ít nhất hai thẻ mà số ghi trên hai thẻ đó là hai số tự nhiên liên tiếp.

Vậy số cách rút ra ba thẻ mà trong hai thẻ bất kỳ lấy ra có hai số tương ứng luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị là $n(\Omega) - 576 = 2024$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 642. Cho tập hợp $S = \{m \in \mathbb{Z} | -10 \leq m \leq 100\}$. Có bao nhiêu tập hợp con của S có số phần tử lớn hơn 2 và các phần tử đó tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 0?

A. 36.

B. 32.

C. 30.

D. 34.

Lời giải.

Giả sử $\{u_1; u_2; \dots; u_n\} \subset S$, $n > 2$ là một tập hợp thỏa mãn yêu cầu bài toán. Không mất tính tổng quát giả sử $u_1 < u_2 < \dots < u_n$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng công sai $d > 0$. Ta có $S_n = 0 \Leftrightarrow u_1 + u_n = 0$, lại có $u_1 + (n-1)d = u_n$ nên suy ra $(n-1)d = 2u_n$, điều này chứng tỏ d là một ước nguyên dương của $2u_n$ và $d \neq 2u_n$ vì $n > 2$. Như vậy số tập hợp thỏa YCBT chính là tổng số các ước thực sự của $2u_n$ với $u_n \in \{1; 2; \dots; 10\}$. Bằng cách liệt kê ta có tất cả 34 ước của $2u_n$ với $u_n \in \{1; 2; \dots; 10\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 643. Có 50 học sinh là cháu ngoan Bác Hồ, trong đó có 4 cặp là anh em sinh đôi (không có anh chị em sinh ba trở lên). Cần chọn ra 5 học sinh trong 50 học sinh trên. Có bao nhiêu cách chọn mà trong nhóm 5 em chọn ra không có cặp anh em sinh đôi nào?

- A. 2049852. B. 850668. C. 2049300. D. 2049576.

Lời giải.

① Số cách chọn 5 học sinh trong 50 học sinh là C_{50}^5 .

② Gọi A là số cách chọn 5 học sinh mà có hai cặp sinh đôi. ta tính A:

- Chọn 2 cặp sinh đôi trong 4 cặp có C_4^2 cách.

- Chọn một học sinh trong 46 học sinh còn lại có C_{46}^1 cách.

Vậy $A = C_4^2 \cdot C_{46}^1$.

③ Gọi B là số cách chọn 5 học sinh có đúng một cặp sinh đôi. Ta tính B.

- Chọn 1 cặp sinh đôi trong 4 cặp có C_4^1 cách.

- Gọi B' là số cách chọn 3 học sinh trong 46 học sinh còn lại sao cho không có cặp sinh đôi nào.

Khi đó $B = C_4^1 B'$. Ta tính B' .

+ Chọn 3 học sinh trong 46 học sinh có C_{46}^3 cách.

+ Chọn 3 học sinh trong 46 học sinh sao cho có đúng một cặp sinh đôi có $C_3^1 \cdot C_{46}^1$. Suy ra $B' = C_{46}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1$.

Vậy $B = C_4^1 (C_{46}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1)$.

Vậy số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{50}^5 - A - B = C_{50}^5 - C_4^2 \cdot C_{46}^1 - C_4^1 (C_{46}^3 - C_3^1 \cdot C_{46}^1) = 2049852$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 644. Có hai kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn) và có ba kiểu dây (kim loại, da, nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ có một mặt và một dây?

- A. 8. B. 7. C. 5. D. 6.

Lời giải.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn ra một chiếc đồng hồ là $2 \cdot 3 = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 645. Một nhóm học sinh gồm 5 nữ, 5 nam. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 10 bạn thành 1 hàng ngang sao cho không có bạn nào đứng cạnh 2 bạn khác giới tính?

- A. 86400. B. 28800. C. 43200. D. 14400.

Lời giải.

• Có 2 cách xếp các khối đó là 5 nữ - 5 nam và 5 nam - 5 nữ. Mỗi khối có $5!$ cách xếp. Do đó có $2 \cdot (5!)^2 = 28800$ cách xếp.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 646. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm ba chữ số khác nhau?

A. 328.

B. 405.

C. 360.

D. 500.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên chẵn có ba chữ số khác nhau là $\overline{abc}$, suy ra $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Ta xét hai trường hợp sau:

- Nếu a là số lẻ. Khi đó có 5 cách chọn a , có 5 cách chọn c và 8 cách chọn b . Do đó trường hợp a lẻ ta có $5 \cdot 5 \cdot 8 = 200$ cách chọn.
- Nếu a là số chẵn. Khi đó có 4 cách chọn a , có 4 cách chọn c và 8 cách chọn b . Do đó trong trường hợp a chẵn ta có $4 \cdot 4 \cdot 8 = 128$ cách chọn.

Suy ra, có tổng cộng $200 + 128 = 328$ số tự nhiên chẵn gồm ba chữ số khác nhau.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 647. Lục giác đều $ABCDEF$ có bao nhiêu đường chéo?

A. 15.

B. 6.

C. 9.

D. 24.

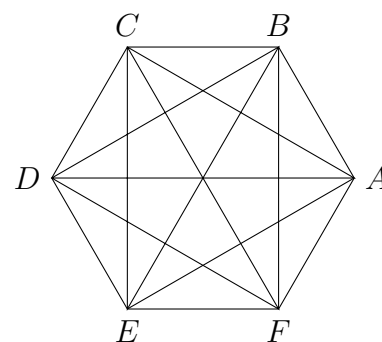
Lời giải.

Các đường chéo của lục giác là $AC, AD, AE, BD, BE, BF, CE, CF, DF$. Vậy có tổng cộng 9 đường chéo.

Lưu ý: Ngoài cách liệt kê, ta có thể đếm theo 2 cách sau:

Cách 1: Từ mỗi đỉnh kẻ được đúng 3 đường chéo và mỗi đường chéo có 2 đầu mút nên có tất cả $\frac{6 \cdot 3}{2} = 9$ đường chéo.

Cách 2: Với 6 điểm sẽ xác định $C_6^2 = 15$ đoạn thẳng, trong đó có 6 đoạn thẳng là cạnh của đa giác nên còn lại 9 đường chéo.



Ta có công thức tổng quát: Đa giác lồi n cạnh có $C_n^2 - n = \frac{n(n-3)}{2}$ đường chéo.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 648. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

A. 25.

B. 20.

C. 50.

D. 10.

Lời giải.

Chữ số hàng đơn vị và hàng chục được chọn từ các số lẻ là 1, 3, 5, 7, 9.

- Bước 1. Chọn chữ số hàng đơn vị có 5 cách chọn.
- Bước 2. Chọn chữ số hàng chục có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, lập được $5 \times 5 = 25$ số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 649. Có bao nhiêu số tự nhiên ba chữ số đôi một khác nhau mà tổng chữ số đầu và cuối bằng 10?

A. 80.

B. 64.

C. 120.

D. 72.

Lời giải.

Các cặp số có tổng bằng 10 là (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6). Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$. Yêu cầu bài toán $a + c = 10$, do đó

- Có 4 cách chọn cặp.
- Với mỗi cặp số trên ta có số cách chọn a và c là $2!$ cách.
- Số cách chọn b ứng với mỗi cặp là 8 cách.

Với mỗi cặp số trên ta có $4 \cdot 2! \cdot 8 = 64$ cách chọn số thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 650. Một bình đựng 4 viên bi đỏ khác nhau và 3 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy ra 2 viên bi từ bình đó?

A. 18.

B. 21.

C. 42.

D. 10.

Lời giải.

Số cách lấy bi là $C_{3+4}^2 = 21$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 651. Một phiếu điều tra về vấn đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 1048576.

B. 2097152.

C. 1048577.

D. 10001.

Lời giải.

Ta có

- Câu 1. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 2. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 3. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 4. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 5. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 6. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 7. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 8. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 9. Có 4 cách chọn đáp án đúng.
- Câu 10. Có 4 cách chọn đáp án đúng.

Vậy có $4^{10} = 1048576$ cách tô một phiếu điều tra, suy ra số phiếu hợp lệ tối thiểu để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau là 1048577 phiếu.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 652. Từ các chữ số 0; 1; 2 có thể thành lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 9 chữ số và là bội số của 3 đồng thời bé hơn 2.10^8 .

A. 4374.

B. 3645.

C. 2187.

D. 6561.

Lời giải.

Gọi số thỏa mãn bài có dạng $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$ trong đó $a_i \in \{0; 1; 2\}$ và các a_i không đồng thời bằng 0.

Vì $A < 2.10^8$ nên $a_1 = 1 \Rightarrow a_1$ có 1 cách chọn.

Các chữ số từ a_2 đến a_8 đều có 3 cách chọn.

Khi đó $a_1 + a_2 + \dots + a_8$ có thể chia hết cho 3 hoặc chia cho 3 dư 1 hoặc chia cho 3 dư 2.

+ Nếu $a_1 + a_2 + \dots + a_8$ chia hết cho 3 thì $a_9 = 0$.

+ Nếu $a_1 + a_2 + \dots + a_8$ chia cho 3 dư 1 thì $a_9 = 2$.

+ Nếu $a_1 + a_2 + \dots + a_8$ chia cho 3 dư 2 thì $a_9 = 1$.

$\Rightarrow$ chữ số a_9 có đúng 1 cách chọn.

Vậy có $1.3^7.1 = 2187$ số cần tìm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 653. Trong mặt phẳng, cho hai đường thẳng phân biệt a và b song song với nhau. Trên đường thẳng a lấy 5 điểm phân biệt A, B, C, D, E và trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt G, H, I, J, K sao cho $AB = BC = CD = DE = GH = HI = IJ = JK = 2018$ cm. Có bao nhiêu hình bình hành có 4 đỉnh là 4 điểm trong 10 điểm nói trên?

A. 16.

B. 210.

C. 30.

D. 100.

Lời giải.

Đặt $x = 2018$ cm. Hình bình hành tạo thành có các trường hợp sau:

— Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài x .

Có 4 cách chọn một cạnh trên đường thẳng a .

Có 4 cách chọn một cạnh trên đường thẳng b .

Vậy có $S_1 = 4 \cdot 4 = 16$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài x .

— Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $2x$.

Có 3 cách chọn một cạnh trên đường thẳng a .

Có 3 cách chọn một cạnh trên đường thẳng b .

Vậy có $S_2 = 3 \cdot 3 = 9$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $2x$.

— Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $3x$.

Có 2 cách chọn một cạnh trên đường thẳng a .

Có 2 cách chọn một cạnh trên đường thẳng b .

Vậy có $S_3 = 2 \cdot 2 = 4$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $3x$.

— Hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $4x$.

Có 1 cách chọn một cạnh trên đường thẳng a .

Có 1 cách chọn một cạnh trên đường thẳng b .

Vậy có $S_4 = 1 \cdot 1 = 1$ cách chọn hình bình hành có một cặp cạnh độ dài $4x$.

Vậy có $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 30$ cách tạo ra hình bình hành từ các điểm đã cho.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 654. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 210.

B. 105.

C. 168.

D. 145.

Lời giải.

Các số cần lập có dạng $\overline{abc}$, với $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Khi đó a có 6 cách chọn, b có 7 cách chọn, c có 4 cách chọn. Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu là $6 \times 7 \times 4 = 168$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 655. Thư viện Trường THPT Yên Phong số 2 cần đưa toàn bộ 30 cuốn sách Hướng dẫn ôn tập môn Toán thi THPT Quốc gia năm 2018 giống nhau về cho 3 lớp 12A1, 12A2, 12A3 sao cho lớp 12A1 được ít nhất 11 cuốn, lớp 12A2 được ít nhất 7 cuốn và lớp 12A3 được ít nhất 3 cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách thực hiện?

A. 165.

B. 55.

C. 110.

D. 66.

Lời giải.

Mỗi cách đưa toàn bộ 30 cuốn sách cho 3 lớp được thực hiện qua các bước sau:

— Bước 1. Đưa cho 3 lớp 12A1, 12A2, 12A3 lần lượt 11, 7, 3 cuốn sách. Vì các cuốn sách giống nhau nên có 1 cách thực hiện bước này.

— Bước 2. Đưa 9 cuốn sách còn lại cho 3 lớp.

Gọi số sách đưa cho 3 lớp 12A1, 12A2, 12A3 lần lượt là a_1, a_2, a_3 . Khi đó $a_1 + a_2 + a_3 = 9$ và $a_1, a_2, a_3 \in \{0; 1; 2; \dots, 8, 9\}$.

– Có tất cả 7 bộ gồm 3 số tự nhiên khác nhau có tổng bằng 9 là:

$(0; 1; 8), (0; 2; 7), (0; 3; 6), (0; 4; 5), (1; 2; 6), (1; 3; 5), (2; 3; 4)$.

Mỗi cách chia là một hoán vị của bộ 3 số trên nên có $7 \cdot 3!$ cách.

– Có tất cả 4 bộ gồm 3 số tự nhiên trong đó có 2 số bằng nhau mà có tổng bằng 9 là: $(0; 0; 9), (1; 1; 7), (1; 4; 4)$ và $(2; 2; 5)$.

Mỗi trường hợp có 3 cách. Suy ra có 12 cách.

– Có 1 bộ gồm 3 số giống nhau có tổng bằng 9 là: $(3; 3; 3)$.

Suy ra có 1 cách.

Suy ra bước 2 có $7 \cdot 3! + 12 + 1 = 55$ cách.

Vậy có tất cả $1 \cdot 55 = 55$ cách thực hiện.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 656. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

A. 648.

B. 1000.

C. 729.

D. 720.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc}$ ($a \neq 0$; $a; b; c$ đôi một khác nhau)

$\Rightarrow$ Có $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ số có ba chữ số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 657. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn ra 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 80.

B. 60.

C. 90.

D. 70.

Lời giải.

Số cách chọn một cái bút và một quyển sách từ 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau là: $C_{10}^1 \times C_8^1 = 10 \times 8 = 80$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 658. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$, với $a, b, c \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sao cho $a < b < c$.

A. 120.

B. 30.

C. 40.

D. 20.

Lời giải.

Trường hợp $a = 1$: Nếu $b = 2$ thì c có 4 cách chọn; Nếu $b = 3$ thì c có 3 cách chọn; Nếu $b = 4$ thì c có 2 cách chọn; Nếu $b = 5$ thì c có 1 cách chọn. Như vậy, trường hợp này có $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ số.

Trường hợp $a = 2$: Tương tự ta cũng đếm được $3 + 2 + 1 = 6$ số.

Trường hợp $a = 3$: Ta đếm được $2 + 1 = 3$ số.

Trường hợp $a = 4$: Ta đếm được 1 số.

Tổng cộng có 20 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 659. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài?

A. 120.

B. 5.

C. 20.

D. 25.

Lời giải.

Số cách xếp 5 người vào một bàn dài là $P_5 = 5! = 120$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 660. Một túi có 12 viên bi gồm 5 viên màu đỏ được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên màu xanh được đánh số từ 1 đến 3. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

A. 123.

B. 126.

C. 143.

D. 220.

Lời giải.

Số viên bi được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 lần lượt là 3, 3, 3, 2, 1.

Vì ba viên bi từng đôi khác số nên khi chọn, ta có thể có những trường hợp sau:

$$(1, 2, 3); (1, 2, 4); (1, 2, 5); (1, 3, 4); (1, 3, 5); (1, 4, 5); (2, 3, 4); (2, 3, 5); (2, 4, 5); (3, 4, 5).$$

Trường hợp 1, 2, 3: Vì số viên bi được đánh số 1, 2, 3 lần lượt là 3, 3, 3 nên số cách chọn ba viên bi trong trường hợp này là 27 cách.

Tương tự, những trường hợp còn lại lần lượt có số cách chọn là: 18, 9, 18, 9, 6, 18, 9, 6, 6.

Vậy có tổng cộng: $27 + 18 + 9 + 18 + 9 + 6 + 18 + 9 + 6 + 6 = 126$ cách.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 661. Số 6303268125 có bao nhiêu ước số nguyên?

A. 420.

B. 630.

C. 240.

D. 720.

Lời giải.

Ta có $6303268125 = 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^3 \cdot 11^2$. Do đó, mỗi ước nguyên dương của 6303268125 có dạng $x = 3^a \cdot 5^b \cdot 7^c \cdot 11^d$, với $a \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $b \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $c \in \{0; 1; 2; 3\}$, $d \in \{0; 1; 2\}$.

Suy ra, với mỗi cách chọn bộ số $(a; b; c; d)$ ta được một ước nguyên dương của 6303268125. Bởi vậy, số ước nguyên dương của 6303268125 là số cách chọn bộ số $(a; b; c; d)$.

Như vậy, số ước nguyên dương của 6303268125 là $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$. Do đó, số 6303268125 có $2 \cdot 360 = 720$ ước số nguyên.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 662. Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32.

B. 16.

C. 80.

D. 64.

Lời giải.

Theo đề thì ta suy ra chữ số 1 và chữ số 3 không đứng cạnh nhau, và chữ số 2 phải đứng giữa chữ số 1 và 3. Tức là có 5 chữ số 2 đứng ở tất cả các vị trí chẵn, hoặc đứng ở tất cả các vị trí lẻ.

Chọn vị trí cho 5 số 2 có 2 cách.

Có 2^5 cách xếp vị trí các chữ số 1 và 3.

Vậy có tất cả $2 \cdot 2^5 = 64$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 663. Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách tô?

A. 360.

B. 480.

C. 600.

D. 630.

Lời giải.

Có hai trường hợp sau:

TH 1. Nếu hai cạnh AB, CD được tô bởi hai màu giống nhau và có số cách tô hai cạnh đó là 6. Khi đó số cách tô hai cạnh AD, BC là 5 và 5. Do đó số cách tô trong trường hợp này là $6 \cdot 5 \cdot 5 = 150$.

TH 2. Nếu hai cạnh AB, CD được tô bởi hai màu khác nhau và có số cách tô hai cạnh đó là 6 và 5. Khi đó số cách tô hai cạnh AD, BC là 4 và 4. Do đó số cách tô trong trường hợp này là $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 480$.

Vậy số cách tô cần tìm là $150 + 480 = 630$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 664. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1?

A. 2802.

B. 65.

C. 2520.

D. 2280.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$.

TH1: $a = 1$

— b có 7 cách chọn.

— c có 6 cách chọn.

— d có 5 cách chọn.

— e có 4 cách chọn.

Nên có $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$ số.

TH2: $b = 1$

— $a \neq b, a \neq 0$ nên a có 6 cách chọn

— c có 6 cách chọn.

— d có 5 cách chọn.

— e có 4 cách chọn.

Nên có $6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 720$ số.

TH3: $c = 1$

— $a \neq c, a \neq 0$ nên a có 6 cách chọn

— b có 6 cách chọn.

— d có 5 cách chọn.

— e có 4 cách chọn.

Nên có $6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 720$ số.

Vậy có tất cả $840 + 720 + 720 = 2280$ số.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 665. Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249.

B. 1500.

C. 3204.

D. 2942.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcdef}$.

TH1. Số cần tìm có dạng $\overline{154def}$. Khi đó

— d có 7 cách chọn

— e có 6 cách chọn

— f có 5 cách chọn

$\Rightarrow$ có $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ cách chọn.

TH2. Số cần tìm có dạng $\overline{a154ef}$. Khi đó

— a có 6 cách chọn

— e có 6 cách chọn

— f có 5 cách chọn

$\Rightarrow$ có $6 \cdot 6 \cdot 5 = 180$ cách chọn.

TH3. Số cần tìm có dạng $\overline{ab154f}$.

Tương tự TH2, có 180 cách chọn.

TH4. Số cần tìm có dạng $\overline{abc154}$.

Tương tự TH2, có 180 cách chọn.

Do vị trí số 1 và 4 có vai trò như nhau nên tất cả có $(210 + 3 \cdot 180) \cdot 2 = 1500$ cách chọn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 666. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

A. 20.

B. 11.

C. 30.

D. 10.

Lời giải.

Tổ có 11 học sinh. Chọn ngẫu nhiên một học sinh đi trực nhật có 11 (cách).

Chọn đáp án (B) □

Câu 667. Có bao nhiêu số Palindrom gồm 5 chữ số (số palindrom là số mà nếu ta viết các chữ số theo thứ tự ngược lại thì giá trị của nó không thay đổi)?

A. 900.

B. 1000.

C. 800.

D. 700.

Lời giải.

Gọi số Palindrom 5 chữ số là $\overline{abcba}$ ($a \neq 0$).

Số cách chọn a, b, c theo thứ tự đó là 9, 10, 10.

Do đó có $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ số Palindrom gồm 5 chữ số như yêu cầu của đề bài.

Chọn đáp án (A) □

Câu 668. Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nữ lớp 12A và 1 bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

A. 320.

B. 630.

C. 36.

D. 1220.

Lời giải.

Để chọn 1 bạn nữ của lớp 12A ta có 20 cách.

Để chọn 1 bạn nam của lớp 12B ta có 16 cách.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $20 \times 16 = 320$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 669. Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

A. 2240.

B. 2520.

C. 2016.

D. 256.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$ ($a \neq 0$)

Khi đó $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Và vì $\overline{abcd}$ là số tự nhiên lẻ nên $d \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

Vậy:

d có 5 cách chọn.

a có 8 cách chọn.

b có 8 cách chọn.

c có 7 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $5 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 = 2240$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 670. Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

A. 180.

B. 150.

C. 120.

D. 60.

Lời giải.

Số cách lấy được ba quả cầu màu xanh là $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$.

Số cách lấy được ba quả cầu màu đỏ là $4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Số cách lấy được ba quả cầu màu trắng là $5 \cdot 6 \cdot 2 = 60$.

Vậy số cách lấy được ba quả cầu cùng màu là $60 + 60 + 60 = 180$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 671. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số chẵn đôi một khác nhau sao cho tổng ba chữ số đầu lớn hơn tổng ba chữ số cuối một đơn vị.

A. 36.

B. 32.

C. 72.

D. 24.

Lời giải.

Vì tổng cả 6 số là 21 nên số thỏa mãn yêu cầu bài toán có tổng ba chữ số đầu bằng 11 và tổng ba chữ số sau bằng 10. Do đó ba chữ số sau là $\{2; 3; 5\}, \{1; 4; 5\}$, ba số đầu được lập từ các số còn lại sau khi trừ đi ba số đầu thuộc mỗi bộ 3 số ở trên.

Mỗi bộ số như vậy có $3! \cdot 2! \cdot 1 = 18$ số. Do đó số các số lập được là $18 \cdot 2 = 36$ số.

Chọn đáp án **A** □

Câu 672. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 8232.

B. 1230.

C. 1260.

D. 2880.

Lời giải.

Gọi $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$) là số cần lập. Vì không có yêu cầu các chữ số phải khác nhau nên ta có:

Chọn a có 6 cách.

Chọn e có 4 cách.

Chọn các chữ số b, c, d thì có 7 cách chọn mỗi chữ số.

Vậy có $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 4 = 8232$ (số).

Chọn đáp án **A** □

Câu 673. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 108 số.

B. 228 số.

C. 36 số.

D. 144 số.

Lời giải.

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số lẻ có 4 chữ số khác nhau, với $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \{0; 1; 2; 3; 5; 8\} \Rightarrow a_4$ có 3 cách chọn, a_1 có 4 cách chọn, a_2 có 4 cách chọn và a_3 có 3 cách chọn.

Khi đó, có $4 \cdot 4 \cdot 3 = 144$ số thỏa mãn yêu cầu trên.

Gọi $\overline{b_1b_2b_3b_4}$ là số lẻ có 4 chữ số khác nhau, với $b_1, b_2, b_3, b_4 \in \{0; 1; 2; 5; 8\} \Rightarrow b_4$ có 2 cách chọn, b_1 có 3 cách chọn, b_2 có 3 cách chọn và b_3 có 2 cách chọn.

Do đó, có $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ số thỏa mãn yêu cầu trên.

Vậy có tất cả $144 - 36 = 108$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 674. Từ các số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số khác nhau?

A. $3C_5^3$.

B. 156.

C. 180.

D. $3A_5^3$.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{abcd}$.

TH1: $d = 0$, khi đó chúng ta có $A_5^3 = 60$ cách chọn $\overline{abc}$.

TH2: $d \in \{2; 4\}$ thì d có 2 cách chọn. Ứng với mỗi cách chọn của d ta lần lượt sẽ có 4 cách chọn a (do $a \neq d$ và $a \neq 0$) và A_4^2 cách chọn $\overline{bc}$. Vậy có $2 \times 4 \times A_4^2 = 96$ số được lập theo **TH2**.

Vậy số các số lập được thỏa yêu cầu bài toán là $60 + 96 = 156$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 675. Gieo một con súc sắc 6 mặt cân đối 3 lần, có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra thỏa mãn điều kiện “Tổng số chấm xuất hiện trong 3 lần là số chẵn”?

A. 162.

B. 54.

C. 108.

D. 27.

Lời giải.

Dù kết quả hai lần gieo đầu tiên như thế nào thì lần thứ ba cũng có 3 khả năng xảy ra để phù hợp với điều kiện “Tổng số chấm xuất hiện trong 3 lần là số chẵn”. Do đó, số kết quả thỏa mãn điều kiện trên là $6 \times 6 \times 3 = 108$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 676. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 7 món, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 5 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 120.

B. 140.

C. 28.

D. 16.

Lời giải.

Chọn 1 món ăn: có 7 cách chọn.

Chọn 1 loại quả tráng miệng: có 4 cách chọn.

Chọn 1 loại nước uống: có 5 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có số cách chọn thực đơn là $7 \cdot 4 \cdot 5 = 140$ cách chọn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 677. Một công việc để hoàn thành bắt buộc phải trải qua hai bước, bước thứ nhất có m cách thực hiện và bước thứ hai có n cách thực hiện. Số cách để thực hiện công việc đã cho bằng

A. $m + n$.

B. m^n .

C. mn .

D. n^m .

Lời giải.

Theo quy tắc nhân ta có số cách thực hiện công việc này là mn cách.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 678. Giả sử có 8 vận động viên tham gia chạy thi. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng lúc thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba?

A. 56.

B. 120.

C. 336.

D. 24.

Lời giải.

Vị trí thứ nhất có 8 khả năng, vị trí thứ nhì có 7 khả năng và vị trí thứ ba có 6 khả năng. Vậy có $8 \times 7 \times 6 = 336$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 679. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau?

A. A_9^2 .

B. C_9^2 .

C. 2^9 .

D. 9^2 .

Lời giải.

Số cách lấy hai chữ số khác nhau từ các chữ số đã cho là A_9^2 .

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 680. Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử?

A. 3^{12} .

B. 12^3 .

C. A_{12}^3 .

D. C_{12}^3 .

Lời giải.

Số cách lấy là C_{12}^3 .

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 681. Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần?

A. 168.

B. 204.

C. 216.

D. 120.

Lời giải.

Với 3 chữ số khác nhau thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, ta viết được hai số có 3 chữ số theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần, suy ra có thể lập được $2C_9^3 = 168$ số.

Với 2 chữ số khác nhau thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ kết hợp với chữ số 0, ta có thể lập được 1 số theo thứ tự giảm dần, suy ra có thể lập được $C_9^2 = 36$ số.

Vậy có tất cả $168 + 36 = 204$ số.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 682. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau?

A. A_9^2 .

B. C_9^2 .

C. 2^9 .

D. 9^2 .

Lời giải.

Số cách lấy hai chữ số khác nhau từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 là chỉnh hợp chập 2 của 9 tức là A_9^2 .

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 683. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

A. A_{10}^8 .

B. A_{10}^2 .

C. C_{10}^2 .

D. 10^2 .

Lời giải.

Số các tập con gồm hai phần tử từ tập 10 phần tử là C_{10}^2 .

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 684. Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. 246.

B. 3480.

C. 3360.

D. 245.

Lời giải.

Chọn 3 bóng đèn loại I, 2 bóng đèn loại II có $C_5^3 \cdot C_7^2$ cách.

Chọn 4 bóng đèn loại I, 1 bóng đèn loại II có $C_5^4 \cdot C_7^1$ cách.

Chọn 5 bóng đèn loại I, 0 bóng đèn loại II có $C_5^5 \cdot C_7^0$ cách.

Vậy có $C_5^3 \cdot C_7^2 + C_5^4 \cdot C_7^1 + C_5^5 \cdot C_7^0 = 246$ cách thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 685. Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2 cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1 cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh 1 cm?

A. 2898.

B. 2915.

C. 2876.

D. 2012.

Lời giải.

Các hình lập phương cạnh 1 cm có 27 đỉnh.

Chọn 3 đỉnh bất kì từ 27 đỉnh, có C_{27}^3 cách.

Chọn 3 đỉnh từ 27 đỉnh thỏa 3 đỉnh đó thẳng hàng, có 49 cách.

Vậy số tam giác được tạo thành từ 27 đỉnh là $C_{27}^3 - 49 = 2876$ cách.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 686. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 35 học sinh?

A. 35^2 .

B. C_{35}^2 .

C. 2^{35} .

D. A_{35}^2 .

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 35 học sinh là C_{35}^2 .

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 687. Tính số chỉnh hợp chập 5 của 8 phần tử.

A. 56.

B. 6720.

C. 336.

D. 40320.

Lời giải.

Số chỉnh hợp chập 5 của 8 phần tử là $A_8^5 = 6720$.

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 688. Trong hộp có 5 quả cầu đỏ và 7 quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu khả năng lấy được số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh?

A. 245.

B. 3480.

C. 246.

D. 3360.

Lời giải.

Ta xét các trường hợp sau

TH1. Lấy được 5 quả cầu đỏ $\Rightarrow$ số cách chọn là $C_5^5 = 1$ (cách).

TH2. Lấy được 4 quả cầu đỏ và 1 quả cầu xanh $\Rightarrow$ số cách chọn là $C_5^4 \cdot C_7^1 = 35$ (cách).

TH3. Lấy được 3 quả cầu đỏ và 2 quả cầu xanh $\Rightarrow$ số cách chọn là $C_5^3 \cdot C_7^2 = 210$ (cách).

Tổng số cách chọn thỏa mãn đề bài là $1 + 35 + 210 = 246$ cách.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 689. Cho đa giác đều $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp đường tròn (O) . Tính số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 30 đỉnh của đa giác đó.

A. 106.

B. 105.

C. 27405.

D. 27406.

Lời giải.

Đa giác đều $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp đường tròn (O) có 15 đường chéo đi qua tâm O .

Để có 1 hình chữ nhật có đỉnh lấy từ các điểm A_j ($j = \overline{1, 30}$), ta chọn 2 trong số 15 đường chéo nêu

trên làm đường chéo cho hình chữ nhật (và chỉ có cách làm đó mới lập được hình chữ nhật thoả mãn yêu cầu bài toán).

Vậy số hình chữ nhật thoả mãn yêu cầu bài toán là: $C_{15}^2 = 105$ (hình).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 690. Một nhóm gồm có 10 người, cần chọn ra ban đại diện gồm 3 người. Số cách chọn là

A. 240.

B. A_{10}^3 .

C. C_{10}^3 .

D. 360.

Lời giải.

Số cách chọn ra 3 người từ 10 người là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 691. Cho tập S có 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của S .

A. A_{20}^3 .

B. C_{20}^3 .

C. 60.

D. $3C_{20}^3$.

Lời giải.

Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp S là số tổ hợp chập 3 phần tử của 20 phần tử của S . Nên suy ra có C_{20}^3 tập con.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 692. Số cách xếp 5 người vào 5 vị trí ngồi thành hàng ngang là

A. 120.

B. 25.

C. 15.

D. 24.

Lời giải.

Xếp 5 người vào 5 vị trí là hoán vị của 5 phần tử. Do đó ta có $5! = 120$ cách xếp.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 693. Số tập con của tập $M = \{1; 2; 3\}$ là

A. $A_3^0 + A_3^1 + A_3^2 + A_3^3$.

B. $P_0 + P_1 + P_2 + P_3$.

C. $3!$.

D. $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$.

Lời giải.

Số cách chọn tập con gồm 0 phần tử (hay tập hợp rỗng) là C_3^0 .

Số cách chọn tập con gồm 1 phần tử là C_3^1 .

Số cách chọn tập con gồm 2 phần tử là C_3^2 .

Số cách chọn tập con gồm 3 phần tử là C_3^3 .

Vậy số tập con của M là $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 694. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số khác nhau lập từ tập A , biết chữ số chẵn **không** đứng cạnh nhau.

A. 7200.

B. 15000.

C. 10200.

D. 12000.

Lời giải.

x	lẻ	x	lẻ	x	lẻ	x	lẻ	x	lẻ	x

Do có 5 số lẻ nên sẽ có 6 vị trí có thể xếp các số chẵn vào để các số chẵn không được đứng cạnh nhau. Có $5! \times A_6^3 = 14400$ số.

Số được xếp như trên có chữ số 0 đầu tiên là $5! \times A_5^2 = 2400$ số.

Vậy các số gồm 8 chữ số khác nhau mà chữ số chẵn không đứng cạnh nhau là $14400 - 2400 = 12000$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 695. Cho lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$. Hỏi có tất cả bao nhiêu hình chóp tứ giác có 5 đỉnh là đỉnh của lăng trụ?

A. 492.

B. 200.

C. 360.

D. 510.

Lời giải.

Hình chóp có 5 đỉnh tạo thành từ 5 đỉnh của hình lăng trụ khi ta chọn 4 đỉnh đồng phẳng và 1 đỉnh không đồng phẳng với 4 đỉnh đã chọn.

— **Trường hợp 1.** 4 đỉnh thuộc $\{A, B, C, D, E, F\}$ và 1 đỉnh chọn từ $\{A', B', C', D', E', F'\}$ và ngược lại 1 đỉnh thuộc $\{A, B, C, D, E, F\}$ và 4 đỉnh chọn từ $\{A', B', C', D', E', F'\}$.

Trường hợp này có $2 \times C_6^4 \times 6 = 180$ (hình chóp).

— **Trường hợp 2.**

4 đỉnh được chọn từ 1 cạnh thuộc $\{AB, CF, DE\}$ và 1 cạnh thuộc $\{A'B', C'F', D'E'\}$

hoặc 1 cạnh thuộc $\{BC, DA, FE\}$ và 1 cạnh thuộc $\{B'C', D'A', F'E'\}$

hoặc 1 cạnh thuộc $\{CD, BE, AF\}$ và 1 cạnh thuộc $\{C'D', B'E', A'F'\}$

và 1 đỉnh trong 8 đỉnh còn lại của lăng trụ.

Trường hợp này có tất cả $3 \times 9 \times 8 = 216$ (hình chóp).

— **Trường hợp 3.** 4 đỉnh được chọn từ 1 cạnh thuộc $\{AC, FD\}$ và 1 cạnh thuộc $\{A'C', F'D'\}$

hoặc 1 cạnh thuộc $\{BD, AE\}$ và 1 cạnh thuộc $\{B'D', A'E'\}$

hoặc 1 cạnh thuộc $\{CE, BF\}$ và 1 cạnh thuộc $\{C'E', B'F'\}$

và 1 đỉnh trong 8 đỉnh còn lại của lăng trụ.

Trường hợp này có tất cả $3 \times 4 \times 8 = 96$ (hình chóp).

Vậy số hình chóp thỏa mãn yêu cầu bài toán là $180 + 216 + 96 = 492$ hình chóp.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 696. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, số tổ hợp chập k của n phần tử là C_n^k và

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 697. Một lớp có 12 nam và 18 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh đi dự hội nghị?

A. 216.

B. 4060.

C. 1255.

D. 24360.

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh bất kì trong 30 học sinh là $C_{30}^3 = 4060$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 698. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4\}$?

A. 60.

B. 24.

C. 48.

D. 11.

Lời giải.

Số các chỉnh hợp chập 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ là A_5^3 số.

Số các chỉnh hợp chập 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ và có số 0 đứng đầu là A_4^3 số.

Vậy, số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ là $A_5^3 - A_4^3 = 48$ số.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 699. Biết số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^1 + 2 \cdot \frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + n \cdot \frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} = 45$. Tính C_{n+4}^n .

A. 715.

B. 1820.

C. 1365.

D. 1001.

Lời giải.

Xét số hạng tổng quát

$$k \cdot \frac{C_n^k}{C_n^{k-1}} = \frac{k \cdot n!}{k!(n-k)!} \cdot \frac{(k-1)!(n+1-k)!}{n!} = n+1-k.$$

Do đó

$$\begin{aligned} C_n^1 + 2 \frac{C_n^2}{C_n^1} + \dots + n \frac{C_n^n}{C_n^{n-1}} &= 45 \\ \Leftrightarrow n + (n-1) + \dots + 1 &= 45 \\ \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} &= 45 \\ \Leftrightarrow n^2 + n - 90 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -10 \text{ (loại)} \end{cases} \\ \Rightarrow n &= 9. \end{aligned}$$

Vậy $C_{13}^9 = 715$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 700. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 4012?

A. 180.

B. 240.

C. 200.

D. 220.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{abcd}$. Theo giả thiết của đề bài ta suy ra $a \in \{1; 2; 3\}$, $d \in \{0; 2; 4; 6\}$.

— **TH1** Nếu $a = 1$ thì số các số chẵn lập được là $1 \cdot 4 \cdot A_5^2 = 80$.

— **TH2** Nếu $a = 2$ thì số các số chẵn lập được là $1 \cdot 3 \cdot A_5^2 = 60$.

— **TH3** Nếu $a = 3$ thì số các số chẵn lập được là $1 \cdot 4 \cdot A_5^2 = 80$.

Vậy số các số thỏa đề bài là 220 số.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 701. Trên đường tròn tâm O có 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O ?

A. 3.

B. C_{12}^4 .

C. 4!.

D. A_{12}^4 .

Lời giải.

Mỗi tứ giác nội tiếp tạo thành từ các điểm đã cho là một cách chọn 4 điểm bất kỳ trong 12 điểm. Suy ra số tứ giác nội tiếp là: C_{12}^4 .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 702. Có tất cả bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách?

A. 5!.

B. 6^5 .

C. 6!.

D. 6^6 .

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy số cách sắp xếp là 6!.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 703. Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường?

- A. 2300. B. 59280. C. 455. D. 9880.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh tham gia vệ sinh toàn trường là $C_{40}^3 = 9880$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 704. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu?

- A. 840. B. 3843. C. 2170. D. 3003.

Lời giải.

Tổng số bi là 15.

Số cách chọn 5 viên bi là $C_{15}^5 = 3003$.

- Số cách chọn 5 viên bi xanh hoặc đỏ là $C_{11}^5 = 462$.

- Số cách chọn 5 viên bi có cả xanh và vàng là $C_{10}^5 - C_6^5 = 246$.

- Số cách chọn 5 viên bi có cả đỏ và vàng là $C_9^5 - C_5^5 = 125$.

Số cách chọn 5 viên bi một màu hoặc hai màu là $462 + 246 + 125 = 833$.

Số cách chọn 5 viên bi có đủ ba màu là $3003 - 833 = 2170$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 705. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số phân biệt lấy từ A .

- A. 216. B. 60. C. 20. D. 120.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có ba chữ số phân biệt lập từ tập A bằng $A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 706. Số cách phân công 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là

- A. P_{12} . B. 36. C. A_{12}^3 . D. C_{12}^3 .

Lời giải.

Mỗi một cách phân công là một tổ hợp chập 3 của 12 học sinh, nên số cách phân công là C_{12}^3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 707. Cho tập S gồm 20 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S .

- A. C_{20}^3 . B. 20^3 . C. A_{20}^3 . D. 60.

Lời giải.

Số tập con gồm 3 phần tử của S là số các tổ hợp chập 3 của 20 phần tử.

Vậy số tập con gồm 3 phần tử của S là C_{20}^3 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 708. Cho một đa giác lồi (H) có 10 cạnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó là ba đỉnh của (H) nhưng ba cạnh không phải ba cạnh của (H)?

- A. 40. B. 100. C. 60. D. 50.

Lời giải.

- Số tam giác được tạo thành từ 10 đỉnh của đa giác (H) là C_{10}^3 .
- Số tam giác chứa hai cạnh của đa giác (H) là 10.
- Xét tam giác chỉ nhận một cạnh của đa giác (H) là cạnh, tức là có hai đỉnh liên tiếp của đa giác (H) và đỉnh còn lại không kề với hai đỉnh đó, có $10 \cdot C_6^1$ tam giác.

Vậy có $C_{10}^3 - 10 - 10 \cdot C_6^1 = 50$ tam giác thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 709. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có n (với $2 \leq n \leq 10$) chữ số khác nhau đôi một. Xác suất để số tự nhiên được chọn là số chẵn bằng

- A. $\frac{41}{81}$. B. $\frac{1+4n}{81}$. C. $\frac{5}{81}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Xét các số có dạng $\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$, $a_i \in \{0; 1; \dots; 9\}$, $i = \overline{1, n}$.

Số cách chọn để a_n chẵn là $5A_9^{n-1}$. Số cách chọn để a_n chẵn và $a_1 = 0$ là $4A_8^{n-2}$. Suy ra số các số tự nhiên chẵn có n chữ số khác nhau là $5A_9^{n-1} - 4A_8^{n-2}$.

Số các số tự nhiên có n chữ số là số cách chọn sao cho $a_1 \neq 0$ và bằng $9A_9^{n-1}$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{5A_9^{n-1} - 4A_8^{n-2}}{9A_9^{n-1}} = \frac{5 \cdot 9A_8^{n-2} - 4A_8^{n-2}}{9 \cdot 9A_8^{n-2}} = \frac{41}{81}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 710. Số các số tự nhiên có n (với $8 \leq n \leq 10$) chữ số khác nhau đôi một và đồng thời có mặt bốn chữ số 1, 2, 3, 4 đôi một không kề nhau là

- A. $(n-4)A_6^{n-3}A_{n-4}^3$. B. $A_6^{n-4}A_{n-3}^4$.
C. $A_6^{n-4}A_{n-4}^4$. D. $A_6^{n-4}A_{n-3}^4 - A_5^{n-5}A_{n-4}^4$.

Lời giải.

Xét các số có dạng $N = \overline{a_1 a_2 \dots a_{n-4}}$, $a_i \in S = \{0; 5, 6, 7, 8, 9\}$, $i = \overline{1, n-4}$. Để tạo ra một số thỏa mãn yêu cầu bài toán ta thêm các chữ số 1, 2, 3, 4 vào $n-3$ vị trí ở giữa các chữ số a_i hoặc ở hai đầu (vị trí đánh dấu $\times$, như hình vẽ).

$$\times \quad a_1 \quad \times \quad a_2 \quad \times \quad a_3 \quad \cdots \quad \times \quad a_{n-4} \quad \times$$

Có A_6^{n-4} cách chọn các chữ số a_i từ S và A_{n-3}^4 cách thêm các chữ số 1, 2, 3, 4 vào các vị trí đánh dấu $\times$.

Có A_5^{n-5} cách chọn các chữ số a_i từ S sao cho $a_1 = 0$ và A_{n-4}^4 cách thêm các chữ số 1, 2, 3, 4 vào các vị trí đánh dấu $\times$ sao cho vị trí đầu tiên bỏ trống.

Vậy số các số thỏa mãn bài toán là $A_6^{n-4}A_{n-3}^4 - A_5^{n-5}A_{n-4}^4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 711. Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O ?

- A. C_{12}^4 . B. 3. C. $4!$. D. A_{12}^4 .

Lời giải.

Chọn 4 điểm bất kỳ trong 12 điểm ta được 4 đỉnh của tứ giác nội tiếp đường tròn.

Vậy có C_{12}^4 tứ giác thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 712. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập thành bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 120.

B. 54.

C. 72.

D. 69.

Lời giải.

Cách 1:

Ta xét các trường hợp sau:

- Số cần lập có dạng $\overline{abc1}$ với $a \neq 0$. Trường hợp này có 3 cách chọn chữ số a , 3 cách chọn chữ số b và 2 cách chọn chữ số c . Vậy có $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ số.
- Tương tự số cần lập có dạng $\overline{abc2}$ hoặc $\overline{abc3}$ với $a \neq 0$ thì mỗi trường hợp lập luận như trên có 18 số.

Vậy có tất cả $3 \cdot 18 = 54$ số thỏa mãn yêu cầu.

Cách 2:

Ta đi tìm số các số chia hết cho 5 có bốn chữ số khác nhau. Xét các trường hợp:

- Số cần lập có dạng $\overline{abc0}$. Trường hợp này có 4 cách chọn chữ số a , 3 cách chọn chữ số b và 2 cách chọn chữ số c . Vậy có $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ số.
- Số cần lập có dạng $\overline{abc5}$ và $a \neq 0$. Trường hợp này có 3 cách chọn chữ số a , 3 cách chọn chữ số b và 2 cách chọn chữ số c . Vậy có $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ số.

Vậy có $24 + 18 = 42$ số chia hết cho 5.

Mặt khác số các số có bốn chữ số khác nhau được lập từ 0, 1, 2, 3, 5 là $A_5^4 - A_4^3 = 96$. Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu ban đầu của đề bài là $96 - 42 = 54$ số.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 713. Tính số tổ hợp chập 5 của 8 phần tử.

A. 56.

B. 336.

C. 40.

D. 65.

Lời giải.

Số tổ hợp chập 5 của 8 phần tử là $C_8^5 = 56$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 714. Cho tập hợp A gồm 12 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của tập hợp A là

A. A_{12}^8 .B. C_{12}^4 .C. $4!$.D. A_{12}^4 .

Lời giải.

Số tập con gồm 4 phần tử của tập hợp A gồm 12 phần tử là C_{12}^4 .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 715. Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Số cách xếp các học sinh đó thành một hàng dọc sao cho 4 học sinh nam đứng liền nhau là

A. 17820.

B. 17280.

C. 5760.

D. 2820.

Lời giải.

Coi 4 bạn nam là một nhóm X .

Số cách xếp vị trí cho nhóm X và 5 học sinh nữ là $6! = 720$ cách.

Số cách hoán vị vị trí cho 4 học sinh nam trong nhóm X là $4! = 24$ cách.

Áp dụng quy tắc nhân, số cách xếp thỏa mãn bài toán là $720 \cdot 24 = 17280$ cách.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 716. Trong lớp học có 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đội văn nghệ gồm 6 bạn sao cho số nam bằng số nữ?

A. 100.

B. 225.

C. 150.

D. 81.

Lời giải.

Vì đội văn nghệ gồm 6 bạn sao cho số học sinh nam bằng số học sinh nữ nên ta chọn 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ.

Vậy số cách chọn 3 học sinh nam và 3 học sinh số nữ là $C_5^3 \cdot C_5^3 = 100$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 717. Lớp 12A có 15 bạn nữ, lớp 12B có 20 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn hai bạn nữ lớp 12A và ba bạn nam lớp 12B để tham gia đội xung kích của trường?

A. 119700.

B. 280900.

C. 239400.

D. 1436400.

Lời giải.

Số cách chọn hai bạn nữ lớp 12A là C_{15}^2 , số cách chọn ba bạn nam lớp 12B là C_{20}^3 . Do đó số cách chọn đội xung kích của nhà trường là $C_{15}^2 \cdot C_{20}^3 = 119700$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 718. Với các chữ số 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau trong đó có hai chữ số 3, 6 không đứng cạnh nhau.

A. 82.

B. 120.

C. 96.

D. 72.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và được viết từ các số 2, 3, 4, 5, 6 là $5!$.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau, hai chữ số 3, 6 đứng cạnh nhau và được viết từ các số 2, 3, 4, 5, 6 là $4! \cdot 2$ (vì hai số 3, 6 đứng cạnh nhau nên ta ghép chúng thành một cặp).

Vậy số các số cần tìm là $5! - 4! \cdot 2 = 72$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 719. Xếp 3 bạn học sinh lớp A, 2 bạn học sinh lớp B, 1 bạn học sinh lớp C thành một hàng dọc. Số cách xếp sao cho hai bạn học sinh cùng lớp không đứng liền nhau là

A. 72.

B. 120.

C. 186.

D. 160.

Lời giải.

— Trường hợp 1:

1	A	2	A	3	A	4

Xếp 3 bạn học sinh lớp A vào các ô đánh dấu A, có $3! = 6$ cách xếp.

Xếp 3 học sinh còn lại vào 3 ô {1; 2; 3}, hoặc vào 3 ô {2; 3; 4}, có $2 \cdot 3! = 12$ cách xếp.

Trường hợp này có $6 \cdot 12 = 72$ cách xếp.

— Trường hợp 2:

A	1	A	2	A

Xếp 3 bạn học sinh lớp A vào các ô đánh dấu A, có $3! = 6$ cách xếp.

Chọn 1 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C xếp vào một trong hai ô {1; 2}, có $2 \cdot 2 \cdot 2! = 8$ cách xếp.

Xếp học sinh còn lại vào ô còn lại.

Trường hợp này có $6 \cdot 8 = 48$ cách xếp.

Vậy có $72 + 48 = 120$ cách xếp sao cho hai bạn học sinh cùng lớp không đứng liền nhau.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 720. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài?

A. 5.

B. 120.

C. 20.

D. 25.

Lời giải.

Xếp 5 người vào 5 vị trí khác nhau là hoán vị của 5 phần tử, ta có $P_5 = 5! = 120$ cách.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 721. Giả sử có 7 bông hoa khác nhau và 3 lọ hoa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa vào 3 lọ đã cho (mỗi lọ chỉ cắm được 1 bông hoa)?

A. 210.

B. 21.

C. 35.

D. 30240.

Lời giải.

Số cách cắm hoa vào lọ là $A_7^3 = 210$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 722. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau?

A. $9!$.B. A_9^3 .C. C_9^3 .D. $A_9^3 - A_8^2$.**Lời giải.**

Từ 9 chữ số (không có chứa chữ số 0) chọn 3 chữ số khác nhau để lập thành số có 3 chữ số khác nhau. Mỗi cách chọn và sắp xếp 3 chữ số là chỉnh hợp chập 3 của 9 phần tử. Do đó số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau là A_9^3 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 723. Cho hai đường thẳng d_1, d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có 8 điểm phân biệt. Hỏi có thể lập bao nhiêu tam giác mà 3 đỉnh của mỗi tam giác ấy từ 18 điểm đã cho?

A. 360.

B. 280.

C. 153.

D. 640.

Lời giải.

Một tam giác được tạo thành bằng cách lấy 2 điểm trên d_1 và 1 điểm trên d_2 ; lấy 2 điểm trên d_2 và 1 điểm trên d_1 . Như vậy có tất cả

$$8 \cdot C_{10}^2 + 10 \cdot C_8^2 = 640$$

tam giác được lập theo yêu cầu.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 724. Có bao nhiêu cách xếp 5 bạn A, B, C, D, E vào một chiếc ghế dài sao cho bạn A ngồi chính giữa.

A. 120.

B. 256.

C. 24.

D. 32.

Lời giải.

A luôn ngồi giữa nên ta cần xếp 4 bạn còn lại vào 4 vị trí.

Vậy số cách xếp là $P_4 = 4! = 24$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 725. Lớp 12A4 trường THPT Cổ Loa có 36 học sinh. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn 3 em học sinh của lớp 12A₄ để phân một em làm lớp trưởng, một em làm lớp phó và một em làm bí thư? biết em nào trong lớp cũng có khả năng làm lớp trưởng hoặc lớp phó hoặc bí thư.

A. C_{36}^3 .B. 3^{36} .C. $36!$.D. A_{36}^3 .**Lời giải.**

Số cách chọn ra 3 học sinh để chọn một em làm lớp trưởng, một em làm lớp phó và một em làm bí thư chính là số chỉnh hợp chập 3 của tập hợp gồm 36 phần tử là A_{36}^3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 726. Số cách chọn ra ba bạn bất kì từ một lớp có 30 bạn là

- A. C_{30}^3 . B. $\frac{A_{30}^3}{3}$. C. $3! \cdot A_{30}^3$. D. A_{30}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn ra ba bạn bất kì từ một lớp có 30 bạn là C_{30}^3 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 727. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam, và 3 bạn nữ cùng đi xem phim. Có bao nhiêu cách xếp 8 bạn vào 8 ghế hàng ngang sao cho 3 bạn nữ ngồi cạnh nhau?

- A. $5! \cdot 3!$. B. $8! - 5 \cdot 3!$. C. $6! \cdot 3!$. D. $\frac{8!}{3!}$.

Lời giải.

Có $6 \cdot 3!$ cách sắp xếp 3 bạn nữ. Sau khi sắp xếp 3 bạn nữ có $5!$ cách sắp xếp các bạn nam. Vậy có $6 \cdot 3! \cdot 5! = 6! \cdot 3!$ cách sắp xếp.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 728. Tính tổng của tất cả các số có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

- A. 333330. B. 7999920. C. 1599984. D. 3999960.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau lấy từ tập A là $5! = 120$ số.

Trong 120 số tìm được, luôn chọn được một cặp số $(x; y)$ sao cho $x + y = 66666$. Vậy tổng của 120 số tìm được là $60 \times 66666 = 3999960$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 729. Một con châu chấu nhảy từ gốc tọa độ đến điểm có tọa độ là $A(9; 0)$ dọc theo trục Ox của hệ trục tọa độ Oxy . Hỏi con châu chấu có bao nhiêu cách nhảy để đến điểm A , biết mỗi lần nó có thể nhảy 1 bước hoặc 2 bước (1 bước có độ dài 1 đơn vị).

- A. 47. B. 51. C. 55. D. 54.

Lời giải.

Gọi a là số bước nhảy 1 bước, b là số bước nhảy 2 bước của con châu chấu với $a, b \in \mathbb{N}$, $0 \leq a, b \leq 9$. Với mỗi cặp $(a; b)$ thì số cách di chuyển của châu chấu là C_{a+b}^a cách.

Theo giả thiết ta có $a + 2b = 9$, suy ra a lẻ và $a \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$.

- Với $a = 1 \Rightarrow b = 4$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_5^1 = 5$ cách.
- Với $a = 3 \Rightarrow b = 3$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_6^3 = 20$ cách.
- Với $a = 5 \Rightarrow b = 2$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_7^5 = 21$ cách.
- Với $a = 7 \Rightarrow b = 1$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_8^7 = 8$ cách.
- Với $a = 9 \Rightarrow b = 0$: Số cách di chuyển của châu chấu là $C_9^9 = 1$ cách.

Vậy con châu chấu có số cách di chuyển là $5 + 20 + 21 + 8 + 1 = 55$ cách.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 730. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau?

- A. C_7^3 . B. 3^7 . C. A_7^3 . D. 7^3 .

Lời giải.

Do các chữ số khác nhau nên mỗi kết quả là một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử.

Vậy ta có A_7^3 (số).

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 731. Một hội đồng gồm 2 giáo viên và 3 học sinh được chọn từ một nhóm 5 giáo viên và 6 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 200.

B. 150.

C. 160.

D. 180.

Lời giải.

Chọn 2 trong 5 giáo viên có $C_5^2 = 10$ cách chọn.

Chọn 3 trong 6 giáo viên có $C_6^3 = 20$ cách chọn.

Vậy có $10 \cdot 20 = 200$ cách chọn.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 732. Cho tập hợp gồm n phần tử. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là

A. A_n^k .

B. C_n^k .

C. nA_n^k .

D. nC_n^k .

Lời giải.

Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là A_n^k .

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 733. Có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh từ nhóm gồm 12 học sinh?

A. A_{12}^6 .

B. C_{12}^6 .

C. 6^{12} .

D. 12^6 .

Lời giải.

Số cách chọn 6 phần tử từ 12 phần tử, không có tính thứ tự là C_{12}^6 .

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 734. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có 4 đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Xác suất để tứ giác được chọn là hình chữ nhật bằng

A. $\frac{6}{323}$.

B. $\frac{3}{323}$.

C. $\frac{15}{323}$.

D. $\frac{14}{323}$.

Lời giải.

— Số hình tứ giác có các đỉnh là các điểm đã cho là C_{20}^4 .

— Mỗi hình chữ nhật hoàn toàn được xác định khi biết 2 đường chéo của nó. Các đường chéo của hình chữ nhật phải đi qua tâm.

— Có 10 đường chéo đi qua tâm nên số hình chữ nhật được tạo thành là C_{10}^2 .

— Xác suất để tứ giác được chọn là hình chữ nhật $P = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{3}{323}$.

Chọn đáp án **B** ☐

Câu 735. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau lấy từ tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5\}$?

A. 5^2 .

B. P_5 .

C. A_5^2 .

D. C_5^2 .

Lời giải.

Lấy 2 chữ số khác nhau (có tính thứ tự) từ tập có 5 chữ số thì ta lập được một số tự nhiên mà chữ số đầu của nó khác 0.

Vậy có A_5^2 số tự nhiên cần tìm.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 736. Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

A. C_5^4 .B. P_4 .C. A_5^4 .D. P_5 .**Lời giải.**

Mỗi số cần tìm là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử. Do đó có A_5^4 số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **C** □

Câu 737. Cho tập hợp S có 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của S là

A. A_{20}^3 .B. C_{20}^3 .C. 20^3 .D. A_{20}^{17} .**Lời giải.**

Số tập con gồm 3 phần tử của tập 20 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử. Vậy ta có C_{20}^3 tập con.

Chọn đáp án **B** □

Câu 738. Cho tập hợp A có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của A là

A. A_{10}^7 .B. A_{10}^3 .C. C_{10}^3 .D. 10^3 .**Lời giải.**

Số tập con gồm 3 phần tử của A bằng C_{10}^3 .

Chọn đáp án **C** □

Câu 739. Có bao nhiêu cách phân phát 10 phần quà giống nhau cho 6 học sinh, sao cho mỗi học sinh có ít nhất một phần thưởng?

A. 210.

B. 126.

C. 360.

D. 120.

Lời giải.

Ta sắp xếp 10 phần quà thành hàng ngang, khi đó sẽ có 9 chỗ trống giữa các phần quà. Mỗi cách chia quà tương ứng với một cách chọn ra 5 chỗ trống từ 9 chỗ trống giữa các phần quà. Như vậy có $C_9^5 = 126$ (cách) chia quà.

Chọn đáp án **B** □

Câu 740. Cho một đa giác đều n đỉnh (n lẻ, $n \geq 3$). Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P = \frac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Đa giác đều n đỉnh nội tiếp được trong một đường tròn.

Chọn đỉnh thứ nhất của tam giác. Có n cách chọn. Sau khi chọn đỉnh thứ nhất, để tạo thành một tam giác tù, hai đỉnh còn lại được chọn trong số $\frac{n-1}{2}$ đỉnh nằm trên cùng một nửa đường tròn với đỉnh đầu tiên, tức là có $C_{\frac{n-1}{2}}^2$ cách chọn hai đỉnh còn lại (sở dĩ chọn như thế vì khi ba đỉnh của một tam giác nằm trên cùng một nửa đường tròn thì chắc chắn trong tam giác có một góc nội tiếp chắn một cung lớn hơn nửa đường tròn và do đó góc đó là góc tù). Và vì có hai nửa đường tròn nên có tất cả $2C_{\frac{n-1}{2}}^2$ cách chọn hai đỉnh còn lại, tức là có $n \cdot 2C_{\frac{n-1}{2}}^2$ tam giác tù. Tuy nhiên, do sự xoay chuyển các đỉnh nên mỗi tam giác được tính 2 lần. Như vậy có tất cả $n \cdot C_{\frac{n-1}{2}}^2 = \frac{n(n-1)(n-3)}{8}$ tam giác tù.

Trong khi đó có tất cả $C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ tam giác.

Vậy ta có $P = \frac{3(n-3)}{4(n-2)} = \frac{45}{62} \Leftrightarrow n = 33 \Rightarrow n$ có 4 ước nguyên dương.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 741. Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$. B. $A_n^k = n! \cdot C_n^k$. C. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$. D. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Lời giải.

Công thức chỉnh hợp $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Công thức tổ hợp $C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$.

Ta có $A_n^k = k! \cdot C_n^k$ nên đáp án $A_n^k = n! \cdot C_n^k$ sai.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 742. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

A. A_{10}^8 . B. A_{10}^2 . C. C_{10}^2 . D. 10^2 .

Lời giải.

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử. Vậy số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 743. Tổ của An và Cường có 7 học sinh. Số cách xếp 7 học sinh ấy theo hàng dọc mà An đứng đầu hàng, Cường đứng cuối hàng là

A. 120. B. 100. C. 110. D. 125.

Lời giải.

An đứng đầu hàng, có 1 cách.

Cường đứng cuối hàng, có 1 cách.

Xếp 5 bạn còn lại vào giữa An và Cường, có $5!$ cách.

Vậy, số cách xếp 7 học sinh ấy theo hàng dọc mà An đứng đầu hàng, Cường đứng cuối hàng là $1 \cdot 1 \cdot 5! = 120$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 744. Có 10 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt, thắng được 3 điểm, hòa 1 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải đấu, tổng cộng điểm số của tất cả 10 đội là 130. Hỏi có bao nhiêu trận hòa?

A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Lời giải.

Có 10 đội thi đấu vòng tròn nên số trận đấu là $C_{10}^2 = 45$ trận đấu.

Mỗi trận thắng thì đội thắng được 3 điểm và đội thua thì được 0 điểm nên tổng số điểm là $3 + 0 = 3$ điểm. Mỗi trận hòa thì mỗi đội được 1 điểm nên tổng số là $1 + 1 = 2$ điểm.

Gọi x là số trận hòa thì số trận thắng là $45 - x$.

Theo bài ra ta có $2x + 3(45 - x) = 130 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy có 5 trận hòa.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 745. Tổ của An và Cường có 7 học sinh. Số cách sắp xếp 7 học sinh ấy theo hàng dọc mà An đứng đầu hàng, Cường đứng cuối hàng là

A. 120. B. 100. C. 110. D. 125.

Lời giải.

Sắp xếp An đứng đầu hàng, Cường đứng cuối hàng có 1 cách.

Sắp xếp 5 bạn còn lại vào hàng có $5!$ cách.

Vậy có tất cả $1 \times 5! = 120$ cách sắp xếp.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 746. Cho tập hợp S có 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của S là

A. A_{20}^3 .

B. A_{20}^7 .

C. C_{20}^3 .

D. 20^3 .

Lời giải.

Mỗi tập con gồm 3 phần tử là tổ hợp chập 3 của 20 phần tử.

Vậy số tập con gồm 3 phần tử là C_{20}^3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 747. Từ các chữ số 1;2;3;4;5;6;7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau, trong đó phải có mặt chữ số 2?

A. 2040.

B. 1400.

C. 1800.

D. 1620.

Lời giải.

Có 5 cách chọn vị trí cho chữ số 2.

Có A_6^4 cách chọn vị trí cho 4 chữ số còn lại.

Vậy có $5 \cdot A_6^4 = 1800$ cách lập số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 748. Có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh từ nhóm 12 học sinh?

A. A_{12}^6 .

B. C_{12}^6 .

C. 6^{12} .

D. 12^6 .

Lời giải.

Mỗi cách chọn 6 học sinh từ nhóm gồm 12 học sinh là một tổ hợp chập 6 của 12, do đó có C_{12}^6 cách chọn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 749. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số $\overline{abcd}$ thỏa mãn $a \leq b \leq c < d$?

A. 126.

B. 288.

C. 330.

D. 246.

Lời giải.

Cách 1:

TH1: $a < b < c < d$

Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $C_9^4 = 126$ số.

TH2: $a = b = c < d$

Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $8 + 7 + 6 + \dots + 1 = 36$ số.

TH3: $a = b < c < d$

— $a = b = 1$: Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $7 + 6 + \dots + 1 = 28$ số.

— $a = b = 2$: Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $6 + 5 + \dots + 1 = 21$ số.

— $a = b = 3$: Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $5 + 4 + \dots + 1 = 15$ số.

— $a = b = 4$: Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ số.

— $a = b = 5$: Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $3 + 2 + 1 = 6$ số.

— $a = b = 6$: Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $2 + 1 = 3$ số.

— $a = b = 7$: Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là 1 số.

TH4: $a < b = c < d$

— $b = c = 2$: a có 1 cách chọn, d có 7 cách chọn. Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $1 \cdot 7 = 7$ số.

- $b = c = 3$: a có 2 cách chọn, d có 6 cách chọn. Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $2 \cdot 6 = 12$ số.
- $b = c = 4$: a có 3 cách chọn, d có 5 cách chọn. Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $3 \cdot 5 = 15$ số.
- $b = c = 5$: a có 4 cách chọn, d có 4 cách chọn. Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $4 \cdot 4 = 16$ số.
- $b = c = 6$: a có 5 cách chọn, d có 3 cách chọn. Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $5 \cdot 3 = 15$ số.
- $b = c = 7$: a có 6 cách chọn, d có 2 cách chọn. Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $6 \cdot 2 = 12$ số.
- $b = c = 8$: a có 7 cách chọn, d có 1 cách chọn. Số các số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ là $7 \cdot 1 = 7$ số.

Vậy có: $126 + 36 + 84 + 84 = 330$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Cách 2:

TH1: $a < b < c < d$ có $C_9^4 = 126$ cách chọn.

TH2: $a = b < c < d$ có $C_9^2 = 36$ cách chọn.

TH3: $a = b < c < d$ có $C_9^3 = 84$ cách chọn.

TH4: $a < b = c < d$ có $C_9^3 = 84$ cách chọn.

Vậy có: $126 + 36 + 84 + 84 = 330$ số thỏa bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 750. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số của tập $X = \{1; 3; 5; 8; 9\}$.

A. P_5 .

B. P_4 .

C. C_5^4 .

D. A_5^4 .

Lời giải.

Số số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số của tập X là A_5^4 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 751. Lớp 11B1 có 38 học sinh, giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên 3 bạn để đi làm trực nhật. Hỏi số cách chọn của giáo viên chủ nhiệm?

A. P_3 .

B. C_{38}^3 .

C. A_{38}^3 .

D. 38.

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh trong 38 học sinh là C_{38}^3 .

Chọn đáp án **B** □

Câu 752. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. C_{10}^2 .

B. A_{10}^2 .

C. A_{10}^8 .

D. 10^2 .

Lời giải.

Chọn 2 trong 10 bạn và có phân công tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Vậy có A_{10}^2 cách chọn.

Chọn đáp án **B** □

Câu 753. Trong mặt phẳng, cho 10 điểm phân biệt. Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong các điểm đã cho là

A. 2^{10} .

B. A_{10}^2 .

C. $10!$.

D. C_{10}^2 .

Lời giải.

Mỗi véc-tơ ứng với một chỉnh hợp chập 2 của 10 điểm nên có tất cả A_{10}^2 véc-tơ khác nhau.

Chọn đáp án **B** □

Câu 754. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4 lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau sao cho số đó có chứa hai chữ số 2 và 3 đồng thời hai chữ số này đứng cạnh nhau?

A. 20.

B. 16.

C. 14.

D. 18.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau thỏa mãn là $X = \overline{abcd}$.

Ta xét các trường hợp:

- Với $d = 0 \Rightarrow X = \overline{abc0}$. Vì số X có chứa hai số 2, 3 nên số cách chọn chữ số còn lại là $5 - 3 = 2$. Số cách xếp các số 2, 3 và số vừa chọn là $2 \cdot (2!) = 4$. Do đó có $2 \cdot 2 \cdot (2!) = 8$ số thuộc dạng đang xét.
- Với $d = 2 \Rightarrow X = \overline{ab32}$, a có 2 cách chọn, a và b có 2 cách chọn $\Rightarrow$ có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ số dạng đang xét.
- Với $d = 4, c = 0 \Rightarrow X = \overline{ab04}$, có 2 số.
- Với $d = 4, c \neq 0 \Rightarrow X = \overline{abc4}$, trong đó $a, b, c \in \{1; 2; 3\}$. Do 2 và 3 đứng cạnh nhau nên có $2 \cdot 2 = 4$ số.

Vậy số các số tự nhiên chẵn thỏa mãn là $4 + 8 + 2 + 4 = 18$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 755. Cho tập A có 8 phần tử. Có bao nhiêu tập con gồm 5 phần tử của A ?

A. 28.

B. 8.

C. 56.

D. 70.

Lời giải.

Số tập con gồm 5 phần tử của A là $C_8^5 = 56$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 756. Với k, n là hai số nguyên dương thỏa mãn $k \leq n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải.

Ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 757. Từ các chữ số của tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau.

A. 418.

B. 720.

C. 300.

D. 731.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên cần lập là $x = \overline{abcd}$ với $a \neq 0$ và a, b, c, d lấy từ tập A .

Do $a \neq 0$ nên có 6 cách chọn a .

Mỗi cách chọn 3 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{a\}$ để lập thành số bcd là một chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử, do đó có $C_6^3 = 120$ cách.

Theo quy tắc nhân: có $6 \times 120 = 720$ (số).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 758. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lấy từ S sao cho tổng các chữ số hàng đơn vị, hàng chục và hàng trăm lớn hơn tổng chữ số các hàng còn lại 3 đơn vị. Tính tổng T của các phần tử trong tập hợp M .

A. $T = 11.003.984$.B. $T = 36.011.952$.C. $T = 12.003.984$.D. $T = 18.005.967$.**Lời giải.**

Gọi số có 6 chữ số thỏa mãn yêu cầu bài ra, có dạng $\overline{abcdef}$.

Ta có $a + b + c + 3 = d + e + f$, suy ra $\begin{cases} d + e + f = 12 \\ a + b + c = 9. \end{cases}$

Các tập số thỏa mãn $\{a, b, c\}$ là $\{1, 2, 6\}$, $\{2, 3, 4\}$ và $\{1, 3, 5\}$.

Các tập số tương ứng thỏa mãn bộ $\{d, e, f\}$ là $\{3, 4, 5\}$, $\{1, 5, 6\}$ và $\{2, 4, 6\}$.

Có ba tập số $\{a, b, c\}$, $\{d, e, f\}$ mà mỗi tập số thì các số a, b, c, d, e và f đều xuất hiện 12 lần.

Tổng số các số của tập M là

$$T = 3 \cdot 12 [(a + b + c)(10^5 + 10^4 + 10^3) + (d + e + f)(10^2 + 10 + 1)] = 36.011.952.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 759. Một ban chấp hành Đoàn trường THPT gồm 15 người, có bao nhiêu cách chọn 5 người vào ban thường vụ?

A. 15^5 .

B. P_5 .

C. C_{15}^5 .

D. A_{15}^5 .

Lời giải.

Số cách chọn là C_{15}^5 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 760. Một đội tuyển học sinh giỏi có 7 học sinh, trong đó có một học sinh tên An, một học sinh tên Bình. Chia 7 học sinh thành 3 nhóm: một nhóm có 3 học sinh và hai nhóm có 2 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chia nhóm để An và Bình thuộc cùng một nhóm?

A. 15.

B. 10.

C. 20.

D. 25.

Lời giải.

— Trường hợp 1: An và Bình thuộc nhóm 3 người.

- Chọn thêm 1 người nữa vào nhóm: C_5^1 cách.

- Chọn học sinh cho nhóm 2 người: $\frac{C \cdot C_2^2}{2!}$ cách.

Do đó có $C_5^1 \cdot \frac{C \cdot C_2^2}{2!} = 15$ cách.

— Trường hợp 2: An và Bình thuộc nhóm 2 người.

- Chọn nhóm 3 người: C_5^3 cách.

- Chọn nhóm 2 người còn lại: C_2^2 cách.

Do đó có $C_5^3 \cdot C_2^2 = 10$ cách.

Vậy có tổng cộng $15 + 10 = 25$ cách.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 761. Gọi A là tập hợp các số có dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4\}$. Số phần tử của tập hợp A là

A. C_4^3 .

B. 3^4 .

C. A_4^3 .

D. 4^3 .

Lời giải.

Với $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4\}$ ta suy ra:

— Có 4 cách chọn a .

— Có 4 cách chọn b .

— Có 4 cách chọn c .

Do đó số phần tử của tập hợp A là $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 762. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^k = n!$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

Lời giải.

Ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 763. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $P_n = n!$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $A_n^k = C_n^k \cdot k!$.

Lời giải.

Ta có $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 764. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số sao cho trong mỗi số đó có một chữ số xuất hiện hai lần, các chữ số còn lại xuất hiện không quá một lần?

- A. 3888. B. 3672. C. 1512. D. 1944.

Lời giải.

— **Trường hợp 1.** Chữ 0 xuất hiện 2 lần có $C_3^2 \cdot A_9^2 = 216$ (số).

— **Trường hợp 2.** Chữ số khác chữ số 0 xuất hiện 2 lần có $\left(C_4^2 \cdot A_9^2 - \underbrace{1 \cdot C_3^2 \cdot 8}_{\text{chữ số 0 đứng đầu}} \right) \cdot 9 = 3672$ (số).

Vậy có $216 + 3672 = 3888$ số cần tìm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 765. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp gồm 7 phần tử là

- A. A_7^3 . B. C_7^3 . C. 21. D. $\frac{7!}{3!}$.

Lời giải.

Số cách chọn 3 phần tử tùy ý từ tập hợp gồm 7 phần tử là C_7^3 , do đó số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp có 7 phần tử là C_7^3 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 766. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số phân biệt sao cho mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

- A. 7056. B. 120. C. 5040. D. 15120.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde}$ ($a \neq 0, a \neq b \neq c \neq d \neq e, e$ chẵn).

TH1. Nếu $e = 0$ thì có $A_9^4 = 3024$ số.

TH2. Nếu $e \neq 0$ thì e có 4 cách chọn.

1) Số cách chọn vị trí cho số 0 có 3 cách chọn.

2) Số cách chọn 3 chữ số trong 8 chữ số và sắp xếp chúng có A_8^3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3024 + 4 \cdot 3 \cdot A_8^3 = 7056$ số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 767. Cho hai số nguyên dương n, k ($k \leq n$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $A_n^k = \frac{1}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải.

Theo công thức số chỉnh hợp chập k của n phần tử ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 768. Với n là số nguyên dương tùy ý lớn hơn 1, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^2 = n(n-1)$. B. $A_n^2 = \frac{n(n-2)}{2}$. C. $A_n^2 = 2n$. D. $A_n^2 = n!(n-2)!$.

Lời giải.

Ta có $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{(n-2)! \cdot (n-1)n}{(n-2)!} = (n-1)n$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 769. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0, 1, \dots, 6\}$ sao cho $a < b < c$?

- A. 20. B. 40. C. 30. D. 120.

Lời giải.

Vì $a \neq 0$ và $a < b < c$ nên các chữ số được chọn ra chỉ có thể là 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Ứng với mỗi bộ 3 số được chọn ra thì có duy nhất một cách sắp xếp các chữ số theo thứ tự tăng dần $a < b < c$.

Số cách chọn bộ 3 chữ số (trong 5 chữ số) là $C_6^3 = 20$.

Vậy có 20 số được tạo thành.

Chọn đáp án **A** □

Câu 770. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. D. $A_n^k = \frac{(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Trong 4 công thức trên, công thức đúng là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 771. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân. Có bao nhiêu cách lập từ đó một tổ công tác 5 người gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân làm tổ viên?

- A. 420 cách. B. 120 cách. C. 252 cách. D. 360 cách.

Lời giải.

Có 3 cách chọn kỹ sư làm tổ trưởng, 7 cách chọn công nhân làm tổ phó và C_6^3 cách chọn 3 công nhân còn lại.

Vậy có $3 \cdot 7 \cdot C_6^3 = 420$ cách.

Chọn đáp án **A** □

Câu 772. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. B. $A_n^k = n!$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải.

Theo công thức tính số chỉnh hợp chập k của n bằng $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 773. Từ các số 0, 1, 3, 4, 5, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau?

A. 720.

B. 600.

C. 625.

D. 240.

Lời giải.

Ta có 5 cách chọn chữ số hàng trăm nghìn và $5!$ cách chọn các chữ số còn lại.

Do đó có thể lập được $5 \cdot 5! = 600$ số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 774. Tập A có 10 phần tử, số tập con của A bằng

A. 1024.

B. 2023.

C. 10.

D. 20.

Lời giải.

Số tập con gồm 0 phần tử của A là C_{10}^0 (tập $\emptyset$ là tập con của A và không có phần tử nào).

Số tập con gồm 1 phần tử của A là C_{10}^1 .

Số tập con gồm 2 phần tử của A là C_{10}^2 .

.....

Số tập con gồm 10 phần tử của A là C_{10}^{10} .

Vậy số tập con của A là $C_{10}^0 + C_{10}^1 + \dots + C_{10}^{10} = (1 + 1)^{10} = 2^{10} = 1024$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 775. Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 10 chữ số từ 2 số 0 và 1 sao cho trong số đó không có 2 số 1 nào đứng cạnh nhau?

A. 54.

B. 51.

C. 59.

D. 55.

Lời giải.

Gọi $\overline{10a_3 \dots a_{10}}$ là số gồm 10 chữ số thỏa mãn bài.

TH1. Số cần tìm có đúng 1 chữ số 1 $\Rightarrow$ có 1 số thỏa mãn bài là số 1000000000.

TH2. Số cần tìm có đúng 2 chữ số 1 và 8 chữ số 0.

Xếp 8 chữ số 0 $\Rightarrow$ có 8 vị trí để điền chữ số 1 thỏa mãn bài $\Rightarrow$ có $C_8^1 = 8$ số thỏa mãn bài.

TH3. Số cần tìm có đúng 3 chữ số 1 và 7 chữ số 0.

Xếp 7 chữ số 0 $\Rightarrow$ có 7 vị trí để điền chữ số 1 thỏa mãn bài $\Rightarrow$ có $C_7^2 = 21$ số thỏa mãn bài.

TH4. Số cần tìm có đúng 4 chữ số 1 và 6 chữ số 0.

Xếp 6 chữ số 0 $\Rightarrow$ có 6 vị trí để điền chữ số 1 thỏa mãn bài $\Rightarrow$ có $C_6^3 = 20$ số thỏa mãn bài.

TH5. Số cần tìm có đúng 5 chữ số 1 và 5 chữ số 0.

Xếp 5 chữ số 0 $\Rightarrow$ có 5 vị trí để điền chữ số 1 thỏa mãn bài $\Rightarrow$ có $C_5^4 = 5$ số thỏa mãn bài.

Vậy có tất cả $1 + 8 + 21 + 20 + 5 = 55$ số thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 776. Số cách chọn đồng thời ra 3 người từ một nhóm có 12 người là

A. 4.

B. A_{12}^3 .C. C_{12}^3 .D. P_3 .**Lời giải.**

Số cách chọn thỏa mãn chính là số tập con có 3 phần tử của tập có 12 phần tử và bằng C_{12}^3 .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 777. Cho tứ giác $ABCD$. Trên các cạnh AB , BC , CA , AD lần lượt lấy 3; 4; 5; 6 điểm phân biệt khác các điểm A , B , C , D sao cho ba điểm trên ba cạnh bất kì không thẳng hàng. Số tam giác phân biệt có các đỉnh là các điểm vừa lấy là

A. 781.

B. 624.

C. 816.

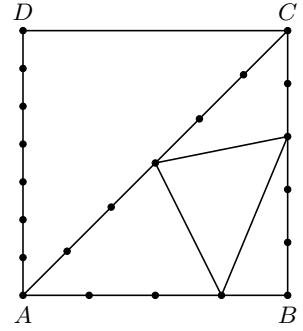
D. 342.

Lời giải.

Số cách lấy ra 3 điểm bất kì từ các điểm đã lấy là C_{18}^3 .

Để lấy ra bộ ba điểm không tạo thành một tam giác, ta lấy ba điểm nằm trên một cạnh và số bộ như vậy là $C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 + C_6^3 = 35$.

Vậy số tam giác có ba đỉnh thuộc các điểm đã cho là $C_{18}^3 - 35 = 781$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 778. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $P = n!$.

Lời giải.

Theo cách tính số tổ hợp chập k của n phần tử là $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \Rightarrow$ khẳng định $C_n^k = \frac{n!}{k!}$ là khẳng định **sai**.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 779. Cho đa giác đều 10 cạnh nội tiếp đường tròn (O) . Hỏi có bao nhiêu hình thang cân có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác đều đó?

A. 80. B. 70. C. 105. D. 210.

Lời giải.

Ta đếm hai loại hình:

- Hình thang cân không là hình chữ nhật.
- Hình chữ nhật.

Đối với hình thang cân không là hình chữ nhật:

Cố định một đỉnh và các đỉnh còn lại theo chiều kim đồng hồ. Gọi x, y, y, z lần lượt là số các cạnh của đa giác đều nằm trong đáy nhỏ, hai cạnh bên và đáy lớn của hình thang, ta có:

$$\begin{cases} 1 \leq x, y, z \in \mathbb{Z} \\ x < z \\ x + 2y + z = 10 (*) \end{cases}$$

Ta có $(*) \Leftrightarrow x + z = 10 - 2y (**)$ với $y \geq 1$.

Dễ thấy $(**)$ có $10 - 2y - 1 = 9 - 2y$ nghiệm (x, z) . Trong các nghiệm này có một nghiệm $x = z$ nên số nghiệm (x, z) mà $x < z$ là $\frac{9 - 2y - 1}{2} = 4 - y$.

Vậy số hình thang khác hình chữ nhật từ một đỉnh là $\sum_{y=1}^3 (4 - y) = 6$. Do đó, tổng số hình thang không là hình chữ nhật mà các đỉnh là đỉnh của đa giác đều đã cho là $10 \times 6 = 60$.

Đối với hình thang là các hình chữ nhật:

Cứ 2 đường kính trong 5 đường kính của đường tròn mà là đường chéo của đa giác cho ta một hình chữ nhật. Do đó, số hình chữ nhật tạo thành là $C_5^2 = 10$.

Vậy số hình thang cân kể cả trường hợp hình chữ nhật mà 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đều đã cho là $60 + 10 = 70$ hình thang.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 780. Cho k, n là số nguyên dương $1 \leq k \leq n$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $C_n^{k-1} + C_{n+1}^k = C_{n+1}^{k+1}$.

B. $C_{n-1}^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$.

C. $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^{k+1}$.

D. $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$.

Lời giải.Theo tính chất của đẳng thức Pa-xcan ta có $C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 781.** Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.

Lời giải.Mệnh đề đúng là " $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ ".Chọn đáp án **(A)** □**Câu 782.** Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

B. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$.

D. $A_n^k = n! \cdot C_n^k$.

Lời giải.

Ta có

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = k! \cdot \frac{n!}{k! (n-k)!} = k! \cdot C_n^k.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 783.** Dãy số nào dưới đây là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \frac{n}{n+1}$.

B. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.

C. $u_n = 2^n + 1$.

D. $u_n = n + \frac{1}{n}$.

Lời giải.Với $n \in \mathbb{N}^*$ ta có

— $u_n = \frac{n}{n+1}$ bị chặn vì $\frac{1}{2} \leq \frac{n}{n+1} < 1$.

— $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ không bị chặn vì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 + 1} = +\infty$.

— $u_n = 2^n + 1$ không bị chặn vì $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2^n + 1) = +\infty$.

— $u_n = n + \frac{1}{n}$ không bị chặn vì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n + \frac{1}{n}\right) = +\infty$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 784.** Cho $n \in \mathbb{N}$ và $n! = 1$. Số giá trị của n thỏa mãn giả thiết đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải.Ta có $0! = 1$ và $1! = 1$. Vậy có 2 giá trị của n thỏa mãn.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 785.** Một tập hợp M có tất cả 2^{2018} tập con. Hỏi M có bao nhiêu tập con có ít nhất 2017 phần tử?

A. 2019.

B. 2018.

C. $\frac{2017 \times 2018}{2}$.

D. 2^{2017} .

Lời giải.Một tập hợp có n phần tử thì số tập hợp con của nó là 2^n . Theo giả thiết, ta có tập hợp M có 2018 phần tử. Do đó

— Số tập con có đúng 2017 phần tử là $C_{2018}^{2017} = 2018$.

— Số tập con có đúng 2018 phần tử là 1.

Vậy có 2019 tập con cần tìm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 786. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 15n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. n không chia hết cho 11.

B. n chia hết cho 7.

C. n không chia hết cho 2.

D. n chia hết cho 5.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^2 + A_n^2 &= 15n \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{(n-2)!} &= 15n \\ \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + n(n-1) &= 15n \\ \Leftrightarrow \frac{(n-1)}{2} + (n-1) &= 15 \\ \Leftrightarrow n &= 11. \end{aligned}$$

Vậy n không chia hết cho 2.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 787. Số cách xếp 5 người vào 5 vị trí ngồi thành hàng ngang là

A. 120.

B. 25.

C. 15.

D. 24.

Lời giải.

Xếp 5 người vào 5 vị trí là hoán vị của 5 phần tử. Do đó ta có $5! = 120$ cách xếp.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 788. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

A. $4!4!2^4$.

B. $4!4!$.

C. $4!2$.

D. $4!4!2$.

Lời giải.

Số cách xếp 4 bạn nam vào 4 ghế có số khác nhau là $4!2^4$ (vì ứng với mỗi số có 2 cách chọn ghế).

Số cách xếp 4 bạn nữ vào 4 ghế trống còn lại là $4!$.

Vậy có tất cả $4!4!2^4$ cách xếp.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 789. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

B. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

C. $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

D. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải.

Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 790. Số các chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử là

A. P_3 .

B. C_{10}^3 .

C. P_{10} .

D. A_{10}^3 .

Lời giải.

Số các chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử là A_{10}^3 .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 791. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $A_n^k = A_n^{n-k}$.

B. $A_n^n = P_n$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

D. $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$.

Lời giải.

Từ công thức tính $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$, ta có các mệnh đề $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$, $A_n^n = P_n$ và $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ đúng.

Suy ra, mệnh đề $A_n^k = A_n^{n-k}$ là sai.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 792. Giải phương trình sau $\frac{P_{n+4}}{P_n \cdot P_{n+2}} - \frac{15}{P_{n-1}} = 0$.

A. $n \in \{2; 6\}$.

B. $n \in \{1; 7\}$.

C. $n = 7$.

D. $n = 5$.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 1, n \in \mathbb{Z}$. Ta có

$$\begin{aligned} & \frac{P_{n+4}}{P_n \cdot P_{n+2}} - \frac{15}{P_{n-1}} = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{(n+4)!}{n! \cdot (n+2)!} - \frac{15}{(n-1)!} = 0 \\ \Leftrightarrow & (n+3)(n+4) - 15n = 0 \\ \Leftrightarrow & n^2 - 8n + 12 = 0. \end{aligned}$$

Suy ra $n \in \{2; 6\}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 793. Cho tập hợp A có 3 phần tử, số hoán vị của các phần tử của A bằng

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải.

Số hoán vị của 3 phần tử của tập A bằng $3! = 6$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 794. Xếp ngẫu nhiên 4 quyển sách Toán khác nhau và 4 quyển sách Hóa giống nhau vào một giá sách nằm ngang có 10 ô trống, mỗi quyển sách được xếp vào một ô. Xác suất để 4 quyển sách Toán xếp cạnh nhau và 4 quyển sách Hóa xếp cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{175}$.

B. $\frac{2}{525}$.

C. $\frac{1}{105}$.

D. $\frac{1}{1050}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_{10}^4 \cdot C_4^4 = 75600$.

Đánh số vị trí các ô để sách như hình bên dưới

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Để có được cách để sách thỏa yêu cầu, có 6 khả năng xếp 4 quyển sách Toán ở các vị trí

$$(1; 2; 3; 4), (2; 3; 4; 5), (3; 4; 5; 6), (5; 6; 7; 8), (6; 7; 8; 9), (7; 8; 9; 10).$$

Suy ra số cách để sách thỏa mãn yêu cầu bằng $2(4! \cdot 3 + 4! \cdot 2 + 4! \cdot 1) = 288$.

Vậy xác suất cần tìm bằng $\frac{288}{75600} = \frac{2}{525}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 795. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

Lời giải.

Dễ dàng nhận thấy $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 796. Từ các chữ số của tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ít nhất năm chữ số và các chữ số đôi một phân biệt?

A. 405. B. 624. C. 312. D. 522.

Lời giải.

TH1: Gọi số tự nhiên có năm chữ số đôi một phân biệt và lấy từ tập A là $x = \overline{abcde}$, $a \neq 0$.

Do x là số chẵn nên $e \in \{0, 2, 4\}$.

+ $e = 0$: có một cách chọn.

Mỗi cách chọn 4 số còn lại trong 5 số của tập $A \setminus \{0\}$ có A_5^4 (cách).

Vậy có $1 \cdot A_5^4 = 120$ (cách).

+ $e \neq 0$: có 2 cách chọn.

Chọn $a \neq 0$ và $a \neq e$: có 4 cách chọn.

Mỗi cách chọn 3 chữ số còn lại trong 4 số của tập $A \setminus \{a, e\}$ có A_4^3 (cách).

Vậy có $2 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 192$ (cách).

Do đó ta có $120 + 192 = 312$ (cách chọn).

TH2: Gọi số tự nhiên có sáu chữ số đôi một phân biệt và lấy từ tập A là $x = \overline{abcdef}$, $a \neq 0$.

Do x là số chẵn nên $f \in \{0, 2, 4\}$.

+ $f = 0$: có một cách chọn.

Mỗi cách chọn 5 chữ số còn lại của tập $A \setminus \{0\}$ có $5! = 120$ (cách).

Vậy có $1 \cdot 120 = 120$ (cách).

+ $f \neq 0$: có 2 cách chọn.

Chọn $a \neq 0$ và $a \neq f$: có 4 cách chọn.

Mỗi cách chọn 4 chữ số còn lại của tập $A \setminus \{a, f\}$ có $4!$ (cách).

Vậy có $2 \cdot 4 \cdot 4! = 192$ (cách).

Do đó ta có $120 + 192 = 312$ (cách chọn).

Vậy có $312 + 312 = 624$ (số).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 797. Một hộp có chứa 3 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ đôi một phân biệt. Có bao nhiêu cách chọn ra ba viên bi từ hộp có đủ cả hai màu.

A. 341.

B. 108.

C. 224.

D. 42.

Lời giải.Số cách chọn 3 viên bi gồm 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ là $C_3^2 \cdot C_8^1 = 24$ (cách).Số cách chọn 3 viên bi gồm 1 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ là $C_3^1 \cdot C_8^2 = 84$ (cách).Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán là $24 + 84 = 108$ (cách).Chọn đáp án **(B)** □**Câu 798.** Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh theo một hàng ngang?

A. 10.

B. 24.

C. 5.

D. 120.

Lời giải.Mỗi cách xếp 5 học sinh theo một hàng ngang là một hoán vị của 5 phần tử nên số cách xếp là $P_5 = 120$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 799.** Từ 20 bông hoa gồm có 8 bông màu đỏ, 7 bông màu vàng, 5 bông màu trắng, chọn ngẫu nhiên 4 bông để tạo thành một bó. Có bao nhiêu cách chọn để bó hoa có đủ cả 3 màu?

A. 14280.

B. 4760.

C. 2381.

D. 2380.

Lời giải.Chọn 2 bông đỏ, 1 bông vàng, 1 bông trắng có $C_8^2 \cdot 7 \cdot 5 = 980$ cách.Chọn 1 bông đỏ, 2 bông vàng, 1 bông trắng có $8 \cdot C_7^2 \cdot 5 = 840$ cách.Chọn 1 bông đỏ, 1 bông vàng, 2 bông trắng có $8 \cdot 7 \cdot C_5^2 = 560$ cách.Vậy có $980 + 840 + 560 = 2380$ cách chọn để bó hoa có đủ cả 3 màu.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 800.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau?A. C_6^3 .B. 6^3 .C. A_6^3 .D. $6!$.**Lời giải.**Số cách lập số tự nhiên có 3 chữ số từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là A_6^3 .Vậy có A_6^3 số.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 801.** Cho tập A gồm 20 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của tập A là

A. 11620.

B. 116280.

C. 24.

D. 4845.

Lời giải.Số tập con gồm 4 phần tử của tập A là $C_{20}^4 = 4845$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 802.** Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

B. $A_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

D. $A_n^k = \frac{(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 803.** Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

D. $A_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$ thì $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 804. Cho $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 32.

B. 24.

C. 256.

D. 18.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập A là một hoán vị của 4 phần tử của A . Vậy có $P_4 = 4! = 24$ số tự nhiên lập được.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 805. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

D. $A_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, ta có công thức $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 806. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Số tập con có 4 phần tử của tập 6 phần tử là C_6^4 .

B. Số cách xếp 4 quyển sách đôi một khác nhau vào 4 trong 6 vị trí ở trên giá là A_6^4 .

C. Số cách chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là C_6^4 .

D. Số cách xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách đôi một khác nhau vào 4 vị trí trên giá là A_6^4 .

Lời giải.

Ta lần lượt xét các mệnh đề cho

- Mệnh đề “Số tập con có 4 phần tử của tập 6 phần tử là C_6^4 ” **ĐÚNG**. Vì: Lấy ngẫu nhiên 4 phần tử từ tập 6 phần tử ta được một tập con của 6 phần tử. Vậy số tập con có 4 phần tử của tập 6 phần tử là C_6^4 .
- Mệnh đề “Số cách xếp 4 quyển sách vào 4 trong 6 vị trí ở trên giá là A_6^4 ” **ĐÚNG**. Vì: Mỗi cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách là một chỉnh hợp chập 4 của 6 quyển sách. Vậy số cách sắp xếp 4 quyển sách vào 4 vị trí trong 6 vị trí trên giá là A_6^4 .
- Mệnh đề “Số cách chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là C_6^4 ” **SAI**. Vì: Mỗi cách lựa chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là một chỉnh hợp chập 4 của 6 học sinh. Vậy số cách lựa chọn và xếp thứ tự 4 học sinh từ nhóm 6 học sinh là A_6^4 .
- Mệnh đề “Số cách xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách vào 4 vị trí trên giá là A_6^4 ” **ĐÚNG**. Vì: Mỗi cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 quyển sách vào 4 vị trí là một chỉnh hợp chập 4 của 6 quyển sách. Vậy số cách sắp xếp 4 quyển sách trong 6 vào 4 vị trí trên giá là A_6^4 .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 807. Cho tập hợp S gồm có 5 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của S là

A. 30.

B. 5^2 .

C. C_5^2 .

D. A_5^2 .

Lời giải.

Số tập con có hai phần tử của S chính bằng số tổ hợp chập 2 của 5 phần tử $\Rightarrow$ có C_5^2 tập.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 808. Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I , 7 bóng đèn loại II , các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kì. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II ?

- A. 246. B. 3480. C. 245. D. 3360.

Lời giải.

Số cách chọn ra 5 bóng đèn bất kì sao cho số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II là

$$C_5^5 + C_5^4 \cdot C_7^1 + C_5^3 \cdot C_7^2 = 246.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 809. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ?

- A. 2448. B. 3600. C. 2324. D. 2592.

Lời giải.

Để lập được số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ có các trường hợp sau

- TH1: 3 chữ số chẵn chọn ra có mặt chữ số 0.
 - Chọn hai chữ số chẵn khác số 0 có C_3^2 cách.
 - Chọn hai chữ số lẻ có C_4^2 cách.
 - Số cách lập thoả mãn trong trường hợp này là $(5! - 4!) \cdot C_3^2 \cdot C_4^2 = 1728$.
- TH2: Số lập ra không có chứa chữ số 0, số cách lập thoả mãn là $C_3^3 \cdot C_4^2 \cdot 5! = 720$.
- Vậy tất cả có $1728 + 720 = 2448$ cách.

Chọn đáp án **A** □

Câu 810. Một học sinh trong thời gian học thi, muốn sắp xếp 7 ngày trong tuần cho 7 môn học (mỗi ngày một môn). Số cách sắp xếp là

- A. 7. B. 49. C. 7!. D. $7 \cdot 7!$.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 7 môn học cho 7 ngày trên tuần là một hoán vị của 7 phần tử.

Số cách xếp là 7!.

Chọn đáp án **C** □

Câu 811. Cần chọn 4 người đi công tác từ một tổ có 40 người, khi đó số cách chọn là

- A. C_{40}^4 . B. 10. C. 4^{40} . D. A_{40}^4 .

Lời giải.

Mỗi một cách chọn 4 người từ 40 người là một tổ hợp chập 4 của 40 phần tử, vậy có C_{40}^4 cách chọn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 812. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số sao cho các chữ số khác nhau và đều khác 0?

- A. 9^2 . B. A_9^2 . C. C_9^2 . D. 90.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có hai chữ số thoả mãn là số các chỉnh hợp chập 2 của 9 phần tử $\{1; 2; \dots; 9\}$ nên có A_9^2 số có hai chữ số khác nhau và đều khác 0.

Chọn đáp án **B** □

Câu 813. Từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?

A. 3215.

B. 3125.

C. 25.

D. 120.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau tương ứng với một hoán vị của 5 chữ số đã cho. Vậy có thể lập được $P_5 = 120$ số thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 814. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

D. $A_n^k = \frac{(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Theo lý thuyết chỉnh hợp ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 815. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

A. A_{10}^3 .

B. 3^{10} .

C. C_{10}^3 .

D. 10^3 .

Lời giải.

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của M là một tổ hợp chập 3 của tập hợp M . Do đó, số tập con gồm 3 phần tử của M là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 816. Cho trước 5 chiếc ghế xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp ba bạn A, B, C vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi một ghế là

A. C_5^3 .

B. A_5^3 .

C. 15.

D. 6.

Lời giải.

Số cách xếp ba bạn A, B, C vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi một ghế là A_5^3 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 817. Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 108864.

B. 217728.

C. 145152.

D. 80640.

Lời giải.

TH1: Giữa 2 học sinh lớp A không có học sinh nào của lớp B và C. Số cách xếp là: $2! \cdot 8! = 80640$ (cách xếp).

TH2: Giữa 2 học sinh lớp A có 1 học sinh lớp C. Số cách xếp là: $C_4^1 \cdot 2! \cdot 7! = 40320$ (cách xếp).

TH3: Giữa 2 học sinh lớp A có 2 học sinh lớp C. Số cách xếp là: $C_4^2 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 6! = 17280$ (cách xếp).

TH4: Giữa 2 học sinh lớp A có 3 học sinh lớp C. Số cách xếp là: $C_4^3 \cdot 2! \cdot 3! \cdot 5! = 5760$ (cách xếp).

TH5: Giữa 2 học sinh lớp A có 4 học sinh lớp C. Số cách xếp là: $2! \cdot 4! \cdot 4! = 1152$ (cách xếp).

Vậy tổng số cách xếp là: $80640 + 40320 + 17280 + 5760 + 1152 = 145152$ (cách xếp).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 818. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho bốn bạn học sinh vào bốn chiếc ghế kê thành một hàng ngang?

A. 24.

B. 4.

C. 12.

D. 8.

Lời giải.

Số cách xếp chỗ ngồi cho bốn bạn học sinh vào bốn chiếc ghế kê thành một hàng ngang là

$$P_4 = 4! = 24.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 819. Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử, với $1 \leq k \leq n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{n!(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải.

Theo công thức tổ hợp ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 820. Số các hoán vị của một tập hợp có 6 phần tử là

A. 6. B. 120. C. 46656. D. 720.

Lời giải.

Số các hoán vị là $6! = 720$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 821. Cho đa giác đều có 20 cạnh. Có bao nhiêu hình chữ nhật (không phải là hình vuông), có các đỉnh là đỉnh của đa giác đều đã cho?

A. 45. B. 35. C. 40. D. 50.

Lời giải.

Đa giác đều có 20 cạnh thì sẽ có tất cả 10 đường chéo đi qua tâm của đa giác.

Một hình chữ nhật được tạo thành từ 2 đường chéo đi qua tâm, suy ra số hình chữ nhật được tạo thành là $C_{10}^2 = 45$.

Hình vuông được tạo thành từ 2 đường chéo vuông góc nhau, ta có tất cả 5 cặp đường chéo vuông góc nhau, suy ra có tất cả 5 hình vuông.

Vậy có 40 hình chữ nhật (không phải hình vuông) được tạo thành.

Chọn đáp án **C** □

Câu 822. Một hộp đựng 20 viên bi khác nhau và được đánh số từ 1 đến 20. Lấy 3 viên bi từ hộp trên rồi cộng số ghi trên đó lại. Hỏi có bao nhiêu cách lấy để kết quả thu được là một số chia hết cho 3?

A. 90. B. 1200. C. 384. D. 1025.

Lời giải.

Từ 20 số ban đầu, ta chia ra như sau

— $A_0 = \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$
 — $A_1 = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$
 — $A_2 = \{2; 5; 8; 11; 14; 17; 20\}$

Giả sử số ghi trên viên bi khi lấy ra là x, y, z .

Tổng $x + y + z : 3$ xảy ra trong 4 trường hợp sau

TH 1. Từ tập A_0 lấy ra 3 số có $C_6^3 = 20$ cách.

TH 2. Từ tập A_1 lấy ra 3 số có $C_7^3 = 35$ cách.

TH 3. Từ tập A_2 lấy ra 3 số có $C_7^3 = 35$ cách.

TH 4. Mỗi tập A_0, A_1 và A_2 lấy ra 1 số có $C_6^1 \cdot C_7^1 \cdot C_7^1 = 294$

Vậy có $C_6^3 + C_7^3 + C_7^3 + C_6^1 \cdot C_7^1 \cdot C_7^1 = 384$ cách.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 823. Với k, n là hai số tự nhiên tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$. D. $A_n^k = \frac{k! \cdot (n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử, ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 824. Một giải thi đấu bóng đá quốc gia có 16 đội thi đấu vòng tròn 2 lượt tính điểm. Hai đội bất kỳ đều đấu với nhau đúng hai trận. Sau mỗi trận đấu, đội thắng được 3 điểm, đội thua 0 điểm, nếu hòa mỗi đội được 1 điểm. Sau giải đấu, Ban tổ chức thống kê được 80 trận hòa. Hỏi tổng số điểm của tất cả các đội có được sau giải đấu bằng bao nhiêu?

A. 720. B. 560. C. 280. D. 640.

Lời giải.

Chọn hai đội trong 16 đội để thi đấu với nhau có $C_{16}^2 = 120$ cách.

Do hai đội thi đấu với nhau đúng hai trận nên có tổng số trận đấu của giải bóng đá là $120 \cdot 2 = 240$ trận.

Do giải đấu có 80 trận hòa nên số trận đấu không hòa là $240 - 80 = 160$ trận.

Vậy tổng số điểm của tất cả các đội là $160 \cdot 3 + 80 \cdot 2 = 640$ điểm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 825. Cho tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu tập con có 4 phần tử lấy từ các phần tử của tập M ?

A. 4^9 . B. C_9^4 . C. $4!$. D. A_9^4 .

Lời giải.

Số tập con có 4 phần tử của tập M là C_9^4 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 826. Cho tập hợp A gồm có 9 phần tử. Số tập con gồm có 4 phần tử của tập hợp A là

A. P_4 . B. C_9^4 . C. 4×9 . D. A_9^4 .

Lời giải.

Mỗi tập con gồm 4 phần tử của tập hợp A là một tổ hợp chập 4 của 9 phần tử. Do đó, số tập con gồm có 4 phần tử của tập hợp A là C_9^4 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 827. Cho n và k là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$. C. $C_n^{k-1} = C_n^k$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải.

Ta có

— $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ nên đáp án $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ loại.

— Với $n = 9; k = 7$ ta có $C_{n-1}^{k-1} = C_8^6 = 84 \neq C_9^7 = 36$ nên đáp án $C_{n-1}^{k-1} = C_n^k, (1 \leq k \leq n)$ loại.

— $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ nên đáp án $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ loại.

Vậy đáp án $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$, ($1 \leq k \leq n$) là đáp án đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 828. Cho tập hợp X có n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$), số hoán vị n phần tử của tập hợp X là

- A. n . B. n^2 . C. n^3 . D. $n!$.

Lời giải.

Theo tính chất về hoán vị: Số hoán vị n phần tử của tập hợp X là $n!$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 829. Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là

- A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Lời giải.

Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 830. Công thức nào sau đây là đúng với một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d và số tự nhiên $n \geq 2$.

- A. $u_n = u_1 - (n-1)d$. B. $u_n = u_1 + (n+1)d$.
C. $u_n = u_1 + (n-1)d$. D. $u_n = u_1 + d$.

Lời giải.

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 831. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = k!C_n^k$. C. $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$. D. $C_n^k = k!A_n^k$.

Lời giải.

Mệnh đề sai là $C_n^k = k!A_n^k$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 832. Trên các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC lần lượt lấy 2, 4, n ($n > 3$) điểm phân biệt (các điểm không trùng với các đỉnh của tam giác). Tìm n , biết rằng số tam giác có các đỉnh thuộc $n+6$ điểm đã cho là 247.

- A. 6. B. 8. C. 7. D. 5.

Lời giải.

Lấy 3 điểm phân biệt không thẳng hàng thuộc $n+6$ điểm đã cho sẽ tạo thành một tam giác thỏa mãn yêu cầu nên số tam giác tạo thành bằng

$$C_{n+6}^3 - C_n^3 - C_4^3.$$

Theo giả thiết suy ra

$$C_{n+6}^3 - C_n^3 - C_4^3 = 247 \Leftrightarrow n = 7.$$

Cách 2. Số tam giác tạo thành từ $n+6$ điểm đã cho bằng

$$2 \cdot 4 \cdot n + 2(C_4^2 + C_n^2) + 4(C_2^2 + C_n^2) + n(C_2^2 + C_4^2) = 3n^2 + 12n + 16.$$

Theo giả thiết suy ra

$$3n^2 + 12n + 16 = 247 \Rightarrow n = 7 \text{ (do } n > 0).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 833. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $P_n = n!$. B. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $C_n^k = C_n^{n-k}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải.

$A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 834. Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi vận động viên còn lại. Biết có ba vận động viên nữ và số ván các vận động viên nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với ba vận động viên nữ là 78. Tổng số ván cờ vua của giải đấu là

- A. 156. B. 237. C. 234. D. 240.

Lời giải.

Giả sử có n vận động viên nam.

Số ván các vận động viên nam chơi với nhau là $n(n-1)$.

Số ván các vận động viên nam chơi với ba vận động viên nữ là $6n$.

Theo giả thiết ta có

$$n(n-1) = 6n + 78 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 13 \\ n = -6 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy giải đấu có $15 \cdot 16 = 240$ ván.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 835. Cho n là số tự nhiên lớn hơn 2. Số các chỉnh hợp chập 2 của n phần tử là

- A. $\frac{n(n-1)}{2!}$. B. $2! \cdot n(n-1)$. C. $n(n-1)$. D. $2n$.

Lời giải.

Theo lý thuyết ta có $A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = n(n-1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 836. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{(n-k)!}{k!}$. D. $A_n^k = n \cdots (n-k)$.

Lời giải.

Ta có công thức số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 837. Tìm tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $P_n \cdot A_n^2 + 72 = 6(A_n^2 + 2P_n)$.

- A. $n \in \{-3; 3; 4\}$. B. $n \in \{3; 4\}$. C. $n = 3$. D. $n = 4$.

Lời giải.

Điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Ta có

$$\begin{aligned} P_n \cdot A_n^2 + 72 &= 6(A_n^2 + 2P_n) \Leftrightarrow n! \cdot \frac{n!}{(n-2)!} + 72 = 6\left(\frac{n!}{(n-2)!} + 2n!\right) \\ &\Leftrightarrow (n! - 6)\left(\frac{n!}{(n-2)!} - 12\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} n! = 6 \\ \frac{n!}{(n-2)!} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n^2 - 2n - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập tất cả các giá trị m thỏa mãn là $\{3; 4\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 838. Ký hiệu C_n^k (với k, n là những số nguyên dương và $k \leq n$) có ý nghĩa là

- A. Chính hợp chập k của n phần tử. B. Số tổ hợp chập k của n phần tử.
C. Tổ hợp chập k của n phần tử. D. Số chính hợp chập k của n phần tử.

Lời giải.

Ký hiệu C_n^k (với k, n là những số nguyên dương và $k \leq n$) có ý nghĩa là số tổ hợp chập k của n phần tử.

Chọn đáp án (B) □

Câu 839. Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là

- A. 20. B. 22. C. 18. D. 10.

Lời giải.

Hai đường tròn phân biệt có tối đa hai giao điểm.

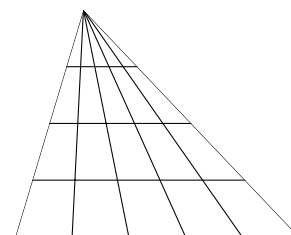
Do đó số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là $2 \cdot C_5^2 = 20$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 840.

Trong hình vẽ bên có bao nhiêu hình tam giác?

- A. 60. B. 70. C. 30. D. 20.



Lời giải.

Đường thẳng nằm ngang cắt các đường nằm dọc tại 6 điểm. Cứ 2 điểm tùy ý này với đỉnh tam giác tạo thành một tam giác. Do đó số tam giác tạo ra là $C_6^2 = 15$. Có 4 đường ngang, do đó tổng số tam giác trong hình là $4 \times 15 = 60$ tam giác.

Chọn đáp án (A) □

Câu 841. Sắp xếp 20 người vào 2 bàn tròn A, B phân biệt, mỗi bàn gồm 10 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp là

- A. $C_{20}^{10} \cdot 9! \cdot 9!$. B. $C_{20}^{10} \cdot 10! \cdot 10!$. C. $\frac{C_{20}^{10} \cdot 9! \cdot 9!}{2}$. D. $2C_{20}^{10} \cdot 9! \cdot 9!$.

Lời giải.

- Chọn 10 người trong 20 người để xếp vào bàn tròn $A \Rightarrow$ có C_{20}^{10} cách chọn.
- Xếp 10 người đã chọn vào bàn tròn A có $9!$ cách xếp.
- Xếp 10 người còn lại vào bàn tròn B có $9!$ cách xếp.

Vậy có $C_{20}^{10} \cdot 9! \cdot 9!$ cách xếp.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 842. Cho $C_n^3 = 10$ thì n có giá trị bằng

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 3. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^3 = 10 &\Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 10 \\ &\Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 60 \\ &\Leftrightarrow n^3 - 3n^2 + 2n - 60 = 0 \\ &\Leftrightarrow (n-5)(n^2 + 2n + 12) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ (nhận)} \\ n^2 + 2n + 12 = 0 \text{ (Vô nghiệm)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy giá trị cần tìm là $n = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 843. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau?

A. 3^8 .

B. C_8^3 .

C. A_8^3 .

D. 8^3 .

Lời giải.

Chọn ba chữ số khác nhau trong 8 số đã cho và xếp thứ tự có A_8^3 cách.

Vậy có A_8^3 số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 844. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $P_n = n!$. D. $C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Mệnh đề sai là

$$C_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 845. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

Lời giải.

Công thức tính chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 846. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $P_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. D. $P_n^k = \frac{n!}{k!}$.

Lời giải.

Ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ và $P_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 847. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. D. $A_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, ta có công thức $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 848. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh?

A. A_{38}^2 . B. 2^{38} . C. C_{38}^2 . D. 38^2 .

Lời giải.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 38, số cách chọn là C_{38}^2 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 849. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. C_7^2 . B. 2^7 . C. 7^2 . D. A_7^2 .

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau được lấy ra từ 7 chữ số trên là A_7^2 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 850. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. 2^8 . B. C_8^2 . C. A_8^2 . D. 8^2 .

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau được lập từ 8 số đã cho là số các chỉnh hợp chập 2 của 8 phần tử là A_8^2 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 851. Số tập con gồm 6 phần tử của một tập hợp có 15 phần tử bằng

A. $\frac{15!}{9!}$. B. $\frac{15!}{6!9!}$. C. $\frac{9!}{6!}$. D. $\frac{15!}{6!}$.

Lời giải.

Số tập con gồm 6 phần tử của một tập hợp có 15 phần tử bằng $C_{15}^6 = \frac{15!}{6!9!}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 852. Với n điểm phân biệt lập được bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đã cho?

A. P_n . B. A_n^2 . C. n^2 . D. C_n^2 .

Lời giải.

Lấy một điểm bất kì thì có $n-1$ điểm còn lại có thể kết hợp với điểm đó để tạo ra một véc-tơ khác véc-tơ không. Do có n điểm như vậy nên số véc-tơ tạo ra là $n(n-1) = A_n^2$.

Cách khác: Lấy hai điểm trong số n điểm để tạo thành một vec tơ, có thể đảo vị trí điểm đầu và điểm cuối giữa hai điểm vừa lấy để tạo ra hai vec-tơ khác nhau nên số vec-tơ tạo ra là chính hợp chập 2 của n , hay A_n^2 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 853. Trong mặt phẳng cho 10 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có đỉnh là các điểm trên được tạo thành?

A. A_{10}^7 .

B. A_{10}^7 .

C. C_{10}^3 .

D. 10^3 .

Lời giải.

Số tam giác được tạo thành là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 854. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Có bao nhiêu tập con của A có hai phần tử?

A. A_4^2 .

B. C_4^2 .

C. $2!$.

D. 2^2 .

Lời giải.

Số tập con có hai phần tử của A , là số tổ hợp chập 2 của 4 phần tử và bằng C_4^2 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 855. Cho tập hợp S có 7 phần tử. Một tập con gồm 3 phần tử của tập S là

A. số chính hợp chập 3 của 7.

B. số tổ hợp chập 3 của 7.

C. một chính hợp chập 3 của 7.

D. một tổ hợp chập 3 của 7.

Lời giải.

Một tập con gồm 3 phần tử của tập S là một tổ hợp chập 3 của 7.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 856. Biển số xe máy tỉnh K gồm 2 dòng.

Dòng thứ nhất là $68XY$, trong đó X là một trong 24 chữ cái, Y là một trong 10 chữ số.

Dòng thứ hai là $abc.de$, trong đó a, b, c, d, e là chữ số.

Biển số xe được cho là “đẹp” khi dòng thứ 2 có tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 7 và có đúng 4 chữ số giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 biển số trong số các biển số “đẹp” để đem bán đầu giá?

A. 71994000.

B. 4663440.

C. 143988000.

D. 12000.

Lời giải.

Chọn 4 chữ số giống nhau từ các chữ số ta có 10 cách chọn.

Với 4 chữ số giống nhau ta có một cách chọn duy nhất 1 chữ số còn lại để tổng các chữ số tận cùng bằng 7.

Có 10 bộ số như vậy là $(0; 7), (1; 3), (2; 9), (3; 5), (4; 1), (5; 7), (6; 3), (7; 9), (8; 5), (9; 1)$.

Sắp xếp 5 chữ số $abcde$ có 5 cách xếp.

Vậy số cách chọn dòng thứ hai là $5 \cdot 10 = 50$ cách.

Với mỗi cách chọn dòng thứ hai có 240 cách chọn dòng thứ nhất.

Theo quy tắc nhân có tất cả $50 \cdot 240 = 12000$ số biển số đẹp.

Vậy có $C_{12000}^2 = 71994000$ cách chọn ra hai biển số đẹp.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 857. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 bóng đèn từ 6 bóng đèn khác nhau rồi mắc nối tiếp chúng?

A. 24.

B. 360.

C. 15.

D. 30.

Lời giải.

Số cách chọn ra 4 bóng đèn khác nhau và mắc nối tiếp là $A_6^4 = 360$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 858. Cho đa giác đều 2018 cạnh. Số tam giác vuông có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác bằng

A. $2C_{1009}^2$.

B. C_{2018}^3 .

C. $4C_{1009}^2$.

D. C_{1009}^2 .

Lời giải.

Với đa giác đều 2018 cạnh, ta gọi các điểm lần lượt là $A_1, A_2, \dots, A_{2018}$. Khi đó với mọi A_i ($1 \leq i \leq 2018$), tồn tại duy nhất j ($1 \leq j \leq 2018$) sao cho $A_i A_j$ chính là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác trên. Cố định hai điểm này, bất kỳ điểm nào trong 2016 điểm còn lại ghép với 2 điểm này đều tạo thành tam giác vuông. Hơn nữa, có 1009 cặp điểm như vậy. Do đó, ta có $1009 \cdot 2016$ tam giác vuông.

Ta xét một tam giác vuông bất kỳ có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác. Khi đó, cạnh huyền của tam giác vuông này chính là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đã cho.

Vậy số tam giác vuông có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác là $1009 \cdot 2016 = 4C_{1009}^2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 859. Trong công viên có n em bé và một bàn tròn có n ghế ($n > 2$). Các ghế được gắn cố định vào một vòng sắt, vòng sắt có thể xoay tròn xung quanh bàn. Có bao nhiêu cách xếp n em bé vào n ghế (hai cách xếp được gọi là như nhau nếu từ cách này, xoay một vòng sắt đi một góc ta được cách kia)?

A. $(n-1)!$.

B. $\frac{(n-1)!}{2}$.

C. $\frac{n!}{2}$.

D. $n!$.

Lời giải.

Ta gọi số cách sắp xếp cần tìm theo bài là Q_n và gọi số cách sắp xếp theo nghĩa, hai cách sắp xếp nếu từ cách này, xoay vòng sắt đi một góc đi được cách kia vẫn tính là hai cách khác nhau, là A_n .

Ta nhận thấy ngay $A_n = n!$. Từ một cách sắp xếp của Q_n ta nhận được n cách sắp xếp trong A_n bằng cách quay đi n góc khác nhau. Như vậy $Q_n = \frac{1}{n} \cdot A_n = (n-1)!$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 860. Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải.

Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 861. Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn?

A. 604.

B. 816.

C. 8!.

D. 18.

Lời giải.

— Trường hợp 1: Có đúng một cặp vợ chồng đứng cạnh nhau, ta có thể xếp như sau:

VVVVCCCC hoặc CCCCVVVV, có: $2 \cdot 4 \cdot 3! \cdot 3! = 288$ cách.

— Trường hợp 2: Có đúng hai cặp vợ chồng đứng cạnh nhau

- Cách 1: (1)VC(2)CV(3): Ta xếp hai người chồng còn lại vào vị trí số 2, hai người vợ còn lại có thể xếp vào vị trí số 1, hoặc cùng vị trí số 2, hoặc hai vị trí 1, 3. Suy ra, có: $A_4^2 \cdot 2! \cdot 3 \cdot 2! = 144$ cách.
- Cách 2: (1)CV(2)VC(3), lập luận tương tự có 144 cách.

Do đó, trường hợp này có: 288 cách.

- Trường hợp 3: Có đúng ba cặp vợ chồng đứng cạnh nhau, có: $A_4^3 = 24$ cách chọn 3 cặp đó.
 - Cách 1: (1)VC(2)CV(3)VC(4). Người vợ còn lại chỉ có thể xếp vào vị trí 1, 3; người chồng xếp vào vị trí 2, 4. Có: $2! \cdot 2! = 4$ cách xếp.
 - Cách 2: (1)CV(2)VC(3)CV(4). Lập luận tương tự, có 4 cách xếp.

Do đó: trường hợp này có: $24 \cdot 8 = 192$ cách.

- Trường hợp 4: Bốn cặp vợ chồng đứng cạnh nhau:

- Cách 1: VCCVVCCV, có: $4! = 24$ cách.
- Cách 2: CVVCCVVC, tương tự có 24 cách.

Do đó, trường hợp này có: $24 \cdot 2 = 48$ cách.

Vậy tất cả có: $288 + 288 + 192 + 48 = 816$ cách.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 862. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Số các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau lập từ A là

- A. 16. B. 25. C. 20. D. 10.

Lời giải.

Mỗi cách lấy được một số tự nhiên có hai chữ số khác nhau từ tập A là một chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử.

Số các số cần tìm là $A_5^2 = 20$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 863. Trên giá sách của bạn An có 10 quyển sách tham khảo môn toán. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách lấy ra 2 quyển sách tham khảo toán để học.

- A. C_{10}^2 . B. A_{10}^2 . C. 10^2 . D. A_{10}^8 .

Lời giải.

Số cách An lấy ra 2 quyển sách tham khảo toán để học là C_{10}^2 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 864. Cho tập hợp M có 12 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

- A. C_{12}^3 . B. $P_3 \cdot P_{12}$. C. A_{12}^3 . D. 12^3 .

Lời giải.

Số tập con gồm k phần tử của tập gồm n phần tử là C_n^k .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 865. Cho 10 điểm trên đường tròn. Có bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ không tạo nên từ 10 điểm trên?

- A. 20. B. 45. C. 90. D. 30.

Lời giải.

Số véc-tơ khác véc-tơ không tạo nên từ 10 điểm trên là $A_{10}^2 = 90$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 866. Gọi T là số các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt. Khi đó

A. $T = 4536$.

B. $T = 6561$.

C. $T = 126$.

D. $T = 3024$.

Lời giải.

Ta xét

— Số các số tự nhiên có 4 chữ số bao gồm cả số 0 đứng đầu là A_{10}^4 .— Số các số tự nhiên có 4 chữ số mà chữ số 0 đứng đầu là A_9^3 .Vậy số các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt là $A_{10}^4 - A_9^3 = 4536$.Chọn đáp án **A** □**Câu 867.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số $\overline{abcde}$ thỏa mãn $a \leq b \leq c \leq d \leq e$ hoặc $a \geq b \geq c \geq d \geq e$.

A. 30240 số.

B. 15120 số.

C. 3279 số.

D. 3280 số.

Lời giải.**Cách 1:**— Xét trường hợp $a \leq b \leq c \leq d \leq e$. Mỗi một bộ gồm 5 số tự nhiên có một chữ số chỉ xếp được duy nhất một số có dạng $abcde$ thỏa mãn $a \leq b \leq c \leq d \leq e$. Do ta xét số tự nhiên có 5 chữ số nên a, b, c, d, e chỉ nhận giá trị từ 1 đến 9. Xảy ra các trường hợp sau:- Trường hợp tất cả các chữ số đều khác nhau có C_9^5 số thỏa mãn.- Trường hợp chỉ có 1 chữ số lặp lại i lần ($2 \leq i \leq 5$): Chọn chữ số lặp lại có 9 cách, chọn bộ $5-i$ chữ số từ 8 số còn lại có C_8^{5-i} cách. Vậy trường hợp này có $9 \cdot (C_8^3 + C_8^2 + C_8^1 + C_8^0)$ cách.- Trường hợp có đúng 2 chữ số khác nhau lặp lại 2 lần có $C_9^2 \cdot C_7^1$ số thỏa mãn.- Trường hợp có đúng 1 chữ số lặp lại 2 lần và đúng 1 chữ số khác lặp lại 3 lần có $2C_9^2$ số thỏa mãn.Vậy trường hợp $a \leq b \leq c \leq d \leq e$ có tất cả số các số thỏa mãn bằng

$$C_9^5 + 9 \cdot (C_8^3 + C_8^2 + C_8^1 + C_8^0) + C_9^2 \cdot C_7^1 + 2C_9^2 = 1287.$$

— Xét trường hợp $a \geq b \geq c \geq d \geq e$. Tương tự trường hợp trên, với a, b, c, d, e có thể nhận giá trị từ 0 đến 9 và có số dạng 00000 là không thỏa mãn. Vậy trường hợp này có tất cả số các số thỏa mãn bằng

$$C_{10}^5 + 10 \cdot (C_9^3 + C_9^2 + C_9^1 + C_9^0) + C_{10}^2 \cdot C_8^1 + 2C_{10}^2 - 1 = 2001.$$

Vì có 9 số có 5 chữ số giống nhau được tính 2 lần nên số các số tự nhiên có 5 chữ số $\overline{abcde}$ thỏa mãn $a \leq b \leq c \leq d \leq e$ hoặc $a \geq b \geq c \geq d \geq e$ bằng $1287 + 2001 - 9 = 3279$.**Cách 2:**— Trường hợp $a \leq b \leq c \leq d \leq e$: Đặt $a' = a, b' = b + 1, c' = c + 2, d' = d + 3, e' = e + 4$, ta có $a' < b' < c' < d' < e'$. Vì $a \geq 1, e \leq 9$ nên $a' \geq 1, e' \leq 13$. Khi đó một số $\overline{abcde}$ ứng với một bộ gồm 5 số phân biệt a', b', c', d', e' được chọn từ tập $\{1; 2; \dots; 13\}$. Suy ra trường hợp này có $C_{13}^5 = 1287$ số thỏa mãn.— Trường hợp $a \geq b \geq c \geq d \geq e$: Đặt $a' = a + 4, b' = b + 3, c' = c + 2, d' = d + 1, e' = e$, ta có $a' > b' > d' > c' > e'$. Vì $e \geq 0, a \leq 9$ nên $e' \geq 0, a' \leq 13$. Khi đó một số dạng $abcde$ ứng với một bộ gồm 5 số phân biệt a', b', c', d', e' được chọn từ tập $\{0; 1; 2; \dots; 13\}$. Vì số dạng 00000 không thỏa mãn, nên trường hợp này có $C_{14}^5 - 1 = 2001$ số thỏa mãn.

Vì có 9 số có 5 chữ số giống nhau được tính 2 lần nên số các số tự nhiên có 5 chữ số $\overline{abcde}$ thỏa mãn $a \leq b \leq c \leq d \leq e$ hoặc $a \geq b \geq c \geq d \geq e$ bằng $1287 + 2001 - 9 = 3279$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 868. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8 .

B. A_{10}^2 .

C. C_{10}^2 .

D. 10^2 .

Lời giải.

Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^2 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 869. Một đoàn đại biểu có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 người phát biểu ý kiến, trong đó có 2 nam và 2 nữ?

A. 200.

B. 90.

C. 360.

D. 180.

Lời giải.

Số cách chọn là $C_6^2 \cdot C_4^2 = 90$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 870. Cho một đa giác đều $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Tìm n biết số hình chữ nhật được tạo ra từ bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45.

A. $n = 12$.

B. $n = 45$.

C. $n = 9$.

D. $n = 10$.

Lời giải.

Vì đa giác đều $2n$ đỉnh sẽ nhận tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đó làm tâm đối xứng nên ứng với mỗi đỉnh của đa giác đó sẽ tồn tại một đỉnh (của đa giác đó) sao cho hai đỉnh này tạo nên một đường kính. Do đó, số hình chữ nhật được tạo ra từ bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác đó là

$$C_n^2 = 45 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 45 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases} \Leftrightarrow n = 10 \text{ (vì } n \in \mathbb{N}).$$

Vậy $n = 10$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 871. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

A. $C_6^2 + C_9^4$.

B. $A_6^2 \cdot A_9^4$.

C. $C_6^2 \cdot C_9^4$.

D. $C_6^4 \cdot C_9^2$.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh nam là C_6^2 .

Số cách chọn 4 học sinh nữ là C_9^4 .

Số cách chọn 6 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam là $C_6^2 \cdot C_9^4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 872. Cho tập hợp M có 12 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

A. C_{12}^3 .

B. A_{12}^3 .

C. 12^3 .

D. P_3P_{12} .

Lời giải.

Cách viết các phần tử trong một tập hợp không có tính thứ tự nên số tập con gồm 3 phần tử của M chính là số cách chọn 3 phần tử không thứ tự từ tập M .

Vậy có C_{12}^3 tập con thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 873. Từ 10 điểm phân biệt không có 3 điểm nào thẳng hàng có thể tạo được bao nhiêu đoạn thẳng?

A. 1024.

B. 100.

C. 45.

D. 90.

Lời giải.

Chọn 2 điểm bất kì nối với nhau sẽ được 1 đoạn thẳng.

Nên số đoạn thẳng được tạo thành là $C_{10}^2 = 45$ (đoạn thẳng).

Chọn đáp án **C**

□

Câu 874. Cho 10 điểm phân biệt không có ba điểm nào thẳng hàng. Số tam giác được tạo bởi 10 điểm trên là

A. 30.

B. 720.

C. C_{10}^3 .D. A_{10}^3 .

Lời giải.

Mỗi tam giác được lập chính là một tổ hợp chập 3 của 10. Do đó số tam giác được tạo bởi 10 điểm đã cho là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 875. Cho tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập X ?

A. 120.

B. 216.

C. 18.

D. 20.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ tập X là một chỉnh hợp chập 3 của tập X . Cho nên, số các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập X là $A_6^3 = 120$ số.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 876. Cho các số nguyên k, n thỏa $0 < k \leq n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$.B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.C. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.D. $C_n^k = \frac{k!n!}{(n-k)!}$.

Lời giải.

Theo công thức về tổ hợp.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 877. Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4 là

A. 24.

B. 32.

C. 12.

D. 64.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4 là một chỉnh hợp chập 3 của 4 phần tử.

Do đó số các số tự nhiên cần lập là $A_4^3 = 24$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 878. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để số được lập chia hết cho 1111.

A. $\frac{1}{105}$.B. $\frac{1}{210}$.C. $\frac{3}{105}$.D. $\frac{11}{126}$.

Lời giải.

Gọi số cần lập chia hết cho 1111 là $\overline{a_1a_2 \dots a_8}$.

Do $1 + 2 + \dots + 8 = 36 : 9$ nên $\overline{a_1a_2 \dots a_8} : 9 \Rightarrow \overline{a_1a_2 \dots a_8} : 9999$.

Lại có $\overline{a_1a_2 \dots a_8} = 10^4 \cdot \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} = 9999 \cdot \overline{a_1a_2a_3a_4} + (\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8})$.

Suy ra $(\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8}) : 9$.

Mặt khác $0 < \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} < 2 \cdot 9999 \Rightarrow \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} = 9999$.

Suy ra $(a_1 + a_5) = (a_2 + a_6) = (a_3 + a_7) + (a_4 + a_8) = 9$.

Như vậy các cặp $(a_1; a_5), (a_2; a_6), (a_3; a_7), (a_4; a_8)$ được lấy từ các bộ $(1; 8), (2; 7), (3; 6), (4; 5)$.

Ta có 4! cách xếp vị trí cho 4 bộ số trên, mỗi vị trí của 1 bộ số đó thì có 2! cách đổi vị trí cho 2 chữ số tương ứng đó.

Như vậy có tất cả $4! \cdot 2^4$ số thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tính là $\frac{4! \cdot 2^4}{8!} = \frac{1}{105}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 879. Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư ký là

- A. 5600. B. 13800. C. 6900. D. Một kết quả khác..

Lời giải.

Mỗi cách chọn ban quản lí là một chỉnh hợp của 3 phần tử. Suy ra số cách chọn là $A_{25}^3 = 13800$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 880. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 4!. B. 5. C. 5⁵. D. 5!.

Lời giải.

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là số hoán vị của 5 phần tử.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 881. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ 35 học sinh của lớp 12A để làm ban cán sự lớp gồm một lớp trưởng một lớp phó và một thủ quỹ.

- A. A_{35}^3 . B. C_{35}^3 . C. 3!. D. 32!.

Lời giải.

Để chọn 3 học sinh từ 35 học sinh của lớp 12A để làm ban cán sự lớp gồm một lớp trưởng một lớp phó và một thủ quỹ ta có A_{35}^3 (cách).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 882. Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 9\}$?

- A. C_9^3 . B. 9³. C. A_9^3 . D. 3⁹.

Lời giải.

Số các số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 9\}$ là A_9^3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 883. Cho 15 điểm phân biệt cùng nằm trên một đường tròn. Số tam giác có các đỉnh là ba trong số 15 điểm đã cho là

- A. 15!. B. 15³. C. C_{15}^3 . D. A_{15}^3 .

Lời giải.

Chọn ra một tam giác là một tổ hợp chập 3 của 15 phần tử.

$\Rightarrow$ Số tam giác được tạo thành là C_{15}^3 .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 884. Trong một lớp học có 20 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 2 học sinh trong đó có 1 nam và 1 nữ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 37.

B. 20.

C. 340.

D. 17.

Lời giải.

Số cách chọn là $C_{20}^1 \cdot C_{17}^1 = 340$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 885. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau và có duy nhất một chữ số chẵn?

A. 120.

B. 480.

C. 360.

D. 456.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$, với $a_1 \neq 0$.

— Trường hợp 1. Số chẵn là số 0.

Bước 1. Xếp số 0 và 4 vị trí $a_2, a_3, a_4, a_5 \Rightarrow$ có 4 cách.

Bước 2. Chọn 4 số từ các chữ số 1, 3, 5, 7 và xếp vào 4 vị trí còn lại $\Rightarrow$ có $4!$ cách.

Theo quy tắc nhân, trường hợp 1 có $4 \cdot 4! = 96$ số.

— Trường hợp 2. Số chẵn là một trong ba số 2, 4, 6.

Bước 1. Chọn một số trong ba số 2, 4, 6 và xếp vào một trong các vị trí $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \Rightarrow$ có $3 \cdot 5 = 15$ cách.

Bước 2. Chọn 4 số từ các chữ số 1, 3, 5, 7 và xếp vào 4 vị trí còn lại $\Rightarrow$ có $4!$ cách.

Theo quy tắc nhân, trường hợp 2 có $15 \cdot 4! = 360$ số.

Theo quy tắc cộng, lập được $96 + 360 = 456$ số.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 886. Từ các chữ số 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau?

A. 12.

B. 24.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Chọn 2 số từ 4 số 5, 6, 7, 8 và sắp thứ tự thành một số tự nhiên có 2 chữ số, số cách chọn là số các chỉnh hợp chập 2 của 4. Ta có $A_4^2 = 12$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 887. Trong mặt phẳng cho 10 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành mà đỉnh trùng với các điểm đã cho?

A. C_{10}^3 .B. A_{10}^7 .C. 10^3 .D. C_{10}^3 .

Lời giải.

Số các tam giác tạo thành là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 888. 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào của lớp C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 120240.

B. 120960.

C. 145152.

D. 116640.

Lời giải.

Xếp 4 học sinh lớp C thành một hàng ngang có $4!$ cách.

Xem 2 học sinh lớp A là 1 và xếp vào 5 khoảng trống do 4 học sinh lớp C tạo ra ta có $5 \times 2!$ cách.

Xếp 3 học sinh lớp B tùy ý vào 7 khoảng trống do các học sinh lớp A và C tạo ra (có thể xếp nhiều hơn 1 học sinh vào 1 khoảng trống) ta có $7 \times 8 \times 9$ cách.

Theo quy tắc nhân ta có $4! \times 5 \times 2! \times 7 \times 8 \times 9 = 120960$ cách.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 889. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là

A. A_{10}^2 .

B. C_2^{10} .

C. C_{10}^2 .

D. A_2^{10} .

Lời giải.

Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là A_{10}^2 .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 890. Cho lục giác lồi $ABCDEF$. Số tam giác có đỉnh là các đỉnh của lục giác đã cho nhưng có cạnh không phải là cạnh của lục giác đó là

A. 8.

B. 14.

C. 2.

D. 12.

Lời giải.

— Ta tính số tam giác tạo được từ các đỉnh của lục giác đã cho.

Chọn đỉnh thứ nhất của tam giác ta có 6 cách chọn.

Chọn đỉnh thứ hai của tam giác ta có 5 cách chọn.

Chọn đỉnh thứ ba của tam giác ta có 4 cách chọn.

Với cách chọn như trên thì một tam giác được lập lại $3!$ lần nên số tam giác tạo được là $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 20$ tam giác.

— Ta tính số tam giác có hai cạnh là hai cạnh của lục giác, có tất cả 6 tam giác như thế.

— Ta tính số tam giác có một cạnh là cạnh của lục giác là số tam giác có 2 đỉnh là 2 đỉnh liên tiếp của lục giác và đỉnh còn lại không kế tiếp hai đỉnh đó.

Xét một cạnh bất kỳ có C_2^1 cách chọn 1 trong 2 đỉnh còn lại của lục giác.

Nên số tam giác là $6 \cdot C_2^1 = 12$ tam giác.

Vậy có $20 - 12 - 6 = 2$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 891. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. 10.

B. C_{30}^3 .

C. A_{30}^3 .

D. 3^{10} .

Lời giải.

Mỗi cách chọn 3 người đi công tác là một tổ hợp chập 3 của 30 phần tử.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 892. Trong hộp đựng 9 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Số cách lấy ra 2 viên bi gồm một bi đỏ và một bi xanh là

A. $C_9^1 \cdot C_6^1$.

B. C_6^2 .

C. C_{15}^2 .

D. C_9^2 .

Lời giải.

Có C_9^1 cách lấy ra một viên bi đỏ.

Có C_6^1 cách lấy ra một viên bi xanh.

Vậy, số cách lấy ra 2 viên bi gồm một bi đỏ và một bi xanh là $C_9^1 \cdot C_6^1$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 893. Cho tập hợp A gồm 12 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của tập hợp A là

A. C_{12}^4 .

B. $4!$.

C. A_{12}^8 .

D. A_{12}^4 .

Lời giải.

Số tập con gồm 4 phần tử của tập hợp A là C_{12}^4 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 894. Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5?

A. C_5^4 .

B. P_4 .

C. P_5 .

D. A_5^4 .

Lời giải.

Mỗi số có 4 chữ số khác nhau tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử.

Vậy có A_5^4 số thỏa mãn bài.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 895. Từ 10 điểm trong một mặt phẳng mà trong đó 3 điểm bất kì không thẳng hàng có thể tạo thành bao nhiêu tam giác?

A. A_{10}^3 .

B. $3!$.

C. C_{10}^3 .

D. 10^3 .

Lời giải.

Do trong 10 điểm đã cho không có 3 điểm nào thẳng hàng nên khi chọn 3 điểm bất kì trong 10 điểm này sẽ tạo thành một tam giác. Vậy số tam giác có thể tạo thành là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 896. Cho tập hợp S có 50 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của S là

A. A_{50}^3 .

B. C_{50}^3 .

C. A_{50}^{47} .

D. 50^3 .

Lời giải.

Lấy 3 trong 50 phần tử bất kì của tập S , ta được một tập con. Nên số tập con gồm 3 phần tử của S là một tổ hợp chập 3 của 50 phần tử.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 897. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ta lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số (các chữ số đôi một khác nhau), mà luôn có mặt nhiều hơn một chữ số lẻ và đồng thời trong đó hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ?

A. 34800.

B. 31920.

C. 37800.

D. 34300.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $m = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ với $a_i \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, $a_1 \neq 0$ và $i \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Vì các chữ số $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ là đôi một khác nhau, có nhiều hơn một chữ số lẻ và đồng thời trong đó có hai chữ số kề nhau không cùng là số lẻ nên ta xét hai trường hợp sau:

① Trường hợp 1: Có 4 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ.

— Chữ số 0 đứng ở vị trí bất kì.

– Lấy 4 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ có $C_5^4 \cdot C_5^2$.

– Xếp 4 chữ số chẵn có $4!$.

– Xếp 2 chữ số lẻ có A_5^2 .

Vậy trường hợp này có $C_5^4 \cdot C_5^2 \cdot 4! \cdot A_5^2 = 24000$ số.

— Chữ số $a_1 = 0$.

– Lấy thêm 3 chữ số chẵn; 2 chữ số lẻ có $C_4^3 \cdot C_5^2$.

– Xếp 3 chữ số chẵn có $3!$.

– Xếp 2 chữ số lẻ có A_4^2 .

Vậy trường hợp này có $C_4^3 \cdot C_5^2 \cdot 3! \cdot A_4^2 = 2880$.

② Trường hợp 2: Có 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ.

— Chữ số 0 đứng ở vị trí bất kì.

– Lấy 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ có $C_5^3 \cdot C_5^3$.

– Xếp 3 chữ số chẵn có $3!$.

– Xếp 3 chữ số lẻ có A_4^3 .

Vậy trường hợp này có $C_5^3 \cdot C_5^3 \cdot 3! \cdot A_4^3 = 14400$ số.

— Chữ số $a_1 = 0$.

– Lấy thêm 2 chữ số chẵn; 3 chữ số lẻ có $C_4^2 \cdot C_5^3$.

– Xếp 2 chữ số chẵn có $2!$.

– Xếp 3 chữ số lẻ có $A_3^3 = 3!$.

Vậy trường hợp này có $C_4^2 \cdot C_5^3 \cdot 2! \cdot 3! = 720$.

Vậy có $(24000 - 2880) + (14400 - 720) = 34800$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 898. Từ 10 đoàn viên ưu tú cần bầu ra một ban chấp hành chi đoàn có 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách bầu?

A. C_{10}^3 .

B. A_{10}^3 .

C. C_9^2 .

D. A_9^2 .

Lời giải.

Có C_{10}^3 cách chọn ngẫu nhiên 3 người trong 10 người.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 899. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

A. 6^3 .

B. 3^6 .

C. C_6^3 .

D. A_6^3 .

Lời giải.

Số các số có ba chữ số được tạo thành từ 6 chữ số đã cho là A_6^3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 900. Phương trình $A_{2n}^2 - 44 = A_n^2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 2 nghiệm.

B. 1 nghiệm.

C. Vô nghiệm.

D. 3 nghiệm.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương

$$2n(2n - 1) - 44 = n(n - 1) \Leftrightarrow 3n^2 - n - 44 = 0 \Leftrightarrow n = 4 \text{ (do } n > 0).$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm nguyên dương.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 901. Số cách chọn ra 3 học sinh từ 10 học sinh là

A. P_3 .

B. A_{10}^7 .

C. A_{10}^3 .

D. C_{10}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn ra 3 học sinh từ 10 học sinh (không kể thứ tự) là C_{10}^3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 902. Có bao nhiêu cách xếp 6 người vào một ghế dài?

A. 720.

B. 480.

C. 120.

D. 244.

Lời giải.

Số cách xếp 6 người vào một ghế dài là một hoán vị của 6 phần tử.

Vậy có $P_6 = 6! = 720$ cách xếp.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 903. Cho tập hợp A gồm n điểm phân biệt không có 3 điểm nào thẳng hàng. Tìm n biết rằng số tam giác mà 3 đỉnh thuộc A gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ 2 điểm thuộc A .

A. $n = 6$.B. $n = 12$.C. $n = 8$.D. $n = 15$.

Lời giải.

Số tam giác có 3 đỉnh thuộc A là C_3^n , số đoạn thẳng được nối từ 2 điểm thuộc A là C_2^n . Theo giả thiết ta có

$$C_3^n = 2C_2^n \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 2 \frac{n!}{(n-2)!} \Leftrightarrow n-2 = 6 \Leftrightarrow n = 8.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 904. Có bao nhiêu cách xếp 6 bạn A, B, C, D, E, F vào một ghế dài sao cho hai bạn A, F ngồi ở 2 đầu ghế?

A. 120.

B. 720.

C. 24.

D. 48.

Lời giải.

Chọn chỗ ngồi cho hai bạn $A, F \Rightarrow$ Có $2!$ cách xếp.

Xếp bốn bạn còn lại B, C, D, E vào bốn vị trí còn lại $\Rightarrow$ Có $4!$ cách xếp.

Vậy có $2! \cdot 4! = 48$ cách xếp.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 905. Cho đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Người ta lập một tứ giác có 4 đỉnh là 4 đỉnh của (H) . Tính số tứ giác được lập thành mà không có cạnh nào là cạnh của (H) .

A. 4950.

B. 1800.

C. 30.

D. 450.

Lời giải.

Gọi đa giác là $A_1 A_2 \dots A_{15}$.

Giả sử chọn đỉnh thứ nhất là A_1 .

Ta chọn các đỉnh còn lại là theo thứ tự tứ giác là A_m, A_n, A_p .

Gọi số đỉnh nằm giữa A_1 và A_m là x ; số đỉnh nằm giữa A_m và A_n là y ; số đỉnh nằm giữa A_n và A_p là z ; số đỉnh nằm giữa A_p và A_1 là t .

$$\text{Khi đó ta có hệ } \begin{cases} x + y + z + t = 11 \\ x, y, z, t \geq 1 \\ x, y, z, t \in \mathbb{N} \end{cases} \quad (1).$$

Xếp 11 thước kẻ nhỏ thành một hàng ngang $\Rightarrow$ CÓ 10 khoảng trống giữa các thước này.

Số nghiệm của hệ (1) là số cách đặt 2 thước kẻ lớn vào 10 khoảng trống kia để chia làm ba phần.

$\Rightarrow$ Có C_{10}^3 cách đặt.

$\Rightarrow$ Hệ (1) có C_{10}^3 nghiệm.

Như vậy có $15 \cdot C_{10}^3$ tứ giác thỏa mãn. Tuy nhiên, theo cách chọn này, mỗi tứ giác $A_1 A_m A_n A_p$ lập lại 4 lần khi chọn các đỉnh thứ nhất lần lượt là A_1, A_m, A_n, A_p .

Do đó, số tứ giác cần tính là: $\frac{15 \cdot C_{10}^3}{4} = 450$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 906. Cho tập hợp $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Từ tập hợp E lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một phân biệt?

A. A_5^4 .

B. 5^4 .

C. 4^5 .

D. $4!$.

Lời giải.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$.

Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập được từ tập E chính là số cách lấy ra 4 số từ 5 số từ tập E và xếp vào 4 vị trí a, b, c, d và bằng A_5^4 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 907. Cho số tự nhiên x thỏa mãn $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. x là số chia hết cho 3.

B. x là số chẵn.

C. x là số nguyên tố.

D. x là số chính phương.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x \geq 10 \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases}$

(*)

Ta thấy

$$\begin{aligned} A_x^{10} + A_x^9 &= 9A_x^8 \\ \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)!} &= \frac{9 \cdot x!}{(x-8)!} \\ \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{x-9} &= \frac{9}{(x-8)(x-9)} \\ \Leftrightarrow x^2 - 16x + 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (loại vì (*))} \\ x = 11. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 908. Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên 5 chữ số phân biệt và chia hết cho 3?

A. 360.

B. 2520.

C. 480.

D. 720.

Lời giải.

Số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt và chia hết cho 3 khi tổng các chữ số đó chia hết cho 3.

Có 6 bộ như vậy: $(2; 5; 6; 8; 9); (1; 3; 6; 8; 9); (2; 3; 5; 8; 9); (1; 3; 5; 6; 9); (2; 3; 5; 6; 8); (1; 2; 3; 6; 9)$. Vậy có tất cả $6 \cdot 5! = 720$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 909. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n .

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Số cách chọn ba điểm trong $n + 10$ điểm đã cho là C_{n+10}^3 .

Số cách chọn ba điểm trong 10 trên d_1 là C_{10}^3 .

Số cách chọn ba điểm trong n trên d_2 là C_n^3 .

Số tam giác được tạo thành là $C_{n+10}^3 - C_{10}^3 - C_n^3$.

Từ giả thiết ta có phương trình $C_{n+10}^3 - C_{10}^3 - C_n^3 = 1725$.

$$(1) \Leftrightarrow \frac{(n+10)(n+9)(n+8)}{6} - 120 - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 1725 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -23. \end{cases} \quad (1)$$

Vì $n \geq 2$ nên $n = 15$. Vậy tổng các chữ số của n bằng 6.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 910. Một lớp học có 35 học sinh. Số cách chọn 4 học sinh từ lớp học đó để thành lập một ban cán sự của lớp là

A. C_{35}^4 .

B. 35^4 .

C. 4^{35} .

D. A_{35}^4 .

Lời giải.

Cách chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ 35 học sinh là C_{35}^4 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 911. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

A. 46656.

B. 4320.

C. 720.

D. 360.

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc tương ứng với một hoán vị của 6 phần tử, nên có $6! = 720$ cách sắp xếp.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 912. Có 8 phong bì được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và 8 tem thư cũng được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Dán 8 tem thư lên 8 bì thư (mỗi bì thư chỉ dán 1 tem). Hỏi có thể có bao nhiêu cách dán tem thư lên bì thư sao cho có ít nhất một bì thư được dán tem thư có số trùng với số của bì thư đó?

A. 25489.

B. 25487.

C. 25490.

D. 25488.

Lời giải.

Gọi S là tập hợp các hoán vị của $\{1; 2; \dots; n\}$ và A_i là tập hợp các hoán vị $(a_1; a_2; \dots; a_n)$ của $\{1; 2; \dots; n\}$ sao cho $a_i = i$, $(1 \leq i \leq n)$. Ta cần tính $|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n|$.

Ta có

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| &= \sum_{i=1}^n |A_i| - \sum_{1 \leq i < j \leq n} |A_i \cap A_j| + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} |A_i \cap A_j \cap A_k| \\ &\quad - \dots + (-1)^{n-1} |A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n|. \end{aligned}$$

Ta có $|A_i| = (n-1)!$, $|A_i \cap A_j| = (n-2)!$, $\dots$, $|A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}| = (n-k)!$.

Do đó ta có

$$\begin{aligned} |A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| &= C_n^1(n-1)! - C_n^2(n-2)! + C_n^3(n-3)! - \dots + (-1)^{n-1} C_n^n 0! \\ &= n! \left(1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n!} \right). \end{aligned}$$

Áp dụng với $n = 8$ ta có kết quả là 25484 cách dán tem thư thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 913. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 7. Từ các số trên có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

- A. 120. B. 216. C. 60. D. 180.

Lời giải.

Theo bài ra chữ số hàng đơn vị có 1 cách chọn.

Ba chữ số còn lại có $A_3^3 = 60$ cách.

Vậy có 60 số.

Chọn đáp án **C** □

Câu 914. Một nhóm học có 25 học sinh. Giáo viên cần chọn ra một nhóm và chỉ định một em trong nhóm làm nhóm trưởng. Số học sinh trong nhóm phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn 25. Hỏi có bao nhiêu cách lập nhóm thỏa mãn các yêu cầu trên?

- A. 419430400. B. 419430350. C. 201326568. D. 201326592.

Lời giải.

Số cách chọn nhóm gồm k học sinh là $C_{25}^k \cdot k$.

Theo bài ra số thành viên trong nhóm phải lớn hơn 1 và nhỏ hơn 25.

Suy ra có $\sum_{k=2}^{24} C_{25}^k \cdot k = 25 \cdot (1 + 1)^{24} - C_{25}^1 - 25 \cdot C_{25}^{25} = 419430350$ cách.

Chọn đáp án **B** □

Câu 915. Cho tứ giác $ABCD$. Có bao nhiêu véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tứ giác?

- A. A_4^2 . B. C_6^2 . C. 4^2 . D. C_4^2 .

Lời giải.

Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của tứ giác bằng số cách chọn ra 2 điểm từ 4 điểm A, B, C, D và có sắp thứ tự hay A_4^2 .

Chọn đáp án **A** □

Câu 916. Có bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số thuộc tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$?

- A. $3C_9^3$. B. 9^3 . C. C_9^3 . D. A_9^3 .

Lời giải.

Số số có ba chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số thuộc tập M là A_9^3 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 917. Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn một nhóm trực nhật gồm 2 học sinh từ tổ đó là

- A. 10^2 . B. A_{10}^8 . C. C_{10}^2 . D. A_{10}^2 .

Lời giải.

Nhóm học sinh trực nhật gồm 2 em nên ta không cần quan tâm thứ tự.

Do đó số cách chọn nhóm trực nhật gồm hai em học sinh là tổ hợp chập 2 của 10 hay có C_{10}^2 cách.

Chọn đáp án **C** □

Câu 918. Có bao nhiêu cách xếp ba bạn A, B, C vào một dãy ghế hàng ngang có 5 chỗ ngồi?

- A. 10. B. 6. C. 60. D. 120.

Lời giải.

Số cách xếp ba bạn A, B, C vào một dãy ghế hàng ngang có 5 chỗ ngồi là $A_5^3 = 60$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 919. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân lập một tổ công tác gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên?

- A. 420. B. 360. C. 120. D. 240.

Lời giải.

Số cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên là $3 \cdot 7 \cdot C_6^3 = 420$ cách.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 920. Một đội văn nghệ có 20 người, trong đó có 10 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người sao cho có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ trong 5 người đó?

- A. 12900. B. 13125. C. 550. D. 15504.

Lời giải.

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Chọn ra 4 nam, 1 nữ. Khi đó, số cách chọn là $C_{10}^4 \cdot C_{10}^1$.

TH2: Chọn ra 3 nam, 2 nữ. Khi đó, số cách chọn là $C_{10}^3 \cdot C_{10}^2$.

TH3: Chọn ra 2 nam, 3 nữ. Khi đó, số cách chọn là $C_{10}^2 \cdot C_{10}^3$.

Vậy số cách chọn ra 5 bạn sao cho có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ là

$$C_{10}^4 \cdot C_{10}^1 + C_{10}^3 \cdot C_{10}^2 + C_{10}^2 \cdot C_{10}^3 = 12900.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 921. Có bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau có thể lập được từ các chữ số 0, 2, 4, 6, 8?

- A. 48. B. 60. C. 10. D. 24.

Lời giải.

Gọi số có ba chữ số khác nhau lập được từ 0, 2, 4, 6, 8 là $\overline{abc}$.

Số cách chọn a là 4 (do $a \neq 0$).

Với a đã chọn, số cách chọn $\overline{bc}$ là $A_4^2 = 12$.

Vậy có tất cả 48 số có ba chữ số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 922. Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

- A. 170. B. 160. C. 190. D. 360.

Lời giải.

Số các đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là số các tổ hợp chập 2 của 20 phần tử là $C_{20}^2 = 190$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 923. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

- A. 1768. B. 1771. C. 1350. D. 2024.

Lời giải.

Để rút được bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị thì 3 thẻ rút được phải không có hai thẻ nào là hai số tự nhiên liên tiếp. Số cách rút 3 thẻ bất kỳ là C_{26}^3 .

Số cách rút ra 3 thẻ có đúng hai số tự nhiên liên tiếp được xác định như sau:

Chọn 2 số tự nhiên liên tiếp: $\{1, 2\}; \{2, 3\}; \dots; \{25, 26\}$.

TH1. Chọn hai thẻ liên tiếp là $\{1, 2\}$ hoặc $\{25, 26\}$ có hai cách, thẻ còn lại không được chọn là thẻ số 3 hoặc 24 do đó có 23 cách.

Vậy có $2 \cdot 23 = 46$ cách.

TH2. Chọn hai thẻ là một trong các cặp $\{2, 3\}; \{3, 4\}; \dots; \{24, 25\}$ có 23 cách, chọn thẻ còn lại chỉ có $26 - 4 = 22$ cách.

Vậy có $23 \cdot 22 = 506$ cách.

Số cách chọn 3 thẻ trong đó 3 thẻ được đánh số tự nhiên liên tiếp là $\{1, 2, 3\}; \{2, 3, 4\}; \dots; \{24, 25, 26\}$ có 24 cách.

Vậy có $C_{26}^3 - 46 - 506 - 24 = 2024$ cách chọn bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 924. Có bao nhiêu cách lấy 3 viên bi từ một hộp đựng bi gồm 5 bi màu xanh và 6 bi màu đỏ sao cho có đúng 1 bi màu xanh?

A. 5.

B. 20.

C. 15.

D. 75.

Lời giải.

Để lấy được 3 bi **có đúng** 1 bi xanh ta thực hiện như sau:

— Lấy 1 bi màu xanh, số cách lấy là $C_5^1 = 5$.

— Lấy tiếp thêm 2 bi màu đỏ, số cách lấy là $C_6^2 = 15$.

Vậy số cách lấy 1 bi màu xanh và 2 bi màu đỏ là $5 \cdot 15 = 75$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 925. Có 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 4 học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 145152.

B. 108864.

C. 217728.

D. 80640.

Lời giải.

Có các trường hợp xảy ra như sau:

— Hai học sinh lớp A luôn đứng cạnh nhau, các học sinh lớp còn lại xếp tùy ý: $2!8!$.

— Có đúng một học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^1 2!7!$.

— Có đúng hai học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^2 2!6!$.

— Có đúng ba học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^3 2!5!$.

— Có đúng bốn học sinh lớp C đứng giữa hai học sinh lớp A: $A_4^4 2!4!$.

Vậy có $2!8! + A_4^1 2!7! + A_4^2 2!6! + A_4^3 2!5! + A_4^4 2!4! = 145152$ cách xếp hàng thỏa đề bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 926. Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử?

A. 3^{12} .

B. 12^3 .

C. A_{12}^3 .

D. C_{12}^3 .

Lời giải.

Mỗi cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 12.

Vậy số cách lấy là C_{12}^3 cách.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 927. Từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau?

A. $5!$.

B. C_7^2 .

C. A_7^2 .

D. 7^5 .

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số của tập A là một chỉnh hợp chập 5 của tập A . Do đó, từ tập A ta lập được A_7^5 số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 928. Một nhóm có 10 người. Cần chọn ra ban đại diện gồm 3 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. A_9^2 .

B. A_{10}^3 .

C. C_9^2 .

D. C_{10}^3 .

Lời giải.

Chọn 3 người trong 10 người nên có C_{10}^3 cách chọn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 929. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. C_{10}^3 .

B. 10^3 .

C. 3×10 .

D. A_{10}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh trong 10 học sinh: C_{10}^3 cách.

Số cách xếp công việc cho 3 học sinh: $3!$ cách.

$\Rightarrow$ Số cách chọn là: $C_{10}^3 \cdot 3! = A_{10}^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 930. Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là

A. $6 \cdot A_{10}^6$.

B. C_{10}^6 .

C. A_{10}^6 .

D. $10P_6$.

Lời giải.

Số cách sắp xếp 6 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là số chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp là A_{10}^6 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 931. Cho $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $C_n^5 = 2002$. Tính A_n^5 .

A. 240240.

B. 10010.

C. 2007.

D. 40040.

Lời giải.

Ta có $C_n^5 = 2002 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)! \cdot 5!} = 120 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)!} = 2002 \cdot 5! = 240240 \Leftrightarrow A_n^5 = 240240$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 932. Có bao nhiêu kết quả xảy ra khi bỏ phiếu bầu một bí thư, hai phó bí thư và một ủy viên từ 30 đoàn viên thanh niên của một lớp học?

A. 164430.

B. 328860.

C. 657720.

D. 142506.

Lời giải.

— Có 30 cách chọn ra một bí thư.

— Có C_{29}^2 cách chọn ra hai phó bí thư.

— Có 27 cách chọn ra một ủy viên.

Vậy có $S = 30 \times C_{29}^2 \times 27 = 328860$ kết quả xảy ra.

Chọn đáp án (B) □

Câu 933. Số cách xếp 4 học sinh ngồi vào một dãy 4 ghế là

- A. 8. B. 24. C. 16. D. 4.

Lời giải.

• Số cách xếp 4 học sinh vào 4 ghế là $P_4 = 24$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 934. Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có các đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho bằng bao nhiêu?

- A. A_{15}^3 . B. $15!$. C. C_{15}^3 . D. 15^3 .

Lời giải.

Số tam giác có các đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là C_{15}^3 .

Chọn đáp án (C) □

Câu 935. Có bao nhiêu cách xếp 18 thí sinh vào một phòng thi có 18 bàn, mỗi bàn một thí sinh?

- A. 18. B. 1. C. 18^{18} . D. $18!$.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 18 thí sinh vào phòng thi có 18 bàn là một hoán vị của 18. Do đó, số cách xếp là $18!$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 936. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; \dots; 2018\}$ và các số a, b, c thuộc A . Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có dạng abc sao cho $a < b < c$ và $a + b + c = 2016$.

- A. 338184. B. 2027080. C. 337681. D. 2026086.

Lời giải.

Xét phương trình $a + b + c = 2016$. Phương trình này có C_{2015}^2 nghiệm $(a; b; c)$. Ta tìm các nghiệm mà có cặp số trùng nhau.

— Trường hợp 1. $a = b = c \Rightarrow a = b = c = \frac{2016}{3} = 672$, do đó trường hợp này có 1 nghiệm.

— Trường hợp 2. Chỉ có 2 số trùng nhau. Nếu $a = b$ thì $2a + c = 2016$, suy ra số c nhận các giá trị chẵn là $2; 4; \dots; 2014$ nên có 1007 nghiệm, trừ đi 1 nghiệm $(672; 672; 672)$ ta còn 1006 nghiệm.

Xét tương tự nếu $b = c, c = a$, do đó trường hợp này có $3 \times 1006 = 3018$ nghiệm.

Suy ra, phương trình $a + b + c = 2016$ có $C_{2015}^2 - 1 - 3018 = 2026086$ nghiệm $(a; b; c)$ trong đó ba số a, b, c đôi một khác nhau. Trong số 2026086 nghiệm trên, chỉ có $\frac{2026086}{3!} = 337681$ nghiệm thỏa mãn $a < b < c$.

Vậy có tất cả 337681 số tự nhiên abc thỏa đề bài.

Chọn đáp án (C) □

Câu 937. Từ tập hợp $\{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau?

- A. 15. B. 30. C. 36. D. 25.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau lập được là $A_6^2 = 30$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 938. Một trường cấp ba của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn

thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

- A. 120 cách. B. 60 cách. C. 12960 cách. D. 90 cách.

Lời giải.

TH1: Đoàn công tác gồm 2 giáo viên Toán và 1 giáo viên Vật lý.

Trường hợp này có $C_4^1 C_3^1 C_5^1 + C_4^1 C_3^2 = 72$.

TH2: Đoàn công tác gồm 2 giáo viên Vật lý và 1 giáo viên Toán. Trường hợp này có $C_4^2 C_3^1 = 18$.

Vậy có $72 + 18 = 90$ cách chọn một đoàn công tác thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 939. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số dạng $\overline{abcd}$, $a < b < c < d$?

- A. 210. B. 5040. C. 126. D. 3024.

Lời giải.

Vì $a \neq 0$ nên để chọn 4 chữ số theo thứ tự tăng dần ta có $C_9^5 = 126$ số.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 940. Có bao nhiêu tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 7; 8; 9\}$?

- A. A_7^3 . B. C_9^3 . C. C_7^3 . D. A_9^3 .

Lời giải.

Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp X có 7 phần tử là C_7^3 .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 941. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có 2 học sinh nam?

- A. $C_6^2 + C_9^4$. B. $C_6^2 \cdot C_9^4$. C. $A_6^2 \cdot A_9^4$. D. $C_9^2 \cdot C_6^4$.

Lời giải.

Chọn 4 học sinh nữ có C_9^4 cách, chọn 2 học sinh nam có C_6^2 cách.

Do đó có $C_6^2 \cdot C_9^4$ cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có 2 học sinh nam.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 942. Có tất cả 120 cách chọn 3 học sinh từ nhóm n học sinh. Số n là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $n(n-1)(n-2) = 720$. B. $n(n+1)(n+2) = 720$.
C. $n(n-1)(n-2) = 120$. D. $n(n+1)(n+2) = 120$.

Lời giải.

Chọn 3 học sinh từ nhóm n học sinh có $C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$ cách chọn.

Do đó $\frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = 120 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 720$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 943. Một hộp đựng 18 viên bi gồm 5 bi xanh, 3 bi vàng và 10 bi đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 9 viên bi có đủ cả 3 màu?

- A. 42890. B. 42910. C. 42892. D. 42912.

Lời giải.

$n(\Omega) = C_{18}^9 = 48620$ cách.

Gọi biến cố A : “9 viên bi có đủ cả 3 màu”.

Suy ra biến cố $\bar{A}$: “9 viên bi không có đủ cả 3 màu”.

Trường hợp 1: chọn 9 viên bi màu xanh hoặc màu đỏ có $C_{15}^9 = 5005$ cách.

Trường hợp 2: chọn 9 viên bi màu vàng hoặc màu đỏ có $C_{13}^9 = 715$ cách.

Trong trường hợp 1 và 2 thì 9 viên bi màu đỏ chọn lặp lại hai lần nên

$$n(A) = 48620 - 5005 - 715 + C_{10}^9 = 42910.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 944. Cho tập X có 9 phần tử. Tìm số tập con có 5 phần tử của tập X .

A. 120.

B. 126.

C. 15120.

D. 216.

Lời giải.

Chọn 5 phần tử trong 9 phần tử của tập X có $C_9^5 = 126$ cách. Vậy có 126 tập con cần tìm.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 945. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân?

A. 81.

B. 165.

C. 216.

D. 45.

Lời giải.

Nếu a, b, c là ba cạnh của một tam giác, thì tất cả phải khác 0 và $a, b, c \in \{1; 2; \dots; 9\}$.

— Nếu tam giác tạo thành là tam giác đều, có 9 số có tính chất như vậy.

— Nếu tam giác tạo thành là cân nhưng không đều. Trong số đó có đúng 2 chữ số khác nhau trong 3 chữ số. Gọi chúng là a và b . Số các cặp (a, b) là $2 \cdot C_9^2$. Nhưng nếu số lớn hơn (chẳng hạn là a) là độ dài cạnh đáy thì a phải thỏa mãn điều kiện $b < a < 2b$ để đảm bảo bất đẳng thức tam giác. Tất cả các cặp không thỏa mãn điều kiện được liệt kê dưới bảng sau (có 20 cặp).

a	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	4, 3, 2, 1	4, 3, 2, 1	3, 2, 1	3, 2, 1	2, 1	2, 1	1	1	

Mặt khác, có C_3^2 số được lập từ một cặp (a, b) cho trước. Suy ra có $C_3^2 (2 \cdot C_9^2 - 20) = 156$ số.

Vậy số các số thỏa mãn là $9 + 156 = 165$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 946. Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt và chia hết cho 3?

A. 480.

B. 720.

C. 2520.

D. 360.

Lời giải.

Tổng các chữ số trên bằng 34. Để 5 chữ số có tổng chia hết cho 3 ta bỏ đi hai chữ số mà có tổng chia 3 dư 1.

Có 6 bộ như vậy: (1; 3), (2; 5), (1; 6), (2; 8), (1; 9), (5; 8). Vậy có tất cả $6 \cdot 5! = 720$ số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 947. Cho đa giác đều có 10 đỉnh. Số véc-tơ khác véc-tơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác là

A. A_{10}^8 .

B. A_{10}^2 .

C. C_{10}^2 .

D. 10^2 .

Lời giải.

Số véc-tơ khác véc-tơ-không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác có 10 đỉnh là A_{10}^2 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 948. Cho tập hợp A có 100 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của A là

A. A_{100}^2 .

B. A_{100}^{98} .

C. C_{100}^2 .

D. 100^2 .

Lời giải.Số tập con gồm 2 phần tử của A là C_{100}^2 .Chọn đáp án **C** □**Câu 949.** Một nhóm có 7 học sinh trong đó có 3 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các học sinh trên thành một hàng ngang sao cho các học sinh nữ đứng cạnh nhau?

A. 144.

B. 5040.

C. 576.

D. 1200.

Lời giải.

- Số cách xếp 3 học sinh nam thành một hàng là $3!$ cách.
- Ứng với mỗi cách xếp 3 học sinh nam thành một hàng, tạo ra 4 vị trí trống mà tại mỗi vị trí trống đó nếu xếp các học sinh nữ vào. Khi đó các học sinh nữ đứng cạnh nhau trong hàng.
- Ứng với mỗi cách xếp trên có $4!$ cách xếp các học sinh nữ

Vậy có $3! \cdot 4! \cdot 4 = 576$ cách xếp.Chọn đáp án **C** □**Câu 950.** Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

A. 170.

B. 160.

C. 190.

D. 360.

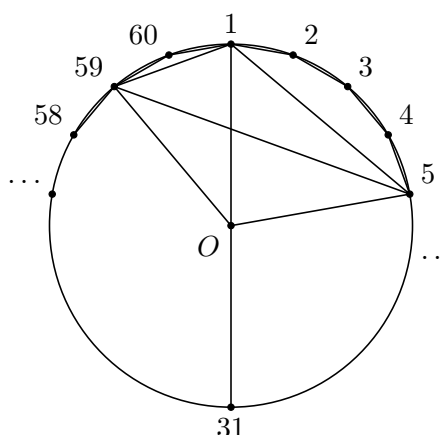
Lời giải.Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là $C_{20}^2 = 190$.Chọn đáp án **C** □**Câu 951.** Cho đa giác đều 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 60 đỉnh của đa giác là

A. 34220.

B. 24360.

C. 16420.

D. 48720.

Lời giải.

Ta đánh số các đỉnh của đa giác là $1, 2, 3, \dots, 60$ theo chiều kim đồng hồ như hình vẽ. Ta sẽ đếm số tam giác tù đỉnh 1. Gọi a, b ($2 \leq a < b \leq 60$) là hai đỉnh còn lại. Tam giác gồm ba đỉnh $1, a, b$ tù tại đỉnh 1 khi và chỉ khi góc này chắn cung có số đo lớn hơn 180° . Điều này tương đương $\frac{360}{6}(b-a) > 180^\circ$ hay $b - 30 > a$. Ta sẽ đếm số bộ số gồm hai số a và $b - 30$ thỏa mãn $2 \leq a < b - 30 \leq 30$. Có tất cả C_{29}^2 bộ số như vậy, từ đó có C_{29}^2 cách chọn ra hai đỉnh a, b .

Hoàn toàn tương tự, số các tam giác tù tại các đỉnh $2, 3, \dots, 60$ cũng là C_{29}^2 . Vậy có tất cả $60 \cdot C_{29}^2 = 24306$ tam giác tù.

Chọn đáp án **B** □

Câu 952. Nếu $A_x^2 = 132$ thì x bằng

A. 11.

B. 0.

C. 12.

D. 11 hoặc 10.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x \in \mathbb{R}$. Ta có

$$A_x^2 = 132 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} = 132 \Leftrightarrow x(x-1) = 132 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -11 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 953. Cho các số nguyên dương k, n sao cho $k < n$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

B. $A_n^k = k!C_n^k$.

C. $C_n^{n-k} = C_n^k$.

D. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải.

Ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 954. Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n \geq 3, n \in \mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng, ngoài ra không có bộ bốn điểm nào khác n điểm ấy đồng phẳng. Biết rằng có đúng 733 mặt phẳng phân biệt được tạo thành từ $2n$ điểm đã cho. Tìm n .

A. $n = 8$.

B. $n = 10$.

C. $n = 9$.

D. Không có n thỏa mãn.

Lời giải.

Ta có $C_{2n}^3 - C_n^3 + 1 = 733 \Leftrightarrow n = 9$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 955. Trong một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh để bầu vào hai chức danh gồm một tổ trưởng và một tổ phó?

A. 90.

B. 45.

C. 20.

D. 100.

Lời giải.

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong tổ 10 học sinh bầu làm tổ trưởng và tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Số cách chọn là $A_{10}^2 = 90$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 956. Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là

A. 35.

B. 240.

C. 720.

D. 120.

Lời giải.

Đa giác đều 10 cạnh thì có 10 đỉnh.

Số tam giác tạo bởi 10 đỉnh của đa giác đều là $C_{10}^3 = 120$ (tam giác).

Chọn đáp án **D** □

Câu 957. Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ?

A. 16.

B. 6.

C. 20.

D. 32.

Lời giải.

Số cách chọn ra 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_6^3 - C_4^3 = 16$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 958. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 8 chữ số sao cho trong mỗi số đó có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau?

A. 2530.

B. 1376.

C. 2612.

D. 2400.

Lời giải.

Số hoán vị 5 chữ số lẻ 1; 1; 1; 3; 5 là $\frac{5!}{3!}$.

Ứng với mỗi hoán vị có 6 vị trí đầu, cuối và xen kẽ giữa hai chữ số lẻ. Do đó có A_6^3 cách sắp xếp ba chữ số chẵn 2; 4; 6 vào trong 6 vị trí đó để được số thỏa mãn đề bài. Vậy số các số thỏa mãn đề bài là $\frac{5!}{3!} \cdot A_6^3 = 2400$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 959. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất một đồ vật?

A. 72.

B. 18.

C. 12.

D. 36.

Lời giải.

Cách 1. Một cách chia thỏa mãn là một cách chia sao cho có một người nhận được 2 đồ vật, hai người còn lại, mỗi người nhận được 1 đồ vật.

Nếu chia người thứ nhất 2 đồ vật, hai người còn lại, mỗi người nhận 1 đồ vật, thì số cách chia bằng $C_4^2 \cdot 2$ (cách). Tương tự, nếu chia người thứ hai (thứ ba) 2 đồ vật, hai người còn lại, mỗi người nhận 1 đồ vật thì số cách chia cũng bằng $C_4^2 \cdot 2$ (cách).

Vậy số cách chia thỏa mãn bài toán bằng $3 \cdot C_4^2 \cdot 2 = 36$ (cách).

Cách 2. Để có một cách chia thỏa mãn, đầu tiên ta xếp 4 vật thành hàng ngang, sau đó sử dụng 2 thanh que đặt vào giữa các vật đó, chẳng hạn

* | * | * *

là cách chia cho người thứ nhất và người thứ hai 1 đồ vật, người thứ ba 2 đồ vật; còn

* | * * | *

là cách chia cho người thứ nhất và người thứ ba 1 đồ vật, người thứ hai 2 đồ vật.

Vì có 4! cách xếp các đồ vật khác nhau thành hàng ngang. Ứng với mỗi cách xếp đó, có C_3^2 cách đặt 2 thanh que vào 3 vị trí và, hoán vị hai đồ vật khi chia cho một người không sinh ra cách chia mới, nên số cách chia bằng

$$\frac{1}{2!} \cdot 4! \times C_3^2 = 36.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 960. Số các số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt lấy từ tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ là

A. 4!.

B. A_9^4 .

C. 4^9 .

D. C_9^4 .

Lời giải.

Mỗi cách sắp thứ tự 4 phần tử của M cho ta một số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Do đó số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 961. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

- A. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.
 B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.
 C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.
 D. $1 + 4C_{2017}^1 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2016}^2 + C_{2016}^2) + C_{2017}^4$.

Lời giải.

Vì $5 = 4 + 1 = 3 + 2 = 2 + 2 + 1 = 3 + 1 + 1 = 2 + 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Số tự nhiên có một chữ số 5 đứng đầu và 2017 số 0 đứng sau: Có 1 số.

Trường hợp 2: Số tự nhiên có một chữ số 4, một chữ số 1 và 2016 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 4 đứng đầu thì số 1 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì số 4 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

Trường hợp 3: Số tự nhiên có một chữ số 3, một chữ số 2 và 2016 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 3 đứng đầu thì số 2 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

- Khả năng 2: Nếu số 2 đứng đầu thì số 3 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

Trường hợp 4: Số tự nhiên có hai chữ số 2, một chữ số 1 và 2015 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì số 1 và số 2 còn lại đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có A_{2017}^2 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì hai chữ số 2 đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^2 số.

Trường hợp 5: Số tự nhiên có 2 chữ số 1, một chữ số 3 thì tương tự như trường hợp 4 ta có $A_{2017}^2 + C_{2017}^2$ số.

Trường hợp 6: Số tự nhiên có một chữ số 2, ba chữ số 1 và 2014 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì ba chữ số 1 đứng ở ba trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^3 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà không có số 1 nào khác đứng trước nó thì hai số 1 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có C_{2016}^2 số.

- Khả năng 3: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà đứng trước nó có hai số 1 thì hai số 1 và 2 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có A_{2016}^2 số.

Trường hợp 7: Số tự nhiên có năm chữ số 1 và 2013 số 0, vì chữ số 1 đứng đầu nên bốn chữ số 1 còn lại đứng ở bốn trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^4 số.

Áp dụng quy tắc cộng ta có $1 + 4C_{2017}^1 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2016}^2 + C_{2016}^2) + C_{2017}^4$ số cần tìm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 962. Một lớp có 40 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra ba học sinh để một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó và một bạn làm bí thư?

- A. $3!$. B. C_{40}^3 . C. A_{40}^3 . D. C_{37}^3 .

Lời giải.

Mỗi cách chọn ra ba học sinh để một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó và một bạn làm bí

thư tương ứng với một chỉnh hợp chập 3 của 40 phần tử.

Vậy có A_{40}^3 cách chọn ra ba bạn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 963. Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

- A. C_5^3 . B. A_5^3 . C. $3!$. D. 15.

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là C_5^3 .

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 964. Từ các chữ số 1,2,3 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

- A. 6. B. 8. C. 3. D. 9.

Lời giải.

Số các chữ số có thể lập được là $3! = 6$.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 965. Số tập con có 3 phần tử khác nhau của một tập hợp có 7 phần tử khác nhau là

- A. C_7^3 . B. A_7^3 . C. 7. D. $\frac{7!}{3!}$.

Lời giải.

Số tập con có 3 phần tử khác nhau của một tập hợp có 7 phần tử khác nhau là C_7^3 .

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 966. Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 30. B. 60. C. 120. D. 24.

Lời giải.

Mỗi cách lập một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau mà các chữ số lấy từ tập $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử. Vậy, số các số tự nhiên cần tìm là $A_6^3 = 120$.

Chọn đáp án **C** ☐

Câu 967. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

- A. 3^{30} . B. 10. C. A_{30}^3 . D. C_{30}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn 3 người trong 30 đi công tác là C_{30}^3 .

Chọn đáp án **D** ☐

Câu 968. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập hợp con gồm 5 phần tử của M là

- A. C_{30}^5 . B. A_{30}^5 . C. 30^5 . D. A_{30}^4 .

Lời giải.

Số tập hợp con gồm 5 phần tử của M chính là số tổ hợp chập 5 của 30 phần tử.

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 969. Tính giá trị $M = A_{n-15}^2 + 3A_{n-14}^3$, biết rằng $C_n^4 = 20C_n^2$ (với n là số nguyên dương, A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử và C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

- A. $M = 78$. B. $M = 18$. C. $M = 96$. D. $M = 84$.

Lời giải.

Điều kiện: $n \in \mathbb{Z}$ và $n \geq 4$.

Ta có:

$$\begin{aligned} C_n^4 &= 20C_n^2 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} &= 20 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} &= 20 \cdot \frac{n!}{2!(n-4)!(n-3)(n-2)} \\ \Leftrightarrow (n-3)(n-2) &= 20 \cdot 3 \cdot 4 \\ \Leftrightarrow n^2 - 5n - 234 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 18 \\ n = -13 \end{cases} &\Rightarrow n = 18. \end{aligned}$$

Do đó: $M = A_3^2 + 3A_4^3 = 78$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 970. Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là

A. 6^{10} .

B. $6!$.

C. A_{10}^6 .

D. C_{10}^6 .

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử. Do đó có A_{10}^6 cách sắp xếp.

Chọn đáp án **C** □

Câu 971. Đa giác lồi 10 cạnh có bao nhiêu đường chéo?

A. 35.

B. 45.

C. 10.

D. 20.

Lời giải.

Số đường chéo là

$$C_{10}^2 - 10 = 35.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 972. Trong các số nguyên từ 100 đến 999, số các số mà chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần (kể từ trái qua phải) bằng

A. 204.

B. 120.

C. 168.

D. 240.

Lời giải.

Chọn 3 chữ số khác nhau trong 10 chữ số. Tồn tại 2 cách sắp xếp sao cho chữ số tăng dần hoặc giảm dần từ trái qua phải, có $2 \cdot C_{10}^3$ cách.

Xét trường hợp tăng dần mà chữ số 0 đứng đầu, có C_9^2 cách chọn hai chữ số còn lại.

Vậy số các số thỏa mãn là $2 \cdot C_{10}^3 - C_9^2 = 204$ số.

Chọn đáp án **A** □

Câu 973. Từ 2 chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có 2 chữ số 1 nào đứng cạnh nhau?

A. 110.

B. 54.

C. 55.

D. 108.

Lời giải.

TH 1: có 8 chữ số 8. Có 1 số.

TH 2: có 7 chữ số 8 và 1 chữ số 1. Có $C_8^7 = 8$ số.

TH 3: có 6 chữ số 8 và 2 chữ số 1.

Ta chọn 2 trong 7 vị trí giữa các chữ số 8 để đặt chữ số 1. Có $C_7^2 = 21$ số.

TH 4: có 5 chữ số 8 và 3 chữ số 1. Tương tự ta có C_6^3 số.

TH 5: có 4 chữ số 8 và 4 chữ số 1. Có C_4^4 số.

Tóm lại có tất cả 55 số.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 974. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm trên hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. 220.

B. 175.

C. 1320.

D. 7350.

Lời giải.

Để lấy được 3 điểm tạo thành một tam giác từ 12 điểm bài cho thì xảy ra 2 trường hợp sau.

— Trường hợp 1: Lấy 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc $d_2 \Rightarrow$ có $C_5^1 \cdot C_7^2 = 105$.

— Trường hợp 2: Lấy 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc $d_2 \Rightarrow$ có $C_5^2 \cdot C_7^1 = 70$.

Vậy có $105 + 70 = 175$ tam giác thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 975. Có bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

A. A_5^1 .

B. A_5^4 .

C. P_4 .

D. C_5^4 .

Lời giải.

Mỗi số có 4 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử.

Vậy có A_5^4 số thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 976. Từ một hộp chứa 18 thẻ được đánh số từ 1 đến 18, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn.

A. $\frac{7}{170}$.

B. $\frac{7}{306}$.

C. $\frac{1}{26}$.

D. $\frac{7}{102}$.

Lời giải.

Số cách chọn 4 tấm thẻ đều được đánh số chẵn là $C_9^4 = 126$ cách.

Số cách chọn 4 tấm thẻ bất kì từ hộp là $C_{14}^4 = 3060$ cách.

Do đó, xác suất để chọn được 4 tấm thẻ đều được đánh số chẵn là $P = \frac{7}{170}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 977. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa khác nhau vào 5 lọ khác nhau sao cho mỗi lọ cắm không quá một bông?

A. A_5^3 .

B. $3!$.

C. C_5^3 .

D. A_5^2 .

Lời giải.

Ta đánh số thứ tự cho 3 bông hoa. Mỗi cách chọn 3 lọ hoa để cắm 3 bông hoa theo thứ tự của chúng là một chỉnh hợp chập 3 của 5 cái lọ. Do đó, số cách cắm hoa là A_5^3 cách.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 978. Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là

A. 35.

B. 120.

C. 240.

D. 720.

Lời giải.

Số đỉnh của đa giác đó là 10. Số tam giác xác định bởi các đỉnh của đa giác đó là $C_{10}^3 = 120$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 979. Lớp 12A1 có 44 học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh bất kì để vào đội hoạt náo viên trong buổi tổ chức cổ vũ đội bóng đá U23 VIỆT NAM đá trận chung kết với U23 UZBEKISTAN vào 15 giờ ngày 27/1/2018?

A. A_{44}^{39} .

B. C_{44}^{30} .

C. C_{44}^5 .

D. A_{44}^5 .

Lời giải.

Có C_{44}^5 cách chọn 5 học sinh.

Chọn đáp án (C) □

Câu 980. Tìm $n \in \mathbb{N}$, biết $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$.

A. $n = 18$.

B. $n = 15$.

C. $n = 16$.

D. $n = 12$.

Lời giải.

Điều kiện $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n &= 7(n+3) \\ \Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)(n+2)}{3!} - \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3!} &= 7(n+3) \\ \Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+2)}{6} - \frac{(n+2)(n+1)}{6} &= 7 \\ \Leftrightarrow 3n &= 36 \\ \Leftrightarrow n &= 12. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 981. Cho tập hợp M có 12 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. 144.

B. 24.

C. 66.

D. 132.

Lời giải.

Số tập con gồm 2 phần tử của tập M là $C_{12}^2 = 66$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 982. Có 2 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 5 vị trí. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

A. 12.

B. 24.

C. 48.

D. 36.

Lời giải.

Đầu tiên xếp hai bạn nam thành một hàng có 2 cách xếp, khi đó có đúng 3 khoảng trống để xếp 3 bạn nữ, nên có $3! = 6$ cách xếp 3 bạn nữ vào đó. Vậy có tất cả $2 \cdot 6 = 12$ cách.

Chọn đáp án (A) □

Câu 983. Cho các số nguyên dương x, y, z . Phương trình ba ẩn $x + y + z = 2019$ có số nghiệm là

A. 4070306.

B. 2033136.

C. 4066272.

D. 2035153.

Lời giải.

Bài toán tương đương với số cách chia 2019 viên bi giống nhau vào 3 chiếc hộp khác nhau sao cho mỗi hộp chứa ít nhất một bi. Ta đặt 2 vách ngăn vào 2018 khoảng trống giữa 2019 viên bi, nên có $C_{2018}^2 = 2035153$ cách.

Chọn đáp án (D) □

Câu 984. Có bao nhiêu số tự nhiên có 10 chữ số khác nhau sao cho các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 xuất hiện theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải và chữ số 6 luôn đứng trước chữ số 5?

- A. 544320. B. 3888. C. 22680. D. 25200.

Lời giải.

Gọi S_1 là tập các số thỏa mãn yêu cầu đề bài tính cả số 0 đứng đầu.

- Chọn 4 vị trí trong 10 vị trí để xếp 4 chữ số 7, 8, 9, 0 có: A_{10}^4 (cách)
- Chọn 1 vị trí trong 5 vị trí (bỏ 1 vị trí trống ở cuối) để xếp chữ số 6 có: C_5^1 (cách)
- Xếp 1, 2, 3, 4, 5 vào năm vị trí còn lại theo thứ tự có: 1 cách

Suy ra có: $S_1 = A_{10}^4 \cdot C_5^1$ (số)

Gọi S_2 là tập số thỏa mãn yêu cầu đề bài mà số 0 luôn đứng ở đầu.

Tương tự như trên ta có $S_2 = A_9^3 \cdot C_5^1$ (số).

Vậy có $S_1 - S_2 = 22680$ số thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 985. Cho đa giác lồi có 12 đỉnh. Số tam giác có các đỉnh là đỉnh của đa giác là

- A. 1320. B. 202. C. 220. D. 1230.

Lời giải.

Số tam giác được tạo thành từ các đỉnh của đa giác là $C_{12}^3 = 220$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 986. Có bao nhiêu cách sắp xếp bảy bạn A, B, C, D, E, F, G ngồi vào bảy cái ghế xếp thành hàng ngang sao cho không có hai bạn nào trong ba bạn A, B, C ngồi cạnh nhau.

- A. 1440. B. 5040. C. 144. D. 2880.

Lời giải.

Giả sử các vị trí ghế ngồi được đánh thứ tự từ 1 đến 7.

- Các trường hợp xếp A, B, C ngồi không cạnh nhau gồm
 $(1 - 3 - 5), (1 - 3 - 6), (1 - 3 - 7), (1 - 4 - 6), (1 - 4 - 7), (1 - 5 - 7), (2 - 4 - 6), (2 - 4 - 7),$
 $(2 - 5 - 7), (3 - 5 - 7)$
 $\Rightarrow$ có tất cả 10 trường hợp.
- Số cách sắp xếp A, B, C vào 3 vị trí được chọn là $3! = 6$ cách.
- Số cách sắp xếp 4 bạn còn lại vào 4 vị trí còn lại là $4! = 24$ cách.

Tổng số cách sắp xếp 7 người vào 7 ghế xếp theo hàng ngang sao cho không có hai trong ba bạn A, B, C ngồi cạnh là $10 \cdot 6 \cdot 24 = 1440$ cách.

Chọn đáp án **A** □

Câu 987. Cho 8 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

- A. 336. B. 56. C. 168. D. 84.

Lời giải.

Vì không có 3 điểm nào thẳng hàng nên 3 điểm bất kì trong 8 điểm đều lập thành 1 tam giác.

Vậy số tam giác được tạo thành từ 8 điểm đó là $C_8^3 = 56$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 988. Cho tập A có n phần tử. Biết rằng số tập con có 7 phần tử của A bằng hai lần số tập con có 3 phần tử của A . Giá trị n thuộc đoạn nào dưới đây?

- A. $[6; 8]$. B. $[8; 10]$. C. $[10; 12]$. D. $[12; 14]$.

Lời giải.

Điều kiện bài toán là $n \geq 7$.

Số tập con có 7 phần tử của A là C_n^7 , số tập con có 3 phần tử của A là C_n^3 .

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} C_n^7 &= 2C_n^3 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{7!(n-7)!} &= 2 \cdot \frac{n!}{3!(n-3)!} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} &= \frac{2}{(n-6) \cdot (n-5) \cdot (n-4) \cdot (n-3)} \\ \Leftrightarrow (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) &= 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \\ \Leftrightarrow (n-3) \cdot (n-4) \cdot (n-5) \cdot (n-6) &= 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \\ \Leftrightarrow n &= 11 \text{ (do } n \in \mathbb{N}, n \geq 7). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 989. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó?

A. A_{10}^2 .

B. C_{10}^2 .

C. A_{10}^8 .

D. 10^2 .

Lời giải.

Mỗi cách chọn 2 học sinh giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10. Vậy số cách chọn là A_{10}^2

Chọn đáp án **A** □

Câu 990. Tổng tất cả các số tự nhiên thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1}$ là

A. 13.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$\frac{1}{n} - \frac{2}{n(n+1)} = \frac{7}{6(n+4)} \Leftrightarrow n^2 - 11n + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 8. \end{cases}$$

Vậy tổng các số tự nhiên thỏa mãn là $3 + 8 = 11$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 991. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 5 chữ số phân biệt sao cho trong mỗi số đều có mặt cả hai chữ số 0 và 2?

A. 3360.

B. 3662.

C. 3868.

D. 3486.

Lời giải.

Giả sử số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$.

Trường hợp 1: $\overline{a_1a_2a_3a_40}$

Trường hợp này có $4 \cdot A_8^3 = 1344$ số.

Trường hợp 2: $\overline{a_1a_2a_3a_45}$

Trường hợp này có $3 \cdot A_8^3 = 1008$ số.

Trường hợp 3: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_5 \in \{4, 6, 8\}$

Trường hợp này có $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot A_7^2 = 1134$ số.

Vậy có $1344 + 1008 + 1134 = 3486$ số thỏa yêu cầu.

Chọn đáp án **(D)** ☐

Câu 992. Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập X là

- A. $10!$. B. 10^2 . C. 2^{10} . D. 10^{10} .

Lời giải.

Số các hoán vị của 10 phần tử của tập X là $10!$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 993. Cho tập hợp $M = \{a; b; c; d; e\}$. Số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử của tập hợp M là

- A. C_5^3 . B. abc . C. A_5^3 . D. P_3 .

Lời giải.

Số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử của tập hợp M là A_5^3 .

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 994. Một lớp có 41 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 bạn làm cán bộ lớp, biết rằng khả năng các bạn được chọn là như nhau?

- A. 10660. B. 63960. C. 12110. D. 6.

Lời giải.

Số cách chọn chọn ra 3 bạn làm cán bộ lớp (chưa phân nhiệm vụ) là số tổ hợp chập 3 của 41 phần tử bằng $C_{41}^3 = 10660$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 995. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- A. 75. B. 12. C. 60. D. 3.

Lời giải.

Số cách chọn thực đơn là $C_5^1 \times C_4^1 \times C_3^1 = 60$.

Chọn đáp án **(C)** ☐

Câu 996. Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S .

- A. A_{10}^3 . B. C_{10}^3 . C. 30. D. 10^3 .

Lời giải.

Số tập con gồm 3 phần tử của S là tổ hợp chập 3 của 10 phần tử C_{10}^3 .

Chọn đáp án **(B)** ☐

Câu 997. Cho tập hợp $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?

- A. 360. B. 120. C. 15. D. 20.

Lời giải.

Mỗi số có bốn chữ số khác nhau được lập từ tập S là một chỉnh hợp chập 4 của 6. Do đó số các số cần tìm là $A_6^4 = 360$.

Chọn đáp án **(A)** ☐

Câu 998. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

- A. 80. B. 60. C. 90. D. 70.

Lời giải.

Số cách chọn 1 quyển sách là C_8^1 . Tương tự số cách chọn 1 cái bút là C_{10}^1 suy ra số cách chọn thỏa mãn bài toán là $C_8^1 \cdot C_{10}^1 = 8 \cdot 10 = 80$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 999. Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = n!C_n^k$. C. $A_n^k = k!C_n^k$. D. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Lời giải.

Ta có $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n!}{(n-k)! [n - (n-k)]!}$ và $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Do đó, mệnh đề sai là $A_n^k = n!C_n^k$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1000. Từ một nhóm học sinh có 5 nam và 4 nữ cần chọn ra một đội văn nghệ có 4 người trong đó có cả nam và nữ. Số cách chọn là

A. 120. B. 126. C. 3024. D. 30.

Lời giải.

Số cách chọn 4 người toàn nam hoặc toàn nữ có $C_5^4 + C_4^4 = 6$ cách.

Số cách chọn 4 người tùy ý có $C_9^4 = 126$.

Số cách chọn 4 người trong đó có cả nam và nữ là $126 - 6 = 120$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1001. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + A_n^2 = 9n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. n chia hết cho 7. B. n chia hết cho 5. C. n chia hết cho 2. D. n chia hết cho 3.

Lời giải.

Ta có $C_n^2 + A_n^2 = 9n \Leftrightarrow n = 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1002. Trận chung kết bóng đá phải phân định bằng loạt đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách được sắp xếp thứ tự 5 cầu thủ trong cầu thủ 11 để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội có bao nhiêu cách chọn.

A. 39916800. B. 462. C. 554400. D. 120.

Lời giải.

Số cách chọn của huấn luyện viên mỗi đội là $A_{11}^5 = 554400$ cách.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1003. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng số ghế. Có bao nhiêu cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ?

A. $4!4!2^4$. B. $4!4!$. C. $4!2$. D. $4!4!2$.

Lời giải.

Số cách xếp 4 bạn nam vào 4 ghế có số khác nhau là $4!2^4$ (vì ứng với mỗi số có 2 cách chọn ghế).

Số cách xếp 4 bạn nữ vào 4 ghế trống còn lại là $4!$.

Vậy có tất cả $4!4!2^4$ cách xếp.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1004. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 50.

B. 100.

C. 120.

D. 45.

Lời giải.

Giả sử hai đường thẳng phân biệt nào cũng cắt nhau. Khi đó số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^2 = 45$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1005. Một tổ có 20 học sinh. Số cách chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi lao động là

A. C_{20}^4 .

B. A_{20}^4 .

C. 4^{20} .

D. 20^4 .

Lời giải.

Chọn 4 học sinh trong số 20 học sinh có C_{20}^4 cách chọn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1006. Số chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử bằng

A. 120.

B. 10.

C. 20.

D. 7.

Lời giải.

$$A_5^2 = \frac{5!}{3!} = 4 \cdot 5 = 20.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1007. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

A. C_{1009}^3 .

B. $2018 \cdot C_{896}^2$.

C. $2018 \cdot C_{897}^3$.

D. $2018 \cdot C_{895}^3$.

Lời giải.

Xét đa giác đều $A_1A_2 \dots A_{2018}$ nội tiếp đường tròn (O) . Khi đó, các đỉnh của đa giác chia đường tròn (O) thành 2018 cung nhỏ bằng nhau, mỗi cung có số đo bằng $\left(\frac{180}{1009}\right)^\circ$.

Xét tam giác $A_iA_1A_j$ với $2 \leq i < j \leq 2018$. Khi đó

$$\widehat{A_iA_1A_j} = \frac{1}{2}(j-i) \cdot \left(\frac{180}{1009}\right)^\circ.$$

Do đó

$$\begin{aligned} \widehat{A_iA_1A_j} > 100^\circ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}(j-i) \cdot \left(\frac{180}{1009}\right)^\circ > 100^\circ \Leftrightarrow j-i > \frac{10 \cdot 1009}{9} \\ &\Leftrightarrow j-i > 1121 \Leftrightarrow 2 \leq i < j-1121 \leq 897. \quad (1) \end{aligned}$$

Số tam giác $A_iA_1A_j$ thỏa mãn $\widehat{A_iA_1A_j} > 100^\circ$ chính bằng số cách chọn cặp $(i; j)$ thỏa (1) và có C_{896}^2 cách chọn cặp $(i; j)$. Do đó có tất cả $2018 \cdot C_{896}^2$ số tam giác thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1008. Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. A_{30}^3 .

B. 3^{30} .

C. 10.

D. C_{30}^3 .

Lời giải.

Số cách chọn 3 người bất kì trong 30 là: C_{30}^3 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1009. Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số, sao cho trong mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó luôn là một số lẻ?

A. 2^{27} .

B. 2^{29} .

C. 2^{28} .

D. $3 \cdot 2^{27}$.

Lời giải.

Giả sử số cần lập có dạng $\overline{a_1 a_2 \dots a_{30}}$, với $a_i \in \{0; 1\}$, $i = 2, 3, \dots, 30$ và $a_1 = 1$.

Do $a_1 = 1$ nên số chữ số 1 trong 29 số còn lại phải là một số chẵn.

Gọi k là số chữ số 1 trong 29 số còn lại thì bài toán trở thành đếm số cách sắp xếp k chữ số 1 này vào 29 vị trí nên có C_{29}^k cách.

Vậy có $S = C_{29}^0 + C_{29}^2 + \dots + C_{29}^{28}$ số thỏa mãn.

$$\text{Đặt } T = C_{29}^1 + C_{29}^3 + \dots + C_{29}^{29} \text{ thì } \begin{cases} S + T = C_{29}^0 + C_{29}^1 + \dots + C_{29}^{29} = 2^{29} \\ S - T = C_{29}^0 - C_{29}^1 + \dots - C_{29}^{29} = (1 - 1)^{29} = 0 \end{cases}$$

nên $S = T = 2^{28}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1010. Số các số nguyên dương n thỏa mãn $6n - 6 + C_n^3 = C_{n+1}^3$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Ta có $6n - 6 + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{(n+1)n(n-1)}{6}$ và $n \geq 3$, do đó phương trình tương đương với $(n-1)(n-12) = 0 \Leftrightarrow n = 12$. Do đó có một số n thỏa bài toán.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1011. Cho đa giác lồi n đỉnh ($n > 3$). Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

A. A_n^3 .

B. C_n^3 .

C. $\frac{C_n^3}{3!}$.

D. $n!$.

Lời giải.

Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là số tổ hợp chập 3 của n phần tử.

Vậy số tam giác lập được là C_n^3 .

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1012. Tính số hoán vị của n phần tử.

A. $n!$.

B. $2n$.

C. n^2 .

D. n^n .

Lời giải.

Số hoán vị của n phần tử là $n!$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1013. Cho các điểm A, B, C, D, E không có ba điểm nào thẳng hàng. Ta có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của tam giác được lấy từ 5 điểm A, B, C, D, E ?

A. $C_5^3 = 10$.

B. $A_5^3 = 60$.

C. $P_5 = 120$.

D. $P_3 = 6$.

Lời giải.

Vì không có ba điểm nào thẳng hàng nên mỗi tam giác được tạo thành bằng cách lấy 3 điểm bất kì từ 5 điểm. Do đó số tam giác chính là số tổ hợp chập 3 của 5 phần tử.

Vậy số tam giác là: $C_5^3 = 10$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1014. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$.

B. $C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$.

C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải.

Quy ước $0! = 1$.

Số tổ hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n; k, n \in \mathbb{N}$) là $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n; k, n \in \mathbb{N}$) là $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1015. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. A_7^3 .

B. C_7^3 .

C. 7.

D. $\frac{7!}{3!}$.

Lời giải.

Mỗi tập hợp con chứa 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 7 phần tử. Do đó số tập con chứa 3 phần tử của tập hợp chứa 7 phần tử là C_7^3 .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1016. Cho tập hợp M có 20 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của M là

A. 20^4 .

B. A_{20}^4 .

C. A_{20}^2 .

D. C_{20}^{16} .

Lời giải.

Số cách chọn ra 4 phần tử từ tập 20 phần tử là $C_{20}^4 = C_{20}^{16}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1017. Trong hộp đựng 9 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu xanh. Số cách lấy ra 2 viên bi gồm một bi đỏ và một bi xanh?

A. C_9^2 .

B. C_6^2 .

C. $C_9^1 C_6^1$.

D. $C_1 5^2$.

Lời giải.

– Lấy một bi đỏ trong 9 viên có C_9^1 cách.

– Lấy một bi xanh trong 6 viên có C_6^1 cách.

Theo quy tắc nhân thì số cách chọn thỏa yêu cầu là $C_9^1 C_6^1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1018. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó 2 học sinh nam?

A. $C_6^2 + C_9^4$.

B. $C_6^2 \cdot C_9^4$.

C. $A_6^2 \cdot A_9^4$.

D. $C_9^2 \cdot C_6^4$.

Lời giải.

Chọn 2 nam từ 6 nam: có C_6^2 cách.

Chọn 4 nữ từ 9 nữ: có C_9^4 cách.

Vậy có tất cả $C_6^2 \cdot C_9^4$ cách chọn 6 học sinh đi lao động thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1019. Cho đa giác đều $2n$ đỉnh ($n > 2, n \in \mathbb{N}$). Tìm n biết số hình chữ nhật tạo ra từ bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45.

A. $n = 12$.

B. $n = 10$.

C. $n = 9$.

D. $n = 45$.

Lời giải.

Số đường chéo đi qua tâm của đa giác đó là n . Do đó số hình chữ nhật là C_n^2 .

Theo giả thiết ta có $C_n^2 = 45 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 45 \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n = 10$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1020. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau?

A. 160.

B. 156.

C. 752.

D. 240.

Lời giải.Gọi $n = \overline{abcd}$ là số cần lập.**Cách 1:**Ta có: n chẵn nên $d \in \{0; 2; 4\}$.— TH1: $d = 0$ nên d có 1 cách chọn. $a \neq 0$ nên a có 5 cách chọn. $b \neq a, b \neq d$ nên b có 4 cách chọn. $c \neq a, c \neq b, c \neq d$ nên c có 3 cách chọn.Suy ra TH1 có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số.— TH2: $d \in \{2; 4\}$ nên d có 2 cách chọn. $a \neq 0, a \neq d$ nên a có 4 cách chọn. $b \neq a, b \neq d$ nên b có 4 cách chọn. $c \neq a, c \neq b, c \neq d$ nên c có 3 cách chọn.Do đó, TH2 có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số.Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.**Cách 2:**Nếu kể cả trường hợp $a = 0$ thì d có 3 cách chọn, còn các chữ số còn lại trong số có A_5^3 cách chọn.Do đó, trường hợp này có $3 \cdot A_5^3$ số.Riêng trường hợp số có dạng $\overline{0bcd}$ thì d có 2 cách chọn và các chữ số còn lại có A_4^2 cách chọn. Khi đó, số các số có dạng $\overline{0bcd}$ là $2 \cdot A_4^2$.Vậy có tất cả $3 \cdot A_5^3 - 2 \cdot A_4^2 = 156$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.Chọn đáp án **B** □**Câu 1021.** Gọi P là tích của tất cả các giá trị nguyên dương của n thỏa mãn: $A_n^2 - 3C_n^2 = 15 - 5n$.Tính P .A. $P = 5$.B. $P = 6$.C. $P = 30$.D. $P = 360$.**Lời giải.**- Điều kiện: $n \geq 2$.

- Phương trình tương đương với

$$\frac{n!}{(n-2)!} - 3 \frac{n!}{(n-2)!2!} = 15 - 10n$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 11n + 30 = 0.$$

Vậy $P = n_1 \cdot n_2 = 30$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1022.** Có bao nhiêu giao điểm tối đa của 10 đường tròn phân biệt?

A. 20.

B. 10.

C. 45.

D. 90.

Lời giải.Cứ 1 cặp đường tròn ta sẽ có tối đa 2 giao điểm. Mà từ 10 đường tròn phân biệt ta có $C_{10}^2 = 45$ cặp đường tròn khác nhau. Vậy số giao điểm tối đa là $45 \cdot 2 = 90$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1023.** Từ các số 1; 2; 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đôi một?

A. 8.

B. 6.

C. 9.

D. 3.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đòi một lập từ các số 1; 2; 3 là một hoán vị của các số này. Do đó, số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đòi một lập từ các số 1; 2; 3 là $P_3 = 3! = 6$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1024. Từ các số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số.

B. 108 số.

C. 228 số.

D. 144 số.

Lời giải.

Gọi $x = \overline{abcd}$ là số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau lập từ các số 0, 1, 2, 3, 5, 8 và phải có mặt chữ số 3. Có các trường hợp sau:

- Trường hợp $a = 3$, vì x lẻ nên $d \in \{1; 5\}$, d có 2 cách chọn, sau khi chọn a và d thì mỗi cách chọn $\overline{bc}$ là một chỉnh hợp chập 2 của tập $\{0, 1, 2, 3, 5, 8\} \setminus \{a; d\}$, hay $\overline{bc}$ có $A_4^2 = 12$ cách chọn. Trường hợp này có $2 \cdot 12 = 24$ số.
- Trường hợp $d = 3$, vì $a \neq 0$ và $a \neq d$ nên a có 4 cách chọn, sau khi chọn a và d thì mỗi cách chọn $\overline{bc}$ là một chỉnh hợp chập 2 của tập $\{0, 1, 2, 3, 5, 8\} \setminus \{a; d\}$, hay $\overline{bc}$ có $A_4^2 = 12$ cách chọn. Trường hợp này có $4 \cdot 12 = 48$ số.
- Trường hợp $b = 3$, vì x lẻ nên $d \in \{1; 5\}$, d có 2 cách chọn, sau khi chọn b và d , do $a \neq 0, a \neq b, a \neq d$ nên a có 3 cách chọn, sau khi chọn a, b, d thì c có 3 cách chọn. Trường hợp này có $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ số.
- Trường hợp $c = 3$ có 18 số.

Vậy có $24 + 48 + 18 + 18 = 108$ số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3 được lập từ các số 0, 1, 2, 3, 5, 8.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1025. Cho 6 chữ số 4, 5, 6, 7, 8, 9. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được lập thành từ 6 chữ số đó?

A. 120.

B. 216.

C. 180.

D. 256.

Lời giải.

Số có ba chữ số khác nhau được lập thành từ sáu chữ số đã cho là một chỉnh hợp chập 3 của 6.

Suy ra có $A_6^3 = 120$ số.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1026. Cho $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau.

A. 32.

B. 24.

C. 256.

D. 18.

Lời giải.

Mỗi số là một hoán vị của 4 chữ số 1; 2; 3; 4 nên số các số là $4! = 24$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1027. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Hỏi n gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau đây?

A. 11.

B. 12.

C. 10.

D. 9.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned}
 3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1) &\Leftrightarrow 3\frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - 3\frac{n!}{(n-2)!} = 52(n-1) \\
 &\Leftrightarrow \frac{(n+1)n(n-1)}{2} - 3n(n-1) = 52(n-1) \\
 &\Leftrightarrow (n+1)n - 6n = 104 \\
 &\Leftrightarrow n^2 - 5n - 104 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} n = 13 & (\text{thỏa mãn}) \\ n = -8 & (\text{loại}). \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $n = 13$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1028. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau?

- A. $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$. B. $C_{15}^{10} + C_8^4$. C. $A_{15}^{10} \cdot A_8^4$. D. $A_{15}^{10} + A_8^4$.

Lời giải.

Để lập được một đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau ta thực hiện qua 2 giai đoạn.

Giai đoạn 1: Chọn 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau từ 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau có C_{15}^{10} cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 4 câu hỏi tự luận khác nhau từ 8 câu hỏi tự luận khác nhau có C_8^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$ cách lập đề thi.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1029. Có tất cả bao nhiêu cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm có 6 người và một nhóm có 4 người?

- A. 210. B. 120. C. 100. D. 140.

Lời giải.

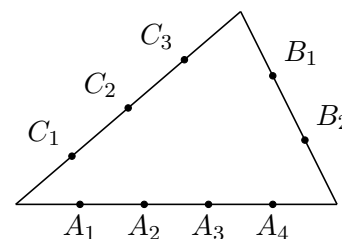
Ta đếm số cách chia thành một nhóm 4 người, khi đó nhóm 6 người tự hình thành. Vậy có tất cả $C_{10}^4 = 210$ cách chia nhóm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1030.

Cho một tam giác, trên ba cạnh của nó ta lấy 9 điểm như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho?

- A. 79. B. 48.
C. 55. D. 24.



Lời giải.

Số cách chọn bộ ba điểm từ các điểm đã cho là $C_9^3 = 84$. Số cách chọn bộ ba điểm thẳng hàng là $C_3^3 + C_4^3 = 5$. Vậy số tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho là $84 - 5 = 79$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1031. Tính số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con.

A. 26.

B. 2652.

C. 1326.

D. 104.

Lời giải.

Số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ là $C_{52}^2 = 1326$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1032. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

A. 12.

B. 4.

C. 10.

D. 8.

Lời giải.

Số vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử $\Rightarrow$ số vectơ là $A_4^2 = 12$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1033. Cho đa giác đều $A_1A_2A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp trong đường tròn (O) . Tính số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 30 đỉnh của đa giác đó.

A. 105.

B. 27405.

C. 27406.

D. 106.

Lời giải.

Cách 1: Chia đa giác đều đã cho làm hai nửa, mỗi nửa gồm 15 đỉnh, chọn 2 đỉnh bất kỳ trong 15 đỉnh đó, với mỗi cách chọn như vậy chỉ có tương ứng duy nhất một cặp đỉnh khác ở nửa còn lại sao cho 4 đỉnh đó tạo thành hình chữ nhật. Vậy có $C_{15}^2 = 105$ hình chữ nhật.

Cách 2: Số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ đỉnh của đa giác đều nội tiếp trong đường tròn được tính theo công thức $T = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) = \frac{n(n - 1)}{2}$. Với $n = 15$ thì $T = 105$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1034. Có bao nhiêu số có bốn chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5 được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

A. 360.

B. 220.

C. 240.

D. 180.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$.

Trường hợp 1: $a_4 = 0$ có A_6^3 số thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a_4 = 5$ có $5 \cdot A_5^2$ số thỏa mãn.

Vậy có tất cả $A_6^3 + 5 \cdot A_5^2 = 220$ số thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1035. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau và 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các viên bi trên thành một dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600.

B. 518400.

C. 725760.

D. 103680.

Lời giải.

Sắp xếp các viên bi thành một dãy mà các viên bi cùng màu cạnh nhau:

Ta xem 3 viên bi đen như là một bộ, 4 viên bi đỏ như một bộ, 5 viên bi xanh như một bộ.

$\Rightarrow$ Có $3!$ cách sắp xếp các bộ.

Mà các viên bi khác nhau cùng màu có thể đổi chỗ cho nhau nên có $3! \cdot 4! \cdot 5!$ cách sắp xếp.

Vậy số cách sắp xếp thỏa yêu cầu bài toán là: $3! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5! = 103680$ cách.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1036. Số đường chéo của một đa giác lồi 15 cạnh là

- A. 105. B. 210. C. 90. D. 195.

Lời giải.

Đa giác có 15 cạnh tương ứng có 15 đỉnh. Số đường chéo của đa giác đó bằng $C_{15}^2 - 15 = 90$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1037. Trong kì thi thử THPT Quốc gia 2018 trường THPT Lạng Giang số 2 đã thưởng cho một bạn có thành tích tốt nhất một quyển sách toán và một chiếc bút. Biết rằng nhà trường có 8 quyển sách toán khác nhau và 8 chiếc bút khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách thưởng?

- A. 20. B. 16. C. 32. D. 64.

Lời giải.

Số cách thưởng bằng $C_8^1 \cdot C_8^1 = 64$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1038. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5 viết được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 192. B. 312. C. 360. D. 450.

Lời giải.

Có $3A_5^4 - 2A_4^3 = 312$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1039. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số thuộc A ?

- A. 216. B. 180. C. 256. D. 120.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số của $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ bằng số chỉnh hợp chập ba của 6.

Vậy có $A_6^3 = 120$ (số).

Chọn đáp án **D** □

Câu 1040. Trong mặt phẳng cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, \dots, A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

- A. 116 tam giác. B. 80 tam giác. C. 96 tam giác. D. 60 tam giác.

Lời giải.

Số tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 đỉnh là $C_{10}^3 - C_4^3 = 116$ tam giác.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1041. Số cách xếp 3 người đàn ông, 2 người đàn bà và 1 đứa trẻ ngồi vào ghế xếp quanh một bàn tròn sao cho đứa trẻ ngồi giữa hai người đàn ông là

- A. 6. B. 72. C. 120. D. 36.

Lời giải.

Chọn 2 người đàn ông có $C_3^2 = 3$ cách.

Xếp 2 người đó ngồi cạnh nhau có 2 cách.

Xếp đứa trẻ vào giữa 2 người này có 1 cách.

Xếp 3 người còn lại vào 3 ghế còn lại có $3! = 6$ cách.

Áp dụng quy tắc nhân có tất cả $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 6 = 36$ cách thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1042. Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu?

A. 20.

B. 16.

C. 9.

D. 36.

Lời giải.

Số cách lấy 2 viên bi có đủ cả hai màu là $C_5^1 \cdot C_4^1 = 20$ cách.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1043. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh của tổ sao cho có cả nam và nữ?

A. 545.

B. 462.

C. 455.

D. 456.

Lời giải.

Số cách chọn 5 học sinh từ 11 học sinh của tổ là C_{11}^5 .

Số cách chọn 5 học sinh của tổ mà chỉ có nam hoặc chỉ có nữ là $C_6^5 + C_5^5$.

Số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán là $C_{11}^5 - (C_6^5 + C_5^5) = 455$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1044. Nhân dịp lễ sơ kết học kì 1, để thưởng cho 3 học sinh có thành tích tốt nhất lớp cô An đã mua 10 cuốn sách khác nhau và chọn ngẫu nhiên ra 3 cuốn để phát thưởng cho 3 học sinh đó mỗi học sinh nhận 1 cuốn. Hỏi cô An có bao nhiêu cách phát thưởng?

A. C_{10}^3 .

B. A_{10}^3 .

C. 10^3 .

D. $3C_{10}^3$.

Lời giải.

Chọn 3 cuốn trong 10 cuốn khác nhau và phát cho 3 học sinh mỗi học sinh một cuốn $\Rightarrow$ có A_{10}^3 cách phát thưởng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1045. Cho tập A có 20 phần tử. Có bao nhiêu tập con của A khác rỗng và số phần tử là số chẵn?

A. $2^{19} - 1$.

B. $2^{20} - 1$.

C. 2^{20} .

D. 2^{19} .

Lời giải.

Số tập con của tập A có 2 phần tử là C_{20}^2 .

Số tập con của tập A có 4 phần tử là C_{20}^4 .

Số tập con của tập A có 6 phần tử là C_{20}^6 .

Số tập con của tập A có 20 phần tử là C_{20}^{20} .

Tổng số tập con của tập A là $S = C_{20}^2 + C_{20}^4 + \dots + C_{20}^{20}$.

Xét các khai triển

$$(1 + 1)^{20} = C_{20}^0 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{19} + C_{20}^{20}.$$

$$(1 - 1)^{20} = C_{20}^0 - C_{20}^1 + C_{20}^2 - \dots - C_{20}^{19} + C_{20}^{20}.$$

Suy ra $2^{20} + 0 = 2 + 2S \Rightarrow S = 2^{19} - 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1046. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau từng đôi một?

A. 2500.

B. 3125.

C. 96.

D. 120.

Lời giải.

Gọi số có 5 chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\overline{abcde}$, a có 4 cách chọn, $\overline{bcde}$ có $4!$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân có $4 \cdot 4! = 96$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1047. Cho tập hợp $A = \{1; 2; \dots; 20\}$. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 5 số từ tập A sao cho không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp?

A. C_{17}^5 .

B. C_{15}^5 .

C. C_{18}^5 .

D. C_{16}^5 .

Lời giải.

Gọi x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 là 5 số lấy ra từ $A = \{1; 2; \dots; 20\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán, tức $x_5 > x_4 + 1 > x_3 + 2 > x_2 + 3 > x_1 + 4$. Đặt $y_1 = x_1, y_2 = x_2 - 1, y_3 = x_3 - 2, y_4 = x_4 - 3, y_5 = x_5 - 4$. Khi đó số cách lấy 5 số x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 thỏa mãn ycbt bằng số cách lấy 5 số y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 thỏa mãn $1 \leq y_1 < y_2 < y_3 < y_4 < y_5 \leq 16$, chính là số cách lấy 5 số đôi một khác nhau trong 16 số và bằng C_{16}^5 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 1048. Có bao nhiêu cách xếp 10 người ngồi vào 10 ghế hàng ngang.

A. 3.028.800.

B. 3.628.880.

C. 3.628.008.

D. 3.628.800.

Lời giải.

Số cách xếp 10 người vào 10 ghế hàng ngang là $10! = 3.628.800$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1049. Có bao nhiêu biển đăng ký xe gồm 6 ký tự trong đó có 3 ký tự đầu tiên là 3 chữ cái (sử dụng trong 26 chữ cái), ba ký tự tiếp theo là ba chữ số. Biết rằng mỗi chữ cái và mỗi chữ số đều xuất hiện không quá một lần?

A. 13.232.000.

B. 12.232.000.

C. 11.232.000.

D. 10.232.000.

Lời giải.

Số biển số xe là $A_{26}^3 \cdot A_{10}^3 = 11.232.000$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1050. Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự, mỗi ông bắt tay với mọi người trừ vợ mình. Các bà không ai bắt tay với nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay?

A. 78.

B. 312.

C. 185.

D. 234.

Lời giải.

Số cái bắt tay giữa các người đàn ông là $C_{13}^2 = 78$.

Số cái bắt tay giữa đàn ông và đàn bà là $13 \cdot 12 = 156$.

Vậy có tất cả $78 + 156 = 234$ cái bắt tay.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1051. Từ 6 điểm phân biệt thuộc đường thẳng Δ và một điểm không thuộc đường thẳng Δ ta có thể tạo được tất cả bao nhiêu tam giác?

A. 210.

B. 30.

C. 15.

D. 35.

Lời giải.

Lấy 2 điểm trong 6 điểm trên đường thẳng Δ có $C_6^2 = 15$ cách.

Vậy số tam giác được lập theo yêu cầu bài toán là 15 tam giác.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1052. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?

- A. 60. B. 30. C. 120. D. 40.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau tạo thành từ 1, 2, 3, 4, 5 là một hoán vị của 5 phần tử.

Suy ra có $P_5 = 5! = 120$ số tự nhiên thỏa mãn bài.

Chọn đáp án 

□

Câu 1053. Một lớp có 30 bạn học sinh trong đó có 3 cán sự lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh có ít nhất một cán sự lớp?

- A. 23345. B. 9585. C. 12455. D. 9855.

Lời giải.

Chọn tùy ý 4 học sinh trong 30 học sinh có số cách là C_{30}^4 .

Chọn tùy ý 4 học sinh trong 26 học sinh không trong ban cán sự lớp có số cách là C_{26}^4 .

Vậy số cách chọn 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh có ít nhất một cán sự lớp là $C_{30}^4 - C_{26}^4 = 12455$.

Chọn đáp án 

□

Câu 1054. Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có nhiều nhất 2 nữ là

- A. 1050. B. 1386. C. 1078. D. 1414.

Lời giải.

Trường hợp 1: Chọn được 2 nữ và 4 nam có $C_6^2 \cdot C_8^4 = 1050$ cách chọn.

Trường hợp 2: Chọn được 1 nữ và 5 nam có $C_6^1 \cdot C_8^5 = 336$ cách chọn.

Trường hợp 3: Chọn được 6 nam có $C_8^6 = 28$ cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $1050 + 336 + 28 = 1414$ cách chọn.

Chọn đáp án 

□

Câu 1055. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 15. B. 4096. C. 360. D. 720.

Lời giải.

Số số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau là $A_6^4 = 360$.

Chọn đáp án 

□

Câu 1056. Cho tập A gồm n điểm phân biệt trên mặt phẳng sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Tìm n sao cho số tam giác mà ba đỉnh thuộc A gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ hai điểm thuộc A .

- A. $n = 6$. B. $n = 12$. C. $n = 8$. D. $n = 15$.

Lời giải.

Số tam giác tạo thành từ n điểm là C_n^3 .

Số đoạn thẳng tạo thành từ n điểm là C_n^2 .

Do đó,

$$\begin{aligned} C_n^3 = 2C_n^2 &\Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{2n!}{2!(n-2)!} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{3!} = \frac{1}{n-2} \\ &\Leftrightarrow n-2 = 6 \\ &\Leftrightarrow n = 8. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1057. Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt?

- A. 45. B. 90. C. 35. D. 55.

Lời giải.

Có $C_{10}^2 = 45$ đoạn thẳng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1058. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. 90. B. 20. C. 720. D. 120.

Lời giải.

Mỗi số tự nhiên cần tìm là một chỉnh hợp chập 3 của tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ cho nên có $A_6^3 = 120$ số.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1059. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tích tất cả các phần tử của S .

- A. 16. B. 20. C. 32. D. 40.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 2C_{14}^{k+1} = C_{14}^k + C_{14}^{k+2} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 8. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1060. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

- A. 9333420. B. 46666200. C. 9333240. D. 46666240.

Lời giải.

Số phần tử của S là $5! = 120$ số. Trong các số thuộc S thì

- Số 5 xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần (số các số có dạng $\overline{abcd5}$).
- Tương tự các chữ số 5; 6; 7; 8; 9 đều xuất hiện 24 lần ở mỗi hàng.

Do đó, tổng các số thuộc tập S là $24 \cdot (5 + 6 + 7 + 8 + 9) \cdot (1 + 10 + 100 + 1000 + 10000) = 9333240$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1061. Có bao nhiêu số tự nhiên có 10 chữ số khác nhau, trong đó các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 được xếp theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải và chữ số 6 luôn đứng trước chữ số 5.

- A. 3888. B. 22680. C. 630. D. 544320.

Lời giải.

Giả sử số cần tìm có 10 chữ số khác nhau tương ứng với 10 vị trí.

Vì chữ số 0 không đứng vị trí đầu tiên nên có 9 cách xếp vị trí cho chữ số 0.

Có A_9^3 cách xếp các chữ số 7; 8; 9 vào 9 vị trí còn lại.

Vì chữ số 6 đứng trước chữ số 5 nên có 5 cách xếp cho chữ số 6 và một cách xếp cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5 theo thứ tự tăng dần.

Theo quy tắc nhân có $9 \times 5 \times A_9^3 = 22680$ số thỏa mãn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1062. Một bộ bài Tây có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên 4 quân bài, hỏi có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

A. 13.

B. A_{52}^4 .

C. 1.

D. C_{52}^4 .

Lời giải.

Số kết quả xảy ra là số tổ hợp chập 4 của 52 phần tử: C_{52}^4 .

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1063. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 25.

B. 75.

C. 100.

D. 15.

Lời giải.

Số cách chọn thực đơn là $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_3^1 = 75$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1064. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau mà số đó nhất thiết có mặt các chữ số 1, 2, 5?

A. 684.

B. 648.

C. 846.

D. 864.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$.

- Nếu $a = 1$ thì 2, 5 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.

- Nếu $a = 2$ thì 1, 5 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.

- Nếu $a = 5$ thì 2, 1 có C_4^2 cách chọn vị trí, khi đó số số tạo thành là $C_4^2 \cdot 4!$.

- Nếu $a \in \{3, 4, 6\}$ có 3 cách chọn a , 1, 2, 5 có 1 cách chọn, số còn lại C_3^1 cách. Vậy số số tạo thành là $3 \cdot C_3^1 \cdot 4!$.

Vậy số lượng số tạo thành là $3C_4^2 \cdot 4! + 3 \cdot C_3^1 \cdot 4! = 648$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1065. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3, 4, 5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

A. 1470.

B. 750.

C. 2940.

D. 1500.

Lời giải.

Xét số có 6 chữ số đôi một khác nhau có dạng $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Vì các chữ số 3, 4, 5 đứng cạnh nhau và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5 nên có hai khả năng 345 hoặc 543. Ta coi 345 và 543 là chữ số đặc biệt A (có 2 chữ số đặc biệt này). Để đếm số các số x thỏa mãn yêu cầu bài toán, ta xét hai trường hợp:

Trường hợp chấp nhận cả $a_1 = 0$:

— Chọn vị trí cho A , có 4 cách chọn.

- Chọn 3 chữ số còn trong tập $\{0; 1; 2; 6; 7; 8; 9\}$ và sắp xếp vào các vị trí còn lại, có A_7^3 cách.
 Trường hợp này có $2 \cdot 4 \cdot A_7^3$ số.

Trường hợp $a_1 = 0$:

- Chọn vị trí cho A , có 3 cách chọn.
 — Chọn 2 chữ số còn trong tập $\{1; 2; 6; 7; 8; 9\}$ và sắp xếp vào các vị trí còn lại, có A_6^2 cách. Trường hợp này có $2 \cdot 3 \cdot A_6^2$ số.

Vậy, số các số cần tìm là $2 \cdot 4 \cdot A_7^3 - 2 \cdot 3 \cdot A_6^2 = 1500$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1066. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = k!C_n^k$. C. $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$. D. $C_n^k = k!A_n^k$.

Lời giải.

Ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ và $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \Rightarrow C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1067. Trên các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC lần lượt lấy 2, 4, $n(n > 3)$ điểm phân biệt (các điểm này không trùng với các đỉnh của tam giác). Tìm n biết rằng số tam giác có đỉnh thuộc $n + 6$ điểm đã có là 247

- A. 6. B. 8. C. 7. D. 5.

Lời giải.

Ta có số tam giác được tạo từ $n + 6$ điểm đã cho là

$$C_2^2 \cdot C_4^1 + C_2^2 \cdot C_n^1 + C_4^2 C_2^1 + C_4^2 C_n^1 + C_n^2 C_4^1 + C_n^2 C_2^1 + C_2^1 C_4^1 C_n^1.$$

Theo đề ra ta có

$$C_2^2 \cdot C_4^1 + C_2^2 \cdot C_n^1 + C_4^2 C_2^1 + C_4^2 C_n^1 + C_n^2 C_4^1 + C_n^2 C_2^1 + C_2^1 C_4^1 C_n^1 = 247$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 + 12n - 231 = 0 \Rightarrow n = 7.$$

Suy ra $n = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1068. Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là

- A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Lời giải.

Theo công thức SGK thì $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1069. Cho tập hợp Y có n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$), số hoán vị của n phần tử của tập hợp Y là

- A. $n!$. B. n . C. n^2 . D. n^3 .

Lời giải.

Do tập Y có n phần tử nên số hoán vị của n phần tử của tập hợp Y là $n!$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1070. Số cách sắp xếp 3 học sinh vào một bàn dài gồm 10 ghế, mỗi ghế chỉ một học sinh ngồi bằng

A. $C_{10}^3 \cdot A_{10}^3$.

B. C_{10}^3 .

C. A_{10}^3 .

D. $C_{10}^3 + A_{10}^3$.

Lời giải.

Số cách sắp xếp 3 học sinh vào một bàn dài có 10 chỗ ngồi là số chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp là: A_{10}^3 .Chọn đáp án **C** □**Câu 1071.** Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $P_n = n!$.

B. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

C. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải.Ta có $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ nên $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ là sai.Chọn đáp án **B** □**Câu 1072.** Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi vận động viên còn lại. Biết có ba vận động viên nữ và số ván các vận động viên nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với ba vận động viên nữ là 78. Tổng số ván cờ vua của giải đấu là

A. 156.

B. 237.

C. 234.

D. 240.

Lời giải.Gọi x là số vận động viên nam tham dự thi đấu $x \in \mathbb{N}^*$.Theo giả thiết: Số ván các vận động viên nam chơi với nhau là $2C_x^2$ Số ván mà các vận động viên nam chơi với ba vận động viên nữ là $2C_x^1 C_3^1$ Từ đây ta suy ra $2C_x^2 - 2C_x^1 C_3^1 = 78 \Rightarrow x = 13$.Vậy có tất cả 16 người chơi do đó sẽ có $2C_{16}^2 = 240$.Chọn đáp án **D** □**Câu 1073.** Cho tập A có 20 phần tử. Có bao nhiêu tập con của A khác rỗng và có số phần tử là số chẵn

A. $2^{20} - 1$.

B. $2^{19} - 1$.

C. 2^{19} .

D. 2^{20} .

Lời giải.Số tập con khác rỗng của tập A có số phần tử là số chẵn

$$C_{20}^2 + C_{20}^4 + \cdots + C_{20}^{20} = C_{20}^0 + C_{20}^2 + C_{20}^4 + \cdots + C_{20}^{20} - 1 = \frac{1}{2}(1+1)^{20} - 1 = 2^{19} - 1.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 1074.** Có bao nhiêu số tự nhiên x thỏa mãn $3A_x^2 - A_{2x}^2 + 42 \geq 0$?

A. 0.

B. 7.

C. 2.

D. 5.

Lời giải.Với điều kiện $x \geq 2$, bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} 3 \cdot \frac{x!}{(x-2)!} - \frac{(2x)!}{(2x-2)!} + 42 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow 3x(x-1) - 2x(2x-1) + 42 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow -x^2 - x + 42 &\geq 0 \Leftrightarrow -7 \leq x \leq 6. \end{aligned}$$

Vì x là số tự nhiên nên các giá trị cần tìm là 2; 3; 4; 5; 6.Chọn đáp án **D** □

Câu 1075. Có bao nhiêu số tự nhiên là số có 5 chữ số mà trong mỗi số có đúng hai chữ số 8, các chữ số còn lại khác nhau.

A. 7404.

B. 9408.

C. 4704.

D. 3108.

Lời giải.

Gọi số cần viết có dạng $\overline{abcde}$ với a, b, c, d, e là các chữ số và $a \neq 0$.

Ta xét hai trường hợp sau:

- Với $a = 8$ thì có 4 cách chọn vị trí cho chữ số 8 còn lại, có A_9^3 cách chọn giá trị cho 3 chữ số còn lại. Khi đó có $4 \cdot A_9^3 = 2016$ số thoả mãn.
- Với $a \neq 8$ thì có 8 cách chọn giá trị cho a , C_4^2 cách chọn vị trí cho hai chữ số 8 và A_8^2 cách chọn giá trị cho 2 chữ số còn lại. Khi đó có $8 \cdot C_4^2 \cdot A_8^2 = 2688$ số thoả mãn.

Vậy tổng cộng có $2016 + 2688 = 4704$ số thoả mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1076. Hệ số x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x - 1)^8$ bằng

A. -5670.

B. 13608.

C. -13608.

D. 5670.

Lời giải.

Ta có $x(3x - 1)^8 = x \sum_{k=0}^8 C_8^k (3x)^k (-1)^{8-k} = \sum_{k=0}^8 C_8^k 3^k x^{k+1} (-1)^{8-k}$.

$$\text{Hệ số của } x^5 \text{ thì } \begin{cases} k+1=4 \\ k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow k=4.$$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x - 1)^8$ là $C_8^4 3^4 (-1)^{8-4} = 5670$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1077. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{15} trong khai triển $(2x^3 - 3)^n$ thành đa thức, biết n là số nguyên dương thoả mãn hệ thức $A_n^3 + C_n^1 = 8C_n^2 + 49$.

A. 6048.

B. 6480.

C. 6408.

D. 4608.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 3, n \in \mathbb{Z}$. Với điều kiện đó, ta có:

$$\begin{aligned} A_n^3 + C_n^1 &= 8C_n^2 + 49 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + n = 8 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + 49 \\ &\Leftrightarrow n^3 - 7n^2 + 7n - 49 = 0 \Leftrightarrow (n-7)(n^2 + 7) = 0 \Leftrightarrow n = 7. \end{aligned}$$

Với $n = 7$ ta có khai triển

$$(2x^3 - 3)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot (2x^3)^k \cdot (-3)^{7-k} = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot 2^k (-3)^{7-k} \cdot x^{3k}.$$

Để có hạng tử chứa x^{15} thì $3k = 15 \Leftrightarrow k = 5$. Vậy hệ số của hạng tử chứa x^{15} là $C_7^5 \cdot 2^5 (-3)^2 = 6048$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1078. Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$ ($x \neq 0$) (theo chiều mũ của x giảm dần) là số hạng thứ

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Theo chiều mũ của x giảm dần, số hạng tổng quát của khai triển là

$$T_{k+1} = C_5^k (-1)^k x^{15-5k}.$$

Số hạng T_{k+1} không chứa $x \Leftrightarrow 15 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x là số hạng thứ 4.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1079. Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n, n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Hệ số lớn nhất là

A. 126720.

B. 1293600.

C. 729.

D. 924.

Lời giải.

Từ $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, thay $x = \frac{1}{2}$ vào ta được

$$(1 + 1)^n = a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096.$$

Suy ra $n = 12$.

Ta có $a_0 = 1, a_{12} = 2^{12}$. Xét $i \in \mathbb{N}, 1 \leq i \leq 11$, ta có

$$a_i - a_{i-1} = C_{12}^i 2^i - C_{12}^{i-1} 2^{i-1} = \frac{2^{i-1} 12!}{(i-1)!(12-i)!} \left(\frac{2}{i} - \frac{1}{13-i} \right) = \frac{2^{i-1} 12!}{(i-1)!(12-i)!} \frac{26-3i}{i(13-i)}.$$

Do đó,

$$\begin{aligned} - a_i > a_{i-1} &\Leftrightarrow 26 - 3i > 0 \Leftrightarrow i < \frac{26}{3} \Leftrightarrow i \leq 8. \\ - a_i < a_{i-1} &\Leftrightarrow 26 - 3i < 0 \Leftrightarrow i \geq 9. \end{aligned}$$

Vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_8$ và $a_8 > a_9 > a_{10} > a_{11} > a_{12}$. Suy ra hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 2^8 = 126720$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1080. Hệ số x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x - 1)^8$ bằng

A. -5670.

B. 13608.

C. -13608.

D. 5670.

Lời giải.

Ta có

$$x(3x - 1)^8 = x \sum_{k=0}^8 C_8^k (3x)^k \cdot (-1)^{8-k} = \sum_{k=0}^8 C_8^k 3^k \cdot x^{k+1} \cdot (-1)^{8-k}.$$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x - 1)^8$ là $C_8^4 3^4 (-1)^{8-4} = 5670$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1081. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x\sqrt{x} - \frac{1}{2x^4} \right)^{11}$ với $x > 0$.

A. $-\frac{156}{8}$.

B. $-\frac{165}{8}$.

C. $\frac{156}{8}$.

D. $\frac{165}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-1)^{11-k} 2^{-(11-k)} \left(x^{\frac{3}{2}} \right)^k x^{-4(11-k)}.$$

Theo đề ta có $\frac{3k}{2} + 4k - 44 = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Số hạng cần tìm $-\frac{165}{8}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1082. Hệ số của số hạng x^{30} trong khai triển $f(x) = (2x + 1)(x + 2x^2)^{20}$ thành đa thức là

A. 631181184.

B. 3611181184.

C. 361811184.

D. 361181184.

Lời giải.

Ta thấy $f(x) = (2x + 1)(x + 2x^2)^{20} = x^{20}(2x + 1)^{21} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k 2^k x^k x^{20} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k 2^k x^{k+20}$.

Hệ số của số hạng x^{30} là $2^{10}C_{21}^{10} = 361181184$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1083. Trong khai triển biểu thức $(x + y)^{21}$, hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^8$ là

- A. 1287. B. 203490. C. 116280. D. 293930.

Lời giải.

Ta có số hạng thứ $(k + 1)$ trong khai triển là $T_{k+1} = C_{21}^k \cdot x^{21-k} \cdot y^k$. Do tìm hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^8$ nên $k = 8$. Vậy hệ số cần tìm là $C_{21}^8 = 203490$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1084. Cho khai triển $(x^3 - 3x^2 + 4)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_{3n}x^{3n}$, biết $a_0 + a_1 + \dots + a_{3n} = 4096$. Tìm a_2 ?

- A. $a_2 = -9 \cdot 2^{24}$. B. $a_2 = 3 \cdot 2^{23}$. C. $a_2 = -7 \cdot 2^{21}$. D. $a_2 = 5 \cdot 2^{22}$.

Lời giải.

Cho $x = 1 \Rightarrow 2^n = a_0 + a_1 + \dots + a_{3n}$.

Theo giả thiết suy ra $2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$.

Xét khai triển

$$\begin{aligned} (x^3 - 3x^2 + 4)^{12} &= (x + 1)^{12} \cdot (x - 2)^{24} \\ &= \left(\sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{12-k} \right) \cdot \left(\sum_{i=0}^{24} C_{24}^i x^{24-i} (-2)^i \right) \\ &= \sum_{k=0}^{12} \sum_{i=0}^{24} C_{12}^k C_{24}^i (-2)^i x^{36-k-i}. \end{aligned}$$

Ta có a_2 là hệ số của $x^2 \Rightarrow i, k$ thỏa mãn $\begin{cases} 36 - k - i = 2 \\ 0 \leq k \leq 12 \\ 0 \leq i \leq 24 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k + i = 34 \\ 0 \leq k \leq 12 \\ 0 \leq i \leq 24 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases}$

Suy ra các cặp $(k; i)$ thỏa mãn là $(12; 22)$, $(11; 23)$, $(10; 24)$

$$\Rightarrow a_2 = C_{12}^{12} C_{24}^{22} (-2)^{22} + C_{12}^{11} C_{24}^{23} (-2)^{23} + C_{12}^{10} C_{24}^{24} (-2)^{24} = -9 \cdot 2^{24}.$$

Cách khác: Thay $x = 1$ vào khai triển ta được $2^n = a_0 + a_1 + \dots + a_{3n} = 4096 \Rightarrow n = 12$.

Với $n = 12$ thay vào ta được khai triển:

$$(x^3 - 3x^2 + 4)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{36}x^{36} \quad (1)$$

Đạo hàm hai vế của (1) ta được:

$$12(3x^2 - 6x)(x^3 - 3x^2 + 4)^{11} = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + 36a_{36}x^{35} \quad (2)$$

Đạo hàm hai vế của (2) ta được:

$$12[(6x - 6)(x^3 - 3x^2 + 4)^{11} + 11(3x^2 - 6x)^2(x^3 - 3x^2 + 4)^{10}] = 2a_2 + 6a_3x + \dots + 36 \cdot 35 \cdot x^{34} \quad (3)$$

Thay $x = 0$ vào (3) thu được: $a_2 = -9 \cdot 2^{24}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1085. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. 13368. B. 13848. C. -13368. D. -13848.

Lời giải.

$$\begin{aligned} x(2x-1)^6 + (3x-1)^8 &= x \cdot \sum_{k=0}^6 C_6^k (2x)^{6-k} (-1)^k + \sum_{l=0}^8 C_8^l (3x)^{8-l} (-1)^l \\ &= \sum_{k=0}^6 C_6^k 2^{6-k} x^{6-k+1} (-1)^k + \sum_{l=0}^8 C_8^l 3^{8-l} (-1)^l x^{8-l} \end{aligned}$$

Số hạng chứa x^5 ứng với $\begin{cases} 6-k+1=5 \\ 8-l=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ l=3. \end{cases}$

Hệ số của x^5 là $C_6^2 2^{6-2} (-1)^2 + C_8^3 3^{8-3} (-1)^3 = -13368$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1086. Tìm số hạng chứa x^3y^3 trong khai triển $(x+2y)^6$ thành đa thức.

- A. $160x^3y^3$. B. $20x^3y^3$. C. $8x^3y^3$. D. $120x^3y^3$.

Lời giải.

Ta có $(x+2y)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{6-k} (2y)^k \quad (*)$.

Số hạng chứa x^3y^3 trong khai triển $(*)$ ứng với $k=3$. Số hạng đó là $C_6^3 \cdot x^3 (2y)^3 = 160x^3y^3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1087. Trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng. Khi đó giá trị n bằng bao nhiêu?

- A. $n=10$. B. $n=12$. C. $n=17$. D. $n=11$.

Lời giải.

Trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng suy ra $n+6=16 \Leftrightarrow n=10$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1088. Biết tổng các hệ số trong khai triển $\left(3x^4 - \frac{1}{x}\right)^n$ bằng 1024. Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển đó bằng

- A. 1080. B. -120. C. -3240. D. -1080.

Lời giải.

Tổng các hệ số trong khai triển $\left(3x^4 - \frac{1}{x}\right)^n$ là $\left(3 \cdot 1^4 - \frac{1}{1}\right)^n = 2^n$.

Theo giả thiết ta có $2^n = 1024 \Leftrightarrow n=10$.

Khi đó khai triển nhị thức Newton ta được:

$$\left(3x^4 - \frac{1}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (3x^4)^{10-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 3^{10-k} (-1)^k \cdot x^{40-5k}.$$

Số hạng trong khai triển chứa x^5 thoả mãn $40-5k=5 \Leftrightarrow k=7$.

Số hạng đó có hệ số bằng $C_{10}^7 \cdot 3^3 (-1)^7 = -3240$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1089. Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right)^{12}$ (với $x \neq 0$) là

- A. $-\frac{220}{729}$. B. $\frac{220}{729}x^6$. C. $-\frac{220}{729}x^6$. D. $\frac{220}{729}$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{3}{x} - \frac{x}{3}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \left(\frac{3}{x}\right)^{12-k} \cdot \left(-\frac{x}{3}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-1)^k \cdot 3^{12-2k} \cdot x^{2k-12}.$$

Cho $2k - 12 = 6 \Leftrightarrow k = 9$. Vậy hệ số của x^6 là $C_{12}^9 (-1)^9 \cdot 3^{-6} = -\frac{220}{729}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1090. Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1 \cdot 2} + \frac{C_n^1}{2 \cdot 3} + \frac{C_n^2}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$.

A. $n = 99$.**B.** $n = 100$.**C.** $n = 98$.**D.** $n = 101$.**Lời giải.**

Áp dụng công thức $k \cdot C_n^k = n \cdot C_{n-1}^{k-1}$ với $1 \leq k \leq n$, ta có

$$(k+1)(k+2)C_{n+2}^{k+2} = (k+1)(n+2)C_{n+1}^{k+1} = (n+2)(n+1)C_n^k.$$

$$\text{Do đó } \frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)} = \frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}.$$

Áp dụng ta có

$$\begin{aligned} VT &= \frac{1}{(n+1)(n+2)} (C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + \dots + C_{n+2}^{n+2}) \\ &= \frac{1}{(n+1)(n+2)} (C_{n+2}^0 + C_{n+2}^1 + \dots + C_{n+2}^{n+2} - 1 - n - 2) = \frac{1}{(n+1)(n+2)} (2^{n+2} - n - 3). \end{aligned}$$

Do đó $2^{n+2} = 2^{100} \Rightarrow n = 98$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1091. Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$ bằng

A. 210.**B.** 252.**C.** 165.**D.** 792.**Lời giải.**

$$\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x^{-1})^k (x^3)^{10-k}.$$

Để có hạng tử x^6 thì $-k + 3(10 - k) = 6 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy hệ số của x^6 là $C_{10}^6 = 210$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1092. Cho khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x^2 + \frac{2n}{x}\right)^n$ với $n \in \mathbb{N}$, $x > 0$. Biết rằng số hạng thứ 2 của khai triển bằng 98 và n thỏa mãn $A_n^2 + 6C_n^3 = 36n$. Trong các giá trị x sau, giá trị nào thỏa mãn?

A. $x = 3$.**B.** $x = 4$.**C.** $x = 1$.**D.** $x = 2$.**Lời giải.**

Xét phương trình $A_n^2 + 6C_n^3 = 36n$. (*)

Điều kiện: $n \geq 3$ và $n \in \mathbb{N}$.

Phương trình (*) tương đương với

$$\begin{aligned} n(n-1) + 6 \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} &= 36n \Leftrightarrow n-1 + (n-1)(n-2) = 36 \text{ (do } n \geq 3) \\ \Leftrightarrow n^2 - 2n - 35 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \text{ (thỏa mãn)} \\ n = -5 \text{ (loại).} \end{cases} \end{aligned}$$

Khi $n = 7$ ta có khai triển $\left(x^2 + \frac{14}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (x^2)^{7-k} \left(\frac{14}{x}\right)^k$.

Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển là $T_{k+1} = C_7^k 14^k x^{14-3k}$.

Suy ra số hạng thứ 2 trong khai triển (ứng với $k = 1$) là $C_7^1 \cdot 14 \cdot x^{13} = 98x^{13}$.

Theo đề bài ra ta có $98x^{13} = 98 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1093. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}$, với $x \neq 0$.

A. $2^8 C_{21}^8$.

B. $-2^7 C_{21}^7$.

C. $2^7 C_{21}^7$.

D. $-2^8 C_{21}^8$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển là $T = C_{21}^k x^{21-k} \left(\frac{-2}{x^2}\right)^k = C_{21}^k (-2)^k x^{21-3k}$, với $0 \leq k \leq 21, k \in \mathbb{N}$.

Số hạng không chứa x khi và chỉ khi $21 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 7$.

Vậy số hạng cần tìm là $-2^7 C_{21}^7$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1094. Khai triển $(x - 3)^{100}$ ta được đa thức $(x - 3)^{100} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{100} x^{100}$, với $a_0, a_1, \dots, a_{100}$ là hệ số thực. Tính $a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{99} + a_{100}$.

A. -2^{100} .

B. 4^{100} .

C. -4^{100} .

D. 2^{100} .

Lời giải.

Thay $x = -1$ vào khai triển $(x - 3)^{100} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{100} x^{100}$, ta được

$$a_0 + a_1(-1) + a_2(-1)^2 + \dots + a_{100}(-1)^{100} = a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{99} + a_{100} = (-1 - 3)^{100} = 4^{100}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1095. Hệ số khai triển của x^5 trong khai triển $(1 - 2x - 3x^2)^9$ là

A. 792.

B. -684.

C. 3528.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $(1 - 2x - 3x^2)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-1)^k (2x + 3x^2)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-1)^k \sum_{i=0}^k C_k^i 2^{k-i} 3^i x^{k+i}$ trong đó $0 \leq i \leq k \leq 9$.

Số hạng trong khai triển chứa x^5 khi và chỉ khi $\begin{cases} k = 3, i = 2 \\ k = 4, i = 1 \\ k = 5, i = 0. \end{cases}$

Vậy hệ số cần tìm là $C_9^3 (-1)^3 C_3^2 2^1 3^2 + C_9^4 (-1)^4 C_4^1 2^3 3^1 + C_9^5 (-1)^5 C_5^0 2^5 3^0 = 3528$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1096. Trong khai triển nhị thức Newton của $P(x) = (\sqrt[3]{2}x + 3)^{2018}$ thành đa thức, có tất cả có bao nhiêu số hạng có hệ số nguyên dương?

A. 673.

B. 675.

C. 674.

D. 672.

Lời giải.

$$P(x) = (\sqrt[3]{2}x + 3)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} \left(\sqrt[3]{2}x\right)^{2018-k} 3^k = \sum_{k=0}^{2018} 2^{\frac{2018-k}{3}} \cdot 3^k x^{2018-k}.$$

Để hệ số nguyên dương thì $(2018 - k) : 3 \Leftrightarrow 2018 - k = 3t \Leftrightarrow k = 2018 - 3t$.

Do $0 \leq k \leq 2018$ nên ta có $0 \leq 2018 - 3t \leq 2018 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \frac{2018}{3} \approx 672,6$ vậy $t = 0, 1, 2, \dots, 672$ nên có 673 giá trị.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1097. Tìm số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$.

- A. $C_{40}^4 x^{31}$. B. $-C_{40}^{37} x^{31}$. C. $C_{40}^{37} x^{31}$. D. $C_{40}^2 x^{31}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} &= \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k \\ &= \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-3k}\end{aligned}$$

Để số hạng chứa x^{31} thì $40 - 3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$.

Số hạng chứa x^{31} là $C_{40}^3 x^{31} = C_{40}^{37} x^{31}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1098. Cho khai triển $(2x - 1)^{20} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{20} x^{20}$. Tìm giá trị của a_1 trong khai triển đó.

- A. $a_1 = 20$. B. $a_1 = 40$. C. $a_1 = -40$. D. $a_1 = -760$.

Lời giải.

Ta có $(2x - 1)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k (2x)^{20-k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k 2^{20-k} (-1)^k x^{20-k}$.

Để có số hạng chứa x thì $20 - k = 1 \Leftrightarrow k = 19$. Suy ra $a_1 = C_{20}^{19} 2^1 (-1)^{19} = -40$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1099. Tìm số hạng không chứa x khi khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^9$.

- A. 5376. B. 672. C. -672. D. -5376.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^9$ là

$$C_9^k \cdot (2x)^{9-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = (-1)^k \cdot 2^{9-k} \cdot C_9^k \cdot x^{9-3k}.$$

Vì số hạng không chứa x nên ta có

$$9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3.$$

Vậy số hạng không chứa x là $(-1)^k \cdot 2^{9-k} \cdot C_9^k = (-1)^3 \cdot 2^6 \cdot C_9^3 = -5376$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1100. Số các số hạng có hệ số là số hữu tỷ trong khai triển $\left(\sqrt[3]{3} + \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^{15}$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

Lời giải.

Ta có: $\left(\sqrt[3]{3} + \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \left(\sqrt[3]{3}\right)^{15-k} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 3^{5-\frac{k}{3}} 2^{\frac{-k}{2}} x^k$.

Hệ số của số hạng thứ $k+1$ là: $a_{k+1} = C_{15}^k 3^{5-\frac{k}{3}} 2^{\frac{-k}{2}}$.

$$a_{k+1} \text{ là số hữu tỷ thì } \begin{cases} 5 - \frac{k}{3} \in \mathbb{Z} \\ -\frac{k}{2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k:6 \Leftrightarrow k = 6t \ (t \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Mà } 0 \leq k \leq 15 \Leftrightarrow 0 \leq 6t \leq 15 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \frac{15}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = 2. \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị của t , tức là có 3 số hạng có hệ số là số hữu tỷ.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1101. Biết n là số tự nhiên thỏa mãn $1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3C_n^2 + \dots + n \cdot (n+1)C_n^n = 180 \cdot 2^{n-2}$. Số hạng có hệ số lớn nhất trong khai triển $(1+x)^n$ là

- A. $925x^5$. B. $924x^6$. C. $923x^4$. D. $926x^7$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Đặt } f(x) &= x \cdot (1+x)^n, n \in \mathbb{N} \Rightarrow f(x) = C_n^0 x + C_n^1 x^2 + C_n^2 x^3 + \dots + C_n^n x^{n+1} \\ \Rightarrow \begin{cases} f'(x) &= (1+x)^n + n \cdot x \cdot (1+x)^{n-1} \\ f'(x) &= C_n^0 + 2C_n^1 x + 3C_n^2 x^2 + \dots + (n+1)C_n^n x^n \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} f''(x) &= n \cdot (1+x)^{n-1} + n \cdot (1+x)^{n-1} + n \cdot (n-1) \cdot x \cdot (1+x)^{n-2} \\ f''(x) &= 1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3 \cdot C_n^2 x + \dots + n \cdot (n+1) \cdot C_n^n x^{n-1} \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} f''(1) &= 2n \cdot (1+1)^{n-1} + n \cdot (n-1) \cdot (1+1)^{n-2} = (n^2 + 3n) \cdot 2^{n-2} \\ f''(1) &= 1 \cdot 2C_n^1 + 2 \cdot 3C_n^2 + \dots + n \cdot (n+1)C_n^n \end{cases}. \end{aligned}$$

$$\text{Từ giả thiết suy ra: } (n^2 + 3n) \cdot 2^{n-2} = 180 \cdot 2^{n-2} \Leftrightarrow n^2 + 3n - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -15 \text{ (L)} \end{cases}.$$

Vậy số hạng của khai triển $(1+x)^{12}$ có hệ số lớn nhất là $C_{12}^6 x^6 = 924x^6$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1102. Cho biểu thức $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức đã cho.

- A. 80. B. 160. C. 240. D. 60.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển biểu thức đã cho là

$$T = C_6^k \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k \cdot x^{6-k} = 2^k C_6^k x^{-\frac{k}{2}} x^{6-k} = 2^k C_6^k x^{6-\frac{3k}{2}}.$$

Để T là số hạng chứa x^3 thì $6 - \frac{3k}{2} = 3 \Leftrightarrow k = 2$. Vậy hệ số cần tìm là $2^2 C_6^2 = 60$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1103. Sau khi khai triển và rút gọn thì $P(x) = (1+x)^{12} + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$ có tất cả bao nhiêu số hạng?

- A. 27. B. 28. C. 30. D. 25.

Lời giải.

Khai triển của biểu thức $(1+x)^{12}$ có 13 số hạng với số hạng tổng quát là $T_1 = C_{12}^k x^k$.

Khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$ có 19 số hạng với số hạng tổng quát là

$$T_2 = C_{18}^n (x^2)^{18-n} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^n = C_{18}^n x^{36-3n}.$$

Ta tìm các số hạng cùng chứa x^i trong cả hai khai triển bằng cách giải hệ
$$\begin{cases} k = 36 - 3n \\ 0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq n \leq 18, n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$
 Ta

có các cặp (k, n) thỏa mãn hệ là $(0; 12), (3; 11), (6; 10), (9; 9), (12; 8)$. Vậy có 5 số hạng có chung nhân tử x^i .

Từ đó suy ra số các số hạng trong khai triển đã cho bằng $13 + 19 - 5 = 27$ số hạng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1104. Khai triển nhị thức Newton của $(2 - 3x)^{2n}$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$. Tính hệ số của x^7 .

A. 414720. B. -414720. C. -2099520. D. 2099520.

Lời giải.

Trước hết ta có $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n}$, do đó

$$2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 2 \times 1024.$$

Ta tìm được $n = 5$.

Số hạng tổng quát trong khai triển của $(2 - 3x)^{10}$ là $C_{10}^k 2^{10-k} (-3x)^k = C_{10}^k 2^{10-k} (-3)^k x^k$.

Cho $k = 7$, ta tìm được hệ số của x^7 là $C_{10}^7 2^3 (-3)^7 = -2099520$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1105. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^n$, $\forall x \neq 0$ biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^3 C_n^{n-3} + 2C_n^3 C_n^4 + C_n^4 C_n^{n-4} = 1225$.

A. -20. B. -8. C. -160. D. 160.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^3 C_n^{n-3} + 2C_n^3 C_n^4 + C_n^4 C_n^{n-4} &= 1225 \\ \Leftrightarrow C_n^3 C_n^3 + 2C_n^3 C_n^4 + C_n^4 C_n^4 &= 1225 \\ \Leftrightarrow (C_n^3 + C_n^4)^2 &= 35^2 \\ \Leftrightarrow C_n^3 + C_n^4 &= 35 \\ \Leftrightarrow n^4 - 2n^3 - n^2 + 2n - 840 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -5(\text{loại}) \end{cases} &\Leftrightarrow n = 6. \end{aligned}$$

Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển nhị thức $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^n$ là

$$T_{k+1} = C_6^k \cdot (2x)^{6-k} \cdot \left(\frac{-1}{x}\right)^k = C_6^k \cdot 2^{6-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{6-2k}$$

là số hạng không chứa x thì $6 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng cần tìm là $C_6^3 \cdot 2^{6-3} \cdot (-1)^3 = -160$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1106. Trong khai triển biểu thức $A = (2x - 3)^9$ theo công thức nhị thức Niuton với số mũ của x giảm dần. Số hạng thứ 3 trong khai triển là

A. $41472x^2$.

B. $-41472x^2$.

C. $-41472x^7$.

D. $41472x^7$.

Lời giải.Số hạng tổng quát của khai triển: $T_{k+1} = C_9^k(2x)^{9-k}(-3)^k$. Số hạng thứ 3 (ứng với $k = 2$) là

$$C_9^2(2x)^7(-3)^2 = 41472x^7.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1107.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là

A. C_{45}^5 .

B. $-C_{45}^5$.

C. C_{45}^{15} .

D. $-C_{45}^{15}$.

Lời giải.Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{45}^k x^{45-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = (-1)^k C_{45}^k x^{45-3k}$.Số hạng không chứa x có $45 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 15$. Do đó số hạng không chứa x là $-C_{45}^{15}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1108.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $x^3(1-x)^8$.

A. -28 .

B. 70 .

C. -56 .

D. 56 .

Lời giải.Số hạng tổng quát của khai triển $x^3(1-x)^8$ là $x^3 C_8^k (-x)^k = C_8^k (-1)^k x^{3+k}$.Hệ số của số hạng chứa x^6 ứng với k thỏa mãn $3+k=6$, tức $k=3$.Suy ra hệ số cần tìm là $C_8^3(-1)^3 = -56$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1109.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là

A. C_{10}^5 .

B. $-C_{10}^5 \cdot 2^5$.

C. $-C_{10}^5$.

D. $C_{10}^5 \cdot 2^5$.

Lời giải.Ta có $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{2k-10}$.Số hạng không chứa x ứng với $2k - 10 = 0 \Leftrightarrow k = 5$.Vậy số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $C_{10}^5 \cdot 2^5$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1110.** Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \dots + \frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim S_n$.

A. 1 .

B. $\frac{3}{2}$.

C. 3 .

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.Ta có $C_m^3 = \frac{m!}{(m-3)!3!} \Leftrightarrow \frac{1}{C_m^3} = \frac{3!}{m \cdot (m-1)(m-2)} = 3 \left(\frac{1}{m} - \frac{2}{m-1} + \frac{1}{m-2} \right)$ với $m = \overline{3, n}$.

Do đó, ta có:

$$\frac{1}{C_3^3} = 3 \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{2} + \frac{1}{1} \right);$$

$$\frac{1}{C_4^3} = 3 \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \right);$$

$$\frac{1}{C_5^3} = 3 \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \right);$$

$$\frac{1}{C_6^3} = 3 \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right);$$

...

$$\frac{1}{C_n^3} = 3 \left(\frac{1}{n} - \frac{2}{n-1} + \frac{1}{n-2} \right).$$

$$S_n = 3 \left(\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n} - \frac{2}{n-1} + \frac{1}{1} - \frac{2}{2} + \frac{1}{2} \right) = 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n(n-1)} \right) = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1111. Trong khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}$. Tính giá trị của $a_0 - a_1 + a_2$.

A. 801.

B. 800.

C. 1.

D. 721.

Lời giải.

Số hạng tổng quát là $C_{20}^k \cdot 1^{20-k} \cdot (-2x)^k = C_{20}^k \cdot (-2)^k x^k$.

Khi đó $a_0 = C_{20}^0 \cdot (-2)^0 = 1$, $a_1 = C_{20}^1 \cdot (-2)^1 = -40$ và $a_2 = C_{20}^2 \cdot (-2)^2 = 760$.

Vậy $a_0 - a_1 + a_2 = 801$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1112. Cho x là số thực dương. Khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$, ta có hệ số của số hạng chứa x^m bằng 495. Giá trị của m là?

A. $m = 4$ hoặc $m = 8$.

B. $m = 0$.

C. $m = 8$.

D. $m = 0$ hoặc $m = 12$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{12}^k x^{24-3k}$.

Hệ số của số hạng tổng quát là $C_{12}^k = 495 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 8 \end{cases}$.

Ứng với $k = 4$, ta có số mũ của x là $24 - 3k = 12$.

Ứng với $k = 8$, ta có số mũ của x là $24 - 3k = 0$.

Vậy $m = 0$ hoặc $m = 12$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1113. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ với $x > 0$, nếu biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 238.

B. 165.

C. 485.

D. 525.

Lời giải.

Xét phương trình $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

Điều kiện $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Phương trình tương đương

$$\begin{aligned} C_n^2 - C_n^1 &= 44 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!} - \frac{n!}{(n-1)!} &= 44 \\ \Leftrightarrow n(n-1) - 2n &= 88 \\ \Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = -8 \text{ (loại)} \\ n = 11 \text{ (nhận)} \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó

$$\begin{aligned}\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11} &= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x\sqrt{x})^{11-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k \\ &= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{\frac{33}{2} - \frac{3k}{2} - 4k} \\ &= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{\frac{33}{2} - \frac{11k}{2}}.\end{aligned}$$

Xét $\frac{33}{2} - \frac{11k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{11}^3 = 165$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1114. Cho x là số thực dương, tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30}$.

A. $2^{10}C_{30}^{20}$.

B. 2^{20} .

C. C_{30}^{20} .

D. $2^{20}C_{30}^{10}$.

Lời giải.

Với $x > 0$, ta có

$$\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30} = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k x^{30-k} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{30} 2^k C_{30}^k x^{30-\frac{3}{2}k}.$$

Số hạng không chứa x tương ứng với $30 - \frac{3}{2}k = 0$ hay $k = 20$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30}$ là $2^{20}C_{30}^{20} = 2^{20}C_{30}^{10}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1115. Số hạng độc lập với x trong khai triển $\left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^{12}$ là

A. $2^8C_{12}^4$.

B. $2^6C_{12}^6$.

C. $2^4C_{12}^4$.

D. $-2^4C_{12}^4$.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \frac{1}{x^{12-k}} \cdot (-2x^2)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{3k-12}.$$

Để có số hạng độc lập với x thì $3k - 12 = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy số hạng độc lập với x trong khai triển là $C_{12}^4(-2)^4 = 2^4C_{12}^4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1116. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là:

A. 972.

B. 495.

C. 792.

D. 924.

Lời giải.

Số hạng tổng quát thứ $k+1$ là $T_{k+1} = C_{12}^k x^k$.

Để số hạng chứa x^5 thì $k = 5$.

$$T_6 = C_{12}^5 x^5 = 792x^5.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1117. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển đa thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$.

A. -1752.

B. 1272.

C. 1752.

D. -1272.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} x(2x-1)^6 + (x-3)^8 &= x \cdot \sum_{k=0}^6 C_6^k (2x)^{6-k} (-1)^k + \sum_{i=0}^8 C_8^i x^{8-i} (-3)^i \\ &= x \cdot \sum_{k=0}^6 C_6^k 2^{6-k} (-1)^k x^{6-k} + \sum_{i=0}^8 C_8^i (-3)^i x^{8-i} \\ &= \sum_{k=0}^6 C_6^k 2^{6-k} (-1)^k x^{7-k} + \sum_{i=0}^8 C_8^i (-3)^i x^{8-i} \end{aligned}$$

Do số hạng chứa x^5 nên $\begin{cases} 7-k=5 \\ 8-i=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ i=3 \end{cases}$.

Vậy $C_6^2 \cdot 2^4 \cdot (-1)^4 + C_8^3 \cdot (-3)^3 = -1272$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1118. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$ với $x \neq 0$.

A. 240.

B. 15.

C. -240.

D. -15.

Lời giải.

Mỗi số hạng trong khai triển có dạng $C_6^k (2x)^{6-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_6^k 2^{6-k} (-1)^k x^{6-3k}$.

Để có số hạng không chứa x thì $6-3k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_6^2 2^4 = 240$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1119. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$, với $x \neq 0$.

A. $-C_{13}^4$.

B. C_{13}^4 .

C. $-C_{13}^3$.

D. C_{13}^3 .

Lời giải.

Với $x \neq 0$, ta có

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13} = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k x^{13-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{13} (-1)^k C_{13}^k x^{13-2k}.$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $13-2k=7$ hay $k=3$.

Vậy hệ số của x^7 là $-C_{13}^3$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1120. Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, trong khai triển $\left(x + \frac{3}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa x là

A. 84.

B. 2268.

C. 61236.

D. 27.

Lời giải.

Với $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$ ta có

$$C_n^2 - n = 27 \Leftrightarrow \frac{n!}{2! \times (n-2)!} - n = 27 \Leftrightarrow n(n-1) - 2n = 54 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \text{ (nhận)} \\ n = -6 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Khi đó, số hạng tổng quát thứ $k+1$ trong khai triển của $\left(x + \frac{3}{x^2}\right)^9$ là

$$T_{k+1} = C_9^k x^{9-k} \left(\frac{3}{x^2}\right)^k = 3^k C_9^k x^{9-3k}, \quad 0 \leq k \leq 9, k \in \mathbb{N}$$

Số hạng không chứa x ứng với $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$ (thỏa mãn $0 \leq k \leq 9, k \in \mathbb{N}$).

Vậy số hạng cần tìm là $T_4 = 3^3 C_9^3 = 2268$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1121. Khai triển của nhị thức $(x - y)^n$ có tất cả 14 hạng tử. Tìm n ?

A. $n = 14$.

B. $n = 16$.

C. $n = 15$.

D. $n = 13$.

Lời giải.

Khai triển của nhị thức $(x - y)^n$ có $n + 1$ hạng tử. Do đó $n + 1 = 14 \Leftrightarrow n = 13$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1122. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}\right)^n$, với $x > 0$, nếu biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 165.

B. 238.

C. 485.

D. 525.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

Ta có $C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 & (\text{nhận}) \\ n = -8 & (\text{loại}) \end{cases}$.

Với $n = 11$, số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^3}\right)^{11}$ là

$$C_{11}^k (x\sqrt{x})^{11-k} \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_{11}^k x^{\frac{33}{2} - \frac{11}{2}k}.$$

Theo giả thiết ta có $\frac{33}{2} - \frac{11}{2}k = 0$ hay $k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $C_{11}^3 = 165$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1123. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$ (A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của tập hợp có n phần tử). Số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $(1 + 3x)^{2n}$ là

A. 61236.

B. 252.

C. $256x^5$.

D. $61236x^5$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^3 + 2A_n^2 &= 100 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} &= 100 \\ \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 2n(n-1) &= 100 \\ \Leftrightarrow n^3 - n^2 - 100 &= 0 \\ \Leftrightarrow n &= 5. \end{aligned}$$

Với $n = 5$ ta có $(1 + 3x)^{2n} = (1 + 3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 3^k \cdot x^k$.

Suy ra số hạng chứa x^5 là $3^5 \cdot C_{10}^5 x^5 = 61236x^5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1124. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(x + 1)^{12}$.

A. 792.

B. 586.

C. 710.

D. 184.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $(x+1)^{12}$ là $C_{12}^k x^k$. Vậy hệ số của x^5 là $C_{12}^5 = 792$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1125. Tính tổng $S = C_{10}^0 + 2 \cdot C_{10}^1 + 2^2 \cdot C_{10}^2 + \dots + 2^{10} \cdot C_{10}^{10}$.

A. $S = 2^{10}$.

B. $S = 3^{10}$.

C. $S = 4^{10}$.

D. $S = 3^{11}$.

Lời giải.

$$\text{Xét khai triển } (1+x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k = C_{10}^0 \cdot x^0 + C_{10}^1 \cdot x^1 + C_{10}^2 \cdot x^2 + \dots + C_{10}^{10} \cdot x^{10}.$$

Thay $x = 2$ ta có

$$\begin{aligned} (1+2)^{10} &= C_{10}^0 \cdot 2^0 + C_{10}^1 \cdot 2^1 + C_{10}^2 \cdot 2^2 + \dots + C_{10}^{10} \cdot 2^{10} \\ \Leftrightarrow 3^{10} &= C_{10}^0 + 2 \cdot C_{10}^1 + 2^2 \cdot C_{10}^2 + \dots + 2^{10} \cdot C_{10}^{10}. \end{aligned}$$

Vậy $S = 3^{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1126. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560.

B. 3360.

C. 80640.

D. 13440.

Lời giải.

Điều kiện $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$.

$$\text{Ta có } C_n^1 + C_n^2 = 55 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 55 \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -11 \end{cases} \Rightarrow n = 10.$$

$$\text{Với } n = 10, \text{ ta có biểu thức } \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10}.$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_{10}^k \cdot (x^3)^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^{30-5k}.$$

Để số hạng không chứa x thì $30 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 6$.

Do đó, hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{10}^6 \cdot 2^6 = 13440$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1127. Tổng các hệ số trong khai triển $(1+x)^{3n}$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2nx + \frac{1}{2nx^2}\right)^{3n}$ là

A. 360.

B. 210.

C. 250.

D. 240.

Lời giải.

Tổng các hệ số trong khai triển $(1+x)^{3n}$ bằng 64 nên suy ra $(1+1)^{3n} = 64 \Leftrightarrow 8^n = 64 \Leftrightarrow n = 2$.

Khi đó $\left(2nx + \frac{1}{2nx^2}\right)^{3n}$ trở thành $\left(4x + \frac{1}{4x^2}\right)^6$, có số hạng tổng quát là

$$T_{k+1} = C_6^k (4x)^{6-k} \cdot \left(\frac{1}{4x^2}\right)^k = C_6^k 4^{6-2k} x^{6-3k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Số hạng đó là $C_6^2 4^2 = 240$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1128. Tổng các hệ số nhị thức Niu-tơn trong khai triển $(1+x)^{3n}$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2nx + \frac{1}{2nx^2}\right)^{3n}$ là

A. 360.

B. 210.

C. 250.

D. 240.

Lời giải.Ta có khai triển $f(x) = (1+x)^{3n} = a_{3n}x^{3n} + a_{3n-1}x^{3n-1} + \dots + a_1x + a_0$.

Vì tổng các hệ số bằng 64 nên

$$a_{3n} + a_{3n-1} + \dots + a_1 + a_0 = 64 \Leftrightarrow (1+1)^{3n} = 64 \Leftrightarrow 2^{3n} = 2^6 \Leftrightarrow 3n = 6 \Leftrightarrow n = 2.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(4x + \frac{1}{4x^2}\right)^6$ là $C_6^k \cdot (4x)^{6-k} \cdot \left(\frac{1}{4x^2}\right)^k = C_6^k \cdot 4^{6-2k} \cdot x^{6-3k}$.Để có số hạng không chứa x thì $6-3k=0 \Leftrightarrow k=2$.Vậy số hạng không chứa x là $C_6^2 \cdot 4^2 = 240$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1129.** Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$ (A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của tập hợp có n phần tử). Số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $(1+3x)^{2n}$ là

A. 61236.

B. $256x^5$.

C. 252.

D. $61236x^5$.**Lời giải.**Điều kiện: $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 3 \end{cases}$.Ta có: $A_n^3 + 2A_n^2 = 100 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 2n(n-1) = 100 \Leftrightarrow n^3 - 3n^2 + 2n + 2n^2 - 2n = 100 \Leftrightarrow n = 5$.Do đó: $(1+3x)^{2n} = (1+3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 1^{10-k} (3x)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 3^k x^k$.Số hạng chứa x^5 trong khai triển tương ứng với $k=5$.Vậy số hạng chứa x^5 trong khai triển là: $C_{10}^5 \cdot 3^5 \cdot x^5 = 61236x^5$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1130.** Tính tổng $C_{39}^1 + C_{39}^2 + C_{39}^3 + \dots + C_{39}^{19}$.A. $2^{39} - 1$.B. $2^{19} - 1$.C. $2^{20} - 1$.D. $2^{38} - 1$.**Lời giải.**Ta có $C_{39}^0 + C_{39}^1 + C_{39}^2 + \dots + C_{39}^{39} = 2^{39} \Leftrightarrow C_{39}^1 + C_{39}^2 + C_{39}^3 + \dots + C_{39}^{38} = 2^{39} - 2$.Mặt khác vì $C_{39}^k = C_{39}^{39-k}$, với mọi $1 \leq k \leq 38$.Do đó $S = C_{39}^1 + C_{39}^2 + C_{39}^3 + \dots + C_{39}^{19} = \frac{2^{39} - 2}{2} = 2^{38} - 1$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1131.** Trong khai triển $(a+b)^n$, số hạng tổng quát của khai triển làA. $C_n^k a^{n-k} b^k$.B. $C_n^{k-1} a^{n+1} b^{n-k+1}$.C. $C_n^{k+1} a^{n-k+1} b^{k+1}$.D. $C_n^k a^{n-k} b^{n-k}$.**Lời giải.**Theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k, (0 \leq k \leq n)$ Do đó số hạng tổng quát của khai triển là $C_n^k a^{n-k} b^k, (0 \leq k \leq n)$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1132.** Trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng. Khi đó giá trị n bằng

A. 12.

B. 11.

C. 10.

D. 17.

Lời giải.Theo bài ra ta có $n+6+1=17 \Leftrightarrow n=10$.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1133. Hệ số của x^5 trong rút gọn của khai triển $(3-x)^8 + (2x+1)^{10}$ là

A. 9576.

B. 196.

C. 6552.

D. -5544.

Lời giải.

$$(3-x)^8 = \sum_{i=0}^8 C_8^i \cdot 3^{8-i} \cdot (-x)^i = \sum_{i=0}^8 C_8^i \cdot 3^{8-i} \cdot (-1)^i \cdot x^i.$$

Suy ra hệ số x^5 trong khai triển $(3-x)^8$ là $C_8^5 \cdot 3^3 \cdot (-1)^5 = -1512$.

$$(2x+1)^{10} = \sum_{j=0}^{10} C_{10}^j \cdot (2x)^{10-j} \cdot 1^j = \sum_{j=0}^{10} C_{10}^j \cdot 2^{10-j} \cdot x^{10-j}.$$

Suy ra hệ số x^5 trong khai triển $(2x+1)^{10}$ là $C_{10}^5 \cdot (2)^5 = 8064$.

Vậy hệ số x^5 trong khai triển rút gọn bằng $-1512 + 8064 = 6552$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1134. Hệ số của x^2 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$ bằng

A. 3124.

B. 2268.

C. 13440.

D. 210.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10} &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (x^2)^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k \\ &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{20-2k} \cdot 2^k \cdot x^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^{20-3k}. \end{aligned}$$

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với $20-3k=2 \Leftrightarrow k=6$ (thỏa mãn).

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là $C_{10}^6 \cdot 2^6 = 13440$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1135. Tìm hệ số của số hạng chứa a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a+2b)^5$.

A. $40a^3b^2$.

B. 40.

C. 10.

D. $10a^3b^2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (a+2b)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot a^{5-k} \cdot (2b)^k = \sum_{k=0}^5 2^k \cdot C_5^k \cdot a^{5-k} \cdot b^k.$$

Hệ số của a^3b^2 là $2^2 \cdot C_5^2 = 40$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1136. Giả sử có khai triển $(1-2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$. Tìm a_5 .

A. $672x^5$.

B. -672.

C. $-672x^5$.

D. 672.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a_5 = C_7^5 \cdot 1^2 \cdot (-2)^5 = -672.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1137. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ với $x \neq 0$.

A. $2^9 C_{18}^9$.B. $2^{11} C_{18}^7$.C. $2^8 C_{18}^8$.D. $2^8 C_{18}^{10}$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{18-k} \cdot \left(\frac{4}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \cdot 2^{3k-18} \cdot x^{18-2k}.$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ là $C_{18}^k \cdot 2^{3k-18} \cdot x^{18-2k}.$

Số hạng không chứa x tương ứng với $18 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 9.$ Suy ra hệ số của số hạng không chứa x là $2^9 \cdot C_{18}^9.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1138. Cho khai triển $(1 + ax)(1 - 3x)^6$ với $a \in \mathbb{R}.$ Biết rằng hệ số của x^3 trong khai triển trên là 405. Tính $a.$

A. 9.

B. 6.

C. 14.

D. 7.

Lời giải.

Trước hết ta tìm hệ số của x^2 và x^3 trong khai triển $(1 - 3x)^6.$

Ta có $(1 - 3x)^6 = \sum_{k=0}^6 (-3x)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-3)^k x^k.$

Hệ số của x^2 là $C_6^2 (-3)^2 = 135,$ hệ số của x^3 là $C_6^3 (-3)^3 = -540.$

Do đó hệ số của x^3 trong khai triển $(1 + ax)(1 - 3x)^6$ bằng $135a - 540.$

Theo giả thiết, $135a - 540 = 405 \Leftrightarrow a = 7.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1139. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12}.$

A. -459.

B. -495.

C. 495.

D. 459.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12} &= \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-2k} (-1)^k x^{-k} \\ &= \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-1)^k x^{24-3k}. \end{aligned}$$

Số hạng trong khai triển không chứa x ứng với $24 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 8.$

Vậy số hạng không chứa x là $C_{12}^8 = 495.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1140. Trong khai triển Niu-tơn của biểu thức $(2x - 1)^{2019},$ số hạng chứa x^{18} là

A. $-2^{2018} C_{2019}^{18}.$

B. $-2^{18} C_{2019}^{18} x^{18}.$

C. $2^{18} C_{2019}^{18} x^{18}.$

D. $-2^{18} C_{2019}^{18}.$

Lời giải.

Ta có:

$$(2x - 1)^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (-1)^k (2x)^{2019-k} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k (-1)^k 2^{2019-k} x^{2019-k}.$$

Để trong khai triển đã cho có số hạng chứa x^{18} thì

$$2019 - k = 18 \Leftrightarrow k = 2001.$$

Khi đó số hạng chứa x^{18} trong khai triển là: $-2^{18} C_{2019}^{18} x^{18}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1141. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ bằng

A. 5.

B. 35.

C. 45.

D. 7.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $C_7^k \cdot x^{\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k}$ với $0 \leq k \leq 7$.

Số hạng không chứa x ứng với $\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Suy ra số hạng không chứa x trong khai triển đã cho bằng $C_7^4 = 35$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1142. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x - 1)^6$

A. 960.

B. -160.

C. -960.

D. 160.

Lời giải.

Số hạng thứ $k + 1$ là $C_6^k \cdot (2x)^{6-k} \cdot (-1)^k = C_6^k \cdot (x)^{6-k} \cdot (-1)^k \cdot 2^{6-k} \quad (k \geq 0, k \in \mathbb{N})$.

Hệ số của số hạng chứa $x^3 \Rightarrow 6 - k = 3 \Leftrightarrow k = 3$.

Hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_6^3 \cdot (-1)^3 \cdot 2^3 = -160$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1143. Xét khai triển Niu-tơn của biểu thức $P = (\sqrt{5} + \sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên?

A. 30.

B. 33.

C. 32.

D. 31.

Lời giải.

Số hạng tổng quát là $C_{124}^k \cdot (\sqrt{5})^{124-k} \cdot (\sqrt[4]{7})^k = C_{124}^k \cdot 5^{\frac{124-k}{2}} \cdot 7^{\frac{k}{4}}$.

Do số hạng cần tìm là số hữu tỉ nên

$$\begin{cases} k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 124 & (1) \\ \frac{124-k}{2} \in \mathbb{N} & (2) \\ \frac{k}{4} \in \mathbb{N} & (3) \end{cases}$$

(3) $\Leftrightarrow \exists b \in \mathbb{N} : k = 4b$.

(2) $\Leftrightarrow \exists a \in \mathbb{N} : 124 - k = 2a \Leftrightarrow 124 - 4b = 2a \Leftrightarrow b = \frac{124 - 2a}{4} = \frac{62 - a}{2} = 31 - \frac{a}{2}$.

Khi đó $a \in \{0; 2; 4; \dots; 62\}$ và $b \in \{0; 1; 2; \dots; 31\}$.

Vậy có 32 số hạng thỏa bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1144. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 14\,348\,907$. Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n \quad (x \neq 0)$ bằng

A. 1365.

B. -32760.

C. -1365.

D. 32760.

Lời giải.

Xét nhị thức $(1 + x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k$.

Chọn $x = 2$, ta có $\sum_{k=0}^n 2^k C_n^k = 3^n$.

Theo đề bài, ta có $3^n = 14\,348\,907 \Leftrightarrow n = \log_3 14\,348\,907 = 15$.

Nhị thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^{15}$ có số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_{15}^k (x^2)^{15-k} \cdot \frac{(-1)^k}{x^{3k}} = C_{15}^k (-1)^k x^{30-5k}$.

Số hạng T_{k+1} chứa $x^{10} \Leftrightarrow 30 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{15}^4(-1)^4 = 1365$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1145. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^9, (x \neq 0)$.

A. $-C_9^4 \cdot 2^4$. B. $-C_9^5 \cdot 2^5$. C. $C_9^5 \cdot 2^5$. D. $C_9^5 \cdot 2^4$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{1}{x} - 2x^2\right)^9$ là $C_9^k \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} (-2x^2)^k = C_9^k (-2)^k x^{3k-9}$.

Hệ số của số hạng chứa x^6 ứng với k nguyên thỏa $3k - 9 = 6$, tức là $k = 5$.

Vậy hệ số cần tìm là $-C_9^5 \cdot 2^5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1146. Có bao nhiêu số hạng là số nguyên trong khai triển của biểu thức $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{5})^{2019}$

A. 136. B. 403. C. 135. D. 134.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{5})^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \cdot (\sqrt[3]{3})^{2019-k} \cdot (\sqrt[5]{5})^k = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \cdot 3^{\frac{2019-k}{3}} \cdot 5^{\frac{k}{5}}$.

Để trong khai triển có số hạng là số nguyên thì

$$\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 2019 \\ \frac{2019-k}{3} \in \mathbb{N} \\ \frac{k}{5} \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 2019 \\ 673 - \frac{k}{3} \in \mathbb{N} \\ \frac{k}{5} \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 2019 \\ k: 15. \end{cases}$$

Cách 1:

Ta có $k: 15 \Rightarrow k = 15m$ mà $0 \leq k \leq 2019 \Leftrightarrow 0 \leq 15m \leq 2019 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 134,6$. Suy ra có 135 số hạng là số nguyên trong khai triển của biểu thức.

Cách 2:

Số lớn nhất bé hơn 2019 và chia hết cho 15 là 2010.

Các số k cần tìm tạo thành cấp số cộng có n số hạng, số hạng đầu $u_1 = 0$, số hạng cuối $u_n = 2010$ và công sai $d = 15$.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1) \cdot d \Leftrightarrow n = 135$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1147. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x - \frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^{12}$ với $x > 0$ là

A. 376. B. -264. C. 264. D. 260.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là

$$C_{12}^k x^{12-k} \left(-\frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^k = C_{12}^k (-2)^k (\sqrt{x})^{24-2k} \frac{1}{(\sqrt{x})^{3k}} = C_{12}^k (-2)^k (\sqrt{x})^{24-5k}.$$

Để có số hạng chứa x^7 thì $24 - 5k = 14 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển đã cho là $C_{12}^2(-2)^2 = 264$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1148. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x - 3)^{2018}$ thành đa thức

A. 2019.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải.

$(2x - 3)^{2018}$ có số mũ 2018 nên trong khai triển nhị thức có 2019 số hạng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1149. Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$.

Giá trị của số nguyên dương n bằng

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

Ta có: $(1 + 2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$.

Nhận thấy $a_0; a_1; a_2$ là hệ số của $x^0; x^1; x^2$ nên $a_0 = C_n^0, a_1 = 2C_n^1, a_2 = 4C_n^2$.

Do đó: $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1 \Leftrightarrow 1 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (loại)} \\ n = 5. \end{cases}$

Vậy $n = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1150. Số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2 + x)^7$ thành đa thức là

A. $8C_7^4$.B. C_7^4 .C. $8C_7^4x^4$.D. $C_7^4x^4$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $(2 + x)^7$ là $C_7^k x^k 2^{7-k}$ với k là số tự nhiên thỏa mãn $0 \leq k \leq 7$.

Số hạng chứa x^4 ứng với $k = 4$ nên số đó là $C_7^4 x^4 2^{7-4} = 8C_7^4 x^4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1151. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1 - 2x)^{2019}$.

A. -1.

B. 2019.

C. -2019.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$(1 - 2x)^{2019} = C_{2019}^0 + C_{2019}^1(-2x) + C_{2019}^2(-2x)^2 + \dots + C_{2019}^{2018}(-2x)^{2018} + C_{2019}^{2019}(-2x)^{2019}.$$

Thay $x = 1$ vào khai triển trên, ta có tổng các hệ số của khai triển là

$$C_{2019}^0 + C_{2019}^1(-2) + C_{2019}^2(-2)^2 + \dots + C_{2019}^{2019}(-2)^{2019} = (1 - 2)^{2019} = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1152. Cho khai triển $(1 + x)^n$ với n là số nguyên dương. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển biết $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1$.

A. 480.

B. 720.

C. 240.

D. 120.

Lời giải.

Ta có $(1 + x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 + C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^2 x^2 + C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}$.

Thay $x = 1$ vào khai triển trên ta được

$$\begin{aligned} 2^{2n+1} &= C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \\ &= (C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^{2n+1}) + (C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^{2n}) + (C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^{2n-1}) + \dots + (C_{2n+1}^n + C_{2n+1}^{n+1}) \\ &= 2 + 2(C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^n) \\ &= 2 + 2(2^{20} - 1) = 2^{21}. \end{aligned}$$

Suy ra $2^{2n+1} = 2^{21} \Leftrightarrow n = 10$.

Số hạng tổng quát của khai triển $(1+x)^n$ là $C_n^k 1^{n-k} x^k = C_n^k x^k$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển là $C_{10}^3 = 120$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1153. Chọn $n \in \mathbb{N}^*$ và $C_n^2 C_n^{n-2} + C_n^8 C_n^{n-8} = 2C_n^2 C_n^{n-8}$. Tính $T = 1^2 C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + n^2 C_n^n$.

A. $55 \cdot 2^9$.

B. $55 \cdot 2^{10}$.

C. $5 \cdot 2^{10}$.

D. $55 \cdot 2^8$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } C_n^2 C_n^{n-2} + C_n^8 C_n^{n-8} = 2C_n^2 C_n^{n-8} &\Leftrightarrow C_n^2 C_n^{n-2} + C_n^8 C_n^{n-8} - 2C_n^2 C_n^{n-8} = 0 \\ &\Leftrightarrow C_n^{n-2} C_n^{n-2} + C_n^{n-8} C_n^{n-8} - 2C_n^{n-2} C_n^{n-8} = 0 \\ &\Leftrightarrow (C_n^{n-2} - C_n^{n-8})^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow C_n^{n-2} = C_n^{n-8} \Leftrightarrow n = 10. \end{aligned}$$

Ta có $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$.

Đạo hàm hai vế ta được $n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 x + \dots + nC_n^n x^{n-1}$.

$$\Rightarrow nx(1+x)^{n-1} = xC_n^1 + 2C_n^2 x^2 + \dots + nC_n^n x^n.$$

Đạo hàm hai vế ta được $n[(1+x)^{n-1} + x(n-1)(1+x)^{n-2}] = C_n^1 + 2^2 C_n^2 x + \dots + n^2 C_n^n x^{n-1}$.

Thay $x = 1$ vào hai vế ta được $n[2^{n-1} + (n-1)2^{n-2}] = C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + n^2 C_n^n = T$.

Với $n = 10$, ta có $T = 10(2^9 + 9 \cdot 2^8) = 2 \cdot 5(2 \cdot 2^8 + 9 \cdot 2^8) = 55 \cdot 2^9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1154. Tìm hệ số của x^9 trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức $(3+x)^{11}$.

A. 55.

B. 495.

C. 9.

D. 110.

Lời giải.

Ta có $(3+x)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k 3^{11-k} x^k$, do đó hệ số của x^9 trong khai triển nhị thức Newton là

$$C_{11}^9 3^2 = 495.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1155. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$, với $x \neq 0$.

A. $2^9 C_{18}^9$.

B. $2^{11} C_{18}^7$.

C. $2^8 C_{18}^8$.

D. $2^8 C_{18}^{10}$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \left(\frac{x}{2}\right)^{18-k} \left(\frac{4}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{18} 2^{3k-18} C_{18}^k x^{18-2k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với $18 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 9$.

Hệ số của số hạng không chứa x là $2^{3 \cdot 9 - 18} C_{18}^9 = 2^9 C_{18}^9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1156. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{20}$ với $(x \neq 0)$ bằng

A. $2^2 C_{20}^9$.

B. $2^{10} C_{20}^{10}$.

C. $2^{10} C_{20}^{11}$.

D. $2^8 C_{20}^{12}$.

Lời giải.

Với $k \in \mathbb{N}, 0 \leq k < 20$, ta có số hạng thứ $k+1$ của khai triển là

$$T_{k+1} = C_{20}^k \left(\frac{x}{2}\right)^{20-k} \left(\frac{4}{x}\right)^k = C_{20}^k 2^{3k-20} x^{20-2k}.$$

Số hạng T_{k+1} không chứa x khi $20 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 10$.

Do đó số hạng không chứa x của khai triển là $T_{11} = C_{20}^{10} 2^{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1157. Biết tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Newton của $(5x - 1)^n$ bằng 2^{100} . Tìm hệ số của x^3 .

A. -19600.

B. -20212500.

C. -2450000.

D. -161700.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}(5x - 1)^n &= (-1 + 5x)^n \\ &= C_n^0(-1)^n + C_n^1(-1)^{n-1}(5x) + \dots + C_n^k(-1)^{n-k} \cdot 5^k \cdot x^k + \dots + C_n^n \cdot 5^n \cdot x^n.\end{aligned}$$

Tổng các hệ số của $(5x - 1)^n$ bằng 2^{100} .

$$\Leftrightarrow C_n^0(-1)^n + C_n^1(-1)^{n-1} \cdot 5 + C_n^2(-1)^{n-2} \cdot 5^2 + \dots + C_n^k(-1)^{n-k} \cdot 5^k + \dots + C_n^n \cdot 5^n = 2^{100}$$

$$\Leftrightarrow (-1 + 5)^n = 2^{100}$$

$$\Leftrightarrow n = 50.$$

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển là $C_{50}^3(-1)^{47} \cdot 5^3 = -2450000$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1158. Cho khai triển $(\sqrt{3} + x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2019}x^{2019}$. Hãy tính tổng $S = a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}$.

A. $(\sqrt{3})^{1009}$.

B. 2^{1009} .

C. 2^{2019} .

D. 0.

Lời giải.

Xét khai triển $(\sqrt{3} + x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2019}x^{2019}$.

Chọn $x = i$ ta được:

$$\begin{aligned}(\sqrt{3} + i)^{2019} &= 7a_0 + a_1i + a_2i^2 + a_3i^3 + \dots + a_{2019}i^{2019} \\ &= (a_0 - a_2 + a_4 - a_6 + \dots + a_{2016} - a_{2018}) + (a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + \dots + a_{2019})i \\ &= S + (a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + \dots + a_{2019})i.\end{aligned}$$

$$\text{Mà } (\sqrt{3} + i)^{2019} = ((\sqrt{3} + i)^3)^{673} = 8^{673}i.$$

Vậy $S = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1159. Xác định hệ số của x^{13} trong khai triển của $(x + 2x^2)^{10}$.

A. 5120.

B. 180.

C. 960.

D. 3360.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển của $(x + 2x^2)^{10}$ là

$$T_{k+1} = C_{10}^k \cdot x^{10-k} \cdot (2x^2)^k = C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^{10+k}.$$

Theo đề bài ta có $10 + k = 13 \Rightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của x^{13} trong khai triển của $(x + 2x^2)^{10}$ là $T_4 = C_{10}^3 \cdot 2^3 = 960$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1160. Cho khai triển $(1 + 2x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tính tổng các hệ số trong khai triển?

A. 2019.

B. 3^{2019} .C. 3^{2020} .D. 2^{2019} .**Lời giải.**Đặt $f(x) = (1 + 2x)^{2019} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$.Ta có $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = f(1) = 3^{2019}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1161.** Trong khai triển nhị thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^{10}$, số hạng không chứa x là

A. -210.

B. 120.

C. 210.

D. -120.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển là

$$C_{10}^k \cdot (x^2)^{10-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^3}\right)^k = C_{10}^k x^{20-2k} (-1)^k x^{-3k} = (-1)^k C_{10}^k x^{20-5k}.$$

Số hạng không chứa x có số k thỏa mãn $20 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 4$.Vậy số hạng không chứa x đó là $(-1)^4 C_{10}^4 = 210$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1162.** Tính tổng $S = \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{4!2015!} + \frac{1}{6!2013!} + \dots + \frac{1}{2016!3!} + \frac{1}{2018!}$.A. $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019!}$.B. $S = \frac{2^{2018}}{2019!}$.C. $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019}$.D. $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019}$.**Lời giải.**Với $k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 2019$, ta có $\frac{1}{k!(2019-k)!} = \frac{1}{2019!} \cdot \frac{2019!}{k!(2019-k)!} = \frac{1}{2019!} C_{2019}^k$.

Khi đó

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{4!2015!} + \frac{1}{6!2013!} + \dots + \frac{1}{2016!3!} + \frac{1}{2018!} \\ &= \frac{1}{2019!} (C_{2019}^2 + C_{2019}^4 + C_{2019}^6 + \dots + C_{2019}^{2018}) \\ &= \frac{1}{2019!} (C_{2019}^0 + C_{2019}^2 + C_{2019}^4 + C_{2019}^6 + \dots + C_{2019}^{2018} - 1) \\ &= \frac{1}{2019!} (2^{2018} - 1) \\ &= \frac{2^{2018} - 1}{2019!}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019!}$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1163.** Hệ số của x^{12} trong khai triển của biểu thức $(2x - x^2)^{10}$ bằngA. C_{10}^8 .B. $C_{10}^2 \cdot 2^8$.C. $-C_{10}^2 \cdot 2^8$.D. C_{10}^2 .**Lời giải.**Số hạng tổng quát trong khai triển là $C_{10}^k \cdot (2x)^{10-k} \cdot (-x^2)^k = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{10+k}$.Để có số hạng chứa x^{12} thì $k = 2$.Vậy hệ số của x^{12} trong khai triển là $C_{10}^2 \cdot 2^8$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1164.** Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $(3x - 1)^5$ thành đa thức

A. 15.

B. -405.

C. 270.

D. -90.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển là $C_5^k(-1)^{5-k} \cdot (3x)^k$.

Hệ số của x^2 trong khai triển là $C_5^2(-1)^3 \cdot 3^2 = -90$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1165. Một tập A có n phần tử, số tập con khác rỗng của tập A là

A. $n!$.B. $n! - 1$.C. $2^n - 1$.D. 2^n .**Lời giải.**

— Số tập con 1 phần tử của tập A là C_n^1 .

— Số tập con 2 phần tử của tập A là C_n^2 .

— Số tập con 3 phần tử của tập A là C_n^3 .

— ...

— Số tập con k phần tử của tập A là C_n^k .

— ...

— Số tập con n phần tử của tập A là C_n^n .

Số tập con khác tập rỗng của tập A là

$$C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^k + \dots + C_n^n = (1 + 1)^n - 1 = 2^n - 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1166. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

A. 1902.

B. 7752.

C. 252.

D. 582.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1 + x + x^2 + x^3)^{10} &= (1 + x)^{10} (1 + x^2)^{10} \\ &= \left(\sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k \right) \left(\sum_{m=0}^{10} C_{10}^m x^{2m} \right) \\ &= \sum_{k=0}^{10} \sum_{m=0}^{10} C_{10}^k C_{10}^m x^{k+2m} \end{aligned}$$

Số hạng chứa x^5 ứng với k, m nguyên thỏa mãn $\begin{cases} 0 \leq k, m \leq 10 \\ k + 2m = 5. \end{cases}$

Từ đó suy ra hoặc $(k = 5, m = 0)$ hoặc $(k = 3, m = 1)$ hoặc $(k = 1, m = 2)$.

Vậy hệ số của x^5 bằng $C_{10}^5 C_{10}^0 + C_{10}^3 C_{10}^1 + C_{10}^1 C_{10}^2 = 1902$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1167. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(3x - 2)^8$.

A. $1944C_8^3$.B. $-1944C_8^3$.C. $-864C_8^3$.D. $864C_8^3$.**Lời giải.**

Ta có $(3x - 2)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (3x)^{8-k} \cdot (-2)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 3^{8-k} \cdot (-2)^k \cdot x^{8-k}$.

Số hạng chứa x^5 tương ứng với $8 - k = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_8^3 \cdot 3^5 \cdot (-2)^3 = -1944C_8^3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1168. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$. Hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển biểu thức $\left(x^4 - \frac{2}{x^3}\right)^n$ bằng

A. 14784.

B. 29568.

C. -1774080.

D. -14784.

Lời giải.

$$\text{— Ta có } C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \text{ (nhận)} \\ n = -8 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

$$\text{— Số hạng thứ } k+1 \text{ trong khai triển là } T_{k+1} = C_n^k x^{4k} \frac{(-2)^{n-k}}{x^{3(n-k)}} = C_n^k (-2)^{n-k} x^{7k-3n}.$$

$$\text{— Cho } 7k - 3n = 9 \Leftrightarrow k = \frac{9+3n}{7} = 6. \text{ Vậy hệ số của số hạng chứa } x^9 \text{ là } C_{11}^6 (-2)^5 = -14784.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1169. Hệ số x^7 trong khai triển nhị thức $(1+x)^{12}$ bằng

A. 820.

B. 220.

C. 792.

D. 210.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển nhị thức $(1+x)^{12}$ là $C_{12}^k x^k$, ($k \leq 12, k \in \mathbb{N}$).

Số hạng chứa x^7 trong khai triển $\Leftrightarrow k = 7$.

Vậy hệ số của x^7 trong khai triển nhị thức $(1+x)^{12}$ là $C_{12}^7 = 792$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1170. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{15}$.

A. $2^7 \cdot C_{15}^7$.B. $2^{10} \cdot C_{15}^{10}$.C. $-2^{10} \cdot C_{15}^{10}$.D. $-2^7 \cdot C_{15}^7$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (x^2)^{15-k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (-2)^k x^{30-3k}.$$

Số hạng không chứa x tương ứng với số hạng chứa k thỏa mãn $30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $(-2)^{10} \cdot C_{15}^{10} = 2^{10} \cdot C_{15}^{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1171. Khai triển

$$(2x+1)^{10} = A_0 + A_1x + A_2x^2 + \cdots + A_{10}x^{10},$$

trong đó $A_0, A_1, \dots, A_{10}$ là các số thực. Số lớn nhất trong các số $A_0, A_1, \dots, A_{10}$ là

A. A_{10} .B. A_7 .C. A_8 .D. A_9 .

Lời giải.

$$(2x+1)^{10} = (1+2x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 1^{10-k} (2x)^k$$

Hệ số của số hạng chứa x^k là $A_k = C_{10}^k 2^k$.

$$\text{— Xét } \frac{A_k}{A_{k+1}} < 1 \Leftrightarrow \frac{C_{10}^k \cdot 2^k}{C_{10}^{k+1} \cdot 2^{k+1}} < 1 \Leftrightarrow \frac{k+1}{10-k} \cdot \frac{1}{2} < 1 \Leftrightarrow k < \frac{19}{3} \approx 6,3.$$

$$\text{Suy ra } A_0 < A_1 < A_2 < A_3 < A_4 < A_5 < A_6.$$

$$\text{— Xét } \frac{A_k}{A_{k+1}} > 1 \Leftrightarrow \frac{C_{10}^k \cdot 2^k}{C_{10}^{k+1} \cdot 2^{k+1}} > 1 \Leftrightarrow \frac{k+1}{10-k} \cdot \frac{1}{2} > 1 \Leftrightarrow k > \frac{19}{3} \approx 6,3.$$

$$\text{Suy ra } A_7 > A_8 > A_9 > A_{10}.$$

$$\text{— Mặt khác } \frac{A_6}{A_7} = \frac{C_{10}^6 \cdot 2^6}{C_{10}^7 \cdot 2^7} = \frac{7}{8} < 1 \Rightarrow A_6 < A_7.$$

Vậy $\max_{i=0,\dots,10} \{A_i\} = A_7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1172. Trong khai triển Newton của biểu thức $(2x - 1)^{2019}$, số hạng chứa x^{18} là

- A. $-2^{18}C_{2019}^{18}$. B. $2^{18}C_{2019}^{18}$. C. $2^{18}C_{2019}^{18}x^{18}$. D. $-2^{18}C_{2019}^{18}x^{18}$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $T_{k+1} = C_{2019}^k (2x)^{2019-k} (-1)^k = (-1)^k 2^{2019-k} C_{2019}^k x^{2019-k}$.

Số hạng chứa x^{18} của khai triển ứng với số nguyên không âm k thỏa mãn $2019 - k = 18 \Leftrightarrow k = 2001$ (thỏa mãn).

Vậy số hạng chứa x^{18} của khai triển là $T_{2002} = -2^{18}C_{2019}^{18}x^{18}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1173. Hệ số của x^4 trong khai triển $(x + 3)^6$ là

- A. 1215. B. 54. C. 135. D. 15.

Lời giải.

— Số hạng tổng quát của khai triển là $C_6^k \cdot x^{6-k} \cdot 3^k$. Ta có $6 - k = 4 \Leftrightarrow k = 2$.

— Vậy hệ số của x^4 trong khai triển $(x + 3)^6$ là $C_6^2 \cdot 3^2 = 135$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1174. Trong khai triển $(1 - 2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 - a_1 + a_2$ bằng

- A. 800. B. 801. C. 721. D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$(1 - 2x)^{20} = C_{20}^0 \cdot 1^{20} \cdot (-2x)^0 + C_{20}^1 \cdot 1^{19} \cdot (-2x)^1 + C_{20}^2 \cdot 1^{18} \cdot (-2x)^2 + \dots + C_{20}^{20} \cdot 1^0 \cdot (-2x)^{20}.$$

Suy ra $a_0 = C_{20}^0 = 1, a_1 = C_{20}^1 \cdot (-2)^1, a_2 = C_{20}^2 \cdot (-2)^2 = 760$.

Vậy $a_0 - a_1 + a_2 = 801$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1175. Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số sao cho mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó là số lẻ?

- A. $3 \cdot 2^{27}$. B. 2^{27} . C. 2^{29} . D. 2^{28} .

Lời giải.

Số cần lập có dạng $\overline{1a_2a_3\dots a_{30}}$. Suy ra số cần lập có số chữ số 1 lẻ khi và chỉ khi số chữ số 1 xuất hiện trong số tự nhiên đang xét là chẵn.

— TH1: Không có chữ số 1, ta có C_{29}^0 số.

— TH2: Có hai chữ số 1, có C_{29}^2 số.

— ...

— TH15: Có 28 chữ số 1, có C_{29}^{28} số.

Do đó, có tất cả $C_{29}^0 + C_{29}^2 + C_{29}^4 + \dots + C_{29}^{28}$ số.

Ta có

$$(1 + x)^{29} = C_{29}^0 + xC_{29}^1 + x^2C_{29}^2 + \dots + x^{29}C_{29}^{29} \quad (*).$$

Lần lượt thay $x = 1, x = -1$ vào (*), ta được

$$\begin{cases} C_{29}^0 - C_{29}^1 + C_{29}^2 + \dots - C_{29}^{29} = 0 & (1) \\ C_{29}^0 + C_{29}^1 + C_{29}^2 + \dots + C_{29}^{29} = 2^{29} & (2). \end{cases}$$

Cộng vế với vế của (1) và (2), ta có

$$2(C_{29}^0 + C_{29}^2 + C_{29}^4 + \dots + C_{29}^{28}) = 2^{29}.$$

Vậy có tất cả $C_{29}^0 + C_{29}^2 + C_{29}^4 + \dots + C_{29}^{28} = 2^{28}$ số.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1176. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x^3}\right)^{12}, x \neq 0$ là

A. -1760.

B. 1760.

C. 220.

D. -220.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x - \frac{2}{x^3}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{12-k} \left(-\frac{2}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{12-4k}.$$

Với số hạng không chứa x thì $12 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x là $C_{12}^3 (-2)^3 = -1760$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1177. Giải phương trình $C_1^n + 3 \cdot C_2^n + 7 \cdot C_3^n + \dots + (2^n - 1) \cdot C_n^n = 3^{2n} - 2^n - 6480$ trên tập $\mathbb{N}^*$.

A. $n = 3$.

B. $n = 4$.

C. $n = 5$.

D. $n = 6$.

Lời giải.

$$\text{Xét khai triển } (1+x)^n = C_0^n + xC_1^n + x^2C_2^n + \dots + x^nC_n^n.$$

$$\text{Thay } x = 2 \text{ ta có } 3^n = C_0^n + 2C_1^n + 2^2C_2^n + \dots + 2^nC_n^n \quad (1).$$

$$\text{Thay } x = 1 \text{ ta có } 2^n = C_0^n + C_1^n + C_2^n + \dots + C_n^n \quad (2).$$

$$\text{Trừ vế theo vế của (1) cho (2) thì } C_1^n + 3C_2^n + 7C_3^n + \dots + (2^n - 1)C_n^n = 3^n - 2^n.$$

$$\text{Khi đó } 3^n - 2^n = 3^{2n} - 2^n - 6480 \Leftrightarrow 3^n = 81 \Leftrightarrow n = 4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1178. Cho tập A có 20 phần tử. Có bao nhiêu tập con của A khác rỗng và số phần tử là số chẵn?

A. $2^{20} - 1$.

B. $2^{19} - 1$.

C. 2^{19} .

D. 2^{20} .

Lời giải.

$$\text{Ta có số tập con của A khác rỗng và số phần tử là số chẵn là } C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20}.$$

$$\text{Xét khai triển } (1+x)^{20} = C_{20}^0 + C_{20}^1x + \dots + C_{20}^{20}x^{20}.$$

$$\text{Cho } x = 1, \text{ ta được: } 2^{20} = C_{20}^0 + C_{20}^1 + \dots + C_{20}^{20}. \quad (1)$$

$$\text{Cho } x = -1, \text{ ta được } 0 = C_{20}^0 - C_{20}^1 + C_{20}^2 - \dots + C_{20}^{20}. \quad (2)$$

$$\text{Cộng vế theo vế (1) và (2), ta được: } C_{20}^0 + C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20} = 2^{19} \Rightarrow C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20} = 2^{19} - 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1179. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$.

A. -240.

B. 15.

C. 240.

D. -15.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$ là $T_{k+1} = C_6^k (2x)^{6-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_6^k (-1)^k \cdot 2^{6-k} \cdot x^{6-3k}$.

Số hạng không chứa x ứng với $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy, số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$ là $C_6^2 (-1)^2 \cdot 2^4 = 240$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1180. Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x - 1)^6 + (3x - 1)^8$ bằng

A. -13368.

B. 13368.

C. -13848.

D. 13848.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } x(2x - 1)^6 + (3x - 1)^8 &= x \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^8 C_8^l \cdot (3x)^l \cdot (-1)^{8-l} \\ &= x \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^8 C_8^l \cdot (3x)^l \cdot (-1)^{8-l} \end{aligned}$$

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức là: $C_6^4 \cdot 2^4 \cdot (-1)^{6-4} + C_8^5 \cdot 3^5 \cdot (-1)^{8-5} = -13368$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1181. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x - 1)^6 + (2x - 1)^8$ bằng

A. -3007.

B. -577.

C. 3007.

D. 577.

Lời giải.

Ta có $(3x - 1)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k 3^k x^k (-1)^{6-k}$. Hệ số của số hạng chứa x^4 là $C_6^4 3^4 (-1)^{6-4} = 1215$.

Ta lại có $(2x - 1)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k 2^k x^k (-1)^{8-k}$. Hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_8^5 2^5 (-1)^{8-5} = -1792$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x - 1)^6 + (2x - 1)^8$ là $1215 - 1792 = -577$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1182. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x - 1)^6 + (x - 3)^8$ bằng

A. -1272.

B. 1272.

C. -1752.

D. 1752.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } x(2x - 1)^6 + (x - 3)^8 &= x \sum_{k=0}^6 C_6^k 2^k x^k (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^8 C_8^l x^l (-3)^{8-l} \\ &= \sum_{k=0}^6 C_6^k 2^k (-1)^{6-k} x^{k+1} + \sum_{h=0}^8 C_8^h (-3)^{8-h} x^h. \end{aligned}$$

Vì số hạng chứa x^5 nên ta chọn $\begin{cases} k = 4 \\ h = 5. \end{cases}$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển là $C_6^4 \cdot 2^4 + C_8^5 \cdot (-3)^3 = -1272$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1183. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x - 2)^6 + (3x - 1)^8$ bằng

A. 13548.

B. 13668.

C. -13668.

D. -13548.

Lời giải.

Hệ số của x^4 trong khai triển $(x - 2)^6$ là $C_6^4 \cdot 2^2 = 60$.

Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $(3x - 1)^8$ là $C_8^5 \cdot (-3)^5 = -13608$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x(x - 2)^6 + (3x - 1)^8$ bằng $-13608 + 60 = -13548$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1184. Cho số n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển biểu thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$ ($x \neq 0$) bằng

A. -220.

B. -792.

C. 792.

D. 220.

Lời giải.

Xét phương trình

$$\begin{aligned} C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) &\Leftrightarrow \frac{(n+2)(n+3)(n+4)}{6} - \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} = 7(n+3) \\ &\Leftrightarrow (n+3)[n^2 + 6n + 8 - (n^2 + 3n + 2) - 42] = 0 \\ &\Leftrightarrow 3(n+3)(n-12) = 0 \\ &\Leftrightarrow n = 12 \text{ (do } n+3 > 0). \end{aligned}$$

Xét khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^{12} = \sum_{i=0}^{12} C_{12}^i (x^2)^i \left(-\frac{1}{x^3}\right)^{12-i} = \sum_{i=0}^{12} C_{12}^i (-1)^{12-i} x^{5i-36}$.

Theo đề bài, ta suy ra $5i - 36 = 9 \Leftrightarrow i = 9$. Khi đó, hệ số của x^9 là $C_{12}^9 (-1)^3 = -220$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1185. Có bao nhiêu số hạng có hệ số là số nguyên dương trong khai triển của biểu thức $(\sqrt{3}x + \sqrt[3]{5})^{97}$?

A. 18.

B. 15.

C. 16.

D. 17.

Lời giải.

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_{97}^k (\sqrt{3}x)^{97-k} (\sqrt[3]{5})^k = C_{97}^k \cdot 3^{\frac{97-k}{2}} \cdot 5^{\frac{k}{3}} \cdot x^{97-k}$.

Số hạng có hệ số nguyên dương $\begin{cases} (97-k) \div 2 \\ k \div 3 \\ 0 \leq k \leq 97 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \not\div 2 \\ k \div 3 \\ 0 \leq k \leq 97 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \not\div 6 \\ k \div 3 \\ 0 \leq k \leq 97 \end{cases}$

Vậy số số hạng thỏa yêu cầu bài toán là $\left[\frac{97}{3} + 1\right] - \left[\frac{97}{6} + 1\right] = 33 - 17 = 16$ (vì $0 \div 3, 0 \div 6$), trong đó $[x]$ là phần nguyên của x .

Chọn đáp án **C** □

Câu 1186. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{5n+1}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2$.

A. 8008.

B. 7008.

C. $9008x^8$.D. $7008x^8$.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 2$.

Ta có $3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2 \Leftrightarrow \frac{3(n+1)n}{2} + 2n = 4n(n-1) \Leftrightarrow n = 3$ (vì $n \geq 2$).

Gọi số hạng chứa x^8 là $C_{16}^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k \cdot (x^3)^{16-k} = C_{16}^k \cdot \frac{x^{48-3k}}{x^k} = C_{16}^k \cdot x^{48-4k}$.

Vì số hạng này chứa x^8 nên $48 - 4k = 8 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 của khai triển là $C_{16}^6 = 8008$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1187. Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$ bằng

A. 210.

B. 252.

C. 165.

D. 792.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x^{-1})^k (x^3)^{10-k}.$$

Để có hạng tử x^6 thì $-k + 3(10 - k) = 6 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy hệ số của x^6 là $C_{10}^6 = 210$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1188. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + C_n^3 = 84$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 1120.

B. 70x.

C. 1120x.

D. 70.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} n \geq 3 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Khi đó $C_n^2 + C_n^3 = 84 \Leftrightarrow n^3 - n - 504 = 0 \Leftrightarrow n = 8$.

Với $n = 8$ thì số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^8$ là $C_8^k x^{3(8-k)} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_8^k 2^k \cdot x^{24-5k}$.

Theo đề bài ta có: $24 - 5k = 4 \Leftrightarrow k = 4$. Hệ số của x^4 trong khai triển là $C_8^4 \cdot 2^4 = 1120$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1189. Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 7$.

A. $-672x^5$.

B. $672x^5$.

C. -672 .

D. 672.

Lời giải.

Ta có $(1-2x)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i (-2)^i x^i$. Do đó

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 + a_2 &= 71 \\ \Leftrightarrow C_n^0 (-2)^0 + C_n^1 (-2)^1 + C_n^2 (-2)^2 &= 71 \\ \Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 70 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -5 \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $n = 7$ thì $a_5 = C_n^5 (-2)^5 = -672$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1190. Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức Newton $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 84.

B. 8.

C. 5376.

D. 672.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 2$.

Ta có $C_n^2 - n = 27 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 27 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -6 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Với $n = 9$, số hạng tổng quát khi khai triển của nhị thức Newton $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^9$ là

$$C_9^k x^k \left(\frac{2}{x^2}\right)^{9-k} = C_9^k 2^{9-k} x^{3k-18}.$$

Số hạng không chứa x khi $3k - 18 = 0 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_9^6 2^3 = 672$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1191. Cho n là số nguyên dương thỏa: $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$. Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là

A. 11264 .

B. 22 .

C. 220 .

D. 24.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $(3-1)^n = 2048 \Leftrightarrow 2^n = 2^{11} \Leftrightarrow n = 11$.

Với $n = 11$, khi khai triển $(x+2)^{11}$ thành tổng thì số hạng tổng quát có dạng $C_{11}^k x^k 2^{11-k}$, số hạng này chứa x^{10} khi $k = 10$.

Vậy hệ số của x^{10} trong khai triển là $2C_{11}^{10} = 22$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1192. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$.

A. 495.

B. 313.

C. 1303.

D. 13129.

Lời giải.

Ta có $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)(n+2)}{3!} - \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3!} = 7(n+3)$.

Hay $(n+4)(n+2) - (n+2)(n+1) = 42 \Leftrightarrow 3n = 36 \Leftrightarrow n = 12$.

Khi đó $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n = \left(x^{-3} + x^{\frac{5}{2}}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^{-3})^{12-k} \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{\frac{11}{2}k-36}$.

Số hạng chứa x^8 tương ứng số hạng chứa k thỏa $\frac{11}{2}k - 36 = 8 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{12}^8 = 495$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1193. Trong khai triển nhị thức Newton của $(a+b)^n$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_n^{k+1} a^{k+1} b^{n-k+1}$.B. $C_n^{k+1} a^{n-k+1} b^{k+1}$.C. $C_n^k a^{n-k} b^k$.D. $C_n^k a^{n-k} b^{n-k}$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức Newton.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1194. Cho khai triển nhị thức Niu-tơn $(x-2)^{2018} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2018}x^{2018}$. Tính tổng

$$S = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{2018}.$$

A. $S = 0$.B. $S = 3^{2018}$.C. $S = -3^{2018}$.D. $S = 1$.

Lời giải.

Ta có $(-1-2)^{2018} = a_0 + a_1(-1) + a_2(-1)^2 + \dots + a_{2018}(-1)^{2018}$, suy ra

$$S = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{2018} = 3^{2018}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1195. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $C_{20}^1 + 2C_{20}^2 + 3C_{20}^3 + \dots + 20C_{20}^{20} = 10 \cdot 2^{20}$.B. $C_{20}^0 + \frac{1}{2}C_{20}^1 + \frac{1}{3}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{21}C_{20}^{20} = \frac{2^{21}-1}{21}$.C. $C_{20}^0 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20} = 2^{20}$.D. $C_{20}^0 - 2C_{20}^1 + 2^2C_{20}^2 - \dots + 2^{20}C_{20}^{20} = 1$.

Lời giải.

Xét $(1+x)^{20} = C_{20}^0 + C_{20}^1x + C_{20}^2x^2 + \dots + C_{20}^{20}x^{20}$. (*)

— Với $x = 1$ ta có $C_{20}^0 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20} = 2^{20}$.

Vậy “ $C_{20}^0 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20} = 2^{20}$ ” đúng.

— Với $x = -2$ ta có $C_{20}^0 - 2C_{20}^1 + 2^2C_{20}^2 - \dots + 2^{20}C_{20}^{20} = 1$.

Vậy “ $C_{20}^0 - 2C_{20}^1 + 2^2C_{20}^2 - \dots + 2^{20}C_{20}^{20} = 1$ ” đúng.

— Lấy đạo hàm hai vế của (*) ta có $20(1+x)^{19} = C_{20}^1 + 2C_{20}^2x + 3C_{20}^3x^2 + \dots + 20C_{20}^{20}x^{19}$.

Chọn $x = 1$ suy ra $C_{20}^1 + 2C_{20}^2 + 3C_{20}^3 + \dots + 20C_{20}^{20} = 20 \cdot 2^{19}$.

Vậy “ $C_{20}^1 + 2C_{20}^2 + 3C_{20}^3 + \dots + 20C_{20}^{20} = 10 \cdot 2^{20}$ ” sai.

— Lấy tích phân hai vế của (*) ta có

$$\int_0^1 (C_{20}^0 + C_{20}^1x + C_{20}^2x^2 + \dots + C_{20}^{20}x^{20}) dx = \int_0^1 (1+x)^{20} dx$$

$$\Leftrightarrow C_{20}^0 + \frac{1}{2}C_{20}^1 + \frac{1}{3}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{21}C_{20}^{20} = \frac{2^{21} - 1}{21}.$$

Vậy “ $C_{20}^0 + \frac{1}{2}C_{20}^1 + \frac{1}{3}C_{20}^2 + \dots + \frac{1}{21}C_{20}^{20} = \frac{2^{21} - 1}{21}$ ” đúng.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1196. Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

A. -672.

B. 672.

C. 627.

D. -627.

Lời giải.

Số hạng thứ $k+1$ ($0 \leq k \leq n, n \in \mathbb{N}$) trong khai triển là $T_{k+1} = C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (-2x)^k = C_n^k \cdot (-2)^k \cdot x^k$.

Ta có

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 + a_2 &= 71 \\ \Leftrightarrow C_n^0 - 2 \cdot C_n^1 + (-2)^2 \cdot C_n^2 &= 71 \\ \Leftrightarrow -2 \cdot C_n^1 + 4 \cdot C_n^2 &= 70 \\ \Leftrightarrow -2 \cdot \frac{n!}{(n-1)!} + 4 \cdot \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2} &= 70 \\ \Leftrightarrow -2n + 2(n-1)n &= 70 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 35 = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $n = 7$ nên $a_5 = C_7^5 \cdot (-2)^5 = -672$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1197. Trong khai triển $(x+a)^3 \cdot (x+b)^6$ hệ số của x^7 bằng -9 và không có số hạng chứa x^8 . Tính $a \cdot b$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. -4.

Lời giải.

$$\text{Khai triển } (x+a)^3 \cdot (x+b)^6 = \left(\sum_{k=0}^3 C_3^k \cdot a^{3-k} \cdot x^k \right) \cdot \left(\sum_{m=0}^6 C_6^m \cdot b^{6-m} \cdot x^m \right).$$

Do $x^7 = x \cdot x^6 = x^2 \cdot x^5 = x^3 \cdot x^4$ nên khi khai triển hệ số của x^7 là:

$$\begin{aligned} C_3^1 \cdot a^2 \cdot C_6^6 + C_3^2 \cdot a \cdot C_6^5 \cdot b + C_3^3 \cdot C_6^4 \cdot b^2 &= -9 \\ \Leftrightarrow a^2 + 6ab + 5b^2 &= -3 \quad (1). \end{aligned}$$

Do $x^8 = x^3 \cdot x^5 = x^2 \cdot x^6$ nên khi khai triển hệ số của x^8 là:

$$\begin{aligned} C_3^3 \cdot C_6^5 \cdot b + C_3^2 \cdot C_6^6 \cdot a &= 0 \\ \Leftrightarrow a + 2b &= 0 \\ \Leftrightarrow a &= -2b \quad (2). \end{aligned}$$

Thế (2) vào (1) ta có: $(-2b)^2 + 6b(-2b) + 5b^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow 3b^2 = 3 \Leftrightarrow b = \pm 1$.

Với $b = 1 \Rightarrow a = -1$.

Với $b = -1 \Rightarrow a = 1$.

Vậy $ab = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1198. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^1 + A_n^2 = 100$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)^n$ bằng

A. -45.

B. 90.

C. -90.

D. 45.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 2$.

— Ta có

$$A_n^1 + A_n^2 = 100 \Leftrightarrow n + n(n-1) = 100 \Leftrightarrow n^2 = 100 \Leftrightarrow n = 10 \text{ (thỏa mãn)}.$$

— Ta có

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{\frac{1}{2}(10-k)} \cdot (-1)^k x^{-2k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^k x^{5-\frac{5}{2}k}.$$

— Số hạng không chứa x ứng với $5 - \frac{5}{2}k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

— Vậy số hạng không chứa x là $C_{10}^2(-1)^2 = 45$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1199. Cho khai triển $(x-2)^n$ thành một đa thức. Biết rằng trong khai triển đó nếu xếp theo thứ tự với số mũ giảm dần của x thì hệ số của số hạng thứ ba gấp 60 lần hệ số của số hạng thứ nhất. Khi đó hệ số của số hạng chứa x^5 là

A. -6.

B. 12.

C. -12.

D. 6.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_n^k x^{n-k} (-2)^k$ ($n, k \in \mathbb{N}, n \geq k$).

Hệ số của số hạng thứ ba là $C_n^2(-2)^2$.

Hệ số của số hạng thứ nhất là C_n^0 .

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} C_n^2(-2)^2 &= 60 \cdot C_n^0 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} \cdot 4 &= 60 \\ \Leftrightarrow n^2 - n - 30 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 & \text{(nhận)} \\ n = -5 & \text{(loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó hệ số của số hạng chứa x^5 có k thỏa $6 - k = 5 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_6^1(-2)^1 = -12$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1200. Số hạng không chứa biến trong khai triển biểu thức $f(x) = (x^3 + 2) \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15}$ là

A. 6461. B. 3913. C. 3458. D. 9438.

Lời giải.

Ta có

$$\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{15-k} \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{15-\frac{3}{2}k}.$$

$$f(x) = 2 \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{15-\frac{3}{2}k} + x^3 \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{15-\frac{3}{2}k} = \sum_{k=0}^{15} 2C_{15}^k x^{15-\frac{3}{2}k} + \sum_{l=0}^{15} C_{15}^l x^{18-\frac{3}{2}l}.$$

$$\text{Số hạng không chứa } x \text{ ứng với } \begin{cases} 15 - \frac{3}{2}k = 0 \\ 18 - \frac{3}{2}l = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 10 \\ l = 12. \end{cases}$$

Vậy hệ số của số hạng không chứa x của $f(x)$ là $2C_{15}^{10} + C_{15}^{12} = 6461$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1201. Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^8$.

A. -1792. B. -1792 x^7 . C. 1792. D. 1792 x^7 .

Lời giải.

$$\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (2x^2)^{8-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k 2^{8-k} (-1)^k x^{16-3k}.$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $16 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 3$. Khi đó số hạng chứa x^7 là $C_8^3 2^{8-3} (-1)^3 x^7 = -1792x^7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1202. Cho số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} - C_n^3 = 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$.

A. $\frac{35}{16}x^5$. B. $-\frac{35}{16}$. C. $-\frac{35}{2}x^2$. D. $-\frac{35}{16}x^5$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} 5C_n^{n-1} - C_n^3 &= 0, n \geq 3 \quad \forall n \in \mathbb{N} \\ \Leftrightarrow 5 \cdot \frac{n!}{(n-1)!(n-n+1)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} &= 0 \\ \Leftrightarrow 5n - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} &= 0 \\ \Leftrightarrow -n^3 + 3n^2 + 28n &= 0 \\ \Rightarrow n &= 7. \end{aligned}$$

Với $n = 7$ ta được

$$\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(\frac{x^2}{2}\right)^{7-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(\frac{1}{2}\right)^{7-k} (-1)^k x^{14-3k}.$$

Số hạng chứa x^5 trong khai triển tương đương $14k - 3 = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_7^3 \left(\frac{1}{2}\right)^4 (-1)^3 = -\frac{35}{16}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1203. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{12}$.

A. -792.

B. -220.

C. 495.

D. 500.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \sum_{i=0}^{12} C_{12}^i \left(-\frac{1}{x^2}\right)^i x^{12-i} = \sum_{i=0}^{12} C_{12}^i (-1)^i x^{12-3i}$. Hệ số tự do ứng với điều kiện

$$12 - 3i = 0 \Leftrightarrow i = 4$$

Vậy hệ số tự do là $C_{12}^4 = 495$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1204. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^1 + A_n^2 = 100$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 45.

B. -45.

C. -90.

D. 90.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} A_n^1 + A_n^2 = 100 &\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 100 \\ &\Leftrightarrow n + n(n-1) = 100 \\ &\Leftrightarrow n^2 = 100 \\ &\Leftrightarrow n = 10 \text{ (vì } n \geq 2). \end{aligned}$$

Xét khai triển Newton sau

$$\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (\sqrt{x})^{10-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^k x^{5-\frac{5}{2}k}.$$

Số hạng không chứa x thỏa $5 - \frac{5}{2}k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy số hạng cần tìm là $C_{10}^2 (-1)^2 x^{5-\frac{5}{2} \cdot 2} = 45$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1205. Biết $S = C_{30}^0 + 3 \cdot 2^2 \cdot C_{30}^3 + 5 \cdot 2^4 \cdot C_{30}^5 + \dots + 27 \cdot 2^{26} \cdot C_{30}^{27} + 29 \cdot 2^{28} \cdot C_{30}^{29} = a(3^{29} - b)$ (a, b là số nguyên dương). Khi đó $a + b$ bằng

A. 15.

B. 31.

C. 16.

D. 30.

Lời giải.

Xét khai triển $(1+x)^{30} = C_{30}^0 + C_{30}^1 x + C_{30}^2 x^2 + \dots + C_{30}^{30} x^{30}$

$$\Rightarrow ((1+x)^{30})' = (C_{30}^0 + C_{30}^1 x + C_{30}^2 x^2 + \dots + C_{30}^{30} x^{30})'$$

$$\Rightarrow 30(1+x)^{29} = C_{30}^1 + 2C_{30}^2 x + 3C_{30}^3 x^2 + \dots + 29C_{30}^{29} x^{28} + 30C_{30}^{30} x^{29}.$$

$$\text{Thế } x = 2 \text{ ta được } 30 \cdot 3^{29} = C_{30}^1 + 2C_{30}^2 \cdot 2 + 3C_{30}^3 \cdot 2^2 + \dots + 29C_{30}^{29} \cdot 2^{28} + 30C_{30}^{30} \cdot 2^{29}.$$

$$\text{Thế } x = -2 \text{ ta được } -30 = C_{30}^1 - 2C_{30}^2 \cdot 2 + 3C_{30}^3 \cdot 2^2 + \dots + 29C_{30}^{29} \cdot 2^{28} - 30C_{30}^{30} \cdot 2^{29}.$$

$$\Rightarrow 30 \cdot 3^{29} - 30 = 2(C_{30}^1 + 3 \cdot 2^2 \cdot C_{30}^3 + 5 \cdot 2^4 \cdot C_{30}^5 + \dots + 27 \cdot 2^{26} \cdot C_{30}^{27} + 29 \cdot 2^{28} \cdot C_{30}^{29}).$$

$$\Rightarrow C_{30}^1 + 3 \cdot 2^2 \cdot C_{30}^3 + 5 \cdot 2^4 \cdot C_{30}^5 + \dots + 27 \cdot 2^{26} \cdot C_{30}^{27} + 29 \cdot 2^{28} \cdot C_{30}^{29} = 15(3^{29} - 1).$$

Do đó $a = 15, b = 1 \Rightarrow a + b = 16$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1206. Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{n^2+1}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^2 + 2n = 4A_n^2$ là

A. 120.

B. $120x^6$.C. $210x^6$.

D. 210.

Lời giải.

Ta có $3C_{n+1}^2 + 2n = 4A_n^2 \Leftrightarrow \frac{3n(n+1)}{2} + 2n = 4n(n-1) \Rightarrow n = 3$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$ là

$$C_{10}^k \left(\frac{1}{x}\right)^{10-k} (x^3)^k = C_{10}^k x^{4k-10}.$$

Số hạng này chứa $x^6 \Leftrightarrow 4k - 10 = 6 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số của x^6 là $C_{10}^4 = 210$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1207. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^8$.

A. -1024.

B. 1024.

C. -1792.

D. 1792.

Lời giải.

Ta có $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (2x^2)^{8-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^8 (-1)^k \cdot 2^{8-k} C_8^k \cdot x^{16-3k}$.

Số hạng chứa x^7 ứng với $16 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 3$.

Hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^8$ là $(-1)^3 \cdot 2^5 \cdot C_8^3 = -1792$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1208. Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{1}{x^3} - 2\sqrt{x^5}\right)^{12}$ (với $x > 0$) bằng

A. 59.136.

B. 126.720.

C. -59.136.

D. -126.720.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $T_k = C_{12}^k \left(\frac{1}{x^3}\right)^{12-k} (2\sqrt{x^5})^k = C_{12}^k (-2)^k x^{\frac{11}{2}k-36}$.

Hệ số của số hạng chứa x^8 ứng với $\frac{11}{2}k - 36 = 8 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{12}^8 (-2)^8 = 126.720$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1209. Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$, $x \neq 0$ bằng

A. 252.

B. 210.

C. 165.

D. 792.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10} = (x^{-1} + x^3)^{10}$.

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là $T_{k+1} = C_{10}^k (x^{-1})^{10-k} \cdot (x^3)^k = C_{10}^k x^{-10+4k}$.

Số hạng chứa x^6 ứng với $-10 + 4k = 6 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$ bằng $C_{10}^4 = 210$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1210. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là

A. C_{45}^{15} .

B. C_{45}^{30} .

C. $-C_{45}^5$.

D. $-C_{45}^{15}$.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq 0$.

$$\text{Khi đó ta có } \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45} = \sum_{k=0}^{45} (-1)^k C_{45}^k x^{45-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{45} (-1)^k C_{45}^k x^{45-3k}.$$

Suy ra số hạng thứ $k+1$ là $(-1)^k C_{45}^k x^{45-3k}$ để thỏa mãn bài toán $45-3k=0 \Leftrightarrow k=15$.

Khi đó số hạng không chứa x là $(-1)^{15} C_{45}^{15} = -C_{45}^{15}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1211. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{x^2}\right)^{11}$.

A. -253440.

B. 55.

C. 28160.

D. 253440.

Lời giải.

Số hạng tổng quát có dạng

$$T_{k+1} = C_{11}^k (2x)^{11-k} \cdot \left(-\frac{3}{x^2}\right)^k = C_{11}^k \cdot 2^{11-k} \cdot (-3)^k \cdot \frac{x^{11-k}}{(x^2)^k} = C_{11}^k \cdot 2^{11-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{11-3k}.$$

Số hạng này chứa x^5 khi $11-3k=5 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của x^5 là $T_3 = C_{11}^2 \cdot 2^9 \cdot (-3)^2 = 253440$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1212. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 - A_n^1 = 6n - 6$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{3}{x}\right)^n$, ($x \neq 0$).

A. 1443420.

B. -1732104.

C. -4330260.

D. 3897234.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 2$. Ta có:

$$C_n^1 + C_n^2 - A_n^1 = 6n - 6 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} - n = 6(n-1) \Leftrightarrow (n-1)(n-12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=12 \end{cases} \Leftrightarrow n=12.$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^3 - \frac{3}{x}\right)^n$, ($x \neq 0$) là $C_{12}^k \cdot x^{3k} \cdot \left(\frac{-3}{x}\right)^{12-k} = C_{12}^k \cdot (-3)^{12-k} \cdot x^{4k-12}$.

Số hạng không chứa x ứng với số nguyên không âm k thỏa mãn $4k-12=0$, tức là $k=3$.

Suy ra số hạng không chứa x cần tìm là $C_{12}^3 \cdot (-3)^9 = -4330260$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1213. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $(1+3x+2x^3)^{10}$.

A. 17550.

B. 16758.

C. 21130.

D. 270.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1+3x+2x^3)^{10} &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (3x+2x^3)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \sum_{i=0}^k C_k^i \cdot (3x)^{k-i} \cdot (2x^3)^i \\ &= \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^k C_{10}^k \cdot C_k^i \cdot 3^{k-i} \cdot 2^i \cdot x^{k+2i}. \end{aligned}$$

Số hạng chứa x^4 khi $k+2i=4 \Leftrightarrow (k; i) \in \{(4; 0); (2; 1)\}$.

Hệ số của x^4 là $C_{10}^4 \cdot C_4^0 \cdot 3^4 \cdot 2^0 + C_{10}^2 \cdot C_2^1 \cdot 3^1 \cdot 2^1 = 17550$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1214. Số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là

A. $-C_{40}^{37} \cdot x^{31}$.

B. $C_{40}^2 \cdot x^{31}$.

C. $C_{40}^{31} \cdot x^{31}$.

D. $C_{40}^3 \cdot x^{31}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} &= \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-k} \cdot (x^{-2})^k \\ &= \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-3k}. \end{aligned}$$

Theo giả thiết $40 - 3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$. $\Rightarrow$ Số hạng chứa x^{31} : $C_{40}^3 x^{31}$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1215.** Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển $P = (2x + 3x^2)^5$.

A. 1080.

B. 720.

C. 243.

D. 810.

Lời giải.

$$P = (2x + 3x^2)^5 = 32x^5 + 240x^6 + 720x^7 + 1080x^8 + 810x^9 + 243x^{10}.$$

Vậy hệ số lớn nhất là 1080.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1216.** Trong khai triển của $\left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{2018}$, số hạng mà lũy thừa của x và của y bằng nhau là số hạng thứ mấy của khai triển?

A. 675.

B. 674.

C. 676.

D. 673.

Lời giải.Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển $\left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{2018}$ là

$$T_{k+1} = C_{2018}^k \left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}}\right)^k \left(x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{2018-k} = C_{2018}^k x^{\frac{k}{15} + \frac{2018-k}{3}} y^{\frac{k}{3} + \frac{2018-k}{5}}$$

là số hạng có lũy thừa của x và của y bằng nhau nên

$$\frac{k}{15} + \frac{2018-k}{3} = \frac{k}{3} + \frac{2018-k}{5} \Leftrightarrow k = 673.$$

Vậy số hạng thứ 674 trong khai triển của nhị thức $\left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{2018}$ thỏa bài toán.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1217.** Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2 + C_n^3 = 35$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$.

A. -20.

B. $20x^3$.

C. 20.

D. $-20x^3$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^2 + C_n^3 &= 35 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{3!(n-3)!} &= 35 \\ \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} &= 35 \\ \Leftrightarrow n^3 - n - 210 &= 0 \\ \Leftrightarrow n &= 6. \end{aligned}$$

Khi $n = 6$ ta xét khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$ có số hạng tổng quát là $C_6^k (x^2)^{6-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_6^k (-1)^k x^{12-3k}$.

Số hạng chứa $x^3 \Rightarrow 12 - 3k = 3 \Leftrightarrow k = 3 \Rightarrow$ hệ số là $(-1)^3 C_6^3 = -20$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1218. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 - 2C_{n+2}^2 + 82 = 0$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 - \frac{3}{x}\right)^n$ bằng

A. -15504 .

B. 15504 .

C. $-15504 \cdot 3^{15}$.

D. $15504 \cdot 3^{15}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^2 - 2C_{n+2}^2 + 82 &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - 2 \frac{(n+2)!}{n! \cdot 2!} + 82 &= 0 \\ \Leftrightarrow n(n-1) - (n+2)(n+1) + 82 &= 0 \\ \Leftrightarrow n^2 - n - n^2 - 3n - 2 + 82 &= 0 \\ \Leftrightarrow -4n + 80 &= 0 \\ \Leftrightarrow n &= 20. \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^3 - \frac{3}{x}\right)^{20}$ là

$$T_{k+1} = C_{20}^k (x^3)^{20-k} \left(-\frac{3}{x}\right)^k = C_{20}^k (-3)^k x^{60-4k}.$$

Ta có $60 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 15$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{20}^{15} (-3)^{15} = -15504 \cdot 3^{15}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1219. Tìm số hạng không chứa x khi khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{n+4}$ biết $n \in \mathbb{N}^*$ và

$$\frac{A_{n+1}^3 - C_n^4}{A_n^4} = \frac{23}{24}.$$

A. $C_9^6 \cdot 2^6$.

B. $C_6^4 \cdot 2^4$.

C. $C_9^3 \cdot 2^3$.

D. $C_6^2 \cdot 2^2$.

Lời giải.

Điều kiện $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 4$.

Khi đó,

$$\begin{aligned} \frac{A_{n+1}^3 - C_n^4}{A_n^4} &= \frac{23}{24} \\ \Leftrightarrow 24(A_{n+1}^3 - C_n^4) &= 23A_n^4 \\ \Leftrightarrow 24 \left[(n+1)n(n-1) - \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!} \right] &= 23n(n-1)(n-2)(n-3) \\ \Leftrightarrow n(n-1)[24(n+1) - (n-2)(n-3) - 23(n-2)(n-3)] &= 0 \\ \Leftrightarrow n+1 - (n-2)(n-3) &= 0 \quad (\text{vì } n \geq 4) \\ \Leftrightarrow -n^2 + 6n - 5 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 & (\text{không thỏa mãn điều kiện}) \\ n = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^9$ là

$$T_{k+1} = C_9^k x^{9-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k \cdot 2^k x^{9-3k}.$$

Để có số hạng không chứa x thì $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức là $C_9^3 \cdot 2^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1220. Cho tập A gồm 2018 phần tử, hãy tính tổng số tập con khác rỗng của tập A có số phần tử là số chẵn.

A. 2^{2018} .

B. 2^{2017} .

C. $2^{2017} - 1$.

D. $2^{2018} - 1$.

Lời giải.

Số tập con của A có n phần tử là C_{2018}^n với $0 \leq n \leq 2018$.

Số tập con của A khác rỗng có số phần tử là số chẵn

$$C_{2018}^2 + C_{2018}^4 + \cdots + C_{2018}^{2016} + C_{2018}^{2018} = C_{2018}^0 + C_{2018}^2 + \cdots + C_{2018}^{2016} + C_{2018}^{2018} - 1 = \frac{2^{2018}}{2} - 1 = 2^{2017} - 1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1221. Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$; trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0 + \frac{a_1}{2} + \cdots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm hệ số lớn nhất.

A. 924.

B. 792.

C. 126720.

D. 1293600.

Lời giải.

Từ đẳng thức đã cho, thay $x = \frac{1}{2}$ ta được

$$2^n = a_0 + \frac{a_1}{2} + \cdots + \frac{a_n}{2^n} = 4096 = 2^{12} \Rightarrow n = 12.$$

Ta có $a_k = C_{12}^k \cdot 2^k$.

$$(a_k)_{\max} \Leftrightarrow \begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{12}^k \cdot 2^k \geq C_{12}^{k+1} \cdot 2^{k+1} \\ C_{12}^k \cdot 2^k \geq C_{12}^{k-1} \cdot 2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{12-k} \geq \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \geq \frac{1}{13-k} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{23}{3} \leq k \leq \frac{26}{3}.$$

Do k là số tự nhiên nên suy ra $k = 8$. Vậy hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1222. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức $P = \left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^n$ với $x \neq 0$ là

A. $-\frac{35}{16}$.

B. $-\frac{16}{35}x^5$.

C. $-\frac{16}{35}$.

D. $-\frac{35}{16}x^5$.

Lời giải.

Ta có

$$5C_n^{n-1} = C_n^3 \Leftrightarrow 5 \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n!}{3!(n-3)!} \Leftrightarrow 5 = \frac{(n-1)(n-2)}{6} \Leftrightarrow n^2 - 3n - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -4. \end{cases}$$

Suy ra $n = 7$.

$$\text{Khi đó } P = \left(\frac{7x^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^7 = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(\frac{x^2}{2}\right)^k \left(-\frac{1}{x}\right)^{7-k} = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot \frac{(-1)^{7-k}}{2^k} \cdot x^{3k-7}.$$

Xét phương trình $3k - 7 = 5 \Leftrightarrow k = 4$. Vậy số hạng chứa x^5 là $C_7^4 \cdot \frac{(-1)^3}{2^4} \cdot x^5 = -\frac{35}{16}x^5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1223. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển thành đa thức của $(1 + x^2(1 - x))^8$.

A. 238.

B. 128.

C. 258.

D. 348.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1 + x^2(1 - x))^8 &= \sum_{k=0}^8 C_8^k [x^2(1 - x)]^k \\ &= \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot x^{2k} \sum_{i=0}^k C_k^i (-1)^i \cdot x^i \\ &= \sum_{k=0}^8 \sum_{i=0}^k C_8^k \cdot C_k^i (-1)^i x^{2k+i}. \end{aligned}$$

Từ điều kiện đề bài ta có

$$\begin{cases} 0 \leq k \leq 8 \\ 0 \leq i \leq k \Leftrightarrow (k; i) = (4; 0), (3; 2). \\ 2k + i = 8 \end{cases}$$

Vậy hệ số của x^8 là

$$C_8^4 \cdot C_4^0 \cdot (-1)^0 + C_8^3 \cdot C_3^2 \cdot (-1)^2 = 238.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1224. Khai triển đa thức $P(x) = (2x - 1)^{1000}$ ta được $P(x) = a_{1000}x^{1000} + a_{999}x^{999} + \dots + a_1x + a_0$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 2^n$.

B. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 2^n - 1$.

C. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 1$.

D. $a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $P(0) = a_0 = 1$ và do đó

$$P(1) = a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 + a_0 = 1 \Rightarrow a_{1000} + a_{999} + \dots + a_1 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1225. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức $(x^2 + x - 2)^6$ thành đa thức.

A. 320.

B. -252.

C. -180.

D. -192.

Lời giải.

Ta có

$$(x^2 + x - 2)^6 = \sum_{i=0}^6 C_6^i (x^2)^{6-i} (x - 2)^i = \sum_{i=0}^6 \sum_{j=0}^i C_6^i x^{12-2i} C_i^j x^{i-j} (-2)^j = \sum_{i=0}^6 \sum_{j=0}^i C_6^i C_i^j x^{12-i-j} (-2)^j,$$

với $i, j \in \mathbb{N}$ và $i \leq 6, j \leq i$.

Số hạng chứa x^5 ứng với các bộ $(i; j)$ là $(6; 1), (5; 2), (4; 3)$.

Vậy hệ số của x^5 là $-2C_6^6C_6^1 + (-2)^2C_6^5C_5^2 + (-2)^3C_6^4C_4^3 = -252$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1226. Tìm số hạng không phụ thuộc vào x trong khai triển $\left[\frac{1}{x} - (x + x^2)\right]^8$.

A. 70.

B. -336.

C. -168.

D. -98.

Lời giải.

Với k, i là các số tự nhiên không âm ($0 \leq k \leq 8, 0 \leq i \leq k$), ta có

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{x} - (x + x^2)\right]^8 &= \sum_{k=0}^8 C_8^k \left(\frac{1}{x}\right)^{8-k} (-1)^k (x + x^2)^k \\ &= \sum_{k=0}^8 (-1)^k C_8^k x^{k-8} \sum_{i=0}^k C_k^i x^{k-i} (x^2)^i \\ &= \sum_{k=0}^8 \sum_{i=0}^k (-1)^k C_8^k C_k^i x^{k-8} x^{k-i} x^{2i} \\ &= \sum_{k=0}^8 \sum_{i=0}^k (-1)^k C_8^k C_k^i x^{2k+i-8}. \end{aligned}$$

Để có số hạng trong khai triển trên không phụ thuộc vào x thì $\begin{cases} 2k + i - 8 = 0 \\ 0 \leq k \leq 8 \\ 0 \leq i \leq k \\ k, i \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i = 0, k = 4 \\ i = 2, k = 3. \end{cases}$

Vậy số hạng không phụ thuộc vào x trong khai triển là $(-1)^4 C_8^4 C_4^0 + (-1)^3 C_8^3 C_3^2 = 70 - 168 = -98$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1227. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^9$.

A. $\frac{1}{8} C_9^3 x^3$.

B. $-\frac{1}{8} C_9^3 x^3$.

C. $C_9^3 x^3$.

D. $-C_9^3 x^3$.

Lời giải.

Số hạng thứ $k + 1$, với $0 \leq k \leq 9$, trong khai triển đã cho là $C_9^k x^{9-k} \left(\frac{1}{2x}\right)^k = \frac{C_9^k}{2^k} x^{9-2k}$.

Theo giả thiết, ta cần có $9 - 2k = 3 \Leftrightarrow k = 3$.

Khi đó số hạng chứa x^3 là $\frac{1}{8} C_9^3 x^3$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1228. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(2x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^n$, ($x \neq 0$). Biết rằng n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + 2A_n^2 = 112$.

A. $560x^7$.

B. -560 .

C. 650.

D. $-650x^7$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} C_n^1 + C_n^2 + 2A_n^2 &= 112 \quad (n \geq 2) \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{1! \cdot (n-1)!} + \frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} + 2 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} &= 112 \\ \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} + 2n(n-1) &= 112 \\ \Leftrightarrow 5n^2 - 3n - 224 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -\frac{32}{5} \end{cases} \Leftrightarrow n = 7 \quad (\text{vì } n \in \mathbb{N}.) \end{aligned}$$

$$\text{Ta được } \left(2x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(-\frac{1}{x^3}\right)^k (2x^4)^{7-k} = \sum_{k=0}^7 C_7^k (-1)^k \cdot 2^{7-k} \cdot x^{28-7k}$$

Ta có $28 - 7k = 7 \Leftrightarrow k = 3$. Suy ra hệ số của x^7 là $C_7^3(-1)^3 \cdot 2^{7-3} = -560$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1229. Với n là số nguyên dương và $x \neq 0$, xét biểu thức $\left(x^8 + x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^7}\right)^n$. Hỏi có bao nhiêu số $n \leq 2018$ sao cho khai triển của biểu thức trên không có số hạng tự do?

A. 403.

B. 1615.

C. 1009.

D. 625.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(x^8 + x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^7}\right)^n &= \sum_{k=0}^n C_n^k (x^8 + x^3)^{n-k} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^7}\right)^k \\ &= \sum_{k=0}^n C_n^k \left(\sum_{i=0}^{n-k} C_{n-k}^i x^{8(n-k-i)} x^{3i}\right) \left(\sum_{j=0}^k C_k^j x^{-2(k-j)} x^{-7j}\right) \\ &= \sum_{k=0}^n C_n^k \left(\sum_{i=0}^{n-k} C_{n-k}^i x^{8n-8k-5i}\right) \left(\sum_{j=0}^k C_k^j x^{-2k-5j}\right) \\ &= \sum_{k=0}^n \sum_{i=0}^{n-k} \sum_{j=0}^k C_n^k \cdot C_{n-k}^i \cdot C_k^j \cdot x^{8n-10k-5i-5j}. \end{aligned}$$

$(i, j, k \geq 0, j \leq k \leq n, i \leq n - k, k \in \mathbb{Z})$

Để khai triển của biểu thức không có số hạng tự do thì $8n - 10k - 5(i + j) \neq 0 \Leftrightarrow 8n \neq 5(2k + i + j)$.

Do $i, j, k \in \mathbb{Z}$ suy ra n không chia hết cho 5.

Cứ năm số tự nhiên liên tiếp thì có một số chia hết cho 5.

Do $n \leq 2018$ suy ra có $2018 - \frac{2015}{5} = 1615$ số. Vậy có 1615 số.

Cách 2: Ta có

$$\begin{aligned} \left(x^8 + x^3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^7}\right)^n &= \frac{1}{x^{7n}} \cdot (x^{15} + x^{10} + x^5 + 1)^n \\ &= \frac{1}{x^{7n}} \cdot (x^5 + 1)^n \cdot (x^{10} + 1)^n \\ &= \frac{1}{x^{7n}} \cdot (x^5 + 1)^n \cdot (x^{10} + 1)^n \\ &= \frac{1}{x^{7n}} \cdot \sum_{a=0}^n C_n^a x^{5a} \cdot \sum_{b=0}^n C_n^b x^{10b} \\ &= \sum_{a=0}^n C_n^a \sum_{b=0}^n C_n^b x^{5a+10b-7n}. \end{aligned}$$

Để khai triển của biểu thức không có số hạng tự do thì $5a + 10b - 7n \neq 0 \Leftrightarrow 7n \neq 5(a + 2b)$ khi và chỉ khi n không chia hết cho 5.

Cứ năm số tự nhiên liên tiếp thì có 1 số chia hết cho 5 và do $n \leq 2018$ suy ra có $2018 - \frac{2015}{5} = 1615$ số thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1230. Trong khai triển $(1 + 3x)^{20}$ với số mũ tăng dần, hệ số của số hạng đứng chính giữa là

A. $3^{11}C_{20}^{11}$.

B. $3^{10}C_{20}^{10}$.

C. $3^{12}C_{20}^{12}$.

D. $3^9C_{20}^9$.

Lời giải.

$$(1+3x)^{20} = \sum_{n=1}^{20} 1^k (3x)^{20-k} = \sum_{n=1}^{20} 3^{20-k} x^{20-k}.$$

Số hạng đứng giữa trong khai triển trên tương ứng với $k=10$, khi đó hệ số là $3^{10}C_{20}^{10}$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 1231.** Tìm hệ số của số hạng chứa x trong khai triển nhị thức $(1-x+x^5)^{16}$.

A. -16 .

B. 17 .

C. -128 .

D. 39 .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1-x+x^5)^{16} &= \sum_{i=0}^{16} C_i^{16} (-x+x^5)^i = \sum_{i=0}^{16} C_i^{16} \sum_{k=0}^i C_k^i (-x)^k x^{5i-5k} \\ &= \sum_{i=0}^{16} \sum_{k=0}^i C_i^{16} C_k^i (-1)^k x^{5i-4k}. \end{aligned}$$

Số hạng chứa x ứng với k thỏa mãn $5i-4k=1 \Leftrightarrow 5i=4k+1, i \leq 16, k \leq i$, thử các giá trị của k sao cho $4k+1 \leq 5$ ta có $k \in \{1; 6; 11; 16\}$, trong đó có $i=1$ thỏa mãn. Do đó $k=1, i=1$, hệ số của x là -16 .Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1232.** Tìm hệ số của số hạng có số mũ của x và y bằng nhau trong khai triển $\left(\sqrt{x} - \frac{2y}{\sqrt[3]{x}}\right)^{22}$.

A. $2^{16} \cdot C_{22}^{16}$.

B. $2^{16} \cdot C_{22}^{16}(xy)^6$.

C. $2^6 \cdot C_{22}^6$.

D. $C_{22}^6 \cdot (2xy)^6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\sqrt{x} - \frac{2y}{\sqrt[3]{x}}\right)^{22} = \sum_{k=0}^{22} C_{22}^k (\sqrt{x})^{22-k} \left(\frac{2y}{\sqrt[3]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{22} C_{22}^k 2^k x^{11-\frac{5k}{6}} y^k.$$

Số mũ của x bằng số mũ của y ứng với k thỏa mãn $11 - \frac{5k}{6} = k \Leftrightarrow k=6$.Vậy hệ số cần tìm là $2^6 \cdot C_{22}^6$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1233.** Biết $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $\left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2 = 2n + \frac{(4^n - 1)(2^{2018} + 1)}{3 \cdot 4^n}$.Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^n$.

A. C_{1008}^{504} .

B. C_{2016}^{1008} .

C. $-C_{2016}^{1008}$.

D. $-C_{1008}^{504}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} &\left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2 \\ &= 4 + 16 + \dots + 4^n + n + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4^n} + n \\ &= 2n + \frac{4(4^n - 1)}{4} + \frac{\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{4^n}\right)}{\frac{3}{4}} \\ &= 2n + \frac{(4^n - 1)(2^{2n+2} + 1)}{3 \cdot 4^n}. \end{aligned} \tag{1}$$

Theo giả thiết, từ (1) ta được $n = 1008$.

$$\text{Xét khai triển } \left(x - \frac{1}{x}\right)^{1008} = \sum_{k=0}^{1008} C_{1008}^k (-1)^k x^{1008-2k}. \quad (2)$$

Số hạng không chứa x trong khai triển (2) là C_{1008}^{504} .

Chọn đáp án **A** □

Câu 1234. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $P = x(1-2x)^n + x^2(1+3x)^{2n}$ thành đa thức, biết $A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 5$.

A. 432.

B. 3320.

C. -5432.

D. 4674.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^2 - C_{n+1}^{n-1} = 5 &\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} = 5 \Leftrightarrow n(n-1) - \frac{n(n+1)}{2} = 5 \\ &\Leftrightarrow n^2 - 3n - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -2 \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Mặt khác

— Hệ số của x^5 trong khai triển $x(1-2x)^5$ là $(-2)^4 C_5^4$.

— Hệ số của x^5 trong khai triển $x^2(1+3x)^{10}$ là $(3)^3 C_{10}^3$.

Do đó, hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức P bằng

$$(-2)^4 C_5^4 + (3)^3 C_{10}^3 = 80 + 3240 = 3320.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1235. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ với $x \neq 0$ và n là số nguyên dương, biết rằng tổng các hệ số của số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ ba trong khai triển bằng 46.

A. 84.

B. 62.

C. 86.

D. 96.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết ta có } C_n^0 + C_n^1 + C_n^3 = 46 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{1}{2}n(n-1) = 46 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = -10 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Với $n = 9$, số hạng tổng quát của khai triển là $T_{k+1} = C_9^k \cdot x^{2(9-k)} \frac{1}{x^k}$ nên số hạng không chứa x thỏa mãn $2(9-k) = k \Leftrightarrow k = 6$. Từ đó ta có số hạng không chứa x bằng $C_9^6 = 84$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1236. Trong khai triển $(1-3x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_2 biết $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + (-1)^n a_n = 2^{2018}$.

A. $a_2 = 508536$.

B. $a_2 = 9$.

C. $a_2 = 4576824$.

D. $a_2 = 18316377$.

Lời giải.

Thay $x = -1$ vào khai triển, ta được $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + (-1)^n a_n = 4^n$.

Vậy $4^n = 2^{2018}$ hay $n = 1009$.

Ta có $(1-3x)^{1009} = C_{1009}^k (-3)^{1009-k} x^{1009-k}$. Vậy a_2 ứng với $k = 1007$.

$$\Rightarrow a_2 = C_{1009}^{1007} (-3)^{1009-1007} = 4576824.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1237. Cho n là số nguyên dương; a, b là các số thực. Biết trong khai triển $(a^2 + b)^n$ có số hạng chứa a^8b^8 . Tìm số hạng có số mũ của a gấp đôi số mũ của b .

- A. $792a^{10}b^5$. B. $792a^{14}b^7$. C. $924a^{12}b^6$. D. $495a^8b^4$.

Lời giải.

Ta có số hạng tổng quát thứ $k + 1$ là $T_{k+1} = C_n^k a^{2(n-k)} b^k$.

$$\text{Để } a^{2(n-k)} b^k = a^8 b^8 \Leftrightarrow \begin{cases} 2(n-k) = 8 \\ k = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ k = 8. \end{cases}$$

Khi đó ta có số hạng thứ $l + 1$ của khai triển $(a^2 + b)^{12}$ là $T_{l+1} = C_{12}^l a^{2(12-l)} b^l$.

Để số mũ của a gấp đôi số mũ của b khi và chỉ khi $2(12-l) = 2l \Leftrightarrow l = 6$.

Vậy số hạng cần tìm là $T_7 = C_{12}^6 a^{2(12-6)} b^6 = 924a^{12}b^6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1238. Hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$ là

- A. 112640. B. 112643. C. -112640. D. -112643.

Lời giải.

Ta có: $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \text{ (thỏa mãn)} \\ n = -13 \text{ (loại)}. \end{cases}$

$$\text{Khi đó: } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n = \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^3)^{12-k} \cdot (-2 \cdot x^{-1})^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k \cdot x^{36-4k}.$$

Do số hạng không chứa x tức là chứa x mũ 0 nên $36 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 9$.

Khi đó: số hạng không chứa x trong khai triển trên là $C_{12}^9 \cdot (-2)^9 = -112640$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1239. Gọi a là hệ số của $x^{\frac{5}{3}}$ trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{x}\right)^{3n}$, $x > 0$. Tìm a biết rằng

$$2^{n-4} (C_n^{n-2} - C_{n-2}^1 - n) = C_{n-1}^{n-2}.$$

- A. $a = 96096$. B. $a = 96906$. C. $a = 96960$. D. $a = 96069$.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} & 2^{n-4} (C_n^{n-2} - C_{n-2}^1 - n) = C_{n-1}^{n-2} \\ \Leftrightarrow & 2^{n-4} \left(\frac{n!}{(n-2)!2!} - \frac{(n-2)!}{1!(n-3)!} - n \right) = \frac{(n-1)!}{(n-3)!1!} \\ \Leftrightarrow & 2^{n-4} \left(\frac{1}{2}n(n-1) - (n-2) - n \right) = n-1 \\ \Leftrightarrow & 2^{n-4} \left(\frac{1}{2}n^2 - \frac{5}{2}n + 2 \right) = n-1 \\ \Leftrightarrow & 2^{n-5} (n^2 - 5n + 4) = n-1 \\ \Leftrightarrow & 2^{n-5} (n-1)(n-4) = n-1 \\ \Leftrightarrow & 2^{n-5} (n-4) = 1 \Leftrightarrow n = 5. \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{x}\right)^{3n}$ là

$$C_{15}^k \cdot (\sqrt[3]{x^2})^{15-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{30-2k}{3}-k} = C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{30-5k}{3}} (k \in \mathbb{N}, k \leq 15).$$

Hệ số của $x^{\frac{5}{3}}$ có k thỏa mãn $\frac{30-5k}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow 30-5k=5 \Leftrightarrow k=5$.

Vậy hệ số cần tìm là $a = C_{15}^5 2^5 = 96096$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1240. Tổng tất cả các hệ số của khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ bằng 1024. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển của biểu thức trên.

A. 120.

B. 210.

C. 330.

D. 126.

Lời giải.

Tổng các hệ số trong khai triển của $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ bằng 1024.

Do đó ta có $\sum_{k=0}^n C_n^k = 1024 \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(\frac{1}{x}\right)^{10-k} (x^3)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{4k-10}.$$

Ta có $4k - 10 = 6 \Leftrightarrow k = 4$.

Do đó hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển của biểu thức là $C_{10}^4 = 210$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1241. Tính tổng $S = 2 \cdot 2^{2017} C_{2018}^1 + 3 \cdot 2^{2016} C_{2018}^2 + 4 \cdot 2^{2015} C_{2018}^3 + \dots + 2019 C_{2018}^{2018}$.

A. $S = 2021 \cdot 3^{2017} - 2^{2018}$.

B. $S = 2021 \cdot 3^{2017}$.

C. $S = 2021 \cdot 3^{2018} - 2^{2017}$.

D. $S = 2021 \cdot 3^{2017} + 2^{2018}$.

Lời giải.

$$\text{Xét khai triển nhị thức Niu-tơn } (x+2)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k 2^{2018-k} x^k.$$

$$\text{Nhân cả hai vế với } x \text{ ta có } x(x+2)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k 2^{2018-k} x^{k+1}.$$

$$\text{Lấy đạo hàm hai vế ta có } 2018x(x+2)^{2017} + (x+2)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (k+1) 2^{2018-k} x^k.$$

$$\text{Cho } x=1 \text{ ta có } \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (k+1) 2^{2018-k} = 2018 \cdot 3^{2017} + 3^{2018} = 2021 \cdot 3^{2017}.$$

$$\text{Từ đó } S = \sum_{k=1}^{2018} C_{2018}^k (k+1) 2^{2018-k} - 2^{2018} = 2021 \cdot 3^{2017} - 2^{2018}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1242. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 14348907$. Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$, ($x \neq 0$) bằng

A. -1365.

B. 32760.

C. 1365.

D. -32760.

Lời giải.

$$\text{Xét khai triển } (1+x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2 C_n^2 + \dots + x^n C_n^n.$$

$$\text{Thay } x=2 \text{ ta được } 3^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n.$$

Vì $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 14348907 \Rightarrow 3^n = 14348907 \Leftrightarrow n = \log_3(14348907) = 15$.

Khi đó $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{30-5k} (-1)^k$.

Hệ số x^{10} ứng với $30 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 4$.

Do đó hệ số chứa x^{10} là $C_{15}^4 \cdot (-1)^4 = 1365$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1243. Tính giá trị của biểu thức $M = 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2014}C_{2017}^3 + 2^{2012}C_{2017}^5 + \dots + 2^0C_{2017}^{2017}$.

A. $\frac{1}{2}(3^{2017} - 1)$. B. $\frac{1}{2}(3^{2017} + 1)$. C. $\frac{1}{2}(2^{2017} - 1)$. D. $\frac{1}{2}(2^{2017} + 1)$.

Lời giải.

Ta có $(2 + 1)^{2017} = 2^{2017}C_{2017}^0 + 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2015}C_{2017}^2 + \dots + 2^1C_{2017}^{2016} + C_{2017}^{2017}$. (1)

$(2 - 1)^{2017} = 2^{2017}C_{2017}^0 - 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2015}C_{2017}^2 - \dots + 2^1C_{2017}^{2016} - C_{2017}^{2017}$. (2)

Lấy (1) trừ (2) ta được $2M = 3^{2017} - 1$. Suy ra $M = \frac{1}{2}(3^{2017} - 1)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1244. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x} + 2\right)^6$.

A. 356. B. 210. C. 735. D. 480.

Lời giải.

$$\left(x^3 + \frac{1}{x} + 2\right)^6 = \sum_{k=1}^6 C_6^k \left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^k 2^{6-k} = \sum_{k=1}^6 C_6^k \cdot 2^{6-k} \cdot \sum_{l=1}^k x^{3k-4l}$$

Số hạng chứa x^5 trong khai triển suy ra $k = 3; l = 1$.

Vậy hệ số là $C_3^6 \cdot 2^3 \cdot C_3^1 = 480$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1245. Cho tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển đó là

A. 20. B. 10. C. 15. D. 25.

Lời giải.

Tổng các hệ số của khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ bằng 64, nên

$$\left(1 + \frac{1}{1^2}\right)^n = 64 \Leftrightarrow 2^n = 64 \Leftrightarrow n = 6.$$

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^6$ là: $T_{k+1} = C_6^k x^{6-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_6^k x^{6-3k}$.

Số hạng không chứa x của khai triển ứng với $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức đã cho là $C_6^2 = 15$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1246. Cho khai triển $(1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^{15} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{210}x^{210}$. Tính giá trị của $S = C_{15}^0a_0 - C_{15}^1a_1 + C_{15}^2a_2 - \dots - C_{15}^{15}a_{15}$.

A. $S = 2^{15}$. B. $S = 1$. C. $S = 0$. D. $S = 15$.

Lời giải.

Ta có $(x - 1)^{15} = C_{15}^0x^{15} - C_{15}^1x^{14} + C_{15}^2x^{13} - \dots - C_{15}^{15}$.

Do đó S là hệ số của x^{15} trong khai triển $(x - 1)^{15} \cdot (1 + x + x^2 + \dots + x^{14})^{15} = (x^{15} - 1)^{15}$.

Ta lại có hệ số của x^{15} trong khai triển $(x^{15} - 1)^{15}$ là $C_{15}^{14} = 15$.

Do đó $S = C_{15}^1 = 15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1247. Cho khai triển biểu thức $\left(3 - \frac{x}{2}\right)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, với n là số tự nhiên khác 0, biết rằng $a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + \cdots + 2^na_n = 1024$. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển trên.

- A. $-\frac{8505}{32}x^6$. B. $\frac{8505}{32}x^6$. C. $-\frac{8505}{32}$. D. $\frac{8505}{32}$.

Lời giải.

Ta có $\left(3 - \frac{x}{2}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \left(-\frac{x}{2}\right)^k 3^{n-k} = \sum_{k=0}^n C_n^k (-1)^k 3^{n-k} \frac{1}{2^k} x^k$.

Mặt khác

$$a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + \cdots + 2^na_n = 1024 \Leftrightarrow \left(3 - \frac{2}{2}\right)^n = 1024 \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10.$$

Do đó, $a_6 = C_{10}^6 (-1)^6 3^{10-6} \frac{1}{2^6} = \frac{8505}{32}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1248. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$.

- A. 112640. B. -112640. C. 112643. D. -112643.

Lời giải.

Ta có $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13. \end{cases}$

Do n là số nguyên dương nên $n = 12$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là $C_{12}^k x^{36-4k} (-2)^k$.

Suy ra $36 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 9$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{12}^9 (-2)^9 = -112640$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1249. Cho khai triển $(1 + 2x + 3x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{2n}x^{2n}$. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển trên biết rằng $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n} = 30233600$.

- A. 37102. B. 33264. C. 32951. D. 34704.

Lời giải.

Thay $x = 1$ và $x = -1$ vào biểu thức $(1 + 2x + 3x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{2n}x^{2n}$, ta được

$$\begin{cases} a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2n-1} + a_{2n} = 6^n \\ a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{2n-1} + a_{2n} = 2^n. \end{cases}$$

Suy ra $2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n}) = 6^n + 2^n \Leftrightarrow 60467200 = 6^n + 2^n \Leftrightarrow n = 10$.

Ta có $(1 + 2x + 3x^2)^{10} = [(1 + 2x) + 3x^2]^{10}$
 $= C_{10}^0 (1 + 2x)^{10} + C_{10}^1 (1 + 2x)^9 \cdot 3x^2 + C_{10}^2 (1 + 2x)^8 \cdot 9x^4 + C_{10}^3 (1 + 2x)^7 \cdot 27x^6 +$
 $\cdots + C_{10}^{10} (3x^2)^{10}.$

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển $(1 + 2x + 3x^2)^{10}$ là $C_{10}^0 C_{10}^5 2^5 + 3C_{10}^1 C_9^3 2^3 + 9C_{10}^2 C_8^1 2 = 34704$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1250. Tìm hệ số của x^3 sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9, x \neq 0$.

A. 3210.

B. -3210.

C. -2940.

D. 2940.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9 &= \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \cdot (2x^2 - x)^k \\ &= \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \cdot \sum_{i=0}^k C_k^i (2x^2)^{k-i} \cdot (-x)^i \\ &= \sum_{k=0}^9 \sum_{i=0}^k C_9^k C_k^i 2^{k-i} (-1)^i x^{3k-i-9}.\end{aligned}$$

Số hạng chứa x^3 ứng với (k, i) thỏa mãn $\begin{cases} 3k - i - 9 = 3 \\ 0 \leq i \leq k \leq 9 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow (k, i) \in \{(4, 0), (5, 3), (6, 6)\}.$

Suy ra hệ số của x^3 là: $C_9^4 C_4^0 2^4 (-1)^0 + C_9^5 C_5^3 2^2 (-1)^3 + C_9^6 C_6^6 2^0 (-1)^6 = -2940$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1251. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$. Số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x > 0$ bằng

A. 165.

B. 485.

C. 238.

D. 525.

Lời giải.

$$C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 88 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 & (\text{nhận}) \\ n = -8 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Do đó

$$\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x\sqrt{x})^k \left(\frac{1}{x^4}\right)^{11-k} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x)^{\frac{3k}{2} + 4(k-11)} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (x)^{\frac{11k-88}{2}}.$$

Số hạng không chứa x khi $11k - 88 = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Do vậy số hạng cần tìm là $C_{11}^8 = 165$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1252. Hệ số của x^5 trong khai triển $f(x) = (1 + x + 3x^3)^{10}$ thành đa thức là

A. 1836.

B. 1380.

C. 3480.

D. 1332.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x + 3x^3)^k = \sum_{k=0}^{10} \left(\sum_{i=0}^k C_k^i \cdot 3^i \cdot x^{k+2i} \right).$$

$$\text{Theo giả thiết } \begin{cases} k + 2i = 5 \\ 0 \leq i \leq k \leq 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = 0, k = 5 \\ i = 1, k = 3. \end{cases}$$

Vậy hệ số của x^5 là

$$C_{10}^5 C_5^0 + C_{10}^3 C_3^1 \cdot 3^1 = 1332.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1253. Cho số thực $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^n$ biết rằng $C_n^{k-2} + 2C_n^{k-1} + C_n^k = \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k}$ với k, n là các số nguyên dương thỏa mãn $2 \leq k \leq n$.

A. C_{2016}^{1008} .

B. $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1009}$.

C. $C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1008}$.

D. $C_{2014}^{1007} \cdot 2^{1007}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
C_n^{k-2} + 2C_n^{k-1} + C_n^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\
\Leftrightarrow C_{n+1}^{k-1} + C_{n+1}^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\
\Leftrightarrow C_{n+2}^k &= \frac{2018C_{n+1}^{k-1}}{k} \\
\Leftrightarrow n &= 2016
\end{aligned}$$

$$\left(2x + \frac{1}{x}\right)^{2016} = \sum_{k=0}^{2016} C_{2016}^k 2^{2016-k} x^{2016-2k}, \text{ suy ra hệ số của số hạng không chứa } x \text{ là } C_{2016}^{1008} \cdot 2^{1008}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1254. Giá trị của $A = \frac{1}{1!2018!} + \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{3!2016!} + \dots + \frac{1}{1008!1011!} + \frac{1}{1009!1010!}$ bằng

A. $\frac{2^{2017} - 1}{2018!}$. B. $\frac{2^{2017}}{2018!}$. C. $\frac{2^{2018}}{2019!}$. D. $\frac{2^{2018} - 1}{2019!}$.

Lời giải.Nhân hai vế của biểu thức với $2019!$, ta được

$$\begin{aligned}
A \cdot 2019! &= \frac{2019!}{1!2018!} + \frac{2019!}{2!2017!} + \frac{2019!}{3!2016!} + \dots + \frac{2019!}{1008!1011!} + \frac{2019!}{1009!1010!} \\
&= \frac{2019!}{1!(2019-1)!} + \frac{2019!}{2!(2019-2)!} + \dots + \frac{2019!}{1008!(2019-1008)!} + \frac{2019!}{1009!(2019-1009)!} \\
&= C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{1009} = C_{2019}^{2018} + C_{2019}^{2017} + C_{2019}^{2016} + \dots + C_{2019}^{1010}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Xét } 2^{2019} &= C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + \dots + C_{2019}^{2018} + C_{2019}^{2019} \\
&= C_{2019}^0 + 2A \cdot 2019! + C_{2019}^{2019} = 2 + 2A \cdot 2019! \Rightarrow A = \frac{2^{2018} - 1}{2019!}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 1255.** Xác định hệ số của x^4 trong khai triển của biểu thức $(3x^2 + 2x + 1)^{10}$.

A. 8085.

B. 11312.

C. 1303.

D. 8089.

Lời giải.

• Ta có

$$(1 + 2x + 3x^2)^{10} = \sum_{p=0}^{10} C_{10}^p (2x + 3x^2)^p \cdot 1^{10-p} = \sum_{p=0}^{10} \sum_{q=0}^p C_{10}^p C_p^q 2^{p-q} 3^q x^{p+q}$$

với $0 \leq q \leq p \leq 10$ và p, q nguyên.

$$\text{Ta có } p + q = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} p = 4, q = 0 \\ p = 3, q = 1 \\ p = 2, q = 2. \end{cases}$$

$$\text{Vậy hệ số của } x^4 \text{ là } 2^4 C_{10}^4 C_4^0 + 2^2 \cdot 3 C_{10}^3 C_3^1 + 3^2 C_{10}^2 C_2^2 = 8085.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 1256.** Cho số tự nhiên n thỏa mãn $A_n^2 + 2C_n^n = 22$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $(3x - 4)^n$.

A. 1080.

B. -4320.

C. 4320.

D. -1440.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^2 + 2C_n^n &= 22 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} + 2 &= 22 \\ \Leftrightarrow n(n-1) &= 20 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ (nhận)} \\ n = -4. \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $(3x-4)^5$ là $C_5^{5-k}(3x)^{5-k}(-4)^k$. Theo đề bài ta có

$$x^{5-k} = x^3 \Leftrightarrow k = 2.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_5^3(3)^3(-4)^2 = 4320$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1257. Hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^{20}$ là

- A. 15504. B. 1140. C. 4845. D. 38760.

Lời giải.

Ta có

$$\left(x + \frac{1}{x^3}\right)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot x^k \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^{20-k} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot x^{4k-60}.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $C_{20}^k \cdot x^{4k-60}$ là số hạng không chứa x thì

$$4k - 60 = 0 \Rightarrow k = 15.$$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển trên là $C_{20}^{15} = 15504$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1258. Cho $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12-n)x+1]^n$ thành đa thức.

- A. 2. B. 90. C. 45. D. 180.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n &= 1023 \\ \Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n &= 1024 \text{ (do } C_n^0 = 1) \\ \Leftrightarrow 2^n &= 1024 \Leftrightarrow n = 10. \end{aligned}$$

Khi đó, ta cần tìm hệ số của x^2 trong khai triển $[(12-n)x+1]^n = (2x+1)^{10}$ thành đa thức.

$$\text{Ta có } (2x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot 1^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} \cdot x^{10-k}.$$

Cho $10-k=2 \Leftrightarrow k=8$. Suy ra, hệ số của x^2 là $C_{10}^8 2^2 = 180$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1259. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5^n C_n^0 - 5^{n-1} C_n^1 + 5^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 1024$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(3-x)^n$.

- A. 270. B. -90. C. 90. D. -270.

Lời giải.

Ta có $5^n C_n^0 - 5^{n-1} C_n^1 + 5^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = (5-1)^n = 4^n$.

Do đó $4^n = 2^2 n = 1024 \Rightarrow 2n = 10 \Leftrightarrow n = 5$.

Hệ số của x^k trong khai triển $(3-x)^5$ là: $C_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot (-1)^k$.

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển $(3-x)^5$ là: $-C_5^3 \cdot 3^2 = -90$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1260. Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ là

A. 924.

B. 792.

C. 495.

D. 220.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{12}^k x^{24-3k}$.

Số hạng không chứa x ứng với $24-3k=0 \Leftrightarrow k=8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{12}^8 = 495$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1261. Tổng $C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + C_{2016}^3 + \dots + C_{2016}^{2016}$ bằng

A. 2^{2016} .

B. 4^{2016} .

C. $2^{2016} + 1$.

D. $2^{2016} - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}(1+1)^{2016} &= C_{2016}^0 + C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + \dots + C_{2016}^{2016} \\ \Leftrightarrow 2^{2016} &= 1 + C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + \dots + C_{2016}^{2016} \\ \Leftrightarrow 2^{2016} - 1 &= C_{2016}^1 + C_{2016}^2 + \dots + C_{2016}^{2016}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1262. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức New-tons $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}$, ($x \neq 0$, $n \in N^*$).

A. $2^8 C_{21}^8$.

B. $-2^8 C_{21}^8$.

C. $2^7 C_{21}^7$.

D. $-2^7 C_{21}^7$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{21}^k x^{21-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{21}^k (-2)^k x^{21-k-2k} = C_{21}^k (-2)^k x^{21-3k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $21-3k=0 \Leftrightarrow k=7$.

Số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{21}^7 (-2)^7 = -2^7 C_{21}^7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1263. Tổng $T = C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + C_{2017}^5 + \dots + C_{2017}^{2017}$ bằng

A. 2^{2016} .

B. $2^{2016} - 1$.

C. 2^{2017} .

D. $2^{2017} - 1$.

Lời giải.

Xét khai triển

$$\begin{aligned}(1+x)^{2017} &= C_{2017}^0 1^{2n} x^0 + C_{2017}^1 1^{2n-1} x^1 + C_{2017}^2 1^{2n-2} x^2 + \dots + C_{2017}^{2n} 1^1 x^{2n} + C_{2017}^{2017} 1^0 x^{2017} \\ &= 1 + C_{2017}^1 x + C_{2017}^2 x^2 + \dots + C_{2017}^{2n} x^{2n} + C_{2017}^{2017} x^{2017}\end{aligned}$$

Cho $x=1$ suy ra

$$2^{2017} = 1 + C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + \dots + C_{2017}^{2n} + C_{2017}^{2017}. \quad (1)$$

Cho $x=-1$ suy ra

$$0 = 1 - C_{2017}^1 + C_{2017}^2 - \dots + C_{2017}^{2n} - C_{2017}^{2017}. \quad (2)$$

Lấy (1) – (2) suy ra $2^{2017} = 2(C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + \dots + C_{2017}^{2n-1} + C_{2017}^{2017})$

$$\Rightarrow 2^{2016} = C_{2017}^1 + C_{2017}^3 + \dots + C_{2017}^{2n-1} + C_{2017}^{2017}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1264. Tìm số hạng chứa x^4 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$ với mọi $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + nA_n^2 = 476$.

A. $1792x^4$.

B. -1792 .

C. 1792 .

D. $-1792x^4$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} C_n^2 + nA_n^2 &= 476 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} + \frac{n \cdot n!}{(n-2)!} &= 476 \\ \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + n \cdot n(n-1) &= 476 \\ \Leftrightarrow 2n^3 - n^2 - n - 952 &= 0 \\ \Leftrightarrow n &= 8. \end{aligned}$$

Với $n = 8$, ta được nhị thức $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^8$ có số hạng tổng quát là

$$T_{k+1} = C_8^k \left(\frac{2}{x}\right)^{8-k} \cdot (-x^3)^k = C_8^k (2)^{8-k} \cdot (-1)^k \cdot (x)^{4k-8}.$$

Như vậy, số hạng chứa x^4 khi và chỉ khi $4k - 8 = 4 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng chứa x^4 là $T_4 = -1792x^4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1265. Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^6$ bằng

A. 729.

B. 160.

C. 1.

D. 60.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_6^k \cdot x^{6-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_6^k \cdot 2^k \cdot x^{6-3k}$.

Theo bài ra ta có $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Suy ra số hạng không chứa x trong khai triển bằng $C_6^2 \cdot 2^2 = 60$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1266. Hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức $P(x) = (1 - 2x)^{10}$ là

A. -15360 .

B. 15360 .

C. -15363 .

D. 15363 .

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển biểu thức $P(x)$ là $C_{10}^k \cdot 1^{10-k} \cdot (-2x)^k = C_{10}^k \cdot (-2)^k \cdot x^k$.

Vì số hạng chứa x^7 nên $k = 7$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_{10}^7 \cdot (-2)^7 = -15360$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1267. Trong khai triển nhị thức $(a + 2)^{n+6}$, với n là số tự nhiên và $a \neq 0$, có tất cả 17 số hạng.

Vậy n bằng

A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 17.

Lời giải.

Ta có, trong khai triển nhị thức $(a + 2)^{n+6}$ có $(n + 6) + 1$ hạng tử.

Theo giả thiết, $(n + 6) + 1 = 17 \Leftrightarrow n = 10$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1268. Biết rằng trong khai triển Newton của $(x + 1)^{100}$ thì hệ số của hai số hạng chứa x^k và x^{3k} là bằng nhau ($k \in \mathbb{Z}; 1 \leq k \leq 33$). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. k chia hết cho 5. B. k chia hết cho 4. C. k chia hết cho 3. D. k chia hết cho 7.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $T_{k+1} = C_{100}^k \cdot x^k$.

Theo giả thiết, với $k \in \mathbb{Z}; 1 \leq k \leq 33$ ta có

$$C_{100}^k = C_{100}^{3k} \Leftrightarrow C_{100}^{100-k} = C_{100}^{3k} \Leftrightarrow 100 - k = 3k \Leftrightarrow k = 25.$$

Vậy k chia hết cho 5.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1269. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12}$, ($x > 0$).

A. $2^6 C_{12}^6$. B. $2^8 C_{12}^8$. C. $-2^8 C_{12}^8$. D. C_{12}^6 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (2x)^{12-k} \cdot \left(-x^{-\frac{1}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^{12-k} (-1)^k \cdot x^{12-\frac{3}{2}k}.$$

Số hạng tổng quát $a_k = C_{12}^k \cdot 2^{12-k} \cdot (-1)^k$.

Số hạng chứa x^6 ứng với k thỏa mãn $12 - \frac{3}{2}k = 6 \Leftrightarrow k = 4$.

Hệ số cần tìm $a_4 = C_{12}^4 2^8 = C_{12}^8 2^8$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1270. Cho khai triển $(a + b)^{2n} = C_{2n}^0 a^{2n} + C_{2n}^1 a^{2n-1} b + \dots + C_{2n}^{2n} b^{2n}$. Tìm số hạng thứ n của khai triển.

A. $C_{2n}^{n-1} a^{n-1} b^{n-1}$. B. $C_{2n}^n a^n b^n$. C. $C_{2n}^n a^{n+1} b^{n-1}$. D. $C_{2n}^{n-1} a^{n+1} b^{n-1}$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển là $C_{2n}^k a^{2n-k} b^k$.

Số hạng thứ n của khai triển ứng với $k = n - 1$.

Do đó số hạng thứ n của khai triển là $C_{2n}^{n-1} a^{n+1} b^{n-1}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1271. Xét khai triển $(3x + 1)^{1000} = a_0 + a_1 x + \dots + a_{1000} x^{1000}$. Tìm $a = \max \{a_0, a_1, \dots, a_{1000}\}$.

A. $a = a_{749}$. B. $a = a_{501}$. C. $a = a_{750}$. D. $a = a_{500}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (3x + 1)^{1000} = \sum_{k=0}^{1000} C_{1000}^k 3^k x^k.$$

$$a_k > a_{k+1} \Leftrightarrow C_{1000}^k 3^k > C_{1000}^{k+1} 3^{k+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1000!}{k!(1000-k)!} > \frac{1000! 3}{(k+1)!(999-k)!} \Leftrightarrow k+1 > 3(1000-k) \Leftrightarrow k > 749,75.$$

$$\text{Tương tự } a_k > a_{k-1} \Leftrightarrow C_{1000}^k > C_{1000}^{k-1} 3^{k-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1000!3}{k!(1000-k)!} > \frac{1000!}{(k-1)!(1001-k)!} \Leftrightarrow 3(1001-k) > k \Leftrightarrow k < 750,75.$$

Vậy a_k lớn nhất khi và chỉ khi $k = 750$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1272. Tìm n để trong khai triển thu gọn biểu thức $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\right)^n$ thì hệ số của x^4 bằng $\sqrt{2}$ hệ số của x^3 .

A. 24.

B. 25.

C. 26.

D. 27.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + 3\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^k \cdot 3^{n-k} \cdot x^k.$$

Theo đề ta có

$$\begin{aligned} C_n^4 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 \cdot 3^{n-4} &= \sqrt{2} \cdot C_n^3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 \cdot 3^{n-3} \\ \Leftrightarrow C_n^4 &= 6 \cdot C_n^3 \\ \Leftrightarrow (n-3)! &= 4! \cdot (n-4)! \\ \Leftrightarrow n &= 27. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1273. Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, $x \neq 0$. Số hạng không chứa x là

A. 84.

B. 258048.

C. 43008.

D. 512.

Lời giải.

Ta có

$$\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_n^k \cdot x^k \cdot \left(\frac{8}{x^2}\right)^{9-k} = \sum_{k=0}^9 C_n^k \cdot x^{3k-18} \cdot 8^{9-k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $3k - 18 = 0 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_9^6 \cdot 8^3 = 43008$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1274. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = C_{11}^2$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của nhị thức $\left(x^3 - \frac{3}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 153090.

B. 3360.

C. 61236.

D. -61236.

Lời giải.

— Ta có $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = C_{11}^2 \Leftrightarrow C_n^1 + C_n^2 = C_{11}^2 \Leftrightarrow C_{n+1}^2 = C_{11}^2 \Rightarrow n+1 = 11 \Rightarrow n = 10$.

— Số hạng tổng quát $C_{10}^k \cdot (x^3)^{10-k} \cdot \left(-\frac{3}{x^2}\right)^k = C_{10}^k \cdot (-3)^k \cdot x^{30-5k}$.

— Số hạng chứa $x^5 \Rightarrow 30 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 5$.

— Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^5 \cdot (-3)^5 = -61236$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1275. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^{15}$.

A. $C_{15}^5 \cdot 2^5$.

B. $C_{15}^7 \cdot 2^7$.

C. C_{15}^5 .

D. $C_{15}^8 \cdot 2^8$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \cdot (\sqrt{x})^{15-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{15-3k}{2}}.$$

Số hạng tổng quát của khai triển biểu thức đã cho là $C_{15}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{15-3k}{2}}$.Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $\frac{15-3k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 5$.Vậy số hạng không chứa x là $C_{15}^5 \cdot 2^5$.Chọn đáp án **A** □**Câu 1276.** Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{2}{x^3} - \sqrt{x^5}\right)^{12}$ (với $x > 0$) bằng

A. -7920 .

B. -126720 .

C. 7920 .

D. 126720 .

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{2}{x^3} - \sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \left(\frac{2}{x^3}\right)^{12-k} \left(-\sqrt{x^5}\right)^k.$$

Số hạng tổng quát

$$T_{k+1} = C_{12}^k \left(\frac{2}{x^3}\right)^{12-k} \left(-\sqrt{x^5}\right)^k = (-1)^k \cdot C_{12}^k \cdot 2^{12-k} \cdot x^{\frac{11k}{2}-36}.$$

Số hạng này chứa x^8 khi

$$\frac{11k}{2} - 36 = 8 \Leftrightarrow \frac{11k}{2} = 44 \Leftrightarrow k = 8.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 là $(-1)^8 \cdot C_{12}^8 \cdot 2^{12-8} = 7920$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1277.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 14348907$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của nhị thức $\left(x^2 - \frac{1}{x^3}\right)^n$ ($x \neq 0$).

A. -1365 .

B. 32760 .

C. 1365 .

D. -32760 .

Lời giải.Ta có $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = (1+2)^n = 3^n = 14348907 \Rightarrow n = 15$.Xét số hạng tổng quát thứ $(k+1)$: $T_{k+1} = (-1)^k C_{15}^k (x^2)^{15-k} \cdot \frac{1}{x^{3k}} = (-1)^k C_{15}^k x^{30-5k}$.Để $x^{30-5k} = x^{10} \Leftrightarrow k = 4$, từ đó suy ra hệ số của x^{10} là $(-1)^4 C_{15}^4 = 1365$.Chọn đáp án **C** □**Câu 1278.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, với $x \neq 0$.

A. C_{40}^{37} .

B. C_{40}^{31} .

C. C_{40}^4 .

D. C_{40}^2 .

Lời giải.Số hạng tổng quát trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là $C_{40}^k \cdot x^{40-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$.Giả sử số hạng $C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$ chứa x^{31} , khi đó ta có $40-3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là $C_{40}^3 = C_{40}^{37}$.Chọn đáp án **A** □

Câu 1279. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^5$.

A. 80.

B. $C_5^3 \cdot 2^2$.C. C_5^1 .

D. 40.

Lời giải.

Ta có

$$\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k (2x)^{5-k} \cdot \frac{1}{x^{2k}} = \sum_{k=0}^5 C_5^k 2^{5-k} x^{5-3k}.$$

Số hạng chứa x^2 là $C_5^1 2^4 x^2$. Vậy hệ số của x^2 là $C_5^1 \cdot 2^4 = 80$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1280. Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm hệ số lớn nhất.

A. 112640.

B. 101376.

C. 126720.

D. 67584.

Lời giải.

• Đặt $f(x) = (1 + 2x)^n$. Ta có $f\left(\frac{1}{2}\right) = 4096 \Rightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$.

• $(1 + 2x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^k \Rightarrow a_k = C_{12}^k 2^k$.

• Xét $a_{k+1} > a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} \cdot 2^{k+1} > C_{12}^k \cdot 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} > \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k < \frac{23}{3}$.

• Suy ra $a_0 < a_1 < \dots < a_7 < a_8 > a_9 > \dots > a_{12}$. Vậy hệ số lớn nhất là $a_8 = 126720$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1281. Cho khai triển $(1 - 4x)^{18} = a_0 + a_1x + \dots + a_{18}x^{18}$. Giá trị của a_3 là

A. -52224.

B. 52224.

C. 2448.

D. -2448.

Lời giải.

Ta có $(1 - 4x)^{18} = \sum_{i=0}^{18} C_{18}^i 1^i (-4x)^{18-i}$.

Nhận thấy hệ số a_3 ứng với x^3 nên ta có $18 - i = 3 \Rightarrow i = 15$.

Suy ra, a_3 có giá trị là $C_{18}^{15}(-4)^3 = -52224$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1282. Cho số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n = 2621439$. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ bằng

A. 43758.

B. 31824.

C. 18564.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $(x + 1)^n = 1 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n$

$\Rightarrow x(x + 1)^n = x + C_n^1x^2 + C_n^2x^3 + \dots + C_n^nx^{n+1}$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được

$(x + 1)^n + nx(x + 1)^{n-1} = 1 + 2C_n^1x + 3C_n^2x^2 + \dots + (n+1)C_n^nx^n$.

Thay $x = 1$ vào đẳng thức trên ta được

$2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n = 2^n + n \cdot 2^{n-1} - 1$.

Từ đó suy ra $2^n + n \cdot 2^{n-1} - 1 = 2621439 \Leftrightarrow n = 18$.

Khi đó $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (x^2)^k \left(\frac{1}{x}\right)^{18-k} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k x^{3k-18}$.

Ta có $3k - 18 = 0 \Leftrightarrow k = 6$ nên số hạng không chứa x trong khai triển trên là $C_{18}^6 = 18564$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1283. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng

A. -6432.

B. -4032.

C. -1632.

D. -5418.

Lời giải.

Ta có:

$$(x^2 - 3x + 2)^6 = (x - 1)^6(x - 2)^6 = \left(\sum_{k=0}^6 C_6^k (-1)^{6-k} x^k \right) \left(\sum_{k=0}^6 C_6^k (-2)^{6-k} x^k \right).$$

Khi đó hệ số của số hạng chứa x^7 là

Chọn đáp án **(D)** $C_6^1 C_6^6 (-1)^6 + C_6^2 C_6^5 (-2)^5 - C_6^3 C_6^4 (-2)^4 + C_6^4 C_6^3 (-2)^3 - C_6^5 C_6^2 (-2)^2 + C_6^6 C_6^1 (-2) = -5418.$ $\square$

Câu 1284. Biểu thức $\frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^9}{9!} \cdot \frac{1-x}{1!} + \frac{x^8}{8!} \cdot \frac{(1-x)^2}{2!} + \dots + \frac{(1-x)^{10}}{10!}$ bằng

A. $10!$.B. $20!$.C. $\frac{1}{10!}$.D. $\frac{1}{100!}$.

Lời giải.

Ta có $1 = (x+1-x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{10-k} (1-x)^k = 10! \left(\frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^9}{9!} \cdot \frac{1-x}{1!} + \frac{x^8}{8!} \cdot \frac{(1-x)^2}{2!} + \dots + \frac{(1-x)^{10}}{10!} \right).$

Chọn đáp án **(C)** $\square$

Câu 1285. Hệ số của x^6 trong khai triển $(2x + 1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right)^4$ thành đa thức là

A. $\frac{1}{2} C_{14}^6$.B. $\frac{1}{4} C_{14}^6$.C. C_{14}^6 .D. $4C_{14}^6$.

Lời giải.

Ta có $(2x + 1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right)^4 = \frac{1}{4^4} (2x + 1)^6 (2x + 1)^8 = \frac{1}{4^4} (2x + 1)^{14}.$

Suy ra hệ số của x^6 là $\frac{1}{4^4} 2^6 C_{14}^6 = \frac{1}{4} C_{14}^6.$

Chọn đáp án **(B)** $\square$

Câu 1286. Cho x là số thực dương. Số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{12}$ là

A. -495.

B. -3247695.

C. 495.

D. 3247695.

Lời giải.

Ta có $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^{12}$ có số hạng tổng quát là $C_{12}^k \cdot x^{12-k} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{x}} \right)^k = (-1)^k C_{12}^k \cdot x^{12-\frac{3k}{2}}.$

Số hạng không chứa biến thì $12 - \frac{3k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 8$. nên số hạng cần tìm là $(-1)^8 C_{12}^8 = 495.$

Chọn đáp án **(C)** $\square$

Câu 1287. Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2} \right)^n$ số hạng không chứa x là

A. 84.

B. 8.

C. 5376.

D. 672.

Lời giải.

Với $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, ta có

$$\begin{aligned} C_n^2 - n &= 27 \\ \Leftrightarrow \frac{n}{2! \cdot (n-2)!} - n &= 27 \\ \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n &= 27 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -6 \text{ (loại)} \\ n = 9. \end{cases} \end{aligned}$$

Khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^{9-k} \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^k x^{9-3k}$.

Cho $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$. Suy ra số hạng không chứa x là $C_9^3 2^3 = 672$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1288. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức New-tons $(1+2x)(3+x)^{11}$.

A. 4620.

B. 2890.

C. 9405.

D. 1380.

Lời giải.

Ta có $(3+x)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (3)^{11-k} x^k$. Suy ra

$$(1+2x)(3+x)^{11} = (1+2x) \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k 3^{11-k} x^k = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k 3^{11-k} x^k + 2 \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k 3^{11-k} x^{k+1}.$$

Yêu cầu bài toán hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển tương ứng với $C_{11}^9 3^2 + 2C_{11}^8 3^3 = 9405$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1289. Với n là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $A_n^2 - C_n^3 = 10$, tìm hệ số a_5 của số hạng chứa x^5 trong khai triển biểu thức $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^n$ với $x \neq 0$.

A. $a_5 = 10$.

B. $a_5 = -10x^5$.

C. $a_5 = 10x^5$.

D. $a_5 = -10$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^2 - C_n^3 &= 10 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} &= 10 \\ \Leftrightarrow 6n(n-1) - n(n-1)(n-2) &= 60 \\ \Leftrightarrow 6n^2 - 6n - n(n^2 - 3n + 2) &= 60 \\ \Leftrightarrow 6n^2 - 6n - n^3 + 3n^2 - 2n &= 60 \\ \Leftrightarrow -n^3 + 9n^2 - 8n - 60 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2 \text{ (loại)} \\ n = 6 \text{ (nhận)} \\ n = 5 \text{ (nhận)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_n^k (x^2)^{n-k} \left(\frac{-2}{x^3}\right)^k = C_n^k (-2)^k \cdot x^{2n-5k}$

— Với $n = 5 \Rightarrow C_5^k (-2)^k \cdot x^{10-5k}$.

Số hạng chứa x^5 trong khai triển ứng với $k = 1$ suy ra $C_5^1 (-2)^1 x^5 = -10x^5$.

Khi đó hệ số $a_5 = -10$.

— Với $n = 6 \Rightarrow C_6^k (-2)^k \cdot x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^5 trong khai triển ứng với $12 - 5k = 5 \Rightarrow k = \frac{7}{5}$ (loại).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1290. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức Niuton của $(1+3x)^{2n}$, biết rằng $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$ (n là số nguyên dương và A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử).

A. 61236.

B. 243.

C. 63216.

D. 252.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 3 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} A_n^3 + 2A_n^2 &= 100 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2\frac{n!}{(n-2)!} - 100 &= 0 \\ \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 2n(n-1) - 100 &= 0 \\ \Leftrightarrow n^3 - n^2 - 100 &= 0 \\ \Leftrightarrow n = 5 \text{ (thỏa mãn)}. \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của $(1+3x)^{10}$ là $C_{10}^k 3^k x^k$.

Hệ số của x^5 tương ứng với $k=5$.

Vậy hệ số x^5 là $C_{10}^5 3^5 = 61236$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1291. Cho $S = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + 4C_n^4 + \dots + nC_n^n$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của n trong khoảng $(40; 100)$ sao cho S chia hết cho 5?

A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 13.

Lời giải.

Ta có

$$kC_n^k = k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = n \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = nC_{n-1}^{k-1} \forall n \geq k \geq 1.$$

Do đó,

$$S = n \cdot (C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + \dots + C_{n-1}^{n-1}) = n \cdot 2^{n-1}.$$

Suy ra S chia hết cho 5 khi và chỉ khi $n = 5k$ với k nguyên. Mà $n \in (40; 100)$ nên $k \in (8; 20)$. Có 11 số nguyên k thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1292. Hiệu các hệ số của hai số hạng thứ ba trong khai triển $(a+b)^{n+1}$ và $(a+b)^n$ bằng 225. Tìm n ?

A. 225.

B. 450.

C. 125.

D. 220.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (a+b)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} C_{n+1}^k a^{n+1-k} b^k.$$

$$\text{Hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển là } T_3 = C_{n+1}^2 = \frac{(n+1)n}{2}.$$

$$\text{Ta có } (a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k.$$

$$\text{Hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển là } T'_3 = C_n^2 = \frac{(n-1)n}{2} < T_3.$$

Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} T_3 - T'_3 = 225 &\Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} - \frac{n(n-1)}{2} = 225 \\ &\Leftrightarrow 2n = 450 \\ &\Leftrightarrow n = 225. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1293. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$.

A. $8 \cdot C_7^3$.

B. C_7^3 .

C. $8 \cdot C_7^5$.

D. C_7^2 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot (x^2)^{7-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot 2^k \cdot x^{14-3k}.$$

Hệ số của x^5 ứng với k thỏa mãn $14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của x^5 là $8 \cdot C_7^3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1294. Cho một tập hợp có 2018 phần tử. Hỏi tập đó có bao nhiêu tập con mà mỗi tập con đó có số phần tử là một số lẻ?

A. 2^{2017} .

B. 2^{2018} .

C. 1009.

D. $2^{2018} - 1$.

Lời giải.

Số tập con gồm k phần tử của tập hợp có 2018 phần tử là C_{2018}^k .

Do đó số tập con gồm một số lẻ phần tử của tập hợp đã cho là

$$C_{2018}^1 + C_{2018}^3 + \cdots + C_{2018}^{2017} = 2^{2017} \text{ (hệ quả của khai triển nhị thức Niu-tơn).}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1295. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $(2 - 3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \cdots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

A. 2099529.

B. -2099520.

C. -1959552.

D. 1959552.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1 + x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 x + C_{2n+1}^2 x^2 + \cdots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}$$

$$\text{Cho } x = 1, \text{ ta được: } 2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \cdots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$$

$$\text{Cho } x = -1, \text{ ta được: } 0 = C_{2n+1}^0 - C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 - \cdots + C_{2n+1}^{2n} - C_{2n+1}^{2n+1}$$

$$\text{Từ đó } C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \cdots + C_{2n+1}^{2n} = 2^{2n} = 1024 \Leftrightarrow n = 5.$$

$$\text{Với } n = 5 \text{ ta có } (2 - 3x)^{2n} = (2 - 3x)^{10} (*)$$

$$\text{Vậy hệ số chứa } x^5 \text{ trong khai triển của } (*) \text{ là } T_6 = -C_{10}^5 2^5 3^5 = -1959552.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1296. Tổng các hệ số trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^4\right)^n$ là 1024. Hệ số chứa x^{10} là

A. 10.

B. 252.

C. 120.

D. 210.

Lời giải.

$$\text{Theo giả thiết ta có } C_n^0 + C_n^1 + \cdots + C_n^n = 1024.$$

$$\text{Mặt khác } C_n^0 + C_n^1 + \cdots + C_n^n = (1 + 1)^n = 2^n \Rightarrow 2^n = 1024 \Rightarrow n = 10. \text{ Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(\frac{1}{x} + x^4\right)^{10} \text{ là } T_k = C_{10}^k \left(\frac{1}{x}\right)^k (x^4)^{10-k} = C_{10}^k x^{40-5k}.$$

$$\text{Ta có } 40 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 6. \text{ Vậy hệ số của số hạng chứa } x^{10} \text{ là } C_{10}^6 = 210.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1297. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.

A. $a = 11520$.

B. $a = 256$.

C. $a = 45$.

D. $a = 3360$.

Lời giải.Điều kiện: $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Ta có

$$\begin{aligned}
5C_n^1 - C_n^2 = 5 &\Leftrightarrow 5n - \frac{n!}{2!(n-2)!} = 5 \\
&\Leftrightarrow 5n - \frac{n(n-1)}{2} = 5 \\
&\Leftrightarrow n^2 - 11n + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 & (\text{Nhận}) \\ n = 1 & (\text{Loại}). \end{cases}
\end{aligned}$$

Khi đó khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^{10}$ có số hạng tổng quát là

$$C_{10}^k (2x)^{10-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-k} x^{-2k} = C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-3k}.$$

Ta có $10 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 2$. Suy ra $a = C_{10}^2 2^8 = 11520$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1298.** Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $(2 - 3x)^{15}$.

A. $-C_{15}^8 \cdot 2^8 \cdot 3^7 \cdot x^7$.

B. $C_{15}^7 \cdot 2^8 \cdot 3^7$.

C. $-C_{15}^7 \cdot 2^8 \cdot 3^7$.

D. $-C_{15}^8 \cdot 2^8 \cdot 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2 - 3x)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \cdot 2^{15-k} \cdot (-3x)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \cdot 2^{15-k} \cdot (-3)^k \cdot x^k.$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $k = 7$ nên hệ số cần tìm là $-C_{15}^7 \cdot 2^8 \cdot 3^7$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1299.** Cho x là số thực dương. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ có hệ số của một số hạng chứa x^m bằng 495. Tìm tất cả các giá trị của m ?

A. $m = 8$.

B. $m = 4, m = 8$.

C. $m = 0, m = 12$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có số hạng thứ } k+1 \text{ trong khai triển là } T_{k+1} = C_{12}^k (x^2)^{12-k} \frac{1}{x^k} = C_{12}^k x^{24-3k}.$$

Thử các giá trị ta được $C_{12}^4 = C_{12}^8 = 495$, từ đó suy ra $m = 12$ và $m = 0$.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 1300.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(1 - 3x + 2x^3)^{10}$ thành đa thức.

A. -62640 .

B. -58321 .

C. -4320 .

D. -262440 .

Lời giải.

Ta có khai triển

$$((1 - 3x) + 2x^3)^{10} = C_{10}^0 (1 - 3x)^{10} + C_{10}^1 (1 - 3x)^9 (2x^3) + C_{10}^2 (1 - 3x)^8 (2x^3)^2 + C_{10}^3 (1 - 3x)^7 (2x^3)^3 + \dots$$

Từ đó ta có số hạng chứa x^7 là

$$T = C_{10}^0 \cdot (-1)^7 C_{10}^7 (3x)^7 + C_{10}^1 \cdot (-1)^4 C_9^4 (3x)^4 (2x^3) + C_{10}^2 \cdot (-1)^1 C_8^1 (3x)^1 (2x^3)^2,$$

suy ra hệ số của x^7 là

$$-C_{10}^0 \cdot C_{10}^7 \cdot 3^7 + C_{10}^1 \cdot C_9^4 \cdot 3^4 \cdot 2 - C_{10}^2 \cdot C_8^1 \cdot 3 \cdot 2^2 = -62640.$$

Vậy hệ số của x^7 trong khai triển là -62640 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1301. Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n .

- A. $n = 32$. B. $n = 30$. C. $n = 31$. D. $n = 33$.

Lời giải.

Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển nhị thức $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ là $T_{k+1} = (-1)^k C_n^k x^{n-k} \left(\frac{1}{4}\right)^k$.

Suy ra hệ số của x^{n-2} ứng với $k = 2$ là $\frac{1}{16} C_n^2$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{1}{16} C_n^2 = 31 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{32} = 31 \Rightarrow n = 32$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1302. Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n, n \geq 1$. Tìm số các giá trị nguyên của n với $n \leq 2018$ sao cho tồn tại số nguyên k ($0 \leq k \leq n-1$) thỏa mãn $a_k = a_{k+1}$.

- A. 2018. B. 673. C. 672. D. 2017.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (1+2x)^n = \sum_0^n C_n^k \cdot 1^{n-k} \cdot (2x)^k = \sum_0^n C_n^k \cdot 2^k \cdot x^k$$

Suy ra

$$\begin{aligned} a_k = a_{k+1} &\Leftrightarrow C_n^k \cdot 2^k = C_n^{k+1} \cdot 2^{k+1} \\ &\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} = \frac{n!}{(n-k-1)! \cdot (k+1)!} \cdot 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-k-1)! \cdot (n-k) \cdot k!} = \frac{n!}{(n-k-1)! \cdot k! \cdot (k+1)} \cdot 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{n-k} = \frac{2}{k+1} \Leftrightarrow k+1 = 2(n-k) \Leftrightarrow k = \frac{2n-1}{3}. \end{aligned}$$

Từ đó ta có:

$$\begin{cases} n, k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq n-1 \\ n \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ k = \frac{2n-1}{3} \in \mathbb{N} \\ 2 \leq n \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3t+2 \\ k = 2t+1 \\ t \in \mathbb{N} \\ 2 \leq n \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq t \leq 672 \\ t \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Suy ra có 673 số tự nhiên t thỏa mãn.

Vậy có 673 số tự nhiên n thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1303. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1-3x)^{2n}$ bằng

- A. $-3^5 C_{10}^5$. B. $-3^5 C_{12}^5$. C. $3^5 C_{10}^5$. D. $6^5 C_{10}^5$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} A_n^3 + 2 \cdot A_n^2 &= 100 \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} &= 100 \\ \Leftrightarrow n^3 - n^2 &= 100 \\ \Leftrightarrow n &= 5. \end{aligned}$$

Khi đó, ta thấy $(1-3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (-3)^k \cdot x^k$.

Vậy hệ số của x^5 bằng $-3^5 \cdot C_{10}^5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1304. Cho khai triển $T = (1+x-x^{2017})^{2018} + (1-x+x^{2018})^{2017}$. Hệ số của số hạng chứa x trong khai triển bằng

A. 0.

B. 2017.

C. 1.

D. 4035.

Lời giải.

Trước hết ta xét hệ số của số hạng chứa x trong khai triển $(1+x-x^{2017})^{2018}$. Ta có

$$\begin{aligned} (1+x-x^{2017})^{2018} &= \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (x-x^{2017})^k \\ &= \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^k (1-x^{2016})^k \\ &= \sum_{k=0}^{2018} \cdot \sum_{i=0}^k C_{2018}^k \cdot C_k^i \cdot (-1)^{2016i} \cdot x^{k+2016i}. \end{aligned}$$

Cặp số $(k; i)$ cần tìm thỏa mãn hệ $\begin{cases} 0 \leq i \leq k \leq 2018 \\ k + 2016i = 1 \end{cases} \Rightarrow k = 1, i = 0$.

Vậy hệ số là $C_{2018}^1 \cdot C_1^0$.

Tiếp tục ta xét hệ số của số hạng chứa x trong khai triển $(1-x+x^{2018})^{2017}$, ta có

$$\begin{aligned} (1-x+x^{2018})^{2017} &= \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k (x^{2018}-x)^k \\ &= \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k x^k (x^{2017}-1)^k \\ &= \sum_{k=0}^{2017} \cdot \sum_{i=0}^k C_{2017}^k \cdot C_k^i \cdot (-1)^{k-i} \cdot x^{k+2017i}. \end{aligned}$$

Cặp số $(k; i)$ cần tìm thỏa mãn hệ $\begin{cases} 0 \leq i \leq k \leq 2017 \\ k + 2017i = 1 \end{cases} \Rightarrow k = 1, i = 0$.

Vậy hệ số là $C_{2017}^1 \cdot C_1^0 \cdot (-1)$.

Tóm lại hệ số của x là $2018 - 2017 = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1305. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x^4 - \frac{2}{x}\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 36$.

A. 1792.

B. 1972.

C. -1297.

D. -1792.

Lời giải.Điều kiện $n \geq 2$.

Theo giả thiết $C_n^1 + C_n^2 = 36 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 36 \Leftrightarrow n^2 + n - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 \text{ (thỏa mãn)} \\ n = -9 \text{ (loại)} \end{cases}$

$$\text{Với } n = 8 \Rightarrow \left(x^4 - \frac{2}{x}\right)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (x^4)^{8-k} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (-2)^k \cdot x^{32-5k}.$$

Hệ số của số hạng chứa x^7 ứng với k thỏa mãn $32 - 5k = 7 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 bằng $C_8^5 \cdot (-2)^5 = -1792$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1306. Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{1}{x^2} - 2\sqrt[3]{x^7}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+3}^n - C_{n+2}^{n-1} = 7(n+1)$.

A. 924.

B. 59136.

C. -924.

D. 59136.

Lời giải.

Giải phương trình $C_{n+3}^n - C_{n+2}^{n-1} = 7(n+1)$ ta được $n = 12$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{12}^k \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^{12-k} \cdot \left(-2\sqrt[3]{x^7}\right)^k = C_{12}^k \cdot x^{\frac{13k}{3}-24} \cdot (-2)^k$.

Theo đề ta có: $\frac{13k}{3} - 24 = 2 \Leftrightarrow k = 6$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^2 là $C_{12}^6 \cdot (-2)^6 = 59136$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1307. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 + 3C_n^1 = 120$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^4 - \frac{3}{x}\right)^n$.

A. 295245.

B. 245295.

C. 292545.

D. 259254.

Lời giải.

Với điều kiện $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}^*$, ta có

$$A_n^2 + 3C_n^1 = 120 \Leftrightarrow n(n-1) + 3n = 120 \Leftrightarrow \begin{cases} n=10 \\ n=-12 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow n = 10$$

Với $n = 10$, biểu thức cần khai triển là $\left(x^4 - \frac{3}{x}\right)^{10}$.

Số hạng tổng quát của khai triển nhị thức trên là $C_{10}^k \cdot (-3)^{10-k} \cdot x^{5k-10}$.

Theo giả thiết, ta có $5k = 10 \Leftrightarrow k = 2$.

Khi đó, số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{10}^3 \cdot (-3)^8 = 295245$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1308. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$.

A. C_{10}^6 .B. C_{10}^5 .C. C_{10}^{10} .D. C_{10}^3 .**Lời giải.**

$$C_n^1 + C_n^3 = 13n \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 13n \Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 = 0 \Leftrightarrow n = 10.$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x^2)^k \left(\frac{1}{x^3}\right)^{10-k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{5k-30} \text{ (với } k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 10).$$

$5k - 30 = 0 \Leftrightarrow k = 6$. Do đó số hạng không chứa x trong khai triển là C_{10}^6 .

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1309. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10}$.

A. 32.

B. 284.

C. 252.

D. 8064.

Lời giải.

Ta có $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k x^{30-5k}$; $30 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 5$.

Suy ra hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^5 2^5 = 8064$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1310. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $C_{14}^3 = C_{14}^{11}$.

B. $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 16$.

C. $C_{10}^4 + C_{11}^4 = C_{11}^5$.

D. $C_{10}^3 + C_{10}^4 = C_{11}^4$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $C_n^k = C_n^{n-k}$ và $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$.

$\Rightarrow C_{14}^3 = C_{14}^{11}$ và $C_{10}^3 + C_{10}^4 = C_{11}^4$.

Mặt khác $(1+1)^4 = C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 \Leftrightarrow C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 16$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1311. Tính tổng $S = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n$.

A. $\frac{2^{n+1}-1}{n+1} + 1$.

B. $\frac{2^{n+1}+1}{n+1}$.

C. $\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$.

D. $\frac{2^{n+1}-1}{n+1} - 1$.

Lời giải.

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$.

Lấy tích phân hai vế cận từ 0 đến 1, ta có

$$\begin{aligned} \int_0^1 (1+x)^n dx &= \int_0^1 (C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n) dx \\ &\Leftrightarrow \frac{(1+x)^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \left(C_n^0 \cdot x + C_n^1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_n^2 \cdot \frac{x^3}{3} + \dots + C_n^n \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} \right) \Big|_0^1 \\ &\Leftrightarrow \frac{2^{n+1}-1}{n+1} = C_n^0 + \frac{1}{2}C_n^1 + \frac{1}{3}C_n^2 + \dots + \frac{1}{n+1}C_n^n. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1312. Trong khai triển của $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10}$ thành đa thức $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_9x^9 + a_{10}x^{10}$, hãy tìm hệ số a_k lớn nhất ($0 \leq k \leq 10$).

A. $a_6 = 210 \frac{2^6}{3^{10}}$.

B. $a_5 = 252 \frac{2^5}{3^{10}}$.

C. $a_9 = 10 \frac{2^9}{3^{10}}$.

D. $a_8 = 45 \frac{2^8}{3^{10}}$.

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(\frac{1}{3}\right)^{10-k} \cdot \left(\frac{2x}{3}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot \frac{2^k}{3^{10}} x^k$.

Suy ra $a_k = C_{10}^k \cdot \frac{2^k}{3^{10}} > 0, \forall k \in \{1; 2; \dots; 10\}$.

Xét $a_k < a_{k+1} \Leftrightarrow C_{10}^k < 2C_{10}^{k+1} \Leftrightarrow \frac{1}{10-k} < \frac{2}{k+1} \Leftrightarrow k < \frac{19}{3}$.

Vì $k \in \mathbb{N}$ nên $k = 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 \Rightarrow a_0 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 < a_7$.

Tương tự $a_k > a_{k+1} \Leftrightarrow k > \frac{19}{3} \Rightarrow k = 7; 8; 9 \Rightarrow a_7 > a_8 > a_9$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1313. Biết tổng các hệ số trong khai triển $\left(3x^4 - \frac{1}{x}\right)^n$ bằng 1024. Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển đó bằng

A. 1080.

B. -120.

C. -1080.

D. -3240.

Lời giải.

Vì tổng các hệ số trong khai triển bằng 1024 nên $\left(3 \cdot 1^4 - \frac{1}{1}\right)^n = 1024 \Leftrightarrow 2^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$.

Số hạng tổng quát trong khai triển là $C_n^k (-1)^k \cdot 3^{n-k} \cdot x^{4n-5k}$ với $\forall k = \overline{0; n}$. Theo giả thiết, suy ra $4n - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 7$. Hệ số cần tìm là $C_{10}^7 (-1)^7 \cdot 3^3 = -3240$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1314. Cho đa thức $P(x) = (1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_9 .

A. 286.

B. 1.

C. 276.

D. 2018.

Lời giải.

Với $x \neq 0$ thì $P(x) = \frac{(1+x)[(1+x)^{12} - 1]}{x}$.

Do đó với mọi x ta có $xP(x) = (1+x)[(1+x)^{12} - 1]$.

Hệ số a_9 chính là hệ số đứng trước x^{10} trong khai triển đa thức $Q(x) = (1+x)^{13} - (1+x)$.

Vậy $a_9 = C_{13}^{10} = 286$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1315. Khai triển biểu thức $(1+x)^{10}$ thành tổng các đơn thức, khi đó số các hạng tử của biểu thức bằng

A. 10.

B. 20.

C. 12.

D. 11.

Lời giải.

Do $(a+b)^n$ khi khai triển sẽ có $n+1$ số hạng nên sau khi khai triển $(1+x)^{10}$ ta có 11 số hạng.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1316. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 36$, hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $(1+x)^{2n}$ bằng

A. 4004.

B. 8008.

C. 43758.

D. 2018.

Lời giải.

Có $C_n^1 + C_n^2 = 36 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 36 \Leftrightarrow n^2 + n - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 & (\text{nhận}) \\ n = 8 & (\text{loại}) \end{cases}$.

Vậy $(1+x)^{2n} = (1+x)^{16} = \sum_{k=1}^{16} C_{16}^k x^k$.

Để có số hạng chứa x^{10} thì $k = 10$ nên hệ số cần tìm là $C_{16}^{10} = 8008$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1317. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1+2x)^{12}$ thành đa thức là

A. 126270.

B. 162720.

C. 101376.

D. 126720.

Lời giải.

Hệ số tổng quát trong khai triển $P(x)$ thành đa thức là $u_k = 2^k C_{12}^k$ ($k \in \mathbb{N}^*$).

Xét $u_k \leq u_{k+1} \Leftrightarrow 2^k C_{12}^k \leq 2^{k+1} C_{12}^{k+1} \Leftrightarrow \frac{1}{12-k} \leq \frac{2}{k+1} \Leftrightarrow 3k \leq 23 \Leftrightarrow k \leq \frac{23}{3}$.

Xét $u_7 = 2^7 C_{12}^7 = 101376$ và $u_8 = 2^8 C_{12}^8 = 126720$. Vậy hệ số lớn nhất trong khai triển $P(x)$ thành đa thức là 126720.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1318. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{x^2}\right)^{11}$.

A. 55.

B. 28160.

C. 253440.

D. -253440.

Lời giải.

Ta có: $\left(2x - \frac{3}{x^2}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (2x)^{11-k} \left(\frac{-3}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-3)^k \cdot 2^{11-k} \cdot x^{11-3k}$.

Khi đó: $11 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển trên là: $C_{11}^2 (-3)^2 \cdot 2^9 = 253440$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1319. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Trong khai triển biểu thức $(x^3 + 2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k là

A. 54912.

B. 1287.

C. 2574.

D. 41184.

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 2$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned} 3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 &= 52(n-1) \\ \Leftrightarrow 3 \frac{(n+1)n(n-1)}{3!} - 3n(n-1) &= 52(n-1) \\ \Rightarrow \frac{(n+1)n}{2} - 3n - 52 &= 0 \Leftrightarrow n = 13. \end{aligned}$$

Khai triển

$$\begin{aligned} (x^3 + 2y^2)^n &= (x^3 + 2y^2)^{13} \\ &= \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k x^{3(13-k)} \cdot (2y^2)^k = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k 2^k x^{3(13-k)} y^{2k}. \end{aligned}$$

Xét $3(13-k) + 2k = 34 \Leftrightarrow k = 5$. Số hạng cần tìm là $T_k = C_{13}^5 2^5 x^{24} y^{10}$.

Vậy hệ số là $C_{13}^5 2^5 = 41184$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1320. Trong khai triển $(a-2b)^8$, hệ số của số hạng chứa $a^4 b^4$ là

A. -1120.

B. 70.

C. 560.

D. 1120.

Lời giải.

Ta có $\sum_{k=0}^8 C_8^k a^{8-k} (-2b)^k = \sum_{k=0}^8 (-2)^k C_8^k a^{8-k} b^k$. Do đó hệ số của số hạng $a^4 b^4$ là $(-2)^4 C_8^4 = 1120$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1321. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$.

A. 560.

B. 35.

C. 280.

D. 84.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển là $C_7^k (x^2)^{7-k} \frac{2^k}{x^k} = C_7^k \cdot 2^k x^{14-3k}$.

Số hạng chứa x^5 ứng với $14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

Suy ra hệ số của x^5 là $C_7^5 \cdot 2^3 = 280$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1322. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810.

B. 826.

C. 810.

D. 421.

Lời giải.

Ta có số hạng tổng quát của nhị thức là $T_{k+1} = C_5^k \cdot (3x^3)^{5-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k$
 $= C_5^k \cdot 3^{5-k} (-2)^k \cdot x^{15-5k}$

Theo giả thiết: $15k - 5 = 10 \Leftrightarrow k = 1$. Do đó hệ số của số hạng chứa x^{10} là -810.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1323. Biết số hạng thứ ba của khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ (với $x \neq 0$) là số hạng không chứa x . Tìm x biết rằng số hạng này bằng số hạng thứ hai của khai triển $(1 + x^3)^{30}$.

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải.

Số hạng thứ ba của khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ (với $x \neq 0$) là

$$C_n^2 (2x)^{n-2} \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = C_n^2 2^{n-2} x^{n-2} x^{-4} = 2^{n-2} C_n^2 x^{n-6}.$$

Vì số hạng này không chứa x nên $n - 6 = 0 \Leftrightarrow n = 6$.

Vậy số hạng thứ ba của khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ (với $x \neq 0$) là $2^4 C_6^2 = 240$.

Số hạng thứ hai của khai triển $(1 + x^3)^{30}$ là $C_{30}^1 x^3 = 30x^3$.

Theo giả thiết ta có $30x^3 = 240 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1324. Tìm hệ số của x trong khai triển $f(x) = (1 + x - x^{12})^{2017} + (1 - x + x^{11})^{2018}$ thành đa thức.

A. 2.

B. -1.

C. 4035.

D. 1.

Lời giải.

$$f(x) = \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k (1+x)^k (-x^{12})^{2017-k} + \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k (1-x)^k (x^{11})^{2018-k}.$$

Suy ra số hạng chứa x là $C_{2017}^{2016} x - C_{2018}^{2017} x$.

Vậy hệ số của x trong khai triển $f(x)$ thành đa thức là $C_{2017}^{2016} - C_{2018}^{2017} = 2017 - 2018 = -1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1325. Giả sử $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_{110} x^{110}$, với $a_0, a_1, \dots, a_{110}$ là các hệ số. Giá trị của tổng $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$ bằng

A. $T = -11$.

B. $T = 11$.

C. $T = 0$.

D. $T = 1$.

Lời giải.

Ta có $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = \left(\frac{1 - x^{11}}{1 - x}\right)^{11}$ nên

$$(1 - x^{11})^{11} = (1 - x)^{11} (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}).$$

Xét về trái: $(1 - x^{11})^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-x^{11})^k$. Hệ số của x^{11} trong khai triển ứng với $k = 1$, do đó hệ số của x^{11} là $-C_{11}^1 = -11$.

Xét về phải:

$$(1 - x)^{11} (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}) = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-x)^k (a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{110}x^{110}).$$

Hệ số của x^{11} tương ứng là $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$.

Vậy $T = -11$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1326. Hệ số của x^2 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$ bằng

A. 3124.

B. 13440.

C. 2268.

D. 210.

Lời giải.

Theo công thức số hạng tổng quát của khai triển nhị thức Newton ta có

$$T_{k+1} = C_{10}^k (x^2)^{10-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{10}^k 2^k \cdot x^{20-3k}.$$

Số hạng chứa x^2 ứng với $20 - 3k = 2 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là $C_{10}^6 \cdot 2^6 = 13440$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1327. Cho đa thức $P(x) = (1 + x)^8 + (1 + x)^9 + (1 + x)^{10} + (1 + x)^{11} + (1 + x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .

A. 720.

B. 715.

C. 700.

D. 730.

Lời giải.

Ta có $(1 + x)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + \dots + x^nC_n^n$.

$\Rightarrow$ hệ số của x^k là C_n^k .

Do đó hệ số của x^8 trong khai triển $P(x)$ là $C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1328. Cho khai triển $(3 - 2x + x^2)^9 = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + \dots + a_{18}$. Giá trị a_{15} bằng

A. 218700.

B. 489888.

C. -804816.

D. -174960.

Lời giải.

Ta có:

$$(3 - 2x + x^2)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^{18-2k} \cdot (3 - 2x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^{18-2k} \sum_{i=0}^k C_k^i \cdot 3^{k-i} (-2x)^i \quad (0 \leq i \leq k \leq 9).$$

Giá trị a_{15} ứng với: $18 - 2k + i = 15 \Rightarrow \begin{cases} i = 1 \\ k = 8 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} i = 3 \\ k = 9 \end{cases}$.

Vậy $a_{15} = C_9^8 \cdot C_8^1 \cdot 3^7 \cdot (-2)^1 + C_9^9 \cdot C_9^3 \cdot 3^6 \cdot (-2)^3 = -804816$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1329. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn phương trình: $3C_n^2 + 2A_n^2 = 3n^2 + 15$. Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(2x^3 - \frac{3}{x^2}\right)^n$ bằng

A. -1088640.

B. 1088640.

C. -210.

D. 210.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& 3C_n^2 + 2A_n^2 = 3n^2 + 15 \\
\Leftrightarrow & \frac{3 \cdot n!}{2!(n-2)!} + \frac{2 \cdot n!}{(n-2)!} = 3n^2 + 15 \\
\Leftrightarrow & 3n(n-1) + 4n(n-1) = 6n^2 + 30 \\
\Leftrightarrow & n^2 - 7n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10(n) \\ n = -3(l) \end{cases}
\end{aligned}$$

Số hạng tổng quát trong khai triển là

$$C_{10}^k (2x^3)^k \left(-\frac{3}{x^2}\right)^{10-k} = C_{10}^k 2^k \cdot (-3)^{10-k} \cdot x^{3k-20+2k} = C_{10}^k 2^k \cdot (-3)^{10-k} x^{5k-20}.$$

Số hạng chứa x^{10} trong khai triển ứng với $5k - 20 = 10 \Leftrightarrow k = 6$.Ta có hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển là $C_{10}^6 2^6 \cdot (-3)^4 = 1088640$.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1330. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810.

B. -240.

C. 810.

D. 240.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (3x^3)^{5-k} \cdot (-2x^{-2})^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot (-2)^k \cdot x^{15-5k}.$$

Tìm k sao cho $15 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 1$.Vậy hệ số cần tìm là $C_5^1 \cdot 3^4 \cdot (-2) = -810$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1331. Cho tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số các tập con của tập X ; có chứa chữ số 0 là

A. 512.

B. 1024.

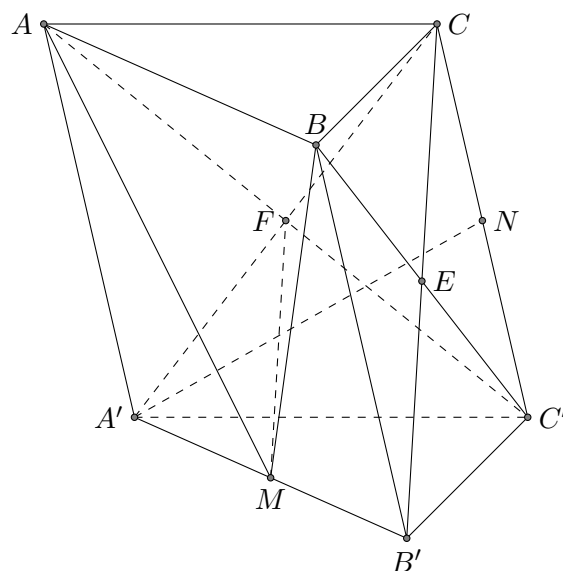
C. 1023.

D. 511.

Lời giải.Số các tập con của tập X là 2^{10} , trong đó số các tập con của X mà không chứa chữ số 0 là 2^9 .Vậy số các tập con của X có chứa chữ số 0 là $2^{10} - 2^9 = 512$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1332. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC' . Khi đó CB' song song vớiA. AM .B. $(BC'M)$.C. $A'N$.D. $(AC'M)$.**Lời giải.**



Ta có $\begin{cases} A, M, B' \in (ABB'A') \\ C \notin (ABB'A') \end{cases}$ nên CB' và AM chéo nhau.

Ta có $CB' \cap BC' = E$ nên CB' cắt $(BC'M)$.

Ta có $\begin{cases} C, B', N \in (BCC'B') \\ A' \notin (BCC'B') \end{cases}$ nên CB' và $A'N$ chéo nhau.

Ta có $AC' \cap A'C = F \Rightarrow F$ là trung điểm của $A'C$.

Trong $\triangle A'B'C$ có MF là đường trung bình nên $MF \parallel CB'$.

Mà $MF \subset (AC'M)$. Vậy $CB' \parallel (AC'M)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1333. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$.

A. $n = 10$.

B. $n = 5$.

C. $n = 9$.

D. $n = 11$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} (1+x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 + C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^2 x^2 + C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1} \\ (1-x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 x^0 - C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^2 x^2 - C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n} x^{2n} - C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1} \end{cases}$

Suy ra $(1+x)^{2n+1} - (1-x)^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^1 x^1 + C_{2n+1}^3 x^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1})$.

Cho $x = 1$ ta được $2^{2n+1} - 0 = 2(C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}) \Leftrightarrow 4^n = 4^5 \Leftrightarrow n = 5$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1334. Tìm hệ số x^7 khi khai triển $P(x) = (1+x)^{20}$.

A. A_{20}^7 .

B. P_7 .

C. C_{20}^7 .

D. A_{20}^{13} .

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{20}^k x^k$. Do đó hệ số của x^7 là C_{20}^7 .

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1335. Có bao nhiêu số nguyên dương n sao cho

$$S = 2 + (C_1^0 + C_2^0 + \dots + C_n^0) + (C_1^1 + C_2^1 + \dots + C_n^1) + \dots + (C_{n-1}^{n-1} + C_n^{n-1}) + C_n^n$$

là một số có 1000 chữ số?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $C_k^0 + C_k^1 + \dots + C_k^k = (1+1)^k = 2^k$. Do đó

$$S = 1 + (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n) = 2^{n+1}.$$

S có 1000 chữ số khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} 10^{999} < S < 10^{1000} &\Leftrightarrow 999 \cdot \log_2 10 < n+1 < 1000 \cdot \log_2 10 \\ &\Rightarrow 3319 \leq n+1 \leq 3321 \Leftrightarrow 3318 \leq n \leq 3320. \end{aligned}$$

Vậy có ba số nguyên dương n thỏa mãn.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1336. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(2x-1)^n$.

- A. -101376. B. 25344. C. 101376. D. -25344.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 2$.

$$\text{Ta có } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow n = 12 \text{ hoặc } n = -13 \text{ (loại)}.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $(2x-1)^{12}$ là $C_{12}^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{12-k} = (-1)^{12-k} \cdot 2^k \cdot C_{12}^k \cdot x^k$.

Hệ số của x^5 ứng với $k = 5$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $(2x-1)^{12}$ bằng -101376.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1337. Cho khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x + \frac{1}{2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} a_k \cdot x^k$, với $a_k \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a_{25} = 2^{25} C_{40}^{25}$. B. $a_{25} = \frac{1}{2^{25}} C_{40}^{25}$. C. $a_{25} = \frac{1}{2^{15}} C_{40}^{25}$. D. $a_{25} = C_{40}^{25}$.

Lời giải.

Theo công thức khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có $a_k = C_{40}^k \left(\frac{1}{2}\right)^{40-k}$.

$$\text{Suy ra } a_{25} = C_{40}^{25} \left(\frac{1}{2}\right)^{40-25} = \frac{1}{2^{15}} C_{40}^{25}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1338. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

- A. $n = 7$. B. $n = 5$. C. $n = 6$. D. $n = 4$.

Lời giải.

Khai triển $(x^2+1)^n$ có số hạng thứ $k+1$ là $T_{k+1} = C_n^k (x^2)^{n-k} = C_n^k x^{2n-2k}$.

Khai triển $(x+2)^2$ có số hạng thứ $l+1$ là $T_{l+1} = C_n^l x^{n-l} 2^l = C_n^l 2^l x^{n-l}$.

$$\text{Suy ra } T_{k+1} T_{l+1} = C_n^k C_n^l 2^l x^{3n-(2k+l)}.$$

Để $x^{3n-3} = x^{3n-(2k+l)}$ suy ra $2k+l=3$, từ đó suy ra các cặp $(k;l)$ là $(0;3), (1;1)$.

Suy ra

$$\begin{aligned} a_{3n-3} &= C_n^0 C_n^3 2^3 + C_n^1 C_n^1 2^1 = 26n \Leftrightarrow \frac{8(n-2)(n-1)n}{6} + 2n^2 = 26n \\ &\Leftrightarrow 4n(n^2 - 3n + 2) + 6n^2 - 78n = 0 \Leftrightarrow 2n(2n^2 - 3n - 35) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \text{ (loại)} \\ n = 5 \\ n = -\frac{7}{2} \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $n = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1339. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^9$ (với $x \neq 0$) bằng

A. $54x^3$.

B. 36.

C. 126.

D. 84.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển là

$$C_n^k a^{n-k} b^k = C_9^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \cdot x^{3k} = C_9^k \cdot x^{4k-9} \text{ với } n, k \in \mathbb{N}^*, k \leq n.$$

Hệ số của số hạng chứa x^3 có k thỏa $4k - 9 = 3 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_9^3 = 84$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1340. Số hạng của x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là

A. $C_{40}^{37} x^{31}$.

B. $C_{40}^{31} x^{31}$.

C. $C_{40}^2 x^{31}$.

D. $C_{40}^4 x^{31}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-k} \frac{1}{x^{2k}} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-3k}.$$

Để tìm hệ số của x^{31} ta chọn $k = 3$. Khi đó số hạng cần tìm là $C_{40}^3 x^{31} = C_{40}^{37} x^{31}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1341. Số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9$, $x \neq 0$ bằng

A. 672.

B. 5376.

C. -672.

D. -5376.

Lời giải.

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_9^k x^{9-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k (-2)^k x^{9-3k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x là: $C_9^3 (-2)^3 = -672$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1342. Xét khai triển $(1+3x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ với $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 3$. Giả sử $a_1 = 27$, khi đó a_2 bằng

A. 1053.

B. 243.

C. 324.

D. 351.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } (1+3x)^n = \sum_{k=1}^n C_n^k (3x)^k = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n.$$

$$\text{Do } a_1 = 27 \Leftrightarrow C_n^1 3^1 = 27 \Leftrightarrow C_n^1 = 9 \Leftrightarrow n = 9.$$

$$\text{Do đó } a_2 = C_9^2 \cdot 3^2 = 324.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1343. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2 - C_n^2 = 105$.

A. -3003.

B. -5005.

C. 5005.

D. 3003.

Lời giải.

$$\text{Ta có } A_n^2 - C_n^2 = 105 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{2!(n-2)!} = 105 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n(n-1) = 105$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n - 210 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -14, (L) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra số hạng tổng quát trong khai triển } T_{k+1} = C_{15}^k \cdot (x^2)^{15-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_{15}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{30-3k}.$$

$$\text{Tìm } 30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10.$$

$$\text{Vậy số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển là } C_{15}^{10} \cdot (-1)^{10} = 3003.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1344. Tìm hệ số của số hạng a^4b^4 trong khai triển $(a-2b)^8$.

A. 560.

B. 70.

C. 1120.

D. 140.

Lời giải.

$$\text{Số hạng thứ } k+1 \text{ trong khai triển đã cho là } C_8^k a^{8-k} (-2b)^k = C_8^k (-2)^k a^{8-k} b^k.$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán ta cần có } 8-k=4 \Leftrightarrow k=4, \text{ suy ra hệ số của số hạng } a^4b^4 \text{ là } C_8^4 \cdot 2^4 = 1120.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1345. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển thành đa thức của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$, với $x > 0$.

A. 525.

B. 485.

C. 165.

D. 238.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{11-k} (x^{-4})^k = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}.$$

$$\text{Theo yêu cầu bài toán } 33 - 11k = 0 \Leftrightarrow k = 3.$$

$$\text{Vậy số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển đã cho là } C_{11}^3 = 165.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1346. Tìm hệ số chứa x^{10} trong khai triển $f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right)^2 (x+2)^{3n}$ với n là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức $A_n^3 + C_n^{n-2} = 14n$.

A. $2^5 C_{19}^{10}$.

B. $2^5 C_{19}^{10} x^{10}$.

C. $2^9 C_{19}^{10}$.

D. $2^9 C_{19}^{10} x^{10}$.

Lời giải.

Ta có phương trình

$$\begin{aligned} A_n^3 + C_n^{n-2} &= 14n \\ \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} &= 14n \\ \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + \frac{n(n-1)}{2} &= 14n \\ \Leftrightarrow n(2n^2 - 5n - 25) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = 0 \text{ (loại)} \\ n = -\frac{5}{2} \text{ (loại)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $n = 5$, ta có $f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 + x + 1\right)^2 (x+2)^{3n} = \frac{1}{16}(x+2)^4 (x+2)^{15} = \frac{1}{16}(x+2)^{19}$.

Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có $f(x) = \frac{1}{16}(x+2)^{19} = \frac{1}{16} \sum_{k=0}^{19} C_{19}^k \cdot 2^k \cdot x^{19-k}$.

Số hạng chứa x^{10} trong khai triển tương ứng với $19 - k = 10 \Leftrightarrow k = 9$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển là $\frac{1}{16} C_{19}^9 \cdot 2^9 = 2^5 \cdot C_{19}^9 = 2^5 \cdot C_{19}^{10}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1347. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$ là

- A. $-C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$. B. $C_{16}^0 \cdot 2^{16}$. C. $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$. D. $C_{16}^{16} \cdot 2^0$.

Lời giải.

$$\text{ĐKXD} \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 3. \end{cases}$$

Ta có $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} + 2n = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + 2n = n \cdot (n+1) \Leftrightarrow \frac{(n-1)(n-2)}{6} + 2 = n+1$$

$$\Leftrightarrow (n-1)(n-2) + 12 = 6n+6 \Leftrightarrow n^2 - 3n + 2 + 12 = 6n+6 \Leftrightarrow n^2 - 9n + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 8 \end{cases} \Leftrightarrow n = 8.$$

Với $n = 8$ thì

$$\begin{aligned} \left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n} &= \left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot (2x)^{n-k} \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot 2^{16-k} \cdot x^{16-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{-\frac{k}{3}} \\ &= \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k \cdot 2^{16-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{\frac{48-4k}{3}}. \end{aligned}$$

Để có số hạng không chứa x thì $48 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 12$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x là $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1348. Tìm số hạng không chứa x khi khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{n+4}$ biết $n \in \mathbb{N}^*$ và

$$\frac{A_{n+1}^3 - C_n^4}{A_n^4} = \frac{23}{24}.$$

- A. $C_9^6 \cdot 2^6$. B. $C_6^4 \cdot 2^4$. C. $C_9^3 \cdot 2^3$. D. $C_6^2 \cdot 2^2$.

Lời giải.

— Điều kiện $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 4$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } \frac{A_{n+1}^3 - C_n^4}{A_n^4} &= \frac{23}{24} \Leftrightarrow A_{n+1}^3 - C_n^4 = \frac{23}{24} A_n^4 \\ &\Leftrightarrow \frac{(n+1)!}{(n-2)!} - \frac{n!}{4!(n-4)!} = \frac{23}{24} \cdot \frac{n!}{(n-4)!} \\ &\Leftrightarrow \frac{(n+1)n!}{(n-2)(n-3)(n-4)!} = \frac{n!}{24(n-4)!} + \frac{23}{24} \cdot \frac{n!}{(n-4)!} \\ &\Leftrightarrow \frac{n+1}{(n-2)(n-3)} = 1 \Leftrightarrow n^2 - 6n + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = 1 \text{ (loại)} \end{cases} \end{aligned}$$

— Với $n = 5$ thì $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^9$ có số hạng tổng quát là $C_9^k x^{9-k} \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k 2^k x^{9-3k}$.

— Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

— Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_9^3 \cdot 2^3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1349. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $x(1-2x)^7 + x^2(1+3x)^{10}$.

A. 17682.

B. 153538.

C. 16338.

D. -672.

Lời giải.

Ta có

$$x(1-2x)^7 + x^2(1+3x)^{10} = x \sum_{k=0}^7 C_7^k (-2x)^k + x^2 \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l (3x)^l = \sum_{k=0}^7 C_7^k (-2)^k \cdot x^{k+1} + \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l 3^l \cdot x^{l+2}.$$

Hệ số của x^6 trong $\sum_{k=0}^7 C_7^k (-2)^k \cdot x^{k+1}$ là $C_7^5 (-2)^5$.

Hệ số của x^6 trong $\sum_{l=0}^{10} C_{10}^l 3^l \cdot x^{l+2}$ là $C_{10}^4 3^4$.

Vậy hệ số của x^6 trong khai triển $x(1-2x)^7 + x^2(1+3x)^{10}$ là $C_7^5 (-2)^5 + C_{10}^4 3^4 = 16338$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1350. Hệ số của số hạng chứa $x^3 y^3$ trong khai triển $(1+x)^6 (1+y)^6$ là

A. 20.

B. 800.

C. 36.

D. 400.

Lời giải.

Số hạng chứa x^3 trong khai triển $(1+x)^6$ là $C_6^3 x^3$.

Số hạng chứa y^3 trong khai triển $(1+y)^6$ là $C_6^3 y^3$.

Suy ra hệ số của số hạng chứa $x^3 y^3$ là $(C_6^3)^2 = 400$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1351. Cho khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{20} x^{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + \dots + a_{20}$ bằng

A. 1.

B. 3^{20} .

C. 0.

D. -1.

Lời giải.

$$a_0 + a_1 + \dots + a_{20} = a_0 + a_1 \cdot 1 + a_2 \cdot 1^2 + \dots + a_{20} \cdot 1^{20} = (1 - 2 \cdot 1)^{20} = 1.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1352. Hệ số của x^{10} trong khai triển của biểu thức $(2x - 3x^2)^5$ bằng

A. 357.

B. 243.

C. 628.

D. -243.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển của biểu thức $(2x - 3x^2)^5$ là

$$T = C_5^k \cdot (2x)^{5-k} \cdot (-3x^2)^k = (-3)^k \cdot 2^{5-k} \cdot C_5^k \cdot x^{5+k}.$$

Để T là số hạng chứa x^{10} thì $5 + k = 10 \Rightarrow k = 5$.

Vậy hệ số của số hạng cần tìm là $(-3)^5 \cdot 2^0 \cdot C_5^5 = -243$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1353. Tìm số hạng thứ 4 trong khai triển $(a - 2x)^{20}$ theo lũy thừa tăng dần của x .

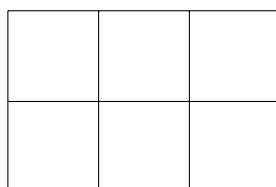
A. $-C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$. B. $C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$. C. $-C_{20}^3 2^3 a^{17}$. D. $C_{20}^3 a^{17}$.

Lời giải.

Ta có $(a - 2x)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k a^{20-k} (-2)^k x^k$. Số hạng thứ tư ứng với $k = 3$, và đó là $-C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1354. Bé Minh có một bảng chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. B. 139968. C. 576. D. 15552.

Lời giải.

3	2	3
2	1	2

Ta đánh số các ô như hình vẽ. Ta chia quá trình tô màu làm ba bước.

- Bước 1: tô màu ô số 1. Ta có $C_3^2 = 3$ cách chọn hai màu, và $C_4^2 = 6$ cách tô hai cạnh bằng một màu trong hai màu đã chọn, hai cạnh còn lại sẽ được tô màu còn lại. Vậy có $3 \cdot 6 = 18$ cách tô ô số 1.
- Bước 2: tô màu các ô số 2. Mỗi một ô số 2 đã được tô một cạnh, có 3 cách chọn cạnh còn lại cùng mang màu này và 2 cách chọn màu cho hai cạnh còn lại. Vậy mỗi ô số 2 có 6 cách tô.
- Bước 3: tô màu các ô số 3. Các ô số 3 đã được tô hai cạnh. Trong cả hai trường hợp hai cạnh này cùng màu hoặc khác màu ta đều có 2 cách để tô các cạnh còn lại.

Vậy có $18 \cdot 6^3 \cdot 2^2 = 15552$ cách tô bảng đã cho.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1355. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ biết tổng các hệ số của khai triển bằng 128.

A. 35. B. 38. C. 37. D. 36.

Lời giải.

Ta có $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (x\sqrt{x})^{n-k} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^k$.

Tổng các hệ số của khai triển trên bằng $S = \sum_{k=0}^n C_n^k = (1+1)^n = 2^n = 128 \Rightarrow n = 7$.

Khi $n = 7$ ta có $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{21}{2} - \frac{11}{6}k}$.

Lúc đó x^5 ứng với $\frac{21}{2} - \frac{11}{6}k = 5 \Rightarrow k = 3$. Vậy hệ số cần tìm là $C_7^3 = 35$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1356. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ biết tổng các hệ số của khai triển bằng 128.

A. 37.

B. 36.

C. 35.

D. 38.

Lời giải.

Đặt Khai triển $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (x\sqrt{x})^{n-k} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot x^{\frac{3}{2}n - \frac{11}{6}k}$.

Tổng hệ số của khai triển bằng 128 nghĩa là $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n = 128$.

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + C_n^3x^3 + \dots + C_n^nx^n$.

Thay $x = 1$ vào khai triển trên ta được $2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^n$

Suy ra $2^n = 128 = 2^7 \Rightarrow n = 7$.

Với $n = 7$ ta có $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot x^{\frac{21}{2} - \frac{11}{6}k}$.

Theo đề bài: $\frac{21}{2} - \frac{11}{6}k = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

Suy ra hệ số của x^5 là $C_7^3 = 35$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1357. Tính giá trị của $H = C_{13}^0 - 2C_{13}^1 + 2^2C_{13}^2 - \dots - 2^{13}C_{13}^{13}$.

A. $H = 729$.

B. $H = 1$.

C. $H = -729$.

D. $H = -1$.

Lời giải.

Xét khai triển $(1-2)^{13} = C_{13}^0 - 2C_{13}^1 + 2^2C_{13}^2 - \dots - 2^{13}C_{13}^{13} = (-1)^{13} = -1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1358. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển của biểu thức $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, với $x \neq 0$.

A. C_{40}^{37} .

B. C_{40}^{31} .

C. C_{40}^4 .

D. C_{40}^2 .

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức Niu-tơn của biểu thức trên là

$$C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$$

Vì số hạng chứa x^{31} nên ta có: $40 - 3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{31} là $C_{40}^3 = C_{40}^{37}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1359. Tính giá trị biểu thức $P = 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2014}C_{2017}^3 + 2^{2012}C_{2017}^5 + \dots + 2^0C_{2017}^{2017}$.

A. $3^{2017} + 1$. B. $\frac{3^{2017} + 1}{2}$. C. $3^{2017} - 1$. D. $\frac{3^{2017} - 1}{2}$.

Lời giải.

Ta có : $3^{2017} = (2 + 1)^{2017} = 2^{2017}C_{2017}^0 + 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2015}C_{2017}^2 + 2^{2014}C_{2017}^3 + \dots + 2^0C_{2017}^{2017}$ (1)

Lại có : $1 = (2 - 1)^{2017} = 2^{2017}C_{2017}^0 - 2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2015}C_{2017}^2 - 2^{2014}C_{2017}^3 + \dots - 2^0C_{2017}^{2017}$ (2)

Lấy (1) trừ (2) theo vế ta được : $2^{2016}C_{2017}^1 + 2^{2014}C_{2017}^3 + 2^{2012}C_{2017}^5 + \dots + 2^0C_{2017}^{2017} = \frac{3^{2017} - 1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1360. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{15}$

A. 4000. B. 2700. C. 3003. D. 3600.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{15}$ là $C_{15}^k (x^2)^{15-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{15}^k x^{30-3k}$.

Số hạng không chứa x ứng với giá trị của k thỏa mãn $30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển của $P(x)$ là $C_{15}^{10} = 3003$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1361. Cho số nguyên dương n , tính tổng $S = \frac{-C_n^1}{2 \cdot 3} + \frac{2C_n^2}{3 \cdot 4} - \frac{3C_n^3}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{(-1)^n n C_n^n}{(n+1)(n+2)}$.

A. $S = \frac{-n}{(n+1)(n+2)}$. B. $S = \frac{2n}{(n+1)(n+2)}$.

C. $S = \frac{n}{(n+1)(n+2)}$. D. $S = \frac{-2n}{(n+1)(n+2)}$.

Lời giải.

Với $k, n \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq n, n > 0$ ta có:

$$\frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{n!}{(k+1) \cdot k! \cdot (n-k)!} = \frac{(n+1)!}{(n+1)(k+1)! \cdot (n+1-(k+1))!} = \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1} (*).$$

Áp dụng đẳng thức (*) ta có:

$$\begin{aligned} \frac{k \cdot C_n^k}{(k+1)(k+2)} &= \left(\frac{2}{k+2} - \frac{1}{k+1} \right) C_n^k = \frac{2 \cdot C_n^k}{k+2} - \frac{C_n^k}{k+1} = 2 \cdot \frac{k+1}{k+2} \cdot \frac{C_n^k}{k+1} - \frac{C_n^k}{k+1} \\ &= 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{k+2} \right) \cdot \frac{C_n^k}{k+1} - \frac{C_n^k}{k+1} = \frac{C_n^k}{k+1} - 2 \cdot \frac{C_{n+1}^{k+1}}{(k+2)(n+1)} \\ &= \frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1} - 2 \cdot \frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$S = \frac{1}{n+1} (-C_{n+1}^2 + C_{n+1}^3 + \dots + (-1)^n C_{n+1}^{n+1}) - \frac{2}{(n+1)(n+2)} (-C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + (-1)^n C_{n+2}^{n+2}).$$

Ta có

$$\begin{aligned} -C_{n+1}^2 + \dots + (-1)^n C_{n+1}^{n+1} &= (-C_{n+1}^0 + C_{n+1}^1 - C_{n+1}^2 + \dots + (-1)^n C_{n+1}^{n+1}) + C_{n+1}^0 - C_{n+1}^1 \\ &= -(1-1)^{n+1} + 1 - (n+1) = -n. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + (-1)^n C_{n+2}^{n+2} &= (C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1 + \dots + (-1)^n C_{n+2}^{n+2}) - (C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1 + C_{n+2}^2) \\ &= (1-1)^{n+1} - \left(1 - (n+2) + \frac{(n+1)(n+2)}{2} \right) = -\frac{n^2 + n}{2}. \end{aligned}$$

Vậy ta suy ra $S = \frac{1}{n+1} (-n) + \frac{2}{(n+1)(n+2)} \cdot \frac{n^2 + n}{2} = \frac{-n}{(n+1)(n+2)}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1362. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^0 + 5C_n^1 + 8C_n^2 + \dots + (3n+2)C_n^n = 1600$.

A. 5.

B. 7.

C. 10.

D. 8.

Lời giải.

Ta có: $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n$.

Ta có: $kC_n^k = k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = n \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = nC_{n-1}^{k-1}$.

Suy ra:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n (3k+2)C_n^k &= 3 \sum_{k=0}^n kC_n^k + 2 \sum_{k=0}^n C_n^k = 3 \sum_{k=1}^n kC_n^k + 2 \sum_{k=0}^n C_n^k \\ &= 3n \sum_{k=1}^n C_{n-1}^{k-1} + 2 \sum_{k=0}^n C_n^k = 3n \cdot 2^{n-1} + 2 \cdot 2^n \end{aligned}$$

Từ đó ta có: $3n \cdot 2^{n-1} + 2 \cdot 2^n = 1600 \Leftrightarrow \frac{3n}{2} + 2 - 1600 \cdot 2^{-n} = 0$.

Xét hàm số: $f(x) = \frac{3x}{2} + 2 - 1600 \cdot 2^{-x}$ với $x \geq 1$.

Ta có: $f'(x) = \frac{3}{2} + 1600 \cdot 2^{-x} > 0, \forall x \geq 1$. Do đó, $f(x)$ là hàm đồng biến.

Lại có: $f(7) = 0$ nên $x = 7$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(x) = 0$.

Vậy $n = 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1363. Tìm hệ số chứa x^3 trong khai triển $(1-2x)^{10}$.

A. 120.

B. -960.

C. 960.

D. -120.

Lời giải.

$(1-2x)^{10}$ có số hạng tổng quát trong khai triển Newton là $C_{10}^k(-2x)^k = C_{10}^k(-2)^k x^k$. Khi đó số hạng trong khai triển trên chứa x^3 ứng với $k = 3$ hay hệ số của x^3 trong khai triển là $C_{10}^3(-2)^3 = -960$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1364. Số hạng không chứa x trong khai triển $P = \left(x^2 - \frac{1}{x^4}\right)^n$ với n thỏa mãn $2C_n^2 - 3n = 96$ là

A. -792.

B. 495.

C. 126.

D. 972.

Lời giải.

Ta có $2C_n^2 - 3n = 96 \Leftrightarrow n(n-1) - 3n = 96 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -8 \text{ (loại)} \end{cases}$.

$$P = \left(x^2 - \frac{1}{x^4}\right)^n = \left(x^2 - \frac{1}{x^4}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{-1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-1)^k x^{24-6k}.$$

Hệ số không chứa x ứng với $k \in \mathbb{N}, 0 < k < 12$ thỏa mãn $24 - 6k = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Số hạng cần tìm là $C_{12}^4(-1)^4 = 495$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1365. Khai triển $(1+2x+3x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$.

Tính tổng $S = a_0 + 2a_1 + 4a_2 + \dots + 2^{20}a_{20}$.

A. $S = 15^{10}$.

B. $S = 17^{10}$.

C. $S = 7^{10}$.

D. $S = 17^{20}$.

Lời giải.

Ta có $(1+2x+3x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$.

Thay $x = 2$ ta được $S = a_0 + 2a_1 + 4a_2 + \dots + 2^{20}a_{20} = 17^{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1366. Tìm hệ số của x^9 sau khi khai triển và rút gọn đa thức

$$f(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + \cdots + (1+x)^{14}$$

A. 2901.

B. 3001.

C. 3010.

D. 3003.

Lời giải.

Hệ số của x^9 sau khi khai triển và rút gọn là $C_9^9 + C_{10}^9 + C_{11}^9 + C_{12}^9 + C_{13}^9 + C_{14}^9 = 3003$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1367. Số các số hạng trong khai triển $(x+2)^{50}$ là bao nhiêu?

A. 49.

B. 50.

C. 52.

D. 51.

Lời giải.

Vì $n = 50$ nên có 51 số hạng trong khai triển.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1368. Hệ số của số hạng chứa $x^{12}y^4$ trong khai triển $(x+2xy)^{12}$ là

A. 7290.

B. 7920.

C. 3960.

D. 3690.

Lời giải.

Ta có $(x+2xy)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{12-k} (2xy)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{12-k} y^k$.

Để $C_{12}^k 2^k x^{12-k} y^k$ là số hạng chứa $x^{12}y^4$ thì $k = 4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa $x^{12}y^4$ trong khai triển $(x+2xy)^{12}$ là $C_{12}^4 2^4 = 7920$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1369. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng tổng các hệ số trong khai triển trên bằng 4096 (n là số nguyên dương và $x > 0$).

A. C_{12}^8 .

B. C_{12}^5 .

C. C_{12}^6 .

D. C_{12}^7 .

Lời giải.

Ta có $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \left(\frac{1}{x^3}\right)^{n-k} (\sqrt{x^5})^k = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{-3(n-k)} x^{\frac{5}{2}k} = \sum_{k=0}^n C_n^k x^{-3n+\frac{11}{2}k}$

Theo giả thiết ta có $\sum_{k=0}^n C_n^k = 4096 \Leftrightarrow (1+1)^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$.

Số hạng chứa x^8 là số hạng thỏa mãn
$$\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 12 \\ -3 \cdot 12 + \frac{11}{2}k = 8 \end{cases} \Leftrightarrow k = 8.$$

Vậy hệ số của x^8 là C_{12}^8 .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1370. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$ với $x \neq 0$.

A. $2^4 C_6^2$.

B. $2^2 C_6^2$.

C. $-2^4 C_6^4$.

D. $-2^2 C_6^4$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát $T_k = C_6^k x^{12-2k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = 2^k C_6^k x^{12-3k}$. Giả sử T_k không chứa x suy ra $12-3k = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy số hạng không chứa x là $2^4 C_6^4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1371. Cho khai triển $P(x) = (1+x)(1+2x) \cdots (1+2017x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_{2017}x^{2017}$. Tính $T = a_2 + \frac{1}{2}(1^2 + 2^2 + \cdots + 2017^2)$.

A. $\left(\frac{2016 \cdot 2017}{2}\right)^2$. B. $\left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$. C. $\frac{1}{2} \left(\frac{2016 \cdot 2017}{2}\right)^2$. D. $\frac{1}{2} \left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$.

Lời giải.

Ta có $a_2 = \sum_{i < j=1}^{2017} ij$, từ đây suy ra

$$2T = (1^2 + 2^2 + \cdots + 2017^2) + 2 \sum_{i < j=1}^{2017} ij = (1 + 2 + \cdots + 2017)^2 = \left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$$

Vậy $T = \frac{1}{2} \left(\frac{2017 \cdot 2018}{2}\right)^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1372. Cho đa thức $p(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .

A. 720. B. 700. C. 715. D. 730.

Lời giải.

a_8 chính là hệ số của số hạng chứa x^8 , nó bằng tổng hệ số của những số hạng chứa x^8 trong các khai triển $(1+x)^8$; $(1+x)^9$; $(1+x)^{10}$; $(1+x)^{11}$; $(1+x)^{12}$.

Do đó, $a_8 = C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1373. Cho đa thức $p(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khi khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{12}x^{12}$. Tính tổng các hệ số a_i $i = \overline{0, 12}$.

A. 5. B. 7936. C. 0. D. 7920.

Lời giải.

Tổng hệ số bằng $P(1) = p(1) = (1+1)^8 + (1+1)^9 + (1+1)^{10} + (1+1)^{11} + (1+1)^{12} = 7936$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1374. Cho khai triển $(1-3x+2x^2)^{2017} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2 .

A. 8136578. B. 16269122. C. 8132544. D. 18302258.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (1-3x+2x^2)^{2017} &= 2^{2017}(x-1)^{2017} \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)^{2017} \\ &= 2^{2017} \cdot \sum_{k=0}^{2017} C_{2017}^k \cdot x^k \cdot (-1)^{2017-k} \cdot \sum_{n=0}^{2017} C_{2017}^n \cdot x^n \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{2017-n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } a_2 &= 2^{2017} \left[C_{2017}^2 \cdot (-1)^{2015} \cdot C_{2017}^0 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{2017} + C_{2017}^0 \cdot (-1)^{2017} \cdot C_{2017}^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{2015} \right] \\ &+ 2^{2017} \left[C_{2017}^1 \cdot (-1)^{2016} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{2016} \right] = 18302258. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1375. Tìm số hạng chứa x^3y^3 trong khai triển biểu thức $(x + 2y)^6$ thành đa thức.

- A. $160x^3y^3$. B. $120x^3y^3$. C. $20x^3y^3$. D. $8x^3y^3$.

Lời giải.

Ta có $(x + 2y)^6 = \sum_{k=0}^6 2^k C_6^k x^{6-k} y^k$. Do đó số hạng cần tìm ứng với $k = 3$ hay số hạng cần tìm là $160x^3y^3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1376. Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n .

- A. $n = 32$. B. $n = 30$. C. $n = 31$. D. $n = 33$.

Lời giải.

Ta có $\left(x - \frac{1}{4}\right)^n = \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k}{(-4)^k} x^{n-k}$. Theo giả thiết ta có

$$\frac{C_n^2}{(-4)^2} = 31 \Rightarrow n = 32.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1377. Hệ số của x^4y^2 trong khai triển Niu-tơn của biểu thức $(x + y)^6$ là bao nhiêu?

- A. 20. B. 15. C. 25. D. 30.

Lời giải.

Ta có $(x + y)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^k y^{6-k} \Rightarrow$ hệ số của x^4y^2 là $C_6^4 = 15$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1378. Tính tổng $S = 2C_{2017}^0 - 2C_{2017}^1 + 4C_{2017}^2 - 8C_{2017}^3 + \dots + 2^{2016}C_{2017}^{2016} - 2^{2017}C_{2017}^{2017}$.

- A. $S = -1$. B. $S = 1$. C. $S = 0$. D. $S = 2$.

Lời giải.

Ta có $(x - 2)^{2017} = C_{2017}^0 x^{2017} - C_{2017}^1 x^{2016} \cdot 2^1 + C_{2017}^2 x^{2015} \cdot 2^2 + \dots + C_{2017}^{2016} x \cdot 2^{2016} - C_{2017}^{2017} \cdot 2^{2017}$.

Chọn $x = 1 \Rightarrow -1 = C_{2017}^0 - 2C_{2017}^1 + 4C_{2017}^2 - \dots + 2^{2016}C_{2017}^{2016} - 2^{2017}C_{2017}^{2017}$.

Xét $S = 2C_{2017}^0 - 2C_{2017}^1 + 4C_{2017}^2 - 8C_{2017}^3 + \dots + 2^{2016}C_{2017}^{2016} - 2^{2017}C_{2017}^{2017}$
 $= C_{2017}^0 + (C_{2017}^0 - 2C_{2017}^1 + 4C_{2017}^2 - 8C_{2017}^3 + \dots + 2^{2016}C_{2017}^{2016} - 2^{2017}C_{2017}^{2017}) = 1 - 1 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1379. Trong khai triển $\left(2x^2 + \frac{1}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 2^{n-k} \cdot (x^2)^{n-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k, (x \neq 0)$ hệ số của x^3 là $2^6 C_n^9$. Tính n .

- A. $n = 12$. B. $n = 13$. C. $n = 14$. D. $n = 15$.

Lời giải.

Theo giả thiết số hạng chứa x^3 thỏa mãn $\begin{cases} 2(n-k) - k = 3 \\ C_n^k \cdot 2^{n-k} = 2^6 C_n^9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 9 \\ n = 15 \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1380. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$.

- A. 15. B. 240. C. -240. D. -15.

Lời giải.

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển nhị thức là $T_{k+1} = C_n^k \cdot (2x)^{6-k} \cdot (-x^{-2})^k = C_n^k \cdot 2^{6-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{6-3k}$

Số hạng không chứa x khi $6-3k=0 \Rightarrow k=2$. Vậy số hạng không chứa x là $T_3 = C_6^4 \cdot 2^4 = 240$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1381. Biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $(2-x)^n, (n \in \mathbb{N}^*)$ bằng 60. Tìm n .

A. $n=8$.

B. $n=7$.

C. $n=6$.

D. $n=5$.

Lời giải.

Ta có $(2-x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^{n-k} (-1)^k x^k$.

Hệ số chứa x^4 ứng với $k=4 \Rightarrow C_n^4 2^{n-4} = 60 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-4)!4!} 2^{n-4} = 60$

$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) \cdot 2^{n-4} = 1440$

$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) \cdot 2^{n-4} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2^2 \Rightarrow n=6$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1382. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$ là

A. 110.

B. 240.

C. 60.

D. 420.

Lời giải.

Ta có: $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k (2x)^{6-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k 2^{6-k} (-1)^k x^{6-3k} \quad (k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 6)$.

Theo đề bài suy ra: $6-3k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x là: $C_6^2 2^4 (-1)^2 = 240$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1383. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{14}$ với $x > 0$ là

A. $2^6 C_{14}^8$.

B. $2^6 C_{14}^6$.

C. $2^6 C_{14}^6$.

D. $2^8 C_{14}^6$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{14} &= \sum_{k=0}^{14} C_{14}^k \cdot x^{\frac{1}{3}(14-k)} \cdot (-2)^k \cdot x^{-\frac{1}{4}k} \\ &= \sum_{k=0}^{14} (-2)^k C_{14}^k \cdot x^{\frac{14}{3} - \frac{7}{12}k} \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = (-2)^k C_{14}^k \cdot x^{\frac{14}{3} - \frac{7}{12}k}$.

Số hạng không chứa biến tương ứng là $\frac{14}{3} - \frac{7}{12}k = 0 \Leftrightarrow k=8$.

Vậy số hạng không chứa biến là $T_9 = 2^8 C_{14}^8 = 2^8 C_{14}^6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1384. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x - \frac{2}{x}\right)^{21}, (x \neq 0, n \in \mathbb{N}^*)$.

A. $2^7 C_{21}^7$.

B. $2^8 C_{21}^8$.

C. $-2^8 C_{21}^8$.

D. $-2^7 C_{21}^7$.

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển $T_k = C_{21}^k \cdot x^{21-k} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^k = C_{21}^k (-2)^k x^{21-3k}$.

Số hạng không chứa x tương ứng với $21-3k=0 \Leftrightarrow k=7$.

Do đó số hạng không chứa x là $-2^7 C_{21}^7$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1385. Tính tổng $T = C_{2019}^1 + C_{2019}^3 + C_{2019}^5 + \dots + C_{2019}^{2019}$.

- A. $T = 2^{2019}$. B. $T = 2^{2017}$. C. $T = 2^{2018}$. D. $T = 2^{2018} - 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} C_{2019}^0 + C_{2019}^1 + C_{2019}^2 + C_{2019}^3 + C_{2019}^4 + C_{2019}^5 + \dots + C_{2019}^{2019} &= 2^{2019}, \\ C_{2019}^0 - C_{2019}^1 + C_{2019}^2 - C_{2019}^3 + C_{2019}^4 - C_{2019}^5 + \dots + (-1)^{2019} C_{2019}^{2019} &= 0. \end{aligned}$$

Suy ra $2(C_{2019}^1 + C_{2019}^3 + C_{2019}^5 + \dots + C_{2019}^{2019}) = 2^{2019} \Rightarrow T = 2^{2018}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1386. Biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $(2-x)^n$, ($n \in \mathbb{N}^*$) bằng 60.

Tìm n .

- A. $n = 5$. B. $n = 6$. C. $n = 7$. D. $n = 8$.

Lời giải.

Hệ số của x^4 trong khai triển $(2-x)^n$ là $C_n^4 \cdot (2)^{n-4} \cdot (-1)^4$.

Ta có phương trình

$$\begin{aligned} C_n^4 \cdot (2)^{n-4} \cdot (-1)^4 = 60 &\Leftrightarrow \frac{n!}{4!(n-4)!} \cdot 2^{n-4} = 60 \\ &\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)2^{n-4} = 1440 \\ &\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)2^{n-4} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2^2 \\ &\Leftrightarrow n = 6. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1387. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1-3x)^{2n}$ bằng bao nhiêu?

- A. $-3^5 C_{10}^5$. B. $-3^5 C_{12}^5$. C. $3^5 C_{10}^5$. D. $6^5 C_{10}^5$.

Lời giải.

Điều kiện: $n \geq 3$. Ta có $A_n^3 + 2A_n^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} = 100$

$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 2n(n-1) = 100 \Leftrightarrow n^3 - n^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow n = 5$ (điều kiện: $n \geq 3$).

Với $n = 5$, xét khai triển $(1-3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 1^{10-k} \cdot (-3x)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (-3)^k \cdot x^k$.

Hệ số của x^5 ứng với $x^k = x^5 \rightarrow k = 5$. Vậy hệ số cần tìm là $C_{10}^5 \cdot (-3)^5 = -3^5 \cdot C_{10}^5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1388. Cho tổng $S = C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + \dots + C_{2017}^{2017}$. Giá trị tổng S bằng bao nhiêu?

- A. 2^{2018} . B. 2^{2017} . C. $2^{2017} - 1$. D. 2^{2016} .

Lời giải.

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + x \cdot C_n^1 + x^2 \cdot C_n^2 + \dots + x^n \cdot C_n^n$ (*) Thay $\begin{cases} x = 1 \\ n = 2017 \end{cases}$ vào (*), ta được

$$2^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + \dots + C_{2017}^{2017} \Rightarrow S = 2^{2017} - 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1389. Tìm hệ số x^9 trong khai triển biểu thức $\left(2x^4 - \frac{3}{x^3}\right)^4$.

A. -96.

B. -216.

C. 96.

D. 216.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\left(2x^4 - \frac{3}{x^3}\right)^4 &= (2x^4)^4 - 4(2x^4)^3 \cdot \frac{3}{x^3} + 6(2x^4)^2 \cdot \left(\frac{3}{x^3}\right)^2 - 4 \cdot 2x^4 \cdot \left(\frac{3}{x^3}\right)^3 + \left(\frac{3}{x^3}\right)^4 \\ &= 16x^{16} - 96x^9 + 216x^2 - 216 \cdot \frac{1}{x^5} + 81 \cdot \frac{1}{x^{12}}.\end{aligned}$$

Vậy hệ số của x^9 là -96.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1390. Trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng. Khi đó giá trị n bằng bao nhiêu?

A. $n = 10$.B. $n = 12$.C. $n = 17$.D. $n = 11$.

Lời giải.

Khi khai triển $(a+2)^{n+6}$ sẽ có $n+7$ số hạng.

Theo đề bài

$$n+7=17 \Leftrightarrow n=10.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1391. Tính tổng $S = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$

A. $S = n \cdot C_{2n}^n$.B. $S = (C_{2n}^n)^2$.C. $S = n \cdot (C_{2n}^n)^2$.D. $S = C_{2n}^n$.

Lời giải.

Ta có $(1+x)^{2n} = (1+x)^n(x+1)^n$. (1)

Hệ số x^n trong khai triển $(1+x)^{2n} = \sum_{k=1}^{2n} C_{2n}^k x^k$ là C_{2n}^n . (2)

Mặt khác, $(1+x)^n(x+1)^n = (C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n)(C_n^0x^n + C_n^1x^{n-1} + C_n^2x^{n-2} + \dots + C_n^n)$.

Hệ số x^n trong khai triển tích trên là $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2$. (3)

Từ (1), (2), (3) ta có : $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1392. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$.

Tính hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$.

A. 11264.

B. 22.

C. 220.

D. 24.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $(3-1)^n = 2048 \Leftrightarrow n = 11$.

Suy ra hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^{11}$ là $C_{11}^{10} 2 = 22$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1393. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1+2x)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270.

B. 162720.

C. 126270.

D. 126720.

Lời giải.

Khai triển: $P(x) = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{2k} = \sum_{k=0}^{12} a_k x^{2k}$ với $a_k = C_{12}^k 2^k$.

$$a_{k+1} > a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} > C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} > \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k < \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \leq 7.$$

Như vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_8$.

$$a_{k+1} < a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} < C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} < \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k > \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \geq 8.$$

Như vậy $a_8 > a_9 > a_{10} > \dots > a_{12}$.

Vậy hệ số có giá trị lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 2^8 = 126720$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1394. Hệ số của x^4 trong khai triển của biểu thức $(x+3)^6$ là

A. 1215.

B. 54.

C. 135.

D. 15.

Lời giải.

Gọi số hạng thứ $k+1$ chứa x^4 , ta có $T_{k+1} = C_6^k x^{6-k} 3^k \Rightarrow 6-k=4 \Rightarrow k=2$.

Hệ số cần tìm là $C_6^2 3^2 = 135$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1395. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là

A. C_{45}^5 .

B. $-C_{45}^5$.

C. C_{45}^{15} .

D. $-C_{45}^{15}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45} = \sum_{k=0}^{45} C_{45}^k x^{45-k} (-1)^k x^{-2k} = \sum_{k=0}^{45} C_{45}^k (-1)^k x^{45-3k}.$$

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_{45}^k (-1)^k x^{45-3k}$ không chứa x ứng với $45-3k=0 \Leftrightarrow k=15$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $-C_{45}^{15}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1396. Hệ số của x^4 trong khai triển $(2-3x)^{10}$ là

A. $C_{10}^6 2^4 (-3)^6$.

B. $-C_{10}^4 2^6 3^4$.

C. $C_{10}^4 2^6 (-3)^4$.

D. $C_{10}^4 2^4 (-3)^6$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (2-3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} (-3)^k x^k.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow k=4$.

Suy ra hệ số của số hạng chứa x^4 là: $C_{10}^4 2^6 (-3)^4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1397. Hệ số của x^{12} trong khai triển của biểu thức $(2x-x^2)^{10}$ bằng

A. C_{10}^8 .

B. $C_{10}^2 \cdot 2^8$.

C. $-C_{10}^2 2^8$.

D. C_{10}^2 .

Lời giải.

Số hạng tổng quát của khai triển $(2x-x^2)^{10}$ là: $C_{10}^k (2x)^k \cdot (-x^2)^{10-k} = (-1)^{10-k} \cdot 2^k \cdot C_{10}^k \cdot x^{20-k}$.

Số hạng chứa x^{12} khi $20-k=12 \Leftrightarrow k=8$.

Vậy số hạng cần tìm là $2^8 \cdot C_{10}^8 \cdot x^{12}$.

Suy ra hệ số của số hạng chứa x^{12} là $2^8 \cdot C_{10}^8 = 2^8 \cdot C_{10}^2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1398. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$. Với giá trị nào của m thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau?

A. $m=1$.

B. $m=-1$.

C. $m=-6$.

D. $m=6$.

Lời giải.

Ta có mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và $(Q): mx+y-2z+1=0$ lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -2; 2)$ và $\vec{n}_2 = (m; 1; -2)$.

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow m - 2 - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 6.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1399. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}$, $x \neq 0$.

A. C_{10}^6 .

B. C_{10}^{10} .

C. C_{10}^5 .

D. C_{10}^3 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (x^2)^k \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^{10-k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{5k-30}.$$

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $5k - 30 = 0 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy số hạng không chứa x là C_{10}^6 .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1400. Tính tổng $S = \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{4!2015!} + \frac{1}{6!2013!} + \dots + \frac{1}{2016!3!} + \frac{1}{2018!}$.

A. $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019}$.

B. $S = \frac{2^{2018} - 1}{2018!}$.

C. $S = \frac{2^{2018}}{2018}$.

D. $S = \frac{2^{2018} - 1}{2019!}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 2019!S &= \frac{2019!}{2!2017!} + \frac{2019!}{4!2015!} + \frac{2019!}{6!2013!} + \dots + \frac{2019!}{2016!3!} + \frac{2019!}{2018!} \\ &= C_{2019}^2 + C_{2019}^4 + C_{2019}^6 + \dots + C_{2019}^{2016} + C_{2019}^{2018} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } (1+x)^{2019} = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 x + C_{2019}^2 x^2 + \dots + C_{2019}^{2019} x^{2019}$$

$$\text{và } (1-x)^{2019} = C_{2019}^0 - C_{2019}^1 x + C_{2019}^2 x^2 - \dots - C_{2019}^{2019} x^{2019}$$

$$\text{nên suy ra } (1+x)^{2019} + (1-x)^{2019} = 2(C_{2019}^0 + C_{2019}^2 x^2 + C_{2019}^4 x^4 + \dots + C_{2019}^{2018} x^{2018}).$$

$$\text{Thay } x = 1 \text{ ta được } C_{2019}^0 + C_{2019}^2 + C_{2019}^4 + C_{2019}^6 + \dots + C_{2019}^{2016} + C_{2019}^{2018} = 2^{2018}.$$

$$\text{Từ đó ta có } 2019!S = 2^{2018} - 1 \text{ hay } S = \frac{2^{2018} - 1}{2019!}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1401. Xét phép thử “rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con”. Số phần tử không gian mẫu là

A. 140608.

B. 156.

C. 132600.

D. 22100.

Lời giải.

Mỗi cách rút 3 con bài từ bộ bài tú lơ khơ 52 con là một tổ hợp chập 3 của 52. Do đó số phần tử của không gian mẫu là $C_{52}^3 = 22100$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1402. Từ một hộp chứa 12 quả cầu, trong đó có 8 quả màu đỏ, 3 quả màu xanh và 1 quả màu vàng, lấy ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu bằng

A. $\frac{23}{44}$.

B. $\frac{21}{44}$.

C. $\frac{139}{220}$.

D. $\frac{81}{220}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: “Lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu”.

Trường hợp 1: Lấy 1 quả màu vàng và 2 quả màu đỏ có: $C_8^2 = 28$ cách.

Trường hợp 2: Lấy 1 quả màu vàng và 2 quả màu xanh có: $C_3^2 = 3$ cách.

Trường hợp 3: Lấy 1 quả màu đỏ và 2 quả màu xanh có: $C_8^1 C_3^2 = 24$ cách.

Trường hợp 4: Lấy 1 quả màu xanh và 2 quả màu đỏ có: $C_3^1 C_8^2 = 84$ cách.

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là: $n(A) = 28 + 3 + 24 + 84 = 139$ cách.

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{139}{220}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1403. Đề thi trắc nghiệm môn Toán gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một học sinh không học bài nên mỗi câu trả lời đều chọn ngẫu nhiên một phương án. Xác suất để học sinh đó được đúng 6 điểm là

$$\text{A. } \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20} \quad \text{B. } \frac{C_{50}^{30} \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}}{4^{50}} \quad \text{C. } \frac{30 \cdot \frac{1}{4} + 20 \cdot \frac{3}{4}}{4^{50}} \quad \text{D. } C_{50}^{30} \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}.$$

Lời giải.

Để được 6 điểm thì học sinh đó cần chọn đúng 30 câu.

Xác suất chọn được 30 câu đúng là $\left(\frac{1}{4}\right)^{30}$.

Xác suất chọn được 20 câu sai là $\left(\frac{3}{4}\right)^{20}$.

Chọn 30 câu đúng trong 50 câu có C_{50}^{30} cách.

Vậy xác suất cần tìm là $P = C_{50}^{30} \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1404. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 16]$ được kí hiệu theo thứ tự là a, b, c rồi lập phương trình bậc hai $ax^2 + 2bx + c = 0$. Xác suất để phương trình lập được có nghiệm kép là

$$\text{A. } \frac{17}{2048} \quad \text{B. } \frac{5}{512} \quad \text{C. } \frac{3}{512} \quad \text{D. } \frac{1}{128}.$$

Lời giải.

Mỗi bạn chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 16]$ nên $|\Omega| = 16^3$.

Phương trình $ax^2 + 2bx + c = 0$ có nghiệm kép khi $\Delta' = b^2 - ac = 0 \Leftrightarrow b^2 = ac$.

— Nếu $a = b = c$ thì có 16 cách chọn.

— Nếu a, b, c khác nhau đôi một. Ta có thể liệt kê các bộ sau

$$(1; 2; 4), (1; 3; 9), (1; 4; 16), (2; 4; 8), (3; 6; 12), (4; 6; 9), (4; 8; 16), (9; 12; 16).$$

Suy ra có $8 \cdot 2!$ cách chọn $(a, c$ hoán vị).

$$\text{Xác suất cần tìm là } P = \frac{16 + 8 \cdot 2!}{16^3} = \frac{1}{128}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1405. Có 16 tấm bìa ghi 16 chữ “HỌC”, “ĐỂ”, “BIẾT”, “HỌC”, “ĐỂ”, “LÀM”, “HỌC”, “ĐỂ”, “CHUNG”, “SỐNG”, “HỌC”, “ĐỂ”, “TỰ”, “KHẮNG”, “ĐỊNH”, “MÌNH”. Một người xếp ngẫu nhiên 16 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “HỌC ĐỂ BIẾT HỌC ĐỂ LÀM HỌC ĐỂ CHUNG SỐNG HỌC ĐỂ TỰ KHẮNG ĐỊNH MÌNH”.

$$\text{A. } P = \frac{8}{16!} \quad \text{B. } P = \frac{4!}{16!} \quad \text{C. } P = \frac{1}{16!} \quad \text{D. } P = \frac{4!4!}{16!}.$$

Lời giải.

Trong 16 tấm bìa, ta nhận thấy có 4 tấm bìa ghi chữ “HỌC”, 4 tấm bìa ghi chữ “ĐỂ”, còn lại mỗi chữ khác chỉ có 1 tấm bìa được ghi. Ta đếm số cách xếp các tấm bìa tùy ý như sau:

— Để xếp ngẫu nhiên 16 tấm bìa, ta có $16!$ cách xếp.

— Do có 4 tâm bìa ghi chữ “HOC” trùng nhau nên có 4! trường hợp lặp lại.

— Do có 4 tâm bìa ghi chữ “ĐỀ” trùng nhau nên có 4! trường hợp lặp lại.

Vậy số cách xếp các tâm bìa tùy ý là $S = \frac{16!}{4! \times 4!}$.

Vậy xác suất để thu được dòng chữ như đề bài là $P = \frac{1}{\frac{16!}{4! \times 4!}} = \frac{4! \times 4!}{16!}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1406. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Tính xác suất P để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

A. $P = \frac{1}{1260}$.

B. $P = \frac{1}{126}$.

C. $P = \frac{1}{28}$.

D. $P = \frac{1}{252}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi E là biến cố các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau:

— Xếp 5 học sinh lớp 12C ngồi vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau. Số cách sắp xếp là 5!.

— Xếp 3 học sinh lớp 12B vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau và sát nhóm của học sinh 12C. Số cách sắp xếp là $3! \times 2$.

— Xếp 2 học sinh lớp 12A vào hai vị trí còn lại của bàn. Số cách sắp xếp là 2!.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 5! \times 3! \times 2 \times 2!$.

Xác suất của biến cố E là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{126}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1407. Cho E là tập hợp các số tự nhiên gồm 3 chữ số phân biệt từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ tập E . Tính xác suất để 2 số được chọn có đúng một số có chữ số 5.

A. $\frac{7}{22}$.

B. $\frac{5}{63}$.

C. $\frac{144}{295}$.

D. $\frac{132}{271}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập hợp E là $|E| = A_5^3 = 60$ (phần tử).

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{60}^2 = 1770$.

Số số thuộc E có chữ số 5 là $C_4^2 \cdot 3! = 36$ số.

Số số thuộc E không có chữ số 5 là $60 - 36 = 24$ số.

Số trường hợp thỏa mãn là $36 \cdot 24 = 864$.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{864}{1770} = \frac{144}{295}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1408. Giải bóng truyền VTV Cup có 12 đội tham gia, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu là

A. $P = \frac{3C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

B. $P = \frac{C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

C. $P = \frac{2C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

D. $P = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

Lời giải.

Chọn 4 đội xếp vào bảng A có C_{12}^4 .

Chọn 4 đội tiếp theo xếp vào bảng B có C_8^4 .

4 đội còn lại xếp vào bảng C có 1 cách.

Suy ra $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4$.

Gọi A là biến cố 3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu.

Xếp 3 đội Việt Nam vào 3 bảng đấu có $3!$ cách.

Xếp 3 đội trong 9 đội còn lại vào bảng A có C_9^3 .

Xếp 3 đội tiếp theo vào bảng B có C_6^3 .

Xếp 3 đội còn lại vào bảng C có 1 cách. Suy ra $n(A) = 6 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1409. Từ một hộp chứa 12 quả cầu, trong đó có 8 quả màu đỏ, 3 quả màu xanh và 1 quả màu vàng, lấy ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu bằng

A. $\frac{23}{44}$.

B. $\frac{21}{44}$.

C. $\frac{139}{220}$.

D. $\frac{81}{220}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: “Lấy được 3 quả cầu có đúng hai màu”.

Trường hợp 1: Lấy 1 quả màu vàng và 2 quả màu đỏ có: $C_8^2 = 28$ cách.

Trường hợp 2: Lấy 1 quả màu vàng và 2 quả màu xanh có: $C_3^2 = 3$ cách.

Trường hợp 3: Lấy 1 quả màu đỏ và 2 quả màu xanh có: $C_8^1 \cdot C_3^2 = 24$ cách.

Trường hợp 4: Lấy 1 quả màu xanh và 2 quả màu đỏ có: $C_3^1 \cdot C_8^2 = 84$ cách.

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là: $n(A) = 28 + 3 + 24 + 84 = 139$ cách.

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{139}{220}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1410. Đề thi trắc nghiệm môn Toán gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một học sinh không học bài nên mỗi câu trả lời đều chọn ngẫu nhiên một phương án. Xác suất để học sinh đó được đúng 6 điểm là

A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$.

B. $\frac{C_{50}^{30} \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}}{4^{50}}$.

C. $\frac{30 \cdot \frac{1}{4} + 20 \cdot \frac{3}{4}}{4^{50}}$.

D. $C_{50}^{30} \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}$.

Lời giải.

Xác suất để học sinh chọn được đáp án đúng là $\frac{1}{4}$, xác suất chọn được đáp án sai là $\frac{3}{4}$.

Học sinh được đúng 6 điểm khi trả lời đúng được 30 câu và trả lời sai 20 câu.

Vậy xác suất để học sinh đó được đúng 6 điểm là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = C_{50}^{30} \left(\frac{1}{4}\right)^{30} \left(\frac{3}{4}\right)^{20}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1411. Ba bạn A, B, C , mỗi bạn viết ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 16]$ được kí hiệu theo thứ tự là a, b, c , rồi lập phương trình bậc hai $ax^2 + 2bx + c = 0$. Xác suất để phương trình lập được có nghiệm kép là

A. $\frac{17}{2048}$.

B. $\frac{5}{512}$.

C. $\frac{3}{512}$.

D. $\frac{1}{128}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử. A là biến cố: “Phương trình lập được có nghiệm kép”.

Ta có $n(\Omega) = 16 \cdot 16 \cdot 16 = 16^3$.

Phương trình có nghiệm kép khi và chỉ khi $\Delta' = 0 \Leftrightarrow b^2 = ac$. Do đó $a = b = c$ hoặc a, b, c đôi một khác nhau.

— Trường hợp chọn $a = b = c$ có 16 cách.

— Trường hợp chọn a, b, c đôi một khác nhau. Cho b nhận các giá trị từ 1 đến 16, ta nhận được 16 bộ số $(a; b; c)$ thỏa mãn: $(1; 2; 4), (4; 2; 1), (1; 3; 9), (9; 3; 1), (1; 4; 16), (16; 4; 1), (2; 4; 8), (8; 4; 2), (3; 6; 12), (12; 6; 3), (4; 6; 9), (9; 6; 4), (4; 8; 16), (16; 8; 4), (9; 12; 16), (16; 12; 9)$.

Vậy $n(A) = 16 + 16 = 32$. Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{32}{16^3} = \frac{1}{128}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1412. Cho hai hộp bi, mỗi hộp có 2 viên bi đỏ và 8 bi trắng. Các viên bi chỉ khác nhau về màu. Cho hai người lấy mỗi người một hộp và từ mỗi hộp của mình, mỗi người lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để hai người lấy được số bi đỏ như nhau.

A. $\frac{14}{15}$.

B. $\frac{12}{25}$.

C. $\frac{11}{25}$.

D. $\frac{7}{15}$.

Lời giải.

Trường hợp 1:

Xác suất để hai người lấy ra 0 bi đỏ là $P_1 = \left[\frac{C_8^3}{C_{10}^3} \right]^2 = \frac{49}{225}$.

Trường hợp 2:

Xác suất để hai người lấy ra 1 bi đỏ là $P_2 = \left[\frac{C_2^1 C_8^2}{C_{10}^3} \right]^2 = \frac{49}{225}$.

Trường hợp 3:

Xác suất để hai người lấy ra 2 bi đỏ là $P_3 = \left[\frac{C_2^2 C_8^1}{C_{10}^3} \right]^2 = \frac{1}{225}$.

Vậy xác suất cần tìm $P = P_1 + P_2 + P_3 = \frac{11}{25}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1413. Gọi S là tập các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số trong S . Xác suất để số được chọn lớn hơn hoặc bằng 2018 là

A. $\frac{283}{2296}$.

B. $\frac{1007}{1148}$.

C. $\frac{2013}{2296}$.

D. $\frac{2237}{2520}$.

Lời giải.

Số có 4 chữ số có dạng $\overline{abcd}$.

— Trước hết, ta tìm số các số chẵn có 4 chữ số khác nhau.

– Nếu $d = 0$ thì a có 9 cách chọn, b có 8 cách chọn, c có 7 cách chọn. Do đó có 504 số dạng này.

– Nếu $d \neq 0$ thì d có 4 cách chọn, a có 8 cách chọn, b có 8 cách chọn, c có 7 cách chọn. Do đó có 1792 số dạng này.

– Suy ra tập S có 2296 phần tử.

— Ta số các số chẵn có 4 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 2018.

– Nếu số đó lớn hơn 2000 thì có 3 số là 2016, 2014, 2012.

– Nếu số đó nhỏ hơn 2000 thì a có 1 cách chọn, d có 5 cách chọn, b có 8 cách chọn, c có 7 cách chọn. Do đó, có 280 số dạng này.

– Suy ra có 283 số chẵn, có 4 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 2018.

— Suy ra có 2013 số chẵn có 4 chữ số khác nhau và lớn hơn hoặc bằng 2018. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{2013}{2296}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1414. Xác suất một xạ thủ bắn trúng hồng tâm là 0,6. Tính xác suất để sau 3 lần bắn độc lập xạ thủ đó bắn trúng hồng tâm không quá một lần.

A. $\frac{44}{152}$.

B. $\frac{44}{125}$.

C. $\frac{288}{15625}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải.

— Xác suất bắn trượt hồng tâm là 0,4.

— Xác suất để xạ thủ đó bắn trượt cả 3 lần là $(0,4)^3 = 0,064$.

— Xác suất để xạ thủ đó bắn trúng đúng 1 lần trong 3 lần bắn là $3 \cdot (0,4)^2 \cdot 0,6 = 0,288$.

— Xác suất để xạ thủ đó bắn trúng không quá 1 lần là $0,064 + 0,288 = 0,352 = \frac{44}{125}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1415. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$.

B. $\frac{6}{11}$.

C. $\frac{5}{11}$.

D. $\frac{8}{11}$.

Lời giải.

Chọn 2 quả cầu từ hộp có 11 quả cầu ta có số cách là $C_{11}^2 = 55$. Số cách chọn 2 quả cầu cùng màu là $C_5^2 + C_6^2 = 25$. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{25}{55} = \frac{5}{11}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1416. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{4}{165}$.

B. $\frac{33}{91}$.

C. $\frac{24}{455}$.

D. $\frac{4}{455}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3$.

Gọi A là biến cố: “lấy được 3 quả cầu màu xanh”.

Ta có $n(A) = C_4^3$.

Do đó $P(A) = \frac{C_4^3}{C_{15}^3} = \frac{4}{455}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1417. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1079}{4913}$.

B. $\frac{23}{68}$.

C. $\frac{1728}{4913}$.

D. $\frac{1637}{4913}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = (C_{17}^1)^3 = 4913$.

Từ 1 đến 17 có 5 số chia hết cho 3, có 6 số chia cho 3 dư 1 và có 6 số chia cho 3 dư 2.

TH 1: Cả ba bạn đều viết số chia hết cho 3. Có $(C_5^1)^3$ cách viết để tổng của chúng chia hết cho 3.

TH 2: Ba bạn đều viết số chia cho 3 dư 1. Có $(C_6^1)^3$ cách viết để tổng của chúng chia hết cho 3.

TH 3: Ba bạn đều viết số chia cho 3 dư 2. Có $(C_6^1)^3$ cách viết để tổng của chúng chia hết cho 3.

TH 4: Cả ba bạn viết các số chia cho 3 có số dư lần lượt là 0, 1, 2. Có $C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_6^1 \cdot 3!$ cách viết để tổng của chúng chia hết cho 3.

Do đó: $n(A) = (C_5^1)^3 + (C_6^1)^3 + (C_6^1)^3 + C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_6^1 \cdot 3! = 1637$.

Vậy xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1637}{4913}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1418. Xếp ngẫu nhiên ba người đàn ông, hai người đàn bà và một đứa bé vào ngồi 6 cái ghế xếp thành hàng ngang. Xác suất sao cho đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{15}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = P_6 = 6! = 720$.

Gọi A là biến cố xếp được đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà.

Đánh thứ tự các ghế là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ta có các trường hợp để xếp đứa bé ngồi giữa hai người đàn bà là hai người đàn bà ngồi ở các cặp vị trí (1; 3), (2; 4), (3; 5), (4; 6). Ở mỗi trường hợp ta có số cách sắp xếp là $2! \cdot 1 \cdot 3! = 12$. Do đó số phần tử của A là $n(A) = 4 \cdot 12 = 48$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{720} = \frac{1}{15}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1419. Bạn An có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị sô cô la. An lấy ngẫu nhiên ra 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng em gái. Tính xác suất P để 5 cái kẹo mà An tặng em gái có cả vị hoa quả và vị sô cô la.

A. $P = \frac{140}{143}$.

B. $P = \frac{79}{156}$.

C. $P = \frac{103}{117}$.

D. $P = \frac{14}{117}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{13}^5$. Gọi A là biến cố trong 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị sô cô la, suy ra $\bar{A}$ là biến cố nhận được 5 cái kẹo vị hoa quả hoặc 5 cái kẹo vị sô cô la. Dễ thấy $n(\bar{A}) = C_7^5 + C_6^5$. Từ đó suy ra

$$P = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_7^5 + C_6^5}{C_{13}^5} = \frac{140}{143}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1420. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, một nút được ghi một số tự nhiên từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng nếu bấm sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại (không cho mở nữa).

A. $\frac{189}{1003}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{631}{3375}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải.

Đặt $\mathcal{S} = \{(a, b, c) \mid a < b < c \text{ và } a, b, c \in \{0, 1, \dots, 9\}\}$; $\mathcal{T} = \{(a, b, c) \mid a < b < c, a + b + c = 10 \text{ và } a, b, c \in \{0, 1, \dots, 9\}\}$.

Dễ thấy $|\mathcal{S}| = C_{10}^3$, $\mathcal{T} = \{(0, 1, 9); (0, 2, 8); (0, 3, 7); (0, 4, 6); (1, 2, 7); (1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 3, 5)\}$; $|\mathcal{T}| = 8$. Xác suất B thành công trong một lần mở là

$$\frac{|\mathcal{T}|}{|\mathcal{S}|} = \frac{8}{C_{10}^3} = \frac{1}{15}.$$

Để B mở được cửa thì B thành công trong lần mở thứ nhất hoặc B thất bại trong lần đầu tiên và thành công trong lần thứ hai hoặc thất bại trong hai lần đầu và thành công trong lần thứ ba. Từ

đó suy ra xác suất B mở được cửa phòng là

$$P = \frac{1}{15} + \frac{14}{15} \cdot \frac{1}{15} + \left(\frac{14}{15}\right)^2 \cdot \frac{1}{15} = \frac{631}{3375}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1421. Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất một lần. Tính xác suất để số chấm xuất hiện là số lẻ?

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có: $n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố: “Số chấm xuất hiện là số lẻ” thì $n(A) = 3$. Do đó $P(A) = \frac{1}{2}$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1422. Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$.

B. $\frac{568}{667}$.

C. $\frac{33}{667}$.

D. $\frac{634}{667}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố “lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10”.

Số cách để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ là C_{15}^5 .

Số cách để lấy được 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10 là $C_3^1 \cdot C_{12}^4$.

Từ đó suy ra $n(A) = C_{15}^5 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4$ nên $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{15}^5 \cdot C_3^1 \cdot C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1423. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp đó. Gọi P là xác suất để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

A. $P = \frac{1}{12}$.

B. $P = \frac{16}{33}$.

C. $P = \frac{10}{33}$.

D. $P = \frac{2}{11}$.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên 4 thẻ từ trong hộp là C_{11}^4 .

Để tổng của các số trên 4 thẻ được chọn là một số lẻ thì ta có hai trường hợp

— Có 3 thẻ mang số chẵn và 1 thẻ mang số lẻ, có $C_5^3 \times C_6^1$ cách chọn.

— Có 1 thẻ mang số chẵn và 3 thẻ mang số lẻ, có $C_5^1 \times C_6^3$ cách chọn.

Vậy xác suất để chọn được 4 thẻ mà tổng các chữ số trên đó là một số lẻ là

$$P = \frac{C_5^3 \times C_6^1 + C_5^1 \times C_6^3}{C_{11}^4} = \frac{16}{33}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1424. Từ một ngân hàng 20 câu hỏi, trong đó có 4 câu hỏi khó người ta xây dựng thành hai đề thi, mỗi đề gồm 10 câu và các câu trong một đề được đánh số thứ tự từ câu 1 đến câu 10. Tính xác suất để xây dựng được hai đề thi mà mỗi đề thi đều gồm hai câu hỏi khó.

A. $\frac{3}{646}$.

B. $\frac{135}{46189}$.

C. $\frac{135}{323}$.

D. $\frac{3}{323}$.

Lời giải.Ta có $n(\Omega) = C_{20}^{10}$.Gọi A là biến cố “Xây dựng được hai đề thi mà mỗi đề thi đều gồm hai câu hỏi khó”. Ta có $n(A) = C_4^2 C_{16}^8$.

Khi đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{135}{323}$.

Chọn đáp án **C** □**Câu 1425.** Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất một lần. Xác suất để xuất hiện mặt chẵn?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Gọi A : “Xuất hiện mặt chẵn”, suy ra $A = \{2; 4; 6\}$.

Vậy $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **A** □**Câu 1426.** Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 tới 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng của 6 số ghi trên các tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{100}{231}$.

C. $\frac{118}{231}$.

D. $\frac{115}{231}$.

Lời giải.

Ta chia bài toán thành 3 bước.

— **Bước 1. Xác định số phần tử của không gian mẫu.**

Chọn 6 tấm thẻ từ 11 tấm thẻ là tổ hợp chập 6 của 11 phần tử.

Do đó $|\Omega| = C_{11}^6 = 462$.

— **Bước 2. Xác định số phần tử của biến cố.**Gọi A là biến cố “Tổng của 6 số ghi trên các tấm thẻ là một số lẻ”. Ta xác định số phần tử của biến cố A bằng cách chia 3 trường hợp.**Trường hợp 1.** 1 thẻ mang số lẻ, 5 thẻ mang số chẵn. Có $C_6^1 \cdot C_5^5 = 6$ cách.**Trường hợp 2.** 3 thẻ mang số lẻ, 3 thẻ mang số chẵn. Có $C_6^3 \cdot C_5^3 = 200$ cách.**Trường hợp 3.** 5 thẻ mang số lẻ, 1 thẻ mang số chẵn. Có $C_6^5 \cdot C_5^1 = 30$ cách.Theo quy tắc cộng, ta tìm được $|A| = 6 + 200 + 30 = 236$.— **Bước 3. Tính xác suất.**

Vậy xác suất chọn 6 tấm thẻ sao cho tổng của 6 số ghi trên các tấm thẻ là một số lẻ bằng

$$P = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 1427.** Đề thi THPTQG 2019 có 5 câu vận dụng cao, mỗi câu có bốn phương án lựa chọn A , B , C , D trong đó 5 câu đều có một phương án đúng là A . Một thí sinh chọn ngẫu nhiên một phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để học sinh đó không đúng câu nào?

A. $\frac{5}{4^5}$.

B. $\frac{20}{4^5}$.

C. $\frac{1024}{4^5}$.

D. $\frac{243}{4^5}$.

Lời giải.Mỗi câu có bốn phương án trả lời nên số cách chọn phương án trả lời cho 5 câu hỏi vận dụng cao là $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5$.

Vì mỗi câu có ba phương án trả lời sai nên số cách chọn phương án để cho học sinh đó không đúng câu nào là $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$.

Vậy xác suất để học sinh đó không đúng câu nào là $P = \frac{3^5}{4^5} = \frac{243}{4^5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1428. Mẹ của Bình có một gói kẹo gồm 20 viên khác nhau. Mẹ cho Bình lấy một cách ngẫu nhiên một số viên kẹo trong một lần, phần kẹo còn lại là của anh trai Bình. Biết rằng cả hai anh em Bình đều có kẹo. Xác suất để số kẹo của hai anh em Bình bằng nhau gần với giá trị nào nhất?

- A. 17,6%. B. 50%. C. 22,6%. D. 15,7%.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu bằng số cách chọn k viên kẹo tùy ý với $1 \leq k \leq 19$ nên

$$n(\Omega) = C_{20}^1 + C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{19} = 2^{20} - 2.$$

Số cách chọn kẹo để số kẹo của hai anh em Bình bằng nhau là C_{20}^{10} . Xác suất cần tính bằng

$$\frac{C_{20}^{10}}{2^{20} - 2} = 0,1761.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1429. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{20}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $6!$.

Xếp học sinh nam thứ nhất có 6 cách, học sinh nam thứ nhì có 4 cách, học sinh nam thứ ba có 2 cách.

Xếp 3 học sinh nữ vào 3 ghế còn lại có $3!$ cách.

Vậy xác suất là $\frac{6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3!}{6!} = \frac{288}{720} = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1430. Một chiếc hộp đựng 5 viên bi trắng, 3 viên bi xanh và 4 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy ra 4 viên bi có đủ ba màu.

- A. $\frac{3}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{6}{11}$.

Lời giải.

Mỗi cách chọn 4 trong 12 viên bi là một tổ hợp chập 4 của 12.

Số cách chọn là $C_{12}^4 = 495 \Rightarrow n(\Omega) = 495$.

Gọi A : “4 viên bi lấy ra có đủ ba màu”.

Biến cố đối của biến cố A là $\bar{A}$: “4 viên bi lấy ra không đủ ba màu”.

$$P(\bar{A}) = \frac{C_8^4 + C_7^4 + C_9^4 - C_5^4 - C_4^4}{C_{12}^4} = \frac{225}{495} = \frac{5}{11} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{5}{11} = \frac{6}{11}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1431. Một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

- A. $\frac{4610}{5236}$. B. $\frac{4651}{5236}$. C. $\frac{4600}{5236}$. D. $\frac{4615}{5236}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: “4 học sinh được chọn có cả nam và nữ”.

$\bar{A}$ là biến cố: “4 học sinh được chọn chỉ có nam hoặc nữ”.

Ta có $n(\bar{A}) = C_{20}^4 + C_{15}^4$ và $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{C_{35}^4} = \frac{4615}{5236}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1432. Cho tập hợp X gồm các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$. Từ tập hợp X lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$ là

A. $\frac{31}{60480}$.

B. $\frac{1}{2430}$.

C. $\frac{33}{60480}$.

D. $\frac{29}{60480}$.

Lời giải.

• Không gian mẫu của phép thử là $\Omega = X$.

Loại 1, số tự nhiên có a tùy ý (có thể là chữ số 0), có A_{10}^6 (số).

Loại 2, số tự nhiên có dạng $\overline{0bcdef}$, có A_9^5 (số).

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_{10}^6 - A_9^5 = 136080$.

• Gọi A là biến cố: “Số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$ ”.

Vì số lấy ra là số lẻ nên $f \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$, kết hợp điều kiện $1 \leq a < b < c < d < e < f$ ta được $f \in \{7; 9\}$.

Trường hợp 1, số tự nhiên có dạng $\overline{abcde7}$, lựa chọn các chữ số a, b, c, d, e từ $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ thì chỉ lập được 1 số thỏa mãn $a < b < c < d < e$, suy ra có C_6^5 (số).

Trường hợp 2, số tự nhiên có dạng $\overline{abcde9}$, lựa chọn các chữ số a, b, c, d, e từ $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ thì chỉ lập được 1 số thỏa mãn $a < b < c < d < e$, suy ra có C_8^5 (số).

Do đó, số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_6^5 + C_8^5 = 62$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{62}{136080} = \frac{31}{60480}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1433. Trong giỏ có 5 đôi tất khác nhau, các chiếc tất cùng đôi thì cùng màu. Lấy ngẫu nhiên ra 2 chiếc, tính xác suất để 2 chiếc đó cùng màu.

A. $\frac{1}{24}$.

B. $\frac{1}{18}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Xác suất để chọn được hai chiếc tất cùng màu là

$$\frac{C_5^1}{C_{10}^2} = \frac{5}{45} = \frac{1}{9}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1434. Trong năm học 2018 - 2019, Trường THPT chuyên Đại học Vinh có 13 lớp học sinh khối 10, 12 lớp học sinh khối 11 và 12 lớp học sinh khối 12. Nhân ngày nhà giáo Việt Nam 20 tháng 11, nhà trường chọn ngẫu nhiên 2 lớp trong trường để tham gia hội diễn văn nghệ của Trường Đại học Vinh. Xác suất để 2 lớp được chọn không cùng một khối là

A. $\frac{76}{111}$.

B. $\frac{87}{111}$.

C. $\frac{78}{111}$.

D. $\frac{67}{111}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{37}^2$.

Gọi A là biến cố “2 lớp được chọn không cùng một khối”.

Ta có $n(A) = C_{13}^1 \cdot C_{12}^1 + C_{12}^1 \cdot C_{12}^1 + C_{12}^1 \cdot C_{13}^1$.
 Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{13}^1 \cdot C_{12}^1 + C_{12}^1 \cdot C_{12}^1 + C_{12}^1 \cdot C_{13}^1}{C_{37}^2} = \frac{76}{111}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1435. Tung hai con súc sắc 3 lần độc lập với nhau. Tính xác suất để có đúng một lần tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của hai con súc sắc bằng 6. (Kết quả làm tròn đến 3 chữ số ở phần thập phân).

A. 0,120.

B. 0,319.

C. 0,718.

D. 0,309.

Lời giải.

Mỗi lần gieo đồng thời hai con súc sắc, có 36 kết quả có thể xảy ra.

Gọi A : “tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của con súc sắc bằng 6”.

Khi đó, $A = \{(1; 5), (2; 4), (3; 3), (4; 2), (5; 1)\} \Rightarrow n(A) = 5, n(\bar{A}) = 31$

và $P(A) = \frac{5}{36}, P(\bar{A}) = \frac{31}{36}$.

Gọi B : “có đúng một lần tổng số chấm xuất hiện trên hai mặt của con súc sắc bằng 6”, ta có $B = \bar{A}AA + A\bar{A}A + AA\bar{A}$.

Do đó,

$$\begin{aligned} P(B) &= P(\bar{A})P(A)P(A) + P(A)P(\bar{A})P(A) + P(A)P(A)P(\bar{A}) \\ &= \frac{5}{36} \cdot \frac{31}{36} \cdot \frac{31}{36} + \frac{31}{36} \cdot \frac{5}{36} \cdot \frac{31}{36} + \frac{31}{36} \cdot \frac{31}{36} \cdot \frac{5}{36} \\ &\approx 0,309. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1436. Trên mặt phẳng, cho hình vuông có cạnh bằng 2. Chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc hình vuông đã cho (kể cả các điểm nằm trên cạnh của hình vuông). Gọi P là xác suất để điểm được chọn thuộc vào hình tròn nội tiếp hình vuông đã cho (kể cả các điểm nằm trên đường tròn nội tiếp hình vuông), giá trị gần nhất của P là

A. 0,242.

B. 0,215.

C. 0,785.

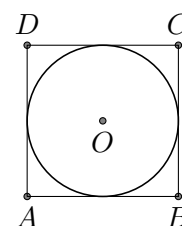
D. 0,758.

Lời giải.

Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông $R = 1$.

Xác suất P chính là tỉ lệ giữa diện tích hình tròn trên diện tích hình vuông.

Do đó $P = \frac{\pi \cdot 1^2}{2^2} \approx 0,785$.



Chọn đáp án **C** □

Câu 1437. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn là một số chẵn?

A. $\frac{3}{4}$.B. $\frac{2}{5}$.C. $\frac{3}{5}$.D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: “chọn ngẫu nhiên một số từ tập S sao cho số đó là số chẵn”.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = A_5^4$.

Gọi số có 4 chữ số khác nhau là số chẵn có dạng $\overline{abcd}$.

Chọn $d = \{2; 4\}$ có 2 cách. Chọn ba số xếp vào ba vị trí a, b, c có A_4^3 cách chọn.

Vậy có $2 \cdot A_4^3 = 48$ số chẵn có 4 chữ số khác nhau $\Rightarrow n(A) = 48 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1438. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập hợp số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{18}{35}$. C. $\frac{17}{35}$. D. $\frac{3}{35}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập thành từ tập A là $A_7^4 = 840$.

- Chọn 2 chữ số chẵn có $C_4^2 = 6$ cách.

- Chọn 2 chữ số lẻ có $C_3^2 = 3$ cách.

- Số các số có 4 chữ số khác nhau được lập thành từ 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ này là $P_4 = 24$ cách.

Suy ra, số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau lập từ A mà có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ là $6 \times 3 \times 24 = 432$ cách.

Xác suất cần tìm là $\frac{432}{840} = \frac{18}{35}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1439. Cho 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{13}{16}$. D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

Số khả năng 4 hành khách lên 4 toa là 4^4 .

Số cách chọn ra 3 hành khách là C_4^3 , số cách sắp xếp cho 3 hành khách lên 1 toa là 4 cách.

Số cách sắp xếp cho 1 hành khách còn lại là 3.

Khi đó $P(A) = \frac{3 \cdot 4 \cdot C_4^3}{4^4} = \frac{3}{16}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1440. Năm đoạn thẳng có độ dài 1 cm; 3 cm; 5 cm; 7 cm; 9 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành một tam giác là

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{7}{10}$.

Lời giải.

Gọi A là số biến cố để chọn được ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành một tam giác.

Số cách chọn ra 3 đoạn thẳng là $C_5^3 = 10$.

Giả sử a, b, c là độ dài ba đoạn thẳng lập thành một tam giác. Không mất tính tổng quát giả sử $a \leq b \leq c$ suy ra $c < a + b$.

- Nếu $c = 9$ cm suy ra cặp a, b thỏa mãn là $\begin{cases} a = 5 \text{ cm} \\ b = 7 \text{ cm} \end{cases}$ và $\begin{cases} a = 3 \text{ cm} \\ b = 7 \text{ cm} \end{cases}$.

- Nếu $c = 7$ cm suy ra cặp a, b thỏa mãn $\begin{cases} a = 3 \text{ cm} \\ b = 5 \text{ cm} \end{cases}$.

- Nếu $c = 5 \text{ cm}$ suy ra không có cặp a, b thỏa mãn.

Do đó $P(A) = \frac{3}{10}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1441. Đội tuyển học sinh giỏi Toán 12 trường THPT Yên Dũng số 3 gồm 8 học sinh, trong đó có 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi thi học sinh giỏi cấp Huyện. Tính xác suất để 5 học sinh được chọn đi thi có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ.

A. $P = \frac{11}{56}$. B. $P = \frac{45}{56}$. C. $P = \frac{46}{56}$. D. $P = \frac{55}{56}$.

Lời giải.

Không gian mẫu chính là số cách chọn 5 học sinh bất kì trong 8 học sinh nên $n(\Omega) = C_8^5 = 56$.

Gọi biến cố A: “5 học sinh được chọn có cả nam và nữ và học sinh nam nhiều hơn học sinh nữ”.

Ta chọn các kết quả thuận lợi cho A:

TH1: Chọn 3 nam trong 5 nam và chọn 2 nữ trong 3 nữ nên số cách chọn là $C_5^3 \cdot C_3^2 = 30$.

TH2: Chọn 4 nam trong 5 nam và chọn 1 nữ trong 3 nữ nên số cách chọn là $C_5^4 \cdot C_3^1 = 15$.

Do đó $n(A) = 30 + 15 = 45$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{45}{56}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1442. Từ một hộp chứa 6 quả cầu đỏ và 4 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả cầu.

Tính xác suất để 4 quả cầu lấy ra cùng màu.

A. $\frac{4}{53}$. B. $\frac{24}{105}$. C. $\frac{18}{105}$. D. $\frac{8}{105}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả cầu ta có $C_{10}^4 = 210$ cách $\Rightarrow n(\Omega) = 210$.

Gọi A là biến cố 4 quả cầu lấy ra cùng màu.

Khi đó $n(A) = C_6^4 + C_4^4 = 16$. Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{16}{210} = \frac{8}{105}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1443. Hai đội A và B thi đấu trận chung kết bóng chuyền nữ chào mừng ngày 20 - 10 (trận chung kết tối đa 5 hiệp). Đội nào thắng 3 hiệp trước thì thắng trận. Xác suất để đội A thắng mỗi hiệp là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất P để đội A thắng trận.

A. $P \approx 0,125$. B. $P \approx 0,317$. C. $P \approx 0,001$. D. $P \approx 0,29$.

Lời giải.

Xác suất đội A thắng mỗi hiệp là 0,4 (không có hòa) nên xác suất đội A thua mỗi hiệp là 0,6.

Gọi X là biến cố đội A thắng trận đấu với đội B.

Gọi X_1, X_2, X_3 tương ứng là biến cố đội A thắng đội B với tỉ số lần lượt là 3 - 0; 3 - 1; 3 - 2.

Khi đó $X = X_1 \cup X_2 \cup X_3$ và X_1, X_2, X_3 đôi một xung khắc.

Ta có $P(X) = P(X_1 \cup X_2 \cup X_3) = P(X_1) + P(X_2) + P(X_3)$.

— Xét biến cố X_1 : Đội A thắng đội B với tỉ số 3 - 0.

Khi đó phải đấu 3 hiệp và đội A thắng cả 3 hiệp $\Rightarrow P(X_1) = (0,4)^3 = \frac{8}{125}$.

— Xét biến cố X_2 : Đội A thắng đội B với tỉ số 3 - 1.

Khi đó phải đấu 4 hiệp và đội B thắng duy nhất 1 trong 3 hiệp đầu.

$\Rightarrow P(X_2) = C_3^1 \cdot 0,6 \cdot (0,4)^2 \cdot 0,4 = \frac{72}{625}$.

— Xét biến cố X_3 : Đội A thắng đội B với tỉ số 3 - 2.

Khi đó phải đấu 5 hiệp và đội B thắng 2 trong 4 hiệp đầu, đội A thắng 3 hiệp còn lại.

$$\Rightarrow P(X_3) = C_4^2(0,6)^2 \cdot (0,4)^2 \cdot 0,4 = \frac{432}{3125}.$$

Vậy xác suất để đội A thắng trận chung kết trên là:

$$P(X) = \frac{8}{125} + \frac{72}{625} + \frac{432}{3125} = \frac{992}{3125} = 0,31744 \approx 0,317.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1444. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập thành một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{56}{143}.$

B. $\frac{73}{143}.$

C. $\frac{87}{143}.$

D. $\frac{70}{143}.$

Lời giải.

Không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = C_{13}^4.$

Gọi A là biến cố: “Bốn người được chọn có ít nhất ba nữ”.

Các trường hợp thỏa mãn yêu cầu:

— **Trường hợp 1:** 3 nữ và 1 nam, số cách chọn là $C_8^3 \cdot C_5^1.$

— **Trường hợp 2:** 4 nữ, số cách chọn là $C_8^4.$

Từ các trường hợp trên $\Rightarrow$ tổng số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_8^3 \cdot C_5^1 + C_8^4.$

Suy ra xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{70}{143}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1445. Có 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên ra hai tấm thẻ. Tính xác suất để tích của hai số trên hai tấm thẻ là một số chẵn.

A. $\frac{13}{18}.$

B. $\frac{55}{56}.$

C. $\frac{5}{28}.$

D. $\frac{1}{56}.$

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 = 36.$

Gọi biến cố A : “tích của hai số trên hai tấm thẻ là một số chẵn”.

Suy ra $\bar{A}$: “tích của hai số trên hai tấm thẻ là một số lẻ”.

Từ số 1 đến số 9 có 5 số lẻ, do đó $n(\bar{A}) = C_5^2 = 10.$

Khi đó

$$P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1446. Cho tập hợp X gồm các số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$. Từ tập hợp X lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để số lấy ra là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$ là

A. $\frac{33}{68040}.$

B. $\frac{1}{2430}.$

C. $\frac{31}{68040}.$

D. $\frac{29}{68040}.$

Lời giải.

Số phần tử của tập hợp X là $9A_9^5$, nên số phần tử của không gian mẫu bằng $9A_9^5.$

Số $\overline{abcdef}$ là số tự nhiên lẻ nên $f \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$, với giả thiết $a < b < c < d < e < f$ thì $f \in \{7; 9\}.$

— Với $f = 7$, $a \neq 0$ thì các chữ số a, b, c, d, e chỉ có thể lấy từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn 5 chữ số từ các chữ số này có C_6^5 và chỉ có một cách sắp xếp 5 chữ số đã chọn vào năm vị trí khác nhau. Do đó có C_6^5 số.

— Với $f = 9$, $a \neq 0$ thì các chữ số a, b, c, d, e chỉ có thể lấy từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Chọn 5 chữ số từ các chữ số này có C_8^5 và chỉ có một cách sắp xếp 5 chữ số đã chọn vào năm vị trí khác

nhau. Do đó có C_8^5 số.

Số phần tử của biến cố “lấy được một số $\overline{abcdef}$ là số lẻ và thỏa mãn $a < b < c < d < e < f$ ” bằng $C_6^5 + C_8^5$.

Xác suất cần tìm là $\frac{C_6^5 + C_8^5}{9A_9^5} = \frac{31}{68040}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1447. Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Một bạn rút ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ. Tính xác suất để tổng 3 số ghi trên 3 thẻ được rút chia hết cho 3.

A. $\frac{5}{14}$.

B. $\frac{9}{14}$.

C. $\frac{3}{14}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ trong một hộp đựng 9 tấm thẻ”, khi đó $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố “Rút được 3 tấm thẻ có tổng 3 số ghi trên 3 thẻ là số chia hết cho 3”.

Trong 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9 có: 3 tấm thẻ ghi số chia cho 3 dư 1 (là 1; 4; 7); 3 tấm thẻ ghi số chia cho 3 dư 2 (là 2; 5; 8); 3 tấm thẻ ghi số chia hết cho 3 (là 3; 6; 9).

Ta có các trường hợp sau để rút được 3 thẻ có tổng 3 số ghi trên 3 thẻ là số chia hết cho 3:

Trường hợp 1: Lấy được 3 thẻ ghi số chia hết cho 3, có $C_3^3 = 1$ cách.

Trường hợp 2: Lấy được 3 thẻ ghi số chia cho 3 dư 1, có $C_3^3 = 1$ cách.

Trường hợp 3: Lấy được 3 thẻ ghi số chia cho 3 dư 2, có $C_3^3 = 1$ cách.

Trường hợp 4: Lấy được 3 thẻ trong đó có 1 thẻ ghi số chia cho 3 dư 1, 1 thẻ ghi số chia cho 3 dư 2, 1 thẻ ghi số chia hết cho 3, có $C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_3^1 = 27$ cách.

$\Rightarrow n(A) = 1 + 1 + 1 + 27 = 30$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1448. Trong một trò chơi điện tử, xác suất để game thủ thắng trong một trận là 0,4 (không có hòa). Hỏi phải chơi tối thiểu bao nhiêu trận để xác suất thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn 0,95?

A. 6.

B. 7.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Gọi A_i là biến cố “game thủ thắng trong trận thứ i ”. Khi đó ta có $P(A_i) = 0,4$, $P(\overline{A_i}) = 0,6$.

Giả sử game thủ chơi n trận và A là biến cố “game thủ thắng ít nhất một trận”, $\overline{A}$ là biến cố “game thủ thua tất cả các trận”.

Vì các biến cố $\overline{A_i}$ đôi một độc lập nên $P(\overline{A}) = P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdots \overline{A_n}) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdots P(A_n) = 0,6^n$.

Suy ra $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,6^n$.

Ta có $1 - 0,6^n > 0,95 \Leftrightarrow 0,6^n < 0,05$. Thử lần lượt ta thấy $n \geq 6$ thỏa mãn.

Vậy cần chơi tối thiểu 6 trận để xác suất thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn 0,95.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1449. Một bảng vuông gồm 100×100 ô vuông đơn vị. Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật. Tính xác suất để hình được chọn là hình vuông (trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân).

A. 0,0134.

B. 0,0133.

C. 0,0136.

D. 0,0132.

Lời giải.

Mỗi hình chữ nhật được tạo bởi 2 đường lưới dọc và 2 đường lưới ngang. Có C_{101}^2 cách chọn 2 đường

lưới dọc và C_{101}^2 cách chọn 2 đường lưới ngang nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{101}^2 \cdot C_{101}^2$. Gọi A là biến cố “hình được chọn là hình vuông”.

Có 100^2 hình vuông có kích thước 1×1 , 99^2 hình vuông có kích thước 2×2 , 98^2 hình vuông có kích thước 3×3 , ..., 1^2 hình vuông có kích thước 100×100 nên số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 100^2 + 99^2 + 98^2 + \dots + 1^2 = \frac{100 \cdot 101 \cdot 201}{6} = 338350$.

Suy ra xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{338350}{C_{101}^2 \cdot C_{101}^2} = \frac{67}{5050} \approx 0,0133$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1450. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi lên có cả nam và nữ.

A. $\frac{4651}{5236}$.

B. $\frac{4615}{5263}$.

C. $\frac{4615}{5236}$.

D. $\frac{4610}{5236}$.

Lời giải.

Gọi biến cố A : “4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ”.

$\bar{A}$ là biến cố: “4 học sinh lên bảng chỉ có nam hoặc chỉ có nữ”.

Chọn 4 học sinh trong 35 học sinh có $C_{35}^4 = 52360$ cách chọn, suy ra $n(\Omega) = 52360$.

Chọn 4 học sinh trong 20 nam sinh có $C_{20}^4 = 4845$ cách chọn.

Chọn 4 học sinh trong 15 nữ sinh có $C_{15}^4 = 1365$ cách chọn.

Áp dụng quy tắc cộng có $1365 + 4845 = 6210$ cách chọn, suy ra $n(\bar{A}) = 6210$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{6210}{52360} = \frac{4615}{5236}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1451. Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất của biến cố $P(A \cup B)$ bằng

A. $1 - P(A) - P(B)$.

B. $P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A) \cdot P(B) - P(A) - P(B)$.

D. $P(A) + P(B)$.

Lời giải.

Ta có: Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1452. Lấy ngẫu nhiên một thẻ từ một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Xác suất để lấy được thẻ ghi số chia hết cho 3 là

A. $\frac{1}{20}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{20}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{20}^1 = 20$.

Gọi A là biến cố: “Lấy được thẻ ghi số chia hết cho 3”. Suy ra $n(A) = 6$. Do đó $P(A) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1453. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số lập từ các chữ số thuộc A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 6.

A. $\frac{9}{28}$.

B. $\frac{4}{27}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có bốn chữ số lập từ tập A chính là số phần tử của không gian mẫu và là $n(\Omega) = 9^4$.

Gọi M là biến cố “chọn được số có bốn chữ số chia hết cho 6”.

Số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$. Số được chọn chia hết cho 6

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{abcd}:2 \\ \overline{abcd}:3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d \in \{2; 4; 6; 8\} \\ (a+b+c+d):3. \end{cases}$$

Số cách chọn $d \in \{2; 4; 6; 8\}$ là có 4 cách.

Chọn a, b có 9^2 cách. Để chọn c ta xét tổng $T = a + b + d$ có ba trường hợp sau

TH 1. Nếu S chia cho 3 dư 0 thì $c \in \{3; 6; 9\}$ suy ra có 3 cách.

TH 2. Nếu S chia cho 3 dư 1 thì $c \in \{2; 5; 8\}$ suy ra có 3 cách.

TH 3. Nếu S chia cho 3 dư 2 thì $c \in \{1; 4; 7\}$ suy ra có 3 cách.

Do đó $n(A) = 4 \cdot 9^2 \cdot 3 = 972$. Vậy $P(A) = \frac{972}{9^4} = \frac{4}{27}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1454. Gieo đồng thời 3 đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để được 2 đồng xu sấp và 1 đồng xu ngửa.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử. Ta có $n(\Omega) = 2^3 = 8$.

Gọi A là biến cố “2 đồng xu sấp và 1 đồng xu ngửa”.

— Chọn 2 đồng xu cho xuất hiện mặt sấp từ 3 đồng xu có $C_3^2 = 3$ cách.

— Chọn 1 đồng xu cho xuất hiện mặt ngửa từ 1 đồng xu còn lại có 1 cách.

Suy ra $n(A) = 3 \cdot 1 = 3$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1455. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 lấy 6 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 4 điểm phân biệt. Xét tất cả các tam giác có các đỉnh là các điểm trong 10 điểm đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác. Xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh thuộc d_1 là

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

Số tam giác tạo thành khi nối các điểm đó với nhau là $n(\Omega) = C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^1 \cdot C_4^2 = 96$.

Gọi A là biến cố “tam giác thu được có hai đỉnh thuộc d_1 ”, khi đó số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_6^2 \cdot C_4^1 = 60$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1456. Một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ là

A. $\frac{4651}{5236}$.

B. $\frac{4615}{5236}$.

C. $\frac{4610}{5236}$.

D. $\frac{4615}{5263}$.

Lời giải.

— Phép thử: Chọn 4 học sinh từ 35 học sinh. $n(\Omega) = C_{35}^4$.

— A : “4 học sinh được chọn có cả nam và nữ”

— Số khả năng chọn cả 4 học sinh đều là nam là C_{20}^4 .

— Số khả năng chọn cả 4 học sinh đều là nữ là C_{15}^4 .

Suy ra, $n(\overline{A}) = C_{20}^4 + C_{15}^4$, $n(A) = n(\Omega) - n(\overline{A}) = 46150$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{4615}{5236}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1457. Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng là 80%. Xác suất người thứ hai bắn trúng là 70%. Xác suất để cả hai người cùng bắn trúng là

- A. 50%. B. 32,6%. C. 60%. D. 56%.

Lời giải.

Gọi A là biến cố : “Người thứ nhất bắn trúng”.

B là biến cố : “Người thứ hai bắn trúng”.

$\Rightarrow AB$ là biến cố : “Hai người cùng bắn trúng”.

A, B là hai biến cố độc lập và $P(A) = 80\%$, $P(B) = 70\%$.

Xác suất để hai người cùng bắn trúng là

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 56\%.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1458. Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên một quả cầu rồi lấy tiếp một quả cầu nữa. Xác suất để lần thứ hai lấy được quả cầu màu xanh bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{10}{21}$. D. $\frac{2}{21}$.

Lời giải.

Không gian mẫu của việc lấy hai quả cầu liên tiếp là $|\Omega| = A_{15}^2$.

Gọi A là biến cố “lần thứ hai lấy được quả màu xanh”. Ta xét hai trường hợp như sau

— **TH1:** lần đầu màu đỏ, lần sau màu xanh, ta có 10×5 cách lấy như vậy.

— **TH2:** cả hai lần đều lấy được màu xanh, ta có 5×4 cách lấy như vậy.

Vậy không gian của biến cố A là $|\Omega_A| = 10 \times 5 + 5 \times 4 = 70$.

Suy ra xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{70}{A_{15}^2} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1459. Một đề trắc nghiệm gồm 20 câu, mỗi câu có 4 đáp án và chỉ có một đáp án đúng. Bạn Anh làm đúng 12 câu, còn 8 câu bạn Anh đánh hù họa vào đáp án mà Anh cho là đúng. Mỗi câu đúng được 0,5 điểm. Tính xác suất để Anh được 9 điểm.

- A. $\frac{9}{20}$. B. $\frac{9}{10}$. C. $\frac{63}{16384}$. D. $\frac{9}{65536}$.

Lời giải.

Bạn Anh đã làm đúng 12 câu nên đã có 6 điểm. Để Anh được 9 điểm thì bạn cần làm đúng 6 câu trong 8 câu còn lại.

Số phần tử của không gian mẫu là 4^8 .

Chọn 6 câu đúng trong 8 câu còn lại có C_8^6 cách chọn.

Hai câu còn lại chọn đáp án sai có 3^2 cách.

Vậy xác suất để được 9 điểm là $\frac{3^2 \cdot C_8^6}{4^8} = \frac{63}{16384}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1460. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0;10)$, $N(100;10)$, $P(100;0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của hình chữ nhật $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x;y) \in S$. Tính xác suất để $x + y \leq 90$.

A. $\frac{169}{200}$.

B. $\frac{473}{500}$.

C. $\frac{845}{1111}$.

D. $\frac{86}{101}$.

Lời giải.Tập hợp S có $11 \cdot 101 = 1111$ điểm.Ta xét $S' = \{(x; y) : x + y > 90\}$ với $0 \leq x \leq 100$ và $0 \leq y \leq 10$.Khi $y = 0 \Rightarrow x > 90 \Rightarrow x = \overline{91; 100} \Rightarrow$ có 10 giá trị của x .Khi $y = 1 \Rightarrow x > 89 \Rightarrow x = \overline{90; 100} \Rightarrow$ có 11 giá trị của x .

...

Khi $y = 10 \Rightarrow x > 80 \Rightarrow x = \overline{81; 100} \Rightarrow$ có 20 giá trị của x .Như vậy S' có 165 phần tử. Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{1111 - 165}{1111} = \frac{86}{101}$.Chọn đáp án (D) □**Câu 1461.** Một tổ có 10 học sinh gồm 6 nam và 4 nữ. Giáo viên cần chọn ngẫu nhiên hai bạn lên bảng giải toán. Tính xác suất P để hai học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ.

A. $P = \frac{4}{15}$.

B. $P = \frac{8}{15}$.

C. $P = \frac{12}{19}$.

D. $P = \frac{2}{9}$.

Lời giải.Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.Gọi A là biến cố: “hai học sinh được chọn có cả nam lẫn nữ” thì $n(A) = C_6^1 \cdot C_4^1 = 24$.Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$.Chọn đáp án (B) □**Câu 1462.** Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải.Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^1 \cdot C_4^2 = 96$.Số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_6^2 \cdot C_4^1 = 60$.Vậy $P(A) = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}$.Chọn đáp án (B) □**Câu 1463.** Cho tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Viết ngẫu nhiên lên bảng hai số tự nhiên, mỗi số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập E . Tính xác suất để trong hai số đó có đúng một số có chữ số 5.

A. $\frac{12}{25}$.

B. $\frac{13}{25}$.

C. $\frac{11}{25}$.

D. $\frac{14}{25}$.

Lời giải.Ta có $|\Omega| = (A_5^3)^2$. Xét 2 trường hợp sau:**TH1:** Số thứ nhất chứa đúng một chữ số 5 và số thứ hai không chứa chữ số 5.Trường hợp này có $C_4^2 \cdot 3! \cdot A_4^3$.**TH2:** Số thứ hai chứa đúng một chữ số 5 và số thứ nhất không chứa chữ số 5.Trường hợp này có $C_4^2 \cdot 3! \cdot A_4^3$.Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{2 \cdot C_4^2 \cdot 3! \cdot A_4^3}{(A_5^3)^2} = \frac{12}{25}$.Chọn đáp án (A) □

Câu 1464. Có hai cái giỏ đựng trứng gồm giỏ A và giỏ B , các quả trứng trong mỗi giỏ đều có hai loại là trứng lành và trứng hỏng. Tổng số trứng trong hai giỏ là 20 quả và số trứng trong giỏ A nhiều hơn số trứng trong giỏ B . Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ một quả trứng, biết xác suất để lấy được hai quả trứng lành là $\frac{55}{84}$. Tìm số trứng lành trong giỏ A .

A. 6.

B. 14.

C. 11.

D. 10.

Lời giải.

Gọi số trứng trong giỏ A là x ($x \geq 11$ và $x \in \mathbb{N}^*$) (do số trứng trong giỏ A nhiều hơn số trứng trong giỏ B). Suy ra số trứng trong giỏ B là $20 - x$.

Gọi số trứng lành trong giỏ A là a , số trứng lành trong giỏ B là b . Khi đó, xác suất để lấy được một quả trứng lành từ giỏ A là $\frac{a}{x}$, xác suất để lấy được một quả trứng lành từ giỏ B là $\frac{b}{20 - x}$.

Vậy khi lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ một quả trứng thì xác suất để lấy được hai quả trứng lành là $\frac{a}{x} \cdot \frac{b}{20 - x} = \frac{55}{84} \Leftrightarrow ab = \frac{55x(20 - x)}{84}$.

Do $ab \in \mathbb{N}^*$ và $(55; 84) = 1$ nên $x(20 - x) : 84 \quad (1)$

$\Rightarrow x(20 - x) \geq 84 \Leftrightarrow 6 \leq x \leq 14$ suy ra $11 \leq x \leq 14$.

Thử lại các giá trị $x = 11, x = 12, x = 13, x = 14$ lần lượt vào (1) ta được $x = 14$ thỏa mãn suy ra $20 - x = 6$ và $ab = 55$. Kết hợp với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $1 \leq a \leq 14, 1 \leq b \leq 6$ nên $a = 11$ và $b = 5$.

Vậy số trứng lành trong giỏ A là 11.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1465. Có 12 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để 3 người được chọn không có 2 người đứng nào cạnh nhau.

A. $\frac{55}{126}$.B. $\frac{21}{55}$.C. $\frac{7}{110}$.D. $\frac{6}{11}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố “3 người được chọn không có 2 người đứng cạnh nhau”.

Gọi E là biến cố “3 người được chọn có đúng 2 người đứng cạnh nhau”.

Gọi F là biến cố “3 người được chọn có 3 người đứng cạnh nhau”.

Khi đó

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{2 \cdot 9 + 9 \cdot 8}{220} = \frac{9}{22}.$$

$$P(F) = \frac{n(F)}{n(\Omega)} = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}.$$

Rõ ràng $\overline{A} = E \cup F$ và E, F là hai biến cố xung khắc.

Suy ra

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - [P(E) + P(F)] = 1 - \frac{5}{11} = \frac{6}{11}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1466. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi B là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ A . Chọn ngẫu nhiên 2 số thuộc tập B . Tính xác suất để trong 2 số vừa chọn có đúng một số có mặt chữ số 3.

A. $\frac{80}{359}$.B. $\frac{159}{360}$.C. $\frac{160}{359}$.D. $\frac{161}{360}$.

Lời giải.

Ta có $n(B) = A_6^4 = 360$ và $n(\Omega) = C_{360}^2 = 64620$.

Số các số không có chữ số 3 bằng $A_5^4 = 120$.

Suy ra số các số có mặt chữ số 3 bằng $A_6^4 - A_5^4 = 240$.

Vậy xác suất trong 2 số có đúng một số có chữ số 3 là $P = \frac{C_{120}^1 \cdot C_{240}^1}{64620} = \frac{160}{359}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1467. Cho tập $H = \{n \in \mathbb{N}^* | n \leq 100\}$. Chọn ngẫu nhiên ba phần tử thuộc tập H . Tính xác suất để chọn được ba phần tử lập thành một cấp số cộng.

A. $\frac{1}{132}$.

B. $\frac{2}{275}$.

C. $\frac{1}{66}$.

D. $\frac{4}{275}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 số trong H có C_{100}^3 cách.

Để chọn được 3 số là cấp số cộng thì có các trường hợp xảy ra

— Công sai lớn nhất có thể được là $d_1 = 49$. Có 2 cách chọn.

— Công sai $d_2 = 48$. Có 4 cách chọn.

— Công sai $d_3 = 47$. Có 6 cách chọn.

— ...

— Công sai $d_{49} = 1$. Có 98 cách chọn.

Vậy có tất cả $S_{49} = \frac{n[2 \cdot u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{49[2 \cdot 2 + (49-1) \cdot 2]}{2} = 2450$ cấp số cộng.

Xác suất để chọn được ba phần tử lập thành một cấp số cộng là $\frac{2450}{C_{100}^3} = \frac{1}{66}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1468. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Tính xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất 1 lần.

A. $\frac{25}{36}$.

B. $\frac{11}{36}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{36}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 6^2 = 36$.

Gọi A là biến cố mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất một lần. Khi đó $n(\bar{A}) = 5^2 = 25$.

Suy ra $n(A) = 36 - 25 = 11$ và $P(A) = \frac{11}{36}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1469. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Gọi S là tập hợp các tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác. Chọn ngẫu nhiên một tam giác trong tập S . Tính xác suất để chọn được tam giác có một góc lớn hơn 140 độ.

A. 0,1478.

B. $\frac{898}{6051}$.

C. 0,1472.

D. $\frac{298}{2017}$.

Lời giải.

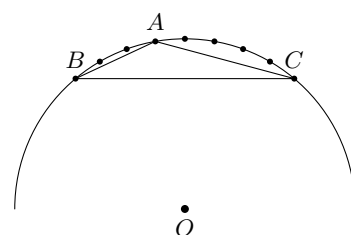
Số tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác đều là C_{2018}^3 .

Hai đỉnh liên tiếp của đa giác đều 2018 đỉnh chắn một cung tròn (nhỏ)

có số đo $\frac{360^\circ}{2018} = \frac{180^\circ}{1009}$.

Xét tam giác ABC có các đỉnh là các đỉnh của đa diện đều và $\hat{A} > 140^\circ$.

Khi đó ta có số đo các góc A, B, C là bội của $\frac{90^\circ}{1009}$.



— Ta có số cách chọn đỉnh A là 2018 cách.

— Xét số cách chọn hai đỉnh B, C . Gọi $n \cdot \frac{90^\circ}{1009}$ là tổng số đo của hai góc B, C với $n \geq 2$.

Do $\hat{A} > 140^\circ$ nên $n \cdot \frac{90^\circ}{1009} < 40^\circ \Rightarrow 2 \leq n \leq 448$.

Với mỗi n phần tử xếp thành hàng ngang có $n - 1$ khoảng trống ở giữa nên với mỗi số $n \in \{2; 3; \dots; 448\}$ có $n - 1$ cặp góc B, C thỏa mãn yêu cầu.

— Vậy số tam giác có một góc lớn hơn 140° tạo thành từ ba đỉnh của đa giác đều đã cho là

$$2018 \cdot (1 + 2 + \dots + 447) = 2018 \cdot C_{448}^2.$$

Vậy xác suất để chọn được tam giác có một góc lớn hơn 140° là $p = \frac{2018 \cdot C_{448}^2}{C_{2018}^3} = \frac{298}{2017}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1470. Thầy Tuấn có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lý và 6 cuốn sách Hoá. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy Tuấn có đủ 3 môn.

A. $\frac{54}{715}$.

B. $\frac{661}{715}$.

C. $\frac{2072}{2145}$.

D. $\frac{73}{2145}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{15}^8$.

Gọi A là biến cố: “Số cuốn sách còn lại của Thầy Tuấn có đủ ba môn”.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “Số cuốn sách còn lại của Thầy Tuấn không đủ ba môn”. Xét các khả năng sau:

TH 1. 7 cuốn sách còn lại chỉ có Toán và Lý. Số cách chọn là C_9^7 .

TH 2. 7 cuốn sách còn lại chỉ có Toán và Hóa. Số cách chọn là C_{10}^7 .

TH 3. 7 cuốn sách còn lại chỉ có Hóa và Lý. Số cách chọn là C_{11}^7 .

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_9^7 + C_{10}^7 + C_{11}^7}{C_{15}^8} = \frac{661}{715}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1471. Từ một hộp có 1000 thẻ được đánh số từ 1 đến 1000. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ. Tính xác suất để chọn được hai thẻ sao cho tổng của các số ghi trên hai thẻ đó nhỏ hơn 700.

A. $\frac{243250}{C_{1000}^2}$.

B. $\frac{121801}{C_{1000}^2}$.

C. $\frac{243253}{C_{1000}^2}$.

D. $\frac{121975}{C_{1000}^2}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{1000}^2$.

Gọi a, b lần lượt là số của hai tấm thẻ được chọn, ta có $a + b = n, (a, b, n \in \mathbb{N}, 1 < n < 700, a \neq b)$.

Xét phương trình $a + b = n, (a, b, n \in \mathbb{N}, 1 < n < 700)$. (1)

- **Bước 1:** Ta đếm số nghiệm của phương trình (1).

— Với $n = 2$ thì có số nghiệm là C_1^1 nghiệm.

— Với $n = 3$ thì có số nghiệm là C_2^1 .

...

— Với $n = 699$ thì có số nghiệm là C_{698}^1 .

Vậy tổng số nghiệm $(a; b; n)$ của phương trình (1) là

$$C_1^1 + C_2^1 + C_3^1 + \dots + C_{698}^1 = \frac{698 \times 699}{2} = 243951.$$

- **Bước 2:** Đếm số nghiệm của phương trình (1) thỏa mãn $a = b$.

Khi đó $a + b = n \Leftrightarrow 2a = n$ nên ta chỉ cần xét n chẵn.

Ta có n có dạng $n = 2k, (k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 349)$, mỗi giá trị của k ta có một nghiệm của phương trình (1) là $(a; b; n) = (k; k; 2k)$.

Do $1 < n = 2k < 700 \Rightarrow$ có tất cả 349 nghiệm dạng $(k; k; n)$ với $n = 2k$ của phương trình (1).

Từ các kết quả trên ta có tổng số nghiệm $(a; b; n)$ của (1) thỏa mãn $a \neq b$ là

$$243951 - 349 = 243602.$$

Với mỗi giá trị n thì mỗi cặp $(a; b)$ chọn được thỏa mãn $a + b = n$, $a \neq b$ ứng với hai nghiệm của phương trình (1) nên tổng số cách chọn là

$$n(A) = \frac{243602}{2} = 121801.$$

$$\text{Từ đó suy ra xác suất cần tính là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{121801}{C_{1000}^2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1472. Người ta sử dụng 7 cuốn sách Toán, 8 cuốn sách Vật lí, 9 cuốn sách Hóa học (các cuốn sách cùng loại giống nhau) để làm phần thưởng cho 12 học sinh, mỗi học sinh được 2 cuốn sách khác loại. Trong số 12 học sinh trên có hai bạn Thảo và Hiền. Tính xác suất để hai bạn Thảo và Hiền có phần thưởng giống nhau.

A. $\frac{1}{22}.$

B. $\frac{5}{18}.$

C. $\frac{19}{66}.$

D. $\frac{1}{11}.$

Lời giải.

Từ 24 cuốn sách, ta chia thành 12 phần thưởng, gồm 3 phần thưởng Toán-Lý, 4 phần thưởng Toán-Hóa và 5 phần thưởng Lý-Hóa.

Gọi A là biến cố “Thảo và Hiền nhận được phần quà giống nhau”.

$$\text{Do đó } n(\Omega) = C_{12}^2.$$

Trường hợp 1: cùng phần thưởng Toán-Lý có C_3^2 cách.

Trường hợp 2: cùng phần thưởng Toán-Hóa có C_4^2 cách.

Trường hợp 3: cùng phần thưởng Lý-Hóa có C_5^2 cách.

$$\text{Nên } n(A) = C_3^2 + C_4^2 + C_5^2.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{19}{66}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1473. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván. Tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

A. $\frac{4}{5}.$

B. $\frac{7}{8}.$

C. $\frac{1}{2}.$

D. $\frac{3}{4}.$

Lời giải.

Xác suất để người chơi thứ nhất thắng một ván là $\frac{1}{2}$. Người chơi thứ nhất giành chiến thắng khi xảy ra các trường hợp sau:

$$\text{TH1: Chơi thêm 1 ván nữa là kết thúc thì xác suất là } P_1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{TH2: Chơi thêm 2 ván nữa là kết thúc thì xác suất là } P_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{TH3: Chơi thêm 3 ván nữa là kết thúc thì xác suất là } P_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}.$$

Theo quy tắc cộng xác suất ta được xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng là

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1474. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm, tính xác suất để chọn được 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó có ít nhất 2 tấm mang số chia hết cho 4, kết quả gần đúng là

- A. 12%. B. 23%. C. 3%. D. 2%.

Lời giải.

Trong 20 tấm thẻ có 10 tấm mang số lẻ, 10 tấm mang số chẵn và 5 tấm chia hết cho 4.

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^8$.

Gọi A là biến cố chọn được 8 thẻ thỏa mãn yêu cầu đề bài. Số cách chọn 8 thẻ trong đó có 5 thẻ mang số lẻ, 3 thẻ mang số chẵn trong đó có ít nhất 2 thẻ mang số chia hết cho 4 có hai trường hợp xảy ra

— Trường hợp số thẻ chia hết cho 4 là 2.

Ta có số cách là $C_{10}^5 \cdot C_5^2 \cdot C_5^1$.

— Trường hợp số thẻ chia hết cho 4 là 3.

Ta có số cách là $C_{10}^5 \cdot C_5^3$.

Suy ra các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^5 \cdot C_5^2 \cdot C_5^1 + C_{10}^5 \cdot C_5^3$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{10}^5 \cdot C_5^2 \cdot C_5^1 + C_{10}^5 \cdot C_5^3}{C_{20}^8} = \frac{504}{4199} \approx 0,12 = 12\%$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1475. Gọi X là tập hợp gồm 27 số tự nhiên từ 1 đến 27. Chọn ngẫu nhiên ba phần tử của tập X . Tính xác suất để ba phần tử được chọn luôn hơn kém nhau ít nhất 3 đơn vị.

- A. $\frac{1771}{2925}$. B. $\frac{92}{117}$. C. $\frac{2024}{2925}$. D. $\frac{1773}{2925}$.

Lời giải.

Đặt $T = \{(a_1; a_2; a_3) | a_1, a_2, a_3 \in A; a_1 < a_2 < a_3; a_2 - a_1 \geq 3; a_3 - a_2 \geq 3\}$.

Với mỗi bộ (a_1, a_2, a_3) , xét tương ứng với bộ (b_1, b_2, b_3) cho bởi $b_1 = a_1; b_2 = a_2 - 3; b_3 = a_3 - 4$.

Lúc này ta có: $1 \leq b_1 < b_2 < b_3 \leq 23$ và tương ứng này là tương ứng 1 – 1 do

— Với mỗi bộ $(a_1; a_2; a_3)$ cho tương ứng với một bộ (b_1, b_2, b_3) bởi công thức $b_1 = a_1; b_2 = a_2 - 3; b_3 = a_3 - 4$.

— Ngược lại, với mỗi bộ (b_1, b_2, b_3) cho tương ứng với một bộ $(a_1; a_2; a_3)$ bởi công thức $a_1 = b_1; a_2 = b_2 + 3; a_3 = b_3 + 4$.

Đặt $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; \dots; 22; 23\}$. Tập các bộ (b_1, b_2, b_3) là các tập con có 3 phần tử của B .

Vậy số tập con $(a_1; a_2; a_3)$ cần tìm là C_{23}^3 . Xác suất cần tìm là $\frac{C_{23}^3}{C_{29}^3} = \frac{1771}{2925}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1476. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy , chọn ngẫu nhiên một điểm mà toạ độ của nó là các số nguyên có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 4. Nếu các điểm đều có cùng xác suất được chọn như nhau, vậy thì xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách đến gốc toạ độ nhỏ hơn hoặc bằng 2 là

- A. $\frac{13}{81}$. B. $\frac{15}{81}$. C. $\frac{13}{32}$. D. $\frac{11}{16}$.

Lời giải.

Gọi $M(a; b)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) . Từ giả thiết ta có $|a| \leq 4$ và $|b| \leq 4$.

Vì a, b là số nguyên nên a, b thuộc tập $\{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Do đó có $9 \cdot 9 = 81$ cách chọn một điểm $M(a; b)$ theo yêu cầu.

Giả sử khoảng cách từ điểm $A(x; y)$ đến gốc O nhỏ hơn hoặc bằng 2, tức là ta có

$$x^2 + y^2 \leq 4, \quad (*)$$

với x, y là số nguyên.

Ta tìm được 13 điểm $(x; y)$ thỏa mãn (*) là $(0; 0), (0; 1), (0; 2), (0; -1), (0; -2), (1; 0), (2; 0), (-1; 0), (-2; 0), (1; 1), (1; -1), (-1; 1), (-1; -1)$.

Vì thế xác suất cần tìm là $\frac{13}{81}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1477. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được lập thành từ các chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên 2 số trong S . Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{4473}{8128}$. B. $\frac{2279}{4064}$. C. $\frac{55}{96}$. D. $\frac{53}{96}$.

Lời giải.

• Tập S gồm các phần tử có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ với $a_i \in \{0; 1\}$. Số phần tử của tập S là $2^6 = 64$ (phần tử). Do đó có C_{64}^2 cách chọn 2 phần tử trong S .

• Số được chọn chia hết cho 3 khi có đúng 3 số 1 hoặc có đúng 6 số 1. Do đó có $1 + C_6^3 = 21$ số chia hết cho 3 trong tập S . Suy ra có 43 số không chia hết cho 3 trong S .

• Xác suất để chọn được 2 số không chia hết cho 3 là $P(\overline{A}) = \frac{C_{43}^2}{C_{64}^2} = \frac{43}{96}$.

• Vậy xác suất để chọn được ít nhất 1 số chia hết cho 3 là $\frac{53}{96}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1478. Rút ngẫu nhiên cùng lúc 2 chiếc bút từ một hộp chứa 4 bút chì và 5 bút bi. Xác suất để 2 bút rút được đều là bút chì bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố "rút được 2 bút đều là bút chì". Khi đó $n(A) = C_4^2$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1479. Cho A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nhau. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $P(A) = 1 + P(\overline{A})$. B. $P(A) = P(\overline{A})$. C. $P(A) = 1 - P(\overline{A})$. D. $P(A) + P(\overline{A}) = 0$.

Lời giải.

Áp dụng tính chất xác suất ta có $P(A) = 1 - P(\overline{A})$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1480. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{4615}{5236}$. B. $\frac{4651}{5236}$. C. $\frac{4615}{5236}$. D. $\frac{4610}{5236}$.

Lời giải.

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng là $n(\Omega) = C_{35}^4$.

Số cách chọn 4 học sinh chỉ có nam hoặc chỉ có nữ là $C_{20}^4 + C_{15}^4$.

Vậy xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là $1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{C_{35}^4} = \frac{4615}{5236}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1481. Cho tập $X = \{6; 7; 8; 9\}$, gọi E là tập các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các chữ số của tập X . Chọn ngẫu nhiên một số trong tập E , tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}}\right)$. B. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2017}}\right)$. C. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4036}}\right)$. D. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2018}}\right)$.

Lời giải.

Gọi A_n, B_n là tập con của E gồm các số có n chữ số với A_n là tập các số chia hết cho 3 và B_n là tập các số không chia hết cho 3.

Với mỗi số thuộc A_n có hai cách thêm vào cuối một chữ số 6 hoặc 9 để được A_{n+1} và hai cách thêm vào cuối chữ số 7 hoặc chữ số 8 để được B_{n+1} .

Với mỗi số thuộc B_n có một cách thêm vào cuối một chữ số 7 hoặc chữ số 8 để được A_{n+1} và có ba cách thêm một số để được B_{n+1} .

Như vậy $\begin{cases} |A_{n+1}| = 2|A_n| + |B_n| \\ |B_{n+1}| = 2|A_n| + 3|B_n| \end{cases} \Rightarrow |B_{n+1}| = 3|A_{n+1}| - 4|B_n| \Rightarrow |A_{n+1}| = 5|A_n| - 4|A_{n-1}|$.

Hay $|A_n| = 5|A_{n-1}| - 4|A_{n-2}|$.

Xét dãy $a_n = |A_n|$, ta có $a_1 = 2, a_2 = 6, a_n = 5a_{n-1} - 4a_{n-2}$ với $n \geq 3$.

Nên $a_n = \alpha + \beta \cdot 4^n = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot 4^n$. Suy ra, có $\frac{4^{2018} + 2}{3}$ số chia hết cho 3.

Mà $|E| = 4^{2018}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2^{4035}}\right)$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1482. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam lẫn nữ là

A. $\frac{443}{506}$. B. $\frac{442}{506}$. C. $\frac{218}{323}$. D. $\frac{219}{323}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{25}^4$.

Gọi A : “Chọn 4 học sinh có cả nam lẫn nữ”.

Suy ra biến cố $\bar{A}$ là “4 học sinh được chọn hoặc là nam, hoặc là nữ”.

Do đó $n(\bar{A}) = C_{15}^4 + C_{10}^4$.

Khi đó xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_{15}^4 + C_{10}^4}{C_{25}^4} = \frac{443}{506}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1483. Cho (H) là đa giác đều $2n$ đỉnh nội tiếp đường tròn tâm (O) ($n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$). Gọi S là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác (H) . Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập S , biết rằng xác suất chọn được một tam giác vuông trong tập S là $\frac{3}{29}$. Tìm n ?

A. 15. B. 10. C. 20. D. 12.

Lời giải.

Số phần tử của tập hợp S là C_{2n}^3 , số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{2n}^3$.

Gọi A là biến cố “Chọn được tam giác vuông”.

Đa giác đều $2n$ đỉnh có n đường chéo qua tâm O .

Mỗi tam giác vuông được tạo bởi hai đỉnh nằm trên cùng một đường chéo qua tâm O và một đỉnh

trong $2n - 2$ đỉnh còn lại.

Suy ra số tam giác vuông tạo thành là $C_n^1 \cdot C_{2n-2}^1$.

Theo bài ra ta có $P(A) = \frac{C_n^1 \cdot C_{2n-2}^1}{C_{2n}^3} = \frac{3}{29} \Rightarrow n = 15$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1484. Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó có 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

A. $\frac{7}{9}$.

B. $\frac{91}{323}$.

C. $\frac{637}{969}$.

D. $\frac{91}{285}$.

Lời giải.

Lấy 6 sản phẩm từ 20 sản phẩm trong lô hàng có $C_{20}^6 = 38760$ cách $\Rightarrow n(\Omega) = 38760$.

Gọi X là biến cố 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

Khi đó ta xét các trường hợp sau:

TH1: 6 sản phẩm lấy ra không có phế phẩm nào $\Rightarrow$ có $C_{16}^6 = 8008$ cách.

TH2: 6 sản phẩm lấy ra có 1 phế phẩm $\Rightarrow$ có $C_{16}^5 \cdot C_4^1 = 17472$ cách.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố X là $n(X) = 8008 + 17472 = 25480$.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{25480}{38760} = \frac{637}{969}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1485. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$.

B. $\frac{6}{11}$.

C. $\frac{5}{11}$.

D. $\frac{8}{11}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^2$.

Gọi A là biến cố lấy được 2 quả cùng màu. Suy ra $n(A) = C_5^2 + C_6^2$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_5^2 + C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{5}{11}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1486. Một đa giác đều n đỉnh (n lẻ, $n \geq 3$). Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P = \frac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Cố định 1 đỉnh làm đỉnh của tam giác tù ứng với góc tù, có n cách chọn như vậy.

Với tam giác tù có đỉnh cố định ở trên, ta gọi x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$) là số cạnh của đa giác đều lần lượt nằm trong hai cạnh bên của tam giác tù. Điều kiện cần và đủ của x, y để tam giác tù là $x + y < \frac{n}{2}$ (tổng số đo cung hai cạnh bên chưa được nửa đường tròn).

Do n lẻ nên với $x, y \in \mathbb{N}^*$, $x + y < \frac{n}{2} \Leftrightarrow x + y \leq \frac{n-1}{2}$ (*).

Bây giờ ta chỉ cần đi tìm số nghiệm nguyên dương của (*). Hơn nữa, số nghiệm nguyên dương của (*) bằng số nghiệm nguyên dương của phương trình $x + y + z = \frac{n-1}{2} + 1$ (**) (z chính là phần bù nguyên dương để bất phương trình (*) thành phương trình).

Theo bài toán chia kẹo Euler, $\frac{n-1}{2} + 1$ mà đem chia thành ba phần kẹo x, y, z có $C_{\frac{n-1}{2}}^2$ cách chia, hay (**) có $C_{\frac{n-1}{2}}^2$ nghiệm nguyên dương.

Vậy có tất cả $nC_{\frac{n-1}{2}}^2 = \frac{n(n-1)(n-3)}{8}$ tam giác tù.

Trong khi đó, có tất cả $C_n^3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ tam giác.

Vậy có $P = \frac{3(n-3)}{4(n-2)} = \frac{45}{62} \Leftrightarrow n = 33 \Rightarrow n$ có 4 ước nguyên dương.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1487. Cho một đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn (O) . Người ta lập một tứ giác tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H) . Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần nhất với số nào trong các số sau đây?

A. 85,40%.

B. 13,45%.

C. 40,35%.

D. 80,70%.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “Lập được một tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của (H) và cả bốn cạnh đều là đường chéo của (H) ”.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{60}^4$.

Để đếm số phần tử của A , ta đặt thứ tự các đỉnh theo chiều kim đồng hồ. Chọn đỉnh đầu tiên của tứ giác có 60 cách. Đánh số các đỉnh của đa giác lần lượt là 1, 2, 3, ..., 60 trong đó số 1 là đỉnh đã chọn. Cần chọn thêm 3 đỉnh nữa ứng với bộ (a, b, c) thuộc từ 3 đến 59, theo yêu cầu $3 \leq a < b - 1 < c - 2 \leq 57$, nên có $60 \cdot C_{55}^3$, theo cách đếm này các tứ giác bị lặp lại 4 lần nên kết quả là $\frac{60 \cdot C_{55}^3}{4} = 15 \cdot C_{55}^3$.

Xác suất cần tìm $P = \frac{15 \cdot C_{55}^3}{C_{60}^4} \approx 0,807$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1488. Cho một đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp đường tròn (O) . Người ta lập một tứ giác tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H) . Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 85,40%.

B. 13,45%.

C. 40,35%.

D. 80,70%.

Lời giải.

Gọi các đỉnh của đa giác là $A_1, A_2, \dots, A_{60}$. Ta đi tìm các tứ giác lồi có ít nhất một cạnh là cạnh của đa giác. Ta xét các trường hợp sau:

TH1: Tứ giác có một cạnh là cạnh của đa giác

- Tứ giác có ba đỉnh $A_1 A_2 A_4$, số cách chọn đỉnh còn lại là C_{54}^1 .
- Tứ giác có ba đỉnh $A_1 A_2 A_5$, số cách chọn đỉnh còn lại là C_{53}^1 .
- ...
- Tứ giác có ba đỉnh $A_1 A_2 A_{57}$, số cách chọn đỉnh còn lại là C_1^1 .

Tương tự với cạnh còn lại.

Vậy trường hợp này có $60 (C_{54}^1 + C_{53}^1 + \dots + C_1^1) = 89100$ (tứ giác).

TH2: Tứ giác có hai cạnh là hai cạnh của đa giác. Xét hai khả năng xảy ra

- Nếu hai cạnh đó là hai cạnh kề nhau khi đó có $60 \cdot C_{55}^1$ (tứ giác).
- Nếu hai cạnh đó không kề nhau, thì mỗi cạnh $A_1 A_2$ có C_{55}^1 cách chọn cạnh còn lại. Do đó có $\frac{60 \cdot C_{55}^1}{2}$ (tứ giác).

TH3: Tứ giác có 3 cạnh là ba cạnh của tứ giác. Khi đó ta có 60 tứ giác.

Vậy số tứ giác lồi có ít nhất một cạnh là cạnh của đa giác là $89100 + 60 \cdot C_{55}^1 + \frac{60 \cdot C_{55}^1}{2} + 60 = 94110$.

Số tứ giác có 4 cạnh là đường chéo của đa giác là

$$C_{60}^4 - 94110 = 393525.$$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{393525}{C_{60}^4} = 0.807$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1489. Trong một lớp có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là

A. $\frac{219}{232}$. B. $\frac{443}{506}$. C. $\frac{218}{323}$. D. $\frac{442}{506}$.

Lời giải.

Ta có không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = C_{25}^4 = 12650$.

Đặt A là biến cố “4 học sinh gọi lên bảng có cả nam và nữ”.

Xét các trường hợp sau:

TH1. Bốn học sinh gọi lên đều là nữ có C_{10}^4 cách chọn.

TH2. Bốn học sinh gọi lên đều là nam có C_{15}^4 cách chọn.

Như vậy số cách chọn bốn học sinh có cả nam và nữ là $n(A) = C_{25}^4 - C_{10}^4 - C_{15}^4 = 11075$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{11075}{12650} = \frac{443}{506}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1490. Cho (H) là đa giác đều $2n$ đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O ($n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$). Gọi S là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác (H) . Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc S , biết rằng xác suất chọn được một tam giác vuông trong tập S là $\frac{3}{29}$. Tìm n .

A. 20. B. 12. C. 15. D. 10.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “chọn được một tam giác vuông”.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{2n}^3$.

Để lập một tam giác vuông như ycdđ đầu tiên ta chọn một đường chéo xuyên tâm của đa giác, có n đường chéo như thế nên có n cách chọn; sau đó chọn tiếp 1 đỉnh của đa giác trong các đỉnh còn lại, có $2n - 2$ cách chọn.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố: $n(A) = n \cdot (2n - 2)$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ bằng } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{n(2n - 2)}{C_{2n}^3}.$$

Theo đề ra:

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{3}{29} \\ \Leftrightarrow \frac{n(2n - 2)}{C_{2n}^3} &= \frac{3}{29} \\ \Leftrightarrow \frac{n(2n - 2)}{2n(2n - 1)(2n - 2) : 3!} &= \frac{3}{29} \\ \Leftrightarrow 6(2n - 1) &= 29 \cdot 3! \\ \Leftrightarrow n &= 15. \end{aligned}$$

Với đề bài trắc nghiệm có thể giải pt tìm n bằng cách sử dụng mode 7 với n chạy từ 2 đến 21, step 1.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1491. Một tổ có 10 học sinh trong đó có 4 nam và 6 nữ. Thầy chủ nhiệm cần chọn một nhóm 3 học sinh làm trực nhật. Tính xác suất để trong ba người được chọn phải có học sinh nam.

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “trong ba người được chọn có học sinh nam”.

Suy ra biến cố đối $\bar{A}$ “trong ba người được chọn không có học sinh nam” hay $\bar{A}$ “ba người được chọn đều là nữ”.

$$\text{Xác suất } P(\bar{A}) = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}, \text{ do đó } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1492. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Xác suất để tứ giác được chọn là hình chữ nhật là

- A. $\frac{6}{323}$. B. $\frac{3}{323}$. C. $\frac{15}{323}$. D. $\frac{14}{323}$.

Lời giải.

Số tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác là C_{20}^4 .

Đa giác đều 20 đỉnh có 10 đường chéo qua tâm, cứ hai đường chéo qua tâm cho ta một hình chữ nhật. Vậy số cách chọn ra 4 đỉnh tạo thành một hình chữ nhật là C_{10}^2 . $P = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{3}{323}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1493. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S . Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 là

- A. $\frac{4473}{8128}$. B. $\frac{2279}{4046}$. C. $\frac{55}{96}$. D. $\frac{53}{96}$.

Lời giải.

Gọi số có 6 chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ có: $a_1 \neq 0; a_1, \dots, a_6 \in \{0; 1\}$.

Số phần tử của tập S là: $2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$.

Lấy ngẫu nhiên hai số trong S số cách lấy là C_{63}^2 .

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất một số chia hết cho 3.

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố không lấy được số chia hết cho 3.

Ta xét xem trong 63 số của tập S có bao nhiêu số chia hết cho 3.

+TH1: Số có 1 chữ số a_1 : có 2 số và hai số này đều không chia hết cho 3.

+TH2: Số có 2 chữ số $\overline{a_1a_2}$ với $a_1 = 1$: có 2 số và 2 số này đều chia hết cho 3.

+TH3: Số có 3 chữ số $\overline{a_1a_2a_3}$ với $a_1 = 1$: có 4 số và trong đó có 1 số chia hết cho 3.

+TH4: Số có 4 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ với $a_1 = 1$: có 8 số và trong đó có 3 số chia hết cho 3.

+TH5: Số có 5 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1 = 1$: có 16 số và trong đó có 6 số chia hết cho 3.

+TH6: Số có 6 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ với $a_1 = 1$: có 32 số và trong đó có 11 số chia hết cho 3.

Do đó có 21 số chia được cho 3 và có 43 số không chia được cho 3.

$$\text{Do đó } P(\bar{A}) = \frac{C_{43}^2}{C_{63}^2} = \frac{43}{96}. \text{ Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{53}{96}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1494. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy giáo gọi Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{29}{30}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{30}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A : “Nam chọn được ít nhất một câu hình học”.

Suy ra $\bar{A}$: “Nam chọn ba câu đại số” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_6^3 = 20$.

Vậy xác suất của biến cố A : $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{20}{120} = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1495. Lớp 11A có n học sinh, trong đó có 18 học sinh giỏi Toán, 12 học sinh giỏi Văn và 10 học sinh không giỏi môn nào. Giáo viên chủ nhiệm chọn ra 2 học sinh giỏi Toán hoặc Văn để đi dự hội nghị. Xác suất để trong 2 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh giỏi cả Toán và Văn là $\frac{9}{23}$. Tính số học sinh của lớp 11A.

A. 34.

B. 40.

C. 32.

D. 36.

Lời giải.**Cách 1:**

Gọi a là số học sinh chỉ giỏi Toán.

b là số học sinh giỏi cả Toán và Văn.

c là số học sinh chỉ giỏi Văn ($a, b, c \in \mathbb{N}$).

Theo bài ra ta có:
$$\begin{cases} a + b = 18 \\ b + c = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 + c \\ a + b + c = 18 + c \\ b = 12 - c. \end{cases}$$

Số học sinh giỏi Toán hoặc Văn là: $a + b + c = 18 + c$.

Chọn 2 học sinh giỏi Toán hoặc Văn có: $C_{18+c}^2 = \frac{(18+c)(17+c)}{2}$ cách.

Chọn 2 học sinh giỏi Toán hoặc Văn trong có đúng 1 học sinh giỏi cả Toán và Văn có:

$(a + c) \cdot b = (6 + 2c) \cdot (12 - c)$ cách.

Xác suất để trong 2 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh giỏi cả Toán và Văn là

$$\begin{aligned} P &= \frac{2(6+2c)(12-c)}{(18+c)(17+c)} = \frac{9}{23} \\ \Leftrightarrow 101c^2 - 1143c - 558 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} c = -\frac{93}{101} \text{ (loại)} \\ c = 6 \end{cases} \end{aligned}$$

Với $c = 6 \Rightarrow a = 12; b = 6$.

Vậy số học sinh của lớp 11A là: $n = a + b + c + 10 = 12 + 6 + 6 + 10 = 34$.

Cách 2:

Gọi A : Học sinh giỏi Toán.

B : Học sinh giỏi Văn.

Ta có: $n - 10 = n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$.

Đặt: $n(A \cap B) = m \Rightarrow n - 10 = 30 - m \Leftrightarrow m = 40 - n$.

Chọn 2 học sinh giỏi Toán hoặc Văn có: C_{n-10}^2 cách.

Chọn 2 học sinh giỏi Toán hoặc Văn trong có đúng 1 học sinh giỏi cả Toán và Văn có

$C_{40-n}^1 \cdot C_{2n-50}^1$ cách.

Theo giả thiết ta có: $\frac{C_{40-n}^1 \cdot C_{2n-50}^1}{C_{n-10}^2} = \frac{9}{23} \Rightarrow n = 34$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1496. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$. Tính xác suất để số được chọn luôn có mặt chữ số 2 và thỏa mãn $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 > a_5 > a_6 > a_7$.

A. $\frac{1}{243}$.

B. $\frac{1}{486}$.

C. $\frac{1}{1215}$.

D. $\frac{1}{972}$.

Lời giải.

Số cách chọn một số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ là $A_{10}^7 - A_9^6 = 544320$. Chọn bộ số $(a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7)$ gồm 7 chữ số khác nhau, sắp thứ tự, luôn chứa chữ số 2 và thỏa mãn $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 > a_5 > a_6 > a_7$.

- Có C_9^6 cách lấy thêm 6 số,

- Chọn ra 3 trong 6 số để xếp vào các vị trí $a_1a_2a_3$ có C_6^3 cách,

- 3 số còn lại đặt vào vị trí $a_5a_6a_7$.

Vậy ta có $C_9^6 \cdot C_6^3 = 1680$ (cách).

Số cách chọn bộ số $(0a_2a_3a_4a_5a_6a_7)$ gồm 7 chữ số khác nhau, sắp thứ tự, luôn chứa chữ số 2 và thỏa mãn $0 < a_2 < a_3 < a_4 > a_5 > a_6 > a_7$ là $C_8^5 \cdot C_5^3 = 560$ (cách).

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{1680 - 560}{544320} = \frac{1}{486}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1497. Trong một buổi tiệc sự kiện có 20 người nam (trong đó có anh A) và 16 người nữ (trong đó có chị B) tham gia. Đến phần giao lưu, MC muốn chọn ngẫu nhiên ra 3 người nam và 3 người nữ để ghép 3 cặp nhảy. Tính xác suất để anh A và chị B là một trong 3 cặp nhảy được chọn?

A. $\frac{9}{320}$.

B. $\frac{3}{160}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{3}{320}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu của phép thử $n(\Omega) = C_{20}^3 \cdot A_{16}^3 = 3830400$.

Gọi M là biến cố chọn được anh A và Chị B là một trong ba cặp.

Ta có $n(M) = C_{19}^2 \cdot A_{15}^2 = 35910$

Xác suất biến cố M là $P(M) = \frac{n(M)}{n(\Omega)} = \frac{3}{320}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1498. Một hộp chứa 3 bi xanh, 4 bi đỏ và 5 bi vàng có kích thước khác nhau. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi. Xác suất để 4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu bằng

A. $\frac{86}{165}$.

B. $\frac{5}{11}$.

C. $\frac{79}{165}$.

D. $\frac{6}{11}$.

Lời giải.

• **Cách 1:** *Tính trực tiếp*

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố: “4 viên bi được lấy ra có đủ ba màu”.

Gọi x, y, z theo thứ tự số lượng viên bi màu xanh, đỏ, vàng được chọn ta có các trường hợp

— $x = 1, y = 1, z = 2 \Rightarrow$ số cách chọn là $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_5^2$.

— $x = 1, y = 2, z = 1 \Rightarrow$ số cách chọn là $C_3^1 \cdot C_4^2 \cdot C_5^1$.

— $x = 2, y = 1, z = 1 \Rightarrow$ số cách chọn là $C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_5^1$.

Từ đó suy ra số phần tử của biến cố A là

$$n(A) = C_4^1 \cdot C_5^2 + C_3^1 \cdot C_4^2 \cdot C_5^1 + C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_5^1 = 270.$$

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{270}{495} = \frac{6}{11}$.

Vậy xác suất để lấy được 4 viên bi có đủ cả 3 màu bằng $\frac{6}{11}$.

• **Cách 2:** *Tính gián tiếp*

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố: “4 viên bi được lấy ra có đủ ba màu”.

Xét biến cố đối $\bar{A}$: “4 viên bi được lấy ra không đủ 3 màu”.

Ta có $\bar{A}$ xảy ra trong các trường hợp:

— **Trường hợp 1:** 4 viên bi lấy ra có đúng một màu màu đỏ hoặc màu vàng.

Số khả năng xảy ra là $C_4^4 + C_5^4 = 6$ khả năng.

— **Trường hợp 2:** 4 viên bi lấy ra có đúng 2 màu.

+ Nếu có đúng 2 màu xanh-đỏ, số cách lấy là $C_7^4 - C_4^4$.

+ Nếu có đúng 2 màu xanh-vàng, số cách lấy là $C_8^4 - C_5^4$.

+ Nếu có đúng hai màu đỏ-vàng, số cách lấy là $C_9^4 - C_4^4 - C_5^4$.

Suy ra tổng số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là

$$n(\bar{A}) = 6 + (C_7^4 - C_4^4) + (C_8^4 - C_5^4) + (C_9^4 - C_4^4 - C_5^4) = 225.$$

Xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{225}{495} = 1 - \frac{5}{11} = \frac{6}{11}$.

Vậy xác suất để 4 viên bi được chọn có đủ 3 màu là $\frac{6}{11}$.

• **Lưu ý:**

- ① Ở cách 2, rất dễ nhầm lẫn khi đếm các trường hợp có đúng hai màu vì quên trừ đi các trường hợp một màu trong đó.
- ② Khi số lượng viên bi ít, thì nên áp dụng cách 1. Tuy nhiên, khi số lượng viên bi lớn, thì việc liệt kê đầy tất cả các bộ số lượng theo màu là không đơn giản. Khi đó nên sử dụng cách 2.
- ③ Cách 2 còn cho ta hiểu rõ các bài toán con: 4 viên được chọn có đúng một màu, có đúng hai màu,...

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1499. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh từ các đỉnh của một đa giác đều nội tiếp đường tròn tâm O , biết đa giác có 170 đường chéo. Tính xác suất P của biến cố chọn được ba đỉnh sao cho ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông không cân.

A. $P = \frac{3}{19}$. B. $P = \frac{8}{57}$. C. $P = \frac{1}{57}$. D. $P = \frac{16}{19}$.

Lời giải.

Gọi n là số đỉnh của đa giác đều ($n \in \mathbb{N}^*$). Ta đi tìm số đường chéo của đa giác đều.

Số cách chọn 2 đỉnh từ n đỉnh là C_n^2 . Do đó số đường chéo của đa giác đều bằng $C_n^2 - n = 170$.

$$\text{Suy ra } \frac{n!}{2!(n-2)!} - n = 170 \Leftrightarrow \frac{n^2 - n}{2} - n = 170 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 340 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \text{ (nhận)} \\ x = -17 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Số phần tử của không gian mẫu: Chọn 3 đỉnh từ 20 đỉnh có $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Gọi A là biến cố: Ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông không cân.

— Để 3 đỉnh được chọn là tam giác vuông ta cần chọn cạnh huyền từ 10 đường kính của đường tròn tâm O : có 10 cách.

— Sau khi chọn được cạnh huyền của tam giác vuông ta còn lại 18 đỉnh, (giả sử đó là đỉnh thứ 1 và thứ 11 của đa giác đều) ta cần chọn điểm còn lại để tạo thành tam giác vuông không cân.

Cần chọn các đỉnh khác với đỉnh thứ 6 và 16, suy ra có 16 cách chọn.

— Số cách chọn để ba đỉnh tạo thành một tam giác vuông không cân là $10 \cdot 16 = 160$ cách.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{160}{1140} = \frac{8}{57}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1500. Có 5 bạn học sinh nam và 5 bạn học sinh nữ trong đó có một bạn nữ tên Tự và một bạn nam tên Trọng. Xếp ngẫu nhiên 10 bạn vào một dãy 10 ghế sao cho mỗi ghế có đúng một người ngồi. Tính xác suất để không có hai học sinh nam nào ngồi kề nhau và bạn T tự ngồi kề với bạn Trọng.

A. $\frac{1}{252}$.

B. $\frac{1}{63}$.

C. $\frac{1}{192}$.

D. $\frac{1}{126}$.

Lời giải.

Kí hiệu nam là A và nữ là B .

Ta có 2 trường hợp nam, nữ xen kẽ nhau và 4 trường hợp hai bạn nữ ngồi cạnh nhau.

TH1. Nam nữ ngồi xen kẽ nhau gồm

Nam phía trước $ABABABABAB$.

Nữ phía trước $BABABABABA$.

TH2. Hai bạn nữ ngồi cạnh nhau $ABBABABABA$ hoặc $ABABBABABA$.

Tương tự có thêm 2 trường hợp nữa. Các bước xếp như sau.

Bước 1. Xếp 5 bạn nam.

Bước 2. Xếp cặp T tự - Trọng.

Bước 3. Xếp các bạn nữ còn lại.

Khi đó số kết quả xếp cho 2 trường hợp trên như sau:

Nam, nữ xen kẽ nhau có $2 \cdot 9 \cdot 4! \cdot 4!$.

Hai bạn nữ ngồi cạnh nhau có $4 \cdot 8 \cdot 4! \cdot 4!$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = \frac{50 \cdot 4! \cdot 4!}{10!} = \frac{1}{126}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1501. Một chiếc hộp đựng 5 viên bi trắng được đánh số từ 1 đến 5, 6 viên bi đen được đánh số từ 1 đến 6. Chọn ngẫu nhiên ba viên bi trong 11 viên bi ở trên. Tính xác suất để ba viên bi được chọn có số khác nhau.

A. $\frac{2}{33}$.

B. $\frac{8}{11}$.

C. $\frac{11}{33}$.

D. $\frac{8}{33}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu bằng số cách chọn ra 3 viên bi từ 11 viên bi, hay $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$.

Gọi A là biến cố “ba viên bi được chọn có số khác nhau”.

Có 5 cách chọn ra 2 viên bi có cùng số, với mỗi cách chọn trên có 9 cách chọn viên bi thứ ba nên $n(\bar{A}) = 5 \cdot 9 = 45$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{45}{165} = \frac{8}{11}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1502. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 2018 chữ số. Tính xác suất để số chọn được là một số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\frac{16217}{900} \cdot (0,9)^{2015}$.

B. $\frac{1}{9} - \frac{16217}{900} \cdot (0,9)^{2015}$.

C. $\frac{16217}{900} \cdot (0,9)^{2016}$.

D. $\frac{1}{9} - \frac{16217}{900} \cdot (0,9)^{2016}$.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên cần tìm là $x = \overline{a_1 a_2 \dots a_{2017} a_{2018}}$.

Khi đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot 10^{2017}$.

Số các số tự nhiên chia hết cho 9 là 10^{2017} .

Gọi biến cố A : “số chọn được là một số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số trong đó có ít nhất hai chữ số 9”.

Khi đó biến cố $\bar{A}$: “số chọn được là một số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số trong đó có nhiều nhất một chữ số 9”.

TH1: Số được chọn chia hết cho 9 mà trong đó không có số 9 nào thì ta có $8 \cdot 9^{2016}$ (số).

TH2: Số được chọn chia hết cho 9 mà trong đó có một số 9 được xếp vị trí đầu tiên thì ta có 9^{2016} (số).

TH3: Số được chọn chia hết cho 9 mà trong đó có một số 9 được xếp ở một trong các vị trí từ a_2 đến a_{2018} thì ta có 2017 cách chọn vị trí cho chữ số 9.

Do $a_1 \neq 0$ và $a_1 \neq 9$ có 8 cách. Xếp các vị trí còn lại ta có 9^{2015} .

Do đó ta có $8 \cdot 2017 \cdot 9^{2015}$ (số).

Vậy $n(\bar{A}) = 8 \cdot 9^{2016} + 9^{2016} + 8 \cdot 2017 \cdot 9^{2015} = 16217 \cdot 9^{2015}$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10^{2017} - 16217 \cdot 9^{2015}}{9 \cdot 10^{2017}} = \frac{1}{9} - \frac{16217}{900} \cdot (0,9)^{2015}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1503. Lớp 11A có 35 học sinh. Trong đó có 20 bạn học tiếng Anh, 14 bạn học tiếng Nhật và 10 bạn học cả tiếng Anh và tiếng Nhật. Tính xác suất P để gọi ngẫu nhiên trong lớp 11A được một học sinh học tiếng Anh.

A. $P = \frac{2}{7}$.

B. $P = \frac{2}{5}$.

C. $P = \frac{4}{7}$.

D. $P = \frac{3}{5}$.

Lời giải.

Xác suất để gọi ngẫu nhiên trong lớp 11A được một học sinh học tiếng Anh là $P = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1504. Một chiếc hộp đựng 5 viên bi trắng, 3 viên bi xanh và 4 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy ra 4 viên bi có đủ ba màu.

A. $\frac{4}{11}$.

B. $\frac{5}{11}$.

C. $\frac{3}{11}$.

D. $\frac{6}{11}$.

Lời giải.

Có tất cả $5 + 3 + 4 = 12$ viên bi nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Kí hiệu A : “Lấy ra 4 viên bi có đủ ba màu”. Ta xét các trường hợp sau:

— Lấy 1 viên bi trắng, 1 viên bi xanh và 2 viên bi vàng có $5 \cdot 3 \cdot C_4^2 = 90$ cách.

— Lấy 1 viên bi trắng, 2 viên bi xanh và 1 viên bi vàng có $5 \cdot C_3^2 \cdot 4 = 60$ cách.

— Lấy 2 viên bi trắng, 1 viên bi xanh và 1 viên bi vàng có $C_5^2 \cdot 3 \cdot 4 = 120$ cách.

Do đó $n(A) = 90 + 60 + 120 = 270$. Vậy $P(A) = \frac{270}{495} = \frac{6}{11}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1505. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất P để hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

A. $P = \frac{1}{3}$.

B. $P = \frac{2}{9}$.

C. $P = \frac{1}{9}$.

D. $P = 1$.

Lời giải.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$ phần tử.

Gọi a ($1 \leq a \leq 6$) là số chấm trên mặt của con súc sắc đầu tiên gieo được.

Suy ra số chấm trên mặt của con súc sắc thứ hai phải là $a + 2$ hoặc $a - 2$.

Trường hợp 1. Con súc sắc thứ hai gieo mặt có $a + 2$ chấm. Khi đó $\begin{cases} 1 \leq a + 2 \leq 6 \\ 1 \leq a \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq a \leq 4$.

Trường hợp 2. Con súc sắc thứ hai gieo mặt có $a - 2$ chấm. Khi đó $\begin{cases} 1 \leq a - 2 \leq 6 \\ 1 \leq a \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq a \leq 6$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{4 + 4}{36} = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1506. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi P là tích của ba số ở ba lần gieo (mỗi số là số chấm trên mặt súc sắc). Tính xác suất sao cho P không chia hết cho 6.

A. $\frac{82}{216}$.

B. $\frac{60}{216}$.

C. $\frac{90}{216}$.

D. $\frac{83}{216}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 6^3 = 216$. Gọi A là biến cố " $P \not\vdots 6$ ", ta xét các trường hợp sau:

Cách 1: Tính trực tiếp.

- Trường hợp 1: Không xuất hiện mặt 3 chấm và 6 chấm. Có 4^3 khả năng.
- Trường hợp 2: Có ít nhất 1 lần xuất hiện mặt 3 chấm và không xuất hiện mặt có số chấm chẵn.
 - Có 1 mặt 3 chấm: $3(1 \cdot 2 \cdot 2)$ khả năng.
 - Có 2 mặt 3 chấm: $3(1 \cdot 1 \cdot 2)$ khả năng.
 - Có 3 mặt 3 chấm: $1 \cdot 1 \cdot 1$ khả năng.

Vậy có tổng cộng $4^3 + 3(1 \cdot 2 \cdot 2) + 3(1 \cdot 1 \cdot 2) + 1 \cdot 1 \cdot 1 = 83$ khả năng $P \not\vdots 6$.

Do đó $P(A) = \frac{83}{216}$.

Cách 2: Phần bù. Ta đếm số khả năng $P = abc \vdots 6$.

- Trường hợp 1: Có ít nhất 1 lần xuất hiện mặt 6 chấm. Có $6^3 - 5^3$ khả năng.
- Trường hợp 2: Có ít nhất 1 lần xuất hiện mặt 3 chấm, không có mặt 6 chấm và P là số chẵn.
 - Có 1 mặt 3 chấm: $3(2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2)$ khả năng (b, c cùng chẵn; b chẵn, c lẻ và ngược lại).
 - Có 2 mặt 3 chấm: $C_3^2 \cdot 2$ khả năng.

Vậy có tổng cộng $6^3 - 5^3 + 3(4 + 2 \cdot 2 \cdot 2) + C_3^2 \cdot 2 = 133$ khả năng $P \vdots 6$.

Do đó $P(A) = 1 - \frac{133}{216} = \frac{83}{216}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1507. Hộp A có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp B có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, tính xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu.

A. $\frac{91}{135}$.

B. $\frac{44}{135}$.

C. $\frac{88}{135}$.

D. $\frac{45}{88}$.

Lời giải.

Gọi các biến cố:

- A : "Hai viên bi được lấy ra có cùng màu".
- A_1 : "Hai viên bi lấy ra màu đỏ". Lúc đó $P(A_1) = \frac{4}{15} \cdot \frac{7}{18}$.
- A_2 : "Hai viên bi lấy ra màu đỏ". Lúc đó $P(A_2) = \frac{6}{15} \cdot \frac{6}{18}$.
- A_3 : "Hai viên bi lấy ra màu xanh". Lúc đó $P(A_3) = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{18}$.

Lúc đó: $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và A_1, A_2, A_3 là các biến cố xung khắc nên:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{44}{135}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1508. Hai chuồng nhốt thỏ, mỗi con thỏ chỉ mang màu trắng hoặc màu đen. Bất ngẫu nhiên mỗi chuồng 1 con thỏ. Biết tổng số thỏ trong hai chuồng là 35 và xác suất để bắt được hai con thỏ lông màu đen là $\frac{247}{300}$. Tính xác suất để bắt được hai con thỏ lông màu trắng.

A. $\frac{7}{150}$.

B. $\frac{1}{150}$.

C. $\frac{1}{75}$.

D. $\frac{7}{75}$.

Lời giải.

Gọi số thỏ ở chuồng số 1 là x , khi đó số thỏ ở chuồng số 2 là $35 - x$.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_x^1 \cdot C_{35-x}^1$.

Gọi a là số thỏ đen ở chuồng số 1.

Gọi b là số thỏ đen ở chuồng số 2.

Không mất tính tổng quát ta giả sử $a \geq b$.

Ta có xác suất bắt được hai con thỏ đen là

$$\frac{C_a^1 \cdot C_b^1}{C_x^1 C_{35-x}^1} = \frac{247}{300} \Leftrightarrow \frac{ab}{x(35-x)} = \frac{247}{300}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ab : 247 (= 19 \cdot 13 = 247 \cdot 1) \\ x(35-x) : 300 \\ a, b < 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 19 \\ b = 13 \\ x(35-x) : 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 19 \\ b = 13 \\ x = 20. \end{cases}$$

Vậy xác suất để bắt được hai con thỏ lông trắng là $P(A) = \frac{1 \cdot 2}{300} = \frac{1}{150}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1509. Trong chuyện cổ tích Cây tre trăm đốt (các đốt được đánh thứ tự từ 1 đến 100), khi không vác được cây tre dài tận 100 đốt như vậy về nhà, anh Khoai ngồi khóc, Bụt liền hiện lên, bày cho anh ta: “Con hãy hô câu thần chú *khắc xuất, khắc xuất*” thì cây tre sẽ rời ra, con sẽ mang được về nhà. Biết rằng cây tre 100 đốt được tách ra một cách ngẫu nhiên thành các đoạn ngắn có chiều dài 2 đốt và 5 đốt (có thể chỉ có một loại). Xác suất để số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn gần với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 0,142.

B. 0,152.

C. 0,132.

D. 0,122.

Lời giải.

Giả sử có x đoạn 2 đốt và y đoạn 5 đốt được tách ra từ cây tre 100 đốt đã cho ($x, y \in \mathbb{N}$).

Ta có $2x + 5y = 100 \Rightarrow x : 5 \Rightarrow x = 5m \Rightarrow 2m + y = 20 \Rightarrow y \in \{0; 2; 4; 6; \dots; 20\}$.

Với mỗi bộ các số $(x; y)$ tìm được cho ta số các đoạn 2 đốt và 5 đốt được tách ra từ đó có số các cách để tách cây tre 100 đốt thành x đoạn 2 đốt và y đoạn 5 đốt là C_{x+y}^y .

Do đó, số cách để tách cây tre 100 đốt thành các đoạn 2 đốt và đoạn 5 đốt là

$$C_{50}^0 + C_{47}^2 + C_{44}^4 + C_{41}^6 + C_{38}^8 + C_{35}^{10} + C_{32}^{12} + C_{29}^{14} + C_{26}^{16} + C_{23}^{18} + C_{20}^{20} = 545813094.$$

Để tách cây tre 100 thành các đoạn ngắn có chiều dài 2 đốt và 5 đốt sao cho số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn thì ta còn phải có $x - y = 1$. Khi đó $x = 15$ và $y = 14$.

Số cách để tách cây tre 100 đốt thành 15 đoạn 2 đốt và 14 đoạn 5 đốt là C_{29}^{15} . Vậy xác suất để số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn là $\frac{C_{29}^{15}}{545813094} \approx 0,1421$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1510. Xếp ngẫu nhiên 5 bạn An, Bình, Cường, Dũng, Đông ngồi vào 1 dãy 5 ghế thẳng hàng (mỗi bạn ngồi 1 ghế). Tính xác suất để hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 5!$.

Gọi A là biến cố “An và Bình không ngồi cạnh nhau.”

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố “An và Bình ngồi cạnh nhau.”

- Có 4 cách chọn 2 vị trí liền nhau để xếp An và Bình.
- Có $2!$ cách xếp An và Bình ngồi vào 2 vị trí liền nhau đã chọn.
- Có $3!$ cách xếp 3 bạn còn lại vào 3 vị trí còn lại.

Suy ra số cách sắp xếp để An và Bình ngồi cạnh nhau là

$$n(\bar{A}) = 4 \cdot 2! \cdot 3! = 48.$$

Do đó

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{48}{5!} = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1511. Một đề kiểm tra trắc nghiệm 45 phút môn Tiếng Anh của lớp 10 là một đề gồm 25 câu hỏi độc lập, mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm, câu trả lời sai không được điểm. Bạn Bình vì học rất kém môn Tiếng Anh nên làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 25 câu. Gọi A là biến cố “Bình làm đúng k câu”, biết xác suất của biến cố A đạt giá trị lớn nhất. Tính k .

A. $k = 1$.

B. $k = 25$.

C. $k = 6$.

D. $k = 5$.

Lời giải.

Vì đề thi có 25 câu và mỗi câu có 4 phương án trả lời nên xác suất để Bình làm đúng k câu là

$$P = C_{25}^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25-k} = \frac{C_{25}^k \cdot 3^{25-k}}{4^{25}} \text{ với } 0 \leq k \leq 25.$$

Xét hàm $f(k) = C_{25}^k \cdot 3^{25-k}$ với $k \in \mathbb{N}$ và $k \leq 25$.

$$\text{Ta có } f(k) \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} f(k) \geq f(k-1) \\ f(k) \geq f(k+1) \end{cases} \Leftrightarrow 6,5 \geq k \geq 5,5 \Rightarrow k = 6.$$

Suy ra $\max_{0 \leq k \leq 25} f(k) = f(6)$.

Vậy $k = 6$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1512. Có 13 tấm thẻ phân biệt trong đó có một tấm thẻ ghi chữ ĐỒ, một tấm thẻ ghi chữ ĐẠI, một tấm thẻ ghi chữ HỌC và mười tấm thẻ đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên từ đó ra 7 tấm thẻ. Tính xác suất để rút được 7 tấm thẻ theo thứ tự: ĐỒ, ĐẠI, HỌC, 2, 0, 1, 9.

A. $\frac{1}{1260}$.

B. $\frac{1715}{1716}$.

C. $\frac{1}{A_{13}^7}$.

D. $\frac{1}{1716}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^7 = 1716$.

Có 1 cách để rút được 7 tấm thẻ theo thứ tự: ĐỒ, ĐẠI, HỌC, 2, 0, 1, 9.

Vậy xác suất để rút được 7 tấm thẻ thỏa mãn đề bài là $P = \frac{1}{1716}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1513. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em được nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ: 1 chiếc áo và 1 thùng sữa tươi). Trong số các em được nhận quà có hai em Việt và Nam. Tính xác suất để hai em Việt và Nam đó nhận được suất quà giống nhau?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{15}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Với 3 loại quà khác nhau ta chia làm 3 nhóm

- Nhóm I gồm 1 áo và 1 sữa.
- Nhóm II gồm 1 cặp và 1 sữa.
- Nhóm III gồm 1 áo và 1 cặp.

Gọi x, y, z là số học sinh nhận các suất quà thuộc các nhóm I, II, III. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ x + z = 7 \\ x + y = 9 \\ y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \\ z = 1. \end{cases}$$

Số cách chọn trao quà cho 10 học sinh là $C_{10}^6 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = 840$ cách.

Để Việt và Nam nhận được suất quà giống nhau thì

- Việt, Nam nhận được suất quà nhóm I có $C_8^4 \cdot C_4^3 \cdot C_1^1 = 280$ cách.
- Việt, Nam nhận được suất quà nhóm II có $C_8^6 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 = 56$ cách.

Vậy xác suất để hai em Việt và Nam đó nhận được suất quà giống nhau là

$$P = \frac{280 + 56}{840} = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1514.

Cho một bảng ô vuông 3×3 (hình vẽ). Điền ngẫu nhiên các số tự nhiên từ 1 đến 9 (mỗi ô chỉ điền một số) vào bảng trên. Gọi A là biến cố “mỗi hàng, mỗi cột bất kỳ đều có ít nhất một số lẻ”. Xác suất của biến cố A bằng

A. $P(A) = \frac{10}{21}$. B. $P(A) = \frac{5}{7}$. C. $P(A) = \frac{1}{56}$. D. $P(A) = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Số cách xếp 9 chữ số đã cho vào 9 ô vuông là $n(\Omega) = 9!$.

Ta có $\bar{A}$ là biến cố “tồn tại một hàng hoặc một cột gồm ba số chẵn”. Do có 4 số chẵn là 2, 4, 6, 8 nên $\bar{A}$ là “có đúng một hàng hoặc một cột gồm 3 số chẵn”. Ta tính $n(\bar{A})$:

1) Chọn 4 ô điền các số chẵn:

- Chọn một hàng hoặc một cột thì ta có 6 cách chọn;
- Chọn một ô còn lại thì ta có 6 cách chọn.

2) Điền 4 số chẵn vào 4 ô đã chọn có $4!$ cách.

3) Điền 5 số lẻ vào 5 ô còn lại có $5!$ cách.

Vậy $n(\bar{A}) = 6 \cdot 6 \cdot 5! \cdot 4!$, do đó $P(\bar{A}) = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5! \cdot 4!}{9!} = \frac{2}{7} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{7}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1515. Có 3 quyển sách toán, 4 quyển sách lí và 5 quyển sách hóa khác nhau được sắp xếp ngẫu nhiên lên một giá sách gồm có 3 ngăn, các quyển sách được sắp dựng đứng thành một hàng dọc vào một trong ba ngăn (mỗi ngăn đủ rộng để chứa tất cả quyển sách). Tính xác suất để không có bất kì hai quyển sách toán nào đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{36}{91}$. B. $\frac{37}{91}$. C. $\frac{54}{91}$. D. $\frac{55}{91}$.

Lời giải.

Tổng có 12 cuốn sách cùng 2 vách chia thành 3 ngăn kệ sách, 2 vách này coi như 2 cuốn sách. Vậy số phần tử của không gian mẫu là $14!$.

Ta tìm số cách xếp thỏa mãn

- Xếp 9 cuốn sách (lí và hóa) cùng 2 vách có $11!$ cách.
- Lúc này có 12 khe trống để xếp 3 cuốn sách toán, mỗi cuốn ở một khe có A_{12}^3 cách.

Suy ra có tất cả $11! \cdot A_{12}^3$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{11! \cdot A_{12}^3}{14!} = \frac{55}{91}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1516. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 bông hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 bông từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ. Xác suất để 7 bông hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly là

- A. $\frac{1}{71}$. B. $\frac{36}{71}$. C. $\frac{994}{4845}$. D. $\frac{3851}{4845}$.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^7$.
- Gọi A là biến cố: “chọn được 7 bông trong đó có số hoa hồng và hoa ly bằng nhau”.
 - **Trường hợp 1:** Chọn 1 hoa hồng, 1 hoa ly và 5 hoa huệ có $C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^5$ cách chọn.
 - **Trường hợp 2:** Chọn 2 hoa hồng, 2 hoa ly và 3 hoa huệ có $C_8^2 \cdot C_7^2 \cdot C_6^3$ cách chọn.
 - **Trường hợp 3:** Chọn 3 hoa hồng, 3 hoa ly và 1 hoa huệ có $C_8^3 \cdot C_7^3 \cdot C_6^1$ cách chọn.

Số cách chọn số hoa hồng và hoa ly bằng nhau là $n(A) = C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^5 + C_8^2 \cdot C_7^2 \cdot C_6^3 + C_8^3 \cdot C_7^3 \cdot C_6^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^1 \cdot C_7^1 \cdot C_6^5 + C_8^2 \cdot C_7^2 \cdot C_6^3 + C_8^3 \cdot C_7^3 \cdot C_6^1}{C_{21}^7} = \frac{994}{4845}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1517. Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người sút một lần với xác suất ghi bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

- A. $P = 0,4525$. B. $P = 0,4245$. C. $P = 0,435$. D. $P = 0,452$.

Lời giải.

Gọi A : “cả ba cầu thủ đều ghi bàn”. Ta có $P(A) = 0,6xy = 0,336 \Leftrightarrow xy = \frac{14}{25}$.

Gọi B : “ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn” $\Rightarrow \bar{B}$: “không có cầu thủ nào ghi bàn”. Theo đề bài, ta suy ra $P(\bar{B}) = 0,4(1-x)(1-y) = 1 - 0,976 = 0,024 \Leftrightarrow 1 - (x+y) + xy = 0,024 \Leftrightarrow x+y = \frac{3}{2}$.

Gọi C : “có đúng hai cầu thủ ghi bàn”. Ta có

$$P(C) = xy0,4 + x(1-y)0,6 + (1-x)y0,6 = -0,8xy + 0,6(x+y) = -0,8 \cdot \frac{14}{25} + 0,6 \cdot \frac{3}{2} = 0,452.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1518. Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình “Hãy chọn giá đúng” của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: 5, 10, 15, ..., 100 với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau. Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và số điểm được tính như sau

- Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được.
- Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm sau 2 lần quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được.
- Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm sau 2 lần quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100.

Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác.

An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

A. $P = \frac{1}{4}$. B. $P = \frac{3}{16}$. C. $P = \frac{19}{40}$. D. $P = \frac{7}{16}$.

Lời giải.

Bình có 2 cách thắng cuộc

- **Thắng cuộc sau lần quay thứ nhất.** Nếu Bình quay vào một trong 5 nấc 80, 85, 90, 95 và 100 thì Bình sẽ thắng ngay lần quay thứ nhất. Xác suất thắng của Bình trong trường hợp này là $P_1 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.
- **Thắng cuộc sau hai lần quay.** Nếu Bình quay lần một vào một trong 15 nấc 5, 10, ..., 75 thì Bình phải quay thêm lần thứ hai (để đủ điểm thắng). Ứng với mỗi nấc quay được trong lần quay thứ nhất, Bình có 5 nấc để thắng cuộc trong lần quay thứ hai. Xác suất thắng cuộc của Bình trường hợp này là $P_2 = \frac{15}{20} \cdot \frac{5}{20} = \frac{3}{16}$.

Vậy xác suất thắng cuộc của Bình là $P = P_1 + P_2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1519. Xếp chỗ cho 6 học sinh trong đó có học sinh A và 3 thầy giáo vào 9 ghế thành hàng ngang (mỗi ghế xếp một người). Tính xác suất sao cho thầy giáo ngồi giữa hai học sinh và học sinh A ngồi ở một trong hai đầu hàng.

A. $\frac{5}{252}$. B. $\frac{5}{126}$. C. $\frac{5}{42}$. D. $\frac{5}{756}$.

Lời giải.

Gọi M là biến cố: “Thầy giáo ngồi giữa hai học sinh và học sinh A ngồi ở một trong hai đầu hàng”. Ta sẽ tính số phần tử của M .

- Xếp 5 học sinh (không có A), có $5!$ cách.
- Xếp học sinh A ở đầu hoặc cuối dãy, có 2 cách.
- Xếp 3 giáo viên vào 5 khoảng hở do 6 học sinh tạo ra, có A_5^3 cách.

Do đó, $n(M) = 5! \cdot 2 \cdot A_5^3$.

Vì có $9!$ cách xếp 9 người vào 9 vị trí nên $n(\Omega) = 9!$.

Vậy $P(M) = \frac{5}{126}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1520. Chọn ngẫu nhiên 3 số tự nhiên từ tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 2019\}$. Tính xác suất P để trong 3 số tự nhiên được chọn không có 2 số tự nhiên liên tiếp.

A. $P = \frac{677040}{679057}$.

B. $P = \frac{2017}{679057}$.

C. $P = \frac{2016}{679057}$.

D. $P = \frac{1}{679057}$.

Lời giải.

Có tất cả C_{2019}^3 cách chọn 3 số tự nhiên từ tập hợp $M = \{1; 2; 3; \dots; 2019\}$.

Suy ra $n(\Omega) = C_{2019}^3$.

Xét biến cố A : “Chọn 3 số tự nhiên sao cho không có 2 số tự nhiên liên tiếp”.

Ta có $\bar{A}$: “Chọn 3 số tự nhiên sao luôn có 2 số tự nhiên liên tiếp”.

Xét các trường hợp sau:

+ Trường hợp 1: Trong ba số chọn được chỉ có 2 số liên tiếp

- Nếu 2 số liên tiếp là 1; 2 hoặc 2018; 2019 thì số thứ ba có $2019 - 3 = 2016$ cách chọn (do không tính số liên tiếp sau và trước mỗi cặp số đó).

- Nếu 2 số liên tiếp là 2; 3, 3; 4, ..., 2017; 2018 thì số thứ ba có $2019 - 4 = 2015$ cách chọn (do không tính 2 số liền trước và sau mỗi cặp số đó).

Trường hợp này có $2 \cdot 2016 + 2016 \cdot 2015 = 4066272$ cách chọn.

+ Trường hợp 2: Chọn được 3 số liên tiếp. Tức là chọn các bộ 1; 2; 3, 2; 3; 4, ..., 2017; 2018; 2019: có tất cả 2017 cách.

Suy ra $n(\bar{A}) = 4066272 + 2017 = 4068289$.

$$\text{Vậy } P = P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{4068289}{C_{2019}^3} = \frac{1365589680}{1369657969} = \frac{677040}{679057}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1521. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng

A. $\frac{7}{216}$.

B. $\frac{2}{969}$.

C. $\frac{3}{323}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Xét phép thử: “Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O ”

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_{20}^4 = 4845.$$

Gọi A là biến cố: “4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật”.

Đa giác có 20 đỉnh sẽ có 10 đường chéo đi qua tâm mà cứ 2 đường chéo qua tâm sẽ có 1 hình chữ nhật nên số hình chữ nhật là $n(A) = C_{10}^2 = 45$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{45}{4845} = \frac{3}{323}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1522. Cho A là tập hợp tất cả các số có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Lấy ngẫu nhiên một số từ A . Tính xác suất để lấy được một số luôn có mặt hai chữ số 1; 7 và hai chữ số đó đứng kề nhau, chữ số 1 nằm bên trái chữ số 7.

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{5}{14}$.

C. $\frac{3}{28}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Lời giải.

Số các số có năm chữ số lập được là $7 \cdot A_7^4 = 5880$ số.

Xét tập hợp A các số có dạng $\overline{abcde}$, ta xét các trường hợp

— $a = 1$, có một cách sắp xếp cặp 17, ba vị trí còn lại có $A_6^3 \Rightarrow$ có $1 \cdot A_6^3 = 120$ số.

— $a \neq 1$, khi đó a có 5 cách chọn do $a \neq 0; 1; 7$.

Xếp cặp 17 có 3 cách, hai vị trí còn lại có $A_5^2 \Rightarrow$ có $5 \cdot 3 \cdot A_5^2 = 300$ số.

Khi đó tập hợp A có $120 + 300 = 420$ số $\Rightarrow P(A) = \frac{420}{5880} = \frac{1}{14}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1523. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số (không nhất thiết khác nhau) được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số $\overline{abc}$ từ S . Tính xác suất để số được chọn thỏa mãn $a \leq b \leq c$.

A. $\frac{13}{60}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{11}{60}$.

D. $\frac{9}{11}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.

Gọi A là biến cố lấy được số $\overline{abc}$ sao cho $a \leq b \leq c$.

Các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 được xếp thứ tự từ 1 đến 10.

Cách 1: Chữ số $a = n$, $b = k$ với $k \geq n$ thì c có $10 - k$ cách chọn. Suy ra số cách chọn $\overline{abc}$ là

$$\sum_{n=1}^9 \sum_{k=n}^{10} (10 - k) = \sum_{n=1}^9 (1 + 2 + \dots + 10 - n) = \sum_{n=1}^9 \frac{(10 - n)(11 - n)}{2} = 165 \text{ (cách)}$$

Cách 2: Vì $1 \leq a \leq b \leq c \leq 9$ nên suy ra $1 \leq a < b + 1 < c + 2 \leq 11$.

Số cách chọn $\overline{abc}$ là $C_{11}^3 = 165$ cách.

Vậy xác suất để chọn được số $\overline{abc}$ thỏa mãn đề bài là $\frac{165}{900} = \frac{11}{60}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1524. Hai bạn A và B mỗi bạn lên bảng viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau đồng thời tổng lập phương các chữ số đó chia hết cho 3 là

A. $\frac{41}{5823}$.

B. $\frac{7}{1944}$.

C. $\frac{53}{17496}$.

D. $\frac{29}{23328}$.

Lời giải.

Đặt $M = \{3; 6; 9\}$, $N = \{1; 4; 7\}$ và $P = \{2; 5; 8\}$.

Xét số $\overline{abc}$, với $a \neq 0$; a, b, c phân biệt và $(a^3 + b^3 + c^3) : 3$.

Ta có $a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3 - 3(a + b)(b + c)(c + a)$.

Do đó $(a^3 + b^3 + c^3) : 3 \Leftrightarrow (a + b + c)^3 : 3 \Leftrightarrow (a + b + c) : 3$.

Không gian mẫu đề bài cung cấp có số phần tử là: $n(\Omega) = (9 \cdot 9 \cdot 8)^2$.

Gọi X là biến cố “ A và B viết được các số có 3 chữ số $\overline{abc}$, $\overline{def}$ sao cho $\{a; b; c\} = \{d; e; f\}$ ”.

— Nếu $\{a; b; c\}$ có chứa số 0 và 2 phần tử còn lại:

+ cùng thuộc M thì số cách chọn là: $(C_3^2) \cdot 4^2$.

+ có 1 phần tử thuộc N , 1 phần tử thuộc P thì số cách chọn là: $(C_3^1 C_3^1) \cdot 4^2$.

— Nếu $\{a; b; c\}$ không chứa số 0, có 2 khả năng xảy ra:

+ a, b, c cùng thuộc M hoặc N hoặc P thì số cách chọn là: $(3!)^2 + (3!)^2 + (3!)^2$.

+ Mỗi số $a; b; c$ thuộc 1 tập khác nhau trong M, N, P thì số cách chọn là: $(C_3^1 C_3^1 C_3^1) \cdot (3!)^2$.

Vậy $n(X) = (C_3^2) \cdot 4^2 + (C_3^1 C_3^1) \cdot 4^2 + 3(3!)^2 + (C_3^1 C_3^1 C_3^1) \cdot (3!)^2 = 1272 \Rightarrow P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{53}{17496}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1525. Cho tập $X = \{1; 2; 3; \dots; 8\}$. Lập từ X số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để lập được số chia hết cho 1111 là

A. $\frac{A_8^2 A_6^2 A_4^2}{8!}$.

B. $\frac{4!4!}{8!}$.

C. $\frac{C_8^2 C_6^2 C_4^2}{8!}$.

D. $\frac{384}{8!}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 8!$.

Gọi số cần tạo có dạng $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$, $a_i \in X$, $a_i \neq a_j$ với $i \neq j$.

Do X có tổng tất cả các phần tử bằng 36 nên A chia hết cho 9 mà $(9, 1111) = 1$ nên A chia hết cho 9999. Ta có

$$A = \overline{a_1a_2a_3a_4} \cdot 10^4 + \overline{a_5a_6a_7a_8} = \overline{a_1a_2a_3a_4} \cdot 9999 + \overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8}.$$

Vì A và $\overline{a_1a_2a_3a_4} \cdot 9999$ chia hết cho 9999 nên $\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8}$ cũng phải chia hết cho 9999.

Mặt khác $a_i \in X$ nên $\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} < 2 \cdot 9999$ vì thế $\overline{a_1a_2a_3a_4} + \overline{a_5a_6a_7a_8} = 9999$.

Cứ mỗi cách chọn a_i , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ thì có duy nhất một cách chọn a_{i+4} để $a_i + a_{i+4} = 9$.

Chọn a_1 có 8 cách, a_2 có 6 cách, a_3 có 4 cách và a_4 có 2 cách.

Như vậy xác suất cần tìm là $\frac{8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2}{8!} = \frac{384}{8!}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1526. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

A. 0,079.

B. 0,055.

C. 0,014.

D. 0,0495.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$ ”.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$.

Xét các số $x = a$, $y = b + 1$, $z = c + 2$, $t = d + 3$.

Vì $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9 \Rightarrow 1 \leq x < y < z < t \leq 12$.

Mỗi bộ 4 số $(x; y; z; t)$ được chọn từ tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 12\}$ ta đều thu được một bộ số thỏa mãn điều kiện ban đầu.

Do đó số cách chọn 4 trong 12 số là $C_{12}^4 = 495$ số. Do đó $n(A) = 495$.

Vậy $P(A) = \frac{495}{9000} = \frac{11}{200} = 0,055$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1527. Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên bi màu đỏ và 5 viên bi màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

A. $\frac{5}{14}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{9}{14}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải.

Khi chia các bi vào 3 phần sẽ xảy ra các khả năng số bi đỏ ở 3 phần có số lượng như sau

Trường hợp 1:

$(0; 1; 3)$ có nghĩa là 1 phần không có đỏ, 1 phần có 1 đỏ và phần còn lại có 3 đỏ. Sau đó ta bổ sung số bi xanh vào cho đủ 3 bi.

Vậy số cách chia là: $C_4^1 \cdot C_3^3 \cdot C_5^2 \cdot C_2^2 = 40$ cách.

Trường hợp 2:

$(0; 2; 2)$ tương tự với trường hợp 1 số cách chia là: $\frac{C_4^2 \cdot C_2^2 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1}{2!} = 60$ cách.

Trường hợp 3:

$(1; 1; 2)$ tương tự với trường hợp 1 số cách chia là: $\frac{C_4^1 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 \cdot C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot C_1^1}{2!} = 180$ cách.

Vậy $n(\Omega) = 40 + 60 + 180 = 280$.

Trong 3 trường hợp chỉ có trường hợp 3 sẽ không có phần nào gồm 3 viên cùng màu nên $n(A) = 180$.
 Vậy xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng: $P(A) = \frac{180}{280} = \frac{9}{14}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1528. Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số. Lấy ngẫu nhiên hai số từ tập X . Xác suất để nhận được ít nhất một số chia hết cho 4 gần nhất với số nào dưới đây?

A. 0,23.

B. 0,44.

C. 0,56.

D. 0,12.

Lời giải.

Có tất cả $9 \cdot 10^4$ số có 5 chữ số. Vì vậy số phần tử của tập X là 90000.

Do đó số phần tử của phép thử chọn 2 số ngẫu nhiên từ X là $n(\Omega) = (90000)^2$.

Gọi A là biến cố chọn từ X được 2 số mà có ít nhất một số chia hết cho 4.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố chọn từ X được 2 số mà không có số nào chia hết cho 4.

Với lưu ý rằng: số chia hết cho 4 là số mà 2 chữ số tận cùng chia hết cho 4.

Số chia hết cho 4 mà bé hơn 100 có dạng và thỏa mãn $0 \leq 4k \leq 99$.

Do đó từ 0 đến 99 có tất cả 25 số chia hết cho 4.

Xét số có 5 chữ số $\overline{abcde}$ và chia hết cho 4.

Chọn trước $\overline{de}$ có 25 cách chọn.

Còn lại chọn số $\overline{abc}$ có $9 \cdot 10^2 = 900$.

Như vậy có: $900 \cdot 25 = 22500$ số có 5 chữ số và chia hết cho 4.

Suy ra có $90000 - 22500 = 67500$ số có 5 chữ số và không chia hết cho 4.

Bây giờ ta tính số phần tử của biến cố $\bar{A}$: $n(\bar{A}) = (67500)^2$.

Và xác suất của biến cố chọn được 2 số mà có ít nhất một số chia hết cho 4 là

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{(67500)^2}{(90000)^2} = \frac{7}{16} \approx 0,4375.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1529. Cho đa giác đều 54 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

A. $\frac{1}{988}$.

B. $\frac{1}{385}$.

C. $\frac{1}{261}$.

D. $\frac{1}{901}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố "chọn được một hình chữ nhật".

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{54}^4$.

Vì đa giác đều có 54 cạnh nên có 27 đường chéo đi qua tâm của đa giác đều.

Mỗi cách chọn 2 đường chéo trong 27 đường chéo đi qua tâm của đa giác đều ta được một hình chữ nhật nhận 2 đường chéo đó làm đường chéo của hình chữ nhật.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{27}^2$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{27}^2}{C_{54}^4} = \frac{1}{901}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1530. Một lớp có 36 ghế đơn được xếp thành hình vuông 6×6 . Giáo viên muốn xếp 36 học sinh, trong đó có hai anh em Kỷ và Hợi. Xác suất để hai anh em Kỷ và Hợi được ngồi cạnh nhau theo hàng ngang hoặc hàng dọc bằng

A. $\frac{4}{21}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{1}{21}$.

D. $\frac{2}{21}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 36!$.

Gọi A là biến cố: “Kỷ và Hợi được ngồi cạnh nhau”.

Ta xét các trường hợp

— **Trường hợp 1:** Kỷ và Hợi ngồi cạnh nhau theo hàng ngang.

Có 6 khả năng chọn hàng ngang, mỗi cách chọn hàng ngang có 5 cách chọn 2 ghế liên tiếp cho Kỷ và Hợi, có $2!$ cách hoán đổi ghế Kỷ và Hợi, có $34!$ cách xếp 34 học sinh vào 34 ghế còn lại.

Số cách sắp xếp cho Kỷ và Hợi ngồi cạnh nhau theo hàng ngang là $6 \times 5 \times 2! \times 34!$.

— **Trường hợp 2:** Kỷ và Hợi ngồi cạnh nhau theo hàng dọc.

Tương tự, số cách sắp xếp cho Kỷ và Hợi ngồi cạnh nhau theo hàng dọc là $6 \times 5 \times 2! \times 34!$.

Do đó số phần tử của biến cố A là $n(A) = 2 \times 6 \times 5 \times 2! \times 34!$.

Xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2 \times 6 \times 5 \times 2! \times 34!}{36!} = \frac{2}{21}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1531. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số được lập từ các số 1; 2; 3; 4; 5. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để lấy được số thỏa mãn điều kiện: các chữ số 1; 2; 3; 4 có mặt đúng hai lần, chữ số 5 có mặt đúng một lần và các chữ số lẻ nằm ở vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).

A. $\frac{30}{5^9}.$

B. $\frac{180}{5^9}.$

C. $\frac{30}{9^5}.$

D. $\frac{180}{9^5}.$

Lời giải.

Gọi số tạo thành có dạng $\overline{a_1 a_2 \cdots a_9}$.

Do mỗi số $a_1, a_2, \dots, a_9$ có 5 cách chọn nên theo quy tắc nhân có 5^9 số tạo thành.

Vậy $n(\Omega) = C_{5^9}^1 = 5^9$.

Các số lẻ vừa đủ 5 vị trí lẻ nên các số chẵn sẽ nằm ở vị trí chẵn.

Ta xếp hai số 2 và hai số 4 vào 4 vị trí a_2, a_4, a_6, a_8 . Giả sử các chữ số là khác nhau thì ta có $4!$ cách xếp. Tuy nhiên do ta có hai số 2 và hai số 4 nên số cách xếp hai số 2 vào 4 vị trí bị lặp $2!$ lần; số cách xếp hai số 4 vào 4 vị trí cũng bị lặp $2!$ lần. Do đó số cách xếp hai số 2 và hai số 4 vào 4 vị trí a_2, a_4, a_6, a_8 là $\frac{4!}{2! \times 2!} = 6$.

Xếp hai số 1, hai số 3 và một số 5 vào 5 vị trí lẻ còn lại. Lập luận tương tự như trên ta có $\frac{5!}{2!2!1!} = 30$ cách xếp.

Vậy có $6 \times 30 = 180$ số thỏa mãn các tính chất của biến cố.

Do đó $P = \frac{180}{5^9}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1532. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 300. Gọi A là biến cố “số được chọn không chia hết cho 3”. Tính xác suất $P(A)$ của biến cố A .

A. $P(A) = \frac{2}{3}.$

B. $P(A) = \frac{124}{300}.$

C. $P(A) = \frac{1}{3}.$

D. $P(A) = \frac{99}{300}.$

Lời giải.

Gọi số chọn được là $\overline{abc}$, ($a, b, c \in \{0; 1; 2 \dots; 9\}$).

Vì $\overline{abc} < 300$ nên có 3 cách chọn a , 10 cách chọn b và 10 cách chọn c .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 300$.

Tập các số tự nhiên nhỏ hơn 300 và chia hết cho 3 là $\overline{A} = \{0; 3; 6; \dots; 297\}$ lập thành cấp số cộng có

$u_1 = 0$, công sai $d = 3$.

Giả sử 297 là số hạng thứ n . Khi đó, ta có $297 = 0 + (n - 1) \cdot 3 \Leftrightarrow n = 100$.

$$\text{Suy ra } P(\overline{A}) = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1533. 4 người đàn ông, 2 người đàn bà và một đứa trẻ được xếp ngồi vào 7 chiếc ghế đặt quanh một bàn tròn. Xác suất để xếp đứa trẻ ngồi giữa hai người đàn ông là

A. $\frac{1}{15}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Số cách xếp 7 người vào một bàn tròn là $6!$.

Goi A là biến cố đứa trẻ ngồi cạnh hai người đàn ông.

Lấy 2 người đàn ông bất kì có 6 cách. Cho hai người đó ngồi vào bàn cạnh nhau có 2 cách. Cho đứa trẻ và giữa hai người đàn ông có 1 cách. 4 người còn lại có $4!$ cách. Vậy số phần tử của A là 288. Do đó xác suất để biến cố A xảy ra là $\frac{288}{6!} = \frac{2}{15}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1534. Bạn Yến có 5 bông hoa khác nhau và 3 cái lọ khác nhau. Với mỗi bông hoa, Yến cắm ngẫu nhiên vào một trong ba chiếc lọ. Xác suất để mỗi chiếc lọ chứa ít nhất một bông bằng

A. $\frac{50}{81}$.

B. $\frac{10}{243}$.

C. $\frac{2}{81}$.

D. $\frac{80}{81}$.

Lời giải.

Mỗi bông hoa có 3 cách cắm. Yến có 3^5 cách cắm 5 bông hoa.

Để mỗi lọ chứa ít nhất một bông, có hai khả năng sau.

- Một lọ chứa 3 bông và hai lọ còn lại mỗi lọ chứa 1 bông. Khi đó, chọn một lọ để chứa 3 bông có 3 cách, chọn 3 trong 5 bông cắm vào có C_5^3 cách, hai bông còn lại cắm vào hai lọ còn lại sao cho mỗi lọ một bông có 2 cách. Vậy trường hợp này có $3 \cdot C_5^3 \cdot 2 = 60$ cách.
- Một lọ chứa 1 bông và hai lọ còn lại mỗi lọ chứa 2 bông. Khi đó, chọn một lọ để chứa 1 bông có 3 cách, chọn 1 trong 5 bông cắm vào có 5 cách, bốn bông còn lại cắm vào hai lọ còn lại sao cho mỗi lọ 2 bông có $C_4^2 \cdot C_2^2$ cách. Vậy trường hợp này có $3 \cdot 5 \cdot C_4^2 = 90$ cách.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } \frac{60 + 90}{3^5} = \frac{50}{81}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1535. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên từ một tập hợp số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 4 và có mặt 5 chữ số lẻ là

A. $\frac{10P_4}{9A_9^5}$.

B. $\frac{5P_5}{9A_9^5}$.

C. $\frac{10P_5}{9A_9^5}$.

D. $\frac{16A_5^4}{9A_9^5}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 9A_9^5$.

Số cần chọn có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4B}$ trong đó $\begin{cases} a_i \in \{1; 3; 5; 7; 9\}, i = \overline{1, 4} \\ B \in \{12; 16; 32; 36; 52; 56; 72; 76; 92; 96\} \end{cases}$.

Ta có $n(A) = 10 \cdot P_4$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10P_4}{9A_9^5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1536. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh từ $4n + 1$ đỉnh của đa giác đều $4n + 1, n \in \mathbb{N}^*$ đỉnh. Xác suất ba đỉnh được chọn là ba đỉnh của tam giác tù bằng

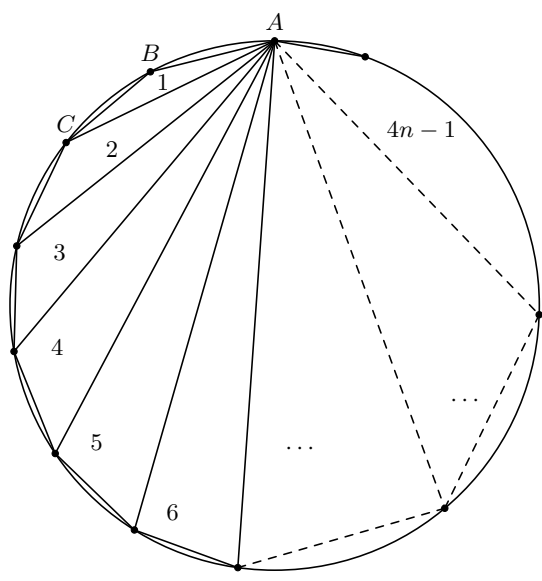
A. $\frac{3(2n-1)}{4n-1}$.

B. $\frac{3(2n-1)}{2(4n-1)}$.

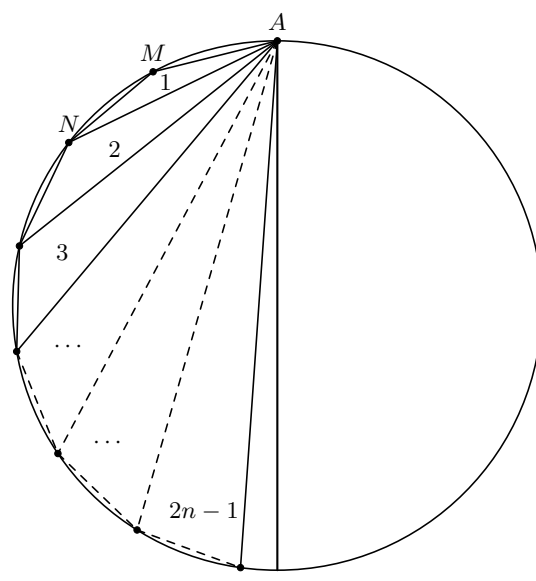
C. $\frac{(4n+1)C_{4n}^2}{(4n-1)C_{4n+1}^2}$.

D. $\frac{2(4n+1)C_{4n}^2}{(4n-1)C_{4n+1}^3}$.

Lời giải.



Hình 1



Hình 2

Từ đỉnh A của hình 1, ta thấy có thể vẽ $1 + 2 + \dots + (4n - 1)$ tam giác “kiểu” $\triangle ABC$ trong đó vai trò các đỉnh A, B, C là như nhau. Do vậy, ta có

$$n(\Omega) = (4n + 1) \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{(4n - 1) \cdot (1 + 4n - 1)}{2} = \frac{2n \cdot (4n + 1) \cdot (4n - 1)}{3}.$$

Từ đỉnh A của hình 2, ta thấy có thể vẽ $1 + 2 + \dots + (2n - 1)$ tam giác tù “kiểu” $\triangle AMN$ trong đó vai trò các đỉnh M, N là như nhau. Do vậy, ta có

$$n(A) = (4n + 1) \cdot 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{(2n - 1) \cdot (1 + 2n - 1)}{2} \right] = n \cdot (4n + 1) \cdot (2n - 1).$$

Vậy $P(A) = \frac{3 \cdot (2n - 1)}{2 \cdot (4n - 1)}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1537. Giải bóng chuyền quốc tế VTV Cup có 8 đội tham gia, trong đó có hai đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai bảng đấu, mỗi bảng 4 đội. Xác suất để hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau bằng

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải.

Số cách chia ngẫu nhiên 8 đội bóng thành hai bảng đấu là $n(\Omega) = C_8^4 \cdot C_4^4 = 70$.

Gọi A là biến cố: “Hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau”.

- Bảng 1: Chọn ngẫu nhiên 1 đội Việt Nam và 3 đội nước ngoài vào bảng 1 có số cách chọn là $C_6^3 \cdot C_2^1$.
- Bảng 2: Sau khi chọn các đội vào bảng 1 còn 1 đội Việt Nam và 3 đội nước ngoài xếp vào bảng 2 nên có 1 cách xếp.

Do đó số cách chia 8 đội thành 2 bảng đấu sao cho hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau là $n(A) = C_6^3 \cdot C_2^1 \cdot 1 = 40$.

Vậy xác suất cần tìm: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{70} = \frac{4}{7}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1538. Một hộp đựng 7 viên bi đỏ đánh số từ 1 đến 7 và 6 viên bi xanh đánh số từ 1 đến 6. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai viên bi từ hộp đó sao cho chúng khác màu và khác số?

A. 36.

B. 42.

C. 49.

D. 30.

Lời giải.

Ta có hai trường hợp sau

— Trường hợp 1: nếu chọn 1 trong 6 viên bi đỏ đánh số từ 1 đến 6 thì có 5 cách chọn bi xanh nên ta có $6 \cdot 5 = 30$ cách.

— Trường hợp 2: nếu chọn viên bi đỏ đánh số 7 thì có 6 cách chọn bi xanh nên ta có 6 cách.

Vậy có tất cả 36 cách chọn hai viên bi từ hộp đó sao cho chúng khác màu và khác số.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1539. Cho tập hợp $S = \{1, 2, 3, \dots, 17\}$ gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Chọn ngẫu nhiên một tập con có 3 phần tử của tập hợp S . Tính xác suất để tập hợp được chọn có tổng các phần tử chia hết cho 3.

A. $\frac{27}{34}$.

B. $\frac{23}{68}$.

C. $\frac{9}{34}$.

D. $\frac{9}{17}$.

Lời giải.

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 số chọn từ tập S là C_{17}^3 .

Trong 17 số trong tập S có

— Có 5 số chia hết cho 3.

— Có 6 số chia 3 dư 1.

— Có 6 số chia 3 dư 2.

Để tập hợp được chọn có tổng các phần tử chia hết cho 3 thì phải xảy ra các trường hợp sau

— Cả 3 số đều chia hết cho 3 có C_5^3 cách.

— Cả 3 số đều chia 3 dư 1 có C_6^3 cách.

— Cả 3 số đều chia 3 dư 2 có C_6^3 cách.

— Có 1 số chia hết cho 3, 1 số chia 3 dư 1 và 1 số chia 3 dư 2 có $C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_6^1$ cách.

Vậy xác suất để tập hợp được chọn có tổng các phần tử chia hết cho 3 là

$$\frac{C_5^3 + C_6^3 + C_6^3 + C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_6^1}{C_{17}^3} = \frac{23}{68}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1540. Lớp 11A có hai tổ. Tổ I có 5 bạn nam, 3 bạn nữ và tổ II có 4 bạn nam và 4 bạn nữ. Lấy ngẫu nhiên mỗi tổ ra 2 bạn để đi lao động. Tính xác suất để trong các bạn đi lao động có đúng 3 bạn nữ.

A. $\frac{1}{364}$.

B. $\frac{69}{392}$.

C. $\frac{1}{14}$.

D. $\frac{9}{52}$.

Lời giải.

Để lấy 2 bạn trong tổ I ta có C_8^2 .

Để lấy 2 bạn trong tổ II ta có C_8^2 .

Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 \cdot C_8^2 = 784$.

Gọi A: “Các bạn đi lao động có đúng 3 bạn nữ”.

Vậy số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^2 + C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 = 138$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{138}{784} = \frac{69}{392}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1541. Một hộp có 10 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 5 quả từ hộp đó. Xác suất để được 5 quả có đủ hai màu là

A. $\frac{13}{143}$.

B. $\frac{132}{143}$.

C. $\frac{12}{143}$.

D. $\frac{250}{273}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$.

Gọi A là biến cố “5 quả lấy ra có đủ hai màu”. Suy ra biến cố $\bar{A}$ là “5 quả lấy ra chỉ có 1 màu”.

— Lấy ra từ hộp 5 quả cầu xanh, có $C_{10}^5 = 252$ cách.

— Lấy ra từ hộp 5 quả cầu đỏ, có $C_5^5 = 1$ cách.

Suy ra: $n(\bar{A}) = 252 + 1 = 253$.

Xác suất để được 5 quả có đủ hai màu là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{253}{3003} = \frac{250}{273}$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{250}{273}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1542. Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S. Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

A. $\frac{7}{38}$.

B. $\frac{5}{38}$.

C. $\frac{3}{38}$.

D. $\frac{1}{114}$.

Lời giải.

Lấy 3 phần tử từ tập S có C_{20}^3 (cách).

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đặt $S_1 = \{1; 3; 5; \dots; 19\}$, tập S_1 có 10 phần tử; $S_2 = \{2; 4; 6; \dots; 20\}$, tập S_2 có 10 phần tử.

Ta có a, b, c là ba số theo thứ tự lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow 2a = b + c$.

Có 2a là số chẵn, nên b và c cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Suy ra số cách chọn b, c là $2C_{10}^2$.

Mỗi cách chọn cặp b, c thì có duy nhất một cách chọn a sao cho $2a = b + c$.

Suy ra số phần tử của biến cố là $n(A) = 2C_{10}^2 = 90$.

Xác suất thỏa yêu cầu bài là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{90}{1140} = \frac{3}{38}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1543. Một lớp học có 20 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để chọn được một học sinh nữ.

A. $\frac{1}{38}$.

B. $\frac{10}{19}$.

C. $\frac{9}{19}$.

D. $\frac{19}{9}$.

Lời giải.

Phép thử “Chọn ngẫu nhiên một học sinh”. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 38$.

Biến cố “Chọn được một học sinh nữ” có số thuận lợi $n(A) = 18$.

Xác suất cần tìm $p(A) = \frac{18}{38} = \frac{9}{19}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1544. Tại Giải vô địch bóng đá Đông Nam Á 2018 (AFF Suzuki Cup 2018) có 10 đội tuyển tham dự, trong đó có đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Malaysia. Ở vòng bảng, Ban tổ chức chia ngẫu nhiên 10 đội thành 2 bảng, bảng A và bảng B, mỗi bảng 5 đội. Giả sử khả năng xếp mỗi đội vào mỗi bảng là như nhau. Tính xác suất để đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Malaysia được xếp trong cùng một bảng.

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Có C_{10}^5 cách chọn 5 đội tuyển từ 10 đội vào bảng A và có C_5^5 cách chọn 5 đội tuyển còn lại vào bảng B. Do đó $n(\Omega) = C_{10}^5 \cdot C_5^5 = 252$. Gọi M là biến cố cần tính xác suất.

— Hai đội tuyển Việt Nam và Malaysia cùng chung 1 bảng. Có C_8^3 cách chọn 3 đội tuyển từ 8 đội tuyển vào bảng này, và có C_5^5 cách chọn 5 đội tuyển còn lại vào bảng còn lại.

— Có 2 cách lựa chọn cho hai đội tuyển Việt Nam và Malaysia chung 1 bảng.

Suy ra $n(M) = 2 \cdot C_8^3 \cdot C_5^5 = 112$.

Vậy xác suất cần tính là $P(M) = \frac{n(M)}{n(\Omega)} = \frac{112}{252} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1545. Cho một hộp có chứa 5 bóng xanh, 6 bóng đỏ và 7 bóng vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 bóng từ hộp, tính xác suất để có đủ 3 màu.

A. $\frac{35}{1632}$.

B. $\frac{35}{68}$.

C. $\frac{175}{5832}$.

D. $\frac{35}{816}$.

Lời giải.

Xét các trường hợp

TH1. Lấy được 1 bóng xanh, 1 bóng đỏ, 2 bóng vàng: số cách chọn là $C_5^1 \cdot C_6^1 \cdot C_7^2 = 630$ cách.

TH2. Lấy được 1 bóng xanh, 2 bóng đỏ, 1 bóng vàng: số cách chọn là $C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^1 = 525$ cách.

TH3. Lấy được 2 bóng xanh, 1 bóng đỏ, 1 bóng vàng: số cách chọn là $C_5^2 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 = 420$ cách.

Suy ra số cách chọn 4 quả bóng có đủ 3 màu là $420 + 525 + 630 = 1575$ cách.

Số cách chọn 4 quả bóng bất kỳ trong 18 quả là $C_{18}^4 = 3060$ cách. Do đó xác suất để chọn được 4 quả bóng có đủ 3 màu là $\frac{1575}{3060} = \frac{35}{68}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1546. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 300. Gọi A là biến cố “Số được chọn không chia hết cho 3”. Tính xác suất $P(A)$ của biến cố A .

A. $P(A) = \frac{2}{3}$.

B. $P(A) = \frac{124}{300}$.

C. $P(A) = \frac{1}{3}$.

D. $P(A) = \frac{99}{300}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 300$.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 300 mà chia hết cho 3 là $\frac{297}{3} + 1 = 100$, suy ra số các số không chia hết cho 3, do đó $n(A) = 200$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1547. Gieo một con súc sắc 5 lần liên tiếp. Xác suất để tích các số chấm xuất hiện ở năm lần gieo đó là một số tự nhiên có tận cùng bằng 5 là

A. $\frac{211}{7776}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{486}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu và A là biến cố “gieo một con súc sắc năm lần liên tiếp có tích các số chấm xuất hiện ở năm lần gieo là một số tự nhiên có tận cùng bằng 5”.

Gieo súc sắc 5 lần liên tiếp một cách độc lập nên $n_{\Omega} = 6^5 = 7776$.

Để tích các số chấm xuất hiện ở năm lần gieo là một số tự nhiên có tận cùng là 5 thì các mặt xuất hiện đều phải có số chấm lẻ, đồng thời mặt 5 chấm xuất hiện ít nhất một lần.

Ta có số trường hợp mà kết quả cả 5 lần đều lẻ là 3^5 trường hợp. Số trường hợp mà kết quả cả 5 lần đều lẻ đồng thời không xuất hiện số 5 là 2^5 trường hợp.

$$\Rightarrow n_A = 3^5 - 2^5 = 221.$$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{221}{7776}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1548. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Tính xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

A. $\frac{4}{63}$.

B. $\frac{1}{252}$.

C. $\frac{8}{63}$.

D. $\frac{1}{945}$.

Lời giải.**Cách 1:**

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi biến cố A : “Các bạn học sinh nam ngồi đối diện các bạn nữ”.

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ nhất có 10 cách.

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 2 có 8 cách (Không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất).

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 3 có 6 cách (Không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất, thứ hai).

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 4 có 4 cách (Không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba).

Chọn chỗ cho học sinh nam thứ 5 có 2 cách (Không ngồi đối diện học sinh nam thứ nhất, thứ hai, thứ ba, thứ tư).

Xếp chỗ cho 5 học sinh nữ: 5! Cách.

$$\text{ta có } n(A) = 10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5! = 460800.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{460800}{10!} = \frac{8}{63}.$$

Cách 2: Chọn vị trí bên trái có 2^5 cách.

Chọn vị trí bên phải có $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$ cách.

Hoán vị 5 nam có 5!.

Hoán vị 5 nữ có 5!.

$$n(A) = 2^5 \cdot 5! \cdot 5!.$$

$$P(A) = \frac{2^5 \cdot 5! \cdot 5!}{10!} = \frac{8}{63}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1549. Cho một đa giác đều 48 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác. Tìm xác suất để tam giác tạo thành từ ba đỉnh đó là một tam giác nhọn.

A. $\frac{22}{47}$.

B. $\frac{33}{94}$.

C. $\frac{11}{47}$.

D. $\frac{33}{47}$.

Lời giải.

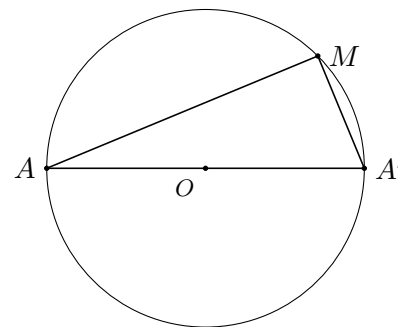
Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $n_{\Omega} = C_{48}^3$.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác.

Giả sử A là 1 đỉnh bất kỳ của đa giác, kẻ đường kính AA' thì A' cũng là một đỉnh của đa giác.

Đường kính AA' chia (O) thành hai nửa đường tròn.

Gọi T : “là biến cố lấy ba đỉnh tạo thành một tam giác nhọn”.



Suy ra $\overline{T}$ “là biến cố lấy ba đỉnh tạo thành một tam giác vuông hoặc tam giác tù”.

Chọn một đỉnh A có 48 cách.

Chọn 2 đỉnh còn lại, thỏa mãn ba đỉnh tạo thành một tam giác vuông hoặc tam giác tù.

Ta sẽ có hai đỉnh còn lại cùng thuộc một trong hai nửa đường tròn bao gồm cả A' .

Suy ra tất cả có 24 điểm.

Chọn 2 điểm từ 24 điểm có C_{24}^2 cách.

$$\Rightarrow P(\overline{T}) = 48 \cdot C_{24}^2.$$

$$\text{Vậy } P(T) = 1 - P(\overline{T}) = \frac{11}{47}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1550. Cho tập $X = \{1; 2; 3; \dots; 8\}$. Lập từ X số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để lập được số chia hết cho 1111 là

A. $\frac{C_8^2 C_6^2 C_4^2}{8!}$.

B. $\frac{4! \cdot 4!}{8!}$.

C. $\frac{384}{8!}$.

D. $\frac{A_8^2 A_6^2 A_4^2}{8!}$.

Lời giải.

Giả sử số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8}$.

Khi đó không gian mẫu Ω có số phần tử là $n(\Omega) = 8!$.

Gọi A là biến cố số được chọn chia hết cho 1111.

$$\text{Ta có } \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8} = 10000a_1 a_2 a_3 a_4 + a_5 a_6 a_7 a_8 = 9999a_1 a_2 a_3 a_4 + a_1 a_2 a_3 a_4 + a_5 a_6 a_7 a_8$$

Khi đó $a_1 a_2 a_3 a_4 + a_5 a_6 a_7 a_8$ phải chia hết cho 1111.

Hay $1000(a_1 + a_5) + 100(a_2 + a_6) + 10(a_3 + a_7) + (a_4 + a_8)$ chia hết cho 1111

$$\text{Suy ra } a_1 + a_5 = a_2 + a_6 = a_3 + a_7 = a_4 + a_8 = 9.$$

Ta có 8 cách để xếp hai số a_1, a_5 ; 6 cách để xếp hai số a_2, a_6 ; 4 cách để xếp hai số a_3, a_7 và 2 cách để xếp hai số a_4, a_8 .

Do đó số phần tử của biến cố A là $n(A) = 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 384$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{384}{8!}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1551. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh khối 10, 5 học sinh khối 11 và 3 học sinh khối 12 thành một hàng ngang. Xác suất để không có học sinh khối 11 nào xếp xen giữa hai học sinh khối 10 bằng

A. $\frac{3}{35}$.

B. $\frac{3}{70}$.

C. $\frac{1}{7}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh thành một hàng có $10!$ cách xếp.

Ta xét các trường hợp sau

— Giữa 2 học sinh khối 10 không có học sinh nào. Khi đó có $2! \cdot 9!$ cách xếp.

— Giữa 2 học sinh khối 10 có 1 học sinh khối 12. Khi đó có $3 \cdot 2! \cdot 8!$ cách xếp.

— Giữa hai học sinh khối 10 có 2 học sinh khối 12. Khi đó có $C_3^2 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 7!$.

— Giữa 2 học sinh khối 10 có 3 học sinh khối 12. Khi đó có $2! \cdot 3! \cdot 6!$.

Vậy xác suất để xếp không có học sinh khối 11 nào đứng giữa 2 học sinh khối 10 là

$$P = \frac{2! \cdot 9! + 3 \cdot 2! \cdot 8! + C_3^2 \cdot 2! \cdot 2! \cdot 7! + 2! \cdot 3! \cdot 6!}{10!} = \frac{2}{7}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1552. Có 5 người xếp thành một hàng ngang và mỗi người gieo một đồng xu cân đối đồng chất. Xác suất để tồn tại hai người cạnh nhau có cùng kết quả là

A. $\frac{15}{16}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

Tổng số khả năng có thể có là 2^5 . Suy ra $n(\Omega) = 2^5$.

Gọi A là biến cố hai người cạnh nhau có cùng kết quả.

Có hai khả năng để hai người cạnh nhau không cùng kết quả là S, N, S, N, S và N, S, N, S, N . Suy ra $n(A) = 2^5 - 2$.

$$\text{Vậy } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2^5 - 2}{2^5} = \frac{30}{32} = \frac{15}{16}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1553. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có bốn ghế. Xếp ngẫu nhiên 4 học sinh trường A và 4 học sinh trường B ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc ngồi đối diện nhau đều khác trường bằng

A. $\frac{1}{35}$.

B. $\frac{2}{35}$.

C. $\frac{8}{35}$.

D. $\frac{1}{70}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu bằng $|\Omega| = 8!$.

Gọi T là biến cố “Bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc ngồi đối diện nhau đều khác trường” khi đó ta có 2 cách xếp như hình minh họa dưới đây:

A	B	A	B
B	A	B	A

B	A	B	A
A	B	A	B

Ứng với mỗi cách xếp ta có:

+ Số cách xếp 4 học sinh trường A là $4!$ cách.

+ Số cách xếp 4 học sinh trường B là $4!$ cách.

Suy ra số cách xếp để bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc ngồi đối diện nhau đều khác trường là $n(A) = 2 \cdot 4! \cdot 4!$ cách.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{|\Omega|} = \frac{1}{35}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1554. Để chuẩn bị cho hội trại 26 tháng 3 sắp tới, cần chia một tổ gồm 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành ba nhóm, mỗi nhóm 4 người để đi làm ba công việc khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng một học sinh nữ.

A. $\frac{8}{165}$.

B. $\frac{24}{65}$.

C. $\frac{16}{55}$.

D. $\frac{12}{45}$.

Lời giải.

Gọi không gian mẫu Ω là “Phân 12 học sinh thành 3 nhóm làm ba công việc khác nhau”.

Khi đó $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4 = 34650$.

Gọi biến cố A là “Mỗi nhóm có đúng 1 học sinh nữ”.

Ta có $n(A) = C_9^3 \cdot C_3^1 \cdot C_6^3 \cdot C_2^1 \cdot C_3^3 \cdot C_1^1 = 10080$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10080}{34650} = \frac{16}{55}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1555. Tung đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Không gian mẫu khi gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố: “Số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn”.

Khi đó $n(A) = 3 \cdot 3 = 9$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1556. Tung một con súc sắc không đồng chất thì xác suất xuất hiện mặt hai chấm và ba chấm lần lượt gấp 2 và 3 lần xác suất xuất hiện các mặt còn lại, xác suất xuất hiện của các mặt còn lại như nhau. Xác suất để sau 7 lần tung có đúng 3 lần xuất hiện mặt số chẵn và 4 lần xuất hiện mặt số lẻ gần bằng số nào sau đây?

A. 0,234.

B. 0,292.

C. 0,2342.

D. 0,2927.

Lời giải.

Đặt x là xác suất xuất hiện của mặt 1 chấm, 4 chấm, 5 chấm, 6 chấm trong một lần gieo.

Theo giả thiết, ta có xác suất xuất hiện mặt hai chấm, ba chấm lần lượt là $2x$, $3x$.

Khi đó ta có $2x + 3x + 4x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$.

Trong một lần gieo, xác suất xuất hiện mặt chẵn chấm là $2x + x + x = \frac{4}{9}$.

Suy ra xác suất xuất hiện mặt lẻ chấm là $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$.

Sau 7 lần gieo, xác suất có đúng 3 lần mặt có số chấm chẵn xuất hiện là $C_7^3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^4 \approx 0,2927$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1557. Xếp ngẫu nhiên 2 quả cầu xanh, 2 quả cầu đỏ, 2 quả cầu trắng (các quả cầu này đôi một khác nhau) thành một hàng ngang. Tính xác suất để hai quả cầu màu trắng không xếp cạnh nhau.

A. $P = \frac{2}{3}$.

B. $P = \frac{1}{3}$.

C. $P = \frac{5}{6}$.

D. $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 6!$.

Gọi A là biến cố “Hai quả cầu trắng không xếp cạnh nhau”.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố “Hai quả cầu trắng xếp cạnh nhau”. Suy ra $n(\bar{A}) = 2 \cdot 5!$.

Nên $P(\bar{A}) = \frac{2 \cdot 5!}{6!} = \frac{1}{3}$. Suy ra $P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1558. Trước kì thi vấn đáp tại một trường X, giáo sư cho sinh viên ôn tập bằng đề cương gồm $2n$ câu hỏi (n là số nguyên dương lớn hơn 1). Mỗi đề thi vấn đáp sẽ được chọn ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong số $2n$ câu hỏi đã cho. Một sinh viên không muốn phải thi lại, bắt buộc phải trả lời đúng ít

nhất 2 trong số 3 câu hỏi của đề thi. Đến ngày thi, một sinh viên A chỉ có đủ kiến thức trả lời đúng n câu hỏi trong đề cương và không thể trả lời được n câu hỏi còn lại. Tính xác suất để sinh viên A không phải thi lại.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi biến cố A : “Sinh viên A không phải thi lại”.

Ta có $|\Omega| = C_{2n}^3$ và $|A| = C_n^2 C_n^1 + C_n^3$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{C_n^2 C_n^1 + C_n^3}{C_{2n}^3} = \frac{\frac{1}{2}(n-1)nn + \frac{1}{6}(n-2)(n-1)n}{\frac{1}{6}(2n-2)(2n-1)2n} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1559. Trước kì thi học sinh giỏi, nhà trường tổ chức buổi gặp mặt 10 em học sinh trong đội tuyển. Biết các em đó có số thứ tự trong danh sách lập thành cấp số cộng. Các em ngồi ngẫu nhiên vào hai dãy bàn đối diện nhau, mỗi dãy có 5 ghế và mỗi ghế chỉ được ngồi một học sinh. Tính xác suất để tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau.

A. $\frac{1}{954}$.

B. $\frac{1}{126}$.

C. $\frac{1}{945}$.

D. $\frac{1}{252}$.

Lời giải.

Giả sử số thứ tự trong danh sách là $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{10}$.

Do dãy này là cấp số cộng nên ta có $u_1 + u_{10} = u_2 + u_9 = u_3 + u_8 = u_4 + u_7 = u_5 + u_6$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố “Tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau”. Để biến cố này xảy ra ta thực hiện liên tiếp các bước sau

Bước 1: xếp thứ tự 5 cặp học sinh có các cặp số thứ tự là $\{u_1; u_{10}\}, \{u_2; u_9\}, \{u_3; u_8\}, \{u_4; u_7\}, \{u_5; u_6\}$ vào trước 5 cặp ghế đối diện nhau. Bước này có $5!$ cách.

Bước 2: xếp từng cặp một ngồi vào cặp ghế đối diện đã chọn ở bước 1. Bước này có 2^5 cách.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 5! \cdot 2^5$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{945}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1560. Một bình chứa 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Xác suất để trong 3 viên bi lấy ra không có viên bi nào màu đỏ bằng

A. $\frac{143}{280}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{560}$.

D. $\frac{1}{28}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{16}^3$.

Gọi A là biến cố “3 viên bi lấy ra không có viên bi nào màu đỏ”.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_{13}^3$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{C_{13}^3}{C_{16}^3} = \frac{143}{280}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1561. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $OABC$ với $A(0; 10)$, $B(100; 10)$ và $C(100; 0)$ (O là gốc tọa độ). Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $M(x_0; y_0)$ nằm bên trong hình chữ nhật $OABC$ (tính cả cạnh hình chữ nhật) thỏa mãn x_0, y_0 là những số tự nhiên. Lấy ngẫu nhiên một điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc S . Xác suất để $x_0 + y_0 \leq 90$ bằng

A. $\frac{900}{1011}$.

B. $\frac{860}{1011}$.

C. $\frac{90}{101}$.

D. $\frac{86}{101}$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có $0 \leq x_0 \leq 100$ và $0 \leq y_0 \leq 10$.

Do đó, số phần tử của tập S là $n(S) = 101 \times 11 = 1111$.

Để có $x_0 + y_0 \leq 90$ ta xét các trường hợp sau

— $y_0 = 0 \Rightarrow 0 \leq x_0 \leq 90$,

— $y_0 = 1 \Rightarrow 0 \leq x_0 \leq 89$,

...

— $y_0 = 10 \Rightarrow 0 \leq x_0 \leq 80$.

Như thế, có tất cả $91 + 90 + \dots + 81 = 946$ điểm $M(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 + y_0 \leq 90$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{946}{1111} = \frac{86}{101}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1562. Trong một hộp có 100 tấm thẻ được đánh số từ 101 đến 200 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 tấm thẻ đó là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{817}{2450}$.

B. $\frac{1181}{2450}$.

C. $\frac{37026}{161700}$.

D. $\frac{808}{2450}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{100}^3 = 161700$.

Chia 100 thẻ thành 3 nhóm: nhóm X gồm các thẻ đánh số chia hết cho 3; nhóm Y gồm các thẻ đánh số chia cho 3 dư 1; nhóm Z gồm các thẻ đánh số chia cho 3 dư 2.

Ta có $X = \{102, 105, \dots, 198\}$, $Y = \{103, 105, \dots, 199\}$, $Z = \{101, 104, \dots, 200\}$.

Số phần tử của 3 nhóm lần lượt là $n(X) = \frac{198 - 102}{3} + 1 = 33$, $n(Y) = \frac{199 - 103}{3} + 1 = 33$,
 $n(Z) = \frac{200 - 101}{3} + 1 = 34$.

Gọi A là biến cố “tổng 3 số ghi trên 3 thẻ là một số chia hết cho 3”.

Tổng 3 số chia hết cho 3 khi và chỉ khi 3 số đó cùng thuộc vào đúng một trong ba tập hợp X , Y , Z hoặc một số thuộc tập hợp X , số tiếp theo thuộc tập hợp Y và số cuối cùng thuộc tập hợp Z .

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là

$$n(A) = C_{33}^3 + C_{33}^3 + C_{34}^3 + C_{33}^1 C_{33}^1 C_{34}^1 = 53922.$$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{53922}{161700} = \frac{817}{2450}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1563. Trên kệ sách có 10 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lấy lần lượt 3 cuốn mà không để lại trên kệ. Tính xác suất để được hai cuốn sách đầu là Toán, cuốn thứ ba là Văn.

A. $\frac{18}{91}$.

B. $\frac{7}{45}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{15}{91}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^1 \cdot C_{14}^1 \cdot C_{13}^1 = 2730$.

Gọi A là biến cố lấy lần lượt 3 cuốn không để lại mà hai cuốn sách đầu là Toán, cuốn thứ ba là Văn.

Số cách lấy hai cuốn đầu là toán là $C_{10}^1 \cdot C_9^1 = 90$.

Số cách lấy cuốn sách thứ ba là Văn là $C_5^1 = 5$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 90 \cdot 5 = 450$.

Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{450}{2730} = \frac{15}{91}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1564. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất một lần. Giả sử xuất hiện mặt k chấm. Xét phương trình $2x^2 - 3kx + 3 = 0$. Tính xác suất để phương trình vô nghiệm.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow 9k^2 - 24 < 0$.

Do k nguyên và $1 \leq k \leq 6$ nên $k = 1$.

Vậy xác suất để phương trình vô nghiệm là $\frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1565. Một đề thi trắc nghiệm gồm 12 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 5 phương án trả lời, nhưng chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm, mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 1 điểm. Một học sinh làm bài kém làm bằng cách chọn hù họa một câu trả lời. Tính xác suất để học sinh đó bị điểm âm?

A. 0,2064.

B. 0,05583.

C. 0,5583.

D. 0,2835.

Lời giải.

Giả sử học sinh làm được m câu đúng và $12 - m$ câu sai. Khi đó số điểm là $5m - 12$.

Học sinh có điểm âm khi $5m - 12 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{12}{5}$. Do đó $m = 0, 1, 2$.

TH1. Học sinh làm sai 12 câu có xác suất là $P_1 = \left(\frac{4}{5}\right)^{12}$.

TH2. Học sinh làm đúng 1 câu, sai 11 câu có xác suất là $P_2 = 12 \left(\frac{1}{5}\right) \left(\frac{4}{5}\right)^{11}$.

TH3. Học sinh làm đúng 2 câu, sai 10 câu có xác suất là $P_3 = C_{12}^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^{10}$.

Vậy xác suất cần tính là $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,5583$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1566. Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

A. $\frac{6}{7}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{3}{14}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là C_{16}^3 .

Theo giả thiết, đa giác có đều 16 cạnh nên có 16 đỉnh do đó có 8 đường chéo xuyên tâm. Cứ mỗi hai đường chéo xuyên tâm sẽ cho 4 tam giác vuông. Vậy số cách chọn một tam giác vuông có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác sẽ là $4C_8^2$.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{4C_8^2}{C_{16}^3} = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1567. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên, mỗi số không có quá 3 chữ số và tổng các chữ số bằng 9. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số lấy ra có chữ số hàng trăm là 4.

A. $\frac{6}{55}$.

B. $\frac{3}{11}$.

C. $\frac{1}{11}$.

D. $\frac{4}{55}$.

Lời giải.

Cách 1: Liệt kê.

- Trường hợp 1: số có 1 chữ số lấy từ $\{9\}$ có 1 số.
- Trường hợp 2: số có 2 chữ số lấy từ
 - $\{0; 9\}$ có 1 số.
 - $\{1; 8\}, \{2; 7\}, \{3; 6\}, \{4; 5\}$ có $2 \cdot 4 = 8$ số.
- Trường hợp 3: số có 3 chữ số lấy từ
 - $\{0; 0; 9\}, \{3; 3; 3\}$ có 2 số.
 - $\{0; 1; 8\}, \{0; 2; 7\}, \{0; 3; 6\}, \{0; 4; 5\}$ có $4 \cdot 4 = 16$ số.
 - $\{1; 1; 7\}, \{2; 2; 5\}, \{4; 4; 1\}$ có $3 \cdot 3 = 9$ số.
 - $\{1; 2; 6\}, \{1; 3; 5\}, \{2; 3; 4\}$ có $3 \cdot 6 = 18$ số.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 1 + 1 + 8 + 2 + 16 + 9 + 18 = 55$ số.

Gọi A là biến cố "Số được lấy ra là số tự nhiên có 3 chữ số, tổng các chữ số bằng 9 và chữ số hàng trăm bằng 4".

Ta được $n(A) = 6$.

Vậy ta có $P(A) = \frac{6}{55}$.

Cách 2: dùng vách ngăn.

Ta có $n(\Omega) = 1 + C_9^1 + C_9^2 + C_9^3 = 55$.

Ta có $n(A) = C_6^1 = 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1568. Cho một đa giác đều có 20 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn (C). Lấy ngẫu nhiên hai đường chéo trong số các đường chéo của đa giác. Tính xác suất để lấy được hai đường chéo cắt nhau và giao điểm của hai đường chéo này nằm bên trong đường tròn.

A. $\frac{17}{63}$.

B. $\frac{57}{169}$.

C. $\frac{19}{63}$.

D. $\frac{19}{169}$.

Lời giải.

Số đường chéo của đa giác đều 20 đỉnh là $C_{20}^2 - 20 = 170$.

Xét phép thử lấy ngẫu nhiên hai đường chéo trong số các đường chéo của đa giác, suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{170}^2 = 14365$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được hai đường chéo cắt nhau và giao điểm của hai đường chéo này nằm bên trong đường tròn".

Nhận xét: Mỗi tứ giác nội tiếp đường tròn (C), có duy nhất hai đường chéo cắt nhau và giao điểm của chúng nằm trong đường tròn, do đó $n(A) = C_{20}^4 = 4845$.

Vậy $P(A) = \frac{4845}{14365} = \frac{57}{169}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1569. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Xác suất để số được chọn chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{11}{27}$.

B. $\frac{21}{32}$.

C. $\frac{12}{27}$.

D. $\frac{23}{32}$.

Lời giải.

Trước hết ta tính $n(S)$. Với số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau thì chữ số đầu tiên có 9 cách chọn và có A_8^8 cách chọn cho tám vị trí còn lại. Vậy $n(S) = 9A_8^8$.

Giả sử $B = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$, ta thấy tổng các phần tử của B bằng $45 : 3$ nên số có chín chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 3 sẽ được tạo thành từ 9 chữ số của các tập $B \setminus \{0\}$, $B \setminus \{3\}$, $B \setminus \{6\}$, $B \setminus \{9\}$, suy ra số các số loại này là $A_9^9 + 3 \cdot 8 \cdot A_8^8$.
 Vậy xác suất cần tìm là $\frac{A_9^9 + 3 \cdot 8 \cdot A_8^8}{9A_9^8} = \frac{11}{27}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1570. Cho A là tập tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A , tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị là chữ số 1.

A. $\frac{643}{45000}$.

B. $\frac{1285}{90000}$.

C. $\frac{107}{7500}$.

D. $\frac{143}{10000}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “Chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị là chữ số 1”.

Ta có số các số tự nhiên có 5 chữ số là $9 \cdot 10^4 = 90000$, suy ra $n(\Omega) = 90000$.

Gọi số tự nhiên có 5 chữ số, chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị là chữ số 1 là $x = \overline{abcd1}$.

Ta có $x = \overline{abcd1} = 10\overline{abcd} + 1 = (3\overline{abcd} + 1) + 7\overline{abcd}$. Do đó x chia hết cho 7 khi $3\overline{abcd} + 1$ chia hết cho 7, nghĩa là

$$\begin{aligned} 3\overline{abcd} + 1 &= 7k, \quad k \in \mathbb{N} \\ \Leftrightarrow \overline{abcd} &= 2k + \frac{k-1}{3}, \quad k \in \mathbb{N} \\ \Leftrightarrow \overline{abcd} &= 7t + 2, \quad t = \frac{k-1}{3}, \quad t \in \mathbb{N} \\ \Rightarrow 1000 &\leq 7t + 2 \leq 9999, \quad t \in \mathbb{N} \\ \Leftrightarrow \frac{998}{7} &\leq t \leq \frac{9997}{7}, \quad t \in \mathbb{N} \\ \Leftrightarrow t &\in \{143; 144; \dots; 1428\}. \end{aligned}$$

Suy ra $n(A) = 1286 \Rightarrow P(A) = \frac{1286}{90000} = \frac{643}{45000}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1571. Một hộp kín chứa 50 quả bóng kích thước bằng nhau, được đánh số từ 1 đến 50. Bốc ngẫu nhiên cùng lúc 2 quả bóng từ hộp trên. Gọi P là xác suất bốc được 2 quả bóng có tích của 2 số ghi trên 2 quả bóng là một số chia hết cho 10, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0,2 < P < 0,25$.

B. $0,3 < P < 0,35$.

C. $0,25 < P < 0,3$.

D. $0,35 < P < 0,4$.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên 2 quả bóng trong hộp là $n(\Omega) = C_{50}^2 = 1225$ cách chọn.

Gọi A là biến cố “chọn được 2 quả bóng có tích của 2 số ghi trên 2 quả bóng là một số chia hết cho 10”.

TH1. Chọn được một quả bóng chia hết cho 10 $\Rightarrow$ có 5 cách chọn.

Quả bóng còn lại có 45 cách chọn.

$\Rightarrow$ có $5 \cdot 45 = 225$ cách chọn.

TH2. Chọn được một quả bóng ghi số chẵn nhưng tận cùng không phải là chữ số 0 $\Rightarrow$ có 20 cách chọn.

Quả bóng còn lại có số ghi trên quả bóng phải có tận cùng là 5 $\Rightarrow$ có 5 cách chọn.

$\Rightarrow$ có $20 \cdot 5 = 100$ cách chọn.

Do đó $n(A) = 225 + 100 = 325$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{325}{1225} = \frac{13}{49} \approx 0,27$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1572. Một đề kiểm tra Toán Giải tích chương 2 của khối 11 có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu có 4 phương án lựa chọn, trong đó chỉ có 1 đáp án đúng. Một học sinh không học bài nên đánh hù họa câu trả lời. Tính xác suất để học sinh đó nhận được 6 điểm (kết quả làm tròn đến 4 chữ số sau dấu phẩy thập phân).

- A. 0,7873. B. $\frac{1}{4}$. C. 0,0609. D. 0,0008.

Lời giải.

Mỗi phương án trả lời đúng sẽ ứng với 0,5 điểm.

Để học sinh nhận được 6 điểm thì học sinh đó phải đánh đúng đáp án của 12 câu và sai 8 còn lại.

Do có 20 câu nên số trường hợp đúng 12 trong số 20 câu là C_{20}^{12} .

Xác suất để đánh trúng trong một câu là $\frac{1}{4}$ và đánh sai là $\frac{3}{4}$.

Xác suất để học sinh đó được 6 điểm là $C_{20}^{12} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{12} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^8 \approx 0,0008$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1573. Sắp xếp 5 quyển sách Toán và 4 quyển sách Văn lên một kệ sách dài. Tính xác suất để các quyển sách cùng một môn nằm cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{181440}$. B. $\frac{125}{126}$. C. $\frac{1}{63}$. D. $\frac{1}{126}$.

Lời giải.

Sắp xếp 5 quyển sách Toán và 4 quyển sách Văn lên kệ dài theo hàng ngang từ trái sang phải có $9! = 362880$ cách.

Sắp xếp 5 quyển sách Toán và 4 quyển sách Văn sao cho các quyển cùng một môn nằm cạnh nhau có 2 trường hợp:

- TH1. 5 quyển Toán bên trái, 4 quyển Văn bên phải: Có $5! \cdot 4! = 2880$ cách.
- TH2. 4 quyển Văn bên trái, 5 quyển Toán bên phải: Có $4! \cdot 5! = 2880$ cách.

Suy ra có $2880 + 2880 = 5760$ cách.

Vậy xác suất để các quyển sách cùng một môn nằm cạnh nhau là $\frac{5760}{362880} = \frac{1}{63}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1574. Trong Lễ tổng kết Tháng thanh niên, có 10 đoàn viên xuất sắc gồm 5 nam và 5 nữ được tuyên dương khen thưởng. Các đoàn viên này được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang trên sân khấu để nhận giấy khen. Tính xác suất để trong hàng ngang trên không có bất kỳ 2 bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{1}{42}$. C. $\frac{5}{252}$. D. $\frac{25}{252}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

- Xếp 5 bạn nam có $5!$ cách.
- Xếp 5 bạn nữ xen vào giữa 4 khoảng trống và 2 vị trí đầu hàng có cách A_6^5 .

Vậy có $5! \cdot A_6^5$ cách xếp sao cho không có bất kỳ 2 bạn nữ nào đứng cạnh nhau.

Vậy xác suất để trong hàng ngang trên không có bất kỳ 2 bạn nữ nào đứng cạnh nhau

$$P = \frac{5! \cdot A_6^5}{10!} = \frac{1}{42}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1575. Cho tứ diện đều $ABCD$. Trên mỗi cạnh của tứ diện, ta đánh dấu 3 điểm chia đều các cạnh tương ứng thành các phần bằng nhau. Gọi S là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh lấy từ 18 điểm đã đánh dấu. Lấy ra từ S một tam giác, xác suất để mặt phẳng chứa tam giác đó song song với đúng một cạnh của tứ diện đã cho bằng

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{4}{15}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{9}{34}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{18}^3 - 6$.

Xét trường hợp mặt phẳng chứa tam giác song song với BC

- Số mặt phẳng chỉ song song với BC đồng thời cắt hai mặt $(ABC), (DBC)$ là $2 \times 3 = 6$ mặt.
- Số mặt chỉ song song với BC và cắt AD là $3 \times 2 + 3 \times 2 = 12$ mặt.

Suy ra có đúng 18 mặt chứa tam giác chỉ song song với cạnh BC .

Tương tự với các cạnh còn lại của tứ diện, mỗi cạnh đều có đúng 18 mặt chỉ song song với đúng cạnh đó.

Gọi A là biến cố: “Mặt phẳng chứa tam giác được chọn song song với đúng một cạnh của tứ diện”.

Ta có $n(A) = 6 \times 18 = 108$.

Xác suất của A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{108}{C_{18}^3 - 6} = \frac{2}{15}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1576. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số lập được từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho 6.

A. $\frac{4}{27}$.

B. $\frac{4}{28}$.

C. $\frac{9}{25}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Số các số có 4 chữ số tạo từ tập X là $9^4 = 6561$.

Vậy tập S có 6561 số.

Gọi số có 4 chữ số được chọn từ tập S và là số chia hết cho 6 có dạng $\overline{abcd}$.

Do $\overline{abcd}$ chia hết cho 6 nên $a + b + c + d$ chia hết cho 3 và d chẵn $\Rightarrow d \in \{2; 4; 6; 8\}$.

Chọn b, c mỗi chữ số có 9 cách chọn. Ta có $4 \cdot 9 \cdot 9 = 324$ số dạng $\overline{bcd}$.

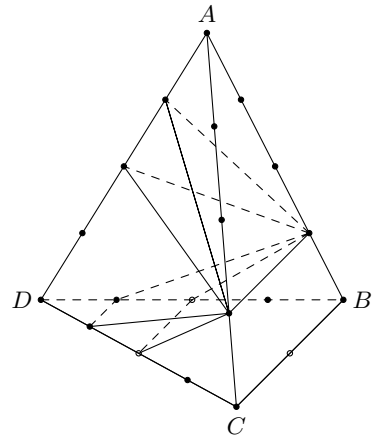
Xét mỗi số trong số 324 số dạng $\overline{bcd}$

- Nếu $b + c + d = 3k$ thì $a \in \{3; 6; 9\} \Rightarrow$ có 3 cách chọn a .
- Nếu $b + c + d = 3k + 1$ thì $a \in \{2; 5; 8\} \Rightarrow$ có 3 cách chọn a .
- Nếu $b + c + d = 3k + 2$ thì $a \in \{1; 4; 7\} \Rightarrow$ có 3 cách chọn a .

Như vậy mỗi số trong số 324 số dạng $\overline{bcd}$ có 3 cách chọn a , suy ra có $324 \cdot 3 = 972$ số.

Xác suất cần tính là $P = \frac{972}{6561} = \frac{4}{27}$.

Chọn đáp án (A) □



Câu 1577. Có 8 người ngồi xung quanh một bàn tròn, mỗi người cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 người cùng tung một đồng xu của họ, người có đồng xu ngửa thì đứng, còn người có đồng xu sấp thì ngồi. Hỏi xác suất mà không có hai người liền kề cùng đứng là bao nhiêu?

A. $\frac{49}{256}$.

B. $\frac{25}{128}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{47}{256}$.

Lời giải.

Gọi Ω = “Tất cả 8 người cùng tung một đồng xu”.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Gọi A là biến cố: “Không có hai người liền kề cùng đứng”

A_1 là biến cố: “Có 0 người chơi được mặt ngửa”.

A_2 là biến cố: “Có 1 người chơi được mặt ngửa”.

A_3 là biến cố: “Có 2 người chơi được mặt ngửa và 2 người này không ngồi cạnh nhau”.

A_4 là biến cố: “Có 3 người chơi được mặt ngửa, trong đó không có 2 người nào ngồi cạnh nhau”.

A_5 là biến cố: “Có 4 người chơi được mặt ngửa, trong đó không có 2 người nào ngồi cạnh nhau”.

Suy ra $n(A) = n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) + n(A_4) + n(A_5)$

$$= 1 + 8 + (C_5^1 + C_6^2) + (C_4^2 + C_5^3) + (C_3^3 + C_4^4).$$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{57}{256}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1578. Cho các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập một số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau dạng $\overline{abcdef}$. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn $a + b = c + d = e + f$?

A. $\frac{4}{85}$.

B. $\frac{5}{158}$.

C. $\frac{3}{20}$.

D. $\frac{4}{135}$.

Lời giải.

Lập một số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau, có không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \times A_6^5 = 4320$.

Gọi A là biến cố lấy một số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau thỏa mãn bài toán.

— Trường hợp 1: các cặp số thỏa mãn điều kiện $a + b = c + d = e + f$ là (0; 6), (1; 5), (2; 4).

— Với $(a; b) = (0; 6)$, ta có

* $(c; d) = (1; 5)$ và $(e; f) = (2; 4)$ có $1 \times 2 \times 2 = 4$ (số).

* $(c; d) = (2; 4)$ và $(e; f) = (1; 5)$ có $1 \times 2 \times 2 = 4$ (số).

Vậy có 8 cách.

— Với $(a; b) = (1; 5)$, ta có

* $(c; d) = (0; 6)$ và $(e; f) = (2; 4)$ có $2 \times 2 \times 2 = 8$ (số).

* $(c; d) = (2; 4)$ và $(e; f) = (0; 6)$ có $2 \times 2 \times 2 = 8$ (số).

Vậy có 16 cách.

— Tương tự với cặp số $(a; b) = (2; 4)$ ta cũng có 16 cách.

— Trường hợp 2: các cặp số thỏa mãn điều kiện $a + b = c + d = e + f$ là (2; 5), (3; 4), (1; 6).

Tương tự với trường hợp $(a; b) = (1; 5)$, trường hợp 2 có $16 \times 3 = 48$ (số).

— Trường hợp 3: các cặp số thỏa mãn điều kiện $a + b = c + d = e + f$ là (2; 3), (1; 4), (0; 5).

Tương tự trường hợp 1, trường hợp 3 cũng có 40 (số).

Vậy có 128 số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau thỏa mãn $a + b = c + d = e + f$.

Suy ra xác suất để lập được một số có 6 chữ số thỏa mãn $a + b = c + d = e + f$ là $P(A) = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1579. Một lô hàng gồm 30 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy

ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong lô hàng. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

A. $\frac{6}{203}$.

B. $\frac{57}{203}$.

C. $\frac{153}{203}$.

D. $\frac{197}{203}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “Ba sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.”

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố ba sản phẩm lấy ra không có sản phẩm tốt do đó có $n(\bar{A}) = C_{10}^3$.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^3 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{197}{203}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1580. Năm đoạn thẳng có độ dài 1 cm, 3 cm, 5 cm, 7 cm, 9 cm. Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Xác suất để ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành ba cạnh của một tam giác là

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{7}{10}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_5^3 = 10$.

Gọi A là biến cố “ba đoạn thẳng lấy ra có thể tạo thành ba cạnh của một tam giác”. Khi đó các trường hợp thuận lợi cho biến cố A thì độ dài các đoạn thẳng lấy ra chỉ có thể là (3; 5; 7), (3; 7; 9) và (5; 7; 9) nên $n(A) = 3$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1581. Một chi đoàn có $n > 3$ đoàn viên, trong đó có 3 nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi n thuộc đoạn nào sau đây?

A. [11; 13].

B. [14; 16].

C. [16; 20].

D. [7; 10].

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_n^4$.

Gọi A là biến cố “trong 4 người được chọn có 3 nữ”, B là biến cố “trong 4 người được chọn gồm toàn nam”.

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_3^3 \cdot C_{n-3}^1 = n - 3$.

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố B là $n(B) = C_{n-3}^4$.

Từ đó suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{n-3}{C_n^4}$ và $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$.

Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} \frac{n-3}{C_n^4} &= \frac{2}{5} \cdot \frac{C_{n-3}^4}{C_n^4} \Leftrightarrow n-3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{(n-3)(n-4)(n-5)(n-6)}{24} \\ &\Leftrightarrow (n-4)(n-5)(n-6) = 60 \\ &\Leftrightarrow (n-9)(n^2 - 6n + 20) = 0 \\ &\Leftrightarrow n = 9. \end{aligned}$$

Vậy $n \in [7; 10]$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1582. Có 13 tấm thẻ phân biệt trong đó có 1 tấm thẻ ghi chữ Đố, 1 tấm thẻ ghi chữ Đại, 1 tấm thẻ ghi chữ Học và 10 tấm thẻ được đánh số lần lượt từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên 7 thẻ, tính xác suất để rút được 7 thẻ: Đố, Đại, Học, 2, 0, 1, 9.

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{1}{13}$.

C. $\frac{1}{1716}$.

D. $\frac{7}{1716}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^7 = 1716$.

Gọi A là biến cố “rút được 7 thẻ: Đố, Đại, Học, 2, 0, 1, 9”.

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 1$.

Từ đó suy ra xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{1716}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1583. Gọi S là tập hợp gồm các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số trong tập S . Xác suất để số lấy ra có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ thỏa mãn $a_1 < a_2 < a_3$ và $a_3 > a_4 > a_5$ bằng

A. $\frac{1}{36}$.

B. $\frac{1}{48}$.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{1}{30}$.

Lời giải.

Sắp số $a_1, (a_1 \neq 0)$ có 9 cách.

Sắp 4 số còn lại có A_9^4 cách.

Do đó, tập S có $9 \cdot A_9^4 = 27216$ phần tử $\Rightarrow n(\Omega) = 27216$.

Gọi A là biến cố số lấy ra có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ thỏa mãn $a_1 < a_2 < a_3$ và $a_3 > a_4 > a_5$.

TH1: Chọn 5 số khác nhau và khác 0 có C_9^5 cách chọn.

Từ yêu cầu bài toán, ta có a_3 là số lớn nhất nên sắp a_3 có 1 cách.

Chọn 2 trong 4 số còn lại và sắp theo thứ tự $a_1 < a_2$ có C_4^2 cách.

Sắp 2 số còn lại vào vị trí a_4, a_5 có 1 cách.

Nên có $C_9^5 \cdot C_4^2$ cách sắp.

TH2: Chọn 5 số khác nhau, trong đó có số 0 có C_9^4 cách.

Từ điều kiện suy ra $a_5 = 0$.

Sắp a_3 có 1 cách.

Chọn 2 trong 3 số còn lại sắp vào a_1, a_2 có C_3^2 cách.

Sắp a_4 còn lại có 1 cách.

Nên có $C_9^4 \cdot C_3^2$.

Suy ra $n(A) = C_9^5 \cdot C_4^2 + C_9^4 \cdot C_3^2 = 1134$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{24}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1584. Một hộp chứa 6 quả bóng đỏ (được đánh số từ 1 đến 6), 5 quả bóng vàng (được đánh số từ 1 đến 5), 4 quả bóng xanh (được đánh số từ 1 đến 4). Xác suất để 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu mà không có hai quả bóng nào có số thứ tự trùng nhau bằng

A. $\frac{43}{91}$.

B. $\frac{381}{455}$.

C. $\frac{74}{455}$.

D. $\frac{48}{91}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “Lấy được 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu mà không có hai quả bóng nào có số thứ tự trùng nhau”.

Có tất cả $6 + 5 + 4 = 15$ quả bóng, nên không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = C_{15}^4 = 1365$.

Để chọn được 4 quả bóng lấy ra có đủ ba màu mà không có hai quả bóng nào có số thứ tự trùng nhau, ta xét các khả năng sau

- ① Chọn 2 quả bóng xanh, 1 quả bóng vàng và 1 quả bóng đỏ:
 - Chọn 2 quả bóng xanh, có C_4^2 cách chọn.
 - Chọn 1 quả bóng vàng, có 3 cách chọn (bỏ đi các quả bóng vàng có số trùng với các số của 2 quả bóng xanh đã chọn).
 - Chọn 1 quả bóng đỏ, có 3 cách chọn (bỏ đi các quả bóng đỏ có số trùng với các số của 2 quả bóng xanh và 1 quả bóng vàng đã chọn). Trường hợp này có $C_4^2 \cdot 3 \cdot 3 = 54$ cách chọn.
- ② Chọn 1 quả bóng xanh, 2 quả bóng vàng và 1 quả bóng đỏ. Trường hợp này có $4 \cdot C_4^2 \cdot 3 = 72$ cách chọn.
- ③ Chọn 1 quả bóng xanh, 1 quả bóng vàng và 2 quả bóng đỏ. Trường hợp này có $4 \cdot 4 \cdot C_4^2 = 96$ cách chọn.

Suy ra $n(A) = 54 + 72 + 96 = 222$. Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{222}{1365} = \frac{74}{455}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1585. Gọi A là tập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên ra từ A hai số. Tính xác suất để lấy được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau.

- A. $\frac{41}{5823}$. B. $\frac{35}{5823}$. C. $\frac{41}{7190}$. D. $\frac{14}{1941}$.

Lời giải.

Ta có số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau là $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$, trong đó có $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ số không chứa chữ số 0.

Khi đó $n(\Omega) = C_{648}^2$.

Trường hợp 1: Xét các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và không chứa chữ số 0.

Khi đó số cách chọn ra được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau là $\frac{C_{504}^1 \cdot C_5^1}{2}$ (vì mỗi số được kể 2 lần).

Trường hợp 2: Xét các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và chứa chữ số 0.

Khi đó số cách chọn ra được hai số mà các chữ số có mặt ở hai số đó giống nhau là $\frac{C_{144}^1 \cdot C_3^1}{2}$.

Vậy xác suất để lấy được hai số mà các chữ số có mặt giống nhau là:

$$P = \frac{\frac{C_{504}^1 \cdot C_5^1}{2} + \frac{C_{144}^1 \cdot C_3^1}{2}}{C_{648}^2} = \frac{41}{5823}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1586. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 4 chữ số lẻ và chữ số 0 đứng giữa hai chữ số lẻ (Các chữ số liền trước và liền sau của chữ số 0 là các chữ số lẻ).

- A. $\frac{5}{648}$. B. $\frac{20}{189}$. C. $\frac{5}{27}$. D. $\frac{5}{54}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $n(S) = 9 \cdot A_9^8$.

Để lập được số thỏa mãn bài toán, ta thực hiện các bước:

- Chọn 9 số trong đó có 4 số lẻ C_5^4 cách.
- Chọn hai số lẻ trong 4 số đã có và xếp số 0 ở giữa hai số đó tạo thành “bộ” có $C_4^2 \cdot 2!$ cách.
- Xếp các số và “bộ”, vừa lập có $7!$ cách.

Xác suất cần tìm $\frac{C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot 2!7!}{9A_9^8} = \frac{5}{54}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1587. Trong kỳ thi chọn học sinh giỏi tỉnh có 105 em dự thi, có 10 em tham gia buổi gặp mặt trước kỳ thi. Biết các em đó có số thứ tự trong danh sách lập thành một cấp số cộng. Các em ngồi ngẫu nhiên vào hai dãy bàn đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế và mỗi ghế chỉ ngồi được một học sinh. Tính xác suất để tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau.

A. $\frac{1}{126}$.

B. $\frac{1}{945}$.

C. $\frac{1}{954}$.

D. $\frac{1}{252}$.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 10 học sinh vào 10 chiếc ghế là một hoán vị của 10 phần tử, vì vậy số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 10! = 3628800$.

Gọi A là biến cố: “Tổng số thứ tự của các học sinh ngồi đối diện nhau là bằng nhau”.

Giả sử số vị trí của 10 học sinh trên là $u_1, u_2, \dots, u_{10}$. Theo tính chất của cấp số cộng, ta có các cặp số có tổng sau đây: $u_1 + u_{10} = u_2 + u_9 = u_3 + u_8 = u_4 + u_7 = u_5 + u_6$.

10 cách	8 cách	6 cách	4 cách	2 cách
1 cách	1 cách	1 cách	1 cách	1 cách

Theo cách này ta có $|A| = 10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2 = 3840$.

Do đó xác suất của biến cố là $P(A) = \frac{3840}{3628800} = \frac{1}{945}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1588. Cho K là đa giác đều có 10 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh bất kỳ của K thì xác định được một tứ giác lồi. Xác suất để tứ giác nói trên là hình chữ nhật là

A. $\frac{C_{10}^2}{C_{10}^4}$.

B. $\frac{C_8^4}{C_{10}^4}$.

C. $\frac{C_5^4}{C_{10}^4}$.

D. $\frac{C_5^2}{C_{10}^4}$.

Lời giải.

Gọi (O) là đường tròn nội tiếp K . Dễ thấy K có 5 đường chéo đi qua tâm O . Để tứ giác được chọn là hình chữ nhật thì hai đường chéo của hình chữ nhật là hai đường chéo đi qua O , do đó có C_5^2 hình chữ nhật.

Vậy xác suất để chọn được hình chữ nhật là $\frac{C_5^2}{C_{10}^4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1589. Cho S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4. Lấy ngẫu nhiên một số x thuộc S . Tính xác suất để x chia hết cho 6.

A. $\frac{8}{64}$.

B. $\frac{9}{64}$.

C. $\frac{11}{64}$.

D. $\frac{10}{64}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

Gọi A là biến cố: “Số x chọn được là số chia hết cho 6”.

Ta có x chia hết cho 6 khi x chia hết cho 2 và x chia hết cho 3.

Do đó, ta có các trường hợp sau:

— TH1: $x = \overline{ab2}$

x chia hết cho 3 nên $a + b$ chia 3 dư 1.

$\Rightarrow a, b$ là các bộ $(2; 2), (1; 3), (3; 4)$. Trường hợp này có 5 số.

— TH2: $x = \overline{ab4}$

x chia hết cho 3 nên $a + b$ chia 3 dư 2.

$\Rightarrow a, b$ là các bộ (2; 3), (4; 4), (1; 4), (1; 1). Trường hợp này có 6 số.

Do đó $n(A) = 6 + 5 = 11$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{64}.$$

Chọn đáp án  □

Câu 1590. Xếp ngẫu nhiên 21 học sinh, trong đó có đúng một bạn tên Thêm và đúng một bạn tên Quý vào ba bàn tròn có số chỗ ngồi lần lượt là 6, 7, 8. Xác suất để hai bạn Thêm và Quý ngồi cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{2}{19}$.

C. $\frac{12}{35}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^6 \cdot 5! \cdot C_{15}^7 \cdot 6! \cdot 7!$.

Gọi A là biến cố “Hai bạn Quý và Thêm ngồi cạnh nhau”. Có ba trường hợp:

TH 1. Xếp hai bạn Quý và Thêm vào bàn tròn có số chỗ ngồi là 6, suy ra có $2 \cdot C_{19}^4 \cdot 4! \cdot C_{15}^7 \cdot 6! \cdot 7!$ cách xếp.

TH 2. Xếp hai bạn Quý và Thêm vào bàn tròn có số chỗ ngồi là 7, suy ra có $C_{14}^6 \cdot 5! \cdot 2 \cdot 5! \cdot C_{19}^5 \cdot 7!$ cách xếp.

TH 3. Xếp hai bạn Quý và Thêm vào bàn tròn có số chỗ ngồi là 8, suy ra có $C_{13}^6 \cdot 5! \cdot 6! \cdot 2 \cdot 6! \cdot C_1^6$ cách xếp.

Suy ra $n(A) = 2 \cdot C_{19}^4 \cdot 4! \cdot C_{15}^7 \cdot 6! \cdot 7! + C_{14}^6 \cdot 5! \cdot 2 \cdot 5! \cdot C_{19}^5 \cdot 7! + C_{13}^6 \cdot 5! \cdot 6! \cdot 2 \cdot 6! \cdot C_1^6$.

Vậy xác suất để hai bạn Thêm và Quý ngồi cạnh nhau là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{10}$.

Chọn đáp án  □

Câu 1591. Có 13 tấm thẻ phân biệt trong đó có một tấm thẻ ghi chữ ĐỒ, một tấm thẻ ghi chữ ĐẠI, một tấm thẻ ghi chữ HỌC và mười tám thẻ đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên từ đó ra 7 tấm thẻ. Tính xác suất để rút được 7 tấm thẻ theo thứ tự: ĐỒ, ĐẠI, HỌC, 2, 0, 1, 9.

A. $\frac{1}{1260}$.

B. $\frac{1715}{1716}$.

C. $\frac{1}{A_{13}^7}$.

D. $\frac{1}{1716}$.

Lời giải.

Ta có $|\Omega| = A_{13}^7$.

Gọi A là biến cố rút như yêu cầu bài toán, suy ra $|A| = 1$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{1}{A_{13}^7}.$$

Chọn đáp án  □

Câu 1592. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em được nhận 2 suất quà khác loại (ví dụ 1 chiếc áo và 1 thùng sữa tươi). Trong số các em được nhận quà có hai em Hải và Vũ. Tính xác suất để hai em Hải và Vũ đó nhận được suất quà giống nhau?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{15}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Với 3 loại quà khác loại ta chia được thành 3 nhóm tương ứng như sau: nhóm (1) gồm 1 áo và 1 sữa; nhóm (2) gồm 1 sữa và 1 cặp; nhóm (3) gồm 1 cặp và 1 áo.

Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh nhận các suất quà thuộc nhóm (1), nhóm (2) và nhóm (3).

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y + z = 10 \\ x + z = 7 \\ x + y = 9 \\ y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \\ z = 1. \end{cases}$$

Vậy số cách chia 10 suất quà này cho 10 học sinh là $C_{10}^6 C_4^3 C_1^1$.

Để Hải và Vũ có suất phần thưởng giống nhau có các trường hợp sau

TH 1. Hải và Vũ nhận suất quà nhóm (1) có $C_8^4 C_4^3 C_1^1$.

TH 2. Hải và Vũ nhận suất quà nhóm (2) có $C_8^6 C_2^1 C_1^1$.

Số cách chia để Hải và Vũ có suất quà giống nhau là $C_8^4 C_4^3 C_1^1 + C_8^6 C_2^1 C_1^1$.

$$\text{Xác suất cần tính bằng } \frac{C_8^4 C_4^3 C_1^1 + C_8^6 C_2^1 C_1^1}{C_{10}^6 C_4^3 C_1^1} = \frac{2}{5}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1593. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Xác suất để lập được số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau lấy từ các phần tử của tập A sao cho số đó chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau là

A. $\frac{1}{45}$.

B. $\frac{11}{420}$.

C. $\frac{1}{40}$.

D. $\frac{11}{360}$.

Lời giải.

Giả sử số có 5 chữ số phân biệt lập được là $\overline{abcde}$, với $a \neq 0$. Khi đó chữ số a có 6 cách chọn, các chữ số còn lại có $A_6^4 = 360$ cách chọn.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 6 \times 360 = 2160$.

Để số lập được là số chia hết cho 5 và các chữ số 1, 2, 3 luôn có mặt cạnh nhau thì các khả năng có thể xảy ra là

- Chữ số $e = 0$, có hai vị trí để sắp bộ các chữ số $\{1; 2; 3\}$ đứng liền nhau và 3 cách chọn cho chữ số còn lại nên có $1 \times 2 \times 3! \times 3 = 36$ khả năng.
- Chữ số $e = 5$, vị trí để sắp bộ các chữ số $\{1; 2; 3\}$ đứng liền nhau là 1, 2 và 3 và 3 cách chọn cho chữ số còn lại nên có $1 \times 3! \times 3 = 18$ khả năng.
- Chữ số $e = 5$, vị trí để sắp bộ các chữ số $\{1; 2; 3\}$ đứng liền nhau là 2, 3 và 4 và 2 cách chọn cho chữ số còn lại ở vị trí số 1 nên có $1 \times 3! \times 2 = 12$ khả năng.

$$\text{Vậy } n(A) = 36 + 18 + 12 = 66 \Rightarrow P(A) = \frac{66}{2160} = \frac{11}{360}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1594. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số trong tập hợp X . Gọi A là biến cố lấy được số có đúng hai chữ số 1, có đúng hai chữ số 2, bốn chữ số còn lại đôi một khác nhau, đồng thời các chữ số giống nhau không đứng liền kề nhau. Xác suất của biến cố A bằng

A. $\frac{176400}{9^8}$.

B. $\frac{151200}{9^8}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{201600}{9^8}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $n(\Omega) = 9^8$.

Gọi B là biến cố lấy được số có đúng hai chữ số 1, có đúng hai chữ số 2, bốn chữ số còn lại đôi một khác nhau.

Gọi C là biến cố lấy được số có đúng hai chữ số 1, có đúng hai chữ số 2, bốn chữ số còn lại đôi một khác nhau, đồng thời hai chữ số 1 hoặc hai chữ số 2 đứng liền kề nhau.

Khi đó $n(A) = n(B) - n(C)$.

— Xác định số phần tử của B : Trước hết, chọn vị trí cho 2 chữ số 1 có C_8^2 cách. Tiếp theo, chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_6^2 cách. Cuối cùng chọn 4 chữ số cho 4 vị trí còn lại có A_7^4 cách. Vậy $n(B) = C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4 = 352800$.

— Xác định số phần tử của C qua các bước:

- Bước 1: Xác định số phần tử của C có 2 chữ số 1 đứng liền kề nhau, 2 chữ số 2 tùy ý: Chọn vị trí cho 2 chữ số 1 có 7 cách, chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_6^2 cách, chọn 4 chữ số cho 4 vị trí còn lại có A_7^4 cách. Vậy có $7 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4$ số thỏa mãn.

- Bước 2: Xác định số phần tử của C có 2 chữ số 2 đứng liền kề nhau, 2 chữ số 1 tùy ý: Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có 7 cách, chọn vị trí cho 2 chữ số 1 có C_6^2 cách, chọn 4 chữ số cho 4 vị trí còn lại có A_7^4 cách. Vậy có $7 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4$ số thỏa mãn.

- Bước 3: Xác định số phần tử của C có 2 chữ số 1 đứng liền kề nhau, 2 chữ số 2 đứng liền kề nhau: Ghép 2 chữ số 1 thành số X , 2 chữ số 2 thành số Y . Chọn vị trí cho X có 6 cách, chọn vị trí cho Y có 5 cách, chọn 4 chữ số cho 4 vị trí còn lại có A_7^4 cách. Vậy có $6 \cdot 5 \cdot A_7^4$ số thỏa mãn.

- Bước 4: Vì các số thỏa mãn ở bước 3 vừa nằm trong các số thỏa mãn ở bước 1 vừa nằm trong các số thỏa mãn ở bước 2 nên ta có $n(C) = 7 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4 + 7 \cdot C_6^2 \cdot A_7^4 - 6 \cdot 5 \cdot A_7^4 = 151200$.

— Suy ra $n(A) = 352800 - 151200 = 201600$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{201600}{9^8}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1595. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc S . Tính xác suất để lấy được một số chia hết cho 11 và tổng bốn chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

A. $P = \frac{8}{21}$.

B. $P = \frac{2}{63}$.

C. $P = \frac{1}{126}$.

D. $P = \frac{1}{63}$.

Lời giải.

Số phần tử của S là $n(S) = A_9^4 = 3024$.

Gọi số tự nhiên cần tìm thuộc S là $\overline{abcd}$.

Ta có $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 1001a + 99b + 11c + (-a - c) + (b + d)$. Do đó $\overline{abcd} : 11$ khi và chỉ khi $[b + d - (a + c)] : 11$.

Theo giả thiết ta có $a + b + c + d : 11$. Suy ra $(a + c) : 11$ và $(b + d) : 11$.

Các cặp có tổng chia hết cho 11 là (2; 9), (3; 8), (4; 7), (5; 6).

Vậy số cách chọn số $\overline{abcd}$ thỏa mãn là $n(A) = 4 \cdot 3 \cdot 2! \cdot 2! = 48$.

$$\text{Do đó xác suất cần tìm là } P = \frac{48}{3024} = \frac{1}{63}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1596. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số và chia hết cho 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau.

A. $\frac{512}{3125}$.

B. $\frac{198}{3125}$.

C. $\frac{396}{6250}$.

D. $\frac{369}{6250}$.

Lời giải.

Gọi không gian mẫu Ω là “số tự nhiên có 7 chữ số và chia hết cho 9”. Khi đó $n(\Omega) = 1000000$.

Gọi biến cố A là “Các chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 9”.

Từ các chữ số 0; 1; 2; ...; 9 ta có các bộ gồm 7 số có tổng chia hết cho 9 là

$\{0; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}; \{0; 1; 3; 4; 5; 6; 8\}; \{0; 1; 2; 4; 5; 7; 8\}; \{0; 1; 2; 3; 6; 7; 8\}; \{0; 3; 4; 5; 7; 8; 9\};$
 $\{0; 2; 4; 6; 7; 8; 9\}; \{0; 1; 5; 6; 7; 8; 9\}; \{0; 1; 2; 3; 4; 8; 9\}; \{0; 1; 2; 3; 5; 7; 9\}; \{0; 1; 2; 4; 5; 6; 9\};$
 $\{2; 3; 4; 5; 6; 7; 9\}; \{1; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}; \{1; 2; 4; 5; 7; 8; 9\}; \{1; 2; 3; 6; 7; 8; 9\}.$

Có 10 bộ số gồm 7 số có tổng chia hết cho 9 trong đó có số 0 nên từ các bộ số này lập được $10 \cdot 6 \cdot 6! = 43200$ số có 7 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 9.

Có 4 bộ số gồm 7 số có tổng chia hết cho 9 tương tự như bộ số $\{2; 3; 4; 5; 6; 7; 9\}$, nên từ các bộ số này lập được $4 \cdot 7! = 20160$ số có 7 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 9.

Do đó $n(A) = 43200 + 20160 = 63360$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63360}{10000000} = \frac{198}{3125}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1597. Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 9 chữ số khác nhau. Tính xác suất để số đó chia hết cho 3.

A. $\frac{17}{81}$.

B. $\frac{11}{27}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải.

Ta có $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử: “Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 9 chữ số khác nhau”.

Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 9 \cdot 9!$.

Gọi biến cố A : “lấy được số tự nhiên chia hết cho 3”.

Gọi $n = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9}$.

Trường hợp 1: Trong các số $a_i, i \in \{1, 2, \dots, 9\}$ không chứa số 0.

Số cách chọn n là $9!$.

Trường hợp 2: Trong các số $a_i, i \in \{1, 2, \dots, 9\}$ có chứa số 0.

Khi đó: để số n chia hết cho 3 thì các số $a_i, i \in \{1, 2, \dots, 9\}$ buộc phải có 7 số $\{0; 1; 2; 4; 5; 7; 8\}$ và 2 trong 3 số $\{3; 6; 9\}$.

Số cách chọn n là $C_3^2 \cdot 8 \cdot 8!$.

Do đó: số cách chọn được số chia hết cho 3 là $n(A) = 9! + C_3^2 \cdot 8 \cdot 8! = 33 \cdot 8!$.

Vậy xác suất để chọn được số chia hết cho 3 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{33 \cdot 8!}{9 \cdot 9!} = \frac{11}{27}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1598. Lớp 12A trường THPT X có 35 học sinh đều sinh năm 2001 là năm có 365 ngày. Xác suất để có ít nhất 2 bạn trong lớp có cùng sinh nhật (cùng ngày, tháng sinh) gần nhất với số nào sau đây?

A. 40%.

B. 80%.

C. 10%.

D. 60%.

Lời giải.

Cứ mỗi học sinh, khả năng sinh nhật trong năm 2011 là 365. Vậy lớp có 35 học sinh, suy ra số phần từ không gian mẫu là $n(\Omega) = 365^{35}$.

Gọi A là biến cố: “ít nhất hai bạn trong lớp có cùng ngày sinh nhật”.

Vậy $\bar{A}$: “không có bạn trong lớp có cùng ngày sinh nhật”. Suy ra

$$n(\bar{A}) = A_{365}^{35} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{A_{365}^{35}}{365^{35}} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) \approx 0,814.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1599. Đội tuyển học sinh giỏi văn lớp 12 của trường THPT X có 7 học sinh trong đó có bạn Minh Anh. Lực học của các học sinh là như nhau. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi thi. Tính xác suất để Minh Anh được chọn đi thi.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 4 bạn trong 7 bạn ta có C_7^4 cách $\Rightarrow n(\Omega) = C_7^4$.

Gọi A là biến cố Minh Anh được chọn đi thi $\Rightarrow n(A) = C_6^3$.

Xác suất Minh Anh được chọn đi thi là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^3}{C_7^4} = \frac{4}{7}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1600. Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội bóng tham dự trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu A, B, C mỗi bảng có 4 đội. Xác suất để 3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu khác nhau bằng

A. $P = \frac{C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

B. $P = \frac{2C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

C. $P = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

D. $P = \frac{3C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4 = C_{12}^4 \cdot C_8^4$.

Gọi D là biến cố “3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu khác nhau”.

Số cách xếp 3 đội Việt Nam ở 3 bảng khác nhau là $3! = 6$ (cách).

Số cách xếp 9 đội còn lại vào 3 bảng trên là $C_9^3 \cdot C_6^3$. Do đó $n(D) = 6 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3$.

$$\text{Vậy } P = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1601. Kết quả $(b; c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm là

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{17}{36}$.

C. $\frac{23}{36}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải.

Gieo một con súc sắc hai lần số kết quả là 36.

Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ có $\Delta = b^2 - 4c$.

Phương trình vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4c \Leftrightarrow c > \frac{b^2}{4}$ (*).

Do $b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, để thỏa mãn (*) có các trường hợp sau

— TH1: $b = 1$, từ (*) $\Rightarrow c > \frac{1}{4}$ có 6 cách chọn c .

— TH2: $b = 2$, từ (*) $\Rightarrow c > 1$ có 5 cách chọn c .

— TH3: $b = 3$, từ (*) $\Rightarrow c > \frac{9}{4}$ có 4 cách chọn c .

— TH4: $b = 4$, từ (*) $\Rightarrow c > 4$ có 2 cách chọn c .

Vậy tất cả có $6 + 5 + 4 + 2 = 17$ cách chọn thỏa mãn.

Xác suất thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{17}{36}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1602. Một hộp đựng 5 thẻ được đánh số 3, 5, 7, 11, 13. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để 3 số ghi trên 3 thẻ đó là 3 cạnh của một tam giác là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên 3 thẻ từ hộp đựng 5 thẻ”, suy ra $n(\Omega) = C_5^3 = 10$.

Gọi A là biến cố “3 số ghi trên 3 thẻ đó là 3 cạnh của một tam giác”.

Để rút được 3 thẻ mà 3 số ghi trên đó là 3 cạnh của 1 tam giác thì tổng 2 số bất kì trong 3 số lớn hơn số còn lại và hiệu 2 số bất kì trong 3 số nhỏ hơn số còn lại.

Vậy ta chọn được các bộ số là $\{3; 5; 7\}$, $\{3; 11; 13\}$, $\{5; 7; 11\}$, $\{5; 11; 13\}$, $\{7; 11; 13\}$.

$$\text{Ta có } n(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1603. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh bất kì từ các đỉnh của một đa giác đều 12 cạnh $A_1 A_2 \dots A_{12}$.

Tính xác suất để ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân.

A. $\frac{13}{55}$.

B. $\frac{12}{55}$.

C. $\frac{3}{11}$.

D. $\frac{5}{11}$.

Lời giải.

Xét đường kính $A_1 A_7$ khi đó có 5 cặp điểm đối xứng qua $A_1 A_7$ là $\{A_2; A_{12}\}$, $\{A_3; A_{11}\}$, $\{A_4; A_{10}\}$, $\{A_5; A_9\}$, $\{A_6; A_8\}$. Khi đó, các cặp điểm này tạo với A_1 hoặc A_7 ta đều được tam giác cân.

Do đó, số tam giác cân là $2 \cdot 5 \cdot 6 = 60$.

$$\text{Xác suất cần tính là: } P = \frac{60}{C_{12}^3} = \frac{3}{11}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1604. Chọn ngẫu nhiên hai số a, b khác nhau từ tập hợp $A = \{2; 2^2; 2^3; \dots; 2^{25}\}$. Xác suất để $\log_a b$ là số nguyên bằng

A. $\frac{2}{200}$.

B. $\frac{31}{300}$.

C. $\frac{13}{300}$.

D. $\frac{7}{50}$.

Lời giải.

Đặt $\log_a b = t$, ta được $b = a^t$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = 2^x \\ b = 2^y \end{cases} \Rightarrow (2^x)^t = 2^y \Leftrightarrow y = x \cdot t \Rightarrow y : x.$$

Vì $t \in \mathbb{Z}$ và $x, y \in \{1; 2; \dots; 25\}$ nên ta có bảng sau

Giá trị của x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số cách chọn y	24	11	7	5	4	3	2	2	1	1	1	1

$$\text{Ta có } \begin{cases} n(A) = 62 \\ n(\Omega) = A_{25}^2. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{31}{300}.$$

Cách khác:

$$\text{Ta có } n(A) = \sum_{x=1}^{12} \left[\frac{25}{x} - 1 \right] = 24 + 11 + 5 + 4 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 62.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1605. Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau (các học sinh cùng lớp không bắt tay với nhau). Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

A. 405.

B. 435.

C. 432.

D. 425.

Lời giải.

Mỗi lớp cử ra 3 học sinh nên 10 lớp cử ra 30 học sinh.

Suy ra số lần bắt tay là C_{30}^2 (bao gồm các học sinh cùng lớp bắt tay với nhau).

Số lần bắt tay của các học sinh học cùng một lớp là $10 \cdot C_3^2$.

Vậy số lần bắt tay của các học sinh với nhau thỏa mãn yêu cầu là $C_{30}^2 - 10 \cdot C_3^2 = 405$.

Chọn đáp án **(A)**

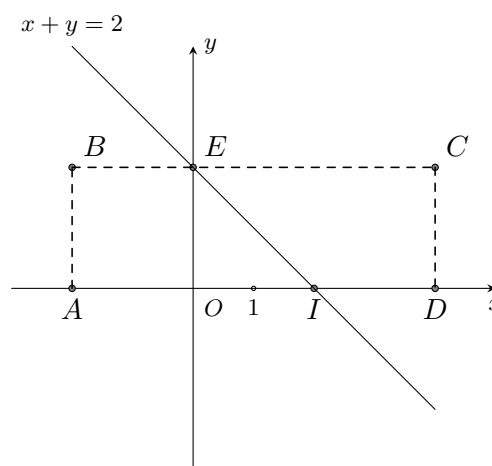
□

Câu 1606.

Trên mặt phẳng Oxy , ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; 0)$ (hình vẽ).

Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên (tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$.

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{8}{21}$.

**Lời giải.**

Số các điểm có tọa độ nguyên thuộc hình chữ nhật là $7 \cdot 3 = 21$ điểm vì $\begin{cases} x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \\ y \in \{0; 1; 2\} \end{cases}$

Để con châu chấu đáp xuống các điểm $M(x; y)$ có $x + y < 2$ thì con châu chấu sẽ nhảy trong khu vực hình thang $BEIA$. Để $M(x; y)$ có tọa độ nguyên thì $\begin{cases} x \in \{-2; -1; 0; 1; 2\} \\ y \in \{0; 1; 2\} \end{cases}$

— Nếu $x \in \{-2; -1\}$ thì $y \in \{0; 1; 2\}$. Vậy có 6 điểm.

— Nếu $x = 0$ thì $y \in \{0; 1\} \Rightarrow 2$ điểm.

— Nếu $x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow$ có 1 điểm.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1607. Một người muốn gọi điện thoại nhưng nhớ được các chữ số đầu mà quên mất ba chữ số cuối của số cần gọi. Người đó chỉ nhớ rằng ba chữ số cuối đó phân biệt và có tổng bằng 5. Tính xác suất để người đó bấm máy một lần đúng số cần gọi.

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{1}{36}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{60}$.

Lời giải.

Giả sử 3 chữ số cuối của số điện thoại là $X = \overline{abc}$ mà a, b, c .

Ta có $a + b + c = 5$ và a, b, c khác nhau thì bộ 3 số khác nhau có tổng bằng 5 là $\{2; 0; 3\}, \{1; 0; 4\}$.

Xét một bộ, mỗi số điện thoại ứng với một hoán vị của 3 số trên $\Rightarrow$ số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2 \times 3! = 12$.

Xác suất để người đó bấm một lần đúng số cần gọi là $\frac{1}{12}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1608. Một hộp đựng 11 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ. Khi đó P bằng

A. $\frac{118}{231}$.

B. $\frac{100}{231}$.

C. $\frac{115}{231}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$.Gọi A là biến cố "Tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ".

Ta có 5 thẻ ghi số chẵn và 6 thẻ ghi số lẻ.

Để tổng của 6 số ghi trên 6 tấm thẻ là một số lẻ thì số các thẻ ghi số lẻ phải là một số lẻ.

Do đó xảy ra các trường hợp số thẻ ghi số lẻ là 1; 3; 5 thẻ.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là

$$n(A) = C_6^1 \times C_5^5 + C_6^3 \times C_5^3 + C_6^5 \times C_5^1 = 236.$$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$.

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 1609.** Giải bóng chuyền quốc tế VTV Cup có 12 đội tham gia, trong đó có 3 đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng đấu, mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội của Việt Nam cùng nằm ở một bảng đấu.

A. $\frac{1}{110}$.

B. $\frac{1}{330}$.

C. $\frac{6}{55}$.

D. $\frac{3}{55}$.

Lời giải.Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4$.Gọi A là biến cố "3 đội của Việt Nam cùng nằm ở một bảng đấu".Chọn ra 3 đội của Việt Nam và 1 đội khác rồi xếp chung vào 1 trong 3 bảng có $3 \cdot C_9^1$ cách.Chọn ra 4 đội trong 8 đội còn lại để được bảng tiếp theo có C_8^4 cách.

Bảng còn lại có 1 cách chọn.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 3 \cdot C_9^1 \cdot C_8^4$.

Vậy $P(A) = \frac{3 \cdot C_9^1 \cdot C_8^4}{C_{12}^4 \cdot C_8^4} = \frac{3}{55}$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 1610.** Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập X . Tính xác suất để số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $Y = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và ba số đứng cạnh nhau, số chẵn đứng giữa hai số lẻ.

A. $P = \frac{37}{63}$.

B. $P = \frac{25}{189}$.

C. $P = \frac{25}{378}$.

D. $P = \frac{17}{945}$.

Lời giải.Gọi $\overline{abcdef}$ là số có 6 chữ số đôi một khác nhau cần tìm.Chọn $a \neq 0$ có 9 cách. Chọn $b, c, d, e, f \in \{0, 1, 2, \dots, 9\} \setminus \{a\}$ có A_9^5 cách. Vậy $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^5 = 136080$.Gọi A là biến cố số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ và ba số đứng cạnh nhau, số chẵn đứng giữa hai số lẻ.Gọi $y = \overline{b_1 b_2 b_3}$ với $b_2 \in \{2, 4\}$, $b_3 \in \{1, 3, 5\}$, $b_1 \neq b_2 \neq b_3$. Thì số các số y là $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ số.Gọi x là số thuộc X , chứa đúng ba số thuộc Y và ba chữ số thuộc Y đứng cạnh nhau, số chẵn đứng giữa hai số lẻ.Ta có các trường hợp sau: $x = \overline{y a_1 a_2 a_3}$, $x = \overline{a_1 y a_2 a_3}$, $x = \overline{a_1 a_2 y a_3}$, $x = \overline{a_1 a_2 a_3 y}$.**TH1:** $x = \overline{y a_1 a_2 a_3}$ với $a_1, a_2, a_3 \in \{0, 6, 7, 8, 9\}$, suy ra số các số là $12 \cdot A_5^3 = 720$ số.**TH2:** $x = \overline{a_1 y a_2 a_3}$ có số các số là $12 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 = 576$ số.**TH3, TH4** tương tự **TH2**.

Do đó, $n(A) = 720 + 3 \cdot 576 = 2448$.

Như vậy, $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2448}{136080} = \frac{17}{945}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1611. Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất một lần. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn chấm.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố xuất hiện mặt chẵn chấm.

Suy ra $A = \{2; 4; 6\} \Rightarrow n(A) = 3$.

Xác suất của biến cố A là $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1612. Gieo đồng thời ba con súc sắc. Bạn là người thắng cuộc nếu xuất hiện ít nhất hai mặt 6 chấm. Xác suất để trong 6 lần chơi thắng ít nhất bốn lần gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $1,24 \cdot 10^{-5}$.

B. $3,87 \cdot 10^{-4}$.

C. $4 \cdot 10^{-4}$.

D. $1,65 \cdot 10^{-7}$.

Lời giải.

Trong một lần chơi

— Xác suất để hai trong ba con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm là $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot 3 = \frac{5}{72}$

— Xác suất để cả ba con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm là $\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$.

Vậy xác suất thắng trong một lần chơi là $\frac{5}{72} + \frac{1}{216} = \frac{2}{27}$. Do đó, xác suất thua trong một lần chơi là $\frac{25}{27}$.

Trong 6 lần chơi

— Xác suất để thắng 4 lần là $C_6^4 \cdot \left(\frac{2}{27}\right)^4 \cdot \left(\frac{25}{27}\right)^2$.

— Xác suất để thắng 5 lần là $C_6^5 \cdot \left(\frac{2}{27}\right)^5 \cdot \left(\frac{25}{27}\right)$.

— Xác suất để thắng 6 lần là $\left(\frac{2}{27}\right)^6$.

Vậy xác suất cần tính là

$$C_6^4 \cdot \left(\frac{2}{27}\right)^4 \cdot \left(\frac{25}{27}\right)^2 + C_6^5 \cdot \left(\frac{2}{27}\right)^5 \cdot \left(\frac{25}{27}\right) + \left(\frac{2}{27}\right)^6 \approx 4 \cdot 10^{-4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1613. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh, chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Biết rằng xác suất bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật bằng $\frac{3}{35}$. Khi đó n bằng

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Chọn bốn điểm trong $4n$ điểm nên không gian mẫu $n(\Omega) = C_{4n}^4$.

Số cách chọn một hình chữ nhật tương ứng số cách chọn hai đường chéo lớn (đường kính) của đa giác, nên số cách chọn là $n(A) = C_{2n}^2$.

Do đó

$$\begin{aligned}
 \frac{C_{2n}^2}{C_{4n}^4} &= \frac{3}{35} \\
 \Leftrightarrow 35 \cdot \frac{(2n)!}{2!(2n-2)!} &= 3 \cdot \frac{(4n)!}{(4n-4)!} \\
 \Leftrightarrow \frac{35}{2} \cdot 2n(2n-1) &= \frac{3}{24} \cdot (4n)(4n-1)(4n-2)(4n-3) \\
 \Leftrightarrow 35n(2n-1) - \frac{1}{2}n(4n-1)(4n-2)(4n-3) &= 0 \\
 \Leftrightarrow n[-32n^3 + 48n^2 + 48n - 32] &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 & (\text{loại}) \\ n = -1 & (\text{loại}) \\ n = 2 & (\text{nhận}) \\ n = \frac{1}{2} & (\text{loại}). \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy $n = 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1614. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh ($n \geq 1$). Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Tìm n biết rằng xác suất để chọn được hình vuông là $\frac{1}{455}$.

A. $n = 3$.

B. $n = 4$.

C. $n = 5$.

D. $n = 6$.

Lời giải.

Chọn 4 đỉnh bất kì tạo thành tứ giác có C_{4n}^4 cách chọn.

Để chọn được một hình vuông, ta chọn hai đường chéo đi qua tâm và vuông góc với nhau của đa giác.

Tứ giác $4n$ đỉnh có n cặp đường chéo như vậy.

Do đó xác suất để có hình vuông là $\frac{n}{C_{4n}^4} = \frac{1}{455} \Leftrightarrow n = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1615. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình chữ nhật nhưng không phải là hình vuông.

A. $\frac{8}{969}$.

B. $\frac{12}{1615}$.

C. $\frac{1}{57}$.

D. $\frac{3}{323}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 20 đỉnh có C_{20}^4 cách $\Rightarrow n(\Omega) = 4845$.

Đa giác 20 cạnh có 10 đường chéo đi qua tâm.

Mà cứ 2 đường chéo đi qua tâm tạo thành một hình chữ nhật.

Do đó số hình chữ nhật tạo thành từ 10 đường chéo là $C_{10}^2 = 45$.

Tuy nhiên trong 45 hình chữ nhật này có 5 hình vuông.

Nên số hình chữ nhật cần tìm là 40.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{40}{4845} = \frac{8}{969}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1616. Cho đa giác đều $4n$ đỉnh ($n \geq 2$). Chọn ngẫu nhiên bốn đỉnh từ các đỉnh của đa giác đã cho. Biết rằng xác suất để bốn đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật không phải là hình vuông bằng $\frac{6}{455}$. Khi đó n bằng

A. $n = 6$.B. $n = 8$.C. $n = 10$.D. $n = 4$.**Lời giải.**

Gọi A là biến cố để 4 đỉnh được chọn là bốn đỉnh của một hình chữ nhật không phải là hình vuông. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{4n}^4$.

Đa giác đều $4n$ đỉnh có $2n$ đường chéo là đường kính nên sẽ có C_{2n}^2 cách chọn hai đường kính và đó cũng là số cách chọn bốn đỉnh trên là bốn đỉnh của một hình chữ nhật.

Trong $2n$ đường kính đó có chỉ có n cặp đường chéo vuông góc với nhau nên trong số hình chữ nhật trên có đúng n hình vuông.

Do đó số hình chữ nhật không phải là hình vuông là $n(A) = C_{2n}^2 - n$.

Theo đề bài ta có

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{2n}^2 - n}{C_{4n}^4} = \frac{6}{455} \Leftrightarrow 455(n-1) = (4n-1)(2n-1)(4n-3).$$

$$\Leftrightarrow 32n^3 - 48n^2 - 433n + 452 = 0 \Rightarrow n = 4.$$

Vậy $n = 4$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1617. Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{4}{455}$.

B. $\frac{24}{455}$.

C. $\frac{4}{165}$.

D. $\frac{33}{91}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$ (phần tử).

Gọi A là biến cố: “lấy được 3 quả cầu màu xanh”.

Khi đó, $n(A) = C_4^3 = 4$ (phần tử).

$$\text{Xác suất } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{455}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1618. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$.

Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1728}{4913}$.

B. $\frac{1079}{4913}$.

C. $\frac{23}{68}$.

D. $\frac{1637}{4913}$.

Lời giải.

Không gian mẫu có số phần tử là $17^3 = 4913$.

Lấy một số tự nhiên từ 1 đến 17 ta có các nhóm số sau:

- * Số chia hết cho 3: có 5 số thuộc tập $\{3; 6; 9; 12; 15\}$.
- * Số chia cho 3 dư 1: có 6 số thuộc tập $\{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$.
- * Số chia cho 3 dư 2: có 6 số thuộc tập $\{2; 5; 8; 11; 14; 17\}$.

Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$ thỏa mãn ba số đó có tổng chia hết cho 3 thì các khả năng xảy ra như sau:

- TH1: Ba số đều chia hết cho 3 có $5^3 = 125$ cách.
- TH2: Ba số đều chia cho 3 dư 1 có $6^3 = 216$ cách.
- TH3: Ba số đều chia cho 3 dư 2 có $6^3 = 216$ cách.
- TH4: Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, chia cho 3 dư 2 có $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3! = 1080$ cách.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } \frac{125 + 216 + 216 + 1080}{4913} = \frac{1637}{4913}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1619. Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{7}{44}$. C. $\frac{1}{22}$. D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Số cách lấy 3 quả cầu từ hộp là $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A: “lấy được 3 viên bi xanh”. Ta có $n(A) = C_5^3$.

Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{22}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1620. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết lên bảng một số ngẫu nhiên thuộc đoạn $[1; 19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{1027}{6859}$. B. $\frac{2539}{6859}$. C. $\frac{2287}{6859}$. D. $\frac{109}{323}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 19^3$.

Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 19]$ có 6 số chia hết cho 3, đó là $\{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$, có 7 số chia cho 3 dư 1, đó là $\{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$ và có 6 số chia cho 3 dư 2, đó là $\{2; 5; 8; 11; 14; 17\}$.

Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau

- **Trường hợp 1.** Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3: có 6^3 cách viết.
- **Trường hợp 2.** Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 1: có 7^3 cách viết.
- **Trường hợp 3.** Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 2: có 6^3 cách viết.
- **Trường hợp 4.** Trong ba số viết ra có 1 số chia hết cho 3, 1 số chia cho 3 dư 1 và 1 chia cho 3 dư 2: có $6 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là $p = \frac{6^3 + 7^3 + 6^3 + 6 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 3!}{19^3} = \frac{2287}{6859}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1621. Từ một hộp chứa 9 quả cầu đỏ và 6 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

- A. $\frac{12}{65}$. B. $\frac{5}{21}$. C. $\frac{24}{91}$. D. $\frac{4}{91}$.

Lời giải.

Phép thử “lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 15 quả cầu” có $n(\Omega) = C_{15}^3$.

Biến cố A: “lấy được 3 quả cầu màu xanh từ 6 quả cầu xanh” có $n(A) = C_6^3$.

Vậy xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^3}{C_{15}^3} = \frac{4}{91}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1622. Ba bạn A, B, C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 14]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

- A. $\frac{457}{1372}$. B. $\frac{307}{1372}$. C. $\frac{207}{1372}$. D. $\frac{31}{91}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 14^3$.

Trong 14 số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 14]$ có:

- (i). 5 số chia cho 3 dư 1. (ii). 5 số chia cho 3 dư 2. (iii). 4 số chia hết cho 3.

Để tổng 3 số chia hết cho 3 ta có các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 chữ số đều chia hết cho 3 có: 4^3 (cách).

TH2: Cả 3 số chia cho 3 dư 1 có: 5^3 (cách).

TH3: Cả 3 số chia cho 3 dư 2 có: 5^3 (cách).

TH4: Trong 3 số có một số chia hết cho 3; một số chia cho 3 dư 1; một số chia 3 dư 2 được ba người viết lên bảng nên có: $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3!$ (cách).

Gọi biến cố E : “Tổng 3 số chia hết cho 3”.

Ta có $n(E) = 4^3 + 5^3 + 5^3 + 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3! = 914$.

Vậy xác suất cần tìm: $P(E) = \frac{914}{14^3} = \frac{457}{1372}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1623. Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{2}{91}$.

B. $\frac{12}{91}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{24}{91}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố lấy được ba quả cầu màu xanh.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^3$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^3$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{91}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1624. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 16]$.

Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{683}{2048}$.

B. $\frac{1457}{4096}$.

C. $\frac{19}{56}$.

D. $\frac{77}{512}$.

Lời giải.

Gọi 3 số cần viết ra là a, b, c . Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 16^3$.

Chia các số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 16]$ thành ba tập

— $X = \{3; 6; 9; 12; 15\}$ là những số chia hết cho 3 có 5 số.

— $Y = \{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$ là những số chia cho 3 dư 1, có 6 số.

— $Z = \{2; 5; 8; 11; 14\}$ là những số chia cho 3 dư 2, có 5 số.

Ta thấy ba số a, b, c do A, B, C viết ra có tổng chia hết cho 3 ứng với hai trường hợp sau

— Cả ba số a, b, c thuộc cùng một tập, số cách chọn là $5^3 + 5^3 + 5^3 = 466$.

— Cả ba số a, b, c thuộc ba tập khác nhau, số cách chọn là $3! \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 = 900$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{466 + 900}{16^3} = \frac{683}{2048}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1625. Tổ toán trường THPT Lý Thái Tổ có 4 thầy và 6 cô. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 3 người tham gia lớp tập huấn hè 2018. Biết rằng cơ hội được đi của các thầy cô là như nhau. Tính xác suất để 3 người được chọn trong đó có cả thầy và cô.

A. $\frac{11}{15}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố chọn 3 người trong đó có cả thầy và cô.

Tổng số cách chọn 3 thầy cô trong 10 thầy cô là $|\Omega| = C_{10}^3 = 120$.

Ta xét hai trường hợp sau:

— TH1: Trong 3 người được chọn có 1 thầy 2 cô. Ta có $n_1 = C_4^1 \cdot C_6^2 = 60$.

— TH2: Trong 3 người được chọn có 2 thầy 1 cô. Ta có $n_2 = C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$.

Suy ra, ta có $n_A = n_1 + n_2 = 96$.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{n_A}{|\Omega|} = \frac{4}{5}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1626. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ một tổ có 9 học sinh. Biết rằng xác suất chọn được 2 học sinh nữ bằng $\frac{5}{18}$, hỏi tổ có bao nhiêu học sinh nữ?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Gọi số học sinh nữ là n ($2 \leq n < 9, n \in \mathbb{N}$).

Chọn bất kỳ 2 học sinh ta có $C_9^2 = 36$ cách.

Để chọn 2 học sinh được 2 học sinh nữ có $C_n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$ cách.

Xác suất để chọn được 2 học sinh nữ là $\frac{n(n+1)}{72} = \frac{5}{18} \Leftrightarrow n = 4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1627. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số lập từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp X . Xác suất để số chọn ra có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{25}{2916}$.

B. $\frac{105}{4096}$.

C. $\frac{35}{8748}$.

D. $\frac{25}{17496}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập X là 6^8 .

Để tạo ra số có đúng ba chữ số 1, các chữ số còn lại đôi một khác nhau và hai chữ số chẵn không đứng cạnh nhau ta làm như sau:

— Sắp xếp 5 chữ số lẻ trong đó có 3 chữ số 1 ta có $\frac{5!}{3!} = 20$ cách xếp.

— Với mỗi cách sắp xếp như thế sẽ tạo ra 6 chỗ để đưa vào các chữ số chẵn. Chẳng hạn như

□ 1 □ 1 □ 1 □ 3 □ 5 □

— Để tạo ra số thỏa yêu cầu bài toán ta xếp các chữ số 2; 4; 6 vào 6 chỗ trên sao cho mỗi ô trống chỉ chứa đúng 1 chữ số. Như vậy có $A_6^3 = 120$

Vậy xác suất đề bài cần tìm là $P = \frac{20 \times 120}{6^8} = \frac{25}{17496}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1628. Có hai thùng đựng rượu Bầu Đá, một loại rượu nổi tiếng của thị xã An Nhơn, tỉnh Bình Định. Thùng thứ nhất đựng 10 chai gồm 6 chai rượu loại một và 4 chai rượu loại hai. Thùng thứ hai đựng 8 chai gồm 5 chai rượu loại một và 3 chai rượu loại hai. Lấy ngẫu nhiên mỗi thùng một chai, tính xác suất để lấy được ít nhất 1 chai rượu loại một. Biết rằng các chai rượu giống nhau về hình thức (rượu loại một và loại hai chỉ khác nhau về nồng độ cồn) và khả năng được chọn là như nhau.

A. $\frac{7}{9}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{20}$.

D. $\frac{17}{20}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 10 \cdot 8 = 80$.

Gọi A là biến cố "Lấy được ít nhất 1 chai rượu loại một".

Số trường hợp thuận lợi cho A là $n(A) = 6 \cdot 5 + 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 68$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{17}{20}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1629. Cho hai hộp, hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng, hộp thứ hai chứa 3 bi đỏ và n bi vàng ($n \in \mathbb{N}$). Khi chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, xác suất để chọn được hai bi khác màu là $\frac{7}{15}$. Số bi vàng trong hộp thứ hai là?

A. $n = 12$.

B. $n = 10$.

C. $n = 7$.

D. $n = 5$.

Lời giải.

Không gian mẫu $|\Omega| = 12 \cdot (n + 3)$.

Gọi A là biến cố chọn được hai bi khác màu.

Ta có $P(A) = \frac{5n + 7 \cdot 3}{12(n + 3)} = \frac{7}{15} \Rightarrow n = 7$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1630. Người dân Bình Định truyền nhau câu ca dao:

*"Muốn ăn bánh ít lá gai
Lấy chồng Bình Định sợ dài đường đi."*

Muốn ăn bánh ít lá gai thì bạn phải tìm về với xứ Tuy Phước - Bình Định. Nơi đây nổi tiếng trứ danh với món bánh nghe cái tên khá lạ lẫm "Bánh ít lá gai" và hương vị làm say đắm lòng người. Trong một lô sản phẩm trưng bày bánh ít lá gai ở hội chợ ẩm thực huyện Tuy Phước gồm **40 chiếc bánh**, **25 chiếc bánh** có nhiều hạt mè và **15 chiếc bánh** có ít hạt mè, một du khách chọn ngẫu nhiên **5 chiếc bánh**, tính xác suất để du khách đó chọn được **ít nhất 2** chiếc bánh có nhiều hạt mè (các chiếc bánh có khả năng được chọn là như nhau).

A. $\frac{1990}{2109}$.

B. $\frac{1800}{2109}$.

C. $\frac{1184}{2109}$.

D. $\frac{1892}{2109}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố có ít nhất 2 chiếc bánh có nhiều mè.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố có 1 chiếc bánh hoặc không có chiếc bánh nào có nhiều mè.

Số cách chọn 4 chiếc ít mè và 1 chiếc bánh nhiều mè là $C_{15}^4 \cdot C_{25}^1$.

Số cách chọn cả 5 chiếc ít mè là C_{15}^5 .

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{15}^4 \cdot C_{25}^1 + C_{15}^5}{C_{40}^5} = \frac{1990}{2109}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1631. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Tính xác suất sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

A. $\frac{17}{25}$.

B. $\frac{27}{52}$.

C. $\frac{253}{325}$.

D. $\frac{1771}{2600}$.

Lời giải.

Để bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị thì phải rút được ba thẻ sao cho trong đó không có hai thẻ nào là hai số tự

nhiên liên tiếp.

Số phần tử của không gian mẫu (số cách rút ba thẻ bất kì) là: C_{26}^3 .

Số cách rút ba thẻ có đúng 2 số tự nhiên liên tiếp:

Chọn các bộ hai số tự nhiên liên tiếp: $(1; 2), (2; 3), \dots (25; 26)$.

Nếu chọn hai thẻ là $(1; 2)$ và $(25; 26)$ thì có 2 cách, thẻ còn lại không được là 3 hoặc 24. Vậy ở trường hợp này có tất cả $2(26 - 3) = 46$ cách chọn.

Nếu chọn hai thẻ là $(2; 3), (3; 4), \dots (24; 25)$ thì có 23 cách, thẻ còn lại chỉ có $26 - 4 = 22$ cách. Vậy ở trường hợp này có tất cả $23 \cdot 22 = 506$ cách chọn.

Số cách rút ba thẻ trong đó ba thẻ đều là ba số tự nhiên liên tiếp là 24 cách.

Suy ra có $C_{26}^3 - 46 - 506 - 24 = 2024$ cách rút được ba thẻ sao cho trong đó không có hai thẻ nào là hai số tự nhiên liên tiếp.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{2024}{C_{26}^3} = \frac{253}{325}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1632. Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 7 quả cầu màu xanh và 5 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 3 quả cầu chọn ra cùng màu trắng bằng

A. $\frac{7}{44}$.

B. $\frac{35}{22}$.

C. $\frac{9}{44}$.

D. $\frac{1}{22}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n_{\Omega} = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: “Chọn được ba quả cầu cùng màu”. Ta có $n(A) = C_7^3 + C_5^3 = 45$.

$$P(A) = \frac{45}{220} = \frac{9}{44}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1633. Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x, y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

A. $P = 0,452$.

B. $P = 0,435$.

C. $P = 0,4525$.

D. $P = 0,4245$.

Lời giải.

Gọi A_i là biến cố “ người thứ i ghi bàn”, với $i = 1, 2, 3$. Ta có A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x$, $P(A_2) = y$ và $P(A_3) = 0,6$.

Gọi A là biến cố: “ Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”.

B : “ Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”.

C : “ Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”.

Ta có $\bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,4(1-x)(1-y)$. Do đó

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) \Leftrightarrow 0,976 = 1 - 0,4(1-x)(1-y) \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50}. \quad (1)$$

Tương tự $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, suy ra

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \Leftrightarrow 0,336 = 0,6xy \Leftrightarrow xy = \frac{14}{25} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2) và điều kiện } x > y \text{ ta có } \begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x + y = \frac{3}{2} \\ x > y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,8 \\ y = 0,7 \end{cases}.$$

Ta có $C = \overline{A_1}A_2A_3 + A_1\overline{A_2}A_3 + A_1A_2\overline{A_3}$. Do đó

$$P(C) = (1-x)y \cdot 0,6 + x(1-y) \cdot 0,6 + xy \cdot 0,4 = 0,452.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1634. Đội thanh niên xung kích của trường THPT Lý Thánh Tông có 15 học sinh gồm 4 học sinh khối 10, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong đội xung kích để làm nhiệm vụ trực tuần. Tính xác suất để chọn được 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh?

A. $\frac{91}{96}$.

B. $\frac{48}{91}$.

C. $\frac{2}{91}$.

D. $\frac{222}{455}$.

Lời giải.

Chọn 4 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh có C_{15}^4 cách.

Chọn 4 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh sẽ có ba khả năng xảy ra.

— 2 học sinh lớp 10, 1 học sinh lớp 11, 1 học sinh lớp 12 có $C_4^2 \cdot 6 \cdot 5$ cách.

— 1 học sinh lớp 10, 2 học sinh lớp 11, 1 học sinh lớp 12 có $4 \cdot C_6^2 \cdot 5$ cách.

— 1 học sinh lớp 10, 1 học sinh lớp 11, 2 học sinh lớp 12 có $4 \cdot 6 \cdot C_5^2$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{C_4^2 \cdot 6 \cdot 5 + 4 \cdot C_6^2 \cdot 5 + 4 \cdot 6 \cdot C_5^2}{C_{15}^4} = \frac{48}{91}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1635. Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

A. $\frac{9}{55}$.

B. $\frac{2}{11}$.

C. $\frac{4}{11}$.

D. $\frac{5}{11}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

Gọi A_1 là biến cố lần thứ 1 lấy được quả cầu màu xanh.

Gọi A_2 là biến cố lần thứ 2 lấy được quả cầu màu xanh.

Ta có $P(A_1) = \frac{5}{11}$, $P(A_2) = \frac{4}{10}$. Vậy $P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) = \frac{2}{11}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1636. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A . Tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25.

A. $\frac{17}{81}$.

B. $\frac{43}{324}$.

C. $\frac{1}{27}$.

D. $\frac{11}{324}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau là $9 \cdot A_9^7$.

Trong các số trên, số tự nhiên chia hết cho 25 khi hai chữ số cuối chia hết cho 25. Vậy hai chữ số cuối có dạng 25 hoặc 50 hoặc 75.

— 2 chữ số cuối là 25, có $7 \cdot A_7^5$ số.

— 2 chữ số cuối là 50, có A_8^6 số.

— 2 chữ số cuối là 75, có $7 \cdot A_7^5$ số.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{7 \cdot A_7^5 + A_8^6 + 7 \cdot A_7^5}{9 \cdot A_9^7} = \frac{11}{324}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1637. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3.

A. 1.

B. 3.

C. $\frac{2}{3}$.D. $\frac{1}{3}$.**Lời giải.**Ta có $n(\Omega) = 6$.Gọi A : “Mặt có số chấm chia hết cho 3” $\Rightarrow A = \{3, 6\} \Rightarrow n(A) = 2$.Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1638. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{6}$.B. $\frac{1}{30}$.C. $\frac{29}{30}$.D. $\frac{5}{6}$.**Lời giải.**Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3$.Gọi A là biến cố có ít nhất một câu hình. $n(A) = C_4^1.C_6^2 + C_4^2.C_6^1 + C_4^3$. $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{6}$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1639. Trong một lớp có $2x + 3$ học sinh gồm Hùng, Hải, Hường và $2x$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến $2x + 3$, mỗi học sinh ngồi 1 ghế thì xác suất để số ghế của Hải bằng trung bình cộng số ghế của Hùng và số ghế của Hường là $\frac{12}{575}$. Tính số học sinh trong lớp.

A. 27.

B. 26.

C. 25.

D. 20.

Lời giải.Gọi Ω là không gian mẫu, ta có $|\Omega| = (2x + 3)!$.Gọi A là biến cố số ghế của Hải bằng trung bình cộng của Hường và Hùng.

Ta có Hường và Hùng phải có số ghế cùng tính chẵn lẻ, và khi số ghế của Hường và Hùng có cùng tính chẵn lẻ thì ghế của Hải là duy nhất.

Sắp xếp vị trí cho 3 bạn Hải, Hùng, Hường: $(x + 1)x + (x + 2)(x + 1) = 2(x + 1)^2$. $|A| = 2(x + 1)^2(2x)!$, $P(A) = \frac{2(x + 1)^2(2x)!}{(2x + 3)!} = \frac{x + 1}{(2x + 1)(2x + 3)}$.

$$P(A) = \frac{12}{575} \Leftrightarrow \frac{x + 1}{(2x + 1)(2x + 3)} = \frac{12}{575} \Leftrightarrow x = 11 \text{ (vì } x \in \mathbb{N}).$$

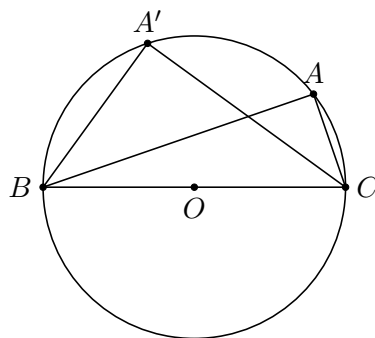
Vậy số HS của lớp là 25.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1640. Cho đa giác đều 18 cạnh. Nối tất cả các đỉnh với nhau. Chọn 2 tam giác trong số các tam giác vuông tạo thành từ 3 đỉnh trong 18 đỉnh. Xác suất để chọn được hai tam giác vuông có cùng chu vi là

A. $\frac{35}{286}$.B. $\frac{70}{143}$.C. $\frac{35}{143}$.D. $\frac{10}{33}$.**Lời giải.**

Xét hai tam giác vuông ABC và $A'BC$ có chung cạnh huyền và có chu vi bằng nhau. Đặt $\varphi = \widehat{ABC}$, $\varphi' = \widehat{A'BC}$, $0^\circ < \varphi, \varphi' < 90^\circ$.



Chu vi hai tam giác bằng nhau khi

$$\begin{aligned} BC(\sin \varphi + \cos \varphi) &= BC(\sin \varphi' + \cos \varphi') \\ \Leftrightarrow \sin(\varphi + 45^\circ) &= \sin(\varphi' + 45^\circ) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi = \varphi' \\ \varphi = 90^\circ - \varphi' \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra hai tam giác ABC và $A'BC$ bằng nhau. Gọi $\mathcal{S}$ là tập hợp tất cả các tam giác vuông, ta có $|\mathcal{S}| = 4C_9^2 = 144$ và

$$\mathcal{S} = \bigcup_{\varphi \in \Omega} S_\varphi$$

trong đó S_φ là tập hợp các tam giác vuông có một góc bằng φ , $\Omega = \{10^\circ; 20^\circ; 30^\circ; 40^\circ\}$. Dễ thấy

$$|S_{10^\circ}| = |S_{20^\circ}| = |S_{30^\circ}| = |S_{40^\circ}| = 4 \cdot 9 = 36.$$

Xác suất để chọn được hai tam giác có chu vi bằng nhau là

$$P = \frac{4 \cdot C_{36}^2}{C_{144}^2} = \frac{35}{143}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1641. Một người rút ngẫu nhiên ra 6 quân bài từ bộ bài tứ lơ khơ gồm 52 quân bài. Xác suất để rút được 6 quân bài trong đó có 1 tứ quý và 2 quân bài còn lại có chất khác nhau là

A. $\frac{C_{15}^1 \cdot C_{48}^1 \cdot C_{36}^1}{A_{52}^6}$. B. $\frac{C_{13}^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1}{A_{52}^6}$. C. $\frac{C_{15}^1 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1}{C_{52}^6}$. D. $\frac{C_{13}^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1}{C_{13}^1}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố người đó bốc được 1 tứ quý và 2 quân bài còn lại có chất khác nhau.

Không gian mẫu $|\Omega| = C_{52}^6$.

Bộ bài gồm có 13 tứ quý, do đó số cách chọn 1 tứ quý để người đó rút trúng là C_{13}^1 .

Với 1 tứ quý đã chọn, bộ bài còn lại 48 quân bài chia thành 4 chất, mỗi chất gồm 12 quân bài. Do đó, số cách chọn 2 quân bài còn lại có chất khác nhau để người đó rút trúng là $C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1$.

Vì vậy $|\Omega_A| = C_{13}^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1$. Do đó $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{13}^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1}{C_{52}^6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1642. Một ban đại diện gồm 5 người được thành lập từ 10 người có tên sau đây: Lan, Mai, Minh, Thu, Miên, An, Hà, Thanh, Mơ, Nga. Tính xác suất để ít nhất 3 người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ M.

A. $\frac{5}{252}$. B. $\frac{1}{24}$. C. $\frac{5}{21}$. D. $\frac{11}{42}$.

Lời giải.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^5$.

Gọi A là biến cố: “ít nhất 3 người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ M”.

— Trường hợp 1: Có đúng 3 người tên bắt đầu bằng chữ M.

Chọn 3 người có tên bắt đầu bằng chữ M: có C_4^3 cách chọn.

Chọn 2 người trong 6 người còn lại: có C_6^2 cách chọn. Suy ra có $C_4^3 \cdot C_6^2$ cách chọn.

— Trường hợp 2: Có đúng 4 người tên bắt đầu bằng chữ M.

Chọn 4 người có tên bắt đầu bằng chữ M: có C_4^4 cách chọn.

Chọn 1 người trong 6 người còn lại: có C_6^1 cách chọn. Suy ra có $C_4^4 \cdot C_6^1$ cách chọn.

Suy ra $n(A) = C_4^3 \cdot C_6^2 + C_4^4 \cdot C_6^1 = 66$.

Vậy

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{66}{C_{10}^5} = \frac{11}{42}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1643. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S . Xác suất để chọn được một số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước và ba chữ số đứng giữa đôi một khác nhau.

A. $\frac{77}{15000}.$

B. $\frac{7}{2500}.$

C. $\frac{11}{648}.$

D. $\frac{11}{15000}.$

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 90000$.

Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S ta được $n(\Omega) = C_{90000}^1$.

Gọi biến cố A : “Chọn được một số mà trong số đó, chữ số đứng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước và ba chữ số đứng giữa đôi một khác nhau”.

Gọi số cần chọn có dạng $\overline{abcde}$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{N}$ và $1 \leq a \leq b < c < d \leq e \leq 9$.

Đặt $a_1 = a - 1$, $e_1 = e + 1$, ta có $0 \leq a_1 < b < c < d < e_1 \leq 10$.

Số các bộ số có dạng a_1bcde_1 với $0 \leq a_1 < b < c < d < e_1 \leq 10$ là C_{11}^5 .

Với mỗi bộ số có dạng a_1bcde_1 ta được một số dạng $\overline{abcde}$, nên $n(A) = C_{11}^5$.

Vậy $P(A) = \frac{C_{11}^5}{C_{90000}^1} = \frac{77}{15000}.$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1644. Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất chọn được 2 bi cùng màu là

A. $\frac{40}{9}.$

B. $\frac{4}{9}.$

C. $\frac{1}{9}.$

D. $\frac{5}{9}.$

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố 2 bi được chọn cùng màu, ta có $n(A) = C_5^2 + C_4^2 = 16$.

Vậy xác suất chọn được 2 bi cùng màu là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{9}.$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1645. Một hộp chứa 13 quả bóng gồm 6 quả bóng màu xanh và 7 quả bóng màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp đó. Xác suất để 2 quả bóng chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{8}{13}.$

B. $\frac{6}{13}.$

C. $\frac{5}{13}.$

D. $\frac{7}{13}.$

Lời giải.

Xác suất để chọn ra 2 quả bóng cùng màu là $\frac{C_6^2 + C_7^2}{C_{13}^2} = \frac{6}{13}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1646. Từ các chữ số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, lập một số bất kì gồm 3 chữ số. Tính xác suất để số nhận được chia hết cho 6.

- A. $\frac{2}{7}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

- Số các số có 3 chữ số được lập là 6^3 .
- Gọi số có 3 chữ số chia hết cho 6 là $\overline{abc}$. Ta có $\overline{abc}$ chia hết cho 6 $\Leftrightarrow \overline{abc}$ chia hết cho 2 và 3.
 - Có 3 cách chọn c .
 - Có 6 cách chọn b .
 - Do $a + b + c$ chia hết cho 3 nên có 2 cách chọn a .

Suy ra có 36 số có 3 chữ số lập từ $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ chia hết cho 6.

- Xác suất cần tìm là $\frac{36}{6^3} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1647. Một hộp có 5 bi đen và 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi từ hộp đó. Xác suất 2 bi được chọn đều cùng màu là

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Xác suất 2 bi được chọn cùng màu là $\frac{C_5^2 + C_4^2}{C_9^2} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1648. Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ vua. Người dành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất dành chiến thắng.

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Để cuộc thi kết thúc thì cần tối đa thêm 3 ván đấu nữa diễn ra. Khi đó xảy ra các trường hợp sau:

- Ván thứ nhất: người thứ nhất thắng. Khi đó người thứ nhất thắng đủ 5 ván, người thứ hai mới thắng 2 ván nên cuộc thi dừng lại. Kết quả chung cuộc người thứ nhất dành chiến thắng.
- Ván thứ nhất: người thứ nhất thua, tiếp tục ván thứ hai thì người thứ nhất thắng. Khi đó người thứ nhất thắng đủ 5 ván, người thứ hai mới thắng 3 ván nên cuộc thi dừng lại. Kết quả chung cuộc người thứ nhất dành chiến thắng.
- Ván thứ nhất và ván thứ hai người thứ nhất thua, ván thứ ba người thứ nhất thắng. Khi đó người thứ nhất thắng đủ 5 ván, người thứ hai mới thắng 4 ván nên cuộc thi dừng lại. Kết quả chung cuộc người thứ nhất dành chiến thắng.
- Ván thứ nhất, ván thứ hai và ván thứ ba người thứ nhất đều thua. Khi đó người thứ nhất thắng 4 ván, người thứ hai đã thắng 5 ván nên cuộc thi dừng lại. Kết quả chung cuộc người thứ hai dành chiến thắng.

Trong 4 trường hợp trên chỉ có 3 trường hợp đầu là người thứ nhất dành chiến thắng. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 1649. Trong kỳ thi THPT Quốc gia, bài thi môn Toán có 50 câu hỏi trắc nghiệm khách quan dạng bốn lựa chọn và chỉ có một lựa chọn đúng, mỗi câu đúng được 0,2 điểm. Sau khi làm chắc chắn đúng 30 câu hỏi, bạn An khoanh ngẫu nhiên đáp án 20 câu còn lại. Tính xác suất để bạn An được đúng 7 điểm.

- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^5$.
 B. $C_{20}^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{15}$.
 C. $\left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{15}$.
 D. $C_{50}^{30} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{35} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{15}$.

Lời giải.

Ta thấy sau khi làm được chắc chắn đúng 30 câu hỏi, bạn An đã chắc chắn được 6 điểm. Vậy để đạt được đúng 7 điểm, bạn An phải làm đúng được đúng 5 câu trong số 20 câu còn lại. Chọn 5 câu đúng từ 20 câu có C_{20}^5 cách. Xác suất để chọn được đáp án đúng là $\frac{1}{4}$, xác suất chọn được đáp án sai là $\frac{3}{4}$.

Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có xác suất để bạn An được đúng 7 điểm là $C_{20}^5 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{15}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1650. Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

- A. $\frac{C_8^3 \cdot A_5^2}{3^8}$.
 B. $\frac{C_2^5}{A_3^8}$.
 C. $\frac{C_8^3 \cdot A_2^5}{A_3^8}$.
 D. $\frac{C_8^3 \cdot 2^5}{3^8}$.

Lời giải.

Chọn 3 người vào quầy 1 có C_8^3 cách. Mỗi hành khác còn lại đều có 2 cách vào quầy (quầy 2 hoặc 3). Vậy xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất là $\frac{C_8^3 \cdot 2^5}{3^8}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1651. Một đoàn tàu gồm ba toa đồ sân ga. Có 5 hành khách lên tàu. Mỗi hành khách độc lập với nhau. Chọn ngẫu nhiên một toa. Tìm xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu.

- A. $\frac{50}{81}$.
 B. $\frac{20}{81}$.
 C. $\frac{10}{81}$.
 D. $\frac{20}{243}$.

Lời giải.

Trường hợp 1: 1 toa 1 người và 2 toa mỗi toa 2 người: $C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^2$.

Trường hợp 2: 1 toa 3 người và 2 toa mỗi toa 1 người: $C_3^1 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1$.

Vậy xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu là

$$P = \frac{C_3^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^2 + C_3^1 \cdot C_5^3 \cdot C_2^1}{3^5} = \frac{50}{81}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1652. Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập X . Tính xác suất để số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $Y = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và ba số này đứng cạnh nhau, có số chẵn đứng giữa hai số lẻ.

- A. $P = \frac{37}{63}$.
 B. $P = \frac{25}{189}$.
 C. $P = \frac{25}{378}$.
 D. $P = \frac{37}{945}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = A_{10}^6 - A_9^5$. Ký hiệu 3 số của tập Y đứng cạnh nhau có số chẵn đứng giữa hai số lẻ là D . Số cách chọn D là $2A_3^2$. Xem D như là một chữ số. Với mỗi số D , ta tìm số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau lấy trong tập $U = \{D, 0, 6, 7, 8, 9\}$ sao cho luôn có mặt số D .

Xét số nhận cả 0 đứng đầu. A có 4 cách xếp vào 4 vị trí, các số còn lại có A_5^3 cách chọn. Số cách

chọn là $4A_5^3$. Xét số có dạng $\overline{0b_2b_3b_4}$. Số cách chọn là $3A_4^2$.

$$\text{Các số cần lập là } 2A_3^2(4A_5^3 - 3A_4^2). \text{ Vậy } P = \frac{2A_3^2(4A_5^3 - 3A_4^2)}{A_{10}^6 - A_9^5} = \frac{37}{945}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1653. Từ các chữ số $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, lập một số bất kì gồm 3 chữ số. Tính xác suất để số nhận được chia hết cho 6.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{2}{7}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu chọn một số bất kì gồm 3 chữ số $\Rightarrow |\Omega| = 6^3$.

Gọi A là biến cố chọn số có 3 chữ số và chia hết cho 6.

Số chia hết cho 6 là số chia hết cho cả 2 và 3 (vì 2 và 3 là số nguyên tố cùng nhau).

Chọn chữ số hàng đơn vị có 3 cách chọn.

Chọn chữ số hàng chục có 6 cách chọn.

Chọn chữ số hàng trăm (chọn sao cho tổng 3 chữ số chia hết cho 3) có 2 cách chọn.

Suy ra $|A| = 3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1654. Một hộp chứa 13 quả bóng gồm 6 quả bóng màu xanh và 7 quả bóng màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả bóng từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{6}{13}$.

B. $\frac{8}{13}$.

C. $\frac{7}{13}$.

D. $\frac{5}{13}$.

Lời giải.

$$\text{Xác suất để chọn ra 2 quả bóng cùng màu là } \frac{C_6^2 + C_7^2}{C_{13}^2} = \frac{6}{13}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1655. Cho $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$; $E = \{\overline{a_1a_2a_3a_4} \mid a_1; a_2; a_3; a_4 \in A, a_1 \neq 0\}$. Lấy ngẫu nhiên một phần tử thuộc E . Tính xác suất để phần tử đó là số chia hết cho 5.

A. $\frac{13}{49}$.

B. $\frac{5}{16}$.

C. $\frac{13}{48}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Số cách chọn 1 phần tử thuộc E là $7 \cdot 8^3 \Rightarrow |\Omega| = 3584$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 5".

Khi đó $|\Omega_A| = 7 \cdot 8^2 \cdot 2 = 896$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{896}{3584} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1656. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{95}{408}$.

B. $\frac{313}{408}$.

C. $\frac{5}{102}$.

D. $\frac{13}{408}$.

Lời giải.

Số kết quả chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp là $n(\Omega) = C_18^5 = 8568$.

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng."

$$\Rightarrow n(A) = C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1 + C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2 = 1995.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1995}{8568} = \frac{95}{408}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1657. Trong một tổ có 3 học sinh nữ và 7 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để lập nhóm tham gia trò chơi dân gian. Xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là

A. $\frac{7}{20}$.

B. $\frac{7}{60}$.

C. $\frac{7}{10}$.

D. $\frac{7}{30}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “3 học sinh được chọn có cả nam và nữ”.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Ta có $n(A) = C_{10}^3 - C_3^3 - C_7^3 = 84$.

Xác suất cần tìm $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{84}{120} = \frac{7}{10}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1658. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$.

B. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

C. $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

D. $\frac{A_5^4}{C_8^4}$.

Lời giải.

Chọn 4 học sinh trong 13 học sinh có $n(\Omega) = C_{13}^4$.

Gọi biến cố A : “Chọn 4 học sinh nam trong 5 học sinh nam” có $n(A) = C_5^4$.

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1659. Có 3 chiếc hộp A, B, C . Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{13}{30}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{39}{70}$.

Lời giải.

Xác suất để chọn hộp A là $\frac{1}{3}$, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\frac{4}{7}$.

Suy ra xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7}$.

Tương tự, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp B , hộp C lần lượt là $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}$, $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4}$.

Vậy xác suất để lấy được bi đỏ là $P = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{39}{70}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1660. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có một học sinh nữ là

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{1}{210}$.

C. $\frac{13}{14}$.

D. $\frac{209}{210}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố chọn được 4 học sinh trong đó luôn có một học sinh nữ.

Số khả năng chọn được 4 học sinh là C_{10}^4 .

Số cách chọn được 4 học sinh không có học sinh nữ nào là C_6^4 .

Suy ra số cách chọn được 4 học sinh trong đó luôn có một học sinh nữ là $C_{10}^4 - C_6^4$.

Vậy $P(A) = \frac{C_{10}^4 - C_6^4}{C_{10}^4} = \frac{13}{14}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1661. Có 5 học sinh lớp A , 5 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào hai dãy ghế đối diện nhau mỗi dãy 5 ghế (xếp mỗi học sinh một ghế). Tính xác suất để 2 học sinh bất kì ngồi đối diện nhau khác lớp.

A. $\frac{(5!)}{10!}$.

B. $\frac{5!}{10!}$.

C. $\frac{2(5!)^2}{10!}$.

D. $\frac{2^5 \cdot (5!)^2}{10!}$.

Lời giải.

Gọi D là biến cố để xếp được học sinh thỏa mãn 2 học sinh bất kì ngồi đối diện nhau khác lớp.

Số cách sắp xếp 10 học sinh hai trường A, B vào chỗ là $10!$.

Ta đi tìm số cách sắp xếp 10 học sinh thỏa mãn bài toán.

Không mất tính tổng quát ta có thể xét trường hợp sau

Học sinh thứ nhất của trường A có 10 cách chọn ghế

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ nhất trường A có 5 cách.

Chọn học sinh thứ hai trường A có 8 cách chọn ghế.

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ hai trường A có 4 cách.

Chọn học sinh thứ ba trường A có 6 cách chọn ghế.

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ ba trường A có 3 cách.

Chọn học sinh thứ tư trường A có 4 cách chọn ghế.

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ tư trường A có 2 cách.

Chọn học sinh thứ năm trường A có 2 cách chọn ghế.

Chọn học sinh trường B ngồi đối diện học sinh thứ năm trường A có 1 cách.

Vậy có $10 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 2^5 \cdot (5!)^2$.

Do đó $P(D) = \frac{2^5 \cdot (5!)^2}{10!}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1662. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Tính xác suất trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu.

Ta có số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố trong 3 học sinh được chọn không có học sinh nữ.

$$\begin{aligned} n(\bar{A}) &= C_6^3 \\ \Rightarrow P(\bar{A}) &= \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{5} \\ \Rightarrow P(A) &= 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1663. Một nhóm học sinh đi dự hội nghị có 5 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C được xếp ngẫu nhiên vào một bàn tròn, mỗi học sinh ngồi một ghế. Tính xác suất để không có 2 học sinh nào cùng lớp ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{1}{42}$.

B. $\frac{7}{126}$.

C. $\frac{1}{126}$.

D. $\frac{5}{126}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu, ta có $n(\Omega) = 9!$.

Gọi X là biến cố không có 2 học sinh nào cùng lớp ngồi cạnh nhau.

Chọn một học sinh lớp 12A làm mốc và xếp vào một chỗ.

4 học sinh lớp 12A còn lại xếp vào 4 vị trí cách nhau một chỗ: có $4!$ cách.

Còn lại 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C xếp vào 5 chỗ trống: có $5!$ cách.

Suy ra có $4! \cdot 5! = 2880$ cách sắp xếp, hay $n(X) = 2880$.

Vậy xác suất cần tính là

$$P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{2880}{9!} = \frac{1}{126}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1664. Một lô hàng có 100 sản phẩm, trong đó có: 50 sản phẩm loại 1, 30 sản phẩm loại 2 và 20 sản phẩm loại 3. Tính xác suất để trong 15 sản phẩm lấy ra có ít nhất 2 loại (kết quả lấy 6 chữ số phần thập phân).

A. 0,999991.

B. 0,999990.

C. 0,999992.

D. 0,999993.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: “Trong 15 sản phẩm lấy ra có ít nhất 2 loại”.

$$\text{Khi đó: } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{50}^{15} + C_{30}^{15} + C_{20}^{15}}{C_{100}^{15}} \approx 0,999991.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1665. Cho A là tập hợp gồm các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để số được chọn có các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 mà các chữ số 1, 2, 3, 4 sắp theo thứ tự tăng dần.

A. $\frac{5}{243}$.

B. $\frac{1}{32}$.

C. $\frac{1}{243}$.

D. $\frac{1}{216}$.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên có 9 chữ số khác nhau là $\overline{a_1 a_2 \dots a_9}$.

Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^8$.

Xếp chữ số 0 có 8 cách (từ a_2 đến a_9).

Chọn 4 vị trí để xếp các chữ số 1, 2, 3, 4 theo thứ tự tăng dần có C_8^4 cách.

Xếp các chữ số còn lại vào 4 vị trí còn lại có A_5^4 cách.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } \frac{8 \cdot C_8^4 \cdot A_5^4}{9 \cdot A_9^8} = \frac{5}{243}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1666. Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

A. $\frac{252}{1147}$.

B. $\frac{26}{1147}$.

C. $\frac{12}{1147}$.

D. $\frac{126}{1147}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu bằng số cách rút 10 tấm thẻ từ 40 tấm thẻ, hay $n(\Omega) = C_{40}^{10}$.

Gọi A là biến cố “lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6”.

Trong các số từ 1 đến 40 có 20 số lẻ, 6 số chia hết cho 6 và 14 số chẵn không chia hết cho 6.

Số cách chọn 5 số lẻ trong số 20 số lẻ là C_{20}^5 .

Số cách chọn 1 số chia hết cho 6 là C_6^1 .

Số cách chọn 4 số chẵn còn lại là C_{14}^4 .

Vậy số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_{20}^5 \cdot C_6^1 \cdot C_{14}^4$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{20}^5 \cdot C_6^1 \cdot C_{14}^4}{C_{40}^{10}} = \frac{126}{1147}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1667. Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2.

A. 0,8533.

B. 0,5533.

C. 0,6533.

D. 0,2533.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10^5$.

Gọi A là biến cố “vé số được lấy không có chữ số 1 hoặc chữ số 2”.

Số vé xổ số mà không có chữ số 1 là 9^5 , số vé xổ số mà không có chữ số 2 là 9^5 , số vé xổ số mà không có cả chữ số 1 và 2 là 8^5 , nên số vé xổ số không có chữ số 1 hoặc chữ số 2 là $n(A) = 2 \cdot 9^5 - 8^5 = 85330$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 0,8533$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1668. Gieo hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc đó bằng 11 là

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{11}{36}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{18}$.

Lời giải.

Ta có $|\Omega| = 36$.

Các trường hợp tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc đó bằng 11 là (5;6), (6;5).

Vậy $P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1669. Vòng tứ kết UEFA Champions League mùa giải 2017 - 2018 có 8 đội bóng, trong đó có 3 đội của Tây Ban Nha, 2 đội của Anh và 1 đội của Đức. Cách thức bốc thăm là hai đội bất kỳ đều có thể gặp nhau.

Xác suất để có ít nhất một trận đấu của hai đội của cùng một quốc gia là

A. $\frac{5}{12}$.

B. $\frac{1}{7}$.

C. $\frac{5}{56}$.

D. $\frac{5}{28}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 = 28$.

Gọi A là biến cố: “có ít nhất một trận đấu của hai đội của cùng một quốc gia”.

Trường hợp 1: Hai đội của Tây ban nha cùng đá 1 trận, có C_3^2 cách sắp xếp.

Trường hợp 2: Hai đội của Anh cùng đá một trận, có C_2^2 cách sắp xếp.

Do đó $n(A) = C_3^2 + C_2^2 = 4$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1670. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 2018 đỉnh của đa giác đều 2018 cạnh. Xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác không nhọn bằng (*Làm tròn hai chữ số sau dấu phẩy*).

A. 0,65.

B. 0,75.

C. 0,55.

D. 0,70.

Lời giải.

TH1: Ba điểm được chọn tạo thành tam giác vuông:

Chọn 2 đỉnh không phải là đỉnh góc vuông có 1009 cách (Có 1009 đường chéo đi qua tâm hình tròn ngoại tiếp đa giác)

Chọn đỉnh còn lại có 2016 cách.

Số tam giác vuông là: $1009 \cdot 2016 = 2034144$.TH2: Ba điểm được chọn tạo thành tam giác tù (Giả sử tam giác ABC có góc A, C nhọn và góc B tù).Chọn đỉnh A có 2018 cách. Sau đó kẻ đường kính qua điểm vừa chọn chia đường tròn thành hai phần. Hai đỉnh còn lại nằm về cùng một phía so với đường kính vừa kẻ.Chọn hai đỉnh còn lại có $2 \cdot C_{1008}^2$.Ứng với mỗi tam giác, vai trò của hai góc nhọn là như nhau nên số tam giác tù được tạo thành là $\frac{2018 \cdot 2C_{1008}^2}{2} = 1024191504$.Số tam giác không nhọn được tạo thành là: $2034144 + 1024191504 = 1026225648$.Gọi A : "Chọn 3 đỉnh tạo thành một tam giác không nhọn" $\Rightarrow n(A) = 1026225648$.Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{2018}^3 = 1367622816$.Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 0,75$.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1671. Người ta dùng 18 cuốn sách bao gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa (các cuốn sách cùng loại thì giống nhau) để làm phần thưởng cho 9 học sinh $A, B, C, D, E, F, G, H, I$, mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại (không tính thứ tự các cuốn sách). Tính xác suất để hai học sinh A, B nhận được phần thưởng giống nhau

A. $\frac{5}{9}$.B. $\frac{7}{9}$.C. $\frac{5}{18}$.D. $\frac{7}{18}$.**Lời giải.**Giả sử có x quyển Toán ghép với Lý $\Rightarrow$ có $7 - x$ quyển Toán ghép với Hóa.Quyển Lý còn $6 - x$, ghép với $5 - (7 - x)$ quyển Hóa.Ta có phương trình $6 - x = -2 + x \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy có 4 học sinh nhận Toán và Lý, 3 học sinh nhận Toán và Hóa, 2 học sinh nhận Lý và Hóa.

 $\Rightarrow n(\Omega) = C_9^4 \cdot C_5^3 = 1260$.— Nếu A, B nhận sách Toán và Lý, có $C_7^2 \cdot C_5^3 = 210$.— Nếu A, B nhận sách Toán và Hóa, có $C_7^1 \cdot C_6^4 = 105$.— Nếu A, B nhận Lý và Hóa, có $C_7^3 = 35$.Vậy xác suất để A, B nhận thưởng giống nhau là $P = \frac{210 + 105 + 35}{1260} = \frac{5}{18}$.Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1672. Gieo 5 đồng xu cân đối đồng chất. Xác suất để được ít nhất 1 đồng xu lật sấp bằng

A. $\frac{5}{11}$.B. $\frac{8}{11}$.C. $\frac{31}{32}$.D. $\frac{1}{32}$.**Lời giải.**Vì mỗi đồng xu có 2 khả năng xuất hiện nên với 5 đồng xu thì có $|\Omega| = 2^5 = 32$ khả năng xuất hiện.Gọi A là biến cố gieo 5 đồng xu để được ít nhất 1 đồng xu lật sấp. Khi đó $\bar{A}$ là biến cố gieo được cả

5 đồng xu lật mặt ngửa.

Ta có $|\overline{A}| = 1$. Do đó có xác suất

$$P(\overline{A}) = \frac{|\overline{A}|}{|\Omega|} = \frac{1}{32}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \frac{31}{32}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1673. Một nhóm học sinh gồm 6 nam trong đó có Bình và 4 bạn nữ trong đó có An được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang dự lễ tổng kết năm học. Xác suất để xếp được hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là

A. $\frac{1}{5040}$.

B. $\frac{109}{60480}$.

C. $\frac{109}{30240}$.

D. $\frac{1}{280}$.

Lời giải.

Số cách xếp 10 bạn vào ghế ngồi là $|\Omega| = 10!$.

Gọi A là biến cố để “xếp được hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An”. Có hai trường hợp sau

— Trường hợp 1: An ngồi ở hai đầu.

Có hai cách xếp An.

Số cách xếp Bình là 5.

Số cách xếp 3 bạn nữ còn lại là $3!$.

Số cách xếp 5 bạn nam còn lại là $5!$.

Số cách xếp để An ngồi ở đầu hàng hoặc cuối hàng là $5! \cdot 3! \cdot 5 \cdot 2$.

— Trường hợp 2: An ngồi ở giữa.

Có hai cách xếp An.

Số cách xếp Bình là 4.

Số cách xếp 3 bạn nữ còn lại là $3!$.

Số cách xếp 5 bạn nam còn lại là $5!$.

Số cách xếp để An ngồi ở đầu hàng hoặc cuối hàng là $5! \cdot 3! \cdot 4 \cdot 2$.

Vậy số cách xếp để được hai bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Bình không ngồi cạnh An là $|A| = 5! \cdot 3! \cdot 5 \cdot 2 + 5! \cdot 3! \cdot 4 \cdot 2$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5! \cdot 3! \cdot 5 \cdot 2 + 5! \cdot 3! \cdot 4 \cdot 2}{10!} = \frac{1}{280}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1674. Có 3 bác sĩ và 7 y tá. Lập một tổ công tác gồm 5 người. Tính xác suất để lập tổ công tác gồm 1 bác sĩ làm tổ trưởng, 1 y tá làm tổ phó và 3 y tá làm tổ viên.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{0}{21}$.

C. $\frac{1}{14}$.

D. $\frac{20}{21}$.

Lời giải.

— Từ 3 bác sĩ và 7 y tá, số cách để lập ra một tổ gồm 5 người (có kể thứ tự) là $A_{10}^5 = 30240$ (cách).

— Chọn một trong ba bác sĩ làm tổ trưởng có 3 cách.

Chọn một trong bảy y tá làm tổ phó có 7 cách.

Chọn ba trong sáu y tá còn lại làm tổ viên (có kể thứ tự) có $A_6^3 = 120$ (cách).

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một tổ gồm 1 bác sĩ làm tổ trưởng, 1 y tá làm tổ phó và 3 y tá làm tổ viên là $3 \cdot 7 \cdot 120 = 2520$ (cách).

Khi đó xác suất để lập ra một tổ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{2520}{30240} = \frac{1}{12}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1675. Cho A là tập hợp tất cả các số có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Lấy ngẫu nhiên một số từ A . Tính xác suất để lấy được một số luôn có mặt hai chữ số 1; 7 và hai chữ số đó đứng kề nhau, chữ số 1 nằm bên trái chữ số 7.

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{5}{14}$.

C. $\frac{3}{28}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Lời giải.

Số các số có năm chữ số lập được là $7 \cdot A_7^4 = 5880$ số.

Xét tập hợp A các số có dạng $\overline{abcde}$, ta xét các trường hợp

— $a = 1$, có một cách sắp xếp cặp 17, ba vị trí còn lại có $A_6^3 \Rightarrow$ có $1 \cdot A_6^3 = 120$ số.

— $a \neq 1$, khi đó a có 5 cách chọn do $a \neq 0; 1; 7$.

Xếp cặp 17 có 3 cách, hai vị trí còn lại có $A_5^2 \Rightarrow$ có $5 \cdot 3 \cdot A_5^2 = 300$ số.

Khi đó tập hợp A có $120 + 300$ số $\Rightarrow P(A) = \frac{420}{5880} = \frac{1}{14}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1676. Một hộp đựng 12 viên bi, trong đó có 7 viên bi màu đỏ, 5 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên một lần 3 viên bi. Tính xác suất để lấy được 3 viên bi màu xanh.

A. $\frac{1}{11}$.

B. $\frac{1}{22}$.

C. $\frac{2}{11}$.

D. $\frac{3}{22}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: “lấy được 3 viên bi màu xanh”. Ta có $|\Omega_A| = C_5^3 = 10$.

Vậy $P(A) = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1677. Xếp 10 quyển sách tham khảo gồm 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách Tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có 2 quyển Toán T_1 và T_2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách Tiếng Anh xếp giữa hai quyển sách Toán, đồng thời 2 quyển Toán T_1 và T_2 luôn cạnh nhau.

A. $\frac{1}{600}$.

B. $\frac{1}{450}$.

C. $\frac{1}{300}$.

D. $\frac{1}{210}$.

Lời giải.

Số cách xếp 10 quyển sách tham khảo bất kì là: $10!$.

Số cách xếp thỏa mãn bài toán: $2 \cdot 5!A_3^3 \cdot 3$.

2 quyển Toán T_1 và T_2 coi như 1 vị trí (có 2 cách xếp), như vậy có 5 vị trí cho sách Toán.

Xếp sách Toán trước: có $5!$ cách.

Giữa các quyển sách Toán có 4 vị trí trống, ta xếp 3 sách Anh: có A_4^3 cách.

Xếp quyển sách Văn cuối cùng: có 3 vị trí.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{2 \cdot 5!A_4^3 \cdot 3}{10!} = \frac{1}{210}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1678. Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ bảy chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy một số thuộc S . Tính xác suất để lấy được một số chẵn và trong mỗi số đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5.

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{11}{70}$.

C. $\frac{4}{45}$.

D. $\frac{16}{105}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập S là $n(S) = A_7^4 - A_6^3 = 720$.

Gọi $n = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4} \in S$ là số chẵn và trong đó có $a_3 + a_2 = 5$.

Khi đó $\{a_3, a_2\} \in \{\{0, 5\}; \{1, 4\}; \{2, 3\}\}$.

Ta có các trường hợp sau

- Trường hợp $a_4 = 0$. Khi đó, $\overline{a_2 a_3}$ có 4 cách chọn vì $\overline{a_2 a_3} \in \{14, 41, 23, 32\}$. Còn lại a_1 có 4 cách chọn. Vì thế có $4 \times 4 = 16$ số.
- Trường hợp $a_4 = 2$.
 - +) Nếu $\overline{a_2 a_3} \in \{05, 50\}$ thì a_1 có 4 cách chọn. Như thế có $2 \times 4 = 8$ số.
 - +) Nếu $\overline{a_2 a_3} \in \{14, 41\}$ thì a_1 có 3 cách chọn. Như thế có $2 \times 3 = 6$ số.
 Do đó, trong trường hợp này có tất cả $8 + 6 = 14$ số.
- Trường hợp $a_4 = 4$.
 - +) Nếu $\overline{a_2 a_3} \in \{05, 50\}$ thì a_1 có 4 cách chọn. Như thế có $2 \times 4 = 8$ số.
 - +) Nếu $\overline{a_2 a_3} \in \{23, 32\}$ thì a_1 có 3 cách chọn. Như thế có $2 \times 3 = 6$ số.
 Do đó, trong trường hợp này có tất cả $8 + 6 = 14$ số.
- Trường hợp $a_4 = 6$.
 - +) Nếu $\overline{a_2 a_3} \in \{05, 50\}$ thì a_1 có 4 cách chọn. Như thế có $2 \times 4 = 8$ số.
 - +) Nếu $\overline{a_2 a_3} \in \{14, 41, 23, 32\}$ thì a_1 có 3 cách chọn. Như thế có $4 \times 3 = 12$ số.
 Do đó, trong trường hợp này có tất cả $8 + 12 = 20$ số.

Tóm lại, có tất cả $16 + 14 + 14 + 20 = 64$ số chẵn có 4 chữ số khác nhau và trong mỗi số có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5.

Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{64}{720} = \frac{4}{45}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1679. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_6^1 \cdot C_4^2 + C_6^2 \cdot C_4^1 = 96$.

Gọi A là biến cố tam giác thu được có hai đỉnh màu đỏ. Ta có $n(A) = C_6^2 \cdot C_4^1 = 60$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1680. Việt và Nam cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2016, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì Việt và Nam đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 12 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tìm xác suất để Việt và Nam có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{1}{18}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = (C_3^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1)^2$.

Có 3 cặp gồm hai môn tự chọn mà chỉ có đúng một môn chung.

Số cách chọn môn thi của Việt và Nam để có đúng một môn thi tự chọn là $C_3^1 \cdot 2! = 6$.

Ứng với một cách chọn môn thi của Việt và Nam thì số cách chọn mã đề để có đúng chung một mã đề là $C_{12}^1 \cdot C_{12}^1 \cdot 1 \cdot C_{12}^1$.

$$\text{Xác suất cần tính là } P = \frac{6 (C_{12}^1)^3}{(C_3^2 \cdot C_{12}^1 \cdot C_{12}^1)^2} = \frac{1}{18}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1681. Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ.

Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{11}{57}$.

B. $\frac{11}{7}$.

C. $\frac{251}{285}$.

D. $\frac{46}{57}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi A là biến cố: “có ít nhất 1 đoàn viên nữ”.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: “không có đoàn viên nữ”.

Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $n(\overline{A}) = C_{12}^3$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3} = \frac{46}{57}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1682. Một đề thi môn Toán có 50 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời, trong đó có đúng một phương án là đáp án. Học sinh chọn đúng đáp án được 0,2 điểm, chọn sai đáp án không được điểm. Một học sinh làm đề thi đó, chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời của tất cả 50 câu hỏi, xác suất để học sinh đó được 5,0 điểm bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{C_{50}^{25} \cdot (C_3^1)^{25}}{(C_4^1)^{50}}$.

C. $\frac{A_{50}^{25} \cdot (A_3^1)^{25}}{(A_4^1)^{50}}$.

D. $\frac{1}{16}$.

Lời giải.

Học sinh được 5,0 điểm khi trả lời đúng 25 câu và trả lời sai 25 câu.

Gọi A là biến cố: “Học sinh được 5,0 điểm”.

Số phần tử của không gian mẫu là $(C_4^1)^{50}$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{50}^{25} \cdot (C_3^1)^{25}$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{50}^{25} \cdot (C_3^1)^{25}}{(C_4^1)^{50}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1683. Một hộp có 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10. Lấy ngẫu nhiên 2 viên từ hộp đó. Tính xác suất để 2 viên lấy ra có tổng 2 số trên chúng là một số lẻ.

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là tập tất cả các khả năng lấy ra 2 viên bi, do đó $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A là biến cố chọn được 2 viên bi mà tổng số trên chúng là số lẻ. Suy ra A là tập các khả năng lấy được 2 viên mà số trên chúng khác tính chẵn lẻ. Từ đó $n(A) = C_5^1 \cdot C_5^1 = 25$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ bằng } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1684. Cho đa giác lồi n cạnh ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 5$). Lấy ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Biết rằng xác suất để 4 đỉnh lấy ra tạo thành một tứ giác có tất cả các cạnh đều là đường chéo của đa giác đã cho bằng $\frac{30}{91}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $n \in [13; 15]$. B. $n \in [10; 12]$. C. $n \in [7; 9]$. D. $n \in [16; 18]$.

Lời giải.

Không gian mẫu là tập các khả năng lấy ra 4 đỉnh trong n đỉnh, do đó $n(\Omega) = C_n^4$.

Gọi A là biến cố 4 đỉnh lấy ra tạo thành tứ giác có các cạnh đều là đường chéo. Để đếm số phần tử của A , ta làm như sau.

Kí hiệu các đỉnh của đa giác là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Để chọn được một tứ giác thỏa mãn yêu cầu, ta thực hiện qua các công đoạn

- Chọn một đỉnh: có n cách chọn.
- Chọn ba đỉnh còn lại. Giả sử công đoạn một ta chọn đỉnh A_1 , ba đỉnh còn lại là A_i, A_j, A_k . Thế thì 3 đỉnh A_i, A_j, A_k phải thỏa mãn $3 \leq i < j - 1 < k - 2 \leq n - 3$. Suy ra số cách chọn 3 đỉnh A_i, A_j, A_k bằng số cách lấy ra 3 số phân biệt trong $(n - 3) - 3 + 1 = n - 5$ số, tức là có C_{n-5}^3 cách.

Vậy số tứ giác có các cạnh đều là đường chéo là $n \cdot C_{n-5}^3$. Tuy nhiên, trong số này mỗi tứ giác ta đếm lặp 4 lần. Do đó số tứ giác có các cạnh đều là đường chéo bằng $\frac{n \cdot C_{n-5}^3}{4}$.

Từ đó $n(A) = \frac{n \cdot C_{n-5}^3}{4}$. Theo giả thiết suy ra

$$P(A) = \frac{n \cdot C_{n-5}^3}{4 \cdot C_n^4} = \frac{30}{91} \Leftrightarrow n = 15.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1685. Một bảng khóa điện tử của phòng học gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Một người không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để người đó mở được cửa phòng học.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{72}$. C. $\frac{1}{90}$. D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải.

Nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển cho ta một chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử. Do đó, không gian mẫu gồm các chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử và $n(\Omega) = A_{10}^3 = 720$. Gọi A là biến cố: “Nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10”.

Các bộ số thỏa mãn điều kiện này là $(0, 1, 9); (0, 2, 8); (0, 3, 7); (0, 4, 6); (1, 2, 7); (1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 3, 5)$. Do có tất cả 8 bộ số thỏa mãn nên số phần tử của biến cố A là $n(A) = 8$.

Vậy xác suất người đó mở được cửa là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{720} = \frac{1}{90}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1686. Trong thư viện có 3 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 3 quyển sách hóa, 3 quyển sách sinh. Biết các quyển sách cùng môn giống nhau. Xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp?

- A. 308664. B. 16800. C. 369600. D. 295176.

Lời giải.

Số cách xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng là $\frac{12!}{(3!)^4}$.

Số cách xếp mà trong đó có 3 quyển của 1 loại sách đứng cạnh nhau là $4 \cdot \frac{10!}{(3!)^3}$.

Số cách xếp mà trong đó có 2 loại sách, 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là $C_4^2 \cdot \frac{8!}{(3!)^2}$.

Số cách xếp mà trong đó có 3 loại sách, 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là $C_4^3 \cdot \frac{6!}{3!}$.

Số cách xếp cả 4 loại sách mà 3 quyển sách mỗi loại đứng cạnh nhau là $4!$.

Vậy số cách xếp 12 quyển sách trên lên giá thành một hàng sao cho không có 3 quyển nào cùng môn đứng cạnh nhau là $\frac{12!}{(3!)^4} - 4 \cdot \frac{10!}{(3!)^3} + C_4^2 \cdot \frac{8!}{(3!)^2} - C_4^3 \cdot \frac{6!}{3!} + 4! = 308664$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1687. Cho đa giác đều 12 đỉnh, trong đó có 7 đỉnh tô màu đỏ và 5 đỉnh tô màu xanh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có các đỉnh là 3 trong 12 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để tam giác được chọn có 3 đỉnh cùng màu.

A. $P = \frac{9}{32}$.

B. $P = \frac{1}{10}$.

C. $P = \frac{9}{44}$.

D. $P = \frac{5}{24}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $|\Omega| = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố “tam giác được chọn có 3 đỉnh cùng màu”. Ta đếm số tam giác có các đỉnh đều là màu đỏ hoặc màu xanh.

Khi đó $|\Omega_A| = C_7^3 + C_5^3 = 45$.

Vậy $P(A) = \frac{45}{220} = \frac{9}{44}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1688. Trong kỳ thi THPT quốc gia, tại hội đồng thi X, trường THPT A có 5 thí sinh dự thi. Tính xác suất để có đúng 3 thí sinh của trường THPT A được xếp vào cùng một phòng thi, biết rằng hội đồng thi X gồm 10 phòng thi, mỗi phòng thi có nhiều hơn 5 thí sinh và việc xếp các thí sinh vào các phòng thi là hoàn toàn ngẫu nhiên.

A. $P = 0,081$.

B. $P = 0,064$.

C. $P = 0,076$.

D. $P = 0,093$.

Lời giải.

Mỗi thí sinh của trường A đều có thể ngồi ở một phòng bất kỳ trong 10 phòng nên $|\Omega| = 10^5$.

Gọi A là biến cố “Có đúng 3 thí sinh của trường THPT A được xếp vào cùng một phòng thi”.

Trước hết ta chọn 3 trong 5 thí sinh rồi xếp 3 thí sinh đó vào 1 phòng. Có $C_5^3 \cdot C_{10}^1$ cách.

Hai thí sinh còn lại xếp ngẫu nhiên vào 9 phòng còn lại, có 9^2 cách. Vậy $|\Omega_A| = 9^2 \cdot C_5^3 \cdot C_{10}^1$.

Vậy $P(A) = \frac{9^2 \cdot C_5^3 \cdot C_{10}^1}{10^5} = 0,081$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1689. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

A. $\frac{49}{54}$.

B. $\frac{5}{54}$.

C. $\frac{1}{7776}$.

D. $\frac{45}{54}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau là $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^8 = 3265920$.

Giả sử mỗi số lấy từ S có dạng $\overline{a_1 a_2 \dots a_9}$. Chữ số 0 có 7 vị trí được chọn, hai bên chữ số 0 là 2 chữ

số lẻ được chọn từ 5 chữ số 1, 3, 5, 7, 9 nên có $A_5^2 = 20$ cách chọn; tiếp tục sắp xếp 4 chữ số chẵn vào 4 vị trí từ 6 vị trí còn trống có $A_6^4 = 360$ cách; 2 vị trí còn lại ta có $A_3^2 = 6$ cách sắp xếp hai chữ số lẻ từ ba chữ số lẻ còn lại. Từ đó suy ra có $n(X) = 7 \cdot 20 \cdot 360 \cdot 6 = 302400$ cách chọn một số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy xác suất để chọn được số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P(x) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{302400}{3265920} = \frac{5}{54}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1690. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 4.

A. $\frac{20}{81}$.

B. $\frac{23}{81}$.

C. $\frac{8}{27}$.

D. $\frac{31}{108}$.

Lời giải.

Số các số có ba chữ số khác nhau bằng $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$.

Gọi $\overline{abc}$ là số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 4.

Vì $\overline{abc}$ chia hết cho 4 nên $\overline{bc}$ chia hết cho 4.

— Nếu $c = 0$ thì $b \in \{2; 4; 6; 8\}$ và a có 8 cách chọn. Vậy có $8 \cdot 4 = 32$ số.

— Nếu $b = 0$ thì $c \in \{4; 8\}$ và a có 8 cách chọn. Vậy có $8 \cdot 2 = 16$ số.

— Nếu $b \neq 0$ và $c \neq 0$ thì

– Số các số $\overline{bc} : 4$ là $(96 - 12) : 4 + 1 = 22$ số, trong đó có 4 số đã được đếm là 20, 40, 60, 80 và 2 số có hai chữ số giống nhau là 44, 88. Như vậy còn lại $22 - 6 = 16$ số.

– a có 7 cách chọn.

Vậy có $16 \cdot 7 = 112$ số.

Do đó có tất cả $32 + 16 + 112 = 160$ số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 4.

Vậy xác suất để số được chọn có ba chữ số khác nhau và nó chia hết cho 4 là $\frac{160}{648} = \frac{20}{81}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1691. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta = b^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b > 2\sqrt{2} \\ b < -2\sqrt{2} \end{cases}$.

Vì số chấm xuất hiện ở mỗi mặt của con súc sắc là một số tự nhiên từ 1 đến 6 nên $b \in \{3, 4, 5, 6\}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1692. Một người bắn 3 viên đạn. Xác suất để cả 3 viên trúng vòng 10 điểm là 0,008, xác suất để 1 viên trúng vòng 8 điểm là 0,15, xác suất để 1 viên trúng vòng dưới 8 điểm là 0,4. Tính xác suất để xạ thủ đạt ít nhất 28 điểm (biết rằng điểm tính cho mỗi vòng là các số nguyên không âm và không vượt quá 10).

A. 0,0365.

B. 0,0935.

C. 0,558.

D. 0,808.

Lời giải.

Gọi A, B, C, D lần lượt là các biến cố người đó bắn 1 viên đạn trúng vòng 10 điểm, 9 điểm, 8 điểm và dưới 8 điểm. Khi đó $P(A) = \sqrt[3]{0,008} = 0,2$, $P(C) = 0,15$ và $P(D) = 0,4$. Suy ra

$$P(B) = 1 - P(A) - P(C) - P(D) = 0,25.$$

Gọi E là biến cố xạ thủ đạt ít nhất 28 điểm. Khi đó các trường hợp thuận lợi cho biến cố E là

- Trường hợp 1: 3 viên đạn đều trúng vòng 10 điểm.
- Trường hợp 2: có 2 viên đạn trúng vòng 10 điểm và 1 viên đạn trúng vòng 9 điểm.
- Trường hợp 3: có 1 viên đạn trúng vòng 10 điểm và 2 viên đạn trúng vòng 9 điểm.
- Trường hợp 4: có 2 viên đạn trúng vòng 10 điểm và 1 viên đạn trúng vòng 8 điểm.

Vậy

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A \cdot A \cdot A) + 3 \cdot P(A \cdot A \cdot B) + 3 \cdot P(A \cdot B \cdot B) + 3 \cdot P(A \cdot A \cdot C) \\ &= P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) + 3 \cdot P(A) \cdot P(A) \cdot P(B) + 3 \cdot P(A) \cdot P(B) \cdot P(B) + 3 \cdot P(A) \cdot P(A) \cdot P(C) \\ &= 0,008 + 3 \cdot 0,01 + 3 \cdot 0,0125 + 3 \cdot 0,006 \\ &= 0,0935. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1693. Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{1}{15}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Không gian mẫu có số phần tử là C_{10}^2 .

Số trường hợp thuận lợi cho biến cố “hai người được chọn đều là nữ” là C_3^2 .

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1694. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 3 quả cầu màu vàng và 8 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 3 quả cầu chọn ra có ít nhất một quả cầu màu đỏ bằng

- A. $\frac{10}{13}$. B. $\frac{12}{13}$. C. $\frac{11}{13}$. D. $\frac{9}{13}$.

Lời giải.

Có C_{15}^3 cách chọn ra 3 quả trong 15 quả cầu.

Có C_7^3 cách chọn ra 3 quả trong 15 quả cầu mà không có quả nào màu đỏ.

Do vậy, có $C_{15}^3 - C_7^3 = 420$ cách chọn ra 3 quả cầu trong 15 quả cầu mà có ít nhất một quả màu đỏ.

Vậy, xác suất để 3 quả cầu chọn ra có ít nhất một quả cầu màu đỏ bằng $P = \frac{420}{C_{15}^3} = \frac{12}{13}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1695. Trong vòng loại một cuộc thi chạy 1000 m có 9 bạn tham gia trong đó có 2 bạn lớp A_1 , 3 bạn lớp A_2 và 4 bạn đến từ các lớp khác nhau. Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên thành một hàng ngang để xuất phát. Tính xác suất sao cho không có học sinh nào cùng lớp đứng kề nhau.

- A. $\frac{1}{26}$. B. $\frac{85}{252}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{401}{1260}$.

Lời giải.

Gọi 3 bạn lớp A_2 là M_2, N_2, P_2 , hai bạn lớp A_1 là M_1, N_1 .

Số cách xếp ngẫu nhiên 9 bạn vào cùng một hàng ngang là $9!$ cách.

Nhận xét: Số cách xếp sao cho không có bạn nào cùng lớp bằng số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau trừ đi số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau và hai bạn M_1, N_1 đứng cạnh nhau.

- ① Đếm số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau.

Đầu tiên ta xếp ba bạn M_2, N_2, P_2 đứng cạnh nhau, có $3! = 6$ cách. Xét trường hợp ba bạn này được xếp theo thứ tự M_2, N_2, P_2 .

Tiếp theo, ta xếp các bạn còn lại vào sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau. Gọi $x_1; x_2; x_3; x_4$ lần lượt là số bạn xếp phía bên trái M_2 , giữa M_2, N_2 , giữa N_2, P_2 và bên phải P_2 . Số nghiệm nguyên của phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$, trong đó $x_2 \geq 1, x_3 \geq 1, x_1 \geq 0, x_4 \geq 0$, bằng số nghiệm nguyên của phương trình $x_1 + x'_2 + x'_3 + x_4 = 4$, trong đó $x_1 \geq 0, x_4 \geq 0, x'_2 = x_2 - 1 \geq 0, x'_3 = x_3 - 1 \geq 0$. Suy ra có 28 trường hợp x_1, x_2, x_3, x_4 .

Vậy, nếu tính cả các hoán vị, ta có số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau là $6.28.6! = 120960$ cách.

- ② Đếm số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau và hai bạn M_1, N_1 đứng cạnh nhau.

Đầu tiên ta xếp ba bạn M_2, N_2, P_2 đứng cạnh nhau, có $3! = 6$ cách. Xét trường hợp ba bạn này được xếp theo thứ tự M_2, N_2, P_2 .

Vì M_1, N_1 đứng ở vị trí liên tiếp nên ta có thể coi M_1, N_1 là một bạn P_1 nào đó. Ta sẽ xếp P_1 và 4 bạn khác lớp còn lại vào sao cho M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau.

Gọi $y_1; y_2; y_3; y_4$ lần lượt là số bạn xếp phía bên trái M_2 , giữa M_2, N_2 , giữa N_2, P_2 và bên phải P_2 .

Số nghiệm nguyên của phương trình $y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 5$, trong đó $y_2 \geq 1, y_3 \geq 1, y_1 \geq 0, y_4 \geq 0$, bằng số nghiệm nguyên của phương trình $y_1 + y'_2 + y'_3 + y_4 = 3$, trong đó $y_1 \geq 0, y_4 \geq 0, y'_2 = y_2 - 1 \geq 0, y'_3 = y_3 - 1 \geq 0$. Suy ra có 19 trường hợp $y_1; y_2; y_3; y_4$.

Vậy, nếu tính cả các hoán vị, ta có số cách xếp sao cho ba bạn M_2, N_2, P_2 không đứng cạnh nhau và hai bạn M_1, N_1 đứng cạnh nhau là $6.19.2!.4! = 5472$ cách.

Vậy, xác suất sao cho không có học sinh nào cùng lớp đứng kề nhau là:

$$P = \frac{120960 - 5472}{9!} = \frac{401}{1260}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1696. Một bình đựng 8 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để có ít nhất 2 viên bi xanh là bao nhiêu?

A. $\frac{28}{55}$.

B. $\frac{14}{55}$.

C. $\frac{41}{55}$.

D. $\frac{42}{55}$.

Lời giải.

Gọi A, B lần lượt là biến cố lấy được đúng 2 viên bi xanh và lấy được đúng 3 viên bi xanh. Khi đó biến cố lấy được ít nhất 2 viên bi xanh là $A \cup B$. Ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{C_8^2 \cdot C_4^1}{C_{12}^3} + \frac{C_8^3 \cdot C_4^0}{C_{12}^3} = \frac{42}{55}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1697. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 50 câu. Mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một học sinh chuẩn bị bài không tốt nên làm bài bằng cách: với mỗi câu, chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Tính xác suất để học sinh đó trả lời sai cả 50 câu.

A. $(0,25)^{50}$.

B. $(0,75)^{50}$.

C. $(0,8)^{50}$.

D. $(0,2)^{50}$.

Lời giải.

Xác suất để học sinh chọn sai một câu là $\frac{3}{4}$.

Khi đó, xác suất để học sinh chọn sai cả 50 câu là

$$\underbrace{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdots \frac{3}{4}}_{50} = \left(\frac{3}{4}\right)^{50} = (0,75)^{50}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1698. Một hộp có 5 viên bi đỏ và 9 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để chọn được 2 viên bi khác màu là

A. $\frac{15}{22}$.

B. $\frac{46}{91}$.

C. $\frac{45}{91}$.

D. $\frac{11}{45}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{14}^2$.

Gọi A là biến cố: “chọn được 2 viên bi khác màu” thì $n(A) = C_5^1 \cdot C_9^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_5^1 \cdot C_9^1}{C_{14}^2} = \frac{45}{91}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1699. Lớp 11B có 20 học sinh gồm 12 nữ và 8 nam. Cần chọn ra 2 học sinh của lớp đi lao động. Tính xác suất để chọn được 2 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

A. $\frac{48}{95}$.

B. $\frac{14}{95}$.

C. $\frac{33}{95}$.

D. $\frac{47}{95}$.

Lời giải.

Cần chọn ra 2 học sinh của lớp đi lao động, ta có $|\Omega| = C_{20}^2 = 190$. cách chọn.

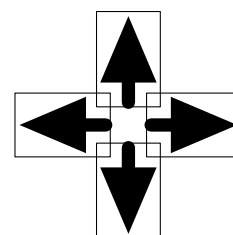
Chọn được 2 học sinh trong đó có cả nam và nữ, ta có $|\Omega_A| = C_{12}^1 C_8^1 = 96$.

Xác suất $P(A) = \frac{96}{190} = \frac{48}{95}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1700.

Bạn A chơi game trên máy tính điện tử, máy có bốn phím di chuyển như hình vẽ bên. Mỗi lần nhấn phím di chuyển, nhân vật trong game sẽ di chuyển theo hướng mũi tên và độ dài các bước đi luôn bằng nhau. Tính xác suất để sau bốn lần di chuyển, nhân vật trong game trở về đúng vị trí ban đầu.



A. $\frac{9}{64}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

Số cách di chuyển tùy ý từ 4 phím với 4 lần bấm phím là 4^4 . Để nhân vật về vị trí ban đầu có 2 trường hợp.

— Mỗi phím bấm 1 lần, có $4! = 24$ cách.

— Bấm 2 lần phím lên trên và 2 lần phím xuống dưới, hoặc bấm 2 lần phím sang trái và 2 lần phím sang phải, có $6 + 6 = 12$ cách.

Xác suất cần tìm là $\frac{24 + 12}{4^4} = \frac{9}{64}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1701. Có 10 thẻ được đánh số $1, 2, \dots, 10$. Bốc ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số lẻ.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{7}{9}$.

C. $\frac{5}{18}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải.Lấy ngẫu nhiên 2 thẻ $\Rightarrow |\Omega| = C_{10}^2 = 45$.

Xét biến cố A: "Tích hai số ghi trên hai thẻ là một số lẻ".

Tích hai số là số lẻ $\Leftrightarrow$ Cả hai số là số lẻ.Trong các số $1, 2, \dots, 10$ có 5 số chẵn và 5 số lẻ.Chọn 2 số lẻ $\Rightarrow$ Có $C_5^2 = 10$ cách chọn. $\Rightarrow |A| = 10$.

Vậy $P(A) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1702. Có 25 bạn học sinh được chia thành 2 nhóm A và B, sao cho trong mỗi nhóm đều có nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi nhóm một học sinh. Tính xác suất để hai học sinh được chọn có cả nam và nữ. Biết rằng xác suất chọn được hai học sinh nam là 0,57.

A. 0,59.

B. 0,02.

C. 0,41.

D. 0,23.

Lời giải.Gọi số học sinh của 2 nhóm A, B lần lượt là $x, y \Rightarrow x + y = 25, x, y \in \mathbb{N}^*$.Không mất tính tổng quát ta giả sử $x < y \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq x \leq 12 \\ 13 \leq y \leq 23. \end{cases}$ Gọi số học sinh nam của 2 nhóm A, B lần lượt là $m, n \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq x - 1 \\ 1 \leq n \leq y - 1. \end{cases}$ Ta có xác suất chọn được hai học sinh nam là $\frac{mn}{xy} = 0,57 \Leftrightarrow mn = \frac{57}{100}xy \Rightarrow xy:100$.Từ điều kiện suy ra $x = 5, y = 20 \Rightarrow mn = 57 \Rightarrow m = 3, n = 19$.Vậy xác suất để chọn được một nam và một nữ là $\frac{2}{5} \cdot \frac{19}{20} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{20} = 0,41$.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1703. Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{53}{56}$.

B. $\frac{9}{28}$.

C. $\frac{19}{28}$.

D. $\frac{3}{56}$.

Lời giải.Không gian mẫu $|\Omega| = C_9^3 C_6^3 C_3^3 = 1680$.

Gọi A là biến cố "Ba đội bóng Việt Nam ở 3 bảng khác nhau."

Ta có $|\Omega_A| = C_3^1 C_2^1 C_1^1 C_6^2 C_4^2 C_2^2 = 3! C_6^2 C_4^2 = 540$.

Ta có $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{540}{1680} = \frac{9}{28}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1704. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Tính xác suất để tứ giác chọn được là hình chữ nhật.

A. $\frac{6}{323}$.

B. $\frac{3}{323}$.

C. $\frac{15}{323}$.

D. $\frac{14}{323}$.

Lời giải.Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{20}^4$.

Chọn hai đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác ta có 4 đỉnh của hình chữ nhật. Số cách chọn là C_{10}^2 .

$$\text{Khi đó } P = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{3}{323}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1705. Cho đa giác đều n đỉnh (n lẻ, $n \geq 3$). Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P = \frac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_n^3$.

Giả sử chọn được một tam giác tù ABC với góc A nhọn, B tù và C nhọn.

Chọn một đỉnh bất kì lấy làm đỉnh A có n cách. Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Kẻ đường kính AA' , chia đường tròn thành hai phần (trái và phải). Do n lẻ nên A' không phải là đỉnh của đa giác đều.

Để tạo thành tam giác tù thì hai đỉnh còn lại được chọn sẽ hoặc cùng nằm bên trái hoặc cùng nằm bên phải.

Số cách chọn hai đỉnh cùng ở một bên là $2C_{\frac{n-1}{2}}^2$.

Ứng với mỗi tam giác vai trò góc nhọn của A và C như nhau nên số tam giác tù tạo thành là

$$\frac{n \cdot 2C_{\frac{n-1}{2}}^2}{2} = n \cdot C_{\frac{n-1}{2}}^2.$$

$$\text{Ta có } P = \frac{n \cdot C_{\frac{n-1}{2}}^2}{C_n^3} = \frac{45}{62} \Leftrightarrow \frac{n \left(\frac{n-1}{2} \right) \left(\frac{n-1}{2} - 1 \right)}{2} \cdot \frac{6}{n(n-1)(n-2)} = \frac{45}{62} \Leftrightarrow n = 33.$$

Vậy số các ước nguyên dương của $n = 33$ là 4.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1706. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn một tiết mục. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.

A. $\frac{10}{21}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{13}{21}$.

D. $\frac{4}{21}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố chọn được 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.

Số cách chọn 5 học sinh bất kỳ từ ba lớp

$$n(\Omega) = C_9^5 = 126.$$

Số cách chọn nhóm 5 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B và 1 học sinh lớp 12C

$$C_4^3 \cdot C_3^1 \cdot C_2^1 = 24.$$

Số cách chọn nhóm 5 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B và 1 học sinh lớp 12C

$$C_4^2 \cdot C_3^2 \cdot C_2^1 = 36.$$

Số cách chọn nhóm 5 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C

$$C_4^2 \cdot C_3^1 \cdot C_2^2 = 18.$$

Số cách chọn được 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A

$$n(A) = 24 + 36 + 18 = 78.$$

Xác suất chọn được 5 học sinh sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{78}{126} = \frac{13}{21}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1707. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 7 quả cầu màu đỏ và 8 quả cầu màu xanh. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu cùng màu.

A. $\frac{6}{13}.$

B. $\frac{1}{7}.$

C. $\frac{7}{15}.$

D. $\frac{7}{30}.$

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105.$

Số khả năng chọn được hai quả cầu cùng màu là $C_7^2 + C_8^2 = 49.$

Vậy xác suất cần tìm bằng $\frac{49}{105} = \frac{7}{15}.$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1708. Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu toàn màu xanh là

A. $\frac{3}{10}.$

B. $\frac{1}{15}.$

C. $\frac{1}{20}.$

D. $\frac{1}{30}.$

Lời giải.

$$n(\Omega) = C_{10}^3 = 120.$$

Gọi A: “Lấy được 3 quả cầu toàn màu xanh”.

$$n(A) = C_4^3 = 4.$$

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{30}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1709. Tổ Toán trường THPT Hậu Lộc 2 gồm 6 thầy và 4 cô. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 3 người trong tổ đi chấm thi. Xác suất để 3 người được chọn có cả thầy và cô là

A. $\frac{11}{15}.$

B. $\frac{4}{5}.$

C. $\frac{4}{15}.$

D. $\frac{1}{5}.$

Lời giải.

$$\text{Xác suất để 3 người được chọn có cả thầy và cô là } \frac{C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^1 \cdot C_4^2}{C_{10}^3} = \frac{4}{5}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1710. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, một nút được ghi một số tự nhiên từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số

tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng nếu bấm sai 3 lần liên tiếp của sẽ tự động khóa lại (không cho mở nữa).

A. $\frac{1}{15}$.

B. $\frac{189}{1003}$.

C. $\frac{631}{3375}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Số cách chọn ba số là $C_{20}^3 = 120$. Vì chọn ba số thì chỉ có một cách sắp xếp theo thứ tự tăng dần nên số cách chọn được ba số tạo thành dãy số tăng là 120 cách.

Để mở được cửa thì dãy số có thể là $\{0; 1; 9\}, \{0; 2; 8\}, \{0; 3; 7\}, \{0; 4; 6\}, \{1; 2; 7\}, \{1; 3; 6\}, \{1; 4; 5\}, \{2; 3; 5\}$.

Xác suất để mở cửa trong lần một là $\frac{8}{120}$.

Xác suất để mở được cửa trong lần hai (bỏ số đã bấm ở lần một) là $\frac{8}{119}$.

Xác suất để mở được cửa trong lần ba (bỏ số đã bấm ở hai lần trước) là $\frac{8}{118}$.

Vậy xác suất để mở được cửa phòng học là $\frac{8}{120} + \frac{112}{120} \cdot \frac{8}{119} + \frac{112}{120} \cdot \frac{111}{119} \cdot \frac{8}{118} = \frac{189}{1003}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1711. Một hộp chứa 7 viên bi đỏ và 9 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có đủ hai màu.

A. $\frac{63}{80}$.

B. $\frac{21}{80}$.

C. $\frac{17}{80}$.

D. $\frac{4}{63}$.

Lời giải.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Gọi A là biến cố lấy ra 3 viên bi có đủ hai màu, ta có hai trường hợp

Trường hợp 1: lấy ra 2 viên bi đỏ và 1 viên bi vàng, ta có $C_7^2 \cdot C_9^1 = 189$.

Trường hợp 2: lấy ra 1 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng, ta có $C_7^1 \cdot C_9^2 = 252$.

Từ đó suy ra xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{189 + 252}{560} = \frac{63}{80}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1712. Chọn ngẫu nhiên 6 số từ tập $M = \{1; 2; 3; \dots; 2018\}$. Tính xác suất để chọn được 6 số lập thành cấp số nhân tăng có công bội là một số nguyên dương.

A. $\frac{36}{C_{2108}^6}$.

B. $\frac{64}{C_{2108}^6}$.

C. $\frac{72}{C_{2108}^6}$.

D. $\frac{2018}{C_{2108}^6}$.

Lời giải.

Số cách chọn 6 số bất kì từ tập M là C_{2018}^6 .

Giả sử dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu tiên là u_1 ($u_1 \geq 1$) và công bội $q > 1$, suy ra số hạng $u_6 = u_1 \cdot q^5$.

Theo bài ra ta có $u_6 \leq 2018$. (*)

Trường hợp 1: $q = 2$, theo (*) ta có $u_1 \leq \frac{2018}{2^5} = 63,0625$, suy ra có 63 cách chọn u_1 , suy ra có 63 dãy số có công bội bằng 2.

Trường hợp 2: $q = 3$, theo (*) ta có $u_1 \leq \frac{2018}{3^5} = \frac{2018}{243} \approx 8,305$, suy ra có 8 cách chọn u_1 , suy ra có 8 dãy số có công bội bằng 3.

Trường hợp 3: $q = 4$, theo (*) ta có $u_1 \leq \frac{2018}{4^5} = \frac{2018}{1024} \approx 1,97$, suy ra có 1 cách chọn u_1 , suy ra có 1 dãy số có công bội bằng 4.

Trường hợp 4: $q = 5$, theo (*) ta có $u_1 \leq \frac{2018}{5^5} = 0,64576$, suy ra có 0 cách chọn u_1 .

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{63+8+1}{C_{2018}^6} = \frac{72}{C_{2018}^6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1713. Có 10 học sinh lớp A , 8 học sinh lớp B được xếp ngẫu nhiên vào một bản tròn (hai cách xếp được coi là giống nhau nếu cách xếp này là kết quả của cách xếp kia khi ta thực hiện phép quay bàn ở tâm một góc nào đó). Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.

A. $\frac{10!}{18!}$.

B. $\frac{9!A_{10}^8}{17!}$.

C. $\frac{7!}{17!}$.

D. $\frac{10!A_{11}^8}{18!}$.

Lời giải.

Để tránh đi các khả năng bị trùng khi ta thực hiện đếm thì ta thực hiện thao tác cố định một học sinh xác định ở lớp A tại 1 vị trí. Bây giờ ta chuyển về bài toán: *Xếp 9 học sinh lớp A và 8 học sinh lớp B thành một hàng dọc với bạn đứng đầu là một bạn C khác 17 bạn trên. Tính xác suất để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau.*

Không gian mẫu là $|\Omega| = 17!$.

Ta cần đếm số cách xếp để không có hai học sinh bất kì nào của lớp B đứng cạnh nhau, tức là giữa hai học sinh lớp B luôn có ít nhất một học sinh lớp A . Do đó ta thực hiện thuật toán để tính số cách xếp như sau:

- Chọn 8 vị trí bất kì trong 10 vị trí để xếp các học sinh lớp B và đánh số từ trái qua phải là $x_1, x_2, \dots, x_8$. Có C_{10}^8 cách chọn.
- Thêm vào ngay bên trái các vị trí x_i $i = 2, 3, \dots, 8$ một vị trí để cho một học sinh của lớp A xếp vào. Có 1 cách thêm.
- Xếp 8 học sinh lớp B vào 8 vị trí $x_1, x_2, \dots, x_8$. Có 8! cách xếp.
- Xếp 9 học sinh lớp A vào 9 vị trí còn lại. Có 9! cách xếp.

Vậy có $9! \cdot 8! \cdot C_{10}^8 = 9!A_{10}^8$ cách xếp thỏa mãn hay xác suất cần tìm là $\frac{9!A_{10}^8}{17!}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1714. Gọi A là tập hợp gồm các số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để số lấy được có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó.

A. $P = \frac{69}{574}$.

B. $P = \frac{23}{1120}$.

C. $P = \frac{271}{2296}$.

D. $P = \frac{23}{1148}$.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, $a \neq 0$, $d \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

- Trường hợp 1: $d = 0$ có $A_9^3 = 504$ số.
- Trường hợp 2: $d \in \{2; 4; 6; 8\}$ có $4 \cdot 8 \cdot A_8^2 = 1792$ số.

Khi đó không gian mẫu A có $504 + 1792 = 2296$ phần tử. Ta tìm số lượng số lấy từ tập A sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nó như sau:

- $d = 4$ có 1 số.
- $d = 6$ có $C_5^3 = 10$ số.
- $d = 8$ có $C_7^3 = 35$ số.

Khi đó xác suất cần tìm là $\frac{1+10+35}{2296} = \frac{23}{1148}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1715. Một đa giác lồi có 10 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác và nối chúng lại với nhau ta được một tam giác. Tính xác suất để tam giác thu được có ba cạnh là ba đường chéo của

đa giác đã cho.

A. $\frac{11}{12}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Gọi S là tập hợp các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác lồi.

Khi đó $|S| = C_{10}^3 = 120$.

Xét một tam giác thuộc S và có đúng một cạnh là cạnh của đa giác lồi. Đầu tiên, ta chọn một cạnh của đa giác làm cạnh của tam giác. Sau đó, ta chọn đỉnh còn lại của tam giác. Vì tam giác chỉ có đúng một cạnh là cạnh của đa giác nên ta có 6 cách chọn đỉnh còn lại. Do đó, số lượng tam giác có đúng một cạnh là cạnh của đa giác bằng $10 \cdot 6 = 60$.

Xét một tam giác thuộc S và có cả ba cạnh là cạnh của đa giác lồi. Để có tam giác như vậy, ta chọn một đỉnh bất kì của đa giác rồi nối với hai đỉnh kề với nó. Do đó, số lượng tam giác có cả ba cạnh là cạnh của đa giác bằng 10.

Vậy số tam giác có 3 cạnh là 3 đường chéo của đa giác là $120 - 60 - 10 = 50$.

Xác suất cần tính là $\frac{50}{120} = \frac{5}{12}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1716. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số: 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Xác suất để số chọn được là số chia hết cho 5 là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{30}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Số các phần tử của A là $n(A) = A_6^4$.

Gọi số tự nhiên lập được là $x = \overline{abcd}$.

Để x chia hết cho 5 thì $d = 5 \Rightarrow d$ có một cách chọn.

Chọn a, b, c có $A_5^3 \Rightarrow$ có A_5^3 số tự nhiên lập được chia hết cho 5.

Do đó xác suất để số được chọn chia hết cho 5 là $P = \frac{A_5^3}{A_6^4} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1717. Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

A. $\frac{3}{115}$.

B. $\frac{7}{920}$.

C. $\frac{27}{92}$.

D. $\frac{9}{92}$.

Lời giải.

Chọn 3 đoàn viên trong 25 đoàn viên có $n(\Omega) = C_{25}^3$ cách.

Gọi A : “trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ”

Khi đó $n(A) = C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{92}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1718. Đội học sinh giỏi trường THPT X gồm có 8 học sinh khối 12; 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là

A. $\frac{71128}{75582}$.

B. $\frac{35582}{3791}$.

C. $\frac{71131}{75582}$.

D. $\frac{143}{153}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “Trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố “Trong 8 học sinh được chọn chỉ có đúng 1 khối hoặc 2 khối”.

$$n(\Omega) = C_{19}^8 = 75582.$$

Số cách chọn chỉ có đúng 1 khối: C_8^8 .

Số cách chọn gồm cả hai khối 10 và 11: C_{11}^8 .

Số cách chọn gồm cả hai khối 11 và 12: $C_{14}^8 - C_8^8$.

Số cách chọn gồm cả hai khối 10 và 12: $C_{13}^8 - C_8^8$.

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_8^8 + [C_{11}^8 + (C_{14}^8 - C_8^8) + (C_{13}^8 - C_8^8)] = 4454.$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{4454}{75582}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{71128}{75582}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1719. Cho đa giác đều $2n$ đỉnh, lấy ngẫu nhiên một đường chéo của đa giác này thì xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất bằng $\frac{1}{9}$. Tìm n .

A. $n = 4$.

B. $n = 6$.

C. $n = 10$.

D. $n = 5$.

Lời giải.

Ta có đường chéo có độ dài lớn nhất của đa giác là đường chéo đi qua tâm $\Rightarrow$ đa giác có $2n$ đỉnh thì có n đường chéo lớn nhất.

Xác suất để đường chéo được chọn có độ dài lớn nhất: $\frac{n}{C_{2n}^2 - 2n} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow n = 6$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1720. Một đa giác đều có 24 đỉnh, tất cả các cạnh của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác, tính xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu.

A. $\frac{27}{1290}$.

B. $\frac{1}{24}$.

C. $\frac{190}{253}$.

D. $\frac{24}{115}$.

Lời giải.

$$|\Omega| = C_{24}^3.$$

Tam giác có ba cạnh cùng màu chính là tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác.

$$|\Omega_A| = C_{24}^3 - 24 - C_{24}^1 \cdot C_{20}^1.$$

$$\text{Vậy } P = \frac{C_{24}^3 - 24 - C_{24}^1 \cdot C_{20}^1}{C_{24}^3} = \frac{190}{253}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1721. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam.

A. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

B. $\frac{C_5^4}{C_8^4}$.

C. $\frac{A_5^4}{A_{13}^4}$.

D. $\frac{A_5^4}{A_8^4}$.

Lời giải.

Chọn 4 người trong 13 người có $n(\Omega) = C_{13}^4$ cách.

Gọi biến cố A : “4 người được chọn đều là nam” $\Rightarrow n(A) = C_5^4$ cách.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{C_5^4}{C_{13}^4}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1722. Cho đa giác đều (P) có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (P) , tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của (P) .

A. $\frac{5}{114}$.

B. $\frac{3}{38}$.

C. $\frac{7}{114}$.

D. $\frac{7}{57}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi biến cố A : “3 đỉnh lấy được tạo thành tam giác vuông không có cạnh nào là cạnh của (P) ”.

Trong 20 đỉnh có 10 đường kính, chọn 1 có 10 cách.

Chọn một đỉnh trong 14 đỉnh còn lại (trừ hai đỉnh thuộc đường kính, và 4 đỉnh kề với hai đỉnh đó) có 14 cách. Khi đó $n(A) = 10 \cdot 14 = 140$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{140}{C_{20}^3} = \frac{7}{57}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1723. Lớp 11L có 32 học sinh chia đều thành 4 tổ. Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang, lớp 11L, dự thi đường lên đỉnh Olympia. Xác suất để 5 bạn được chọn cùng một tổ là

A. $\frac{5}{32}$.

B. $\frac{5}{31}$.

C. $\frac{32}{24273}$.

D. $\frac{1}{899}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “5 bạn được chọn cùng một tổ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang”. Số cách chọn 5 học sinh bất kì trong lớp 11L đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang là: $n(\Omega) = C_{31}^5$.

32 học sinh chia đều thành 4 tổ nên mỗi tổ có 8 học sinh. Số cách chọn 5 học sinh cùng một tổ đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang là: $n(A) = 3 \cdot C_8^5 + C_7^5$.

Xác suất để 5 bạn được chọn cùng một tổ là: $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3 \cdot C_8^5 + C_7^5}{C_{31}^5} = \frac{1}{899}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1724. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\frac{47}{256}$.

B. $\frac{49}{256}$.

C. $\frac{51}{256}$.

D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “không có hai người liền kề cùng đứng”.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.

Để biến cố A xảy ra ta có các trường hợp sau:

— **Trường hợp 1:** Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1 + 8 = 9$.

— **Trường hợp 2:** Có 2 đồng xu ngửa.

2 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.

Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $C_8^2 - 8 = 20$.

— **Trường hợp 3:** Có 3 đồng xu ngửa.

Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau, có 8 khả năng.

Trong 3 đồng xu ngửa có đúng 2 đồng xu ngửa kề nhau, có $8 \cdot 4 = 32$ kết quả. Suy ra, số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$.

— **Trường hợp 4:** Có 4 đồng xu ngửa.

Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Như vậy: $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{47}{256}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1725. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau thuộc tập hợp A . Chọn ngẫu nhiên một số trong S . Tính xác suất để số được chọn là số tự nhiên chẵn, có mặt ba chữ số 0, 1, 2 và chúng đứng liền nhau.

A. $\frac{26}{735}$.

B. $\frac{23}{735}$.

C. $\frac{11}{147}$.

D. $\frac{4}{105}$.

Lời giải.

Số phần tử của S là $A_8^6 - A_7^5 = 17640$.

Số cần chọn có dạng $\overline{abcdef}$.

f là số chẵn nên có 4 cách chọn 0, 2, 4, 6. Ta chia thành hai trường hợp.

+ TH1: f là 4 hoặc 6. Chọn 5 chữ số còn lại và bắt buộc có 0, 1, 2 có $C_4^2 = 6$ cách. Hoán vị 5 chữ số đó sao cho 0, 1, 2 đứng cạnh nhau có $3! \cdot 3! = 36$ cách.

Xét TH số 0 đứng đầu, khi hoán vị sẽ có $2! \cdot 2! = 4$ cách.

Tóm lại TH này có $2 \times 6 \times (36 - 4) = 384$ cách.

+ TH2: f là 0 hoặc 2. Chọn 5 chữ số còn lại và bắt buộc có 0, 1, 2 có $C_5^3 = 10$. Hoán vị 5 chữ số đó sao cho 0, 1, 2 đứng cạnh nhau có $2! \cdot 3! = 12$ cách. TH này có $2 \times 10 \times 12 = 240$ cách.

Xác suất cần tìm là $\frac{240 + 384}{17640} = \frac{26}{735}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1726. Lớp 12M của trường THPT X có 40 học sinh gồm 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Nhân dịp kỉ niệm 87 năm ngày thành lập Đoàn, giáo viên chủ nhiệm cần chọn 15 học sinh để tham gia biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 15 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

A. $1 - \frac{C_{24}^{15} + C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

B. $1 - \frac{C_{24}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

C. $1 - \frac{C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

D. $\frac{C_{24}^{15} + C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là C_{40}^{15} .

Gọi A là biến cố “số học sinh được chọn có cả nam và nữ”.

Gọi $\overline{A}$ là biến cố “số học sinh được chọn không có đủ cả nam và nữ”.

Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $C_{24}^{15} + C_{16}^{15}$.

Xác suất của biến cố A là $1 - \frac{C_{24}^{15} + C_{16}^{15}}{C_{40}^{15}}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1727. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ thành một hàng dọc. Xác suất để **không** có bất kỳ hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau là

A. $\frac{1}{21}$.

B. $\frac{1}{126}$.

C. $\frac{1}{42}$.

D. $\frac{1}{252}$.

Lời giải.

$n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố “Không có bất kỳ hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau.”

$\Rightarrow n(A) = 2 \cdot 5! \cdot 5!$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{2 \cdot 5! \cdot 5!}{10!} = \frac{1}{126}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1728. Gieo đồng thời hai con xúc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con xúc sắc không vượt quá 5 bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{5}{18}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.

Biến cố A: “Tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện của hai con xúc sắc không vượt quá 5”.

$$A = \{(1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (3; 1), (3; 2), (4; 1)\} \Rightarrow n(A) = 10.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1729. Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

A. $\frac{9}{14}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{5}{14}$.

Lời giải.

Ta có nhận xét: Xác suất không thay đổi khi ta coi ba phần này có xếp thứ tự 1, 2, 3.

Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên như sau:

- Chọn 3 viên cho phần 1: có C_9^3 cách.
- Chọn 3 viên cho phần 2: có C_6^3 cách.
- Chọn 3 viên lại cho phần 3: có 1 cách.

Do đó số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_6^3 = 1680$.

Gọi A là biến cố không có phần nào gồm 3 viên cùng màu, khi đó ta chia các viên bi thành 3 bộ như sau:

- Bộ 1: 2 đỏ - 1 xanh: có $C_4^2 C_5^1$ cách chọn.
- Bộ 2: 1 đỏ - 2 xanh: có $C_2^1 C_4^2$ cách chọn.
- Bộ 3: gồm các viên bi còn lại (1 đỏ - 2 xanh).

Vì bộ 2 và 3 có các viên bi giống nhau để không phân biệt hai bộ này nên có $\frac{3!}{2!}$ sắp xếp 3 bộ vào 3 phần trên.

$$\text{Do đó } n(A) = \frac{3!}{2!} C_4^2 C_5^1 C_2^1 C_4^2 = 1080.$$

$$\text{Vậy xác suất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1080}{1680} = \frac{9}{14}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1730. Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

A. $\frac{56}{143}$.

B. $\frac{140}{429}$.

C. $\frac{1}{143}$.

D. $\frac{28}{715}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^5$.

Gọi biến cố A: “Chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ”.

$$\Rightarrow n(A) = C_7^2 \cdot C_8^3.$$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56}{143}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1731. Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp có chứa 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ là

- A. $\frac{5}{792}$. B. $\frac{5}{11}$. C. $\frac{4}{11}$. D. $\frac{5}{66}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp chứa 11 viên bi nên số cách chọn là $C_{11}^4 = 330$ khi đó số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 330$.

Gọi biến cố A: “4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ”. Khi đó $n(A) = C_5^2 \cdot C_6^2 = 150$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{150}{330} = \frac{5}{11}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1732. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{5}{21}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{5}{18}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$n(\Omega) = 6 \cdot 6! = 4320$.

Gọi A là biến cố số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau.

Trường hợp 1: Số 1, 2 nằm tại hai vị trí đầu. Có $2 \cdot 5! = 240$ số.

Trường hợp 2: Số 1, 2 không nằm tại hai vị trí đầu. Có $4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4! = 960$ số.

$$P(B) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1200}{4320} = \frac{5}{18}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1733. Lấy ngẫu nhiên một số có 4 chữ số đôi một phân biệt. Tính xác suất p để số được lấy không lớn hơn 2018.

- A. $p = \frac{85}{756}$. B. $p = \frac{510}{1134}$. C. $p = \frac{509}{4536}$. D. $p = \frac{84}{756}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 9A_9^3$. Gọi $\overline{abcd}$ là số có 4 chữ số đôi một phân biệt và $\overline{abcd} \leq 2018$.

Với $a = 2$, ta có $b = 0, c = 1, d = 3, 4, 5, 6, 7, 8$.

Với $a = 1$, có A_9^3 cách chọn các chữ số b, c, d .

$$\text{Vậy } p = \frac{6 + A_9^3}{9A_9^3} = \frac{85}{756}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1734. Một đề trắc nghiệm môn toán có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án chọn, trong đó có 1 phương án đúng, chọn phương án đúng thì câu đó được 0,2 điểm. Trong thời gian cho phép 90 phút bạn Lâm đã làm bài chắc chắn đúng 40 câu, 10 còn lại bạn trả lời ngẫu nhiên. Tính xác suất p để bạn Lâm được đúng 9 điểm.

- A. $p = \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot C_{10}^5$. B. $p = \left(\frac{1}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5$.
C. $p = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot C_{10}^5$. D. $p = \frac{1}{4} \cdot C_{10}^5$.

Lời giải.

Để được đúng 9 điểm Lân phải trả lời đúng 45 câu, trong đó có 5 câu trả lời ngẫu nhiên, xác suất để trả lời đúng một câu là 0,25. Xác suất để Lân trả lời đúng 5 câu trong 10 câu khi trả lời ngẫu nhiên là $p = C_{10}^5 0,25^5 \cdot 0,75^5$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1735. Mừng 3 Mậu Tuất vừa rồi ông Đại Gia đến chúc tết và lì xì cho 3 anh em trai tôi. Trong ví của ông Đại Gia chỉ có 4 tờ mệnh giá 200000 đồng và 5 tờ mệnh giá 100000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn trong ví. Ông gọi 3 anh em tôi đứng xếp hàng có thứ tự, anh Cả đứng trước lì xì trước, anh Hai đứng sau lì xì sau và tôi thằng Út đứng sau cùng nên lì xì sau cùng. Hỏi xác suất p bằng bao nhiêu để tôi nhận tiền lì xì có mệnh giá lớn nhất, biết rằng ông Đại Gia lì xì bằng cách rút ngẫu nhiên cho anh em tôi mỗi người chỉ một tờ giấy tiền trong túi của ông?

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{25}{63}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{21}$.

Lời giải.

Khi Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất có các trường hợp sau xảy ra.

Trường hợp 1: anh Cả và anh hai nhận mỗi người 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{10}{63}$.

Trường hợp 2: anh Cả nhận 100000 đồng và anh hai nhận 200000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$.

Trường hợp 3: anh Cả nhận 200000 đồng và anh hai nhận 100000 đồng, Út nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$.

Trường hợp 4: cả ba người đều nhận 200000 đồng, xác suất của trường hợp này là $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{5}{21}$.

Vậy xác suất để Út nhận tờ tiền có mệnh giá lớn nhất là $\frac{10}{63} + \frac{5}{42} + \frac{5}{42} + \frac{5}{21} = \frac{4}{9}$.

Chú ý: Ta có công thức $P(ABC) = P(A)P(B|A)P(C|AB)$, trong đó $P(B|A)$ là xác suất của biến cố B khi A đã xảy ra, $P(C|AB)$ là xác suất của biến cố C khi A và B đã xảy ra.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1736. Từ 15 học sinh gồm 6 học sinh giỏi, 5 học sinh khá, 4 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 5 nhóm làm 5 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\frac{108}{7007}$.

B. $\frac{216}{7007}$.

C. $\frac{216}{35035}$.

D. $\frac{72}{7007}$.

Lời giải.

Số cách lập 5 nhóm để làm 5 bài tập lớn là $|\Omega| = C_{15}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$.

Do mỗi nhóm đều có học sinh khá và giỏi nên có một nhóm có hai học sinh giỏi và một học sinh khá, còn các nhóm còn lại thì mỗi nhóm có một học sinh khá, một học sinh giỏi và một học sinh trung bình.

- Có C_6^2 cách chọn hai học sinh giỏi vào nhóm khá-giỏi.
- Có C_5^1 cách chọn một học sinh khá vào nhóm khá-giỏi.
- Bốn học sinh giỏi còn lại chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có $4!$ cách.
- Bốn học sinh khá còn lại chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có $4!$ cách.
- Bốn học sinh trung bình chia đều vào bốn nhóm còn lại nên có $4!$ cách.

Vậy có $C_6^2 \cdot C_5^1 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!$ cách chia thỏa bài toán.

Xác suất để bài toán thỏa mãn là $P = \frac{C_6^2 \cdot C_5^1 \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!}{C_{15}^3 \cdot C_{12}^3 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3} = \frac{216}{35035}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1737. Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố chọn được thẻ mang số lẻ và không chia hết cho 3. Do giả thiết hộp sẽ chứa 15 thẻ mang số lẻ cụ thể là 1, 3, 5, ..., 29. Dễ thấy số thẻ mang số lẻ chia hết cho 3 là 3, 9, 15, 21, 27. Nên số thẻ không chia hết cho 3 gồm 10 thẻ. Vậy $P(A) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1738. Một người viết ngẫu nhiên một số có bốn chữ số. Tính xác suất để các chữ số của số đó được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần (nghĩa là nếu số được viết dưới dạng $\overline{abcd}$ thì $a < b < c < d$ hoặc $a > b > c > d$).

A. $\frac{7}{125}$.

B. $\frac{7}{375}$.

C. $\frac{7}{250}$.

D. $\frac{14}{375}$.

Lời giải.

Giả sử số có dạng $\overline{abcd}$. Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Do giả thiết suy ra a, b, c, d khác nhau và mỗi tập con gồm 4 chữ số khác nhau thì có một cách sắp xếp thỏa mãn bài toán.

- Nếu $a < b < c < d$ suy ra $a \neq 0$ nên số cách chọn số thỏa mãn là C_9^4 .

- Nếu $a > b > c > d$ số cách chọn số thỏa mãn là C_{10}^4 .

Mặt khác số các số gồm 4 chữ số là $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$. Do đó $P(A) = \frac{C_9^4 + C_{10}^4}{9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{14}{375}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1739. Có 12 bóng đèn, trong đó có 7 bóng tốt. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng cùng lúc. Tính xác suất để lấy được ít nhất 2 bóng tốt.

A. $\frac{13}{110}$.

B. $\frac{7}{11}$.

C. $\frac{23}{44}$.

D. $\frac{27}{110}$.

Lời giải.

• Số cách lấy 3 bóng đèn là C_{12}^3 .

• Số cách lấy 3 bóng đèn, trong đó có ít nhất 2 bóng tốt là $C_7^3 + C_7^2 C_5^1$.

• Xác suất để trong 3 bóng có ít nhất 2 bóng tốt là $\frac{C_7^3 + C_7^2 C_5^1}{C_{12}^3} = \frac{7}{11}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1740. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số được lập ra từ tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Rút ngẫu nhiên một số thuộc tập S . Tính xác suất để rút được số mà trong số đó, chữ số đằng sau luôn lớn hơn hoặc bằng chữ số đứng trước.

A. $\frac{3}{32}$.

B. $\frac{2}{7}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{125}{3}$.

Lời giải.

• Số các số tự nhiên có 3 chữ số được lập ra từ tập X là $7 \cdot 8 \cdot 8 = 448$.

• Xét số tự nhiên $\overline{abc}$ với $a, b, c \in X$ và $1 \leq a \leq b \leq c$.

Cách 1: Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho cả 3 số bằng nhau là 7 (cách).

Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho có đúng 2 số bằng nhau là $2C_7^2 = 42$ (cách).

Số cách chọn bộ số a, b, c sao cho cả 3 số đều khác nhau là $C_7^3 = 35$ (cách).

Số cách chọn a, b, c thỏa mãn yêu cầu bài toán là $7 + 42 + 35 = 84$ (cách).

• Xác suất để chọn số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{84}{448} = \frac{3}{16}$.

Cách 2: Đặt $a' = a - 1$, $c' = c + 1$, ta có $0 \leq a' < b < c' < 8$. Mỗi cách chọn bộ 3 số thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ cho ta một bộ số a, b, c thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Do đó số các số $\overline{abc}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_9^3 = 84$.

• Xác suất để chọn số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\frac{84}{448} = \frac{3}{16}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1741. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{17}{42}$.

C. $\frac{16}{21}$.

D. $\frac{19}{28}$.

Lời giải.

Gọi biến cố A : “3 quả cầu lấy được không có quả màu đỏ”.

Suy ra biến cố $\bar{A}$: “3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ”.

Ta có $n(A) = C_6^3 = 20$ và $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{84} = \frac{5}{21}$.

Vậy

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{21} = \frac{16}{21}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1742. Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu xếp vào một ô. Tính xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau.

A. $\frac{3}{70}$.

B. $\frac{3}{140}$.

C. $\frac{3}{80}$.

D. $\frac{3}{160}$.

Lời giải.

Chọn 6 ô trong 7 ô có C_7^6 cách.

Trong 6 ô được chọn có C_6^3 cách chọn 3 ô để xếp 3 quả cầu xanh và có $3!$ cách xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô trống còn lại.

Do đó số phần tử của không gian mẫu bằng $n(\Omega) = C_7^6 \cdot C_6^3 \cdot 3! = 840$.

Gọi biến cố A : “xếp 3 quả cầu màu đỏ cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh cạnh nhau”.

Đầu tiên xếp 3 quả cầu đỏ cạnh nhau có $3!$ cách.

— Xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô liên tiếp đầu hàng có 2 cách xếp và xếp 3 quả cầu xanh vào 3 ô cạnh nhau có 2 cách xếp.

— Xếp 3 quả cầu đỏ vào 3 ô liên tiếp nhau ở giữa hàng có 2 cách xếp và xếp 3 quả cầu xanh vào 3 ô cạnh nhau có 1 cách xếp.

Khi đó $n(A) = 3!(2 \cdot 2 + 2 \cdot 1) = 36$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{36}{840} = \frac{3}{70}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1743. Trong 100 vé số có 1 vé trúng 10000 đồng, 5 vé trúng 5000 đồng, 10 vé trúng 1000 đồng, số vé còn lại không có giải thưởng. Một người mua ngẫu nhiên 3 vé trong 100 vé. Tính xác suất để

người đó trúng giải ít nhất 1000 đồng.

A. $\frac{2372}{5775}$.

B. $\frac{3403}{5775}$.

C. $\frac{2304}{5775}$.

D. $\frac{2004}{5775}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{100}^3$.

Gọi A là biến cố "người đó trúng ít nhất 1000 đồng". Vì có đúng 84 vé không trúng giải nên ta có $n(\overline{A}) = C_{84}^3$.

Dẫn tới $P(A) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_{84}^3}{C_{100}^3} = \frac{2372}{5775}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1744. Người ta lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ một hộp chứa 3 viên bi trắng và 5 viên bi đen. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi trắng và 1 viên bi đen.

A. $\frac{17}{52}$.

B. $\frac{17}{56}$.

C. $\frac{15}{42}$.

D. $\frac{15}{56}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^3 = 56$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được 2 viên bi trắng và 1 viên bi đen".

Khi đó $n(A) = C_3^2 \cdot C_5^1 = 15$. Dẫn tới $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{56}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1745. Một chiếc tàu lửa dừng tại một sân ga có 3 toa nhận khách, có 4 hành khách lên 3 toa một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất sao cho mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu.

A. $\frac{8}{9}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{8}{27}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Số cách lên toa của mỗi hành khách là 3, nên không gian mẫu là $|\Omega| = 3^4 = 81$.

Gọi A là biến cố: "mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu".

Ta có ba trường hợp sau:

— 2 người lên toa 1, 1 người lên toa 2, 1 người lên toa 3: Có số cách chọn là $C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 = 12$.

— 1 người lên toa 1, 2 người lên toa 2, 1 người lên toa 3: Có số cách chọn là $C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_2^1 = 12$.

— 1 người lên toa 1, 1 người lên toa 2, 2 người lên toa 3: Có số cách chọn là $C_4^1 \cdot C_2^1 \cdot C_4^2 = 12$.

Khi đó số cách chọn để mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu $|A| = 3 \cdot 12 = 36$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1746. Một thùng có 48 hộp sữa, trong đó có 6 hộp kém chất lượng. Chia ngẫu nhiên thùng này thành 3 phần đều nhau, tính xác suất để mỗi phần đều có số hộp sữa kém chất lượng bằng nhau (sai số không quá 0,001).

A. 0,141 .

B. 0,101 .

C. 0,201.

D. 0,212.

Lời giải.

— Số cách chọn hộp sữa cho phần 1 là C_{48}^{16} .

— Số cách chọn hộp sữa cho phần 2 là C_{32}^{16} .

— Số cách chọn hộp sữa cho phần 3 là C_{16}^{16} .

Số cách chia hộp sữa thành ba phần đều nhau là $|\Omega| = C_{48}^{16} \cdot C_{32}^{16} \cdot C_{16}^{16}$.

Gọi A là biến cố: "chia 48 hộp sữa thành ba phần sao cho mỗi phần đều có số hộp sữa kém chất lượng bằng nhau". Ta đếm theo:

- Số cách chọn hộp sữa cho phần 1, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $C_{42}^{14} \cdot C_6^2$.
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 2, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $C_{28}^{14} \cdot C_4^2$.
- Số cách chọn hộp sữa cho phần 3, gồm 14 hộp sữa tốt và 2 hộp sữa kém chất lượng là $C_{14}^{14} \cdot C_2^2$.

Khi đó $|A| = C_{42}^{14} \cdot C_6^2 \cdot C_{28}^{14} \cdot C_4^2 \cdot C_{14}^{14} \cdot C_2^2$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} \approx 0,141$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1747. Trong một hộp có 10 viên bi được đánh số từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A là biến cố: “Tích hai số trên hai viên bi lấy được là số lẻ”.

Tích của hai số là số lẻ nếu cả hai số đó đều là số lẻ. Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_5^2 = 10$. Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1748. Trên kệ sách có 15 cuốn sách khác nhau gồm 10 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lần lượt lấy 3 cuốn mà không để lại vào kệ. Tìm xác suất để lấy được hai cuốn đầu là sách Toán và cuốn thứ ba là sách Văn.

- A. $\frac{45}{91}$. B. $\frac{15}{91}$. C. $\frac{90}{91}$. D. $\frac{15}{182}$.

Lời giải.

Lần lượt lấy ra 3 cuốn mà không để lại trên kệ có $n(\Omega) = 15 \cdot 14 \cdot 13 = 2730$ cách.

Số cách lấy được hai cuốn đầu là sách Toán và cuốn thứ ba là sách Văn là $n(A) = A_{10}^2 \cdot C_5^1 = 450$ (cách).

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{450}{2730} = \frac{15}{91}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1749. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc tập $S = \{(a; b) | a, b \in \mathbb{Z}; |a| \leq 4; |b| \leq 4\}$. Nếu các điểm đều có cùng xác suất được chọn như nhau, hãy tính xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách đến gốc tọa độ không vượt quá 2.

- A. $\frac{15}{81}$. B. $\frac{13}{81}$. C. $\frac{11}{16}$. D. $\frac{13}{32}$.

Lời giải.

+ Tính số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)$.

Gọi $M(x; y)$ là điểm sao cho $x, y \in \mathbb{Z}$ và $\begin{cases} |x| \leq 4 \\ |y| \leq 4 \end{cases}$, khi đó $\begin{cases} x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4\} \\ y \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4\} \end{cases}$

Vậy số điểm $M(x; y)$ là: $n(\Omega) = 9 \cdot 9 = 81$.

+ Tính số phần tử biến cố A . Gọi $M(x; y)$ thỏa mãn $x, y \in \mathbb{Z}$ và $OM \leq 2 \Leftrightarrow x, y \in \mathbb{Z}$ và $\sqrt{x^2 + y^2} \leq$

$$2 \Leftrightarrow x, y \in \mathbb{Z} \text{ và } x^2 + y^2 \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ x \in \{0; \pm 1; \pm 2\} \\ y^2 \leq 4 - x^2 \end{cases}$$

— Nếu $x = 0$ thì $y^2 \leq 4 \Rightarrow y \in \{0; \pm 1; \pm 2\}$. Có 5 cách chọn.

— Nếu $x = \pm 1$ thì $y^2 \leq 3 \Rightarrow y \in \{0; \pm 1\}$. Có 2. 3 = 6 cách chọn.

— Nếu $x = \pm 2$ thì $y^2 \leq 0 \Rightarrow y = 0$. Có 2 cách chọn.

Vậy có tất cả $5 + 6 + 2 = 13$ cách chọn điểm M . Tức $n(A) = 13$. Vậy $P(A) = \frac{13}{81}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1750. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố: “con súc sắc xuất hiện mặt có số chấm chẵn”.

Ta có $n(A) = 3$. Do đó $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1751. Một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ.

A. $\frac{4651}{5236}$.

B. $\frac{4610}{5236}$.

C. $\frac{4615}{5236}$.

D. $\frac{4615}{5263}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố 4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố 4 học sinh được gọi lên bảng đều là nam hoặc đều là nữ.

Suy ra $n(\bar{A}) = C_{20}^4 + C_{15}^4$, $n(\Omega) = C_{35}^4$.

$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{C_{35}^4} = \frac{4615}{5236}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1752. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Bạn An làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để An được 6 điểm.

A. $1 - 0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$.

B. $0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$.

C. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$.

D. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$.

Lời giải.

Để làm được 6 điểm thì An phải trả lời đúng 30 câu.

Xác suất trả lời đúng một câu là $\frac{1}{4} = 0,25$.

Xác suất để A đạt 6 điểm là $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1753. Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất lấy được ít nhất 1 viên đỏ.

A. $\frac{37}{42}$.

B. $\frac{1}{21}$.

C. $\frac{5}{42}$.

D. $\frac{20}{21}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^3$.

Gọi A : “lấy được ít nhất 1 bi đỏ” $\Rightarrow \bar{A}$: “không lấy được bi đỏ nào”.

Mà $n(\bar{A}) = C_4^3 \Rightarrow n(A) = C_9^3 - C_4^3$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_9^3 - C_4^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1754. Đội thanh niên xung kích của một trường THPT gồm 15 học sinh trong đó có 4 học sinh khối 12; có 5 học sinh khối 11 và có 6 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên ra 6 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để chọn được 6 học sinh có đủ 3 khối.

A. $\frac{4248}{5005}$.

B. $\frac{757}{5005}$.

C. $\frac{850}{1001}$.

D. $\frac{151}{1001}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^6 = 5005$.

Gọi A: “chọn được 6 học sinh có đủ 3 khối”. Xét các trường hợp:

- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 10 và 11 là $C_{11}^6 - C_6^6$ (trừ lại trường hợp chọn được cả 6 học sinh khối 10).
- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 10 và 12 là $C_{10}^6 - C_6^6$ (trừ lại trường hợp chọn được cả 6 học sinh khối 10).
- Số cách chọn được 6 học sinh bao gồm 11 và 12 là C_9^6 .
- Số cách chọn được cả 6 học sinh lớp 10 là C_6^6 .

Suy ra $n(\bar{A}) = C_{11}^6 + C_{10}^6 + C_9^6 - C_6^6 = 755 \Rightarrow n(A) = 5005 - 755 = 4250$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{4250}{5005} = \frac{850}{1001}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1755. Hai thí sinh A và B tham gia một kì thi vấn đáp. Cán bộ coi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi thi gồm 15 câu hỏi khác nhau và đựng trong 15 phong bì dán kín có hình thức giống nhau, mỗi phong bì đựng một câu hỏi. Thí sinh chọn ngẫu nhiên ba phong bì trong số đó để xác định câu hỏi của mình. Biết rằng 15 câu hỏi dành cho hai thí sinh có nội dung như nhau. Tính xác suất để A và B chọn được ba câu hỏi giống hệt nhau.

A. $\frac{1}{345}$.

B. $\frac{1}{455}$.

C. $\frac{1}{360}$.

D. $\frac{1}{2730}$.

Lời giải.

A và B cùng có số cách chọn đề là C_{15}^3 nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = (C_{15}^3)^2$.

Gọi biến cố X: “A và B chọn được ba câu hỏi giống hệt nhau”.

Do mỗi cách chọn đề của A thì B chỉ có một cách để chọn giống A nên $n(X) = C_{15}^3$.

Vậy $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{1}{455}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1756. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Xác suất để số chấm hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau bằng

A. $\frac{2}{27}$.

B. $\frac{5}{72}$.

C. $\frac{7}{108}$.

D. $\frac{5}{108}$.

Lời giải.

$n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.

Gọi A: “số chấm hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau”.

$A = \{(2; 1; 1), (3; 2; 1), (3; 2; 1), (4; 3; 1), (4; 1; 3), (4; 2; 2), (5; 4; 1), (5; 1; 4), (5; 3; 2), (5; 2; 3), (6; 1; 5), (6; 5; 1), (6; 2; 4), (6; 4; 2), (6; 3; 3)\}$.

Suy ra $n(A) = 15$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{72}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1757. Cho tập hợp $A = \{2^k | k = \overline{1..10}\}$ có 10 phần tử là các lũy thừa của 2. Chọn ngẫu nhiên

từ tập A hai số khác nhau a và b . Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

A. $\frac{17}{90}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{19}{90}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = A_{10}^2 = 90.$$

Gọi B : “ $\log_a b$ là một số nguyên”.

Ta có: $\log_a b$ là một số nguyên $\Leftrightarrow b = a^n$ với $a \neq 1$ và $n \in \mathbb{N}$.

$a = 2$ thì b có 10 cách chọn.

$a = 2^2$ thì b có 5 cách chọn.

$a = 2^3$ thì b có 3 cách chọn.

$a = 2^4$ thì b có 2 cách chọn.

$a = 2^5$ thì b có 2 cách chọn.

$a = 2^6$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^7$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^7$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^8$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^9$ thì b có 1 cách chọn.

$a = 2^{10}$ thì b có 1 cách chọn.

Suy ra $n(B) = 27$.

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1758. Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ, 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất của biến cố A : “6 viên bi lấy ra cùng màu”.

A. $P(A) = \frac{7}{5060}$.

B. $P(A) = \frac{17}{5060}$.

C. $P(A) = \frac{73}{5060}$.

D. $P(A) = \frac{27}{5060}$.

Lời giải.

Ta có, để lấy 6 viên bi trong hộp ta có $C_{25}^6 \Rightarrow n(\Omega) = C_{25}^6 = 177100$.

Để lấy được các viên bi cùng màu ta có $C_7^6 + C_8^6 + C_{10}^6$ cách. Vậy $n(A) = 245$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{7}{5060}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1759. Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A . Tính xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9.

A. $\frac{1}{18}$.

B. $\frac{1}{9}$.

C. $\frac{625}{1710}$.

D. $\frac{1250}{1710}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot 10^8$.

Gọi B là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có các số lẻ có 9 chữ số chia hết cho 9 là 100000017, 100000035, 100000053, ..., 999999999 lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 100000017$ và công sai $d = 18$.

Nên số phần tử của dãy là $\frac{999999999 - 100000017}{18} + 1 = 50000000$.

Vậy $n(B) = 5 \cdot 10^7$. Xác suất là $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5 \cdot 10^7}{9 \cdot 10^8} = \frac{1}{18}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1760. Chọn ngẫu nhiên hai số thực $a, b \in [0; 1]$. Tính xác suất để phương trình $2x^3 - 3ax^2 + b = 0$ có tối đa hai nghiệm.

A. $P = \frac{1}{4}$.

B. $P = \frac{1}{2}$.

C. $P = \frac{2}{3}$.

D. $P = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

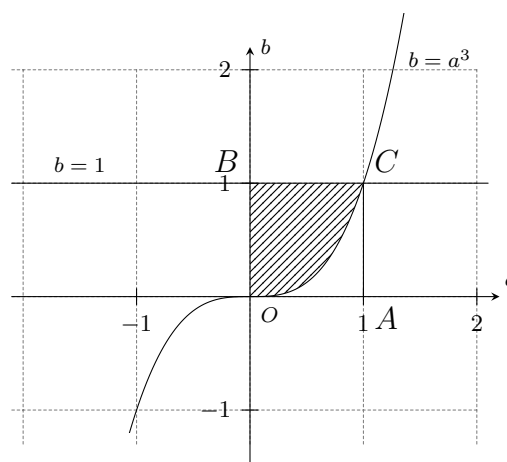
Xét $y = 2x^3 - 3ax^2 + b$, $y' = 0 \Leftrightarrow 6x(x - a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(0) \cdot y(a) \geq 0 \Leftrightarrow b(b - a^3) \geq 0$.

Mà $b \in [0; 1]$ nên $b(b - a^3) \geq 0 \Leftrightarrow b \geq a^3$.

Ta thấy việc chọn ngẫu nhiên hai số $a, b \in [0; 1]$ chính là việc chọn ngẫu nhiên một điểm $M(a; b)$ khi xét trên hệ trục tọa độ aBb .

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Ta có Ω là tập hợp các điểm $M(a; b)$ sao cho $a, b \in [0; 1]$ và chính là các điểm thuộc hình vuông $OACB$ trên hình vẽ, do đó $n(\Omega) = S_{OACB} = 1$.



$n(A)$ là tập hợp các điểm thuộc hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi các đồ thị $b = 1$, $b = a^3$, $a = 0$ (phần gạch chéo trên đồ thị). Xét phương trình hoành độ giao điểm $a^3 = 1 \Leftrightarrow a = 1$.

$$\Rightarrow n(A) = \int_0^1 |1 - a^3| dx = \left| \int_0^1 (1 - a^3) dx \right| = \left(a - \frac{a^4}{4} \right) \Big|_0^1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{\frac{3}{4}}{1} = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1761. Một hộp đựng 5 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Từ hộp đó chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu.

A. $\frac{3}{7}$.

B. $\frac{3}{11}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^3$.

Gọi A là biến cố "lấy được 3 quả cầu khác màu".

$$n(A) = C_5^1 C_4^1 C_3^1 = 60 \Rightarrow P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1762. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tại đỉnh A có một con sâu, mỗi lần di chuyển, nó bò theo cạnh của hình hộp chữ nhật và đi đến đỉnh kề với đỉnh nó đang đứng. Tính xác suất sao cho sau 9 lần di chuyển, nó đứng tại đỉnh C' .

A. $\frac{1862}{6561}$.

B. $\frac{453}{2187}$.

C. $\frac{435}{2187}$.

D. $\frac{1640}{6561}$.

Lời giải.

- Mỗi lần di chuyển, con sâu có 3 phương án đi nên số phần tử của không gian mẫu là 3^9 .
- Ta gán tọa độ điểm $A(0; 0; 0)$ và $C'(1; 1; 1)$. Mỗi lần di chuyển, tọa độ mà nó đang đứng thay đổi đúng một trong ba thành phần x hoặc y hoặc z và thay đổi từ 0 thành 1 hoặc từ 1 thành 0.
- Vì tọa độ ban đầu là $(0; 0; 0)$ và tọa độ kết thúc là $(1; 1; 1)$ nên số lần thay đổi ở mỗi thành phần là số lẻ và tổng số lần thay đổi bằng 9.
- Có thể thấy số lần thay đổi ở các thành phần là $1 - 7 - 1$; $3 - 3 - 3$; $3 - 5 - 1$ và các hoán vị của nó. Do đó, số đường đi là $3C_9^7 C_2^1 + C_9^3 C_3^3 + 3! C_9^5 C_4^3 = 4920$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{4920}{3^9} = \frac{1640}{6561}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1763. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Trong các tứ giác có bốn đỉnh là đỉnh của đa giác, chọn ngẫu nhiên một tứ giác. Tính xác suất để tứ giác chọn được là hình chữ nhật.

- A. $\frac{6}{323}$. B. $\frac{15}{323}$. C. $\frac{3}{323}$. D. $\frac{14}{323}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{20}^4$.

Chọn hai đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác ta có 4 đỉnh của hình chữ nhật.

Số cách chọn là C_{10}^2 .

Khi đó $P(A) = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{3}{323}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1764. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác đó. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{220}$. C. $\frac{1}{14}$. D. $\frac{1}{55}$.

Lời giải.

Gọi không gian mẫu Ω là tập hợp các tam giác tạo thành từ 12 đỉnh: $|\Omega| = C_{12}^3$.

Gọi biến cố A là số tam giác đều được tạo thành từ đa giác đều 12 đỉnh: $|A| = 4$.

Xác suất để lấy ra 3 điểm để tạo thành một tam giác đều là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{C_{12}^3} = \frac{1}{55}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1765. Một hộp chứa 11 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng và 6 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp đó. Xác suất để chọn ra 2 viên bi khác màu bằng

- A. $\frac{5}{22}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{8}{11}$.

Lời giải.

— Số phần tử của biến cố $n(A) = C_5^1 \cdot C_6^1 = 30$.

— Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^2 = 55$.

— Xác suất của biến cố A : là $P(A) = \frac{30}{55} = \frac{6}{11}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1766. Cho đa giác đều 12 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 12 đỉnh của đa giác. Xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành tam giác đều là

- A. $P = \frac{1}{14}$. B. $P = \frac{1}{220}$. C. $P = \frac{1}{4}$. D. $P = \frac{1}{55}$.

Lời giải.

— Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

— Ta chia 12 đỉnh của đa giác đều thành ba nhóm, cứ 4 đỉnh liền nhau tạo thành một nhóm. Mỗi nhóm ta chọn ra 1 đỉnh sao cho chúng cách đều nhau suy ra có 4 tam giác đều $\Rightarrow n(A) = 4$.

— Xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{220} = \frac{1}{55}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1767. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$.

A. $\frac{143}{10000}$.

B. $\frac{138}{1420}$.

C. $\frac{11}{200}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Lời giải.— Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử. Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$.— Gọi A là biến cố: “Lấy được số dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 9$ ”.Ta có $1 \leq a < b + 1 < c + 2 < d + 3 < e + 4 \leq 13$. Suy ra $n(A) = C_{13}^5$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{13}^5}{9 \cdot 10^4} = \frac{143}{10000}.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 1768.** Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 5 quả cầu xanh và 7 quả cầu đỏ. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{31}{66}$.

B. $\frac{31}{33}$.

C. $\frac{25}{66}$.

D. $\frac{25}{33}$.

Lời giải.Số các khả năng chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu bằng $C_{12}^2 = 66$. Suy ra $n(\Omega) = 66$.Số các khả năng chọn được hai quả cầu cùng màu bằng $C_5^2 + C_7^2 = 31$.Gọi A là biến cố: “hai quả cầu chọn ra có cùng màu”, thì $n(A) = 31$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{31}{66}.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 1769.** Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ bằng

A. $\frac{1001}{45000}$.

B. $\frac{287}{22500}$.

C. $\frac{7}{5000}$.

D. $\frac{1001}{30000}$.

Lời giải.Số các số tự nhiên có 5 chữ số bằng $99999 - 10000 + 1 = 90000$ (số). Suy ra $n(\Omega) = 90000$.Gọi A là biến cố: “số chọn được có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$ mà $a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2$ ”.

Theo giả thiết bài toán, ta có

$$\begin{aligned} 1 &\leq a_1 \leq a_2 + 1 \leq a_3 - 3 < a_4 \leq a_5 + 2 \\ \Leftrightarrow 1 &\leq a_1 < a_2 + 2 < a_3 - 1 < a_4 + 2 < a_5 + 5 \leq 14. \end{aligned}$$

Suy ra $a_3 - 1 \in \{3; 4; \dots; 8\}$. Giả sử $a_3 - 1 = k$, khi đó $a_4 + 2 \in \{k + 1; k + 2; \dots; 11\}$.Với mỗi cách chọn $a_4 + 2 = i$ thì có $14 - i$ cách chọn $a_5 + 5$. Suy ra có

$$\sum_{j=k+1}^{11} (14 - i) = \frac{(k - 11)(k - 16)}{2}$$

cách chọn $a_4 + 2$ và $a_5 + 5$.Do $1 \leq a_1 < a_2 + 2 \leq k - 1$ nên có C_{k-1}^2 cách chọn a_1 và $a_2 + 2$.

$$\text{Từ đó } n(A) = \sum_{k=3}^8 \frac{(k - 1)(k - 2)}{2} \cdot \frac{(k - 11)(k - 16)}{2} = 1148.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm bằng } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1148}{90000} = \frac{287}{22500}.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 1770.** Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A . Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho 5.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{30}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_6^4 = 360$.Số số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau đôi một có dạng $\overline{abc5}$ là $A_5^3 = 60$.

Xác suất cần tìm $P = \frac{60}{360} = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án (B) □**Câu 1771.** Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất xuất hiện mặt có số chấm là chẵn.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.Để thấy không gian mẫu là $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt có số chấm là chẵn, khi đó $A = \{2; 4; 6\}$. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{|\Omega|}{|A|} = \frac{1}{2}$.Chọn đáp án (A) □**Câu 1772.** Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2018, mỗi phòng thi gồm 24 thí sinh xếp vào 24 chiếc bàn khác nhau. Bạn An là một thí sinh dự thi 4 môn (Toán, Văn, Ngoại Ngữ, Khoa học tự nhiên), cả 4 lần thi đều thi tại 1 phòng thi duy nhất. Giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong 4 lần thi An có đúng 2 lần ngồi vào cùng 1 vị trí.

A. $\frac{253}{6912}$.

B. $\frac{899}{1152}$.

C. $\frac{253}{1152}$.

D. $\frac{23}{2304}$.

Lời giải.Xác suất để bạn An ngồi vào một vị trí nào đó là $\frac{1}{24}$. Xác suất để bạn An ngồi đúng 2 lần vào 1 vị trí là $24 \cdot \left(\frac{1}{24}\right)^2 \cdot \frac{23}{24} \cdot \frac{22}{24} \cdot C_4^2 = \frac{253}{1152}$.Chọn đáp án (C) □**Câu 1773.** Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 12 đội tham dự trong đó có 9 đội bóng nước ngoài và 3 đội bóng của Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia các đội tham dự vào ba bảng đấu A, B, C (mỗi bảng có 4 đội). Tính xác suất để 3 đội Việt Nam ở ba bảng khác nhau.

A. $\frac{16}{55}$.

B. $\frac{133}{165}$.

C. $\frac{32}{165}$.

D. $\frac{39}{65}$.

Lời giải.Số cách để chia các đội vào 3 bảng A, B, C là $C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4 = 34650$ (cách).– Số cách chọn để 1 đội Việt Nam ở bảng A là $C_3^1 \cdot C_9^3 = 252$ (cách).– Số cách chọn để 1 đội Việt Nam trong 2 đội VN còn lại ở bảng B là $C_2^1 \cdot C_6^3 = 40$ (cách).– Số cách chọn để đội Việt Nam còn lại vào bảng C là $C_1^1 \cdot C_3^3 = 1$ (cách). $\Rightarrow$ Số cách chọn để 3 đội Việt Nam nằm ở 3 bảng khác nhau là $252 \cdot 40 \cdot 1 = 10080$.

$\Rightarrow$ Xác suất cần tìm $P = \frac{10080}{34650} = \frac{16}{55}$.

Chọn đáp án (A) □**Câu 1774.** Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A là biến cố: “3 học sinh được chọn đều là học sinh nam”.

Khi đó ta có $n(A) = C_6^3 = 20$.

Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

$$1 - P(A) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{20}{120} = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1775. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S . Xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân bằng

A. $\frac{4}{645}$.

B. $\frac{2}{645}$.

C. $\frac{3}{645}$.

D. $\frac{1}{645}$.

Lời giải.

Trước tiên, ta đếm số phần tử của S .

Mỗi tập con thuộc S sẽ có dạng $\{a, b, c\}, 0 < a < b < c < 100, a + b + c = 91$. Khi đó ta có $91 \geq a + (a + 1) + (a + 2)$ nên $a \leq 29$.

Với mỗi $1 \leq a \leq 29$, ta có $b + c = 91 - a$, mà $c \geq b + 1$ nên $2b \leq 90 - a \Rightarrow b \leq \left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor$ và $b \geq a + 1$ nên có $\left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor - a$ cách chọn b .

Suy ra số tập con của A thuộc S là $\sum_{a=1}^{29} \left(\left\lfloor \frac{90 - a}{2} \right\rfloor - a \right) = 645$.

Hay số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 645$.

Tiếp theo, ta sẽ đếm số cấp số nhân trong S . Vì các số hạng của cấp số nhân là số nguyên dương nên công bội sẽ là số hữu tỷ dương, giả sử số bé nhất của cấp số nhân là a và công bội là $\frac{m}{n}$, với $a, m, n \in \mathbb{Z}^+, a \leq 30; m > n, \text{ƯCLN}(m, n) = 1$.

Khi đó ta có $a \left(1 + \frac{m}{n} + \frac{m^2}{n^2} \right) = 91 \Leftrightarrow a(m^2 + mn + n^2) = 91n^2$.

Vì $\text{ƯCLN}(m, n) = 1$ nên $\text{ƯCLN}(m^2 + mn + n^2, n^2) = 1$ nên suy ra $a : n^2$. Mà $a \leq 30$ nên $n^2 \leq 30 \Rightarrow n \leq 5$.

- Với $n = 1$, ta có $a(m^2 + m + 1) = 91$. Phương trình này có các nghiệm nguyên dương $(a; m) \in \{(1; 9), (7; 3), (13; 2)\}$, nên có các cấp số nhân $(1; 9; 81), (7; 21; 63), (13; 26; 52)$.
- Với $n = 2$, ta có $a(m^2 + 2m + 4) = 364$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 3$, ta có $a(m^2 + 3m + 9) = 819$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 4$, ta có $a(m^2 + 4m + 16) = 1456$, không có nghiệm nguyên dương.
- Với $n = 5$, ta có $a(m^2 + 5m + 25) = 2275$. Phương trình này có nghiệm nguyên dương $(a; m) = (25; 6)$, ta nhận được cấp số nhân $(25; 30; 36)$.

Vậy có 4 cấp số nhân trong S . Gọi A là biến cố “chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân” thì $n(A) = 4$.

Suy ra: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{645}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1776. Một nhóm học sinh gồm a bạn lớp A , b bạn lớp B và c bạn lớp C ($a, b, c \in \mathbb{N}; a, b, c \geq 4$). Chọn ngẫu nhiên ra 4 bạn. Xác suất để chọn được 4 bạn thuộc cả ba lớp là

$$A. \frac{C_a^1 C_b^1 C_c^1 C_{a+b+c-3}^1}{C_{a+b+c}^4}.$$

$$B. 1 - \frac{C_{a+b}^4 + C_{b+c}^4 + C_{c+a}^4}{C_{a+b+c}^4}.$$

$$C. \frac{C_a^2 C_b^1 C_c^1 + C_a^1 C_b^2 C_c^1 + C_a^1 C_b^1 C_c^2}{C_{a+b+c}^4}.$$

$$D. 1 - \frac{C_{a+b}^4 + C_{b+c}^4 + C_{c+a}^4}{C_{a+b+c}^4} - \frac{C_a^4 + C_b^4 + C_c^4}{C_{a+b+c}^4}.$$

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{a+b+c}^4$ và $C_a^2 C_b^1 C_c^1 + C_a^1 C_b^2 C_c^1 + C_a^1 C_b^1 C_c^2$ cách chọn 4 bạn thuộc cả ba lớp, suy ra xác suất để chọn được 4 bạn thuộc cả ba lớp là $\frac{C_a^2 C_b^1 C_c^1 + C_a^1 C_b^2 C_c^1 + C_a^1 C_b^1 C_c^2}{C_{a+b+c}^4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1777. Một người bỏ ngẫu nhiên ba lá thư vào ba phong bì đã ghi địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì là

$$A. \frac{1}{2}.$$

$$B. \frac{2}{3}.$$

$$C. \frac{1}{3}.$$

$$D. \frac{5}{6}.$$

Lời giải.

Gọi A là biến cố có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì, khi đó $\bar{A}$ là biến cố không lá thư nào được bỏ đúng phong bì. Ta có $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{3!} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1778. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có hai học sinh A và B , đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để hai bạn A và B đứng cạnh nhau là

$$A. \frac{1}{5}.$$

$$B. \frac{1}{4}.$$

$$C. \frac{2}{5}.$$

$$D. \frac{1}{10}.$$

Lời giải.

Có 18 cách chọn vị trí của hai bạn A và B và $8!$ cách chọn vị trí 8 học sinh còn lại, xác suất để hai bạn A và B đứng cạnh nhau là $P = \frac{18 \cdot 8!}{10!} = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1779. Một túi đựng 10 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

$$A. \frac{1}{3}.$$

$$B. \frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}.$$

$$C. \frac{2C_3^3 + C_4^3}{C_{10}^3}.$$

$$D. \frac{2C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}.$$

Lời giải.

Gọi $A_0 = \{3; 6; 9\}$, $A_1 = \{1; 4; 7; 10\}$, $A_2 = \{2; 5; 8\}$. Để ba số nhận được có tổng chia hết cho 3, ta có các trường hợp

i) Lấy ba phần tử từ A_0 hoặc lấy ba phần tử từ A_1 hoặc lấy ba phần tử từ A_2 , trường hợp này có $2C_3^3 + C_4^3$ cách.

ii) Chọn từ mỗi tập A_0, A_1, A_2 đúng một phần tử, trường hợp này có $C_3^1 C_3^1 C_4^1$ cách.

Vậy xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1 C_3^1 C_4^1}{C_{10}^3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1780. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 1 điểm, trả lời sai thì bị trừ 0,5 điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

$$A. \frac{7}{10}.$$

$$B. C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2.$$

$$C. A_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2.$$

$$D. \frac{109}{262144}.$$

Lời giải.

Gọi x là số câu đúng ($0 \leq x \leq 10$), $10 - x$ là số câu sai. Ta có bất phương trình

$$x + \frac{x - 10}{2} \geq 7 \Leftrightarrow 8 \leq x \leq 10.$$

Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

$$C_{10}^8 \left(\frac{1}{4}\right)^8 \left(\frac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^9 \left(\frac{1}{4}\right)^9 \left(\frac{3}{4}\right)^1 + C_{10}^{10} \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \frac{109}{262144}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1781. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ $A = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

A. $\frac{1}{15000}$. B. $\frac{1}{5000}$. C. $\frac{4}{3 \cdot 10^4}$. D. $\frac{18}{5^{10}}$.

Lời giải.

Ta có $7875 = 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7$.

Gọi số cần lập là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$.

A: “Chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875”.

Để có $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_6 = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$ chỉ có các trường hợp

— Trường hợp 1: Lập từ 3; 3; 5; 5; 5; 7 $\Rightarrow$ có $\frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60$ số.

— Trường hợp 2: Lập từ 9; 1; 5; 5; 5; 7 $\Rightarrow$ có $\frac{6!}{3!} = 120$ số.

$\Rightarrow n(A) = 180$. Vậy $P(A) = \frac{1}{5000}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1782. Cho đa giác đều có 14 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số 14 đỉnh của đa giác. Tìm xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông.

A. $\frac{2}{13}$. B. $\frac{5}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{3}{13}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{14}^3 = 364$.

Gọi A là biến cố “3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông”.

Đa giác đều thì nội tiếp bên trong đường tròn. Tam giác vuông được tạo thành từ một đường chéo đi qua tâm và một đỉnh bất kỳ không nằm trên đường chéo đó. Đa giác đều 14 đỉnh sẽ có 7 đường chéo đi qua tâm.

- Bước 1. Chọn một đường chéo đi qua tâm $\Rightarrow$ có 7 cách.
- Bước 2. Chọn một đỉnh bất kỳ không nằm trên đường chéo ở bước 1 $\Rightarrow$ có 12 cách.

Theo quy tắc nhân, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 7 \cdot 12 = 84$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{13}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1783. Trong một hộp gồm 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đỏ và 2 quả cầu xanh. Lấy ngẫu nhiên ra 6 quả cầu. Tính xác suất để 6 quả cầu được chọn có đủ cả ba màu và trong đó có ít nhất 3 quả cầu đỏ.

A. $\frac{12}{77}$. B. $\frac{13}{77}$. C. $\frac{10}{77}$. D. $\frac{8}{33}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{12}^6 = 924$.

Gọi A là biến cố “6 quả cầu được chọn có đủ cả ba màu và trong đó có ít nhất 3 quả cầu đỏ”.

TH1: 3 quả đỏ, 2 quả trắng, 1 quả xanh. Ta có $C_4^3 C_6^2 C_2^1$.

TH2: 3 quả đỏ, 1 quả trắng, 2 quả xanh. Ta có $C_4^3 C_6^1 C_2^2$.

TH3: 4 quả đỏ, 1 quả trắng, 1 quả xanh. Ta có $C_4^4 C_6^1 C_2^1$.

Suy ra $n(A) = C_4^3 C_6^2 C_2^1 + C_4^3 C_6^1 C_2^2 + C_4^4 C_6^1 C_2^1 = 156$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{156}{924} = \frac{13}{77}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1784. Có 16 phần quà (giống nhau) được chia ngẫu nhiên cho 3 bạn học sinh giỏi An, Bình và Công sao cho ai cũng có quà. Tính xác suất để bạn An được nhận không quá 5 phần quà.

A. $\frac{8}{21}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải.

Số cách chia quà chính là số nghiệm nguyên dương của phương trình $x + y + z = 16$, và bằng C_{15}^2 .

Số cách chia mà An nhận được nhiều hơn 5 phần quà chính là số nghiệm nguyên dương của phương trình $x + y + z = 11$, và bằng C_{10}^2 (coi như đưa trước cho An 5 phần quà). Xác suất cần tính là

$$1 - \frac{C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{7}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1785. Trong giờ Thể dục, tổ 1 của lớp 12A1 có 12 học sinh gồm 5 nam và 7 nữ tập trung ngẫu nhiên thành một hàng dọc. Tính xác suất để người đứng đầu hàng và cuối hàng đều là nữ.

A. $\frac{1}{16632}$.

B. $\frac{1}{396}$.

C. $\frac{7}{44}$.

D. $\frac{7}{22}$.

Lời giải.

Số cách sắp xếp 12 học sinh thành một hàng dọc là $n(\Omega) = 12!$ (cách).

Để xếp thành hàng dọc sao cho đầu hàng và cuối hàng đều là nữ ta thực hiện hai bước sau

- Bước 1: Chọn 2 bạn nữ sau đó xếp vào đầu hàng và cuối hàng ta có A_7^2 (cách).

- Bước 2: Xếp 10 bạn còn lại vào giữa ta có $10!$ (cách).

Số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là $A_7^2 \cdot 10!$.

Xác suất để người đứng đầu hàng và cuối hàng đều là nữ là $P = \frac{A_7^2 \cdot 10!}{12!} = \frac{7}{22}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1786. Có bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn học sinh A, B, C, D, E, F, G vào một hàng ghế dài gồm 7 ghế sao cho hai bạn B và F ở hai đầu ghế?

A. 5040 cách.

B. 720 cách.

C. 240 cách.

D. 120 cách.

Lời giải.

Đầu tiên xếp hai bạn B, F vào 2 đầu ghế, có $2! = 2$ cách.

Xếp 5 bạn còn lại vào 5 vị trí, có $5! = 120$ cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta được số cách xếp là $2 \cdot 120 = 240$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1787. Cho (H) là đa giác đều $2n$ đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$). Gọi S là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác (H) . Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập S , biết rằng xác suất chọn một tam giác vuông trong tập S là $\frac{3}{29}$. Tìm n ?

A. 20.

B. 12.

C. 15.

D. 10.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu S là số cách chọn 3 trong $2n$ đỉnh của đa giác H nên bằng C_{2n}^3 .

Đa giác đều H có n đường chéo chính là đường kính của đường tròn ngoại tiếp (H) .

Để chọn ra một tam giác vuông. Đầu tiên ta chọn ra một cạnh huyền trong n đường kính, nên có n cách chọn. Tiếp theo chọn 1 điểm trong $2n - 2$ điểm còn lại làm đỉnh góc vuông của tam giác, nên có $2n - 2$ cách chọn.

Số cách chọn ra một tam giác vuông bằng $n \cdot (2n - 2)$ cách.

Xác suất để chọn ra một tam giác vuông là

$$P = \frac{n \cdot (2n - 2)}{C_{2n}^3} = \frac{6n(2n - 2)}{(2n)(2n - 1)(2n - 2)} = \frac{3}{2n - 1}.$$

Theo giả thiết $P = \frac{3}{29}$, suy ra $2n - 1 = 29$ hay $n = 15$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1788. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam và 5 bạn nữ được xếp theo một hàng dọc. Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{35}$.B. $\frac{1}{252}$.C. $\frac{1}{50}$.D. $\frac{1}{42}$.

Lời giải.

Xếp thành một hàng dọc tùy ý có $10!$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố: “xếp 5 nam và 5 nữ thành hàng dọc sao cho 5 bạn nữ đứng cạnh nhau”.

Ghép 5 bạn nữ lại và xem là một người. Xếp 6 bạn, trong đó có 5 bạn nam và 1 bạn nữ (ghép), có $6!$ cách.

Vì có $5!$ cách ghép 5 bạn nữ lại với nhau nên số cách xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ thành một hàng dọc sao cho 5 bạn nữ đứng cạnh nhau, bằng $5! \times 6!$ cách. Suy ra $n(A) = 5! \times 6!$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5! \times 6!}{10!} = \frac{1}{42}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1789. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S . Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{4473}{8128}$.B. $\frac{2279}{4064}$.C. $\frac{55}{96}$.D. $\frac{53}{96}$.

Lời giải.

Số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 có tối đa 6 chữ số.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 , được lập từ hai chữ số 0 và 1 bằng

$$2 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 64 \text{ (số)}. \text{ Suy ra } n(S) = 64.$$

Vì số cần lập chia hết cho 3 nên trong cấu tạo số của nó, hoặc không có chữ số 1 nào (là số 0), hoặc có đúng 3 chữ số 1, hoặc có đúng 6 chữ số 1 (là số 111111).

Xét số có 3 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và không có chữ số 0. Có thể lập được 1 số như thế.

Xét số có 4 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và một chữ số 0. Có thể lập được C_3^2 số như thế.

Xét số có 5 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và hai chữ số 0. Có thể lập được C_4^2 số như thế.

Xét số có 6 chữ số, trong đó có ba chữ số 1 và ba chữ số 0. Có thể lập được C_5^2 số như thế.

Vậy có thể lập được $3 + C_3^2 + C_4^2 + C_5^2 = 22$ số chia hết cho 3.

Lấy 2 số từ S , có C_{64}^2 cách. Suy ra $n(\Omega) = C_{64}^2 = 2016$.

Gọi A là biến cố: “lấy ngẫu nhiên hai số từ S được ít nhất một số chia hết cho 3”. Ta có

$$n(A) = C_{22}^2 + C_{22}^1 \cdot C_{42}^1 = 1155.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1155}{2016} = \frac{55}{96}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1790. Từ một hộp đựng 10 thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 10, người ta rút ngẫu nhiên ra k thẻ. Gọi P là xác suất xuất hiện ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 khi được rút ra. Tìm giá trị nhỏ nhất của k để $P > \frac{13}{15}$.

A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải.

Số cách rút k thẻ từ 10 thẻ là C_{10}^k ($0 < k \leq 10, k \in \mathbb{N}$).

Số cách rút k thẻ mà không có thẻ nào ghi số chia hết cho 4 là C_8^k .

$$\text{Xác suất “có ít nhất 1 thẻ ghi số chia hết cho 4” là } P = 1 - \frac{C_8^k}{C_{10}^k} = 1 - \frac{(10-k)(9-k)}{90}.$$

$$\text{Theo bài ra ta có } P = 1 - \frac{(10-k)(9-k)}{90} > \frac{13}{15} \Leftrightarrow 6 < k \leq 10 \text{ (do } k \leq 10).$$

Như vậy giá trị nhỏ nhất của k là $\min k = 7$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1791. Một tổ có 6 học sinh nữ và 4 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong tổ. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có không quá 3 học sinh nữ.

A. $\frac{46}{63}$.

B. $\frac{5}{63}$.

C. $\frac{31}{42}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{10}^5 = 252$.

Số cách chọn 5 học sinh mà không có quá ba học sinh nữ là $C_6^1 \cdot C_4^4 + C_6^2 \cdot C_4^3 + C_6^3 \cdot C_4^2 = 186$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } \frac{186}{252} = \frac{31}{42}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1792. Có 10 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để trong 3 người được chọn không có hai người nào đứng cạnh nhau.

A. $P = \frac{7}{24}$.

B. $P = \frac{7}{90}$.

C. $P = \frac{7}{15}$.

D. $P = \frac{7}{10}$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Sau khi chọn ra 3 người thì còn lại 7 người, có 8 vách ngăn được tạo thành; 3 vị trí được rút người ra chính là 3 trong 8 vách ngăn, do đó số cách chọn người chính bằng số cách chọn 3 trong 8 vách ngăn. Vậy có $C_8^3 = 56$ cách chọn ra 3 người thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\text{Suy ra xác suất cần tính là } P = \frac{56}{C_{10}^3} = \frac{7}{15}.$$

Cách 2: Ta có $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Ta tính số cách chọn ra 3 người trong số 10 người đã cho sao cho không có hai người nào đứng cạnh nhau theo các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 1 người. Lần lượt xét người thứ

nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 6 ta thấy ở trường hợp 1 có tất cả $6+5+4+3+2+1 = 21$ cách chọn.

Trường hợp 2: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 2 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 5 ta thấy ở trường hợp 2 có tất cả $5+4+3+2+1 = 15$ cách chọn.

Trường hợp 3: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 3 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 4 ta thấy ở trường hợp 3 có tất cả $4+3+2+1 = 10$ cách chọn.

Trường hợp 4: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 4 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 3 ta thấy ở trường hợp 4 có tất cả $3+2+1 = 6$ cách chọn.

Trường hợp 5: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 5 người. Lần lượt xét người thứ nhất được chọn đứng ở vị trí thứ nhất cho đến thứ 2 ta thấy ở trường hợp 5 có tất cả $2+1 = 3$ cách chọn.

Trường hợp 6: Người thứ nhất và người thứ hai đứng cách nhau đúng 6 người, ở trường hợp 6 chỉ có 1 cách chọn bao gồm người thứ nhất, người thứ 8 và người thứ 10.

Vậy có tất cả $1+3+6+10+15+21 = 56$ cách chọn ra 3 người thỏa mãn yêu cầu bài toán. Do đó xác suất cần tính là $P = \frac{56}{C_{10}^3} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1793. Một tổ có 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng

A. $\frac{17}{42}$.

B. $\frac{5}{42}$.

C. $\frac{25}{42}$.

D. $\frac{10}{21}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $n(\Omega) = C_9^3 = 84$. Gọi A là biến cố “Số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ”. Ta có:

Chọn 3 nam, 0 nữ có C_5^3 cách.

Chọn 2 nam, 1 nữ có $C_5^2 C_4^1$ cách.

Suy ra $n(A) = C_5^3 + C_5^2 C_4^1 = 50$. Khi đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{25}{42}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1794. Hai bạn Bình và Lan cùng dự thi trong Kỳ thi THPT Quốc gia và ở hai phòng thi khác nhau. Mỗi phòng thi có 24 thí sinh, mỗi môn thi có 24 mã đề khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi bằng

A. $\frac{32}{235}$.

B. $\frac{46}{2209}$.

C. $\frac{23}{288}$.

D. $\frac{23}{576}$.

Lời giải.

Số cách phát đề môn Tiếng Anh, Toán cho thí sinh hai phòng là: $n(\Omega) = 24! \cdot 24! \cdot 24! \cdot 24! = (24!)^4$.

Gọi biến cố A : “Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi”.

Có hai khả năng xảy ra là Bình và Lan chung đề Toán hoặc Bình và Lan chung đề Tiếng Anh.

Suy ra $n(A) = 2 \cdot 24! \cdot 1 \cdot 23! \cdot 24! \cdot 23 \cdot 23! = 2 \cdot 23 \cdot (23!)^2 (24!)^2$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{23}{288}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1795. Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn đều cùng màu là

A. $\frac{40}{9}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{5}{9}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là chọn 2 bi trong 9 bi $\Rightarrow n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố lấy được 2 viên bi cùng màu

— Trường hợp 1: Lấy được 2 viên màu đen $\Rightarrow$ số khả năng là $C_5^2 = 10$.

— Trường hợp 2: Lấy được 2 viên màu trắng $\Rightarrow$ số khả năng là $C_4^2 = 6$.

Khi đó $n(A) = 16 \Rightarrow$ xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1796. Cho tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau được lập từ X . Chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập hợp A . Xác suất để số lấy được có 2 chữ số 1 và 2 và đồng thời 1; 2 đứng cạnh nhau là

A. $\frac{1}{72}$.

B. $\frac{1}{36}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau được lập từ X là $9! \Rightarrow$ số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi B : "Số lấy được có 2 chữ số 1 và 2 và đồng thời 1; 2 đứng cạnh nhau".

Ta ghép hai số 1 và 2 thành một cặp, do vai trò của hai số như nhau nên ta có 2 cách ghép là 12 và 21.

Số các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau mà hai số 1 và 2 đứng cạnh nhau là $2 \cdot 8! \Rightarrow n(B) = 2 \cdot 8!$.

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{2 \cdot 8!}{9!} = \frac{2}{9}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1797. Cho 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100, chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 là

A. $P = \frac{5}{6}$.

B. $P = \frac{1}{2}$.

C. $P = \frac{5}{7}$.

D. $P = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ từ 100 tấm thẻ có C_{100}^3 (cách chọn).

Để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 thì có thể xảy ra các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 tấm thẻ được chọn đều ghi số chẵn, có C_{50}^3 (cách chọn).

TH2: Chọn được 2 tấm thẻ ghi số lẻ và 1 tấm thẻ ghi số chẵn, có $C_{50}^2 \cdot C_{50}^1$ (cách chọn).

Do đó có tất cả $C_{50}^3 + C_{50}^2 \cdot C_{50}^1$ cách chọn thỏa yêu cầu đề bài.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{C_{50}^3 + C_{50}^2 \cdot C_{50}^1}{C_{100}^3} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1798. Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em được phát 2 suất quà khác loại (ví dụ: 1 chiếc áo và 1 thùng sữa). Trong số các em nhận quà có hai em Việt và

Nam. Tính xác suất để hai em Việt và Nam đó nhận được suất quà giống nhau.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Từ đề bài, mỗi em học sinh được nhận quà có thể nhận được một trong ba trường hợp sau:

— Loại I: 1 chiếc áo, 1 thùng sữa.

— Loại II: 1 chiếc áo, 1 cặp sách.

— Loại III: 1 thùng sữa, 1 cặp sách.

Gọi x, y, z lần lượt là số lượng của từng phần quà loại I, loại II, loại III.

$$\text{Khi đó, ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 9 \\ y + z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \\ z = 3. \end{cases}$$

Số cách chọn 2 phần quà trong 10 phần quà $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi A là biến cố hai em Việt và Nam nhận được quà giống nhau.

Số cách chọn 2 phần quà giống nhau trong 10 phần quà là $C_6^2 + C_3^2 = n(A)$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1799. Đoàn trường cần chọn ra 3 chi đoàn trong tổng số 27 chi đoàn (gồm 13 chi đoàn khối 10 và 14 chi đoàn khối 11) đi giúp xã Đồng Lộc xây dựng nông thôn mới. Tính xác suất để trong 3 chi đoàn được chọn có ít nhất hai chi đoàn thuộc khối 10.

A. $\frac{28}{75}$.

B. $\frac{119}{225}$.

C. $\frac{197}{225}$.

D. $\frac{106}{225}$.

Lời giải.

TH1. Có 2 chi đoàn khối 10 và 1 chi đoàn khối 11: $C_2^{13} \cdot C_1^{14}$.

TH2. Có 3 chi đoàn khối 10 và 0 chi đoàn khối 11: $C_3^{13} \cdot C_0^{14}$.

Vậy xác suất để trong 3 chi đoàn được chọn có ít nhất hai chi đoàn thuộc khối 10 là

$$\frac{C_2^{13} \cdot C_1^{14} + C_3^{13} \cdot C_0^{14}}{C_3^{27}} = \frac{106}{225}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1800. Có hai hộp đựng bi, mỗi viên bi chỉ mang một màu đen hoặc trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp đúng 1 viên bi. Biết tổng số bi trong hai hộp là 20 và xác suất lấy được 2 viên bi đen là $\frac{55}{84}$.

Tính xác suất để lấy được 2 viên bi trắng?

A. $\frac{1}{28}$.

B. $\frac{23}{84}$.

C. $\frac{3}{28}$.

D. $\frac{13}{84}$.

Lời giải.

Gọi hộp 1 có a viên bi trắng, b viên bi đen; hộp 2 có c viên bi trắng, d viên bi đen với a, b, c, d là các số nguyên dương.

Theo giả thiết, ta có $(a + b) + (c + d) = 20$ và $\frac{bd}{(a + b) \cdot (c + d)} = \frac{55}{84}$.

Ta có $100 = \left[\frac{(a + b) + (c + d)}{2} \right]^2 \geq (a + b)(c + d) \Rightarrow (a + b)(c + d) = 84$.

Khi đó, ta có

$$\begin{cases} (a + b) + (c + d) = 20 \\ (a + b)(c + d) = 84 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 14 \\ c + d = 6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a + b = 6 \\ c + d = 14. \end{cases}$$

Không giảm tổng quát, xét $a + b = 14$, $c + d = 6$.

Lại có $bd = 55 = 5 \cdot 11$, chọn $b = 11$; $d = 5 \Rightarrow a = 3$; $c = 1$.

Xác suất để lấy được hai viên bi trắng là $P = \frac{ac}{(a+b)(c+d)} = \frac{3}{84} = \frac{1}{28}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1801. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu hỏi đại số và 4 câu hỏi hình học. Thầy giáo gọi bạn Nam lên bảng trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{30}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{29}{30}$.

Lời giải.

Số kết quả không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A là biến cố Nam chọn có ít nhất một câu hình, suy ra $\bar{A}$ là biến cố Nam chọn không có một câu hình nào. Từ đó ta có

$$n(\bar{A}) = C_6^3 = 20 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1802. Cho $X = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp X . Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

A. $\frac{13}{35}$.

B. $\frac{7}{20}$.

C. $\frac{20}{35}$.

D. $\frac{13}{20}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu. Ta có $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Có 14 cách chọn ba số liên tiếp nhau.

Có 15 cách chọn hai số liên tiếp nhau.

+Nếu hai số đó là $\{0, 1\}$ hoặc $\{14, 15\}$ thì có 13 cách chọn số thứ ba sao cho trong ba số chỉ có hai số liên tiếp.

+Nếu hai số đó không phải là $\{0, 1\}$ hoặc $\{14, 15\}$ thì có 12 cách chọn số thứ ba sao cho trong ba số chỉ có hai số liên tiếp.

Vậy có $14 + 2 \times 13 + 13 \times 12 = 196$ cách chọn ba số sao cho ba số đó là liên tiếp hoặc chỉ có hai trong ba số là liên tiếp.

Vậy có $560 - 196 = 364$ cách chọn ba số sao cho trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

Do đó xác suất cần tính là $P = \frac{364}{560} = \frac{13}{20}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1803. Kết quả $(b; c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm?

A. $\frac{5}{36}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{23}{36}$.

D. $\frac{17}{36}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 + bx + c = 0$ (1) với $b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Có $6 \cdot 6 = 36$ bộ số $(b; c)$. Phương trình (1) vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = b^2 - 4c < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4c$ (2).

Có 17 cặp số $(b; c)$ thỏa mãn (2) là: $(1; 1)$, $(1; 2)$, $(1; 3)$, $(1; 4)$, $(1; 5)$, $(1; 6)$, $(2; 2)$, $(2; 3)$, $(2; 4)$, $(2; 5)$, $(2; 6)$, $(3; 3)$, $(3; 4)$, $(3; 5)$, $(3; 6)$, $(4; 5)$, $(4; 6)$.

Xác suất để phương trình (1) vô nghiệm là $P = \frac{17}{36}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1804. Đầu tiết học, cô giáo kiểm tra bài cũ bằng cách gọi lần lượt từng người từ đầu danh sách lớp lên bảng trả lời câu hỏi. Biết rằng các học sinh đầu tiên trong danh sách lớp là An, Bình, Cường với xác suất thuộc bài lần lượt là 0,9, 0,7 và 0,8. Cô giáo sẽ dừng kiểm tra sau khi có hai học sinh thuộc bài. Tính xác suất cô giáo chỉ kiểm tra bài cũ đúng ba bạn trên.

A. 0,504.

B. 0,216.

C. 0,056.

D. 0,272.

Lời giải.

Cô giáo chỉ kiểm tra bài cũ đúng ba bạn trên khi xảy ra hai trường hợp sau:

- An thuộc bài, Bình không thuộc bài, Cường thuộc bài. Xác suất của trường hợp này là: $0,9 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = 0,216$.
- An không thuộc bài, Bình thuộc bài, Cường thuộc bài. Xác suất của trường hợp này là: $0,1 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,056$.

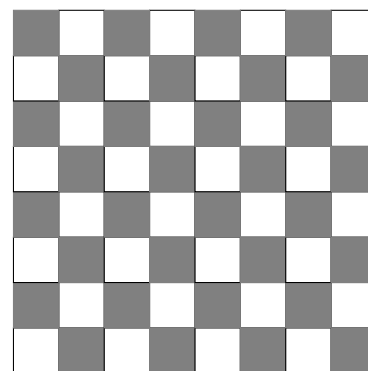
Vậy xác suất cần tìm là $0,216 + 0,056 = 0,272$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1805.

Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau cho 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.

A. $\frac{1}{16}$.B. $\frac{1}{32}$.C. $\frac{3}{32}$.D. $\frac{3}{64}$.

Lời giải.

Bước di chuyển đầu tiên của quân vua có 8 cách, bước di chuyển thứ hai của quân vua có 8 cách và bước di chuyển thứ ba của quân vua có 8 cách. Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8^3$.

Gọi A là biến cố: “Sau ba bước quân vua trở về ô xuất phát”

Xét hai trường hợp sau:

- Trường hợp 1. Trước tiên di chuyển quân vua sang ô đen liền kề có 4 cách, tiếp theo di chuyển quân vua sang ô trắng có chung cạnh hoặc ô đen có chung đỉnh cạnh ô xuất phát của quân vua có 4 cách, cuối cùng di chuyển quân vua về vị trí cũ có 1 cách. Do đó có $4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$ cách.
- Trường hợp 2. Trước tiên di chuyển quân vua sang ô trắng được đánh có chung đỉnh với cạnh ô quân vua đang đứng có 4 cách, tiếp theo di chuyển quân vua sang ô đen cạnh ô quân vua xuất phát có 2 cách, cuối cùng di chuyển quân vua về vị trí cũ có 1 cách. Do đó có $4 \cdot 2 \cdot 1 = 8$ cách.

Suy ra số các kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 16 + 8 = 24$ cách.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{8^3} = \frac{3}{64}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1806. Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 được gọi có cả nam và nữ bằng

A. $\frac{65}{71}$.B. $\frac{69}{77}$.C. $\frac{443}{506}$.D. $\frac{68}{75}$.

Lời giải.

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng là $C_{35}^4 = 52360$.

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng hoặc là nam hoặc là nữ là $C_{18}^4 + C_{17}^4 = 5440$.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = 52360$.

Gọi biến cố A: “ 4 học sinh được gọi lên bảng có cả nam và nữ ”.

Ta được $n(A) = 46920$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{69}{77}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 1807. Trong lễ tổng kết năm học 2017 – 2018, lớp 12T nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách Toán, 7 cuốn sách Vật lí, 8 cuốn sách Hoá học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. Bình và Bảo là 2 trong số 10 học sinh đó. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà Bình nhận được giống 2 cuốn sách của Bảo.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{17}{90}$.

C. $\frac{14}{45}$.

D. $\frac{12}{45}$.

Lời giải.

Vì mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học nên từ 20 quyển sách ta chia ra 10 phần quà.

Trong đó mỗi phần quà đó hoặc là gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Vật lí (loại 1), hoặc là gồm 1 cuốn sách Toán và 1 cuốn sách Hoá (loại 2), hoặc là gồm 1 cuốn sách Vật lí và 1 cuốn sách Hoá (loại 3).

Gọi x, y, z lần lượt là số phần quà loại 1, loại 2 và loại 3.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y = 5 \\ x + z = 7 \\ y + z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5. \end{cases}$$

Số cách chia phần quà cho Bình và Bảo:

— Cùng nhận loại 1: có $C_2^2 = 1$ cách.

— Cùng nhận loại 2: có $C_3^2 = 3$ cách.

— Cùng nhận loại 3: có $C_5^2 = 10$ cách.

Gọi biến cố A: “ 2 cuốn sách mà Bình và Bảo nhận được giống nhau ”.

Ta có $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Ta có $n(A) = 14$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{14}{45}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1808. Giải bóng đá của học sinh trường THPT Quỳnh Hợp 2 gồm 9 đội tham dự, trong đó có 3 đội khối 10, 3 đội khối 11 và 3 đội khối 12. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của khối 12 ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{9}{28}$.

B. $\frac{9}{56}$.

C. $\frac{3}{56}$.

D. $\frac{1}{336}$.

Lời giải.

Mỗi bảng gồm 3 đội nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = 1680$.

Gọi X là biến cố "3 đội bóng của khối 12 ở 3 bảng khác nhau".

— Bảng A.

+ Chọn 1 trong 3 đội khối 12 $\Rightarrow$ có $C_3^1 = 3$ cách.

+ Chọn 2 trong 6 đội khối 10 và khối 11 $\Rightarrow$ có $C_6^2 = 15$ cách.

— Bảng B.

+ Chọn 1 trong 2 đội còn lại của khối 12 $\Rightarrow$ có $C_2^1 = 2$ cách.

+ Chọn 2 trong 4 đội còn lại khối 10 và khối 11 $\Rightarrow$ có $C_4^2 = 6$ cách.

— Bảng C là 3 đội còn lại.

Vậy $n = (X) = 3 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 6 = 540$.

Xác suất của biến cố X là $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{540}{1680} = \frac{9}{28}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1809. Đội dự tuyển thi học sinh giỏi giải toán bằng tiếng Anh của trường THPT A có 4 học sinh nam khối 12, 2 học sinh nữ khối 12 và 2 học sinh nam khối 11. Để thành lập đội tuyển dự thi giải toán bằng tiếng Anh cấp thành phố nhà trường cần chọn 5 em từ 8 học sinh trên. Tính xác suất để trong 5 em được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ, có cả học sinh khối 11 và học sinh khối 12.

A. $P = \frac{21}{49}$.

B. $P = \frac{11}{56}$.

C. $P = \frac{25}{56}$.

D. $P = \frac{11}{14}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_8^5$.

Gọi biến cố A: “Trong 5 em được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ, có cả học sinh khối 11 và học sinh khối 12”.

Suy ra $n(A) = C_4^3 \cdot C_2^1 \cdot C_2^1 + C_4^2 \cdot C_2^2 \cdot C_2^1 + C_4^1 \cdot C_2^2 \cdot C_2^2 = 44$ cách chọn.

Khi đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{14}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1810. Xếp ngẫu nhiên 12 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 4 học sinh lớp 12B và 6 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 12 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{5}{1386}$.

B. $\frac{1}{198}$.

C. $\frac{1}{462}$.

D. $\frac{19}{6930}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 12!$.

	C		C		C		C		C		C		

Xếp 6 học sinh lớp 12C có 6! cách xếp.

TH1: Xếp vào giữa hai học sinh lớp 12C một học sinh lớp 12A hoặc 12B có 2.6! cách xếp.

TH2: Xếp vào giữa hai học sinh lớp 12C nhiều hơn 1 học sinh lớp 12A và 12B có $C_2^1 \cdot C_4^1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4!$ cách xếp.

Vậy có 6! (2 · 6! + 2 · 4 · 5 · 4! · 2) cách xếp.

Xác suất cần tìm là $\frac{6! (2 \cdot 6! + 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4! \cdot 2)}{12!} = \frac{1}{198}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1811. Một trường THPT có 18 học sinh giỏi toàn diện, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh từ 18 học sinh trên để đi dự trại hè. Tính xác suất để mỗi khối có ít nhất một học sinh được chọn.

A. $\frac{212}{221}$.

B. $\frac{9}{221}$.

C. $\frac{59}{1326}$.

D. $\frac{1267}{1326}$.

Lời giải.

Số cách chọn 8 học sinh từ 18 học sinh là: C_{18}^8 .

Số cách chọn 8 học sinh trong đó không có học sinh khối 10 là: C_{13}^8 .

Số cách chọn 8 học sinh trong đó không có học sinh khối 11 là: C_{12}^8 .

Số cách chọn 8 học sinh trong đó không có học sinh khối 12 là: C_{11}^8 .

Do số học sinh giỏi toàn diện mỗi khối đều nhỏ hơn 8 nên không chọn được 8 học sinh trong cùng một khối.

Vậy số cách chọn 8 học sinh để mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là: $C_{18}^8 - (C_{13}^8 + C_{12}^8 + C_{11}^8)$.

Xác suất để mỗi khối có ít nhất một học sinh được chọn là:

$$\frac{C_{18}^8 - (C_{13}^8 + C_{12}^8 + C_{11}^8)}{C_{18}^8} = \frac{1267}{1326}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1812. Xét tập A gồm tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ A . Tính xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước (tính từ trái sang phải).

A. $\frac{74}{411}$.

B. $\frac{62}{431}$.

C. $\frac{1}{216}$.

D. $\frac{3}{350}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là: $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 27216$.

Số chữ số có 5 chữ số mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước là số tập con gồm 5 phần tử của tập gồm 9 phần tử $\{1, 2, \dots, 9\}$.

Do đó số chữ số có 5 chữ số mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước là: C_9^5 .

Xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước là: $\frac{C_9^5}{27216} = \frac{1}{216}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1813. Một hộp có chứa 9 viên bi trong đó có 3 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu xanh và 2 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được hai viên bi khác màu.

A. $\frac{13}{18}$.

B. $\frac{1}{36}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_9^2$. Gọi A là biến cố chọn được 2 viên khác màu, $n(A) = C_3^1 C_4^1 + C_4^1 C_2^1 + C_2^1 C_3^1 = 26$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1814. Tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$, $E = \{\overline{a_1 a_2 a_3 a_4} | a_1; a_2; a_3; a_4 \in A, a_1 \neq 0\}$. Lấy ngẫu nhiên một phần tử thuộc E . Tính xác suất để phần tử đó là số chia hết cho 5.

A. $\frac{13}{98}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{5}{16}$.

D. $\frac{13}{49}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập E là $7 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 3584$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{3584}^1 = 3584$.

Gọi X là biến cố "Số lấy được chia hết cho 5".

Xét các số dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$ chia hết cho 5 $\Rightarrow a_5 \in \{0; 5\}$.

+ Chọn $a_4 \Rightarrow$ có 2 cách.

+ Chọn $a_1 \Rightarrow$ có 7 cách.

+ Mỗi chữ số a_2, a_3 có 8 cách chọn

Suy ra có $2.7.8.8 = 896$.

Số phần tử của biến cố X là $n(X) = 896$.

Xác suất của biến cố X là $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{896}{3584} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1815. Có 20 đôi giày cỡ khác nhau người ta lấy ngẫu nhiên ra 10 chiếc. Tính xác suất để lấy được 10 chiếc không tạo thành một đôi bất kì nào.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1024}{84766}$.

C. $\frac{13}{49}$.

D. $\frac{256}{1147}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{40}^{10}$.

Gọi A là biến cố "10 chiếc không tạo thành một đôi bất kì nào".

Để A xảy ra, chọn ngẫu nhiên ra 10 đôi giày và từ mỗi đôi đó lấy ra một chiếc $\Rightarrow n(A) = C_{20}^{10} \cdot 2^{10}$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{256}{1147}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1816. Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hù họa mỗi câu một phương án. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

A. $P(A) = 0,7759$.

B. $P(A) = 0,783$.

C. $P(A) = 0,7336$.

D. $P(A) = 0,7124$.

Lời giải.

Xác suất để học sinh trả lời đúng một câu đúng là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời một sai là $\frac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra số câu trả lời sai là $10 - x$.

Số điểm học sinh đạt được là $4x - 2(10 - x) = 6x - 20$.

Học sinh nhận được điểm dưới 1 $\Leftrightarrow 6x - 20 < 1 \Leftrightarrow x < \frac{7}{2}$. Vì x là số tự nhiên nên $x \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Gọi A_i (với $i = 0; 1; 2; 3$) là biến cố "Học sinh trả lời đúng i câu"

và A là biến cố "Học sinh nhận điểm dưới 1".

Suy ra $A = A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và $P(A) = P(A_0) + P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$.

Mặt khác $P(A_i) = C_{10}^i \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^i \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$.

Vậy $P(A) = \sum_{i=0}^3 C_{10}^i \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^i \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i} = 0,7759$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1817. Một tổ học sinh gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 2 học sinh của tổ đó lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để hai bạn lên bảng có cả nam và nữ.

A. $\frac{4}{15}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên hai bạn từ tổ 10 bạn, ta có C_{10}^2 cách.

Chọn 2 bạn từ 10 bạn mà có cả nam và nữ (tức là 1 nam và 1 nữ), có $C_4^1 \cdot C_6^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_4^1 \cdot C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1818. Có 5 tấm bìa lần lượt ghi 5 chữ “cố”, “lên”, “U23”, “Việt”, “Nam”. Một người xếp ngẫu nhiên 5 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “U23 Việt Nam cố lên”.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{720}$.

C. $\frac{1}{120}$.

D. $\frac{1}{36}$.

Lời giải.

Xếp 5 tấm bìa cạnh nhau có $5! = 120$ cách.

Để được dòng chữ “U23 Việt Nam cố lên” có 1 cách.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1819. Đề thi thử môn toán trường THPT Ân Thi có 50 câu trắc nghiệm, mỗi câu có bốn phương án trả lời và chỉ có một phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, câu trả lời sai không bị trừ điểm. Một học sinh chọn ngẫu nhiên các phương án. Xác suất để học sinh đó được 8 điểm là

A. $\frac{C_{50}^{40} \cdot 3^{10}}{4^{50}}$.

B. $\frac{3^{40}}{4^{50}}$.

C. $\frac{C_{50}^{40} \cdot 4^{10}}{4^{50}}$.

D. $\frac{C_{50}^{40} \cdot 3^{10}}{3^{50}}$.

Lời giải.

Để được 8 điểm học sinh làm đúng 40 câu và sai 10 câu. Chọn 40 câu trong 50 câu có C_{50}^{40} cách. Với mỗi câu, xác suất đúng là $\frac{1}{4}$ và xác suất sai là $\frac{3}{4}$. Áp dụng quy tắc nhân xác suất ta được xác suất để học sinh đó được 8 điểm là $\frac{3^{10} C_{50}^{40}}{4^{50}}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1820. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc tập A . Tính xác suất để chọn được một số thuộc A và số đó chia hết cho 5.

A. $P = \frac{11}{27}$.

B. $P = \frac{53}{243}$.

C. $P = \frac{2}{9}$.

D. $P = \frac{17}{81}$.

Lời giải.

Gọi n là số phần tử của tập hợp A , suy ra $n = 9 \cdot A_9^4 = 27216$.

Gọi B là biến cố “Chọn được một số từ tập hợp A chia hết cho 5”.

Khi đó số phần tử của B là $n(B) = A_9^4 + 8 \cdot A_8^3 = 5712$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(B) = \frac{5712}{27216} = \frac{17}{81}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1821. Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, tính xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ.

A. $\frac{245}{792}$.

B. $\frac{210}{792}$.

C. $\frac{547}{792}$.

D. $\frac{582}{792}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^5 = 792$.

Gọi biến cố A : “chọn được 5 bạn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ”.

Có hai trường hợp thuận lợi xảy ra biến cố A là: chọn được 3 nam, 2 nữ hoặc 4 nam, 1 nữ.

Suy ra $n(A) = C_5^3 \cdot C_7^2 + C_5^4 \cdot C_7^1 = 245$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{245}{792}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1822. Cho đa giác đều 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác tù.

A. $\frac{3}{11}$.

B. $\frac{16}{33}$.

C. $\frac{8}{11}$.

D. $\frac{4}{11}$.

Lời giải.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều 100 đỉnh.

Xét A là một đỉnh tùy ý của đa giác, kẻ đường kính $AA' \Rightarrow A'$ cũng là một đỉnh của đa giác.

Đường kính AA' chia (O) thành hai nửa đường tròn, với mỗi cách chọn ra 2 điểm B, C là 2 đỉnh của đa giác và cùng thuộc một nửa đường tròn, ta được 1 tam giác tù ABC .

Khi đó số cách chọn B và C là $2 \cdot C_{49}^2$.

Đa giác có 100 đỉnh nên số đường chéo là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác là 50.

Do đó số cách chọn ra 3 đỉnh để lập thành một tam giác tù là $50 \cdot 2 \cdot C_{49}^2 = 100 \cdot C_{49}^2$.

Ta có $n(\Omega) = C_{100}^3$.

Gọi biến cố E : “chọn được 3 đỉnh lập thành một tam giác tù”.

$$\text{Vậy } P(E) = \frac{100 \cdot C_{49}^2}{C_{100}^3} = \frac{8}{11}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1823. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số và chia hết cho 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau.

A. $\frac{396}{625}$.

B. $\frac{512}{3125}$.

C. $\frac{369}{6250}$.

D. $\frac{198}{3125}$.

Lời giải.

Nhận thấy $S = \{1000008, 1000017, \dots, 9999990, 9999999\}$ nên số phần tử của S là $\frac{9999999 - 1000008}{9} + 1 = 100000$.

Ta sẽ đếm số các phần tử của S có các chữ số đôi một khác nhau.

Tổng của 7 chữ số được sử dụng chia hết cho 9 mà $0 + 1 + 2 + \dots + 9 = 45$ chia hết cho 9 nên 3 chữ số không được sử dụng trong các số thỏa mãn có tổng chia hết cho 9.

Nếu 3 chữ số không được sử dụng là $(0; 1; 8)$, $(0; 2; 7)$, $(0; 3; 6)$, $(0; 4; 5)$ thì mỗi bộ 7 chữ số còn lại sẽ tạo được 7! số có 7 chữ số.

Nếu 3 chữ số không được sử dụng là $(1; 2; 6)$, $(1; 3; 5)$, $(1; 8; 9)$, $(2; 3; 4)$, $(2; 7; 9)$, $(3; 6; 9)$, $(3; 7; 8)$, $(4; 5; 9)$, $(4; 6; 8)$, $(5; 6; 7)$ thì mỗi bộ 7 chữ số còn lại sẽ tạo được $6 \cdot 6!$ số có 7 chữ số.

Vậy có tổng cộng $4 \cdot 7! + 10 \cdot 6 \cdot 6! = 63360$ số thuộc S có các chữ số khác nhau.

Suy ra xác suất số nhận được có các chữ số khác nhau là: $\frac{63360}{100000} = \frac{396}{625}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1824. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong S . Tính xác suất để số được chọn có đúng 4 chữ số lẻ và số 0 luôn nằm giữa hai số lẻ.

A. $\frac{5}{54}$.

B. $\frac{5}{648}$.

C. $\frac{5}{42}$.

D. $\frac{20}{189}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố cần tìm. Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^8$. Giả sử số được chọn thỏa yêu cầu bài toán có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9}$. Ta thấy số cách chọn được bộ ba số có dạng $\overline{a_0 b}$ với a, b là các số lẻ là A_5^2 .

Vì số có 9 chữ số đôi một khác nhau và số 0 luôn nằm giữa hai số lẻ nên có thể thay bộ ba số $\overline{a_0 b}$

vào 7 vị trí khác nhau. Từ đó suy ra số cách chọn các số thỏa bài toán là $n(A) = 2 \cdot A_5^2 \cdot 7 \cdot C_3^2 \cdot C_6^2 \cdot 4!$. Do đó

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2 \cdot A_5^2 \cdot 7 \cdot C_3^2 \cdot C_6^2 \cdot 4!}{9 \cdot A_9^8} = \frac{5}{54}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1825. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

A. 0,014.

B. 0,0495.

C. 0,079.

D. 0,055.

Lời giải.

Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có dạng $s = \overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$, $N = \{1; 2; 3; \dots, 9\}$. Ta có các trường hợp

— Trường hợp 1. Các số a, b, c, d đôi một phân biệt.

Khi đó mỗi số s tương ứng với một tập con có 4 phần tử của N . Do đó ta có $C_9^4 = 126$ số.

— Trường hợp 2. Trong các số a, b, c, d có đúng một cặp số bằng nhau.

Ta có C_9^3 cách chọn ra một tập con có 3 phần tử của N , giả sử là $\{x, y, z\}$ ($x < y < z$). Với mỗi tập con này, ta có 3 cách tạo ra một phần tử của A là $\overline{xxyz}$, $\overline{xyyz}$, $\overline{xyzz}$. Vậy trong trường hợp này ta có $3C_9^3 = 252$ số.

— Trường hợp 3. Trong các số a, b, c, d có đúng ba số bằng nhau.

Ta có C_9^2 cách chọn ra một tập hợp có hai phần tử của N , giả sử là $\{x, y\}$ ($x < y$). Với mỗi tập con này ta có hai cách tạo ra một phần tử của A là $\overline{xxxy}$ hoặc $\overline{xyyy}$. Trong trường hợp này ta có $2C_9^2 = 72$ số.

— Trường hợp 4. Trong các số a, b, c, d có đúng hai cặp số bằng nhau và hai cặp này khác nhau.

Ta có C_9^2 cách chọn ra một tập hợp có hai phần tử của N , giả sử là $\{x, y\}$ ($x < y$). Với mỗi tập con này ta có một cách tạo ra một phần tử của A là $\overline{xyxy}$. Trong trường hợp này ta có $C_9^2 = 36$ số.

— Trường hợp 5. $a = b = c = d$. Dễ thấy có 9 số thỏa mãn.

Vậy số phần tử của A là $126 + 252 + 72 + 36 + 9 = 495$. Suy ra xác suất cần tìm là $\frac{495}{9000} = 0,055$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1826. Một bó hoa có 4 bông xanh, 5 bông đỏ, 6 bông vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 bông. Tính xác suất để 3 bông lấy ra đủ 3 màu.

A. $\frac{4}{91}$.

B. $\frac{24}{91}$.

C. $\frac{8}{91}$.

D. $\frac{16}{91}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố: “3 bông lấy ra có đủ 3 màu”. Ta có $n(A) = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1827. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đó đi lao động. Tính xác suất để trong 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{17}{48}$.

C. $\frac{17}{24}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Biến cố A : chọn 3 học sinh có ít nhất một học sinh nữ.

Do đó $\bar{A}$: chọn 3 học sinh đều là học sinh nam.

$$\text{Suy ra: } P(\bar{A}) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24}.$$

$$\text{Vậy: } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{17}{24}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1828. Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và toán T2 luôn được xếp cạnh nhau.

A. $\frac{1}{210}$.

B. $\frac{1}{600}$.

C. $\frac{1}{300}$.

D. $\frac{1}{450}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu bằng số cách xếp túy ý 10 cuốn sách thành một hàng ngang: $10!$ cách. Trước hết ta xếp hai cuốn Toán T1 và Toán T2 đứng cạnh nhau thành một xem như một vị trí kí hiệu là T có $2!$ cách. Bây giờ xếp T với bốn cuốn sách Toán còn lại có $5!$ cách xếp. Khi đó 3 cuốn sách tiếng Anh sẽ được xếp vào 3 trong 4 khoảng trống giữa các cuốn sách Toán vừa xếp nên có A_4^3 cách xếp. Cuối cùng quyển sách Văn chỉ có thể xếp vào một trong ba vị trí để thỏa đề bài. Vậy số cách xếp thỏa đề bài bằng $2! \cdot 5! \cdot A_4^3 \cdot 3$. Vậy xác suất cần tính bằng

$$P(A) = \frac{2! \cdot 5! \cdot A_4^3 \cdot 3}{10!} = \frac{1}{210}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1829. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc một lần. Tính xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện.

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là 6. Xác suất để mặt 6 chấm xuất hiện là $\frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1830. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập các số tự nhiên có ít nhất ba chữ số, các chữ số đôi một khác nhau đều được lấy từ tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{4}{25}$.

B. $\frac{3}{25}$.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{2}{25}$.

Lời giải.

— Tính số phần tử của S .

Số các số có ba chữ số khác nhau được lấy từ tập A là A_5^3 .

Số các số có bốn chữ số khác nhau được lấy từ tập A là A_5^4 .

Số các số có năm chữ số khác nhau được lấy từ tập A là A_5^5 .

Số phần tử của tập S là $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$.

— Gọi B là biến cố số được chọn từ S có tổng các chữ số bằng 10. Ta tính số phần tử của B .

Số các số có ba chữ số khác nhau được lấy từ tập $\{1; 4; 5\}$ là $3!$.

Số các số có ba chữ số khác nhau được lấy từ tập $\{2; 3; 5\}$ là $3!$.

Số các số có bốn chữ số khác nhau được lấy từ tập $\{1; 2; 3; 4\}$ là $4!$.

Số phần tử của B là $3! + 3! + 4! = 36$.

— Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10 là $P(B) = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1831. Cho A, B là hai biến cố độc lập cùng liên quan tới một phép thử, có $P(A) = 0,12$ và $P(B) = 0,2$. Tính $P(A \cup B)$.

A. 0,32.

B. 0,024.

C. 0,344.

D. 0,296.

Lời giải.

Ta có

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = 0,12 + 0,2 - 0,12 \cdot 0,2 = 0,296.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1832. Cho một đa giác lồi (H) có 30 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Gọi P là xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H). Hỏi P gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 0.6792.

B. 0.5287.

C. 0.6294.

D. 0.4176.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong 30 đỉnh là $C_{30}^4 = 27405$.

Xét tứ giác lồi $A_1A_xA_yA_z$. Để 4 cạnh là đường chéo thì $3 \leq x < y - 1 < z - 2 \leq 27$.

Như vậy, ta có C_{25}^3 cách chọn bộ $(x; y; z)$. Suy ra có C_{25}^3 tứ giác lồi $A_1A_xA_yA_z$.

Vậy có $30 \times C_{25}^3$ tứ giác lồi có các cạnh là đường chéo.

Tuy nhiên, mỗi tứ giác lồi bị lặp lại 4 lần nên sẽ có $\frac{30 \cdot C_{25}^3}{4} = 17250$ tứ giác thỏa mãn. Vậy $P = \frac{17250}{27405} \approx 0.6294$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1833. Cho hai chiếc hộp A và B. Hộp A chứa 6 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A và bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

A. $\frac{126}{275}$.

B. $\frac{21}{55}$.

C. $\frac{123}{257}$.

D. $\frac{37}{83}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $n(\Omega) = 10 \cdot C_{11}^2$.

Trường hợp 1: Lấy một viên bi đen từ hộp A bỏ vào hộp B ta có 4 cách. Khi đó số cách lấy hai bi trắng từ hộp B là C_7^2 .

Trường hợp 2: Lấy một viên bi trắng từ hộp A bỏ vào hộp B khi đó ta có 6 cách. Với mỗi cách đó thì số cách lấy hai bi trắng từ hộp B là C_8^2 .

Vậy số cách lấy hai viên bi trắng từ hộp B là $4 \cdot C_7^2 + 6 \cdot C_8^2$.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{4 \cdot C_7^2 + 6 \cdot C_8^2}{10 \cdot C_{11}^2} = \frac{126}{275}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1834. Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất p để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ là

A. $p = \frac{4}{85}$.

B. $p = \frac{4}{135}$.

C. $p = \frac{3}{20}$.

D. $p = \frac{5}{158}$.

Lời giải.

Các cặp số $\{a_1, a_2\}; \{a_3, a_4\}; \{a_5, a_6\}$ thỏa mãn bài toán $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ là

Trường hợp 1: $\{0, 6\}; \{1, 5\}; \{2, 4\}$

Trường hợp 2: $\{0, 5\}; \{1, 4\}; \{2, 3\}$

Trường hợp 3: $\{1, 6\}; \{2, 5\}; \{3, 4\}$

Khi đó không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 4320$.

Số các số thỏa mãn bài toán kể cả trường hợp $a_1 = 0$ khi đó số các số là $3 \cdot (2!)^3 \cdot 3!$.

Khi $a_1 = 0$ khi đó số các số là $2 \cdot (2!)^2 \cdot 2!$. Suy ra số các số thỏa mãn bài toán là $144 - 16 = 128$. Do đó $p = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1835. Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

A. $\frac{3}{115}$.

B. $\frac{7}{920}$.

C. $\frac{27}{92}$.

D. $\frac{9}{92}$.

Lời giải.

Chọn 3 đoàn viên trong 25 đoàn viên có $n(\Omega) = C_{25}^3$ cách.

Gọi A: “trong 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ”

Khi đó $n(A) = C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{92}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1836. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người bắn một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Gọi A: “Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia”.

B: “Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia”.

Xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia là $P(AB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Xác suất để ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia là $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1837. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.

Gọi A là biến cố được mặt b chấm để phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $x^2 + bx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b < -2\sqrt{2} \\ b > 2\sqrt{2} \end{cases}$.

Mà $b \in \Omega$ nên $b \in \{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(A) = 4$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1838. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0; 10)$, $N(100; 10)$, $P(100; 0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong và kể cả trên cạnh của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên 1 điểm $A(x; y) \in S$. Tính xác suất để $x + y \leq 90$.

A. $\frac{169}{200}$.

B. $\frac{845}{1111}$.

C. $\frac{86}{101}$.

D. $\frac{473}{500}$.

Lời giải.

Tập hợp S gồm có $11 \cdot 101 = 1111$ điểm.

Ta xét $S' = \{(x; y) : x + y > 90\}$ với $0 \leq x \leq 100$ và $0 \leq y \leq 10$.

Khi $y = 0 \Rightarrow x > 90 \Rightarrow x \in \{91, 92, \dots, 100\} \Rightarrow$ có 10 giá trị của x .

Khi $y = 1 \Rightarrow x > 89 \Rightarrow x \in \{90, 91, \dots, 100\} \Rightarrow$ có 11 giá trị của x .

...

Khi $y = 10 \Rightarrow x > 80 \Rightarrow x \in \{81, 82, \dots, 100\} \Rightarrow$ có 20 giá trị của x .

Suy ra S' có 165 phần tử. Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{1111 - 165}{1111} = \frac{86}{101}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1839. Từ một hộp chứa 17 thẻ được đánh số từ 1 đến 17, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn.

A. $\frac{1}{34}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{9}{170}$.

D. $\frac{1}{26}$.

Lời giải.

Không gian mẫu Ω là tập hợp các kết quả có thể xảy ra của phép thử chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Ta có $n(\Omega) = C_{17}^4$.

Gọi A là biến cố chọn 4 được thẻ đánh số chẵn. Ta có $n(A) = C_8^4$.

$$\text{Khi đó } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{34}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1840. Sắp xếp 12 học sinh của lớp 12A gồm có 6 học sinh nam và 6 học sinh nữ vào một bàn dài gồm có hai dãy ghế đối diện nhau (mỗi dãy gồm có 6 chiếc ghế) để thảo luận nhóm. Tính xác suất để hai học sinh ngồi đối diện nhau và cạnh nhau luôn khác giới.

A. $\frac{9}{4158}$.

B. $\frac{9}{8316}$.

C. $\frac{9}{299760}$.

D. $\frac{9}{5987520}$.

Lời giải.

Không gian mẫu: Sắp xếp 12 học sinh vào 12 ghế, ta có: $n(\Omega) = 12!$

Biến cố A sắp 6 học sinh nam vào các ô có đánh dấu $\times$ như hình vẽ và 6 ghế còn lại dành cho 6 học sinh nữ và ngược lại.

Vậy ta có: $n(A) = 2 \cdot 6! \cdot 6!$

$\times$		$\times$		$\times$	
	$\times$		$\times$		$\times$

Vậy xác suất để sắp xếp 12 học sinh vào bàn học sao cho hai học sinh ngồi đối diện nhau và cạnh nhau luôn khác giới là:

$$P(A) = \frac{2 \cdot 6! \cdot 6!}{12!} = \frac{9}{4158}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1841. Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(A \cup B) = P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$.

D. $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

Lời giải.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1842. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số $1, 2, 3, \dots, 9$. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai thẻ và nhận hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số chẵn.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{13}{18}$.

Lời giải.

Chọn 2 thẻ trong 9 thẻ có $C_9^2 = 36$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố cả hai thẻ được rút ra đều là số lẻ.

Chọn 2 thẻ số lẻ trong 5 thẻ số lẻ có $C_5^2 = 10$. Suy ra $n(A) = 10$.

Gọi B là biến cố thỏa yêu cầu bài toán. Khi đó $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{10}{36} = \frac{13}{18}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1843. Trong một lớp có n học sinh gồm 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh cùng $n - 3$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n , mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh là $\frac{13}{675}$. Khi đó n thỏa mãn

A. $n \in [35; 39]$.

B. $n \in [40; 45]$.

C. $n \in [30; 34]$.

D. $n \in [25; 29]$.

Lời giải.

Số cách sắp xếp tùy ý n học sinh vào n chỗ là $n!$ (cách xếp).

Giả sử số ghế của 3 bạn Chuyên, Hà, Tĩnh lần lượt là a, b, c .

Khi đó ta có $b = \frac{a+c}{2}$ hay $2b = a + c$.

Do đó a, c phải cùng tính chẵn lẻ.

TH 1. Nếu $n = 2m$ (n là số chẵn).

Nếu a, c cùng chẵn hoặc cùng lẻ thì Chuyên và Tĩnh có $A_{\frac{n}{2}}^2$ cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(n-3)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

$$\text{Do đó ta có } \frac{2(n-3)!A_{\frac{n}{2}}^2}{n!} = \frac{13}{675} \Leftrightarrow m = \frac{701}{52} \text{ (loại).}$$

TH 2. $n = 2m + 1$ (n là số lẻ).

— Nếu a, c chẵn thì Chuyên và Tĩnh có A_m^2 cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(2m-2)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

— Nếu a, c lẻ thì Chuyên và Tĩnh có A_{m+1}^2 cách xếp, Hà có 1 cách xếp và có $(2m-2)!$ cách xếp các học sinh còn lại.

Khi đó

$$\frac{(2m-2)!(A_m^2 + A_{m+1}^2)}{(2m+1)!} = \frac{13}{675} \Leftrightarrow \frac{m(m-1) + m(m+1)}{(2m+1)2m(2m-1)} \Leftrightarrow m = 13 \Leftrightarrow n = 27.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 1844. Trước kì thi học kì hai lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVE A giao cho học sinh đề cương ôn tập gồm có $2n$ bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kì của

lớp FIVE A sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số $2n$ bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Gọi B là biến cố "Học sinh TWO làm đúng 2 trong 3 bài toán thi".

Gọi C là biến cố "Học sinh TWO làm đúng cả 3 bài toán thi".

Gọi A là biến cố " Học sinh TWO không phải thi lại".

Ta có $A = B \cup C$ và B, C là hai biến cố xung khắc.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{2n}^3$.

— Xét biến cố B .

– Chọn 2 bài trong n bài học sinh TWO làm được là C_n^2 .

– Chọn 1 bài trong n bài học sinh TWO làm được là C_n^1 .

$$\text{Từ đó suy ra } P(B) = \frac{C_n^2 \cdot C_n^1}{C_{2n}^3}.$$

— Tương tự với biến cố C ta được $P(C) = \frac{C_n^3}{C_{2n}^3}$.

$$\text{Vậy } P(A) = P(B) + P(C) = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 1845. Từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

- A. $P = \frac{4}{85}$. B. $P = \frac{4}{135}$. C. $P = \frac{3}{20}$. D. $P = \frac{5}{158}$.

Lời giải.

— Số các số gồm 6 chữ số khác nhau từ tập hợp $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$:

Chọn $a_1 \neq 0$ có 6 cách, sắp xếp các số còn lại có A_6^5 cách nên có tổng số $6 \cdot A_6^5 = 4320$ số.

— Số các số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$:

Ta có $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 3(a_1 + a_2)$ là số chia hết cho 3.

Mà $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ là số chia hết cho 3 nên chữ số không xuất hiện trong số được lập phải là số chia hết cho 3.

Trường hợp 1: Chữ số 0 không có mặt trong số được lập.

Ta có $\{a_1, a_2, \dots, a_6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Khi đó $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$ nên $\{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}\} = \{\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}\}$.

Có $3!$ cách xếp các cặp $\{1, 6\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}$ vào các vị trí của các cặp $\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}$, trong mỗi cặp vị trí lại có 2 cách xếp nên có $3! \cdot 2^3 = 48$ số.

Trường hợp 2: Chữ số 3 không có mặt trong số được lập.

Ta có $\{a_1; a_2; \dots, a_6\} = \{0; 1; 2; 4; 5; 6\}$.

Khi đó $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$ nên $\{\{a_1, a_2\}, \{a_3, a_4\}, \{a_5, a_6\}\} = \{\{0, 6\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}\}$.

Tương tự như trên nếu coi chữ số 0 như các chữ số khác, ta có 48 cách.

Nhưng cần loại các số có số 0 đứng đầu, có dạng $\overline{06a_3a_4a_5a_6}$. Lý luận tương tự, có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ số như thế.

Suy ra trường hợp này, ta có $48 - 8 = 40$ số.

Trường hợp 3: Chữ số 6 không có mặt trong số được lập. Ta có $\{a_1; a_2; \dots, a_6\} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Tương tự như trường hợp 2, ta có $48 - 8 = 40$ số.

Vậy có $48 + 40 + 40 = 128$ số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

Xác suất cần tìm là $p = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1846. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{6}{119}$.

B. $\frac{90}{119}$.

C. $\frac{125}{7854}$.

D. $\frac{30}{119}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{35}^3 = 6545$.

Gọi A là biến cố trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ. Có hai trường hợp có thể xảy ra như sau:

TH1: Trong 3 đoàn viên được chọn ra có 1 nam và 2 nữ. Có $C_{15}^1 C_{20}^2 = 2850$ cách chọn.

TH2: Trong 3 đoàn viên được chọn ra có 2 nam và 1 nữ. Có $C_{15}^2 C_{20}^1 = 2100$ cách chọn.

Khi đó $n(A) = 2850 + 2100 = 4950$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4950}{6545} = \frac{90}{119}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1847. Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên ra một số từ tập A. Tính xác suất để số chọn được chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

A. $\frac{409}{11250}$.

B. $\frac{2045}{13608}$.

C. $\frac{409}{90000}$.

D. $\frac{409}{3402}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 9 \cdot 10^4$.

Gọi B là biến cố “ số chọn được chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

Số tự nhiên có 5 chữ số nhỏ nhất chia hết cho 11 là 10010.

Số tự nhiên có 5 chữ số lớn nhất chia hết cho 11 là 99990.

Ta có $10010 \leq 11k \leq 99990 \Rightarrow 910 \leq k \leq 9090$.

Để $\overline{abcde} = 11k$ có tận cùng là 2, 3, 5, 7. Thì k phải có tận cùng là 2, 3, 5, 7.

Mỗi bộ số (910; ...; 919), (920; ...; 929), ..., (9080; ...; 9089) có 4 số thỏa mãn yêu cầu bài toán. Mà có 818 bộ.

Số 9090 không thỏa mãn bài toán $\Rightarrow n_B = 4 \cdot 818$.

$\Rightarrow P(B) = \frac{4 \cdot 818}{9 \cdot 10^4} = \frac{409}{11250}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1848. Tung một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để kết quả của hai lần tung là hai số tự nhiên liên tiếp bằng

A. $\frac{5}{36}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{5}{72}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 6^2 = 36$. Gọi a, b ($1 \leq a < b \leq 6$) lần lượt là kết quả của lần tung thứ nhất và lần tung thứ hai. Số trường hợp xảy ra a, b là hai số tự nhiên liên tiếp là 5.

Trường hợp $a > b$ làm tương tự.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{5}{36} \cdot 2 = \frac{5}{18}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1849. Có 5 học sinh không quen biết nhau cùng đến một cửa hàng kem có 6 quầy phục vụ.

Xác suất để có 3 học sinh vào cùng một quầy và 2 học sinh còn lại vào cùng một quầy khác là

A. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{6^5}$. B. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{6^5}$. C. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot 5!}{5^6}$. D. $\frac{C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_5^1}{5^6}$.

Lời giải.

Mỗi học sinh có 6 cách chọn vào 1 quầy, suy ra $n(\Omega) = 6^5$.

Gọi A là biến cố: " 3 học sinh vào cùng một quầy và 2 học sinh còn lại vào cùng một quầy khác".

Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh để vào cùng một quầy là C_5^3 .

Số cách chọn 1 quầy từ 6 quầy để 3 học sinh trên cùng vào là C_6^1 .

Chọn đáp án (B) □

Câu 1850. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số phân biệt được lấy từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất P để số được chọn chỉ chứa ba chữ số lẻ.

A. $P = \frac{23}{42}$. B. $P = \frac{16}{42}$. C. $P = \frac{16}{21}$. D. $P = \frac{10}{21}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = A_9^6 = 60480$.

Biến cố số được chọn chỉ có ba chữ số lẻ có số phần tử $n(A) = C_5^3 \cdot C_4^3 \cdot P_6 = 28800$.

Từ đó suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{21}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1851. Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(A \cup B)$.

A. $\frac{7}{12}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{7}{12}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1852. Có 12 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để 3 người được chọn không có hai người nào đứng cạnh nhau.

A. $\frac{21}{55}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{55}{126}$. D. $\frac{7}{110}$.

Lời giải.

Không gian mẫu Ω có $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Giả sử chọn 3 người có số thứ tự trong hàng lần lượt là a, b, c .

Theo giả thiết ta có $a < b < c$ và $b - a > 1$, $c - b > 1$ nên $a < b - 1$ và $b < c - 1$.

Suy ra $1 \leq a < b - 1 < c - 2 \leq 10$.

Đặt $a' = a$, $b' = b - 1$, $c' = c - 2$, ta có $1 \leq a' < b' < c' = c - 2 \leq 10$.

Gọi A là biến cố chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng.

Việc chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng tương ứng với việc chọn 3 số a', b', c' bất kỳ trong tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 10\}$ nên có $n(A) = C_{10}^3 = 120$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120}{220} = \frac{6}{11}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1853. Khối 12 có 9 học sinh giỏi, khối 11 có 10 học sinh giỏi, khối 10 có 3 học sinh giỏi. Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh trong số đó. Xác suất để 2 học sinh được chọn cùng khối là

- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{3}{11}$. D. $\frac{5}{11}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên hai học sinh trong số đó có C_{22}^2 cách.

Chọn hai học sinh cùng khối trong số đó có $C_9^2 + C_{10}^2 + C_3^2$.

Xác suất cần tìm là $\frac{4}{11}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1854. Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$, trong đó $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ lấy từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Tính xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$.

- A. $p = \frac{4}{85}$. B. $p = \frac{4}{135}$. C. $p = \frac{3}{20}$. D. $p = \frac{5}{158}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = A_7^6 - A_6^5 = 4320$.

Gọi A là biến cố “Số được viết thỏa mãn $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ ”.

— TH1: $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6 \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$.

Số cách sắp xếp là: $3! \times 2! \times 2! \times 2! = 48$.

— TH2: $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6 \in \{1; 2; 3; 4; 5; 0\} \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$.

Số cách sắp xếp là: $3! \times 2! \times 2! \times 2! - 2! \times 2! \times 2! = 40$.

— TH3: $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6 \in \{1; 2; 0; 4; 5; 6\} \Rightarrow a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$.

Số cách sắp xếp là: $3! \times 2! \times 2! \times 2! - 2! \times 2! \times 2! = 40$.

Như vậy $n(A) = 48 + 40 + 40 = 128 \Rightarrow P(A) = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1855. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp học gồm 25 nam và 20 nữ. Gọi A là biến cố “Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ”. Xác suất của biến cố A là

- A. $P(A) = \frac{C_{20}^5}{C_{45}^5}$. B. $P(A) = \frac{20C_{25}^4}{C_{45}^5}$. C. $P(A) = \frac{20C_{44}^4}{C_{45}^5}$. D. $P(A) = 1 - \frac{C_{25}^5}{C_{45}^5}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{45}^5$.

A là biến cố “Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ”

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố “Trong 5 học sinh được chọn không học sinh nữ”

$\Rightarrow n(\overline{A}) = C_{25}^5 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{C_{25}^5}{C_{45}^5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1856. Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A , tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 45.

- A. $\frac{2}{81}$. B. $\frac{53}{2268}$. C. $\frac{1}{36}$. D. $\frac{5}{162}$.

Lời giải.

Ta có $n(A) = A_{10}^8 - A_9^7$.

Gọi B là tập hợp các số b có 8 chữ số khác nhau chia hết cho 45.

Khi đó b chia hết cho 5 và 9 (tổng các chữ số chia hết cho 9 và số hàng đơn vị bằng 0 hoặc 5).

Trường hợp 1: b có hàng đơn vị bằng 0; 7 chữ số còn lại có chữ số 9 và 3 trong 4 bộ số $\{1; 8\}, \{2; 7\},$

$\{3; 6\}$, $\{4; 5\}$, có $4 \cdot 7!$ số.

Trường hợp 2: b có hàng đơn vị bằng 5; 7 chữ số còn lại có chữ số 4 và 3 trong 4 bộ số $\{0; 9\}$, $\{1; 8\}$, $\{2; 7\}$, $\{3; 6\}$.

* Không có bộ $\{0; 9\}$, có $7!$ số.

* Có bộ $\{0; 9\}$, có $C_3^2 (7! - 6!)$ số.

$$\Rightarrow n(B) = 5 \cdot 7! + C_3^2 (7! - 6!).$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{5 \cdot 7! + C_3^2 (7! - 6!)}{A_{10}^8 - A_9^7} = \frac{53}{2268}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1857. Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất để số chấm của hai lần gieo là bằng nhau

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{7}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Gọi số chấm ở hai lần gieo là cặp số $(x; y)$ trong đó x, y lần lượt là kết quả của việc gieo con xúc sắc lần một và lần hai và gọi "A : là biến cố số chấm hai lần gieo bằng nhau".

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.

Số trường hợp thuận lợi của biến cố A là $n(A) = 6$, do đó xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1858. Có 3 học sinh lớp A; 5 học sinh lớp B; 7 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh lập thành một đội. Tính xác suất để tất cả học sinh lớp A đều được chọn?

A. $\frac{12}{91}$.

B. $\frac{2}{91}$.

C. $\frac{5}{13}$.

D. $\frac{7}{13}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ 15 học sinh. Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{15}^5$. Gọi X là biến cố trong 5 học sinh được chọn phải có 3 học sinh lớp A. Số

trường hợp thuận lợi của biến cố X là $n(X) = C_{12}^2$. Xác suất của biến cố X là $P(X) = \frac{C_{12}^2}{C_{15}^5} = \frac{2}{91}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1859. Lập các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1, 2, 3, 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1, 2, 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt một lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).

A. $\frac{9}{8192}$.

B. $\frac{3}{4096}$.

C. $\frac{3}{2048}$.

D. $\frac{9}{4096}$.

Lời giải.

Ta có: $n(\Omega) = 4^7$.

+) Chọn 2 trong 4 vị trí lẻ cho số 1 có C_4^2 cách, 2 vị trí còn lại cho số 3.

+) Chọn 1 trong 3 vị trí chẵn cho số 4 có 3 cách.

+) 2 vị trí còn lại cho số 2.

$$\text{Vậy } P = \frac{C_4^2 \cdot 3}{4^7} = \frac{9}{8192}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1860. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện sau hai lần gieo là một số chẵn.

A. 0,25.

B. 0,85.

C. 0,75.

D. 0,5.

Lời giải.

Vì tổng số chấm sau 2 lần gieo là một số chẵn nên ta có các trường hợp sau:

- Lần thứ nhất xuất hiện số chẵn, lần thứ 2 xuất hiện số chẵn. Xác suất của trường hợp này là $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.
- Lần thứ nhất xuất hiện số lẻ, lần thứ 2 xuất hiện số lẻ. Xác suất của trường hợp này là $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1861. Cho tập $X = \{6, 7, 8, 9\}$. Gọi E là tập các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các số của tập X . Chọn ngẫu nhiên một số trong tập E . Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}}\right)$. B. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2017}}\right)$. C. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4036}}\right)$. D. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2018}}\right)$.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên có 2018 chữ số lập được từ các số của X là $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}}$ với $a_i \in X$.

Ta có $\overline{a_1 a_2 \dots a_{2018}}$ chia hết cho 3 khi và chỉ khi $a_1 + a_2 + \dots + a_{2018}$ chia hết cho 3.

Với $i = 0; 1; 2$ và $n = 1; 2; \dots; 2018$ đặt

$$S(n, i) = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) \mid a_1 + a_2 + \dots + a_n \text{ chia cho } 3 \text{ dư } i\}$$

và đặt

$$A_n = S(n, 0), B_n = S(n, 1), C_n = S(n, 2).$$

Ký hiệu $|A_n|$ là số phần tử của tập A_n , với $n = 1; 2; \dots, 2018$. Khi đó ta có

- $A_1 = S(1, 0) = \{(a_i) \mid a_i \text{ chia hết cho } 3\} = \{(6); (9)\} \Rightarrow |A_1| = 2$.
- $B_1 = S(1, 1) = \{(a_i) \mid a_i \text{ chia cho } 3 \text{ dư } 1\} = \{(7)\} \Rightarrow |B_1| = 1$.
- $C_1 = S(1, 2) = \{(a_i) \mid a_i \text{ chia cho } 3 \text{ dư } 2\} = \{(8)\} \Rightarrow |C_1| = 1$.

Xét phần tử $(a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}) \in S(n+1, 0)$.

- Nếu $a_{n+1} = 6$ hoặc $a_{n+1} = 9$ thì $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in S(n, 0)$.
- Nếu $a_{n+1} = 7$ thì $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in S(n, 1)$.
- Nếu $a_{n+1} = 8$ thì $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in S(n, 2)$.

Suy ra

$$|A_{n+1}| = 2|A_n| + |B_n| + |C_n| \quad (1).$$

Tương tự, ta có

$$|B_{n+1}| = |A_n| + 2|B_n| + |C_n| \quad (2).$$

$$|C_{n+1}| = |A_n| + |B_n| + 2|C_n| \quad (3).$$

Từ (1), (2), (3), ta có

$$|A_{n+1}| + |B_{n+1}| + |C_{n+1}| = 4(|A_n| + |B_n| + |C_n|).$$

Suy ra

$$|A_n| + |B_n| + |C_n| = 4^n \quad (4)$$

Do đó, số các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các số của tập X là

$$|A_{2018}| + |B_{2018}| + |C_{2018}| = 4^{2018}.$$

Từ (1), (4) suy ra

$$|A_{n+1}| = |A_n| + 4^n \Rightarrow |A_{n+1}| = |A_1| + (4 + 4^2 + \dots + 4^n) = |A_1| + \frac{4^{n+1} - 4}{3}$$

Suy ra

$$|A_{n+1}| = 2 + \frac{4^{n+1} - 4}{3} = \frac{4^{n+1} + 2}{3}.$$

Do đó, số các số có 2018 chữ số lập từ X mà chia hết cho 3 là $|A_{2018}| = \frac{4^{2018} + 2}{3}$.

Vậy xác suất để chọn được số chia hết cho 3 là $P(|A_{2018}|) = \frac{\frac{4^{2018} + 2}{3}}{4^{2018}} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1862. Một hộp có 3 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh, lấy ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bi. Tính xác suất để lấy được 2 bi đỏ và 2 bi xanh.

A. $\frac{12}{35}$.

B. $\frac{7}{440}$.

C. $\frac{3}{10}$.

D. $\frac{4}{35}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^4$.

Gọi A là biến cố “Lấy được 2 bi đỏ và 2 bi xanh”. Suy ra $n(A) = C_3^2 \cdot C_7^2 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{10}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1863. Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

Lời giải.

Gọi số học sinh nữ của lớp là n , với $1 \leq n \leq 29$, suy ra số học sinh nam là $30 - n$.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố “chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ”.

Suy ra $n(A) = n \cdot C_{30-n}^2 \Rightarrow P(A) = \frac{n \cdot C_{30-n}^2}{C_{30}^3}$.

Do $P(A) = \frac{12}{29} \Leftrightarrow n \cdot C_{30-n}^2 = 1680 \Leftrightarrow n \cdot \frac{(30-n)!}{2!(28-n)!} = 1680 \Leftrightarrow n(30-n)(29-n) = 3360$.

Hay $n^3 - 59n^2 + 870n - 3360 = 0 \Leftrightarrow n = 14$. Vậy số học sinh nữ của lớp là 14 học sinh.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1864. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{313}{408}$.

B. $\frac{95}{408}$.

C. $\frac{5}{102}$.

D. $\frac{25}{136}$.

Lời giải.

Số cách lấy 5 viên bi trong hộp 18 viên bi là $n(\Omega) = C_{18}^5$.

Gọi A là biến cố “lấy 5 viên bi được chọn có đủ 3 màu và số bi đỏ bằng số bi vàng”.

+ Số cách lấy 1 viên bi xanh, 2 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng là $C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2$.

+ Số cách lấy 3 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng là $C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1$.

Khi đó $n(A) = C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2 + C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^1 \cdot C_6^2 \cdot C_7^2 + C_5^3 \cdot C_6^1 \cdot C_7^1}{C_{18}^5} = \frac{95}{408}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1865. Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Tính xác suất để xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền.

A. $\frac{109}{30240}$. B. $\frac{1}{280}$. C. $\frac{1}{5040}$. D. $\frac{109}{60480}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền.

Kí hiệu 10 ghế như sau $DXXDXXDXXD$, trong đó D là ghế đỏ dành cho nữ và X là ghế xanh dành cho nam.

Số cách xếp nữ vào ghế đỏ, nam vào ghế xanh là $4!6!$.

Số cách xếp sao cho Quang ngồi cạnh Huyền được tính như sau:

- Chọn hai ghế liên tiếp khác màu có $C_6^1 = 6$ cách.
- Xếp Quang và Huyền vào hai ghế đó có 1 cách và xếp các bạn còn lại có $3!5!$ cách.
- Do đó số cách xếp sao cho Quang ngồi cạnh Huyền bằng $6 \cdot 3!5! = 3!6!$ cách.

Vậy số cách xếp được giữa hai bạn nữ gần nhau có đúng hai bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền bằng $4!6! - 3!6! = (4! - 3!)6! = 12960$ cách.

Do đó xác suất của biến cố A là

$$P(A) = \frac{12960}{10!} = \frac{1}{280}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1866. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 6.

A. $\frac{4}{27}$. B. $\frac{9}{28}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9^4$. Gọi A : “số chia hết cho 6”.

Giả sử dạng của mỗi số cần tìm là: $\overline{abcd}$. Chọn $d \in \{2; 4; 6; 8\}$ có 4 cách.

Chọn a, b có 9^2 cách. Để chọn c ta xét tổng $S = a + b + d$:

Nếu S chia cho 3 dư 0 thì $c \in \{3; 6; 9\}$ suy ra có 3 cách.

Nếu S chia cho 3 dư 1 thì $c \in \{2; 5; 8\}$ suy ra có 3 cách.

Nếu S chia cho 3 dư 2 thì $c \in \{1; 4; 7\}$ suy ra có 3 cách.

Do đó $n(A) = 4 \cdot 9^2 \cdot 3 = 972$. Vậy $P(A) = \frac{972}{9^4} = \frac{4}{27}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 1867. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3 và luôn chứa chữ số 0.

A. $\frac{5}{81}$. B. $\frac{11}{108}$. C. $\frac{2}{27}$. D. $\frac{11}{160}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 9 \times 9 \times 8 = 648$.

Gọi biến cố A : “số được chọn chia hết cho 3 và luôn chứa chữ số 0”.

— Xét số chia hết cho 3 có dạng $\overline{ab0}$.

- Chọn $a = 1, b \in \{2; 5; 8\}$: có 3 cách chọn.
- Chọn $a = 2, b \in \{4; 7\}$: có 2 cách chọn.
- Chọn $a = 3, b \in \{6; 9\}$: có 2 cách chọn.
- Chọn $a = 4, b \in \{5; 8\}$: có 2 cách chọn.
- Chọn $a = 5, b = 7; a = 6, b = 9; a = 7, b = 8$: có 3 cách chọn.

Vì a, b hoán vị nhau được nên có: $2 \times (3 + 2 + 2 + 2 + 3) = 24$ số dạng $\overline{ab0}$.

— Xét số chia hết cho 3 có dạng $\overline{a0b}$. Tương tự có: 24 số.

Suy ra $n(A) = 48$. Vậy $P(A) = \frac{48}{648} = \frac{2}{27}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1868. Một tổ có 12 học sinh trong đó có 5 em nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó 3 học sinh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng 1 em nữ.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{7}{22}$. D. $\frac{21}{44}$.

Lời giải.

- Để chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ tổ đó ta có C_{12}^3 cách, suy ra số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{12}^3$.
- Gọi A là biến cố “Chọn 3 học sinh trong đó có đúng 1 học sinh nữ”. Vậy $n(A) = C_5^2 \cdot C_7^1$.
- Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2 \cdot C_7^1}{C_{12}^3} = \frac{7}{22}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1869. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số phân biệt được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Lấy một số ngẫu nhiên thuộc S . Tính xác suất để lấy được số chẵn và trong mỗi số đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5.

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{11}{70}$. C. $\frac{4}{45}$. D. $\frac{16}{105}$.

Lời giải.

Gọi số có bốn chữ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4}$. Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 6 \cdot A_6^3 = 720$.

Gọi A là biến cố: “lấy được số chẵn và trong đó có tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm bằng 5”.

- Nếu a_1 bất kì.

Chọn cặp số $(a_2; a_3)$ có tổng là 5 có 3 cách $(1; 4), (0; 5), (2; 3)$.

Hoán vị $a_2; a_3$ có 2 cách.

Mỗi cách chọn cặp $(a_2; a_3)$ là giảm đi một chữ số chẵn, do đó số cách chọn a_4 là 3.

Số cách chọn a_1 là 4 cách.

Do đó ta có số cách chọn là $3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 72$ cách.

- Nếu $a_1 = 0$.

Chọn cặp số $(a_2; a_3)$ có 2 cách $(2; 3), (1; 4)$.

Hoán vị a_2, a_3 có 2 cách.

Mỗi cách chọn cặp $(a_2; a_3)$ làm giảm đi một chữ số chẵn, do đó có 2 cách chọn a_4 .

Số chữ số trong trường hợp $a_1 = 0$ là $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cách.

Do đó số chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $n(A) = 72 - 8 = 64$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{64}{720} = \frac{4}{45}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1870. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được

lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{23}{25}$.

C. $\frac{2}{25}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 100$.

Biến cố A : chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

- Trường hợp $\overline{1b2}$: có 4 số.

- Trường hợp $\overline{2b4}$: có 4 số.

$$\text{Suy ra } n(A) = 8, \text{ từ đó suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 1871. Một lớp học có 40 học sinh. Trong kỳ thi thử THPTQG, có 30 học sinh đăng ký thi môn Toán, 25 học sinh đăng ký thi môn Tiếng Anh, trong đó có 20 học sinh đăng ký thi cả hai môn Toán và Tiếng Anh. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp, tính xác suất để học sinh đó không đăng ký thi cả hai môn Toán và Tiếng Anh.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{7}{8}$.

D. $\frac{5}{8}$.

Lời giải.

Số học sinh có đăng ký thi thử môn Toán hoặc Tiếng Anh $30 + 25 - 20 = 35$ học sinh.

Suy ra số học sinh không đăng ký thi thử môn nào trong hai môn là 5 học sinh.

$$\text{Vậy xác suất để học sinh đó không đăng ký thi thử môn nào trong hai môn là } P = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 1872. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ. Xác suất để hai thẻ rút được có tích 2 số ghi trên 2 thẻ là số lẻ là

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{7}{18}$.

C. $\frac{3}{18}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^2 = 36$.

Gọi A là biến cố “hai thẻ rút được có tích 2 số ghi trên 2 thẻ là số lẻ”.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố A là: $|\Omega_A| = C_5^2 = 10$.

$$\text{Vậy xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 1873. Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng mỗi câu được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu bằng cách lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 điểm trở lên.

A. $\frac{436}{4^{10}}$.

B. $\frac{463}{4^{10}}$.

C. $\frac{436}{10^4}$.

D. $\frac{463}{10^4}$.

Lời giải.

Mỗi câu có 4 phương án nên số cách chọn đáp án cho 10 câu hỏi là 4^{10} .

Số cách chọn phương án để được 8 điểm (chỉ có 2 câu sai) là $C_{10}^2 \cdot 3 \cdot 3 = 405$ (cách).

Số cách chọn phương án để được 9 điểm là (chỉ có 1 câu sai) là $C_{10}^1 \cdot 3 = 30$ (cách).

Chỉ có 1 cách chọn phương án để được 10 điểm.

Do đó tổng số cách chọn để được từ 8,0 điểm trở lên là 436 (cách).

$$\text{Vậy xác suất cần tính là } \frac{436}{4^{10}}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1874. Từ một nhóm học sinh của lớp 10A gồm 5 bạn học giỏi môn Toán, 4 bạn học giỏi môn Lý, 3 bạn học giỏi môn Hóa và 2 bạn học giỏi môn Văn (mỗi học sinh chỉ học giỏi đúng một môn), Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để tham gia thi hành trình tri thức. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn có ít nhất 1 bạn học giỏi Toán và ít nhất 1 bạn học giỏi Văn.

- A. $\frac{395}{1001}$. B. $\frac{415}{1001}$. C. $\frac{621}{1001}$. D. $\frac{1001}{415}$.

Lời giải.

Ta có: Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{14}^4 = 1001$.

Gọi A là biến cố 4 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh giỏi Toán và ít nhất một học sinh giỏi Văn. Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

- Chọn được 1 bạn giỏi Văn, 1 giỏi Toán và 2 giỏi Lý hoặc Hóa có $2 \cdot 5 \cdot C_7^2 = 210$ cách.
- Chọn được 1 bạn giỏi Văn, 2 giỏi Toán và 1 giỏi Lý hoặc Hóa có $2 \cdot C_5^2 \cdot 7 = 140$ cách.
- Chọn được 1 bạn giỏi Văn, 3 giỏi Toán có $2 \cdot C_5^3 = 20$ cách.
- Chọn được 2 bạn giỏi Văn, 1 giỏi Toán và 1 giỏi Lý hoặc Hóa có $5 \cdot 7 = 35$ cách.
- Chọn được 2 bạn giỏi Văn, 2 giỏi Toán có $2C_5^2 = 10$ cách.

Vậy $n(A) = 210 + 140 + 20 + 35 + 10 = 415$. Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{415}{1001}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1875. Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất một lần. Tính xác suất để xuất hiện một mặt có số chấm là một số nguyên tố.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là 6. Số phần tử của biến cố “Xuất hiện mặt có số chấm là số nguyên tố” là 3 (bao gồm các mặt 2, 3, 5. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{2}$).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 1876. Có mười cái ghế (mỗi ghế chỉ ngồi được một người) được sắp trên một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh ngồi vào, mỗi học sinh ngồi đúng một ghế. Tính xác suất sao cho không có hai ghế nào trống kề nhau.

- A. 0,25. B. 0,46. C. 0,6(4). D. 0,4(6).

Lời giải.

Để có một cách xếp chỗ ngồi thỏa mãn, ta cho 7 học sinh, mỗi người ngồi trên một ghế, sau đó xếp ba chiếc ghế còn lại, mỗi ghế vào một vị trí giữa hai học sinh bất kì hoặc hai đầu hàng. Vậy có tất cả $7! \cdot C_8^3$ cách xếp học sinh vào hàng thỏa mãn. Số cách xếp 7 học sinh vào hàng là A_{10}^7 . Vậy xác suất cần tìm là $\frac{7! \cdot C_8^3}{A_{10}^7} = 0,4(6)$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 1877. Gieo một con xúc sắc cân đối đồng chất. Giả sử con xúc sắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất sao cho phương trình $x^2 - bx + b - 1 = 0$ (x là ẩn số) có nghiệm lớn hơn 3.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $x^2 - bx + b - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = b - 1 \end{cases}$.

$$b - 1 > 3 \Leftrightarrow b > 4 \Leftrightarrow b \in \{5; 6\}.$$

Từ đó suy ra xác suất cần tìm bằng $\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1878. Cho phương trình $5^{x+5} = 8^x$. Biết phương trình có nghiệm $x = \log_a 5^5$, trong đó $0 < a \neq 1$. Tìm phần nguyên của a .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 5^{x+5} = 8^x \Leftrightarrow \left(\frac{8}{5}\right)^x = 5^5 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{8}{5}} 5^5.$$

Vậy $a = \frac{8}{5} = 1,6$ nên phần nguyên của a bằng 1.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1879. Một hộp đựng 7 quả cầu màu trắng và 3 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu đỏ.

A. $\frac{21}{71}$.

B. $\frac{20}{71}$.

C. $\frac{62}{211}$.

D. $\frac{21}{70}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{10}^4 = 210$.

Gọi A là biến cố "4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu đỏ".

$$\text{Số kết quả thuận lợi của } A \text{ là } n(A) = C_3^2 \cdot C_7^2 = 63 \text{ nên } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63}{210} = \frac{21}{70}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1880. Một người làm vườn có 12 cây giống gồm 6 cây xoài, 4 cây mít và 2 cây ổi. Người đó muốn chọn ra 6 cây giống để trồng. Tính xác suất để 6 cây được chọn, mỗi loại có đúng 2 cây.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{25}{154}$.

C. $\frac{1}{10}$.

D. $\frac{15}{154}$.

Lời giải.

Không gian mẫu là $|\Omega| = C_{12}^6 = 924$.

Số cách chọn thỏa đề bài là $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 90$.

$$\text{Vậy xác suất là } \frac{90}{924} = \frac{15}{154}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1881. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có ít nhất một người nữ.

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{7}{15}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{1}{15}$.

Lời giải.

$$P = \frac{C_3^1 C_7^1 + C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1882. Đề cương ôn tập chương I môn lịch sử lớp 12 có 30 câu. Trong đề thi chọn ngẫu nhiên 10 câu trong 30 câu đó. Một học sinh chỉ nắm được 25 câu trong đề cương đó. Xác suất để trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. $P = 0,449$.

B. $P = 0,448$.

C. $P = 0,34$.

D. $P = 0,339$.

Lời giải.

Chọn 10 câu trong 30 câu có C_{30}^{10} .

Xét biến cố A : "Trong đề thi có ít nhất 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được".

TH1: có 10 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được $\Rightarrow$ có C_{25}^{10} cách.

TH2: có 9 câu hỏi nằm trong 25 câu mà học sinh đã nắm được $\Rightarrow$ có $C_{25}^9 \cdot C_5^1$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = C_{25}^{10} + C_{25}^9 \cdot C_5^1 \Rightarrow P(A) = \frac{C_{25}^{10} + C_{25}^9 \cdot C_5^1}{C_{30}^{10}} \simeq 0.448.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1883. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

- A. $1 - 0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$. B. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20}$. C. $0,25^{20} \cdot 0,75^{30}$. D. $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$.

Lời giải.

Thí sinh được 6 điểm khi trả lời đúng 30 câu, trả lời sai 20 câu.

Số cách chọn ra 20 câu từ 50 câu là C_{50}^{20} .

Với mỗi câu hỏi, xác suất để thí sinh đó trả lời đúng là 0,25, xác suất trả lời sai là 0,75.

Do biến cố "Thí sinh trả lời đúng" và biến cố "Thí sinh trả lời sai" ở mỗi câu hỏi là các biến cố độc lập nên xác suất để thí sinh trả lời sai 20 câu được chọn và trả lời đúng 30 câu còn lại là $0,75^{20} \cdot 0,25^{30}$.

Vậy xác suất để thí sinh đó được 6 điểm là $0,25^{30} \cdot 0,75^{20} \cdot C_{50}^{20}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1884. Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

- A. $\frac{271}{285}$. B. $\frac{230}{285}$. C. $\frac{243}{285}$. D. $\frac{251}{285}$.

Lời giải.

Để chọn 3 đoàn viên trong 20 đoàn viên ta có C_{20}^3 cách.

Vậy số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Gọi biến cố A : "Chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ".

$\Rightarrow \bar{A}$: "Chọn 3 đoàn viên nam".

Để chọn 3 đoàn viên nam trong 12 đoàn viên nam ta có $C_{12}^3 = 220$ cách.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{220}{1140} = \frac{46}{57} = \frac{230}{285}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1885. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử con súc sắc xuất hiện mặt n chấm.

Xét phương trình $x^2 - nx + 2 = 0$. Tính xác suất sao cho phương trình có nghiệm.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 6$.

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow n^2 - 8 \geq 0 \Rightarrow n \geq 2\sqrt{2}$, do $n > 0$. Mặt khác, n là số tự nhiên bé hơn hoặc bằng 6 nên $n \in \{3; 4; 5; 6\}$. Suy ra số phần tử của tập biến cố là 4.

Vậy, xác suất để phương trình có nghiệm là $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1886. Thầy Bình đặt trên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10

tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có một tấm mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$.

B. $\frac{8}{11}$.

C. $\frac{3}{11}$.

D. $\frac{99}{167}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố “10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có một tấm mang số chia hết cho 10”. Trong 30 tấm thẻ có 15 thẻ mang số lẻ, 15 thẻ mang số chẵn, có 3 thẻ mang số chia hết cho 10 là $\{10, 20, 30\}$.

Suy ra số phần tử của A là $n(A) = C_{15}^5 \cdot 3 \cdot C_{12}^4$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{99}{667}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1887. Xét tập hợp A gồm tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ A . Tính xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước (tính từ trái sang phải).

A. $\frac{74}{411}$.

B. $\frac{62}{431}$.

C. $\frac{1}{216}$.

D. $\frac{3}{350}$.

Lời giải.

Gọi số có 5 chữ số là $\overline{abcde}$.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là: $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^4 = 27216$.

Gọi X là biến cố “số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước”.

$\Rightarrow a < b < c < d < e$ mà $a \neq 0, a, b, c, d, e \in \{0, 1, 2, \dots, 8, 9\}$ nên $a, b, c, d, e \in \{1, 2, \dots, 8, 9\}$.

Chọn 5 chữ số: C_9^5 (cách). Với mỗi bộ 5 chữ số đã chọn, ghép được 1 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow n(X) = C_9^5 = 126$.

$$\text{Xác suất cần tìm: } P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{1}{216}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1888. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên 3 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh đó là 3 đỉnh của một tam giác vuông không cân.

A. $\frac{2}{35}$.

B. $\frac{17}{114}$.

C. $\frac{8}{57}$.

D. $\frac{1}{57}$.

Lời giải.

Để tạo thành một tam giác vuông cân thì ta chỉ cần chọn cạnh huyền, và số cách chọn đỉnh góc vuông của tam giác vuông cân là 2 (vì có 2 điểm đối xứng qua đường kính). Do đó số cách chọn đỉnh góc vuông mà tạo thành tam giác vuông không cân là 16. Mặt khác số cách chọn cạnh huyền chính là số cách chọn đường chéo của đa giác là đường kính. Trong đa giác đều 20 cạnh thì có số đường chéo là đường kính của đường tròn ngoại tiếp đa giác đó là 10. Do đó số cách chọn ra 3 đỉnh tạo thành tam giác vuông không cân là $10 \cdot 16$.

Số cách chọn ra 3 đỉnh bất kỳ là $|\Omega| = C_{20}^3$. Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{10 \cdot 16}{C_{20}^3} = \frac{8}{57}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1889. Một nhóm gồm 11 học sinh trong đó có An, Bình, Cường tham gia một trò chơi đòi hỏi 11 bạn phải xếp thành một vòng tròn. Tính xác suất để ba bạn An, Bình, Cường không có bạn nào xếp cạnh nhau.

A. $\frac{4}{15}$.

B. $\frac{11}{15}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 10!$.

Số cách xếp chỗ ngồi sao cho cả bạn An, Bình, Cường ngồi cạnh nhau là: $3! \cdot 8!$.

Số cách xếp sao cho có đúng hai trong ba bạn An, Bình, Cường ngồi cạnh nhau là: $3(2! \cdot 7 \cdot 8!)$.

Vậy xác suất cần tìm bằng $1 - \frac{3! \cdot 8! + 3(2! \cdot 7 \cdot 8!)}{10!} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1890. Một cái hộp đựng 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để bi lấy được ở lần thứ 2 là bi xanh.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{2}{15}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{7}{24}$.

Lời giải.

Không gian mẫu của phép thử là $n(\Omega) = 10 \cdot 9 = 90$.

Gọi A là biến cố lấy được bi xanh ở lần thứ 2, ta có $n(A) = 6 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = 36$.

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1891. Kết quả $(b; c)$ của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần (trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai) được thay vào phương trình $\frac{x^2 + bx + c}{x + 1} = 0$ (*). Xác suất để phương trình (*) vô nghiệm là

A. $\frac{17}{36}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{19}{36}$.

Lời giải.

Để phương trình (*) vô nghiệm thì phương trình $x^2 + bx + c = 0$ (**) có 2 trường hợp xảy ra:

TH1: PT (**) có nghiệm kép $x = -1$. Suy ra

$$\begin{aligned} \begin{cases} \Delta = b^2 - 4c = 0 \\ 1 - b + c = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4c \\ c = b - 1 \end{cases} \Leftrightarrow b^2 = 4b - 4 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow c = 1 \\ &\Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

TH2: PT (**) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4c \Leftrightarrow b < 2\sqrt{c}$

Vì c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ 2 nên $c \leq 6 \Rightarrow b \leq 2\sqrt{6}$.

Mà b là số chấm xuất hiện ở lần gieo đầu nên $b \in \{1; 2; 3; 4\}$.

— Với $b = 1$, ta có: $c > \frac{1}{4} \Rightarrow c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 6 cách chọn c .

— Với $b = 2$, ta có: $c > 1 \Rightarrow c \in \{2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 5 cách chọn c .

— Với $b = 3$, ta có: $c > \frac{9}{4} \Rightarrow c \in \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow$ có 4 cách chọn c .

— Với $b = 4$, ta có: $c > 4 \Rightarrow c \in \{5; 6\} \Rightarrow$ có 2 cách chọn c .

Do đó có $6 + 5 + 4 + 2 = 17$ cách chọn $\{b; c\}$ để phương trình (**) vô nghiệm.

Gieo con súc sắc 2 lần nên số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Vậy xác suất để phương trình (**) vô nghiệm là $\frac{17}{36} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 1892. Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

A. $\frac{21}{136}$.

B. $\frac{14}{136}$.

C. $\frac{3}{17}$.

D. $\frac{7}{816}$.

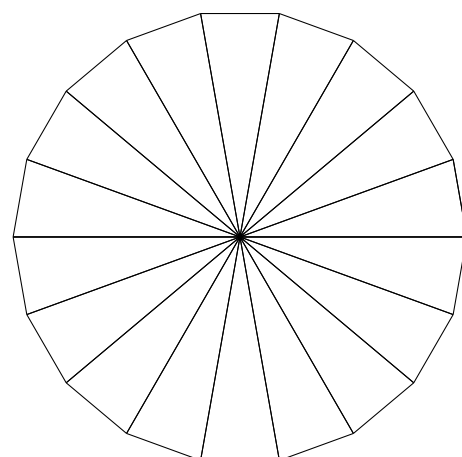
Lời giải.

Qua ba đỉnh của đa giác luôn tạo thành một tam giác nên số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác là $n(\Omega) = C_{18}^3$.

Có 18 cách chọn một đỉnh của đa giác mỗi đỉnh có 7 cách chọn 2 đỉnh còn lại để được một tam giác cân không đều.

Số các tam giác cân không đều là $18 \cdot 7 = 126$.

Xác suất cần tìm $P(A) = \frac{126}{C_{18}^3} = \frac{21}{136}$.



Chọn đáp án **A** □

Câu 1893. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{56}{143}$.

B. $\frac{87}{143}$.

C. $\frac{73}{143}$.

D. $\frac{70}{143}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^4 = 715$.

Gọi A là biến cố “Bốn người được chọn có ít nhất 3 nữ” $\Rightarrow n(A) = C_8^3 \cdot C_5^1 + C_8^4 = 350$.

Xác suất để 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{350}{715} = \frac{70}{143}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1894. Chọn ngẫu nhiên 6 số nguyên dương trong tập $\{1, 2, \dots, 10\}$ và sắp xếp chúng theo thứ tự tăng dần (từ thấp lên cao). Tính xác suất để số 3 được chọn và xếp ở vị trí thứ 2.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{60}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{10}^6 = 210$.

Gọi A : “Để số 3 được chọn và xếp ở vị trí thứ 2”.

Các phương án để A xảy ra là

◦ Chọn được hai số 1, 3 và 4 số còn lại khác 2 có $C_7^4 = 35$ số.

◦ Chọn được hai số 2, 3 và 4 số còn lại khác 1 có $C_7^4 = 35$ số.

$\Rightarrow n(A) = 70$ số $\Rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1895. Một con súc sắc không cân đối, có đặc điểm mặt sáu chấm xuất hiện nhiều gấp hai lần các mặt còn lại. Gieo con súc sắc đó hai lần. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11 bằng bao nhiêu?

A. $\frac{8}{49}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{3}{49}$.

Lời giải.

Gọi p là xác suất xuất hiện mặt 1 chấm. Lúc đó xác suất xuất hiện mặt sáu chấm là $2p$.

Ta có $5p + 2p = 1$ hay $p = \frac{1}{7}$.

Gọi A là biến cố tổng số chấm sau hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11.

Các trường hợp có thể xảy ra của A được biểu diễn bằng các bộ số $(x; y)$ trong đó x là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ 1 và y là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ 2; như sau

$$(5; 6), (6; 6), (6; 5).$$

Xác suất của mỗi trường hợp trên lần lượt là

$$p_1 = \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{7}, p_2 = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7}, p_3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{7}.$$

Xác suất cần tìm là $p = p_1 + p_2 + p_3 = \frac{8}{49}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1896. Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{1}{210}$.

C. $\frac{13}{14}$.

D. $\frac{209}{210}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^4 = 210$.

Gọi A là biến cố “trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ”, $n(A) = C_{10}^4 - C_6^4 = 195$.

Vậy xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{14}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 1897. Đội thanh niên xung kích của trường THPT Chuyên Biên Hòa có 12 học sinh gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 3 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để làm nhiệm vụ mỗi buổi sáng. Tính xác suất sao cho 4 học sinh được chọn thuộc không quá 2 khối.

A. $\frac{5}{11}$.

B. $\frac{6}{11}$.

C. $\frac{21}{22}$.

D. $\frac{15}{22}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ 12 học sinh. Do đó

$$n(\Omega) = C_{12}^4 = 495.$$

Gọi A là biến cố: “4 học sinh được chọn thuộc không quá 2 khối.” Ta có

$$n(A) = C_{12}^4 - C_5^2 \times C_4^1 \times C_3^1 - C_5^1 \times C_4^2 \times C_3^1 - C_5^1 \times C_4^1 \times C_3^2 = 225.$$

Vậy xác suất để 4 học sinh được chọn thuộc không quá 2 khối là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{225}{495} = \frac{5}{11}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 1898. Giải bóng chuyền VTV cup gồm 9 đội bóng trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\frac{19}{28}$.

B. $\frac{9}{28}$.

C. $\frac{3}{56}$.

D. $\frac{53}{56}$.

Lời giải.

Số cách bốc thăm mỗi bảng 3 đội là $C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$ cách.

Để tính số cách chia mỗi bảng 3 đội sao cho mỗi đội bóng của Việt Nam nằm ở 3 bảng khác nhau ta chia ra hai công đoạn.

Công đoạn 1: Chia 6 đội còn lại vào 3 bảng, mỗi bảng hai đội, có $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$ cách.

Công đoạn 2: Chia ba đội của Việt Nam vào 3 bảng có 6 cách. Vậy có $6 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$ cách chia thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\text{Vậy xác suất là } P = \frac{6 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2}{C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3} = \frac{9}{28}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 1899. Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

A. $\frac{7}{920}$.

B. $\frac{27}{92}$.

C. $\frac{3}{115}$.

D. $\frac{9}{92}$.

Lời giải.

Ta có: $n(\Omega) = C_{25}^3$.

Gọi A : “Chọn được 3 đoàn viên gồm 2 nam và 1 nữ”.

Khi đó: $n(A) = C_{25}^1 \cdot C_{10}^2$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{27}{92}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 1900. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia”.

Khi đó, $\bar{A}$ là biến cố: “Cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia”.

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 1901. Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong các điểm đã tô màu, tính xác suất để 4 điểm được chọn là 4 đỉnh của tứ diện.

A. $\frac{136}{195}$.

B. $\frac{1009}{1365}$.

C. $\frac{245}{273}$.

D. $\frac{188}{273}$.

Lời giải.

Có 4 đỉnh, 4 trọng tâm của các mặt, 6 trung điểm của các cạnh và 1 trọng tâm của tứ diện. Vậy để lấy 4 điểm trong các điểm đã tô màu ta có $C_{15}^4 = 1365$ cách.

Gọi biến cố A: “4 điểm được chọn là 4 đỉnh của tứ diện”.

$\Rightarrow \bar{A}$: “4 điểm được chọn không là 4 đỉnh của tứ diện”.

— Xét trong 1 mặt của tứ diện có 3 đỉnh, 3 trung điểm và 1 trọng tâm của mặt đó. Vậy để lấy 4 điểm thuộc tập trên ta có $C_7^4 = 35$ cách.

Vì có 4 mặt nên ta có $4 \times 35 = 140$ cách.

- Xét mặt phẳng chứa một cạnh và trung điểm của cạnh đối diện: có 6 mặt và mỗi mặt có 7 điểm. Để lấy 4 điểm thuộc tập trên ta có $6C_7^4 = 210$ cách.
- Xét mặt phẳng chứa 1 đỉnh và đi qua 2 trung điểm của 2 cạnh không đi qua đỉnh đó: có 12 mặt và mỗi mặt có 5 điểm. Để lấy 4 điểm thuộc tập trên ta có $12C_5^4 = 60$ cách.
- Xét mặt phẳng đi qua 4 trung điểm của 2 cặp cạnh đối: có 3 mặt và mỗi mặt có 5 điểm. Để lấy 4 điểm thuộc tập trên ta có $3C_5^4 = 15$ cách.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{425}{1365} = \frac{188}{273}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1902. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$.

B. $\frac{73}{143}$.

C. $\frac{56}{143}$.

D. $\frac{87}{143}$.

Lời giải.

Số cách chọn tốp ca có đúng 3 nữ là $C_5^1 C_8^3 = 280$.

Số cách chọn tốp ca có đúng 4 nữ là $C_8^4 = 70$.

Vậy có tất cả $280 + 70 = 350$ cách chọn ra một tốp ca thỏa mãn yêu cầu có ít nhất 3 nữ. Từ đó xác suất cần tìm là $\frac{350}{C_{13}^4} = \frac{70}{143}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1903. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ. Trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là bao nhiêu?

A. $\frac{5}{32}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{5}{9}$.

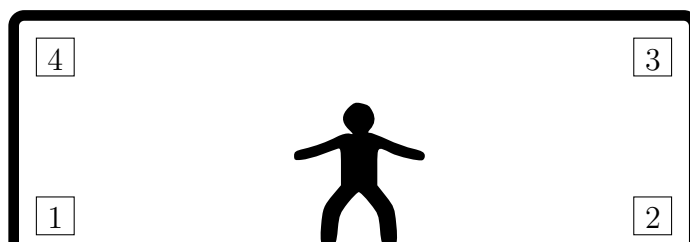
D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải.

Số cách tạo ra một tam giác có hai đỉnh màu đỏ là $C_6^2 C_4^1 = 60$. Số cách tạo ra một tam giác từ các điểm đã cho là $C_6^2 C_4^1 + C_6^1 C_4^2 = 96$. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{60}{96} = \frac{5}{8}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1904. Trong trận đấu bóng đá giữa hai đội U23 Việt Nam và U23 Iraq, trọng tài cho đội Iraq được hưởng một quả đá phạt 11m. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào một trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến một trong bốn vị trí đó với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 hoặc 2 thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 hoặc 4 thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất để cú sút đó không vào lưới.



A. $\frac{5}{16}$.

B. $\frac{3}{16}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Gọi A_i là biến cố cầu thủ sút vào vị trí i ; B_i là biến cố thủ môn bay người đến vị trí i ($i = 1, 2, 3, 4$).
 Để thấy $P(A_i) = P(B_i) = \frac{1}{4}$. Gọi C là biến cố cú sút không vào lưới. Ta có

$$P(C) = P(A_1)P(B_1) + P(A_2)P(B_2) + \frac{1}{2}P(A_3)P(B_3) + \frac{1}{2}P(A_4)P(B_4) = \frac{3}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1905. Cho đa giác đều có 15 đỉnh. Gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc M , tính xác suất để tam giác được chọn là một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

A. $P = \frac{73}{91}$. B. $P = \frac{18}{91}$. C. $P = \frac{8}{91}$. D. $P = \frac{18}{73}$.

Lời giải.

Số phần tử của tập M là $C_{15}^3 = 455$. Ứng với mỗi đỉnh của đa giác thì có 7 tam giác cân được tạo thành $\Rightarrow$ Số tam giác cân là $15 \cdot 7 = 105$. Số tam giác đều là $5 \cdot 3 = 15$.

Ta được số tam giác cân nhưng không đều là $105 - 15 = 90$.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{18}{91}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1906. Có hai hộp cùng chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất có 7 quả cầu đỏ, 5 quả cầu xanh. Hộp thứ hai có 6 quả cầu đỏ, 4 quả cầu xanh. Từ mỗi hộp lấy ra ngẫu nhiên 1 quả cầu. Tính xác suất để 2 quả cầu lấy ra cùng màu đỏ.

A. $\frac{9}{20}$. B. $\frac{7}{20}$. C. $\frac{17}{20}$. D. $\frac{7}{17}$.

Lời giải.

Lấy mỗi hộp 1 quả cầu nên ta có $12 \cdot 10 = 120$ cách lấy.

Gọi A là biến cố hai quả cầu lấy ra có cùng màu đỏ. Khi đó $n(A) = 7 \cdot 6 = 42$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{42}{120} = \frac{7}{20}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1907. Lớp 10 X có 25 học sinh, chia lớp 10 X thành hai nhóm A và B sao cho mỗi nhóm đều có học sinh nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên hai học sinh từ hai nhóm, mỗi nhóm một học sinh. Tính xác suất để chọn được hai học sinh nữ. Biết rằng, trong nhóm A có đúng 9 học sinh nam và xác suất chọn được hai học sinh nam bằng 0,54.

A. 0,42. B. 0,04. C. 0,46. D. 0,23.

Lời giải.

A		B	
9 nam	b nữ	c nam	$25 - 9 - b - c$ nữ

Gọi số học sinh nam ở nhóm B là c ($c \in \mathbb{N}^*$) và b ($b \in \mathbb{N}^*$) là số học sinh nữ ở nhóm A .

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = (9 + b)(c + 25 - 9 - b - c) = (9 + b)(16 - b)$.

Gọi T là biến cố chọn được hai học sinh nam. Suy ra $n(T) = 9c$.

Theo giả thiết suy ra $\frac{9c}{(9 + b)(16 - b)} = 0,54 \Leftrightarrow \frac{3}{50} = \frac{c}{(9 + b)(16 - b)}$.

Do $(9 + b)(16 - b) \leq \left(\frac{9 + b + 16 - b}{2}\right)^2 < 200$ nên $(9 + b)(16 - b) \in \{50; 100; 150\}$.

Thử các trường hợp ta chỉ có trường hợp $c = 9$ và $b = 1$ hoặc $b = 6$ thỏa mãn.

Vậy xác suất chọn được hai học sinh nữ là $\frac{6 \cdot 1}{150} = 0,04$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1908. Một tổ có 6 nam và 5 nữ. Ta chọn tùy ý hai người. Xác suất để chọn được 1 nam và 1 nữ là

- A. $\frac{C_6^1 \cdot C_5^1}{C_{11}^2}$. B. $\frac{C_5^2}{C_{11}^2}$. C. $\frac{C_6^2}{C_{11}^2}$. D. $\frac{C_6^1 + C_5^1}{C_{11}^2}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{11}^2$.

Số phần tử của biến cố A : "Chọn được 1 nam và 1 nữ" là $n(A) = C_6^1 \cdot C_5^1$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_6^1 \cdot C_5^1}{C_{11}^2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1909. Cho đa giác đều 20 cạnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một hình chữ nhật nhưng không phải là hình vuông.

- A. $\frac{8}{969}$. B. $\frac{12}{1615}$. C. $\frac{1}{57}$. D. $\frac{3}{323}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^4 = 4845$.

Gọi A là biến cố "4 đỉnh được chọn là hình chữ nhật nhưng không phải hình vuông".

Một hình chữ nhật được sinh ra bằng cách chọn 2 đường chéo trong 10 đường chéo đi qua tâm của đa giác đều. Khi đó số hình chữ nhật được tạo thành là $C_{10}^2 = 45$.

Trong các hình chữ nhật được tạo thành ở trên nếu như hai đường chéo vuông góc sẽ tạo thành hình vuông. Mỗi đường chéo qua tâm của đa giác đều có đúng một đường chéo khác vuông góc với nó nhưng đếm như vậy thì hình vuông tính 2 lần suy ra có $\frac{10}{2} = 5$ hình vuông.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 45 - 5 = 40$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{4845} = \frac{8}{969}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1910. Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.

- A. 0,3. B. 0,5. C. 0,2. D. 0,15.

Lời giải.

Trong các thẻ đánh số từ 1 đến 20 các thẻ đánh số lẻ và chia hết cho 3 là 3; 9; 15. Vậy xác suất để thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3 là $\frac{3}{20} = 0,15$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1911. Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau 2 ván cờ.

- A. 0,12. B. 0,7. C. 0,9. D. 0,21.

Lời giải.

Gọi $P(A)$ là xác suất Việt thắng Nam $\Rightarrow P(A) = 0,3$;

Gọi $P(B)$ là xác suất Việt thắng Nam $\Rightarrow P(B) = 0,4$;

Gọi $P(C)$ là xác suất Việt và Nam hòa nhau $\Rightarrow P(C) = 0,3$;

Việt và Nam dừng chơi sau hai ván khi ván thứ nhất hai người hòa và ván thứ hai có người thắng, người thua. Vậy xác suất là $P(C) \cdot (P(A) + P(B)) = 0,3 \cdot (0,3 + 0,4) = 0,21$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1912. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

- A. $\frac{4651}{5236}$. B. $\frac{4615}{5236}$. C. $\frac{4610}{5236}$. D. $\frac{4615}{5263}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{35}^4 = 52360$.

Gọi biến cố A là biến cố bốn học sinh có cả nam và nữ.

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{20}^1 \cdot C_{15}^3 + C_{20}^2 \cdot C_{15}^2 + C_{20}^3 \cdot C_{15}^1 = 46150$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{46150}{52360} = \frac{4615}{5236}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1913. Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia, xác suất trúng đích lần lượt là 0,5; 0,6; 0,7. Tính xác suất để có đúng hai người bắn trúng bia.

- A. 0,21. B. 0,29. C. 0,44. D. 0,79.

Lời giải.

Gọi A_i là biến cố: “Xạ thủ thứ i bắn trúng bia”; A là biến cố: “Có đúng hai người bắn trúng bia”. Ta có $A = \overline{A_1}A_2A_3 \cup A_1\overline{A_2}A_3 \cup A_1A_2\overline{A_3}$.

Suy ra:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(\overline{A_1}A_2A_3) + P(A_1\overline{A_2}A_3) + P(A_1A_2\overline{A_3}) \\ &= 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,3 \\ &= 0,44. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 1914. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được có cả nam và nữ.

- A. $\frac{4615}{5236}$. B. $\frac{4651}{5236}$. C. $\frac{4615}{5263}$. D. $\frac{4610}{5236}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{35}^4 = 52360$.

Gọi A là biến cố “Chọn được 4 học sinh có cả nam và nữ”. Khi đó, $n(A) = C_{35}^4 - C_{20}^4 - C_{15}^4 = 46150$.

$$\text{Xác suất biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4615}{5236}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1915. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu.

- A. 67,6%. B. 29,5%. C. 32,4%. D. 70,5%.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$.

Gọi A là biến cố “Lấy được hai viên bi khác màu”: $n(A) = 4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 6 = 74$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{74}{105} \approx 70,5\%.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1916. Trong một đợt kiểm tra vệ sinh an toàn thực phẩm của ngành y tế tại chợ X , ban quản lý chợ lấy ra 15 mẫu thịt lợn trong đó có 4 mẫu ở quầy A , 5 mẫu ở quầy B , 6 mẫu ở quầy C . Đoàn kiểm tra lấy ngẫu nhiên 4 mẫu để phân tích xem trong thịt lợn có chứa hóa chất tạo nạc hay không. Xác suất để mẫu thịt của cả 3 quầy A, B, C đều được chọn bằng: bao nhiêu?

- A. $\frac{43}{91}$. B. $\frac{4}{91}$. C. $\frac{48}{91}$. D. $\frac{87}{91}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên 4 mẫu có $|\Omega| = C_{15}^4$.

Gọi X là biến cố: "Mẫu thịt của cả 3 quầy A, B, C đều được chọn".

TH1: 2 mẫu quầy A , 1 mẫu quầy B và 1 mẫu quầy C có $C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1$ cách.

TH2: 1 mẫu quầy A , 2 mẫu quầy B và 1 mẫu quầy C có $C_4^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^1$ cách.

TH3: 1 mẫu quầy A , 1 mẫu quầy B và 2 mẫu quầy C có $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^2$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $P(X) = \frac{C_4^2 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_5^2 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^2}{C_{15}^4} = \frac{48}{91}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1917. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{7}{216}$. B. $\frac{2}{969}$. C. $\frac{3}{323}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải.

Mỗi hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O có các đường chéo đi qua tâm. Ngược lại, với mỗi cặp đường chéo lớn ta có các đầu mút của chúng là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Suy ra số hình chữ nhật nói trên bằng số cặp đường chéo bằng C_{10}^2 . Vậy xác suất cần tính là $P = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^4} = \frac{3}{323}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1918. Cho một đa giác đều gồm $2n$ đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là $\frac{1}{5}$. Tìm n .

- A. 5. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = C_{2n}^3$. Gọi A là biến cố ba đỉnh được chọn tạo thành tam giác vuông.

Để ba đỉnh được chọn tạo thành tam giác vuông, trong ba đỉnh này có hai đỉnh tạo nên một đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác. Đa giác đều $2n$ đỉnh sẽ có n đường chéo đi qua tâm, mỗi đường chéo này tạo nên $2n - 2$ tam giác vuông suy ra $n(A) = n(2n - 2)$. Theo giả thiết $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{n(2n - 2)}{C_{2n}^3} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 30n(2n - 2) = 2n(2n - 1)(2n - 2) \Leftrightarrow n = 8$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1919. Đội thanh niên tình nguyện của một trường THPT có 13 học sinh gồm 4 học sinh khối 10, có 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi tình nguyện, hãy tính xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ 3 khối.

- A. $\frac{81}{143}$. B. $\frac{406}{715}$. C. $\frac{160}{143}$. D. $\frac{80}{143}$.

Lời giải.

Xác suất cần tính là $p = \frac{C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot C_5^2 + C_4^1 \cdot C_4^2 \cdot C_5^1 + C_4^2 \cdot C_4^1 \cdot C_5^1}{C_{14}^4} = \frac{80}{143}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1920. Xếp 11 học sinh gồm 7 nam, 4 nữ thành hàng dọc. Tính xác suất để 2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau.

A. $\frac{7!A_8^4}{11!}$.

B. $\frac{7!A_6^4}{11!}$.

C. $\frac{7!C_8^4}{11!}$.

D. $\frac{7!4!}{11!}$.

Lời giải.

Xếp 11 học sinh có $11!$ cách. Xếp 7 nam có $7!$ cách.

Giữa các nam này có 8 chỗ trống, xếp 4 nữ vào có A_8^4 cách.

Theo quy tắc nhân số cách xếp để 2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau là $7! \cdot A_8^4$.

Gọi biến cố A : “2 học sinh nữ bất kỳ không xếp cạnh nhau”. Ta có $n(\Omega) = 11!$; $n(A) = 7! \cdot A_8^4$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7! \cdot A_8^4}{11!}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1921. Cho A, B là hai biến cố độc lập với nhau, $P(A) = 0,4$ và $P(B) = 0,3$. Tính $P(AB)$.

A. $P(AB) = 0,58$.

B. $P(AB) = 0,7$.

C. $P(AB) = 0,1$.

D. $P(AB) = 0,12$.

Lời giải.

Vì A, B độc lập nên $P(AB) = P(A)P(B) = 0,12$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1922. Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A . Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A. $P = \frac{7}{90}$.

B. $P = \frac{7}{24}$.

C. $P = \frac{7}{10}$.

D. $P = \frac{7}{15}$.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

- Chọn ba số tự nhiên liên tiếp, có 8 cách.

- Chọn đúng hai số tự nhiên liên tiếp:

+ TH1: Có cặp (1; 2) hoặc (9; 10). Chọn thêm số thứ ba, có 7 cách. Do đó có tổng cộng $2 \cdot 7 = 14$ cách.

+ TH2: Có một trong bảy cặp (2; 3), (3; 4), ..., (8; 9). Chọn số còn lại có 6 cách. Do đó có tổng cộng $7 \cdot 6 = 42$ cách.

Suy ra, số cách chọn ba số tự nhiên trong đó có ít nhất hai số tự nhiên liên tiếp là $8 + 14 + 42 = 64$.

Vậy xác suất để ba số chọn ra không có hai số nào là hai số tự nhiên liên tiếp là $P = 1 - \frac{64}{120} = \frac{7}{15}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1923. Cho một đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

A. $\frac{3}{323}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{2}{969}$.

D. $\frac{7}{216}$.

Lời giải.

Có 10 đường chéo xuyên tâm O , cứ hai đường chéo xuyên tâm O ta được một hình chữ nhật.

Vậy số hình tứ giác 4 đỉnh tạo thành từ các đỉnh đa giác đều là $n(A) = C_{20}^4 = 4845$.

Vậy số hình chữ nhật tạo thành từ các đỉnh đa giác đều là $n(A) = C_{10}^2 = 45$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{45}{4845} = \frac{3}{323}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1924. Mỗi lượt, ta gieo một con súc sắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện

mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

A. $\frac{397}{1728}$.

B. $\frac{1385}{1728}$.

C. $\frac{1331}{1728}$.

D. $\frac{1603}{1728}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố “trong 3 lượt gieo có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp”.

Xác suất một lượt gieo được kết quả mặt 1 chấm xuất hiện đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$.

Xác suất để cả 3 lượt gieo con súc sắc không xuất hiện mặt 1 chấm, còn đồng xu xuất hiện mặt sấp là $\left(1 - \frac{1}{12}\right)^3 = \left(\frac{11}{12}\right)^3$.

Vậy: $n(A) = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^3 = \frac{397}{1728}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1925. Gọi X là tập tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Lấy ngẫu nhiên một số trong tập X . Gọi A là biến cố lấy được số có đúng hai chữ số 1, có đúng hai chữ số 2, bốn chữ số còn lại đôi một khác nhau, đồng thời các chữ số giống nhau không đứng liền kề nhau. Xác suất của biến cố A bằng

A. $\frac{176400}{9^8}$.

B. $\frac{151200}{9^8}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $\frac{201600}{9^8}$.

Lời giải.

Do số có 8 chữ số lập thành có các chữ số của nó bất kỳ nhận từ 1 đến 9 nên tập X có 9^8 phần tử. Vậy $|\Omega| = C_{9^8}^1 = 9^8$.

Ta đếm các số tạo thành thỏa mãn biến cố A :

— Lấy 4 số khác nhau trong 7 số còn lại (bỏ 1 và 2) có: C_7^4 cách.

— Xếp hai số 1, hai số 2 và bốn số còn lại theo hoán vị lặp, có $\frac{8!}{2!2!}$ cách xếp, trong đó

+ Hai số 1 cạnh nhau (coi nó là 1 vị trí), có $\frac{7!}{2!}$ cách xếp.

+ Hai số 2 cạnh nhau (coi nó là 1 vị trí), có $\frac{7!}{2!}$ cách xếp.

+ Hai số 1 cạnh nhau và hai số 2 cạnh nhau, có $6!$ cách xếp.

— Vậy số cách xếp tạo thành số thỏa mãn biến cố A là $C_7^4 \cdot \left(\frac{8!}{2!2!} - \left(\frac{7!}{2!} + \frac{7!}{2!} - 6!\right)\right) = 201600$

Do đó, xác suất của biến cố A là $\frac{201600}{9^8}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 1926. Lớp 12A có 10 học sinh giỏi, trong đó có 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra 3 học sinh giỏi đi dự Đại hội đoàn trường. Tính xác suất để có đúng hai học sinh nam và một học sinh nữ được chọn. Giả sử tất cả các học sinh đó đều xứng đáng được đi dự đại hội như nhau.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số trường hợp của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ.

Ta có số trường hợp thuận lợi là $n(A) = C_6^2 C_4^1$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{C_6^2 C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 1927. Chọn ngẫu nhiên một số nguyên thuộc $[1; 500]$. Tính xác suất để chọn được một số là ước của 10800.

A. $\frac{16}{125}$.

B. $\frac{49}{500}$.

C. $\frac{23}{250}$.

D. $\frac{18}{125}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 500$.

Gọi A là biến cố chọn được một số nguyên thuộc $[1; 500]$ và là ước của 10800.

Ta có $10800 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$. Do đó số chọn được là ước của 10800 là số có dạng $2^m \cdot 3^n \cdot 5^p$ với $0 \leq m \leq 4$; $0 \leq n \leq 3$; $0 \leq p \leq 2$ và $2^m \cdot 3^n \cdot 5^p \leq 500$.

— Trường hợp 1: $p = 0 \Rightarrow 2^m \cdot 3^n \leq 500$. Có 1 cách chọn p .

Ta thấy $2^4 \cdot 3^3 = 432 < 500$. Khi đó có 5 cách chọn m và 4 cách chọn n .

Theo quy tắc nhân ta có $1 \cdot 5 \cdot 4 = 20$ số là ước của 10800.

— Trường hợp 2: $p = 1 \Rightarrow 2^m \cdot 3^n \leq 100$. Có 1 cách chọn p .

m	n	$2^m \cdot 3^n$	
0	0	1	có 4 số thỏa mãn
	1	$2^0 \cdot 3^1$	
	2	$2^0 \cdot 3^2$	
	3	$2^0 \cdot 3^3$	
1	0	$2^1 \cdot 3^0$	có 4 số thỏa mãn
	1	$2^1 \cdot 3^1$	
	2	$2^1 \cdot 3^2$	
	3	$2^1 \cdot 3^3$	
2	0	$2^2 \cdot 3^0$	có 3 số thỏa mãn
	1	$2^2 \cdot 3^1$	
	2	$2^2 \cdot 3^2$	
3	0	$2^3 \cdot 3^0$	có 3 số thỏa mãn
	1	$2^3 \cdot 3^1$	
	2	$2^3 \cdot 3^2$	
4	0	$2^4 \cdot 3^0$	có 2 số thỏa mãn
	1	$2^4 \cdot 3^1$	

Theo quy tắc cộng có $4 + 4 + 3 + 3 + 2 = 16$ số cần tìm.

— Trường hợp 3: $p = 2 \Rightarrow 2^m \cdot 3^n \leq 20$. Có 1 cách chọn p .

m	n	$2^m \cdot 3^n$	
0	0	1	có 3 số thỏa mãn
	1	$2^0 \cdot 3^1$	
	2	$2^0 \cdot 3^2$	
1	0	$2^1 \cdot 3^0$	có 3 số thỏa mãn
	1	$2^1 \cdot 3^1$	
	2	$2^1 \cdot 3^2$	
2	0	$2^2 \cdot 3^0$	có 2 số thỏa mãn

	1	$2^2 \cdot 3^1$	
3	0	$2^3 \cdot 3^0$	có 1 số thỏa mãn
4	0	$2^4 \cdot 3^0$	có 1 số thỏa mãn

Theo quy tắc cộng có $3 + 3 + 2 + 1 + 1 = 10$ số cần tìm.

Vậy $n(A) = 46$ và $P(A) = \frac{46}{500} = \frac{23}{250}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 1928. Giải bóng chuyền VTV Cup có 12 đội tham gia trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban Tổ Chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng có 4 đội. Xác suất để 3 đội của Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu khác nhau bằng

A. $P = \frac{C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. B. $P = \frac{2 \cdot C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. C. $P = \frac{6 \cdot C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$. D. $P = \frac{3 \cdot C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử. Số phần tử của không gian mẫu là số cách chia 12 đội thành 3 bảng A, B, C sao cho mỗi bảng có 4 đội.

Do đó : $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4$

Gọi K là biến cố : “3 đội của Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu khác nhau”

Ta có : $n(K) = C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3$.

Vậy, xác suất để 3 đội của Việt Nam nằm ở 3 bảng đấu khác nhau bằng

$$P(K) = \frac{n(K)}{n(\Omega)} = \frac{C_3^1 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3}{C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4} = \frac{6 \cdot C_9^3 \cdot C_6^3}{C_{12}^4 \cdot C_8^4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 1929. Đội tuyển học sinh giỏi tỉnh gồm 6 học sinh khối 12 và 3 học sinh khối 11. Chọn ngẫu nhiên từ đội tuyển một học sinh, rồi chọn thêm một học sinh nữa. Tính xác suất để lần thứ hai chọn được học sinh khối 12.

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{5}{14}$. C. $\frac{25}{28}$. D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $n(\Omega) = 9 \cdot 8 = 72$.

Trường hợp 1. Lần thứ nhất và lần thứ hai đều lấy được học sinh khối 12 $\Rightarrow$ có $6 \cdot 5 = 30$ (khả năng).

Trường hợp 2. Lần thứ nhất lấy được học sinh khối 11 và lần thứ hai lấy được học sinh khối 12 $\Rightarrow$ có $3 \cdot 6 = 18$ (khả năng).

Vậy $P = \frac{30 + 18}{72} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 1930. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số và chia hết cho 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau.

A. $\frac{198}{3125}$. B. $\frac{396}{6250}$. C. $\frac{512}{3125}$. D. $\frac{369}{6250}$.

Lời giải.

Ta có các số chia hết cho 9 là dãy 1000008, 1000017, 1000026, ..., 9999999 lập thành một cấp số cộng có $u_1 = 1000008$ và công sai $d = 9$ nên số phần tử của dãy này là $\frac{9999999 - 1000008}{9} + 1 = 1000000$.

Vậy số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 1000000 = 10^6$ số.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Ta đếm số phần tử của A .

Nhận xét: $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45:9$ vì vậy ta có 2 TH sau:

TH1: Số cần tìm không có số 0, khi đó ta phải loại đi 2 chữ số a, b phân biệt mà $a + b:9$

Đó là: $\{1, 8\}; \{2, 7\}; \{3, 6\}; \{4, 5\}$.

Do đó các số thỏa mãn yêu cầu bài toán trong trường hợp này là: $4 \cdot 7!$ số.

TH2: Số cần tìm có chữ số 0, khi đó ta cần loại đi ba chữ số a, b, c phân biệt mà $a + b + c:9$.

Đó là $\{1, 2, 6\}; \{1, 3, 5\}; \{2, 3, 4\}; \{9, 5, 4\}, \{9, 8, 1\}, \{9, 7, 2\}, \{9, 3, 6\}, \{8, 7, 3\}, \{8, 6, 4\}, \{7, 6, 5\}$.

Do đó các số thỏa mãn yêu cầu bài toán trong trường hợp này là: $10 \cdot 7! - 10 \cdot 6!$ số.

Vậy có $4 \cdot 7! + 10 \cdot 7! - 10 \cdot 6! = 63360$ số.

Vậy $n(A) = 63360$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63360}{10^6} = \frac{198}{6125}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1931. Lớp 12 A trường THPT X có 30 học sinh đều sinh năm 2001 là năm có 365 ngày. Xác suất để có ít nhất 2 bạn trong lớp cùng sinh nhật (cùng ngày, tháng sinh) gần với số nào sau đây?

A. 10%.

B. 30%.

C. 50%.

D. 70%.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử ta có 365^{30} .

Giả sử không có ai trong lớp có cùng ngày sinh suy ra số cách chọn là $365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot 336 = A_{365}^{30}$

Do đó xác suất để có ít nhất 2 bạn trong lớp cùng này sinh là $1 - \frac{A_{365}^{30}}{365^{30}} \approx 0,706$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1932. Mỗi bạn An và Bình chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Xác suất để trong hai bộ ba số của An và Bình chọn ra có nhiều nhất một số giống nhau bằng

A. $\frac{21}{40}$.

B. $\frac{203}{480}$.

C. $\frac{19}{60}$.

D. $\frac{65}{84}$.

Lời giải.

$+ n(\Omega) = C_9^3 \cdot C_9^3$.

$+ \text{TH1:}$ Không có số nào giống nhau, có: $C_9^3 \cdot C_6^3$ cách.

$+ \text{TH2:}$ Có đúng 1 số giống nhau, có: $C_9^1 \cdot C_8^2 \cdot C_6^2$ cách.

Xác suất cần tìm: $p = \frac{C_9^3 \cdot C_6^3 + C_9^1 \cdot C_8^2 \cdot C_6^2}{C_9^3 \cdot C_9^3} = \frac{65}{84}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1933. Gọi X là tập tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập X . Tính xác suất để số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $Y = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và ba số này đứng cạnh nhau, có số chẵn đứng giữa hai số lẻ.

A. $P = \frac{37}{63}$.

B. $P = \frac{25}{189}$.

C. $P = \frac{25}{378}$.

D. $P = \frac{17}{945}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 9A_9^5 = 136080$.

Gọi $\overline{abc}$ là số có 3 chữ số khác nhau, có số chẵn đứng giữa hai số lẻ, được lập nên từ các số $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ và xem đây là bộ số $A \Rightarrow$ Có $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ cách lập A .

Chọn 3 chữ số khác nhau từ các số tự nhiên còn lại $\{0; 6; 7; 8; 9\}$. Sắp xếp 3 số vừa chọn và A có $4!C_5^3$ cách sắp xếp.

Xét trường hợp chữ số 0 đứng đầu. Lúc này sẽ có $3!C_4^2$ cách sắp xếp.

Gọi C là biến cố “số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và ba số này đứng

cạnh nhau, có số chẵn đứng giữa hai số lẻ" $\Rightarrow n(C) = 12 \cdot (4!C_5^3 - 3!C_4^2) = 2448$.

$$\text{Xác suất xảy ra biến cố } C \text{ là } P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{2448}{136080} = \frac{17}{945}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1934. Một bình chứa 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Xác suất để trong 3 viên bi lấy ra **không** có viên bi nào màu đỏ bằng

A. $\frac{143}{280}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{1}{560}$. D. $\frac{1}{28}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Gọi A: "3 viên bi lấy ra **không** có viên bi nào màu đỏ "

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{13}^3 = 286$.

Vậy xác suất để trong 3 viên bi lấy ra **không** có viên bi nào màu đỏ là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{143}{280}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1935. Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $OABC$ với $A(0; 10)$, $B(100; 10)$ và $C(100; 0)$ (O là gốc tọa độ). Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $M(x_0; y_0)$ nằm bên trong hình chữ nhật $OABC$ (tính cả cạnh hình chữ nhật) thỏa mãn $x_0; y_0$ là những số tự nhiên. Lấy ngẫu nhiên một điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc S . Xác suất để $x_0 + y_0 \leq 90$ bằng

A. $\frac{900}{1011}$. B. $\frac{860}{1011}$. C. $\frac{90}{101}$. D. $\frac{86}{101}$.

Lời giải.

$$n(\Omega) = 101 \cdot 11 = 1111.$$

Ta xét những điểm $M(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 + y_0 > 90$.

- Với $y_0 = 0$ thì $x_0 \in \{91; 92; \dots; 100\} \Rightarrow$ có 10 điểm thỏa mãn.
- Với $y_0 = 1$ thì $x_0 \in \{90; 91; 92; \dots; 100\} \Rightarrow$ có 11 điểm thỏa mãn.
- Với $y_0 = 2$ thì $x_0 \in \{89; 90; 91; 92; \dots; 100\} \Rightarrow$ có 12 điểm thỏa mãn.
- ...
- Với $y_0 = 10$ thì $x_0 \in \{81; 82; \dots; 100\} \Rightarrow$ có 20 điểm thỏa mãn.

Vậy số điểm $M(x_0; y_0)$ thỏa mãn $x_0 + y_0 > 90$ là $10 + 11 + \dots + 20 = \frac{(10 + 20) \cdot 11}{2} = 165$.

Xác suất cần tính là $P = 1 - \frac{165}{1111} = \frac{86}{101}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 1936. Trong một hộp có 100 tấm thẻ được đánh số từ 101 đến 200 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 tấm thẻ đó là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{817}{2450}$. B. $\frac{1181}{2450}$. C. $\frac{37026}{161700}$. D. $\frac{808}{2450}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu C_{100}^3 .

Từ số 101 đến số 200 có 34 số chia hết cho 3 dư 2; 33 số chia hết cho 3 dư 1; 33 số chia hết cho 3.

Tổng 3 số ghi trên 3 tấm thẻ chia hết cho 3 khi xảy ra bốn trường hợp sau:

- TH1: Chọn 1 số chia hết cho 3 dư 1, 1 số chia hết cho 3 dư 2 và 1 số chia hết cho 3 nên số cách chọn là $33 \cdot 34 \cdot 33$.
- TH2: Chọn 3 số chia hết cho 3 dư 2 nên số cách chọn là C_{34}^3 .
- TH3: Chọn 3 số chia hết cho 3 dư 1 nên số cách chọn là C_{33}^3 .

— TH4: Chọn 3 số chia hết cho 3 nên số cách chọn là C_{33}^3 .

Xác suất để tổng các số ghi trên 3 tấm thẻ đó là một số chia hết cho 3 là

$$\frac{33 \cdot 34 \cdot 33 + C_{34}^3 + C_{33}^3 + C_{33}^3}{C_{100}^3} = \frac{817}{2450}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1937. Có một dãy ghế gồm 6 ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 2 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 2 học sinh lớp C ngồi vào dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng 1 học sinh ngồi. Xác suất để không có học sinh lớp C ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Cho 2 học sinh lớp C ngồi cạnh nhau thành 1 nhóm D.

2 học sinh lớp C đổi vị trí trong nhóm D: 2! cách.

Nhóm D đổi vị trí với 4 học sinh còn lại: 5! cách.

Không gian mẫu: 6! cách.

Xác suất để 2 học sinh lớp C ngồi cạnh nhau: $\frac{2! \cdot 5!}{6!} = \frac{1}{3}$.

Vậy xác suất để 2 học sinh lớp C không ngồi cạnh nhau $= 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 1938. Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu là

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{5}{18}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{36}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên hai viên bi bất kì ta có $n(\Omega) = C_9^2 = 36$. Gọi A là biến cố: “Chọn được hai viên bi cùng màu”. Khi đó

+ Chọn hai viên bi vàng được $C_2^2 = 1$ cách.

+ Chọn hai viên bi đỏ được $C_3^2 = 3$ cách.

+ Chọn hai viên bi xanh được $C_4^2 = 6$ cách.

Vậy, xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu là $P(A) = \frac{1 + 3 + 6}{36} = \frac{5}{18}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 1939. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn [1; 17].

Xác suất để ba số viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1637}{4913}$.

B. $\frac{23}{68}$.

C. $\frac{1079}{4913}$.

D. $\frac{1728}{4913}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 17^3 = 4913$.

Gọi X là biến cố “tổng ba số được viết chia hết cho 3”.

Nhận thấy tổng ba số được viết chia hết cho 3 khi ba số đó có cùng số dư khi chia cho 3 hoặc có số dư đôi một khác nhau khi chia cho 3.

Trong 17 số tự nhiên thuộc đoạn [1; 17] có 5 số chia hết cho 3, 6 số chia cho 3 dư 1, 6 số chia cho 3 dư 2.

Số cách viết các số có cùng số dư khi chia cho 3 là $5^3 + 6^3 + 6^3 = 557$.

Số cách viết các số có số dư đôi một khác nhau khi chia cho 3 là $3! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 6 = 1080$.

Suy ra số phần tử của không gian biến cố là $n(X) = 557 + 1080 = 1637$.

Vậy ta có $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{1637}{4913}$.

Chọn đáp án .

□

ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. C	4. C	5. C	6. B	7. C	8. D	9. D	10. B
11. D	12. A	13. C	14. A	15. D	16. C	17. C	18. A	19. C	20. B
21. C	22. B	23. C	24. B	25. C	26. C	27. B	28. A	29. A	30. A
31. B	32. D	33. D	34. D	35. A	36. A	37. A	38. B	39. A	40. C
41. D	42. D	43. B	44. A	45. C	46. B	47. B	48. C	49. C	50. C
51. B	52. B	53. A	54. D	55. C	56. C	57. D	58. D	59. B	60. A
61. D	62. C	63. C	64. B	65. C	66. B	67. A	68. D	69. D	70. A
71. B	72. C	73. D	74. C	75. C	76. B	77. D	78. C	79. B	80. B
81. D	82. A	83. B	84. C	85. D	86. D	87. B	88. D	89. B	90. B
91. D	92. B	93. C	94. B	95. A	96. A	97. D	98. B	99. B	100. B
101. D	102. A	103. B	104. B	105. A	106. B	107. C	108. A	109. A	110. C
111. A	112. B	113. C	114. B	115. C	116. A	117. B	118. C	119. D	120. B
121. D	122. D	123. B	124. C	125. A	126. D	127. D	128. A	129. A	130. D
131. B	132. D	133. A	134. D	135. D	136. C	137. A	138. C	139. D	140. C
141. C	142. D	144. B	145. C	146. C	147. B	148. D	149. A	150. B	151. D
152. C	153. D	154. C	155. B	156. B	157. A	158. A	159. D	160. D	161. C
162. A	163. D	164. C	165. D	166. D	167. B	168. B	169. B	170. A	171. D
172. B	173. B	174. C	175. B	176. B	177. D	178. D	179. B	180. C	181. B
182. D	183. A	184. C	185. D	186. A	187. C	188. C	189. C	190. D	191. D
192. B	193. C	194. A	195. C	196. C	197. C	198. D	199. A	200. C	201. D
202. D	203. C	204. A	205. A	206. D	207. A	208. B	209. D	210. B	211. B
212. B	213. A	214. A	215. A	216. D	217. B	218. B	219. D	220. A	221. B
222. B	223. A	224. B	225. B	226. A	227. D	228. D	229. C	230. B	231. D
232. D	233. A	234. B	235. C	236. B	237. C	238. D	239. B	240. B	241. D
242. D	243. A	244. C	245. A	246. C	247. A	248. D	249. B	250. C	251. B
252. D	253. A	254. D	255. A	256. C	257. A	258. C	259. B	260. C	261. D
262. A	263. D	264. A	265. D	266. A	267. A	268. B	269. A	270. B	271. A
272. D	273. C	274. B	275. B	276. C	277. A	278. A	279. A	280. D	281. B
282. A	283. A	284. A	285. C	286. C	287. A	288. A	289. A	290. D	291. C
292. B	293. A	294. D	295. C	296. A	297. C	298. D	299. C	300. C	301. C
302. C	303. B	304. D	305. B	306. B	307. A	308. B	309. D	310. A	311. A
312. A	313. C	314. C	315. A	316. B	317. D	318. D	319. A	320. C	321. C
322. D	323. B	324. C	325. B	326. C	327. A	328. C	329. C	330. C	331. C
332. C	333. A	334. B	335. C	336. D	337. B	338. A	339. C	340. C	341. B
342. A	343. A	344. A	345. A	346. A	347. A	348. D	349. A	350. D	351. B
352. D	353. C	354. A	355. B	356. A	357. B	358. D	359. C	360. A	361. A
362. C	363. B	364. A	365. A	366. A	367. B	368. C	369. B	370. C	371. D
372. D	373. D	374. B	375. A	376. D	377. D	378. C	379. C	380. C	381. B
382. A	383. A	384. D	385. A	386. D	387. B	388. A	389. C	390. D	391. A
392. A	393. A	394. B	395. C	396. C	397. B	398. A	399. B	400. D	401. D
402. C	403. D	404. C	405. D	406. A	407. B	408. C	409. C	410. D	411. D

412. C	413. C	414. C	415. D	416. A	417. A	418. C	419. C	420. B	421. A
422. C	423. A	424. C	425. C	426. D	427. A	428. D	429. C	430. C	431. A
432. C	433. A	434. D	435. A	436. D	437. A	438. C	439. D	440. D	441. B
442. D	443. B	444. B	445. A	446. B	447. A	448. A	449. C	450. B	451. A
452. C	453. C	454. C	455. B	456. D	457. A	458. A	459. C	460. C	461. B
462. D	463. A	464. B	465. D	466. D	467. B	468. C	469. A	470. B	471. B
472. D	473. B	474. C	475. C	476. A	477. A	478. D	479. D	480. A	481. A
482. B	483. A	484. C	485. B	486. C	487. D	488. C	489. A	490. D	491. D
492. C	493. B	494. D	495. C	496. A	497. A	498. A	499. B	500. B	501. C
502. D	503. D	504. D	505. A	506. C	507. D	508. C	509. A	510. B	511. C
512. A	513. D	514. D	515. B	516. D	517. A	518. D	519. A	520. B	521. B
522. D	523. D	524. D	525. C	526. C	527. A	528. A	529. D	530. B	531. C
532. A	533. A	534. B	535. A	536. C	537. A	538. B	539. A	540. B	541. C
542. D	543. A	544. A	545. C	546. A	547. B	548. D	549. C	550. B	551. A
552. C	553. A	554. D	555. C	556. D	557. B	558. B	559. C	560. A	561. C
562. C	563. C	564. A	565. A	566. D	567. D	568. B	569. A	570. B	571. D
572. A	573. B	574. A	575. D	576. D	577. D	578. C	579. B	580. B	581. B
582. B	583. D	584. A	585. C	586. B	587. B	588. D	589. D	590. B	591. C
592. B	593. D	594. B	595. A	596. B	597. A	598. C	599. D	600. B	601. C
602. C	603. B	604. A	605. A	606. C	607. D	608. B	609. A	610. D	611. A
612. B	613. D	614. A	615. D	616. C	617. D	618. B	619. C	620. A	621. B
622. A	623. A	624. A	625. A	626. B	627. D	628. C	629. D	630. C	631. C
632. B	633. C	634. D	635. B	636. B	637. D	638. A	639. B	640. D	641. D
642. D	643. A	644. D	645. B	646. A	647. C	648. A	649. B	650. B	651. C
652. C	653. C	654. C	655. B	656. A	657. A	658. D	659. A	660. B	661. D
662. D	663. D	664. D	665. B	666. B	667. A	668. A	669. A	670. A	671. A
672. A	673. A	674. B	675. C	676. B	677. C	678. C	679. A	680. D	681. B
682. A	683. C	684. A	685. C	686. B	687. B	688. C	689. B	690. C	691. B
692. A	693. D	694. D	695. A	696. A	697. B	698. C	699. A	700. D	701. B
702. C	703. D	704. C	705. D	706. D	707. A	708. D	709. A	710. D	711. A
712. B	713. A	714. B	715. B	716. A	717. A	718. D	719. B	720. B	721. A
722. B	723. D	724. C	725. D	726. A	727. C	728. D	729. C	730. C	731. A
732. A	733. B	734. B	735. C	736. C	737. B	738. C	739. B	740. A	741. B
742. C	743. A	744. A	745. A	746. C	747. C	748. B	749. C	750. D	751. B
752. B	753. B	754. D	755. C	756. B	757. B	758. B	759. C	760. D	761. D
762. B	763. C	764. A	765. B	766. A	767. C	768. A	769. A	770. A	771. A
772. D	773. B	774. A	775. D	776. C	777. A	778. B	779. B	780. D	781. A
782. B	783. A	784. B	785. A	786. C	787. A	788. A	789. D	790. D	791. A
792. A	793. C	794. B	795. B	796. B	797. B	798. D	799. D	800. C	801. D
802. C	803. A	804. B	805. B	806. C	807. C	808. A	809. A	810. C	811. A
812. B	813. D	814. A	815. C	816. B	817. C	818. A	819. A	820. D	821. C
822. C	823. A	824. D	825. B	826. B	827. B	828. D	829. A	830. C	831. D
832. C	833. B	834. D	835. C	836. B	837. B	838. B	839. A	840. A	841. A

842. B	843. C	844. D	845. C	846. A	847. B	848. C	849. D	850. C	851. B
852. B	853. C	854. B	855. D	856. A	857. B	858. C	859. A	860. A	861. B
862. C	863. A	864. A	865. C	866. A	867. C	868. C	869. B	870. D	871. C
872. A	873. C	874. C	875. A	876. C	877. A	878. A	879. B	880. D	881. A
882. C	883. C	884. C	885. D	886. A	887. A	888. B	889. A	890. C	891. B
892. A	893. A	894. D	895. C	896. B	897. A	898. A	899. D	900. B	901. D
902. A	903. C	904. D	905. D	906. A	907. C	908. D	909. B	910. A	911. C
912. B	913. C	914. B	915. A	916. D	917. C	918. C	919. A	920. A	921. A
922. C	923. D	924. D	925. A	926. D	927. C	928. D	929. D	930. C	931. A
932. B	933. B	934. C	935. D	936. C	937. B	938. D	939. C	940. C	941. B
942. A	943. B	944. B	945. D	946. B	947. B	948. C	949. C	950. C	951. B
952. C	953. A	954. C	955. A	956. D	957. A	958. D	959. D	960. B	961. D
962. C	963. A	964. A	965. A	966. C	967. D	968. A	969. A	970. C	971. A
972. A	973. C	974. B	975. B	976. A	977. A	978. B	979. C	980. D	981. C
982. A	983. D	984. C	985. C	986. A	987. B	988. C	989. A	990. B	991. D
992. A	993. C	994. A	995. C	996. B	997. A	998. A	999. B	1000.A	1001.A
1002.C	1003.A	1004.D	1005.A	1006.C	1007.B	1008.D	1009.C	1010.B	1011.B
1012.A	1013.A	1014.D	1015.B	1016.D	1017.C	1018.B	1019.B	1020.B	1021.C
1022.D	1023.B	1024.B	1025.A	1026.B	1027.B	1028.A	1029.A	1030.A	1031.C
1032.A	1033.A	1034.C	1035.D	1036.C	1037.D	1038.B	1039.D	1040.A	1041.D
1042.A	1043.C	1044.B	1045.A	1046.C	1047.D	1048.D	1049.C	1050.D	1051.C
1052.C	1053.C	1054.D	1055.C	1056.C	1057.A	1058.D	1059.C	1060.C	1061.B
1062.D	1063.B	1064.B	1065.D	1066.D	1067.C	1068.A	1069.A	1070.C	1071.B
1072.D	1073.B	1074.D	1075.C	1076.D	1077.A	1078.C	1079.A	1080.D	1081.B
1082.D	1083.B	1084.A	1085.C	1086.A	1087.A	1088.C	1089.A	1090.C	1091.A
1092.C	1093.B	1094.B	1095.C	1096.A	1097.C	1098.C	1099.D	1100.C	1101.B
1102.D	1103.A	1104.C	1105.C	1106.D	1107.D	1108.C	1109.D	1110.B	1111.A
1112.D	1113.B	1114.D	1115.C	1116.C	1117.D	1118.A	1119.C	1120.B	1121.D
1122.A	1123.D	1124.A	1125.B	1126.D	1127.D	1128.D	1129.D	1130.D	1131.A
1132.C	1133.C	1134.C	1135.B	1136.B	1137.A	1138.D	1139.C	1140.B	1141.B
1142.B	1143.C	1144.A	1145.B	1146.C	1147.C	1148.A	1149.B	1150.C	1151.A
1152.D	1153.A	1154.B	1155.A	1156.B	1157.C	1158.D	1159.C	1160.B	1161.C
1162.A	1163.B	1164.D	1165.C	1166.A	1167.B	1168.D	1169.C	1170.B	1171.B
1172.D	1173.C	1174.B	1175.D	1176.A	1177.B	1178.B	1179.C	1180.A	1181.B
1182.A	1183.D	1184.A	1185.C	1186.A	1187.A	1188.A	1189.C	1190.D	1191.B
1192.A	1193.C	1194.B	1195.A	1196.A	1197.B	1198.D	1199.C	1200.A	1201.B
1202.B	1203.C	1204.A	1205.C	1206.D	1207.C	1208.B	1209.B	1210.D	1211.D
1212.C	1213.A	1214.D	1215.A	1216.B	1217.A	1218.C	1219.C	1220.C	1221.C
1222.D	1223.A	1224.D	1225.B	1226.D	1227.A	1228.B	1229.B	1230.B	1231.A
1232.C	1233.A	1234.B	1235.A	1236.C	1237.C	1238.C	1239.A	1240.B	1241.A
1242.C	1243.A	1244.D	1245.C	1246.D	1247.D	1248.B	1249.D	1250.C	1251.A
1252.D	1253.C	1254.D	1255.A	1256.C	1257.A	1258.D	1259.B	1260.C	1261.D
1262.D	1263.A	1264.D	1265.D	1266.A	1267.B	1268.A	1269.B	1270.D	1271.C

1272.D	1273.C	1274.D	1275.A	1276.C	1277.C	1278.A	1279.A	1280.C	1281.A
1282.C	1283.D	1284.C	1285.B	1286.C	1287.D	1288.C	1289.D	1290.A	1291.A
1292.A	1293.A	1294.A	1295.C	1296.D	1297.A	1298.C	1299.C	1300.A	1301.A
1302.B	1303.A	1304.C	1305.D	1306.D	1307.A	1308.A	1309.D	1310.C	1311.C
1312.A	1313.D	1314.A	1315.D	1316.B	1317.B	1318.C	1319.D	1320.D	1321.C
1322.A	1323.A	1324.B	1325.A	1326.B	1327.B	1328.C	1329.B	1330.A	1331.A
1332.D	1333.B	1334.C	1335.B	1336.A	1337.C	1338.B	1339.D	1340.A	1341.C
1342.C	1343.D	1344.C	1345.C	1346.A	1347.C	1348.C	1349.C	1350.D	1351.A
1352.D	1353.A	1354.D	1355.A	1356.C	1357.D	1358.A	1359.D	1360.C	1361.A
1362.B	1363.B	1364.B	1365.B	1366.D	1367.D	1368.B	1369.A	1370.A	1371.D
1372.C	1373.B	1374.D	1375.A	1376.A	1377.B	1378.C	1379.D	1380.B	1381.C
1382.B	1383.D	1384.D	1385.C	1386.B	1387.A	1388.C	1389.A	1390.A	1391.D
1392.B	1393.D	1394.C	1395.D	1396.C	1397.B	1398.D	1399.A	1400.D	1401.D
1402.C	1403.D	1404.D	1405.D	1406.B	1407.C	1408.D	1409.C	1410.D	1411.D
1412.C	1413.C	1414.B	1415.C	1416.D	1417.D	1418.C	1419.A	1420.C	1421.B
1422.A	1423.B	1424.C	1425.A	1426.C	1427.D	1428.A	1429.A	1430.D	1431.D
1432.A	1433.C	1434.A	1435.D	1436.C	1437.B	1438.B	1439.D	1440.C	1441.B
1442.D	1443.B	1444.D	1445.A	1446.C	1447.A	1448.A	1449.B	1450.C	1451.D
1452.B	1453.B	1454.B	1455.D	1456.B	1457.D	1458.A	1459.C	1460.D	1461.B
1462.B	1463.A	1464.C	1465.D	1466.C	1467.C	1468.B	1469.D	1470.B	1471.B
1472.C	1473.B	1474.A	1475.A	1476.A	1477.D	1478.B	1479.C	1480.A	1481.A
1482.A	1483.A	1484.C	1485.C	1486.A	1487.D	1488.D	1489.B	1490.C	1491.D
1492.B	1493.D	1494.B	1495.A	1496.B	1497.D	1498.D	1499.B	1500.D	1501.B
1502.B	1503.C	1504.D	1505.B	1506.D	1507.B	1508.B	1509.A	1510.A	1511.C
1512.D	1513.B	1514.B	1515.D	1516.C	1517.D	1518.D	1519.B	1520.A	1521.C
1522.A	1523.C	1524.C	1525.D	1526.B	1527.C	1528.B	1529.D	1530.D	1531.B
1532.A	1533.C	1534.A	1535.A	1536.B	1537.D	1538.A	1539.B	1540.B	1541.D
1542.C	1543.C	1544.A	1545.B	1546.A	1547.A	1548.C	1549.C	1550.C	1551.D
1552.A	1553.A	1554.C	1555.B	1556.D	1557.A	1558.A	1559.C	1560.A	1561.D
1562.A	1563.D	1564.B	1565.C	1566.D	1567.A	1568.B	1569.A	1570.A	1571.C
1572.D	1573.C	1574.B	1575.A	1576.A	1577.D	1578.D	1579.D	1580.D	1581.D
1582.C	1583.C	1584.C	1585.A	1586.D	1587.B	1588.D	1589.C	1590.A	1591.C
1592.B	1593.D	1594.D	1595.D	1596.B	1597.B	1598.B	1599.C	1600.C	1601.B
1602.C	1603.C	1604.B	1605.A	1606.B	1607.C	1608.A	1609.D	1610.D	1611.C
1612.C	1613.B	1614.B	1615.A	1616.D	1617.A	1618.D	1619.C	1620.C	1621.D
1622.A	1623.A	1624.A	1625.B	1626.C	1627.D	1628.D	1629.C	1630.A	1631.C
1632.C	1633.A	1634.B	1635.B	1636.D	1637.D	1638.D	1639.C	1640.C	1641.D
1642.D	1643.A	1644.B	1645.B	1646.D	1647.D	1648.C	1649.B	1650.D	1651.A
1652.D	1653.A	1654.A	1655.D	1656.A	1657.C	1658.B	1659.D	1660.C	1661.D
1662.C	1663.C	1664.A	1665.A	1666.D	1667.A	1668.D	1669.B	1670.B	1671.C
1672.C	1673.D	1674.A	1675.A	1676.B	1677.D	1678.C	1679.C	1680.D	1681.D
1682.B	1683.A	1684.A	1685.C	1686.A	1687.C	1688.A	1689.B	1690.A	1691.D
1692.B	1693.B	1694.B	1695.D	1696.D	1697.B	1698.C	1699.A	1700.A	1701.D

1702.C	1703.B	1704.B	1705.B	1706.C	1707.C	1708.D	1709.B	1710.B	1711.A
1712.C	1713.B	1714.D	1715.D	1716.B	1717.C	1718.A	1719.B	1720.C	1721.A
1722.D	1723.D	1724.A	1725.A	1726.A	1727.B	1728.C	1729.A	1730.A	1731.B
1732.C	1733.A	1734.A	1735.A	1736.C	1737.C	1738.D	1739.B	1740.C	1741.C
1742.A	1743.A	1744.D	1745.B	1746.A	1747.D	1748.B	1749.B	1750.C	1751.C
1752.C	1753.D	1754.C	1755.B	1756.B	1757.B	1758.A	1759.A	1760.D	1761.B
1762.D	1763.C	1764.D	1765.B	1766.D	1767.A	1768.A	1769.B	1770.B	1771.A
1772.C	1773.A	1774.A	1775.A	1776.C	1777.B	1778.A	1779.B	1780.D	1781.B
1782.D	1783.B	1784.C	1785.D	1786.C	1787.C	1788.D	1789.C	1790.C	1791.C
1792.C	1793.C	1794.C	1795.B	1796.C	1797.B	1798.C	1799.D	1800.A	1801.C
1802.D	1803.D	1804.D	1805.D	1806.B	1807.C	1808.A	1809.D	1810.B	1811.D
1812.C	1813.A	1814.B	1815.D	1816.A	1817.B	1818.C	1819.A	1820.D	1821.A
1822.C	1823.A	1824.A	1825.D	1826.B	1827.C	1828.A	1829.C	1830.B	1831.D
1832.C	1833.A	1834.B	1835.C	1836.D	1837.A	1838.C	1839.A	1840.A	1841.A
1842.D	1843.D	1844.A	1845.B	1846.B	1847.A	1848.B	1849.B	1850.D	1851.A
1852.B	1853.B	1854.B	1855.D	1856.B	1857.B	1858.B	1859.A	1860.D	1861.A
1862.C	1863.B	1864.B	1865.B	1866.A	1867.C	1868.C	1869.C	1870.C	1871.B
1872.A	1873.A	1874.B	1875.B	1876.D	1877.A	1878.B	1879.D	1880.D	1881.C
1882.B	1883.D	1884.B	1885.A	1886.A	1887.C	1888.C	1889.C	1890.A	1891.B
1892.A	1893.D	1894.D	1895.A	1896.C	1897.A	1898.B	1899.B	1900.D	1901.D
1902.A	1903.B	1904.B	1905.B	1906.B	1907.B	1908.A	1909.A	1910.D	1911.D
1912.B	1913.C	1914.B	1915.D	1916.C	1917.C	1918.D	1919.D	1920.A	1921.D
1922.D	1923.A	1924.A	1925.D	1926.D	1927.C	1928.C	1929.A	1930.A	1931.D
1932.D	1933.D	1934.A	1935.D	1936.A	1937.A	1938.B	1939.A		

Chương 3: Dãy số - cấp số cộng, cấp số nhân**NỘI DUNG CÂU HỎI**

Câu 1. Cho cấp số cộng $1, 4, 7, \dots$. Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

- A. 297. B. 301. C. 295. D. 298.

Lời giải.

Cấp số cộng $1, 4, 7, \dots$ có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2. Giá trị của tổng $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ bằng

- A. $S = \frac{3^{2019} - 1}{2}$. B. $S = \frac{3^{2018} - 1}{2}$. C. $S = \frac{3^{2020} - 1}{2}$. D. $S = \frac{3^{2018} - 1}{2}$.

Lời giải.

Ta thấy S là tổng của 2019 số hạng đầu tiên của cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = 1$, công bội $q = 3$.

Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân ta có $S = 1 \cdot \frac{1 - 3^{2019}}{1 - 3} = \frac{3^{2019} - 1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.

- A. 100. B. 110. C. 10. D. 90.

Lời giải.

Gọi cấp số cộng có công sai là d ta có $u_2 = u_1 + d; u_3 = u_1 + 2d; u_4 = u_1 + 3d$.

Khi đó $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$

Áp dụng công thức $S = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$.

Vậy tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng là $S_{10} = 10 \cdot 1 + \frac{10 \cdot 9}{2} \cdot 2 = 100$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 4. Cho ba số a, b, c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2. Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ hai thêm 1 và tăng số thứ ba thêm 3 thì được ba số mới là ba số liên tiếp của một cấp số nhân. Tính $(a + b + c)$.

- A. 12. B. 18. C. 3. D. 9.

Lời giải.

Do a, b, c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2 nên $b = a + 2, c = a + 4$.

$a + 1, a + 3, a + 7$ là ba số liên tiếp của một cấp số nhân $\Leftrightarrow (a + 1)(a + 7) = (a + 3)^2 \Leftrightarrow a = 1$.

Với $a = 1$, ta có $\begin{cases} b = 3 \\ c = 5 \end{cases}$.

Suy ra $a + b + c = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 5. Ba số x, y, z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số 2; 3; 9 vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $F = x^2 + y^2 + z^2$.

A. $F = 389$ hoặc $F = 179$.

B. $F = 441$ hoặc $F = 357$.

C. $F = 395$ hoặc $F = 179$.

D. $F = 389$ hoặc $F = 395$.

Lời giải.**Phương pháp:**Ba số x, y, z lập thành một cấp số cộng $\Leftrightarrow x + z = 2y$.Và số x, y, z lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow xz = y^2$.**Cách giải:**Do 3 số x, y, z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21 nên ta có

$$\begin{cases} x + z = 2y \\ x + y + z = 21. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + z = 14 \\ y = 7. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 - z \\ y = 7. \end{cases} \quad (1)$$

Nếu lần lượt thêm các số 2; 3; 9 vào ba số đó (theo thứ tự của cấp số cộng) thì được ba số lập thành một cấp số nhân nên ta có: $(x + 2)(z + 9) = (y + 3)^2$. (2)

Thay (1) vào (2) ta có: $(14 - z + 2)(z + 9) = (7 + 3)^2 \Leftrightarrow z^2 - 7z - 44 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 11 \\ z = -4. \end{cases}$

$$z = 11 \Rightarrow z = 14 - 11 = 3 \Rightarrow F = x^2 + y^2 + z^2 = 3^2 + 7^2 + 11^2 = 179.$$

$$z = -4 \Rightarrow x = 14 - (-4) = 18 \Rightarrow F = x^2 + y^2 + z^2 = 18^2 + 7^2 + (-4)^2 = 389.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 6.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

A. $d = 3$.

B. $d = 2$.

C. $d = -2$.

D. $d = -3$.

Lời giải.Ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n + 1) - 2 - 3n + 2 = 3$. Suy ra $d = 3$ là công sai của cấp số cộngChọn đáp án **A** □**Câu 7.** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \left(\frac{-2}{3}\right)^n$.

B. $u_n = \left(\frac{6}{5}\right)^n$.

C. $u_n = \frac{n^3 - 3n}{n + 1}$.

D. $u_n = n^2 - 4n$.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{-2}{3}\right)^n = 0 \text{ (Vì } \left|\frac{-2}{3}\right| = \frac{2}{3} < 1)$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 8.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 6.

B. Số hạng thứ 7.

C. Số hạng thứ 5.

D. Số hạng thứ 8.

Lời giải.Giả sử -192 là số hạng thứ n của (u_n) với $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Ta có } -192 = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow -192 = (-3) \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 64 = (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^6 = (-2)^{n-1} \Leftrightarrow 6 = n - 1$$

$$\Leftrightarrow 7 = n. \text{ Do đó } -192 \text{ là số hạng thứ } 7 \text{ của } (u_n).$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 9.** Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

Lời giải.

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK DS11-Chương 4) thì $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$)

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu tiên $u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Tìm u_{2018} ?

- A. $u_{2018} = 2^{2018}$. B. $u_{2018} = 2^{2017}$. C. $u_{2018} = 4036$. D. $u_{2018} = 4038$.

Lời giải.

Ta có: $u_n = u_1 + (n - 1)d \Rightarrow u_{2018} = 2 + (2018 - 1) \cdot 2 = 4036$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 11. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 99 \\ u_{n+1} = u_n - 2n - 1, n \geq 1 \end{cases}$. Hỏi số -861 là số hạng thứ mấy?

- A. 35. B. 31. C. 21. D. 34.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_n &= u_{n-1} - 2n + 1 \\ u_{n-1} &= u_{n-2} - 2n + 3 \\ &\vdots \\ u_3 &= u_2 - 2n + 2n - 5 \\ u_2 &= u_1 - 2n + 2n - 3 \end{aligned}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} u_n &= u_1 - 2n \cdot (n - 1) + 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 5) + (2n - 3) \\ u_n &= 99 - 2n^2 + 2n + \frac{n-1}{2} [2 \cdot 1 + (n-2) \cdot 2] = 100 - n^2 \end{aligned}$$

Giả sử $u_n = -861 \Rightarrow n^2 = 961 \Rightarrow n = 31$ (vì $n \in \mathbb{N}$).

Vậy số -861 là số hạng thứ 31.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$ Giá trị của u_4 bằng

- A. 22. B. 17. C. 12. D. 250.

Lời giải.

$$u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3 \cdot 5 = 17.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = \frac{1}{2}$, công bội $q = 2$. Giá trị của u_{25} bằng

- A. 2^{26} . B. 2^{23} . C. 2^{24} . D. 2^{25} .

Lời giải.

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân ta có $u_{25} = u_1 \cdot q^{24} = \frac{1}{2} \cdot 2^{24} = 2^{23}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu liên tiếp của cấp số nhân?

- A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = 1023$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = -1025$.

Lời giải.

Ta có $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = -3 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)} = 1023$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 3$, $u_2 = -1$. Tìm u_3 .

- A. $u_3 = 4$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = -5$. D. $u_3 = 7$.

Lời giải.

Công thức tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu là u_1 và công sai d là $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Vậy ta có $d = u_2 - u_1 = -1 - 3 = -4 \Rightarrow u_3 = u_2 + d = -1 + (-4) = -5$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 16. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng, biết $u_2 + u_{21} = 50$. Tính tổng của 22 số hạng đầu tiên của dãy.

- A. 2018. B. 550. C. 1100. D. 50.

Lời giải.

Ta có $S_{22} = \frac{22}{2} \times (u_1 + u_{22}) = 11 \times (u_2 - d + u_{21} + d) = 11 \times (u_2 + u_{21}) = 11 \times 50 = 550$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 80 \end{cases}$. Tìm u_3 .

- A. $u_3 = 8$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = 6$. D. $u_3 = 4$.

Lời giải.

Gọi công bội của cấp số nhân là q .

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^2) = 10 \\ u_1q^3(1 + q^2) = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{10}{1 + q^2} \\ \frac{10q^3(1 + q^2)}{1 + q^2} = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 2. \end{cases}$

Vậy $u_3 = u_1q^2 = 2 \cdot 2^2 = 8$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 18. Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. $u_n = n^2$. B. $u_n = \cos n$. C. $u_n = 2^{n-1}$. D. $u_n = 2n - 1$.

Lời giải.

Ta có $u_n = 2^{n-1} \Rightarrow u_{n+1} = 2^n$, suy ra $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 2$. Vậy dãy số (u_n) với $u_n = 2^{n-1}$ là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_n = 2 - 3n$. Công sai d của cấp số cộng là

- A. $d = 3$. B. $d = 2$. C. $d = -3$. D. $d = -2$.

Lời giải.

Ta có: $u_{n+1} - u_n = 2 - 3(n + 1) - (2 - 3n) = -3, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 20. Cho ba số x , 5 , $2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số x ; 4 ; $2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|x - 2y|$ bằng

- A. $|x - 2y| = 10$. B. $|x - 2y| = 9$. C. $|x - 2y| = 6$. D. $|x - 2y| = 8$.

Lời giải.

Theo tính chất của cặp số cộng và cặp số nhân ta có

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \cdot 5 \\ x \cdot 2y = 4^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 10 \\ xy = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 1 \\ x = 2 \\ y = 4 \end{cases}.$$

Vậy $|x - 2y| = 6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 21. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 5$. Số hạng u_4 bằng

A. 19.

B. 11.

C. 21.

D. 13.

Lời giải.

Ta có $u_4 = 2 \cdot 4 + 5 = 13$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 22. Cho cặp số cộng (u_n) có $u_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = \frac{1}{4}$. Giá trị của $u_1 + u_2 + \dots + u_5$ bằng

A. $\frac{4}{5}$.

B. $-\frac{4}{5}$.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $\frac{15}{8}$.

Lời giải.

Tổng của 5 số hạng đầu $u_1 + u_2 + \dots + u_5 = 5u_1 + \frac{5(5-1)}{2}d = \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 23. Ông A mua một chiếc ô tô trị giá 1 tỷ đồng, do chưa đủ tiền nên ông chọn mua bằng hình thức trả góp hàng tháng (số tiền trả góp mỗi tháng như nhau) với lãi suất 12%/năm và trả trước 500 triệu đồng. Hỏi mỗi tháng ông phải trả số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây để sau đúng 2 năm kể từ lúc mua xe, ông trả hết nợ, biết kỳ trả nợ đầu tiên sau ngày mua ô tô đúng một tháng và chỉ tính lãi hàng tháng trên số dư nợ thực tế của tháng đó?

A. 23.573.000 đồng.

B. 23.537.000 đồng.

C. 23.703.000 đồng.

D. 24.443.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền thực tế ông A phải trả góp là 500 triệu đồng.

Với lãi suất đã cho, sau 12 tháng, tổng số tiền phải trả là $500.000.000 \times (1 + 1\%)^{24}$.

Mỗi tháng ông A góp X đồng. Với lãi suất đã cho thì sau 2 năm ông A góp được

$$\begin{aligned} X + X \cdot (1 + 1\%) + X \cdot (1 + 1\%)^2 + \dots + X(1 + 1\%)^{23} &= X \cdot \frac{(1 + 1\%)^{24} - 1}{1 + 1\% - 1} \\ &= 100X \cdot [(1 + 1\%)^{24} - 1]. \end{aligned}$$

Sau 2 năm ông A trả hết nợ, tức là ta có phương trình

$$500.000.000(1 + 1\%)^{24} = 100X \cdot [(1 + 1\%)^{24} - 1] \Leftrightarrow X \approx 23.537.000.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 24. Cho cặp số cộng (u_n) có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; ... Tìm số hạng tổng quát u_n của cặp số cộng.

A. $u_n = 4n + 1$.

B. $u_n = 5n - 1$.

C. $u_n = 5n + 1$.

D. $u_n = 4n - 1$.

Lời giải.

Dãy số đã cho là cặp số cộng có $u_1 = 5; u_2 = 9 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 4$.

Do đó $u_n = u_1 + (n - 1)d = 5 + (n - 1)4 = 4n + 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 25. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa là

- A. 24. B. 120. C. 16. D. 60.

Lời giải.

Vì có 5 bạn học sinh, nên số cách cho bạn Chi ngồi chính giữa là 1 cách. Bốn bạn còn lại xếp vào bốn ghế, chính là hoán vị của 4 phần tử nên có $4!$ cách.

Vậy có $1 \cdot 4! = 24$ cách.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 26. Tìm tất cả giá trị của x để ba số $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân.

- A. $x = \pm \frac{1}{3}$. B. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $x = \pm \sqrt{3}$. D. $x = \pm 3$.

Lời giải.

Do ba số $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân nên ta có:

$$(2x-1)(2x+1) = x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 27. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là 12288 m^2). Tính diện tích mặt trên cùng?

- A. 8 m^2 . B. 6 m^2 . C. 10 m^2 . D. 12 m^2 .

Lời giải.

Diện tích bề mặt của mỗi tầng (kể từ tầng 1) lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và $u_1 = \frac{12288}{2} = 6144$.

Khi đó diện tích mặt trên cùng là $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = \frac{6144}{2^{10}} = 6$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 28. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 2020 của dãy.

- A. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} - 5$. B. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} + 5$.
C. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} - 5$. D. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} + 5$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = 2u_n + 5 \Leftrightarrow u_{n+1} + 5 = 2(u_n + 5)$.

Xét dãy (v_n) với $v_n = u_n + 5$. Ta có $\begin{cases} v_1 = 6 \\ v_{n+1} = 2v_n \end{cases}$.

Như vậy dãy (v_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu bằng 6 và công bội bằng 2. Ta tính được $v_{2020} = 6 \cdot 2^{2019} = 3 \cdot 2^{2020}$.

Suy ra $u_{2020} = v_{2020} - 5 = 3 \cdot 2^{2020} - 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 29. Biết ba số hạng đầu của cấp số cộng là -2 ; x ; 6 . Tìm số hạng thứ năm của cấp số cộng đó.

- A. 2. B. 18. C. 10. D. 14.

Lời giải.

Áp dụng tính chất của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

$$\text{Suy ra } d = \frac{u_3 - u_1}{2} = 4 \Rightarrow u_5 = u_1 + 4d = -2 + 4.4 = 14.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 6^n - 1$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số nhân đã cho.

A. 6480.

B. 6840.

C. 7775.

D. 12005.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_5 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 \\ S_4 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 \end{cases} \Rightarrow u_5 = S_5 - S_4 = 6^5 - 1 - (6^4 - 1) = 6480.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 31. Cho cấp số nhân (u_n) : $u_1 = 1, q = 2$. Hỏi 2048 là số hạng thứ mấy?

A. 12.

B. 9.

C. 11.

D. 10.

Lời giải.

Phương pháp

Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu là u_1 và công bội q thì số hạng $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Cách giải:

Giả sử 2048 là số hạng thứ n ta có: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 1 \cdot 2^{n-1} = 2048 \Leftrightarrow n - 1 = 11 \Leftrightarrow n = 12$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$ thì công sai bằng

A. 1.

B. 3.

C. -2.

D. 2.

Lời giải.

Gọi u_1, d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) .

Ta có $u_{17} = u_1 + 16d$ và $u_{33} = u_1 + 32d$.

Khi đó

$$u_{33} - u_{17} = 32 \Leftrightarrow u_1 + 32d - u_1 - 16d = 32 \Leftrightarrow 16d = 32 \Leftrightarrow d = 2.$$

Vậy cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 33. Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$. Tính u_{11} .

A. $u_{11} = \frac{182}{12}$.

B. $u_{11} = \frac{1142}{12}$.

C. $u_{11} = \frac{1422}{12}$.

D. $u_{11} = \frac{71}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{11} = \frac{11^2 + 2 \cdot 11 - 1}{11 + 1} = \frac{71}{6}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 34. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S = 24$.B. $S = -25$.C. $S = -24$.D. $S = 26$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3. \end{cases}$$

Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là $S_{16} = 16 \cdot (-21) + \frac{16 \cdot 15}{2} \cdot 3 = 24$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 12.

B. 8.

C. 10.

D. 6.

Lời giải.

Điều kiện: $k \in \mathbb{N}, k \leq 12$.

$C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng ta có

$$\begin{aligned} C_{14}^k + C_{14}^{k+2} &= 2C_{14}^{k+1} \\ \Leftrightarrow \frac{14!}{k!(14-k)!} + \frac{14!}{(k+2)!(12-k)!} &= 2 \frac{14!}{(k+1)!(13-k)!} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} &= \frac{2}{(k+1)(13-k)} \\ \Leftrightarrow (14-k)(13-k) + (k+1)(k+2) &= 2(14-k)(k+2) \\ \Leftrightarrow k^2 - 12k + 32 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \text{ (thỏa mãn)} \\ k = 8 \text{ (thỏa mãn)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $S = \{4; 8\}$. Do đó tổng các phần tử của S bằng $4 + 8 = 12$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 36. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$.

B. $u_n = 2^n, n \geq 1$.

C. $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$.

D. $u_n = 2n - 3, n \geq 1$.

Lời giải.

Xét dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3, n \geq 1$. Ta có $u_{n+1} - u_n = (2n - 1) - (2n - 3) = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Nên (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 37. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và $u_1 > 0$. Điều kiện của q để cấp số nhân (u_n) có ba số hạng liên tiếp có độ dài ba cạnh của một tam giác là

A. $0 < q \leq 1$.

B. $1 < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

C. $q \geq 1$.

D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2} < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân là $u_1q^n, u_1q^{n+1}, u_1q^{n+2}$.

Ba số hạng này là độ dài của một tam giác

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1q^n + u_1q^{n+2} - u_1q^{n+1} > 0 \\ u_1q^n + u_1q^{n+1} - u_1q^{n+2} > 0 \\ u_1q^{n+1} + u_1q^{n+2} - u_1q^n > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 - q + 1 > 0 \\ 1 + q - q^2 > 0 \\ q + q^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1+\sqrt{5}}{2} < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 38. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x - \tan^2 x = \frac{\cos^2 x - \cos^3 x - 1}{\cos^2 x}$ trên đoạn $[1; 70]$.

A. 188π .B. 263π .C. 363π .D. 365π .

Lời giải.

Điều kiện của phương trình là $\cos x \neq 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & (2\cos^2 x - 1) \cdot \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = \cos^2 x - \cos^3 x - 1 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^4 x + \cos^3 x - \cos^2 x = 0 \\ \Leftrightarrow & 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \pi + k_1 2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k_2 2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k_3 2\pi \end{cases} \quad (k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vì $x \in [1; 70]$ nên $0 \leq k_1, k_2 \leq 10$ và $1 \leq k_3 \leq 11$.

Áp dụng công thức tính tổng 11 số hạng đầu tiên của một cấp số cộng, ta có

$$S = \frac{11}{2}(\pi + 21\pi) + \frac{11}{2}\left(\frac{\pi}{3} + \frac{61\pi}{3}\right) + \frac{11}{2}\left(\frac{5\pi}{3} + \frac{65\pi}{3}\right) = 363\pi.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 39. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 3^{n+1}$.B. $u_n = \frac{2}{n+1}$.C. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.D. $u_n = \frac{5n-2}{3}$.

Lời giải.

— Ta có dãy (u_n) là cấp số cộng khi $u_{n+1} - u_n = d, \forall n \in \mathbb{N}^*$

— Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{5(n+1)-2}{3} - \frac{5n-2}{3} = \frac{5}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

— Vậy $u_n = \frac{5n-2}{3}$ là cấp số cộng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 40. Cho dãy số $(u_n) : \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 5.

B. 6.

C. 9.

D. 10.

Lời giải.

— Ta có $u_1 = 5, u_2 = 6, u_3 = 8, u_4 = 11, u_5 = 16, u_6 = 20$.

— Vậy số là 20 số hạng thứ 6.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 41. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm số hạng thứ bảy của cấp số nhân (u_n) .

A. 2000000.

B. 136250.

C. 39062.

D. 31250.

Lời giải.

Phương pháp: Sử dụng công thức SHTQ của cấp số nhân $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Cách giải: Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho ta có:

$$20u_1 - 10u_2 + u_3 = 20u_1 - 10u_1q + u_1q^2 = 40 - 20q + 2q^2 = 2(q^2 - 10q + 25) - 10$$

$$= 2(q - 5)^2 - 10 \geq -10$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow q = 5$.

Khi đó số hạng thứ sáu của cấp số nhân trên là $u_7 = u_1q^6 = 2.5^6 = 31250$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 42. Dãy số (u_n) là cấp số cộng, công sai d . Tổng $S_{100} = u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$, $u_1 \neq 0$ là

A. $S_{100} = 2u_1 + 99d$.

B. $S_{100} = 50u_{100}$.

C. $S_{100} = 50(u_1 + u_{100})$.

D. $S_{100} = 100(u_1 + u_{100})$.

Lời giải.

Do dãy số (u_n) là cấp số cộng, công sai d nên

$$S_{100} = u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = \frac{100}{2}(u_1 + u_{100}) = 50(u_1 + u_{100}).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 43. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$.

B. $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$.

C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$.

D. $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_{n-1} - 2 \Leftrightarrow u_n - u_{n-1} = -2$, suy ra (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 44. Giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x^2 + x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2; 4)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-4; -2)$.

Lời giải.

Gọi x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của phương trình theo thứ tự lập thành cấp số cộng, suy ra $x_1 + x_3 = 2x_2$.

Theo định lý Vi-ét ta có $x_1 + x_2 + x_3 = 3$, khi đó ta nhận được hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow 3x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = 1.$$

Suy ra phương trình $x^3 - 3x^2 + x - m = 0$ có nghiệm bằng 1, vì vậy $m = -1$.

Với $m = -1$, ta có phương trình $x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$.

Dễ thấy ba nghiệm của phương trình là cấp số cộng với công sai $d = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 45. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Giá trị công sai d của cấp số cộng đó là

A. $d = -3$.

B. $d = 3$.

C. $d = 4$.

D. $d = -2$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$.

Vậy $d = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 46. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng 40 số hạng đầu bằng 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

A. 4 .

B. -4 .

C. 8.

D. -8 .

Lời giải.

Tổng của n số hạng đầu của cấp số cộng là $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$

$$\Leftrightarrow 3320 = 40 \cdot 5 + \frac{40 \cdot 39}{2}d \Leftrightarrow d = 4$$

□

Câu 47. Cho một cấp số cộng (u_n) là $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{7}{2}$. Khi đó công sai d bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Phương pháp: Số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai d là $u_n = u_1 + (n-1)d$

Cách giải: Ta có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow \frac{7}{2} = \frac{1}{2} + d \Leftrightarrow d = 3$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 48. Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = -9, u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. -3.

C. 3.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_4 = u_1 \cdot q^3 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow q^3 = \frac{1}{3 \cdot u_1} = \frac{1}{-27} \Leftrightarrow q = -\frac{1}{3}.$$

Vậy cấp số nhân (u_n) có công bội $q = -\frac{1}{3}$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 49. Cho cấp số cộng (u_n) , có $u_1 = -2, u_4 = 4$. Số hạng u_6 là

A. 8.

B. 6.

C. 10.

D. 12.

Lời giải.

Áp dụng công thức của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$, ta có

$$u_4 = u_1 + 3d \Leftrightarrow 4 = -2 + 3d \Leftrightarrow d = 2.$$

$$\text{Vậy } u_6 = u_1 + 5d = -2 + 5(2) = 8.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 50. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng lần lượt là 5; 9; 13; 17; ... Tìm công thức số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó?

A. $u_n = 5n - 1$.B. $u_n = 5n + 1$.C. $u_n = 4n - 1$.D. $u_n = 4n + 1$.

Lời giải.

Cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 9 - 5 = 4, u_1 = 5$ nên có số hạng tổng quát là

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 4(n-1) = 4n + 1.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 51. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính u_3 .

A. $u_3 = 15$.B. $u_3 = 25$.C. $u_3 = 10$.D. $u_3 = 20$.

Lời giải.

$$\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 - q^2 + q^4) = 65 \\ u_1(1 + q^6) = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 - q^2 + q^4) = 65 \\ 1 + q^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = 4 \\ u_1 = 5. \end{cases}$$

Vậy $u_3 = u_1 q^2 = 5 \cdot 4 = 20$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 52. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Số hạng thứ 9 của dãy số là $\frac{1}{10}$.

B. Dãy số (u_n) bị chặn.

C. Dãy số (u_n) là một dãy số giảm.

D. Số hạng thứ 10 của dãy số là $\frac{-1}{11}$.

Lời giải.

Dễ thấy $|u_n| = \left| \frac{(-1)^{n-1}}{n+1} \right| = \frac{1}{n+1} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy số bị chặn

Lại có $u_9 = \frac{1}{10}; u_{10} = \frac{-1}{11}; u_{11} = \frac{1}{12}; u_{12} = \frac{-1}{13}; \dots$

Suy ra dãy (u_n) không phải là dãy số tăng cũng không phải là dãy số giảm. Do đó đáp án C sai.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 53. Xác định a để 3 số $1 + 2a; 2a^2 - 1; -2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

A. không có giá trị nào của a .

B. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $a = \pm 3$.

D. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Theo công thức cấp số cộng ta có: $2(2a^2 - 1) = (1 + 2a) + (-2a) \Leftrightarrow a^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 54. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}$$

A. $\frac{1 - 2^{19}}{15 \cdot 2^{18}}$.

B. $\frac{1 - 2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}$.

C. $\frac{2^{19} - 1}{15 \cdot 2^{18}}$.

D. $\frac{2^{20} - 1}{15 \cdot 2^{19}}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}} \\ &= \frac{1}{u_1(1 - q^4)} + \frac{1}{u_2(1 - q^4)} + \frac{1}{u_3(1 - q^4)} + \dots + \frac{1}{u_{20}(1 - q^4)} = \frac{1}{1 - q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}} \right) \\ &= \frac{1}{1 - q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1 q} + \frac{1}{u_1 q^2} + \dots + \frac{1}{u_1 q^{19}} \right) = \frac{1}{1 - q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^{19}} \right) \\ &= \frac{1}{1 - q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \cdot \frac{\left(\frac{1}{q}\right)^{20} - 1}{\frac{1}{q} - 1} = \frac{1}{1 - q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \cdot \frac{1 - (q)^{20}}{(1 - q) q^{19}} = \frac{1 - 2^{20}}{15 \cdot 2^{19}} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 55. Cho (u_n) là một cấp số cộng thỏa mãn $u_1 + u_3 = 8$ và $u_4 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Gọi công sai của cấp số cộng là d .

Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_3 = 8 \\ u_4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 56. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

A. 401.

B. 404.

C. 403.

D. 402.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức SHTQ của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Cách giải:

Ta có:

$$u_1 = 11; d = 4$$

$$\Rightarrow u_{99} = u_1 + (99 - 1) \cdot d = 11 + 98 \cdot 4 = 403.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 57. Cho một cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = \frac{1}{3}$; $u_8 = 26$. Tìm công sai d ?

A. $d = \frac{3}{10}$.

B. $d = \frac{11}{3}$.

C. $d = \frac{3}{11}$.

D. $d = \frac{10}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_8 = 26 \Leftrightarrow u_1 + 7d = 26 \Leftrightarrow \frac{1}{3} + 7d = 26 \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 58. Một lớp có 20 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất chọn được một học sinh nữ.

A. $\frac{1}{38}$.

B. $\frac{10}{19}$.

C. $\frac{9}{19}$.

D. $\frac{19}{9}$.

Lời giải.

Chọn một học sinh trong 38 có C_{38}^1 cách.

Chọn một học sinh trong 18 có C_{18}^1 cách.

$$\text{Xác suất chọn được một học sinh nữ là } \frac{C_{18}^1}{C_{38}^1} = \frac{9}{19}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 59. Tìm tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

A. $k = 4, k = 5$.

B. $k = 3, k = 9$.

C. $k = 7, k = 8$.

D. $k = 4, k = 8$.

Lời giải.

$$C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2} \text{ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng} \Leftrightarrow C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1} \quad (k \leq 12; k \in \mathbb{N})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)} + \frac{1}{(k+2)(k+1)} = \frac{1}{(k+1)(13-k)}$$

$$\Leftrightarrow 4k^2 - 48k + 128 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn } k \leq 12; k \in \mathbb{N}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 60. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào là cấp số cộng ?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = (-1)^n \cdot n$.

C. $u_n = \frac{n}{3^n}$.

D. $u_n = 2n$.

Lời giải.

Dãy số (u_n) có $u_n = 2n$ có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 2n = 2 = \text{const}$

Vậy (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 61. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{n}{3^n}$. B. $u_n = \frac{n+3}{n+1}$. C. $u_n = n^2 + 2n$. D. $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

Lời giải.

A sai vì dãy giảm do $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{n+1}{3^{n+1}}}{\frac{n}{3^n}} = \frac{n+1}{3n} < 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B sai vì dãy giảm do $u_{n+1} - u_n = \frac{n+4}{n+2} - \frac{n+3}{n+1} = \frac{-2}{(n+2)(n+1)} < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C đúng do $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 2(n+1) - n^2 - 2n = 3 + 2n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D sai do dãy đan dấu (dấu thay đổi).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 62. Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = 3, q = \frac{-1}{2}$. Hỏi số $\frac{3}{256}$ là số hạng thứ mấy?

A. 9. B. 10. C. 8. D. 11.

Câu 63. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A . Biết độ dài cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q . Giá trị của q^2 bằng

A. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Lời giải.

BC, AH, AB theo thứ tự lập thành 1 cấp số nhân với công bội q nên $AH = qBC, AB = q^2BC$.

Theo định lý pitago, ta có $AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow (q^2BC)^2 = (qBC)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$$\Leftrightarrow 4q^4 - 4q^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow q^2 = \frac{1-\sqrt{2}}{2} \text{ (loại) hoặc } q^2 = \frac{1+\sqrt{2}}{2}. \text{ Vậy } q^2 = \frac{1+\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 64. Cho sấp số cộng (u_n) biết $u_2 = 3, u_4 = 7$. Tính giá trị của u_{15} .

A. 27. B. 31. C. 35. D. 29.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_2 = 3 \\ u_4 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow u_{15} = u_1 + 14d = 1 + 14 \cdot 2 = 29.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 65. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên là 24850. Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48} u_{49}} + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$.

A. $S = \frac{9}{246}$. B. $S = 123$. C. $S = \frac{4}{23}$. D. $S = \frac{49}{246}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$.

$$24850 = 50(2 + 99d) \Rightarrow d = 5. \text{ Có } u_{50} = u_1 + 49d = 1 + 49 \cdot 5 = 246.$$

Nhận xét. $\frac{1}{u_k \cdot u_{k+1}} = \frac{1}{u_k \cdot (u_k + d)} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_k} - \frac{1}{u_k + d} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_k} - \frac{1}{u_{k+1}} \right).$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48} u_{49}} + \frac{1}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} \right) = \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{246} \right) = \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 66. Cho n là số nguyên dương và n tam giác $A_1 B_1 C_1, A_2 B_2 C_2, \dots, A_n B_n C_n$, trong đó các điểm lần $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$ lượt nằm trên các cạnh $B_i C_i, A_i C_i, A_i B_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ sao cho $A_{i+1} C_i = 3 A_i B_i, B_{i+1} A_i = 3 B_i C_i, C_{i+1} B_i = 3 C_i A_i$. Gọi S là tổng tất cả các diện tích của tam giác $A_1 B_1 C_1, A_2 B_2 C_2, \dots, A_n B_n C_n$ biết rằng tam giác $A_1 B_1 C_1$ có diện tích bằng $\frac{9}{16}$. Tìm số nguyên dương sao cho $S = \frac{16^{29} - 7^{29}}{16^{29}}$.

A. $n = 28$.

B. $n = 2018$.

C. $n = 29$.

D. $n = 30$.

Lời giải.

Gọi $S_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ là diện tích của $\Delta A_i B_i C_i$. Ta có $\frac{S_{A_1 B_2 C_2}}{S_{A_1 B_1 C_1}} = \frac{A_1 B_2}{A_1 C_1} \cdot \frac{A_1 C_2}{A_1 B_1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$.

Tương tự, ta có $\frac{S_{A_2 B_1 C_2}}{S_{A_1 B_1 C_1}} = \frac{S_{A_2 B_2 C_1}}{S_{A_1 B_1 C_1}} = \frac{3}{16}$. Do đó $\frac{S_{A_2 B_2 C_2}}{S_{A_1 B_1 C_1}} = 1 - 3 \cdot \frac{3}{16} = \frac{7}{16} \Rightarrow S_2 = \frac{7}{16} S_1$.

Tương tự, ta có $S_{i+1} = \frac{7}{16} S_i, i = 1, 2, \dots, n$. Khi đó

$$S = S_1 \left[1 + \frac{7}{16} + \dots + \left(\frac{7}{16} \right)^{n-1} \right] = \frac{9}{16} \cdot \frac{1 - \left(\frac{7}{16} \right)^n}{1 - \frac{7}{16}} = 1 - \left(\frac{7}{16} \right)^n.$$

Theo giả thiết ta có $1 - \left(\frac{7}{16} \right)^n = 1 - \left(\frac{7}{16} \right)^{29} \Leftrightarrow n = 29$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 67.

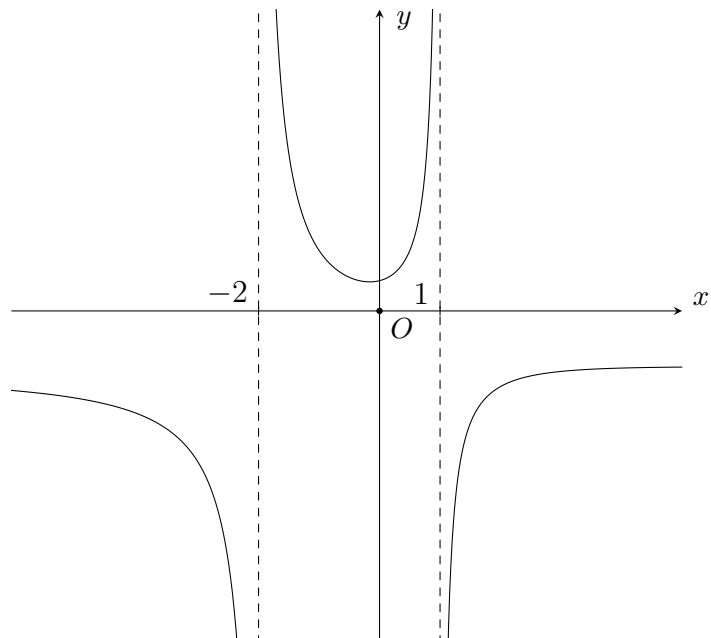
Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; -2)$, $(-2; 1)$, $(1; +\infty)$, $f(x)$ không xác định tại $x = -2$ và $x = 1$, $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng:

A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 68. Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc khoảng $(0; 100\pi)$ của phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3$. Tính tổng các phần tử của S .

- A. $\frac{7400\pi}{3}$. B. $\frac{7525\pi}{3}$. C. $\frac{7375\pi}{3}$. D. $\frac{7550\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3 &\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \\ &\Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \\ &\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Vì $x \in (0; 100\pi)$ nên $0 < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 100\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{599}{12}$.

Suy ra $k \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 49\}$. Mà theo thứ tự tăng dần, các phần tử trong tập S lập thành cấp số cộng có 50 phần tử với $u_1 = \frac{\pi}{6}$ và công sai $d = 2\pi$.

Do đó, tổng cần tìm là $50 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{50 \cdot 49}{2} \cdot 2\pi = \frac{7375\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 69. Một đa giác lồi có 10 cạnh và các góc trong của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 4^\circ$. Tìm góc trong nhỏ nhất của đa giác đó.

- A. 126° . B. 26° . C. 60° . D. 162° .

Lời giải.

Ta có tổng các góc trong một 10-giác bằng $(10 - 2) \cdot 180^\circ = 1440^\circ$.

Gọi các góc trong 10-giác lần lượt là $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ lập thành cấp số cộng với công sai $d = 4^\circ$. Do đó tổng các góc trong 10-giác đó bằng $\frac{[2a_1 + (10 - 1) \cdot 4^\circ] \cdot 10}{2} = 1440 \Rightarrow a_1 = 126^\circ$.

Vì (a_n) là cấp số cộng với công sai dương nên $a_1 = 126^\circ$ là góc nhỏ nhất trong 10-giác.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 70. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sin \frac{n\pi}{2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $S_{2020} = 0$. B. $S_{2019} > 0$. C. $S_{2017} < 0$. D. $S_{2018} = 0$.

Lời giải.

— Với $n = 2k$ ($k \geq 1, k \in \mathbb{N}$) thì $u_n = u_{2k} = \sin k\pi = 0$ hay $u_2 = u_4 = \dots = u_{2020} = 0$.

— Với $n = 2k + 1$ ($k \geq 0, k \in \mathbb{N}$) thì $u_n = u_{2k+1} = \sin \frac{(2k+1)\pi}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$.

— Khi k chẵn thì $u_1 = u_5 = \dots = u_{2017} = 1$ (có 505 số hạng).

— Khi k lẻ thì $u_3 = u_7 = \dots = u_{2019} = -1$ (có 505 số hạng).

Vậy $S_{2020} = 0$; $S_{2019} = 0$; $S_{2017} = 1$; $S_{2018} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

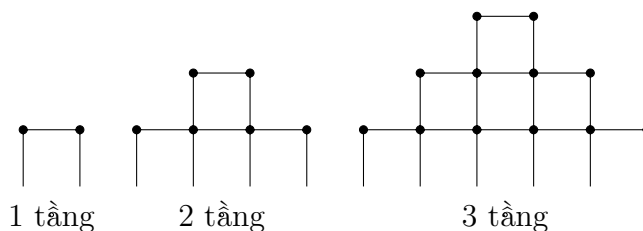
Câu 71. Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành hình tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần dùng đúng bao nhiêu que diêm?

A. 210.

B. 39.

C. 100.

D. 270.



Lời giải.

Gọi u_n là số que diêm để xếp tầng thứ n .

Ta có dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 3$, $d = 4$.

Số que diêm đủ để xếp tháp 10 tầng là $S_{10} = 10 \cdot u_1 + \frac{10(10-1)}{2}d = 210$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 72. Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 3$; $u_5 = 19$. Tính u_{12} .

A. $u_{12} = 51$.B. $u_{12} = 57$.C. $u_{12} = 47$.D. $u_{12} = \frac{207}{5}$.

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_1 + 4d \Leftrightarrow 19 = 3 + 4d \Rightarrow d = 4$.

Do đó, $u_{12} = u_1 + 11d = 3 + 11 \cdot 4 = 47$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 73. Cho cấp số cộng (v_n) . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $v_1 + v_{10} = v_2 + v_9$.B. $v_3 + v_7 = 2v_5$.C. $v_2 + v_{13} = v_6 + v_7$.D. $v_5 + v_8 = v_1 + v_{12}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } v_n = v_0 + (n-1)d. \text{ Khi đó ta có } \begin{cases} v_2 = v_0 + d \\ v_{13} = v_0 + 12d \\ v_6 = v_0 + 5d \\ v_7 = v_0 + 6d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2 + v_{13} = 2v_0 + 13d \\ v_6 + v_7 = 2v_0 + 11d. \end{cases}$$

Vậy $v_2 + v_{13} \neq v_6 + v_7$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 74. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 2018$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất

của n để $u_n < \frac{1}{2018}$ bằng

A. 4072326.

B. 4072324.

C. 4072325.

D. 4072327.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$\frac{1}{u_{n+1}^2} = \frac{1}{u_n^2} + 1.$$

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n^2}$ khi đó $v_1 = \frac{1}{2018^2}$ và $v_{n+1} = v_n + 1$. Vậy (v_n) là một cấp số cộng.

Ta có $v_n = \frac{1}{2018^2} + (n-1)$. Vậy từ đó suy ra $u_n = \frac{2018}{\sqrt{1+(n-1) \cdot 2018^2}}$.

Theo giả thiết ta có

$$\frac{2018}{\sqrt{1+(n-1) \cdot 2018^2}} < \frac{1}{2018} \Leftrightarrow n > \frac{2018^4 - 1}{2018^2} + 1 = 4072325 - \frac{1}{2018^2}.$$

Vậy n nhỏ nhất bằng 4072325.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 75. Cho cấp số cộng (u_n) . Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết rằng $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$ với $p \neq q, p, q \in \mathbb{N}^*$.

Tính giá trị của biểu thức $\frac{u_{2017}}{u_{2018}}$.

A. $\frac{4034}{4035}$.

B. $\frac{4031}{4035}$.

C. $\frac{4031}{4033}$.

D. $\frac{4033}{4035}$.

Lời giải.

Từ giả thiết thay $p = 1, q = 2$ vào đẳng thức ta có

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{u_1}{2u_1 + d} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow d = 2u_1.$$

$$\text{Vậy } \frac{u_{2017}}{u_{2018}} = \frac{u_1 + 2016d}{u_1 + 2017d} = \frac{\frac{d}{2} + 2016d}{\frac{d}{2} + 2017d} = \frac{4033}{4035}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 76. Cho cấp số nhân (u_n) , $(u_1 = 3, q = -2)$. Số 192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 15.

B. Số hạng thứ 7.

C. Số hạng thứ 6.

D. Số hạng thứ 8.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 192 = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = 64 = (-2)^6 \Rightarrow n = 7$.

Vậy 192 là số hạng thứ 7 của dãy số.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 77. Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước đến để khoan giếng. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80 000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50 m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

A. 10 125 000 đồng.

B. 5 250 000 đồng.

C. 4 245 000 đồng.

D. 4 000 000 đồng.

Lời giải.

Số tiền phải trả ở mỗi mét khoan tạo thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 80\,000$ và công sai $d = 5000$.

Như vậy, tổng số tiền khi khoan đến mét thứ n được tính theo công thức

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d].$$

Vậy tổng số tiền phải trả là

$$S_{50} = 25 \cdot (2 \cdot 80\,000 + 49 \cdot 5000) = 10\,125\,000.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 78. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 = 40$ và $x_n = 1,1 \cdot x_{n-1}$ với mọi $n = 2, 3, 4, \dots$. Tính giá trị $S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

A. 855,4.

B. 855,3.

C. 741,2.

D. 741,3.

Lời giải.

Dãy số đã cho là cấp số nhân có số hạng đầu $x_1 = 40$ và công bội $q = 1,1$. Do đó:

$$S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 40 \cdot \frac{1 - 1,1^{12}}{1 - 1,1} \approx 855,4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 79. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định 0,55%/tháng. Lần đầu tiên người đó gửi 2.000.000 đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là 200.000 đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

A. 618051620 đồng. B. 484692514 đồng. C. 597618514 đồng. D. 539447312 đồng.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u_1 = 2000000 \\ d = 200000 \\ q = 1 + 0,0055 \end{cases}$. Gọi M_k là số tiền người đó có được sau k tháng gửi tiền $k = 1, 2, 3, \dots, 60$.

Ta có

$$M_1 = u_1 \cdot q$$

$$M_2 = (M_1 + u_1 + d)q = u_1q^2 + u_1q + dq$$

$$M_3 = (M_2 + u_1 + 2d)q = u_1q^3 + u_1q^2 + u_1q + dq^2 + 2dq$$

$$M_4 = (M_3 + u_1 + 3d)q = u_1q^4 + u_1q^3 + u_1q^2 + u_1q + dq^3 + 2dq^2 + 3dq$$

.....

$$M_{60} = u_1q(q^{59} + \dots + q^2 + q + 1) + dq(q^{58} + 2q^{57} + \dots + 58q + 59).$$

$$\text{Ta có } q^{59} + \dots + q^2 + q + 1 = \frac{1 - q^{60}}{1 - q}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{58} + x^{59} = \frac{1 - x^{60}}{1 - x}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 1 + 2x + \dots + 58x^{57} + 59x^{58} \text{ hay } f'(x) = \frac{59x^{60} - 60x^{59} + 1}{(x - 1)^2}.$$

$$\text{Từ đó } 1 + 2x + \dots + 58x^{57} + 59x^{58} = \frac{59x^{60} - 60x^{59} + 1}{(x - 1)^2}.$$

Thay $x = \frac{1}{q}$ ta được

$$q^{58} + 2q^{57} + \dots + 58q + 59 = \frac{59 - 60q + q^{60}}{(1 - q)^2}.$$

$$\text{Vậy } M_{60} = u_1q \cdot \frac{1 - q^{60}}{1 - q} + dq \cdot \frac{59 - 60q + q^{60}}{(1 - q)^2} = 539447312 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 80. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$; $u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10} = 31$. B. $u_{10} = -23$. C. $u_{10} = -20$. D. $u_{10} = 15$.

Lời giải.

Ta có công sai $d = u_2 - u_1 = -3$.

Suy ra $u_{10} = 4 + 9(-3) = -23$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 81. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 8$. Tính u_{10} .

A. 128. B. 256. C. 1024. D. 512.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$. Từ đây suy ra $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 2^9 = 512$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 82. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2$, $u_4 = 4$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. 32. B. $32\sqrt{2}$. C. $16\sqrt{2}$. D. 10.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Ta có $\begin{cases} u_2 = 2 \\ u_4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q = 2 \\ u_1 q^3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{q^3}{q} = 2 \Leftrightarrow q^2 = 2$. Suy ra $u_{10} = u_1 q^9 = u_2 q^8 = u_2 (q^2)^4 = 2 \cdot 2^4 = 32$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 83. Cho năm số a, b, c, d, e khác 0, theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị của $|S|$ với $S = abcde$.

- A. $|S| = 42$. B. $|S| = 62$. C. $|S| = 32$. D. $|S| = 52$.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân, dãy số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ là cấp số nhân công bội $\frac{1}{q}$.

$$a + b + c + d + e = 40 \Leftrightarrow \frac{a(q^5 - 1)}{q - 1} = 40 \quad (1).$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{a} \left(\left(\frac{1}{q} \right)^5 - 1 \right)}{\frac{1}{q} - 1} = 10 \Leftrightarrow \frac{q^5 - 1}{aq^4(q - 1)} = 10 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $aq^2 = \pm 2$, $|S| = |abcde| = |a^5 q^{10}| = 32$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 84. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 4n + 3$, $\forall n \geq 2$. Biết

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018} n}}} = \frac{a^{2019} + b}{c}$$

với a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$. Tính giá trị $S = a + b - c$.

- A. -1. B. 0. C. 2017. D. 2018.

Lời giải.

$$u_n = (u_n - u_{n-1}) + (u_{n-1} - u_{n-2}) + \dots + (u_2 - u_1) = 4(n - 1 + n - 2 + \dots + 1) + 3(n - 1) = 2(n - 1)n + 3(n - 1) = 2n^2 + n - 3.$$

Với mỗi $k \in \mathbf{S}_1 = \{n; 4n; 4^2 n; \dots; 4^{2018} n\}$ và $k \in \mathbf{S}_2 = \{n; 2n; 2^2 n; \dots; 2^{2018} n\}$.

$$\text{Ta có } \sqrt{u_k} = \sqrt{2k^2 + k - 3} = \sqrt{2k^2 + k - 3} - \sqrt{2}k + \sqrt{2}k = \frac{k - 3}{\sqrt{2k^2 + k - 3} + \sqrt{2}k} + \sqrt{2}k$$

$$\begin{aligned} \sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018} n}} &= \sum_{k \in \mathbf{S}_1} \frac{k - 3}{\sqrt{2k^2 + k - 3} + \sqrt{2}k} + \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbf{S}_1} k \\ &= M + \sqrt{2}n (1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{2018}) \end{aligned}$$

$$= M + \frac{\sqrt{2}n (4^{2019} - 1)}{3}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018} n}} &= \sum_{k \in \mathbf{S}_2} \frac{k - 3}{\sqrt{2k^2 + k - 3} + \sqrt{2}k} + \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbf{S}_2} k \\ &= N + \sqrt{2}n (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2018}) \end{aligned}$$

$$= N + \sqrt{2}n (2^{2019} - 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018} n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M + \frac{\sqrt{2}n (4^{2019} - 1)}{3}}{N + \sqrt{2}n (2^{2019} - 1)} = \frac{2^{2019} + 1}{3}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 85. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -2$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng của 50 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

- A. -2350 . B. -2200 . C. -2150 . D. -2250 .

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 &= (u_1 + d)^2 + (u_1 + 2d)^2 + (u_1 + 3d)^2 \\ &= (u_1 - 2)^2 + (u_1 - 4)^2 + (u_1 - 6)^2 \\ &= 3u_1^2 - 24u_1 + 56 \\ &= 3(u_1 - 4)^2 + 8 \geq 8. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $u_1 = 4$.

Suy ra $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất là 8, đạt được khi $u_1 = 4$.

Với $u_1 = 4 \Rightarrow u_{50} = u_1 + 49d = 4 - 98 = -94$.

Vậy Tổng của 50 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) là

$$S_{50} = \frac{50(u_1 + u_{50})}{2} = 25(4 - 94) = -2250.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 86. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A. $S_{20} = 600$. B. $S_{20} = 60$. C. $S_{20} = 250$. D. $S_{20} = 500$.

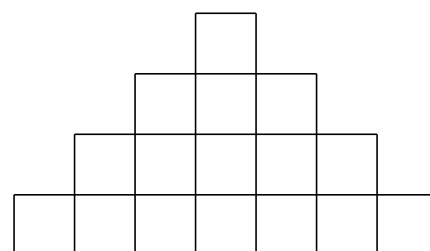
Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases} \quad (d \text{ là công sai của cấp số cộng}). \\ \Rightarrow S_{20} &= 20u_1 + \frac{20 \cdot 19}{2}d = 20(-35) + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot 5 = 250. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 87.

Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



- A. 59. B. 30. C. 61. D. 57.

Lời giải.

Gọi u_n ($n \in \mathbb{N}$) là số hộp sữa ở hàng thứ n (từ trên xuống). (u_n) lập thành cấp số cộng với $u_1 = 1$, $d = 2$. Giả sử có k hàng. Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} u_1 + u_2 + \dots + u_n &= 900 \\ \Leftrightarrow S_k &= 900 \\ \Leftrightarrow \frac{k[2u_1 + (k-1)d]}{2} &= 900 \\ \Leftrightarrow 2k + 2k^2 - 2k &= 1800 \\ \Leftrightarrow k &= 30 \end{aligned}$$

Số hạng sửa ở hàng cuối cùng là $u_{30} = u_1 + 29d = 59$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 88. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n \\ u_1 = 2 \end{cases}, n \geq 1$. Số hạng tổng quát của dãy là

- A. $u_n = 2^n$. B. $u_n = 2^{n-1}$. C. $u_n = 2n$. D. $u_n = 2^{n+1}$.

Lời giải.

Dãy số đã cho là một cấp số nhân với $u_1 = 2$ và công bội $q = 2$ nên dãy có số hạng tổng quát là $u_n = u_1 q^{n-1} = 2^n$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 89. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 2, u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \forall n \geq 2$. Biết rằng công thức tổng quát của dãy số đã cho có dạng $u_n = a \cdot 2^n + bn + c \forall n \geq 2$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Khi đó, tổng $a + b + c$ có giá trị bằng

- A. -4 . B. 4 . C. -3 . D. 3 .

Lời giải.

Hệ thức truy hồi được viết lại $u_n + 3n + 5 = 2(u_{n-1} + 3(n-1) + 5)$. Do đó, nếu đặt $v_n = u_n + 3n + 5$ thì (v_n) là cấp số nhân với công bội 2 và $v_1 = 10$. Suy ra $v_n = 5 \cdot 2^n$ và $u_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5$. Dẫn đến, $a + b + c = 5 - 3 - 5 = -3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 90. Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

- A. 800. B. 630. C. 570. D. 600.

Lời giải.

Vì $3 + 13 = 16 = 1 + 15 \Rightarrow u_3 + u_{13} = u_1 + u_{15} = 80 \Rightarrow S_{15} = \frac{15(u_1 + u_{15})}{2} = 600$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 91. Giá trị của tổng $4 + 44 + 444 + \dots + 44 \dots 4$ (tổng có 2018 số hạng) bằng

- A. $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$. B. $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$.
C. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right)$. D. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 4 + 44 + 444 + \dots + 44 \dots 4 &= \frac{4}{9} \left(9 + 99 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{2018 \text{ chữ số } 9} \right) \\ &= \frac{4}{9} [(10 - 1) + (10^2 - 1) + \dots + (10^{2018} - 1)] \\ &= \frac{4}{9} \left(10 \cdot \frac{10^{2018} - 1}{9} - 2018 \right) \\ &= \frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 92. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = 2n$.

C. $u_n = n^3 - 1$.

D. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$.

Lời giải.

Xét dãy $u_n = \frac{2n+1}{n-1} = 2 + \frac{3}{n-1}$.

$$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{3}{n} - \frac{3}{n-1} = \frac{-3}{n(n-1)} < 0, \forall x \in \mathbb{N}^*.$$

Do đó dãy $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ là dãy số giảm.Chọn đáp án **D** □**Câu 93.** Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$.

B. $u_n = 2n + \sin n$.

C. $u_n = n^2$.

D. $u_n = n^3 - 1$.

Lời giải.

Ta xét $u_n = \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2 \forall n$ mặt khác $u_n = 2 - \frac{1}{n+1} > 2 - 1 = 1$.

Do đó $1 < u_n < 2$ nên dãy $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ bị chặn.Chọn đáp án **A** □**Câu 94.** Vào đầu mỗi tháng chị Liên gửi tiết kiệm 3 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi 0,6%/tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (kể từ tháng đầu tiên) thì chị Liên nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi vượt qua 100 triệu đồng?

A. 29 tháng.

B. 32 tháng.

C. 30 tháng.

D. 31 tháng.

Lời giải.Gọi số tiền gửi hàng tháng của chị Liên là $A = 3$ triệu đồng. Lãi suất hàng tháng $r = 0,6\%/tháng$. Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ nhất là

$$T_1 = A(1+r).$$

Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ hai là

$$T_2 = A(1+r)^2 + A(1+r) = A(1+r)((1+r)+1).$$

Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ ba là

$$T_3 = A(1+r)^3 + A(1+r)^2 + A(1+r) = A((1+r)^2 + (1+r)+1)(1+r).$$

Bằng phương pháp quy nạp, khi đó tổng số tiền chị Liên nhận được sau mỗi tháng là

$$T = \frac{A}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r).$$

Yêu cầu bài toán

$$\frac{3}{0,6\%} [(1+0,6\%)^n - 1] (1+0,6\%) > 100 \Leftrightarrow (1,006)^n - 1 > \frac{100}{503} \Leftrightarrow n > \log_{1,006} \frac{603}{503} \approx 30,3.$$

Vậy ít nhất sau 31 tháng thì chị Liên nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi vượt qua 100 triệu đồng.

Chọn đáp án **D** □**Câu 95.** Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là cấp số cộng?

A. 3, 1, -1, -2, -4.

B. $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$.

C. -8, -6, -4, -2, 0.

D. 1, 1, 1, 1, 1.

Lời giải.

Nếu dãy số $\{u_0, u_1, u_2, \dots\}$ là cấp số cộng và a, b, c là ba số hạng liên tiếp của dãy số thì ta có $a + c = 2b$.

Xét phương án A ta thấy $1, -1, -2$ là ba số hạng liên tiếp nhưng $1 - 2 \neq 2 \cdot (-1)$. Vậy dãy trong phương án A không là cấp số cộng.

Chọn đáp án **A** □

Câu 96. Cho bốn số thực a, b, c, d là bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$.

A. $P = 64$.

B. $P = 80$.

C. $P = 16$.

D. $P = 79$.

Lời giải.

Đặt $a = x - 3y, b = x - y, c = x + y, d = x + 3y$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $a + b + c + d = 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$. Khi đó $a = 1 - 3y, b = 1 - y, c = 1 + y, d = 1 + 3y$.

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} a^2 + d^2 = (1 - 3y)^2 + (1 + 3y)^2 = 2 + 18y^2 \\ b^2 + c^2 = (1 - y)^2 + (1 + y)^2 = 2 + 2y^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 24 = 2 + 18y^2 + 2 + 2y^2 \Leftrightarrow 20 = 20y^2 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm 1.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = -2, b = 0, c = 2, d = 4 \\ a = 4, b = 2, c = 0, d = -2 \end{cases}. \text{ Khi đó } P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 4^3 = 64.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 97. Cho ba số a, b, c theo thứ tự tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là $s \neq 0$. Tính $\frac{a}{s}$.

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Rõ ràng $a \neq 0$. Vì s là công sai cấp số cộng nên $a, a + 3s, a + 7s$ lập thành cấp số nhân, do đó

$$a(a + 7s) = (a + 3s)^2 \Leftrightarrow 9s^2 - as = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} s = 0 & (\text{loại}) \\ a = 9s \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a}{s} = 9.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 98. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

A. $n = 10$.

B. $n = 9$.

C. $n = 12$.

D. $n = 11$.

Lời giải.

$$\text{Ta có : } S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n - 1)d] \Leftrightarrow 253 = \frac{n}{2} [6 + (n - 1) \cdot 4] \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2} \end{cases} \quad (\text{loại}).$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 99. Trong mặt phẳng cho tập hợp S gồm 2018 điểm phân biệt sao cho ba điểm bất kì đều không thẳng hàng. Hỏi có tất cả bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc S ?

A. 4070360.

B. 2035153.

C. 4167114.

D. 4070306.

Lời giải.

Số véc-tơ khác véc-tơ không có điểm đầu điểm cuối là các điểm thuộc tập S là $A_{2018}^2 = 4070306$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 100. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1, n \geq 2 \end{cases}$. Tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ là

A. $2^{20} - 20$. B. $2^{21} - 22$. C. 2^{20} . D. $2^{21} - 20$.

Lời giải.

Dự đoán công thức số hạng tổng quát $u_n = 2^n - 1$ (Chứng minh bằng phương pháp quy nạp TH).
 $S = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{20} - 20 = 2 \cdot \frac{1 - 2^{20}}{1 - 2} - 20 = 2^{21} - 22$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 101. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2 = -5$. B. $u_2 = -6$. C. $u_2 = 1$. D. $u_2 = 4$.

Lời giải.

$$u_2 = u_1 + d = -2 + 3 = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 102. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 4u_n(1 - u_n)$ với mọi $n = 1, 2, \dots$. Có bao nhiêu giá trị của a để $u_{2018} = 0$?

A. 3. B. $2^{2017} + 1$. C. $2^{2016} + 1$. D. $2^{2018} + 1$.

Lời giải.

- Nếu $a < 0$ hoặc $a > 1$ thì $u_n < 0 \forall n \geq 2$, nên $u_{2018} \neq 0$.
- Xét $0 \leq a \leq 1$. Đặt $a = \sin^2 \alpha$ với $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó, ta chứng minh được $u_n = \sin^2 2^{n-1} \alpha$. Do

$$\text{đó, } u_{2018} = \sin^2 2^{2017} \alpha. \text{ Suy ra } \sin^2 2^{2017} \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{k\pi}{2^{2017}}.$$

Mà $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ nên $0 \leq k \leq 2^{2016}$. Do đó có $2^{2016} + 1$ giá trị k và đó cũng chính là số giá trị của a .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 103. Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng của ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \frac{101}{27}$. B. $T = \frac{100}{27}$. C. $T = -\frac{100}{27}$. D. $T = -\frac{101}{27}$.

Lời giải.

Do a, b, c, d là một cấp số nhân có công bội khác 1 nên chúng khác nhau từng đôi một.

Đặt số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của cấp số cộng (có công sai m) là: u_1, u_4, u_8 .

Khi đó $u_1 = a, u_4 = b, u_8 = c$ và $m \neq 0$ (do $a \neq b$).

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} ac = b^2 \\ a + b + c = \frac{148}{9} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 u_8 = u_4^2 \\ u_1 + u_4 + u_8 = \frac{148}{9} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(u_1 + 7m) = (u_1 + 3m)^2 \\ u_1 + u_1 + 3m + u_1 + 7m = \frac{148}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 m = 9m^2 \\ 3u_1 + 10m = \frac{148}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9m \\ 3 \cdot 9m + 10m = \frac{148}{9} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ m = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow u_4 = \frac{16}{3}, u_8 = \frac{64}{9}. \text{ Suy ra: } a = 4, b = \frac{16}{3}, c = \frac{64}{9}, d = \frac{256}{27}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } T = a - b + c - d = -\frac{100}{27}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 104. Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n = 1 - 3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A. -59048. B. -59049. C. -155. D. -310.

Lời giải.

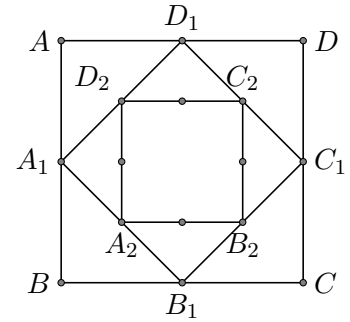
Ta có

$$S_{10} = \frac{10(u_1 + u_{10})}{2} = 5[(1 - 3 \cdot 1) + (1 - 3 \cdot 10)] = -155.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 105. Cho hình vuông $ABCD$ có các cạnh bằng a , và có diện tích S_1 .

Nối bốn trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của bốn cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm quá trình trên ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế ta được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100}$.



- A. $S = \frac{a^2(2^{200} - 1)}{2^{100}}$. B. $S = \frac{a^2(2^{200} - 1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2}{2^{200}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}$.

Lời giải.

Giả sử hình vuông thứ k là $A_{k-1}B_{k-1}C_{k-1}D_{k-1}$ ($k \geq 1$, $A_0B_0C_0D_0 \equiv ABCD$) có cạnh là x , suy ra diện tích $S_k = x^2$. Khi đó hình vuông thứ $k+1$ có độ dài là $\frac{x}{\sqrt{2}}$, suy ra $S_{k+1} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}S_k$. Như vậy $S_1, S_2, \dots, S_{100}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$, số hạng đầu $S_1 = a^2$. Khi đó

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{100}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{a^2(2^{200} - 1)}{2^{99}}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 106. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -3$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

- A. $S_{100} = -14400$. B. $S_{100} = -15450$. C. $S_{100} = -14250$. D. $S_{100} = -14650$.

Lời giải.

Xét $A = u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = (u_1 - 3)^2 + (u_1 - 6)^2 + (u_1 - 9)^2 = 3u_1^2 - 36u_1 + 126 \geq 18$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow u_1 = 6$, khi đó $S_{100} = \frac{100(2u_1 + 99d)}{2} = -14250$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 107. Cho dãy số (x_n) có $x_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $x_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+1}$. B. $x_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.
C. $x_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. D. $x_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+5}$.

Lời giải.

Ta có $x_{n+1} = \left(\frac{n+1-1}{n+1+1}\right)^{2(n+1)+3} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 108. Cho hai cấp số cộng $(x_n) : 4, 7, 10, 13, \dots$ và $(y_n) : 1, 6, 11, 16, \dots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 404.

B. 673.

C. 403.

D. 672.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} x_n = 4 + (n-1) \cdot 3 & \text{với } 1 \leq n \leq 2018 \\ y_m = 1 + (m-1) \cdot 5 & \text{với } 1 \leq m \leq 2018. \end{cases}$$

Để một số là số hạng chung, ta phải có $3n + 1 = 5m - 4 \Leftrightarrow 3n = 5(m - 1) \Rightarrow n$ chia hết 5, tức $n = 5k$ và $m = 3k + 1$.

Vì $1 \leq n \leq 2018$ nên $1 \leq k \leq 403$.

Ứng với 403 giá trị của k , ta tìm được 403 số hạng chung.

Chọn đáp án (C) □

Câu 109.

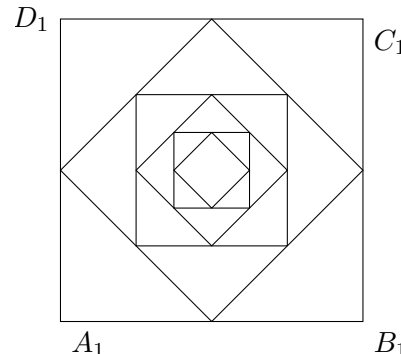
Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k; B_kC_k; C_kD_k; D_kA_k$ (với $k = 1, 2, \dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$.



Lời giải.

Hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2^{\frac{1}{2}}}$.

Hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có cạnh bằng $\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2^{\frac{3}{2}}}$.

Hình vuông $A_4B_4C_4D_4$ có cạnh bằng $\sqrt{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2^2} = \frac{\sqrt{2}}{2^{\frac{4}{2}}}$.

Bằng quy nạp, suy ra hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ có cạnh bằng $\frac{\sqrt{2}}{2^{\frac{2018}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1009}}$.

Từ đó, chu vi hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là $4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2^{1009}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 110. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Xác định số hạng u_{10} .

A. $u_{10} = -17$.

B. $u_{10} = 21$.

C. $u_{10} = -15$.

D. $u_{10} = 23$.

Lời giải.

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = 3 + 9(-2) = -15$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 111. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = a$. Biết SAB là tam giác đều cạnh $2a$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$.

Lời giải.Gọi H là trung điểm AB . Khi đó $SH = a\sqrt{3}$.Dễ thấy tam giác HBC vuông cân tại H nên $CH \perp (SAB)$.Gọi M là trung điểm BC và K là hình chiếu của H lên SM , suy ra $KH \perp (SAB)$. Như vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng góc giữa CH và HK , đó là góc $\widehat{CHK}$.

Vậy $\cos((SAB), (SBC)) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ □

Câu 112. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và HK theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$.

D. $\frac{3a}{5}$.

Lời giải.Vì $HK \parallel (SBD)$ nên $d(SD, HK) = d(H, (SBD))$.Gọi O là tâm $ABCD$, I là trung điểm của BO , K là hình chiếu của A lên SI .Khi đó $d(H, (SBD)) = HK$.

Ta có $HD^2 = \frac{5a^2}{4}$, $SH^2 = 3a^2$, $HI = \frac{1}{4}AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$. Do đó $HK = \frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 113.** Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093$.

B. $S_8 = 3820$.

C. $S_8 = 9841$.

D. $S_8 = 3280$.

Lời giải.Giả sử công bội của cấp số nhân là q , ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 = 13 \\ u_1q^3 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ u_1(q - 1)(q^2 + q + 1) = 26. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 13(q - 1) = 26 \Leftrightarrow q = 3 \Rightarrow u_1 = 1.$$

Vậy $S_8 = \frac{u_1(1 - q^8)}{1 - q} = \frac{1 - 3^8}{1 - 3} = 3280$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 114.** Cho cấp số nhân (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 12 \\ \frac{u_3}{u_8} = 243 \end{cases}$. Tìm u_9 .

A. $u_9 = \frac{2}{2187}$.

B. $u_9 = \frac{4}{6563}$.

C. $u_9 = 78732$.

D. $u_9 = \frac{4}{2187}$.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) , từ giả thiết đã cho suy ra $q \neq 0$. Ta có:

$$\begin{aligned}\frac{u_3}{u_8} = 243 &\Leftrightarrow \frac{u_1 q^2}{u_1 q^7} = 243 \\ &\Leftrightarrow q^5 = \frac{1}{243} \\ &\Leftrightarrow q^5 = \frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Do đó: $u_9 = u_1 q^8 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{4}{2187}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 115. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = 1 + 4n$.

B. $u_n = 5n$.

C. $u_n = 3 + 2n$.

D. $u_n = 2 + 3n$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có

$$50u_1 + \frac{50(50-1)}{2}d = 50 \Rightarrow d = 4.$$

Vậy cấp số cộng đã cho có số hạng tổng quát là $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 4n$, với mọi $n \geq 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 116. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 5 \forall n \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của n để $u_n < 500$.

A. 80.

B. 100.

C. 99.

D. 82.

Lời giải.

Theo công thức về cấp số cộng thì $u_n = u_1 + 5(n-1) \forall n \geq 1$.

$$\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log u_1 = 2 \\ \log u_1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 100 \\ u_1 = \frac{1}{1000} \end{cases}.$$

Để n lớn nhất thỏa mãn $u_n < 500$ thì u_1 phải nhỏ nhất hay $u_1 = \frac{1}{1000}$.

$$\text{Khi đó: } u_n < 500 \Leftrightarrow \frac{1}{1000} + 5(n-1) < 500 \Leftrightarrow n < 101 - \frac{1}{5000}.$$

Vậy n lớn nhất là 100.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 117. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Trên cạnh BC , ta lấy điểm A_1 sao cho $CA_1 = x$. Gọi B_1 là hình chiếu của A_1 lên CA , C_1 là hình chiếu của B_1 lên AB , A_2 là hình chiếu của C_1 lên BC , B_2 là hình chiếu của A_2 lên CA , ... và cứ tiếp tục như thế. Hãy tìm giá trị của x theo a sao cho $A_{2018} \equiv A_1$.

A. $x = \frac{a}{3}$.

B. $x = \frac{3a}{4}$.

C. $x = \frac{a}{2}$.

D. $x = \frac{2a}{3}$.

Lời giải.

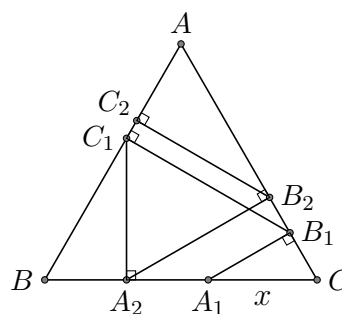
Ta có

$$CA_1 = x.$$

$$CA_2 = a - \frac{1}{2} \cdot \left\{ a - \left[\frac{1}{2} \left(a - \frac{1}{2}x \right) \right] \right\}.$$

...

$$CA_n = \frac{2a}{3} \cdot \left[1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^{3n-3} \right] + \left(-\frac{1}{2} \right)^{3n-3} \cdot x.$$



$$\text{Khi đó, với } n = 2018, A_1 \equiv A_n \Leftrightarrow \frac{2a}{3} \cdot \left[1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^{3n-3} \right] = x \cdot \left[1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^{3n-3} \right] \Leftrightarrow x = \frac{2a}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 118. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Một dãy số là một hàm số.

B. Dãy số $u_n = \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1}$ là dãy số không tăng không giảm.

C. Mỗi dãy số tăng là một dãy số bị chặn dưới.

D. Một hàm số là một dãy số.

Câu 119. Cho dãy hình vuông $H_1, H_2, \dots, H_n, \dots$. Với mỗi số nguyên dương n , gọi u_n, P_n, S_n lần lượt là độ dài cạnh, chu vi và diện tích của hình vuông H_n . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Nếu (u_n) là cấp số cộng với công sai khác 0 thì (P_n) cũng là cấp số cộng.

B. Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội dương thì (P_n) cũng là cấp số nhân.

C. Nếu (u_n) là cấp số cộng với công sai khác 0 thì (S_n) cũng là cấp số cộng.

D. Nếu (u_n) là cấp số cộng với công sai khác 0 thì (S_n) cũng là cấp số cộng.

Câu 120. Bạn Nam là sinh viên của một trường Đại học, muốn vay tiền ngân hàng với lãi suất ưu đãi trang trải học phí học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học, bạn ấy vay ngân hàng với số tiền 10 triệu đồng với lãi suất 4% một năm. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm học, biết rằng trong 4 năm đó, ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

A. 41600000 đồng.

B. 44163000 đồng.

C. 42465000 đồng.

D. 46794000 đồng.

Lời giải.

Đặt $a = 10$ (triệu đồng), lãi suất $r = 4\%$.

Khi đó số tiền Nam nợ sau n năm được xác định bởi công thức

$$T = a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^n = a \cdot \frac{(1+r)[(1+r)^n - 1]}{r + 1 - 1} = a \cdot \frac{(1+r)[(1+r)^n - 1]}{r}.$$

Áp dụng với $n = 4$ ta có số tiền Nam nợ sau 4 năm là

$$T = 10 \cdot \frac{1,04(1,04^4 - 1)}{0,04} = 44,163 \text{ (triệu đồng)} = 44163000 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 121. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \end{cases} (n \geq 1)$. Tính tổng $S = u_{2018} - 2u_{2017}$.

A. $S = 2015 - 3 \cdot 4^{2017}$.

B. $S = 2016 - 3 \cdot 4^{2018}$.

C. $S = 2016 + 3 \cdot 4^{2018}$.

D. $S = 2015 + 3 \cdot 4^{2017}$.

Lời giải.

Dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \end{cases} (*) (n \geq 1)$.

Đặt $u_{n+1} = v_{n+1} - n \Rightarrow \begin{cases} u_1 = v_1 = 2 \\ u_n = v_n - (n - 1) \end{cases}$.

Thay vào $(*)$ ta được

$$v_{n+1} - n + 4v_n - 4(n - 1) = 4 - 5n \Rightarrow v_{n+1} + 4v_n = 0 \Rightarrow v_{n+1} = -4v_n.$$

Ta có

$$\begin{aligned} v_1 &= 2 \\ v_2 &= (-4) \cdot v_1 = (-4) \cdot 2 \\ v_3 &= (-4) \cdot v_2 = (-4)^2 \cdot 2 \\ &\dots \\ v_{n+1} &= (-4)^n \cdot 2. \end{aligned}$$

Suy ra $u_{n+1} = v_{n+1} - n = (-4)^n \cdot 2 - n$.

Khi đó $\begin{cases} u_{2018} = (-4)^{2017} \cdot 2 - 2017 \\ u_{2017} = (-4)^{2016} \cdot 2 - 2016 \end{cases}$.

Vậy

$$\begin{aligned} u_{2018} - 2u_{2017} &= -8 \cdot (-4)^{2016} - 2017 - 4 \cdot (-4)^{2016} + 2 \cdot 2016 \\ &= 2015 - 12 \cdot (-4)^{2016} \\ &= 2015 - 3 \cdot 4^{2017}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 122. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{x}{y}$ ($x, y \in \mathbb{N}$, phân số tối giản), tính giá trị $x + y$.

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$.

Ta có

$$\begin{aligned}
 a + c = 2b &\Leftrightarrow 2R \sin A + 2R \sin C = 4R \sin B \Leftrightarrow \sin A + \sin C = 2 \sin B \\
 &\Leftrightarrow 2 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = 4 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{A-C}{2} = 2 \sin \frac{B}{2} \\
 &\Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{A+C}{2} \\
 &\Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} \\
 &\Leftrightarrow 3 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} \\
 &\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

Vậy $x + y = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 123. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$; $u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. $u_{10} = 31$. B. $u_{10} = -23$. C. $u_{10} = -20$. D. $u_{10} = 15$.

Lời giải.

Công sai của cấp số cộng là $d = u_2 - u_1 = 1 - 4 = -3$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d = -3n + 7$.

Khi đó $u_{10} = -3 \cdot 10 + 7 = -23$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 124. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là $u_n = u_1 q^{n-1}$, với công bội q và số hạng đầu u_1 .
 B. Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n = u_1 + (n-1)d$, với công sai d và số hạng đầu u_1 .
 C. Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n = u_1 + nd$, với công sai d và số hạng tổng quát đầu u_1 .
 D. Nếu dãy số (u_n) là một cấp số cộng thì $u_{n+1} = \frac{u_n + u_{n+2}}{2}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Theo lý thuyết sách giáo khoa “Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n = u_1 + (n-1)d$, với công sai d và số hạng đầu u_1 ”. Do đó khẳng định “Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n = u_1 + nd$, với công sai d và số hạng tổng quát đầu u_1 ” là **sai**.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 125. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log(u_1^2 + u_2^2 + 10) - \log(2u_1 + 6u_2) = 0$ và $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5050$ là

- A. 101. B. 102. C. 100. D. 99.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \log(u_1^2 + u_2^2 + 10) - \log(2u_1 + 6u_2) = 0 &\Leftrightarrow \log \frac{u_1^2 + u_2^2 + 10}{2u_1 + 6u_2} = 0 \\
 \Leftrightarrow u_1^2 + u_2^2 + 10 = 2u_1 + 6u_2 &\Leftrightarrow (u_1 - 1)^2 + (u_2 - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 3. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Theo giả thiết, ta có $u_{n+2} + u_n = 2u_{n+1} + 1 \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n + 1 = \dots = u_2 - u_1 + n = n + 2$.

Do đó $u_n = u_{n-1} + n = \dots = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Xét bất phương trình $\frac{n(n+1)}{2} > 5050 \Leftrightarrow \begin{cases} n > 100 \\ n < -101 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Suy ra, giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5050$ là $n = 101$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 126. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. 3; -9; 27; -81; ...

B. 3; -9; -27; -81; ...

C. 1; 4; 7; 10; 13; ...

D. 18; 6; 3; 1; ...

Lời giải.

— Dãy số 3; -9; 27; -81; ... là cấp số nhân có công bội $q = -3$.

— Dãy số 3; -9; 27; -81; ... không là cấp số nhân vì $-9 = 3 \cdot (-3)$ và $-9 \cdot (-3) = 27 \neq -27$.

— Dãy số 1; 4; 7; 10; 13; ... là cấp số cộng có công sai $d = 3$.

— Dãy số 18; 6; 3; 1; ... không là cấp số nhân vì $18 \cdot \frac{1}{3} = 6$ và $6 \cdot \frac{1}{3} = 2 \neq 3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 127. Cho (u_n) là cấp số cộng có công sai d , (S_n) là tổng của n số hạng đầu tiên. Tìm số khẳng định đúng trong các khẳng định sau

i) $u_n = u_{n-1} + d \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

ii) $u_n = u_1 + nd \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

iii) $u_n = \frac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

iv) $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

Với (u_n) là cấp số cộng có công sai d , (S_n) là tổng của n số hạng đầu tiên. Ta có

① $u_n = u_{n-1} + d \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Suy ra i đúng.

② $u_n = u_1 + (n-1)d \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra ii sai.

③ $u_n = \frac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Suy ra iii đúng.

④ $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra iv đúng.

Vậy có 3 khẳng định đúng.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 128. Cho hình lập phương $A_1B_1C_1D_1.A'_1B'_1C'_1D'_1$ tâm O có cạnh bằng 1. Gọi $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}, D_{i+1}; A'_{i+1}, B'_{i+1}, C'_{i+1}, D'_{i+1}$ lần lượt là trung điểm của $OA_i, OB_i, OC_i, OD_i; OA'_i, OB'_i, OC'_i, OD'_i$ với $i \in \mathbb{N}^*$. Gọi V_i, S_i lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của khối lập phương $A_iB_iC_iD_i.A'_iB'_iC'_iD'_i$.

Tìm $\frac{S_{2018}}{V_{2018}}$.

A. 6.

B. $3 \cdot 2^{2018}$.

C. $\frac{3}{2^{2016}}$.

D. $6 \cdot 2^{2018}$.

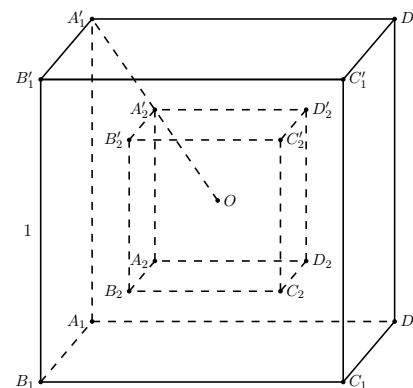
Lời giải.

Ta có

$$A_i A'_i = \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1} \Rightarrow A_{2018} A'_{2018} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2017}.$$

Vậy

$$\frac{S_{2018}}{V_{2018}} = \frac{6 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}\right]^2}{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}\right]^3} = 6 \cdot 2^{2017} = 3 \cdot 2^{2018}.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 129. Tính tổng vô hạn sau $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$

A. $2^n - 1$.

B. $\frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{1}{2^n} - 1}{\frac{1}{2} - 1}$.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

S là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = \frac{1}{2}$, suy ra $S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 130. Biết $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + x \cos x - \sin^3 x}{1 + \cos x} dx = \frac{\pi^2}{a} - \frac{b}{c}$. Trong đó a, b, c là các số nguyên dương,

phân số $\frac{b}{c}$ tối giản. Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $T = 16$.

B. $T = 59$.

C. $T = 69$.

D. $T = 50$.

Lời giải.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x + x \cos x - \sin^3 x}{1 + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} dx.$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{8}.$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1 + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x \sin x}{1 + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos x) \sin x dx = \frac{1}{2}.$$

Suy ra $I = \frac{\pi^2}{8} - \frac{1}{2}$. Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 = 69$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 131. Có tất cả bao nhiêu bộ số nguyên dương (n, k) biết $n < 20$ và các số $C_n^{k-1}, C_n^k, C_n^{k+1}$ theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng.

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $C_n^{k-1}, C_n^k, C_n^{k+1}$ theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng khi và chỉ khi $\Leftrightarrow C_n^{k-1} + C_n^{k+1} = 2C_n^k$ (1).

Vì $n \geq k + 1 \Rightarrow n \geq 2$.

$$\begin{aligned}
 (1) &\Leftrightarrow \frac{1}{(k-1)!(n-k+1)!} + \frac{1}{(k+1)!(n-k-1)!} = \frac{2}{k!(n-k)!} \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{(n-k)(n-k+1)} + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{2}{n(n-k)} \\
 &\Leftrightarrow k(k+1) + (n-k)(n-k+1) = 2(k+1)(n-k+1) \\
 &\Leftrightarrow (2k-n)^2 = n+2.
 \end{aligned}$$

Suy ra $n+2$ là số chính phương, mà $n < 20 \Rightarrow n \in \{2, 7, 14\}$.

Với $n = 2 \Rightarrow (k-1)^2 = 1 \Leftrightarrow k = 2$ (loại).

Với $n = 7 \Rightarrow (2k-7)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 5 \\ k = 2 \end{cases}$.

Với $n = 14 \Rightarrow (2k-14)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 5 \\ k = 9 \end{cases}$.

Vậy có 4 cặp nghiệm (n, k) .

Chọn đáp án **A** □

Câu 132. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công bội $q = \frac{2}{3}$. Số hạng thứ năm của (u_n) là

A. $\frac{27}{16}$.

B. $\frac{16}{27}$.

C. $-\frac{27}{16}$.

D. $-\frac{16}{27}$.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow u_5 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 133. Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

A. 77.

B. 79.

C. 76.

D. 78.

Lời giải.

Gọi số cây ở hàng thứ n là u_n .

Ta có: $u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots$ và $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 3003$.

Nhận xét dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

Khi đó $S = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 3003$.

Suy ra $\frac{n[2 \cdot 1 + (n-1)1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n(n+1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$

(vì $n \in \mathbb{N}$).

Vậy số hàng cây được trồng là 77.

Chọn đáp án **A** □

Câu 134. Biết bốn số 5; x ; 15; y theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng

A. 50.

B. 70.

C. 30.

D. 80.

Lời giải.

Do 5; x ; 15; y theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng nên $x = \frac{5+15}{2} = 10$.

Ngoài ra $x + y = 2 \cdot 15$ nên $y = 30 - x = 30 - 10 = 20$.

Vậy $3x + 2y = 70$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 135. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là

A. $u_6 = 160$.

B. $u_6 = -320$.

C. $u_6 = -160$.

D. $u_6 = 320$.

Lời giải.

Ta có $u_6 = u_1 q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 136. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

A. $d = -3$.

B. $d = 3$.

C. $d = 5$.

D. $d = 6$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Ta có:

$$\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy công sai $d = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 137. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. 1; 2; 3; 4; 5.

B. 1; 2; 4; 8; 16.

C. 1; -1; 1; -1; 1.

D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải.

Dãy 1; 2; 3; 4; 5 là cấp số cộng với công sai $d = 1$.

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công sai $q = -1$.

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công sai $q = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 138. Xét các số thực dương a, b sao cho $-25, 2a, 3b$ là cấp số cộng và $2, a+2, b-3$ là cấp số nhân. Khi đó $a^2 + b^2 - 3ab$ bằng

A. 89.

B. 31.

C. 76.

D. 59.

Lời giải.

$-25, 2a, 3b$ là cấp số cộng $\Leftrightarrow 2 \cdot 2a = -25 + 3b \Leftrightarrow b = \frac{1}{3}(4a + 25)$.

$2, a+2, b-3$ là cấp số nhân $\Leftrightarrow (a+2)^2 = 2(b-3)$

$$\Leftrightarrow (a+2)^2 = 2\left(\frac{1}{3}(4a+25) - 3\right)$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 4a - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{10}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Suy ra $b = 11 \Rightarrow a^2 + b^2 - 3ab = 59$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 139. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn điều kiện $x_1 = 1, x_{n+1} - x_n = \frac{1}{n(n+1)}, n = 1, 2, 3, \dots$. Số hạng x_{2018} bằng

A. $x_{2018} = \frac{4036}{2018}$. B. $x_{2018} = \frac{4035}{2018}$. C. $x_{2018} = \frac{4037}{2018}$. D. $x_{2018} = \frac{4034}{2018}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} x_{n+1} - x_n &= \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{n-1} (x_{k+1} - x_k) = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &\Leftrightarrow x_n - x_1 = 1 - \frac{1}{n} \\ &\Leftrightarrow x_n = \frac{2n-1}{n}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 140. Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 32 và tổng các bình phương của chúng bằng 336. Tích của bốn số đó là

A. 5760. B. 15120. C. 1920. D. 1680.

Lời giải.

Gọi bốn số cần tìm là $a, a+d, a+2d, a+3d$. Từ giả thiết ta suy ra

$$\begin{aligned} &\begin{cases} a + a + d + a + 2d + a + 3d = 32 \\ a^2 + (a+d)^2 + (a+2d)^2 + (a+3d)^2 = 336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 16 - 3d \\ 4a^2 + 12ad + 14d^2 = 336 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 16 - 3d \\ (16 - 3d)^2 + 6d(16 - 3d) + 14d^2 = 336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases} \\ 2a = 16 - 3d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} d = 4 \\ a = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} d = -4 \\ a = 14 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy suy ra bốn số đó là 2, 6, 10, 14, nên tích của chúng là $P = 1680$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 141. Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó.

A. $u_n = 5 + 4n$. B. $u_n = 3 + 2n$. C. $u_n = 2 + 3n$. D. $u_n = 4 + 5n$.

Câu 142. Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a$, diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2 . Tiếp tục như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích $S_4, S_5, \dots$. Tính $S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100}$.

A. $S = \frac{2^{100} - 1}{2^{99}a^2}$. B. $S = \frac{a(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{99}}$.

Lời giải.

Để thấy $S_1 = a^2; S_2 = \frac{a^2}{2}; S_3 = \frac{a^2}{4}; \dots; S_{100} = \frac{a^2}{2^{99}}$.

Như vậy $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100} = a^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right) = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 143. Một người thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là 12288 m^2). Tính diện tích của mặt trên cùng.

- A. 8 m^2 . B. 6 m^2 . C. 12 m^2 . D. 10 m^2 .

Lời giải.

Diện tích bề mặt của mỗi tầng lập thành cấp số nhân với $u_1 = 12288$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

Khi đó diện tích của mặt trên cùng là $u_{12} = u_1 \cdot q^{11} = 6 \text{ m}^2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 144. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_5 = 2$ và $u_9 = 6$. Tìm giá trị của u_{21} .

- A. 18. B. 54. C. 162. D. 486.

Lời giải.

Giả sử q là công bội và u_1 là số hạng đầu tiên của cấp số nhân thỏa mãn bài toán. Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Do giả thiết ta có

$$\begin{cases} u_5 = 2 \\ u_9 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 = 2 \\ u_1 \cdot q^8 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 = 2 \\ 2q^4 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 = 2 \\ q^4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{2}{3} \\ q^2 = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Mà } u_{21} = u_1 \cdot q^{20} = \frac{2}{3} \cdot (\sqrt{3})^{10} = 2 \cdot 3^4 = 162.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 145. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng đều dương và $\begin{cases} u_1 + u_2 + \dots + u_n = 2017 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} = 2018. \end{cases}$

Tính tích $u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n$.

- A. $\sqrt{\left(\frac{2017}{2018}\right)^n}$. B. $\left(\frac{2017}{2018}\right)^n$. C. $\sqrt{\left(\frac{2018}{2017}\right)^n}$. D. $\left(\frac{2018}{2017}\right)^n$.

Lời giải.

- Gọi q là công bội của (u_n) . Do dãy (u_n) có tất cả các số hạng đều dương nên $q > 0$. Khi đó, dãy $\left(\frac{1}{u_n}\right)$ là cấp số nhân có công bội q^{-1} .
- Ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + \dots + u_n = 2017 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = 2017 \\ u_1^{-1} \cdot \frac{1 - q^{-n}}{1 - q^{-1}} = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = 2017 \\ u_1^{-1} \cdot \frac{1 - q^n}{(1 - q)q^{n-1}} = 2018. \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_1^2 \cdot q^{n-1} = \frac{2017}{2018} \text{ Ta có } P = u_1 u_2 \dots u_n = u_1^n \cdot q^{\frac{(n-1)n}{2}} = \sqrt{\left(\frac{2017}{2018}\right)^n}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 146. Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi số tiền lần đặt trước. Người đó thua 10 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 11. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu tiền?

- A. Hòa vốn. B. Thua 20.000đ. C. Thắng 20.000đ. D. Thua 40.000đ.

Lời giải.

Số tiền du khách đặt trong mỗi lần (kể từ lần đầu) là một cấp số nhân có $u_1 = 20.000$ và công bội $q = 2$.

Du khách thua trong 10 lần liên tiếp đầu tiên nên tổng số tiền thua là

$$S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{20000(1 - 2^{10})}{1 - 2} = 20000(2^{10} - 1)(\text{đồng}).$$

Số tiền du khách thắng trong lần thứ 11 là $u_{11} = u_1 q^{10}$ (đồng).

Ta có $u_{11} - S_{10} = 20000 > 0$. Vậy du khách thắng 20000 đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 147. Công thức nào sau đây là đúng với một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d và số tự nhiên $n \geq 2$.

A. $u_n = u_1 - (n - 1)d$.

B. $u_n = u_1 + (n + 1)d$.

C. $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

D. $u_n = u_1 + d$.

Lời giải.

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 148. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = 4 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị $u_{101} - u_{100}$ là

A. $3 \cdot 2^{102}$.

B. $3 \cdot 2^{101}$.

C. $3 \cdot 2^{100}$.

D. $3 \cdot 2^{99}$.

Lời giải.

Theo bài ta có

$$\begin{aligned} u_{n+2} &= 3u_{n+1} - 2u_n \\ \Leftrightarrow u_{n+2} &= u_{n+1} + 2(u_{n+1} - u_n) \\ \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} &= 2(u_{n+1} - u_n). \end{aligned}$$

Với $n = 99$ ta có

$$\begin{aligned} u_{101} - u_{100} &= 2(u_{100} - u_{99}) \\ &= 2 \cdot 2(u_{99} - u_{98}) \\ &= \dots \\ &= 2^{99} \cdot (u_2 - u_1) = 3 \cdot 2^{99}. \end{aligned}$$

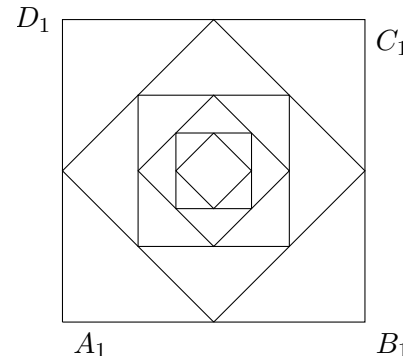
Chọn đáp án **D**

□

Câu 149.

Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k; B_kC_k; C_kD_k; D_kA_k$ (với $k = 1, 2, \dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$.



Lời giải.

Hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2^{\frac{1}{2}}}$.

Hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có cạnh bằng $\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2^{\frac{3}{2}}}$.

Hình vuông $A_4B_4C_4D_4$ có cạnh bằng $\sqrt{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2^2} = \frac{\sqrt{2}}{2^{\frac{4}{2}}}$.

Bằng quy nạp, suy ra hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ có cạnh bằng $\frac{\sqrt{2}}{2^{\frac{2018}{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1009}}$.

Từ đó, chu vi hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là $4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2^{1009}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 150. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{n^4 + 1} = \frac{b}{a}$ ($a, b \in \mathbb{N}$, $a \neq 0$), đồng thời $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản.

Giá trị của $2a^2 + b^2$ là

- A. 33. B. 73. C. 51. D. 99.

Lời giải.

Ta có $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{(n^2 + n)^2}{4}$.

Khi đó $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}{n^4 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4(n^4 + 1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{4 + \frac{4}{n^4}} = \frac{1}{4}$.

Do đó $b = 1$, $a = 4 \Rightarrow 2a^2 + b^2 = 33$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 151. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Số hạng thứ 9 của dãy số là $\frac{1}{10}$. B. Dãy số (u_n) bị chặn.
C. Dãy số (u_n) là một dãy số giảm. D. Số hạng thứ 10 của dãy số là $\frac{-1}{11}$.

Lời giải.

Dễ thấy $|u_n| = \left| \frac{(-1)^{n-1}}{n+1} \right| = \frac{1}{n+1} < 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy số bị chặn.

Lại có $u_9 = \frac{1}{10}$; $u_{10} = \frac{-1}{11}$; $u_{11} = \frac{1}{12}$; $u_{12} = \frac{-1}{13}$ suy ra dãy (u_n) không phải là dãy số tăng cũng không phải là dãy số giảm.

Do đó đáp án “Dãy số (u_n) là một dãy số giảm” sai.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 152. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ 9 của dãy số là $\frac{1}{10}$.

B. Dãy số (u_n) bị chặn.

C. Dãy số (u_n) là một dãy số giảm.

D. Số hạng thứ 10 của dãy số là $\frac{-1}{11}$.

Lời giải.

Để thấy $|u_n| = \left| \frac{(-1)^{n-1}}{n+1} \right| = \frac{1}{n+1} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) là dãy số bị chặn.

Lại có $u_9 = \frac{1}{10}; u_{10} = \frac{-1}{11}; u_{11} = \frac{1}{12}; u_{12} = \frac{-1}{13}; \dots$ suy ra dãy (u_n) không phải là dãy số tăng cũng không phải là dãy số giảm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 153. Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào không phải là dãy đơn điệu?

A. $u_n = (-1)^{2n+1} \cdot 3^n$.

B. $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

C. $u_n = 3n^2 - n^3$.

D. $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

Lời giải.

— $u_n = (-1)^{2n+1} \cdot 3^n = -3^n$ là dãy giảm.

— $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$ là dãy giảm.

— $u_n = 3n^2 - n^3$ không là dãy đơn điệu.

— $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ là dãy giảm.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 154. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = 2u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để $u_n > 1024$.

A. 10.

B. 12.

C. 11.

D. 13.

Lời giải.

Ta có

$u_2 = 2, u_3 = 6, u_4 = 14, u_5 = 30, u_6 = 62, u_7 = 126, u_8 = 254, u_9 = 510, u_{10} = 1022, u_{11} = 2046$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 155. Sắp xếp năm bạn học sinh là An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa là

A. 24.

B. 120.

C. 16.

D. 60.

Lời giải.

Xếp bạn Chi vào ghế chính giữa có 1 cách.

Xếp 4 bạn An, Bình, Dũng, Lệ vào 4 ghế còn lại có $P_4 = 4! = 24$ cách.

Vậy có $24 \times 1 = 24$ cách xếp.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 156. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{n+4}{n^2+3n+2} \right)$. Tìm u_{15} .

A. $-\frac{215168069}{983040}$.

B. $-\frac{2195120167}{4456448}$.

C. $-\frac{4776825}{32768}$.

D. $-\frac{33464399}{229376}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{n+4}{n^2+3n+2} \right) &\Leftrightarrow u_{n+1} = \frac{3}{2} \left[u_n - \left(\frac{3}{n+1} - \frac{2}{n+2} \right) \right] \\ &\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{3}{n+2} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{3}{n+1} \right). \end{aligned}$$

Đặt $v_n = u_n - \frac{3}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, ta được $\begin{cases} v_1 = -\frac{1}{2} \\ v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n. \end{cases}$

Như vậy, (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = -\frac{1}{2}$ và $q = \frac{3}{2}$, ta có

$$v_n = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow u_n = v_n + \frac{3}{n+1} = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} + \frac{3}{n+1}.$$

Do đó $u_{15} = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{14} + \frac{3}{16} = -\frac{4776825}{32768}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 157. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Khi đó, số hạng u_{2n-1} bằng

- A. $3^n \cdot 3^{n-1}$. B. $3^{2n-1} - 1$. C. $3^{2n} - 1$. D. $3^2 \cdot 3^n - 1$.

Lời giải.

Ta có $u_n = 3^n$, khi đó $u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 158. Cho dãy số $u_n = (-1)^n$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây?

- A. Bị chặn. B. Dãy số tăng. C. Dãy số giảm. D. Không bị chặn.

Lời giải.

Ta có $-1 \leq (-1)^n \leq 1$. Nên u_n là dãy số bị chặn.

Chọn đáp án **A** □

Câu 159. Cho dãy số có công thức tổng quát là $u_n = 2^n$ thì số hạng thứ $n+3$ là

- A. $u_{n+3} = 2^3$. B. $u_{n+3} = 6^n$. C. $u_{n+3} = 6 \cdot 2^n$. D. $u_{n+3} = 8 \cdot 2^n$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+3} = 2^{n+3} = 2^3 \cdot 2^n = 8 \cdot 2^n$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 160. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} = 3 \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2) \end{cases}$. Số hạng tổng quát

của dãy số có dạng $u_n = \frac{an^2 + bn + c}{2} \quad (\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$. Khi đó $a + b + c$ bằng

- A. 2. B. 16. C. 4. D. 6.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1} = 3 \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = u_n - u_{n-1} + 3$.

Đặt $v_n = u_n - u_{n-1}$, suy ra $v_{n+1} = u_{n+1} - u_n = u_n - u_{n-1} + 3 = v_n + 3$.

Suy ra (v_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 3$.

Suy ra công thức tổng quát của (v_n) là $v_n = v_1 + (n-1)d = v_2 + (n-2)d = u_2 - u_1 + (n-2)d = 3n - 5$.

Suy ra $u_n = u_{n-1} + 3n - 5$. (1)

Đặt $u_n = t_n + \frac{3}{2}n^2 - \frac{13}{2}n$, suy ra $u_{n-1} = t_{n-1} + \frac{3}{2}(n-1)^2 - \frac{13}{2}(n-1) = t_{n-1} + \frac{3}{2}n^2 - \frac{19}{2}n + 8$.

$$\begin{aligned} u_n = u_{n-1} + 3n - 5 &\Leftrightarrow t_n + \frac{3}{2}n^2 - \frac{13}{2}n = t_{n-1} + \frac{3}{2}n^2 - \frac{19}{2}n + 8 + 3n - 5 \\ &\Leftrightarrow t_n = t_{n-1} + 3. \end{aligned}$$

Suy ra (t_n) là một cấp số cộng với công sai $d' = 3$.

Suy ra công thức tổng quát của (t_n) là

$$\begin{aligned} t_n &= t_1 + (n-1)d' = u_1 - \frac{3}{2}n^2 + \frac{13}{2}n + 3(n-1) \\ &= -\frac{3}{2}n^2 + \frac{19}{2}n - 2. \end{aligned}$$

Suy ra $u_n = t_n + \frac{3}{2}n^2 - \frac{13}{2}n = -\frac{3}{2}n^2 + \frac{19}{2}n - 2 + \frac{3}{2}n^2 - \frac{13}{2}n = 3n - 2 = \frac{0n^2 + 6n - 4}{2}$.

Suy ra $a = 0$; $b = 6$ và $c = -4$. Vậy $a + b + c = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 161. Trong các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là dãy bị chặn?

A. $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$. B. $u_n = \frac{n}{2n+1}$. C. $u_n = 3^n - 1$. D. $u_n = n + \frac{2}{n}$.

Lời giải.

Xét dãy số $u_n = \frac{n}{2n+1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$ thì

$$u_n - \frac{1}{2} = \frac{n}{2n+1} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2n+1} < 0 \Leftrightarrow u_n < \frac{1}{2}.$$

Mặt khác $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2n+3} - \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{(2n+3)(2n+1)} > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Suy ra dãy số $u_n = \frac{n}{2n+1}$ là dãy tăng và bị chặn.

Vậy dãy số $u_n = \frac{n}{2n+1}$ là dãy số bị chặn.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 162. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}$, $n \geq 1$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $u_3 = \frac{1}{10}$. B. $u_{10} = \frac{8}{31}$. C. $u_{21} = \frac{19}{64}$. D. $u_{50} = \frac{47}{150}$.

Lời giải.

Trong dãy số (u_n) thì u_n là số hạng thứ n .

Nên số hạng thứ 3, 10, 21 lần lượt là $u_3 = \frac{1}{10}$, $u_{10} = \frac{8}{31}$, $u_{21} = \frac{19}{64}$.

$\Rightarrow$ Loại A, B, C. Chọn D. Thật vậy, ta có $u_{50} = \frac{48}{151} \neq \frac{47}{150}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 163. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{k}{3^n}$ (k : hằng số). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Số hạng thứ 5 của dãy số là $\frac{k}{3^5}$. B. Số hạng thứ n của dãy số là $\frac{k}{3^{n+1}}$.
C. Là dãy số giảm khi $k > 0$. D. Là dãy số tăng khi $k > 0$.

Lời giải.

— Số hạng thứ 5 của dãy là $u_5 = \frac{k}{3^5}$.
— Số hạng thứ n của dãy là $u_n = \frac{k}{3^n}$.

— Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{k}{3^{n+1}} - \frac{k}{3^n} = -\frac{2k}{3^{n+1}}$. Do đó dãy số (u_n) giảm khi $k > 0$ và tăng khi $k < 0$.

Vậy khẳng định sai là “Số hạng thứ n của dãy số là $\frac{k}{3^{n+1}}$ ”.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 164. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = u_n + 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính u_{20} .

A. $u_{20} = 364$.

B. $u_{20} = 362$.

C. $u_{20} = 361$.

D. $u_{20} = 363$.

Lời giải.

Từ $u_{n+1} = u_n + 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Do đó

$$\begin{aligned} u_2 - u_1 &= 1 \\ u_3 - u_2 &= 3 \\ &\vdots \\ u_n - u_{n-1} &= 2(n-1) - 1 = 2n - 3 \end{aligned}$$

Cộng vế theo vế ta có $u_n - u_1 = 1 + 3 + \dots + 2n - 3 = (n-1)^2 \Rightarrow u_n = (n-1)^2 + 1$.

Vậy $u_{20} = 19^2 + 1 = 362$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 165. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = -3, u_{n+1} = u_n + n, \forall n \geq 1$. Tìm số hạng thứ 2019.

A. 2037168.

B. 2037171.

C. 2037176.

D. 2035158.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = u_n + n = u_{n-1} + (n-1) + n = \dots = u_1 + 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n = u_1 + \frac{n(n+1)}{2}$.

Do đó, $u_{2019} = -3 + \frac{2018 \cdot 2019}{2} = 2037168$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 166. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 2020 của dãy.

A. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} - 5$.

B. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} + 5$.

C. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} - 5$.

D. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} + 5$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} u_1 &= 1 = 3 \cdot 2^1 - 5 \\ u_2 &= 7 = 3 \cdot 2^2 - 5 \\ u_3 &= 19 = 3 \cdot 2^3 - 5 \end{aligned}$$

Bằng phương pháp quy nạp, dễ chứng minh được $u_n = 3 \cdot 2^n - 5$.

Vậy $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} - 5$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 167. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cos(n\pi)$. Giá trị u_{99} bằng

A. 99.

B. -1.

C. 1.

D. -99.

Lời giải.

Ta có $u_{99} = (-1)^{99} \cos(99\pi) = -\cos(49 \cdot 2\pi + \pi) = -\cos(\pi) = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 168. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3u_{n-1} + 4, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 3^{100}$.

A. 102.

B. 100.

C. 103.

D. 101.

Lời giải.

Ta có

$$u_1 + 2 = 3$$

$$u_2 + 2 = 3(u_1 + 2)$$

$$u_3 + 2 = 3(u_2 + 2)$$

$$u_4 + 2 = 3(u_3 + 2)$$

...

$$u_n + 2 = 3(u_{n-1} + 2)$$

Nhân hai vế các đẳng thức lại ta được $u_n + 2 = 3^n \Rightarrow u_n = 3^n - 2$.

Từ đó suy ra $u_n > 3^{100} \Leftrightarrow 3^n - 2 > 3^{100} \Rightarrow n > 100$.

Vậy $n = 101$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 169. Cho $f_0(x) = x + |x - 100| - |x + 100|$ và với số tự nhiên $n \geq 1$, cho $f_n(x) = |f_{n-1}(x)| - 1$. Có bao nhiêu giá trị của x để $f_{100}(x) = 0$?

A. 300.

B. 301.

C. 299.

D. 303.

Lời giải.

Ta có $f_n(x) = |f_{n-1}(x)| - 1, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow f_n(x) \geq -1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Nên } f_{100}(x) = 0 \Leftrightarrow |f_{99}(x)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f_{99}(x) = 1 \\ f_{99}(x) = -1. \end{cases}$$

$$\text{— } f_{99}(x) = 1 \Leftrightarrow |f_{98}(x)| = 2 \Leftrightarrow f_{98}(x) = 2 \Leftrightarrow |f_{97}(x)| = 3 \Leftrightarrow f_{97}(x) = 3 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow f_1(x) = 99 \Leftrightarrow |f_0(x)| = 100 \Leftrightarrow f_0(x) = \pm 100.$$

$$\text{— } f_{99}(x) = -1 \Leftrightarrow |f_{98}(x)| = 0 \Leftrightarrow f_{98}(x) = 0 \Leftrightarrow |f_{97}(x)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f_{97}(x) = 1 \\ f_{97}(x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f_{96}(x) = 2 \\ f_{96}(x) = 0. \end{cases}$$

$$\text{— } f_{96}(x) = 2 \Leftrightarrow f_{95}(x) = 3 \Leftrightarrow f_{94}(x) = 4 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow f_1(x) = 97 \Leftrightarrow f_0(x) = \pm 98.$$

$$\text{— } f_{96}(x) = 0 \Leftrightarrow f_{95}(x) = \pm 1.$$

Tổng quát với mọi $k \in \mathbb{N}^*, k \leq 100$ ta có:

$$\text{— } f_{2k+1}(x) = 1 \Rightarrow f_0(x) = \pm(2k + 2).$$

$$\text{— } f_{2k+1}(x) = -1 \Rightarrow \begin{cases} f_0(x) = \pm 2k \\ f_{2k-1}(x) = \pm 1. \end{cases}$$

$$\text{Do đó, } f_{100}(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f_0(x) = \pm 100 \\ f_0(x) = \pm 98 \\ \dots \\ f_0(x) = \pm 2 \\ f_0(x) = 0. \end{cases}$$

Xét hàm số $f_0(x) = x + |x - 100| - |x + 100|$.

Tập xác định $\mathbb{R}$.

$$f_0(x) = x + |x - 100| - |x + 100| = \begin{cases} x + 200 & \text{khi } x < -100 \\ -x & \text{khi } -100 \leq x \leq 100 \\ x - 200 & \text{khi } x > 100. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của $f_0(x)$

x	$-\infty$	-100	0	100	$+\infty$
$f_0(x)$	$-\infty$	100	0	-100	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hai nhận xét

+ Các phương trình $f_0(x) = 0; f_0(x) = \pm 2; \dots; f_0(x) = \pm 98$ mỗi phương trình có 3 nghiệm phân biệt (tổng cộng 99 phương trình).

+ Các phương trình $f_0(x) = \pm 100$ mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy tổng số nghiệm là $99 \cdot 3 + 4 = 301$ nghiệm.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 170. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4, u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 31.

B. -23.

C. -20.

D. 15.

Lời giải.

Dạng tổng quát của dãy (u_n) là $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_n = u_1 - 3(n-1) \end{cases}$. Suy ra, $u_{10} = u_1 - 27 = -23$.

Chọn đáp án (B)

□

Câu 171. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 4 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$, với mọi $n \geq 1$. Tính $T = u_{101} - u_{100}$?

A. $T = 3 \cdot 2^{102}$.

B. $T = 3 \cdot 2^{101}$.

C. $T = 3 \cdot 2^{100}$.

D. $T = 3 \cdot 2^{99}$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+2} &= 3u_{n+1} - 2u_n \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = 2(u_{n+1} - u_n) \\ &= \dots \\ &= 2^n(u_2 - u_1) \\ &= 3 \cdot 2^n. \end{aligned}$$

Suy ra, với $n = 99$ thì $u_{101} - u_{100} = 3 \cdot 2^{99}$.

Cách 2: Xét phương trình đặc trưng

$$\begin{aligned} X^2 - 3X + 2 &= 0 \Leftrightarrow (X - 1)(X - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} X = 1 \\ X = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra, dãy số cần tìm có dạng $u_n = \alpha \cdot 1^n + \beta \cdot 2^n$. Theo giả thiết, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = 1 \\ \alpha + 4\beta = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Suy ra, $u_n = -2 + 3 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow T = u_{101} - u_{100} = (-2 + 3 \cdot 2^{100}) - (-2 + 3 \cdot 2^{99}) = 3 \cdot 2^{99}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 172. Cho dãy số $u_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$. Số $\frac{9}{41}$ là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 11.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải.

$$\frac{2n}{n^2 + 1} = \frac{9}{41} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ n = \frac{1}{9} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 173. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 0$; $u_{n+1} = \frac{u_n + \sqrt{6u_n + 3}}{4}$ với mọi số nguyên dương n . Biết rằng a và b là hai số thực khác 0 sao cho $\lim[a^n \cdot (u_n - 1)] = b$. Giá trị của $2a + b$ là

A. 1.

B. $\sqrt{3} + 1$.

C. $2\sqrt{3} - 2$.

D. $6 - 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đặt $x_n = \sqrt{6u_n + 3} \Rightarrow x_n^2 = 6u_n + 3 \Rightarrow u_n = \frac{x_n^2 - 3}{6}$. Ta có

$$\begin{aligned} \frac{x_{n+1}^2 - 3}{6} &= \frac{1}{4} \left(\frac{x_n^2 - 3}{6} + x_n \right) \\ \Leftrightarrow 4x_{n+1}^2 - 12 &= x_n^2 - 3 + 6x_n \\ \Leftrightarrow (2x_{n+1})^2 &= (x_n + 3)^2 \\ \Leftrightarrow 2x_{n+1} &= x_n + 3 \quad (\text{vì } x_n \geq 0) \\ \Leftrightarrow 2^{n+1}x_{n+1} &= x_n 2^n + 3 \cdot 2^n \\ \Leftrightarrow y_{n+1} &= y_n + 3 \cdot 2^n \quad (\text{với } y_n = 2^n x_n) \\ \Leftrightarrow y_{n+1} &= y_1 + 3(2^n + 2^{n-1} + \dots + 2) \\ \Leftrightarrow y_{n+1} &= y_1 + 3(2^{n+1} - 2). \end{aligned}$$

Ta có $u_1 = 0 \Rightarrow x_1 = \sqrt{3} \Rightarrow y_1 = 2\sqrt{3}$. Vậy

$$\begin{aligned} y_n &= 2\sqrt{3} - 6 + 3 \cdot 2^n \\ \Rightarrow x_n &= \frac{2\sqrt{3} - 6}{2^n} + 3 \\ \Rightarrow \frac{x_n^2 - 3}{6} &= \frac{8 - 4\sqrt{3}}{2^{2n}} + \frac{2\sqrt{3} - 6}{2^n} + 1 \\ \Rightarrow u_n - 1 &= \frac{1}{2^n} \left(\frac{8 - 4\sqrt{3}}{2^n} + 2\sqrt{3} - 6 \right) \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2\sqrt{3} - 6 \end{cases} \\ \Rightarrow 2a + b &= 2\sqrt{3} - 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 174. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = 3u_n + 10$ với mọi $n \geq 1$. Biết rằng tồn tại $a, b \in \mathbb{R}$ sao cho $u_n = a3^{n-1} + b$ với mọi $n \geq 2$. Tính $T = a^2 + b^2$.

A. 36.

B. 29.

C. 25.

D. 61.

Lời giải.

Ta có $u_2 = 13, u_3 = 49 \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 13 \\ 9a + b = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -5 \end{cases}$. Vậy $T = 36 + 25 = 61$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 175. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1, u_2 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + u_{n-1}}{2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Tính u_{2018} .

A. $u_{2018} = \frac{5 \cdot 2^{2019} + 1}{3 \cdot 2^{2019}}$.

B. $u_{2018} = \frac{5 \cdot 2^{2018} + 1}{3 \cdot 2^{2018}}$.

C. $u_{2018} = \frac{5 \cdot 2^{2016} + 1}{3 \cdot 2^{2016}}$.

D. $u_{2018} = \frac{5 \cdot 2^{2017} + 1}{3 \cdot 2^{2017}}$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = \frac{u_n + u_{n-1}}{2} \Rightarrow u_n + u_{n-1} = 2u_{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}(u_n - u_{n-1})$.

Đặt $v_n = u_n - u_{n-1}$. Khi đó (v_n) là một cấp số nhân với công bội $-\frac{1}{2}, \forall n \geq 2$.

$$\Rightarrow v_2 + v_3 + \dots + v_n = u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_n - u_{n-1} = u_n - u_1$$

$$\Rightarrow v_2 \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = u_n - 1 \Rightarrow u_n = 1 + \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}.$$

Thế $n = 2018$ vào ta được $u_{2018} = \frac{5 \cdot 2^{2016} + 1}{3 \cdot 2^{2016}}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 176. Lãi suất gửi tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác Mạnh gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng. Sau 6 tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9%/tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6%/tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác Mạnh không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (ta gọi đó là lãi kép). Sau một năm gửi tiền, bác Mạnh rút được số tiền là bao nhiêu? (Biết trong khoảng thời gian này bác Mạnh không rút tiền ra).

A. 5436521,164 đồng. B. 5452771,729 đồng. C. 5436566,169 đồng. D. 5452733,453 đồng.

Lời giải.

Gọi a là lãi suất mỗi tháng, m là số tháng gửi tiền, t là số tiền ban đầu.

Sau 1 tháng số tiền nhận được là $t(1 + a)$.

Sau 2 tháng số tiền nhận được là $[t(1 + a)](1 + a) = t(1 + a)^2$

...

Sau m tháng số tiền nhận được là $t(1 + a)^m$.

Vậy số tiền bác Mạnh thu được là $5(1 + 0,7\%)^6(1 + 0,9\%)^3(1 + 0,6\%)^3 = 5452733,453$ (đồng).

Chọn đáp án **D** □

Câu 177. Cho dãy số (u_n) ($n \in \mathbb{N}$) có tổng của n số hạng đầu của dãy là $S_n = \frac{5n^2 - 3n}{2}$. Tính giá

trị của biểu thức $T = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48} u_{49}} + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$.

A. $T = \frac{9}{246}$.

B. $T = 106$.

C. $T = \frac{49}{246}$.

D. $T = \frac{4}{23}$.

Lời giải.

Ta có $u_n = S_n - S_{n-1} = \frac{5n^2 - 3n}{2} - \frac{5(n-1)^2 - 3(n-1)}{2} = 5n - 4$.

Suy ra $\frac{1}{u_k u_{k+1}} = \frac{1}{(5k-4)(5k+1)} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{5k-4} - \frac{1}{5k+1} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{u_k} - \frac{1}{u_{k+1}} \right)$.

$$\begin{aligned}
\text{Do đó, ta có } T &= \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \cdots + \frac{1}{u_{48} u_{49}} + \frac{1}{u_{49} u_{50}} \\
&= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \cdots + \frac{1}{u_{48}} - \frac{1}{u_{49}} + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \right) \\
&= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} \right) \\
&= \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{246} \right) = \frac{49}{246}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 178. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log_2 u_1^2 - \sqrt{\log_2 u_1 + 1} = 4$ và $u_{n+1} = u_n + \left(\frac{1}{2}\right)^n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Tổng các giá trị của n để $u_n < \frac{899}{100}$ bằng

A. 28 .

B. 21 .

C. 36 .

D. 45 .

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}
u_{n+1} &= u_n + \left(\frac{1}{2}\right)^n \\
&= (u_{n+1} - u_n) + (u_n - u_{n-1}) + \cdots + (u_2 - u_1) + u_1 \\
&= \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + u_1 \\
&= 1 - \frac{1}{2^n} + u_1
\end{aligned}$$

$$\text{Xét } \log_2 u_1^2 - \sqrt{\log_2 u_1 + 1} = 4 \Leftrightarrow \log_2 u_1^2 - \sqrt{\log_2 u_1 + 1} - 4 = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\log_2 u_1 + 1}, t \geq 0 \Rightarrow \log_2 u_1 = t^2 - 1 \text{ ta được phương trình } 2t^2 - t - 6 = 0 \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{3}{2} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 2 \text{ thì } \sqrt{\log_2 u_1 + 1} = 2 \Leftrightarrow \log_2 u_1 = 3 \Leftrightarrow u_1 = 8.$$

$$\text{Ta có } u_n = 9 - \frac{1}{2^{n-1}} < \frac{899}{100} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} > \frac{1}{100} \Leftrightarrow n < 1 + \log_2 \frac{1}{\frac{1}{100}} \approx 7,7.$$

Do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ nên tổng các giá trị thỏa mãn là 28.

Chọn đáp án **A** □

Câu 179. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tính số hạng thứ 2018 của dãy số trên.

A. $u_{2018} = 6 \cdot 2^{2017} - 5$.

B. $u_{2018} = 6 \cdot 2^{2018} - 5$.

C. $u_{2018} = 6 \cdot 2^{2017} + 1$.

D. $u_{2018} = 6 \cdot 2^{2017} + 5$.

Lời giải.

$$\text{Do giả thiết } u_{n+1} = 2u_n + 5 \Leftrightarrow u_{n+1} + 5 = 2(u_n + 5) \quad (*).$$

Đặt $v_n = u_n + 5$ từ (*) ta có $v_{n+1} = 2v_n \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Do đó dãy số (v_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 2$ và $v_1 = 6$.

$$\text{Khi đó } u_{2018} = v_{2018} - 5 = v_1 \cdot q^{2017} - 5 = 6 \cdot 2^{2017} - 5.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 180. Cho dãy số u_n thỏa mãn $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$ và $u_n = 3u_{n-1}, \forall n \geq 2$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ bằng

A. 192.

B. 191.

C. 176.

D. 177.

Lời giải.

Từ $u_n = 3u_{n-1}, \forall n \geq 2 \Rightarrow (u_n)$ là một cấp số nhân với công bội $q = 3$.

suy ra $u_n = u_1 \cdot 3^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Xét $\log u_5 - 2 \log u_2 = 2(1 + \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1})$.

Đặt $t = \sqrt{\log u_5 - 2 \log u_2 + 1}, t \geq 0$.

Từ giả thiết $t^2 - 1 = 2(1 + t) \Rightarrow \begin{cases} t = -1 & (\text{loại}) \\ t = 3 & (\text{thỏa mãn}) \end{cases}$.

Khi đó: $\log u_5 - 2 \log u_2 + 1 = 9 \Leftrightarrow \log \frac{u_5}{u_2^2} = 8 \Leftrightarrow \frac{u_5}{u_2^2} = 10^8 \Leftrightarrow u_1 = \frac{3^2}{10^8}$.

Suy ra $u_n = \frac{3^2}{10^8} \cdot 3^{n-1} = \frac{3^{n+1}}{10^8}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Có $u_n < 7^{100} \Leftrightarrow \frac{3^{n+1}}{10^8} < 7^{100} \Leftrightarrow n + 1 < \log_3(7^{100} \cdot 10^8) \Rightarrow n < 192,8916$.

Như vậy, giá trị lớn nhất của n để $u_n < 7^{100}$ là $n = 192$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 181. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}; u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của dãy số đó. Tính S_{2018} .

A. $S_{2018} = \frac{2019}{2018}$.

B. $S_{2018} = \frac{2017}{2018}$.

C. $S_{2018} = \frac{4036}{4037}$.

D. $S_{2018} = \frac{4038}{4037}$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_n} + 4n + 2.$$

Từ đó, suy ra

$$\frac{1}{u_1} = \frac{3}{2}; \frac{1}{u_2} = \frac{1}{u_1} + 6; \dots; \frac{1}{u_n} = \frac{1}{u_{n-1}} + 4n - 2.$$

Cộng vế với vế, ta có

$$\begin{aligned} \frac{1}{u_n} &= \frac{1}{u_1} + 6 + 10 + \dots + 4n + 2 \\ &= \frac{3}{2} + \frac{[2 \cdot 6 + (n-2)4](n-1)}{2} = \frac{(2n-1)(2n+1)}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S_{2018} = u_1 + u_2 + \dots + u_{2018} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{4037} = \frac{4036}{4037}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 182. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 2017 \sin \frac{n\pi}{2} + 2018 \cos \frac{n\pi}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $u_{n+9} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $u_{n+15} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_{n+12} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_{n+6} = u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \text{— } u_{n+6} &= 2017 \sin \frac{(n+6)\pi}{2} + 2018 \cos \frac{(n+6)\pi}{3} \\ &= 2017 \sin \left(\frac{n\pi}{2} + 3\pi \right) + 2018 \cos \left(\frac{n\pi}{3} + 2\pi \right) \\ &= -2017 \sin \frac{n\pi}{2} + 2018 \cos \frac{n\pi}{3} \\ &\neq u_n. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{--- } u_{n+9} &= 2017 \sin \frac{(n+9)\pi}{2} + 2018 \cos \frac{(n+9)\pi}{3} \\
 &= 2017 \sin \left(\frac{n\pi}{2} + \frac{9\pi}{2} \right) + 2018 \cos \left(\frac{n\pi}{3} + 3\pi \right) \\
 &= 2017 \cos \frac{n\pi}{2} - 2018 \cos \frac{n\pi}{3} \\
 &\neq u_n.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{--- } u_{n+12} &= 2017 \sin \frac{(n+12)\pi}{2} + 2018 \cos \frac{(n+12)\pi}{3} \\
 &= 2017 \sin \left(\frac{n\pi}{2} + 6\pi \right) + 2018 \cos \left(\frac{n\pi}{3} + 4\pi \right) \\
 &= 2017 \sin \frac{n\pi}{2} + 2018 \cos \frac{n\pi}{3} \\
 &= u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 183. Cho hai cấp số cộng $(x_n) : 4, 7, 10, 13, \dots$ và $(y_n) : 1, 6, 11, 16, \dots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng chung?

A. 672.

B. 673.

C. 403.

D. 404.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (x_n) là $x_n = 4 + (n-1) \cdot 3$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (y_n) là $y_m = 1 + (m-1) \cdot 5$.

Để có số hạng chung trong hai cấp số cộng thì

$$x_n = y_m \Leftrightarrow 4 + 3(n-1) = 1 + 5(m-1) \Leftrightarrow 5m - 3n - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 + 3t \\ n = 5t. \end{cases}$$

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên $t \in \mathbb{N}^*$.

Theo yêu cầu bài toán thì

$$\begin{cases} 1 \leq m \leq 2018 \\ 1 \leq n \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq 1 + 3t \leq 2018 \\ 1 \leq 5t \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq t \leq \frac{2017}{3} \\ \frac{1}{5} \leq t \leq \frac{2018}{5} \end{cases} \Leftrightarrow t \in \{1, 2, \dots, 403\}.$$

Vậy có tất cả 403 số hạng chung trong 2018 số hạng đầu của hai cấp số cộng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 184. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 1, u_{n+1} = u_n + n(n+1), \forall n \geq 1$. Gọi n_0 là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn $u_{n_0} \geq 33300$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $n_0 \in [45; 60]$.

B. $n_0 \in [65; 80]$.

C. $n_0 \in [85; 100]$.

D. $n_0 \in [105; 120]$.

Lời giải.

Ta có

$$u_2 - u_1 = 1 \cdot 2$$

$$u_3 - u_2 = 2 \cdot 3$$

$$u_4 - u_3 = 3 \cdot 4$$

$$\dots\dots$$

$$u_n - u_{n-1} = (n-1) \cdot n.$$

Cộng theo từng vế các đẳng thức trên ta được

$$u_n - u_1 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + (n-1) \cdot n. \quad (3)$$

Ta có

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + (n-1) \cdot n \\ = & \frac{1 \cdot 2 \cdot (3-0) + 2 \cdot 3 \cdot (4-1) + 3 \cdot 4 \cdot (5-2) + \cdots + (n-1) \cdot n \cdot (n+1 - (n-2))}{3} \\ = & \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \cdots + (n-1) \cdot n \cdot (n+1)}{3} \\ & - \frac{1 \cdot 2 \cdot 0 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \cdots + (n-2) \cdot (n-1) \cdot n}{3} \\ = & \frac{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}{3} = \frac{n^3 - n}{3}. \end{aligned}$$

Từ (??) suy ra $u_n = 1 + \frac{n^3 - n}{3} = \frac{n^3 - n + 3}{3}$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} & u_n \geq 33300 \\ \Leftrightarrow & \frac{n^3 - n + 3}{3} \geq 33300 \\ \Leftrightarrow & n^3 - n - 99897 \geq 0 \\ \Leftrightarrow & n \geq 46,407. \end{aligned}$$

Vậy $n_0 = 47 \in [45; 60]$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 185. Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{\sqrt{4u_n^2 + 3}}{2}, n \geq 1 \end{cases}$. Tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_{1000}^2$ bằng

A. 278325. B. 325097. C. $V = 375625$. D. 350490.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = \frac{\sqrt{4u_n^2 + 3}}{2}$, suy ra $4u_{n+1}^2 = 4u_n^2 + 3$. (1)

Đặt $v_n = (2u_n)^2$. Khi đó (1) trở thành $v_{n+1} = v_n + 3$ và $v(1) = 4$. Từ đó suy ra dãy số (v_n) là cấp số cộng với công sai $d = 3$. Do đó

$$\begin{aligned} S &= u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_{1000}^2 \\ &= \frac{1}{4} \cdot (v_1 + v_2 + \cdots + v_{1000}) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{(v_1 + v_{1000}) 1000}{2} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{(v_1 + v_1 + 999d) 1000}{2} \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{(4 + 4 + 999 \cdot 3) 1000}{2} \\ &= 375625. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 186. Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-5)^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $u_4 = 625$. B. $u_3 = 125$. C. $u_6 = -15625$. D. $u_8 = -5^8$.

Lời giải.

Ta có $u_4 = (-5)^4 = 625$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 187. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} (n \geq 1)$, tính số hạng thứ 33 của dãy.

- A. 278788. B. 278786. C. 278786. D. 278785.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_1 &= (u_{n+1} - u_n) + (u_n - u_{n-1}) + \cdots + (u_2 - u_1) \\ &= n^3 + (n-1)^3 + (n-2)^3 + \cdots + 1^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}. \end{aligned}$$

Thay $n = 32$, ta được $u_{33} = 278785$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 188. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}, \forall n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_1 + u_2 + \cdots + u_n > \frac{2017}{2018}$ là

- A. 1010. B. 2018. C. 2017. D. 1009.

Lời giải.

Ta chứng minh

$$u_n = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}, \forall n \geq 1 \quad (4)$$

Thật vậy

- Với $n = 1$. Ta có $u_1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$. Suy ra (??) đúng với $n = 1$.
- Giả sử (??) đúng với $n = k$. Ta có

$$\begin{aligned} u_{k+1} &= \frac{u_k}{2(2k+1)u_k + 1} = \frac{\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1}}{2(2k+1)\left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1}\right) + 1} \\ &\Leftrightarrow u_{k+1} = \frac{2}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{1}{2k+1} - \frac{1}{2k+3}. \end{aligned}$$

Do đó, (??) đúng với $n = k + 1$. Suy ra

$$u_n = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}, \forall n \geq 1.$$

Suy ra

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 1 - \frac{1}{2n+1} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2n+1} > \frac{2017}{2018} \Leftrightarrow n > \frac{2017}{2}$$

Mà $n \in \mathbb{N} \Rightarrow \min n = 1009$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 189. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = \sqrt{2}$ và $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ với mọi $n \geq 1$. Tìm u_{2018} .

A. $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2017}}$.

B. $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2019}}$.

C. $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2018}}$.

D. $u_{2018} = 2$.

Lời giải.

Ta chứng minh bằng phương pháp quy nạp số hạng tổng quát của dãy là $u_n = 2 \cos \frac{\pi}{2^{n+1}}$.

Để thấy, với $n = 1$ ta có $u_1 = \sqrt{2}$ (đúng).

Giả sử mệnh đề đúng với $n = k, \forall k \in \mathbb{N}^*$ nghĩa là $u_k = 2 \cos \frac{\pi}{2^{k+1}}$ ta phải chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$ nghĩa là $u_{k+1} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{k+2}}$.

$$\text{Thật vậy, } u_{k+1} = \sqrt{2 + u_k} = \sqrt{2 + 2 \cos \frac{\pi}{2^{k+1}}} = \sqrt{4 \cos^2 \frac{\pi}{2^{k+2}}} = 2 \cos \frac{\pi}{2^{k+2}}.$$

Áp dụng công thức tổng quát trên ta có $u_{2018} = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2^{2019}}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 190. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 3u_{n-1} + 4, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 3^{100}$.

A. 102.

B. 100.

C. 103.

D. 101.

Lời giải.

Ta có

$$u_1 + 2 = 3$$

$$u_2 + 2 = 3(u_1 + 2)$$

$$u_3 + 2 = 3(u_2 + 2)$$

$$u_4 + 2 = 3(u_3 + 2)$$

...

$$u_n + 2 = 3(u_{n-1} + 2)$$

Nhân hai vế các đẳng thức lại ta được $u_n + 2 = 3^n \Rightarrow u_n = 3^n - 2$.

Từ đó suy ra $u_n > 3^{100} \Leftrightarrow 3^n - 2 > 3^{100} \Rightarrow n > 100$.

Vậy $n = 101$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 191. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \end{cases} (n \geq 1)$. Tính tổng $S = u_{2018} - 2u_{2017}$.

A. $S = 2015 - 3 \cdot 4^{2017}$.

B. $S = 2016 - 3 \cdot 4^{2018}$.

C. $S = 2016 + 3 \cdot 4^{2018}$.

D. $S = 2015 + 3 \cdot 4^{2017}$.

Lời giải.

$$\text{Dãy số } (u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \end{cases} (*), (n \geq 1).$$

$$\text{Đặt } u_{n+1} = v_{n+1} - n \Rightarrow \begin{cases} u_1 = v_1 = 2 \\ u_n = v_n - (n - 1). \end{cases}$$

Thay vào (*) ta được

$$v_{n+1} - n + 4v_n - 4(n - 1) = 4 - 5n \Rightarrow v_{n+1} + 4v_n = 0 \Rightarrow v_{n+1} = -4v_n.$$

Ta có

$$\begin{aligned}v_1 &= 2 \\v_2 &= (-4) \cdot v_1 = (-4) \cdot 2 \\v_3 &= (-4) \cdot v_2 = (-4)^2 \cdot 2 \\&\dots \\v_{n+1} &= (-4)^n \cdot 2.\end{aligned}$$

Suy ra $u_{n+1} = v_{n+1} - n = (-4)^n \cdot 2 - n$.

Khi đó
$$\begin{cases} u_{2018} = (-4)^{2017} \cdot 2 - 2017 \\ u_{2017} = (-4)^{2016} \cdot 2 - 2016 \end{cases}.$$

Vậy

$$\begin{aligned}u_{2018} - 2u_{2017} &= -8 \cdot (-4)^{2016} - 2017 - 4 \cdot (-4)^{2016} + 2 \cdot 2016 \\&= 2015 - 12 \cdot (-4)^{2016} \\&= 2015 - 3 \cdot 4^{2017}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 192. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn điều kiện $x_1 = 1, x_{n+1} - x_n = \frac{1}{n(n+1)}, n = 1, 2, 3, \dots$. Số hạng x_{2018} bằng

A. $x_{2018} = \frac{4036}{2018}$. B. $x_{2018} = \frac{4035}{2018}$. C. $x_{2018} = \frac{4037}{2018}$. D. $x_{2018} = \frac{4034}{2018}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}x_{n+1} - x_n &= \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{n-1} (x_{k+1} - x_k) = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\&\Leftrightarrow x_n - x_1 = 1 - \frac{1}{n} \\&\Leftrightarrow x_n = \frac{2n-1}{n}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 193. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \sin \frac{n\pi}{2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $S_{2020} = 0$. B. $S_{2019} > 0$. C. $S_{2017} < 0$. D. $S_{2018} = 0$.

Lời giải.

— Với $n = 2k$ ($k \geq 1, k \in \mathbb{N}$) thì $u_n = u_{2k} = \sin k\pi = 0$ hay $u_2 = u_4 = \dots = u_{2020} = 0$.

— Với $n = 2k+1$ ($k \geq 0, k \in \mathbb{N}$) thì $u_n = u_{2k+1} = \sin \frac{(2k+1)\pi}{2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + k\pi \right)$.

— Khi k chẵn thì $u_1 = u_5 = \dots = u_{2017} = 1$ (có 505 số hạng).

— Khi k lẻ thì $u_3 = u_7 = \dots = u_{2019} = -1$ (có 505 số hạng).

Vậy $S_{2020} = 0; S_{2019} = 0; S_{2017} = 1; S_{2018} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 194. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 2018$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n < \frac{1}{2018}$ bằng

A. 4072326.

B. 4072324.

C. 4072325.

D. 4072327.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có

$$\frac{1}{u_{n+1}^2} = \frac{1}{u_n^2} + 1.$$

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n^2}$ khi đó $v_1 = \frac{1}{2018^2}$ và $v_{n+1} = v_n + 1$. Vậy (v_n) là một cấp số cộng.

Ta có $v_n = \frac{1}{2018^2} + (n-1)$. Vậy từ đó suy ra $u_n = \frac{2018}{\sqrt{1 + (n-1) \cdot 2018^2}}$.

Theo giả thiết ta có

$$\frac{2018}{\sqrt{1 + (n-1) \cdot 2018^2}} < \frac{1}{2018} \Leftrightarrow n > \frac{2018^4 - 1}{2018^2} + 1 = 4072325 - \frac{1}{2018^2}.$$

Vậy n nhỏ nhất bằng 4072325.

Chọn đáp án **C** □

Câu 195. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$ và $u_4 = 8$. Tính u_{10} .

A. 128.

B. 256.

C. 1024.

D. 512.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$. Từ đây suy ra $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 2^9 = 512$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 196. Cho dãy số (x_n) xác định bởi $x_1 = \sqrt{2}$, $x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. (x_n) là dãy số giảm.B. (x_n) là cấp số nhân.C. $\lim x_n = +\infty$.D. $\lim x_n = 2$.**Lời giải.**

— Ta có $x_1 = \sqrt{2} < x_2 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$ nên $x_n < x_{n+1}$ khi $n = 1$.

Giả sử có $x_k < x_{k+1}$. Suy ra $x_{k+1} = \sqrt{2 + x_k} < \sqrt{2 + x_{k+1}} = x_{k+2}$. Vậy (x_n) tăng $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

— Với mọi số nguyên dương n , ta có $x_{n+1} > x_n \Leftrightarrow \sqrt{2 + x_n} > x_n$.

Do $x_n > 0$ suy ra $2 + x_n > x_n^2 \Leftrightarrow x_n^2 - x_n - 2 < 0 \Leftrightarrow 0 < x_n < 2$.

Do đó x_n bị chặn trên.

— Vì (x_n) tăng và bị chặn trên nên (x_n) có giới hạn hữu hạn. Gọi giới hạn này là a .

$$\text{Ta có } x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n} \Rightarrow \lim x_{n+1} = \lim \sqrt{2 + x_n} \Rightarrow a = \sqrt{2 + a} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ a^2 = 2 + a \end{cases} \Rightarrow a = 2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 197. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = n + u_n \forall n \geq 1$. Tính giá trị của u_{218} .

A. 23436.

B. 2381.

C. 46872.

D. 23653.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta có $u_{n+1} - u_n = n \forall n \geq 1$. Suy ra $u_{218} = (u_{218} - u_{217}) + (u_{217} - u_{216}) + \dots + (u_2 - u_1) + u_1 = 217 + 216 + \dots + 1 = \frac{217 \cdot 218}{2} = 23653$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 198. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $u_n = -\frac{n+1}{n}$. B. $u_n = -\frac{n-1}{n}$. C. $u_n = \frac{n+1}{n}$. D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_1 &= -2 \\ u_2 &= -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \\ u_3 &= -2 + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3} \\ u_4 &= -2 + \frac{3}{4} = -\frac{5}{4} \\ &\dots \end{aligned}$$

Sử dụng phương pháp quy nạp ta chứng minh $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Thật vậy, ta có $u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} = -2 + \frac{n}{n+1} = -\frac{n+2}{n+1}$ suy ra điều phải chứng minh.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 199. Cho dãy số (x_n) có $x_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $x_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+1}$. B. $x_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

C. $x_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. D. $x_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+5}$.

Lời giải.

Ta có $x_{n+1} = \left(\frac{n+1-1}{n+1+1}\right)^{2(n+1)+3} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 200. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = 3^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n-1}$. D. $u_n = n^{n+1}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$.

Do đó dãy số (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 3$.

Vậy số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 201. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1, u_2 = 2, u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} + 1, \forall n \geq 2$. Tính u_{2018} .

A. 2018. B. 4608289. C. 2035154. D. 2017.

Lời giải.

Ta có $u_n - u_{n-1} = u_{n-1} - u_{n-2} + 1 = u_{n-2} - u_{n-3} + 2 = \dots = u_2 - u_1 + n - 2 = n - 1$

suy ra $u_n = u_{n-1} + n - 1 + u_{n-2} + n - 2 + n - 1 = \dots = u_1 + 1 + 2 + \dots + n - 1 = 1 + \frac{n(n-1)}{2}$.

Ta có $u_{2018} = 1 + \frac{2018 \cdot 2017}{2} = 2035154$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 202. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = 2n$.

C. $u_n = n^3 - 1$.

D. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$.

Lời giải.

Xét dãy $u_n = \frac{2n+1}{n-1} = 2 + \frac{3}{n-1}$.

$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{3}{n} - \frac{3}{n-1} = \frac{-3}{n(n-1)} < 0, \forall x \in \mathbb{N}^*$.

Do đó dãy $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ là dãy số giảm.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 203. Trong các dãy số sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$.

B. $u_n = 2n + \sin n$.

C. $u_n = n^2$.

D. $u_n = n^3 - 1$.

Lời giải.

Ta xét $u_n = \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2 \forall n$ mặt khác $u_n = 2 - \frac{1}{n+1} > 2 - 1 = 1$.

Do đó $1 < u_n < 2$ nên dãy $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ bị chặn.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 204. Trong mặt phẳng cho tập hợp S gồm 2018 điểm phân biệt sao cho ba điểm bất kì đều không thẳng hàng. Hỏi có tất cả bao nhiêu véc-tơ khác véc-tơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc S ?

A. 4070360.

B. 2035153.

C. 4167114.

D. 4070306.

Lời giải.

Số véc-tơ khác véc-tơ không có điểm đầu điểm cuối là các điểm thuộc tập S là $A_{2018}^2 = 4070306$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 205. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 4u_n(1 - u_n)$ với mọi $n = 1, 2, \dots$. Có bao nhiêu giá trị của a để $u_{2018} = 0$?

A. 3.

B. $2^{2017} + 1$.

C. $2^{2016} + 1$.

D. $2^{2018} + 1$.

Lời giải.

— Nếu $a < 0$ hoặc $a > 1$ thì $u_n < 0 \forall n \geq 2$, nên $u_{2018} \neq 0$.

— Xét $0 \leq a \leq 1$. Đặt $a = \sin^2 \alpha$ với $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó, ta chứng minh được $u_n = \sin^2 2^{n-1} \alpha$. Do

đó, $u_{2018} = \sin^2 2^{2017} \alpha$. Suy ra $\sin 2^{2017} \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{k\pi}{2^{2017}}$.

Mà $\alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ nên $0 \leq k \leq 2^{2016}$. Do đó có $2^{2016} + 1$ giá trị k và đó cũng chính là số giá trị của a .

Chọn đáp án **C**

□

Câu 206. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số này.

A. $u_n = 2^n$.

B. $u_n = n^{n-1}$.

C. $u_n = 2$.

D. $u_n = 2^{n+1}$.

Lời giải.

Ta có $u_n = 2u_{n-1} = 2 \cdot 2u_{n-2} = \dots = 2^{n-1} \cdot u_1 = 2^n$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 207. Trong các dãy số (u_n) sau đây, hãy chọn dãy số bị chặn.

- A. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$. B. $u_n = 2^n + 1$. C. $u_n = n + \frac{1}{n}$. D. $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Lời giải.

Ta có $0 < \frac{n}{n+1} < \frac{n+1}{n+1} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy $u_n = \frac{n}{n+1}$ là dãy bị chặn.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 208. Trong các số hạng tổng quát sau, đâu là số hạng tổng quát của một dãy số giảm?

- A. $u_n = \frac{2n+1}{n}$. B. $u_n = n^3 - 1$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = 2n$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Do đó dãy số có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n}$ là dãy số giảm.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 209. Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số bị chặn?

- A. (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$. B. (u_n) với $u_n = 2n + \sin(n)$.
C. (u_n) với $u_n = n^2$. D. (u_n) với $u_n = n^3 - 1$.

Lời giải.

Ta có $|u_n| = \left| \frac{2n+1}{n+1} \right| < \left| \frac{2n+2}{n+1} \right| = 2, \forall x \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ là dãy bị chặn.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 210. Dãy số nào sau đây giảm?

- A. $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$. B. $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$. D. $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{5-3x}{2x+3}, f'(x) = \frac{-19}{(2x+3)^2} < 0, \forall x > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$. Do

đó $f(n) > f(n+1) \Leftrightarrow u_n > u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}$ là dãy giảm.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 211. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n + \frac{1}{n}$. B. $u_n = 2^n + 1$. C. $u_n = \frac{n}{n+1}$. D. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.

Lời giải.

Ta có $u_n = \frac{n}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$ và $u_n > 0$ nên dãy số $u_n = \frac{n}{n+1}$ là dãy số bị chặn.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 212. Một vi sinh đặc biệt X có cách sinh sản vô tính kì lạ, sau một giờ thì đẻ một lần, đặc biệt sống được tới giờ thứ n (với n là số nguyên dương) thì ngay lập tức thời điểm đó nó đẻ một lần ra 2^n con X khác, tuy nhiên do chu kì của con X ngắn nên ngay sau khi đẻ xong lần thứ 2, nó lập tức chết. Hỏi rằng, nếu tại thời điểm ban đầu có đúng 1 con thì sau 5 giờ có bao nhiêu con sinh vật X đang sống?

- A. 336. B. 256. C. 32. D. 96.

Lời giải.

Gọi s_n là số lượng con X được sinh ra tại thời gian thứ n , $n \in \mathbb{N}^*$ và $s_0 = 1$. Ta có

$$\begin{aligned} s_0 &= 1, & s_1 &= 2s_0 = 2, \\ s_2 &= 2s_1 + 4s_0 = 8, & s_3 &= 2s_2 + 4s_1 = 24, \\ s_4 &= 2s_3 + 4s_2 = 80, & s_5 &= 2s_4 + 4s_3 = 256. \end{aligned}$$

Khi đó, sau 5 giờ thì số con sinh vật X đang sống bằng $s_4 + s_5 = 336$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 213. Xác định a để 3 số $1 + 2a$; $2a^2 - 1$; $-2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

- A. Không có giá trị nào của a . B. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.
C. $a = \pm 3$. D. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Theo công thức cấp số cộng ta có: $2(2a^2 - 1) = (1 + 2a) + (-2a) \Leftrightarrow a^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 214. Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3$; $u_6 = 27$ công sai d bằng

- A. $d = 7$. B. $d = 8$. C. $d = 5$. D. $d = 6$.

Lời giải.

Ta có $u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 27 = -3 + 5d \Leftrightarrow d = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 215. Xác định a để 3 số $1 + 2a$; $2a^2 - 1$; $-2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

- A. Không có giá trị nào của a . B. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.
C. $a = \pm 3$. D. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Theo công thức cấp số cộng ta có: $2(2a^2 - 1) = (1 + 2a) + (-2a) \Leftrightarrow a^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 216. Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu của nó. Tìm số hạng tổng quát của u_n biết $S_4 = 32$, $S_{12} = 192$.

- A. $u_n = 5 + 4n$. B. $u_n = 3 + 2n$. C. $u_n = 2 + 3n$. D. $u_n = 4 + 5n$.

Lời giải.

— Ta có $S_n = (2u_1 + (n-1)d)\frac{n}{2} = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$.

— Theo giả thiết $\begin{cases} 4u_1 + 6d = 32 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2. \end{cases}$

— Suy ra $u_n = 3 + 2n$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 217. Cho cấp số cộng có số hạng thứ 3 và số hạng thứ 7 lần lượt là 6 và -2 . Tìm số hạng thứ 5.

- A. $u_5 = 4$. B. $u_5 = -2$. C. $u_5 = 0$. D. $u_5 = 2$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_3 = 6 \\ u_7 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 6 \\ u_1 + 6d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 10 \\ d = -2. \end{cases}$

Do đó $u_5 = u_1 + 4d = 2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 218. Cho cấp số cộng (u_n) . Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết rằng $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$ với $p \neq q, p, q \in \mathbb{N}^*$.

Tính giá trị biểu thức $\frac{u_{2018}}{u_{2019}}$.

A. $\frac{2018^2}{2019^2}$.

B. $\frac{4033}{4035}$.

C. $\frac{4035}{4037}$.

D. $\frac{4037}{4039}$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n) , ta có $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2} \Leftrightarrow \frac{p[2u_1 + (p-1)d]}{q[2u_1 + (q-1)d]} = \frac{p^2}{q^2}$.

$$\Rightarrow q[2u_1 + (p-1)d] = p[2u_1 + (q-1)d]$$

$$\Rightarrow 2u_1(q-p) = d(q-p) \Rightarrow \boxed{d = 2u_1}.$$

Nếu $u_1 = 0$ thì $d = 0$, suy ra $S_n = 0$ với mọi n (mâu thuẫn với giả thiết) $\Rightarrow u_1 \neq 0$.

$$\text{Vậy } \frac{u_{2018}}{u_{2019}} = \frac{u_1 + 2017d}{u_1 + 2018d} = \frac{4035u_1}{4037u_1} = \frac{4035}{4037}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 219. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = -5, d = 2$. Số 93 là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 100.

B. 44.

C. 50.

D. 75.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 93 = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow n = \frac{93 - u_1}{d} + 1 = 50.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 220. Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 3^{n+1}$.

B. $u_n = \frac{2}{n+1}$.

C. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.

D. $u_n = \frac{5n-2}{3}$.

Lời giải.

Xét dãy (u_n) với $u_n = \frac{5n-2}{3}$. Ta có

$$u_{n+1} - u_n = \frac{5(n+1)-2}{3} - \frac{5n-2}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + \frac{5}{3}.$$

Do đó, dãy số trên là cấp số cộng với công sai $d = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 221. Trong một lớp có $(2n+3)$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào một dãy ghế được đánh số từ 1 đến $(2n+3)$, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\frac{17}{1155}$. Số học sinh 1155 của lớp là

A. 27.

B. 25.

C. 45.

D. 35.

Lời giải.

Số cách các xếp học sinh vào ghế là $(2n+3)!$.

Nhận xét rằng nếu ba số tự nhiên a, b, c lập thành một cấp số cộng thì $a+c=2b$ nên $a+c$ là một số chẵn. Như vậy a, c phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Từ 1 đến $2n + 3$ có $n + 1$ số chẵn và $n + 2$ số lẻ.

Muốn có một cách xếp học sinh thỏa số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ta sẽ tiến hành như sau:

Bước 1: chọn hai ghế có số thứ tự cùng chẵn hoặc cùng lẻ rồi xếp An và Chi vào, sau đó xếp Bình vào ghế chính giữa. Bước này có $A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2$ cách.

Bước 2: xếp chỗ cho $2n$ học sinh còn lại. Bước này có $(2n)!$ cách.

Như vậy số cách xếp thỏa yêu cầu này là $(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!$.

Ta có phương trình:

$$\frac{(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!}{(2n+3)!} = \frac{17}{1155} \Leftrightarrow \frac{n(n+1) + (n+1)(n+2)}{(2n+1)(2n+2)(2n+3)} = \frac{17}{1155}$$

$$\Leftrightarrow 68n^2 - 1019n - 1104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -\frac{69}{68} \text{ (loại.)} \end{cases}$$

Vậy số học sinh của lớp là 35.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 222. Trong một lớp có $(2n + 3)$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào một dãy ghế được đánh số từ 1 đến $(2n + 3)$, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\frac{17}{1155}$. Số học sinh của lớp là

A. 27.

B. 25.

C. 45.

D. 35.

Lời giải.

Số cách sắp xếp các học sinh vào ghế là $(2n + 3)!$.

Ba số tự nhiên a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng thì $a + c = 2b$ nên $a + c$ là một số chẵn. Như vậy a, c phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Từ 1 đến $(2n + 3)$ có $n + 1$ số tự nhiên chẵn và $n + 2$ số tự nhiên lẻ.

Muốn có một cách xếp học sinh sao cho số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ta tiến hành như sau.

Bước 1: Chọn 2 ghế có số thứ tự cùng chẵn hoặc cùng lẻ rồi xếp An và Chi vào, sau đó xếp Bình vào vị trí ghế chính giữa An và Chi. Bước này có

$$A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2 \text{ cách.}$$

Bước 2: Xếp chỗ cho $2n$ học sinh còn lại, bước này có $(2n)!$ cách xếp.

Vậy số cách xếp thỏa mãn yêu cầu là $(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!$.

Theo bài ra ta có phương trình

$$\frac{(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!}{(2n+3)!} = \frac{17}{1155}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n+1) + (n+1)(n+2)}{(2n+1)(2n+2)(2n+3)} = \frac{17}{1155}$$

$$\Leftrightarrow 68n^2 - 1019n - 1104 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \text{ (thỏa mãn)} \\ n = -\frac{69}{68} \text{ (loại.)} \end{cases}$$

Vậy số học sinh trong lớp là 35 học sinh.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 223. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $u_n = 2n^2 + 3$. B. $u_n = 3^n$. C. $u_n = \sqrt{n+1}$. D. $u_n = 2n - 5$.

Lời giải.

Xét dãy số $u_n = 2n - 5$, ta có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 5 - 2n + 5 = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $u_n = 2n - 5$ là cấp số cộng với công sai $d = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 224. Dãy số $(u_n)_{n=1}^{+\infty}$ là cấp số cộng, công sai d . Tính tổng $S_{100} = u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$, $u_1 \neq 0$ là

- A. $S_{100} = 2u_1 + 99d$. B. $S_{100} = 50u_{100}$.
C. $S_{100} = 50(u_1 + u_{100})$. D. $S_{100} = 100(u_1 + u_{100})$.

Lời giải.

Ta có $S_{100} = \frac{100}{2}(u_1 + u_{100}) = 50(u_1 + u_{100})$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 225. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 22. B. 17. C. 12. D. 250.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3 \cdot 5 = 17$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 226. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng lần lượt là 5; 9; 13; 17; ... Tìm công thức số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó?

- A. $u_n = 5n - 1$. B. $u_n = 5n + 1$. C. $u_n = 4n - 1$. D. $u_n = 4n + 1$.

Lời giải.

Cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 9 - 5 = 4$, $u_1 = 5$ nên có số hạng tổng quát là

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 4(n-1) = 4n + 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 227. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu tiên $u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Tìm u_{2018} .

- A. $u_{2018} = 2^{2018}$. B. $u_{2018} = 2^{2017}$. C. $u_{2018} = 4036$. D. $u_{2018} = 4038$.

Lời giải.

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{2018} = 2 + (2018-1) \cdot 2 = 4036$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 228. Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; ... Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng.

- A. $u_n = 4n + 1$. B. $u_n = 5n - 1$. C. $u_n = 5n + 1$. D. $u_n = 4n - 1$.

Lời giải.

Số hạng đầu của dãy là $u_1 = 5$. Công sai $d = u_2 - u_1 = 9 - 5 = 4$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 4(n-1) = 4n + 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 229. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.

A. 100.

B. 110.

C. 10.

D. 90.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_{10} = \frac{10 \cdot [2u_1 + (10 - 1)d]}{2} = \frac{10 \cdot [2 \cdot 1 + (10 - 1) \cdot 2]}{2} = 100.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 230. Trong các dãy số sau đây dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = \sqrt{n+1}; n \geq 1.$

B. $u_n = 2n - 3; n \geq 1.$

C. $u_n = n^2 + 1; n \geq 1.$

D. $u_n = (-2)^{n+1}; n \geq 1.$

Lời giải.

Với mọi $n \geq 1$ ta thấy $[2(n+1) - 3] - (2n - 3) = 2$. Vậy dãy số $u_n = 2n - 3; n \geq 1$ luôn có $u_{n+1} - u_n = 2 \Rightarrow$ nó là cấp số cộng với $u_1 = -1$ và công sai là 2.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 231. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 3n^2 + 2017.$

B. $u_n = 3n + 2018.$

C. $u_n = 3^n.$

D. $u_n = (-3)^{n+1}.$

Lời giải.

Với $u_n = 3n + 2018$, ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 2018 - 3n - 2018 = 3$ là một hằng số. Vậy $u_n = 3n + 2018$ là một cấp số cộng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 232. Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

A. 81.

B. 82.

C. 80.

D. 79.

Lời giải.

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -81. \end{cases}$$

So với điều kiện, ta suy ra $n = 80$.

Vậy có tất cả là 80 hàng cây.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 233. Người ta trồng 3003 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ... Hỏi có bao nhiêu hàng cây?

A. 78.

B. 243.

C. 77.

D. 244.

Lời giải.

Giả sử có n hàng cây ($n > 0, n \in \mathbb{N}$). Theo đề bài ta có

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 3003 \Leftrightarrow \frac{n \cdot (n + 1)}{2} = 3003 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 & (\text{nhận}) \\ n = -78 & (\text{loại}). \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 234. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_n = 5n - 3$. Số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó là

- A. $u_1 = 2, d = -3$. B. $u_1 = 2, d = -5$. C. $u_1 = 2, d = 5$. D. $u_1 = 8, d = 5$.

Lời giải.

Do $u_n = 5n - 3$ nên $u_1 = 2$ và $d = u_2 - u_1 = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 235. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = 2$ và biểu thức $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số 2018 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng (u_n) ?

- A. 1011. B. 1014. C. 1013. D. 1012.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 &= (u_1 + d)^2 + (u_1 + 2d)^2 + (u_1 + 3d)^2 \\ &= (u_1 + 2)^2 + (u_1 + 4)^2 + (u_1 + 6)^2 \\ &= 3u_1^2 + 24u_1 + 56 \\ &= 3(u_1 + 4)^2 + 8 \geq 8. \end{aligned}$$

Do đó $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8 khi $u_1 = -4$.

Khi đó

$$\begin{aligned} 2018 &= u_n = u_1 + (n - 1)d \\ \Leftrightarrow 2018 &= -4 + (n - 1)2 \\ \Leftrightarrow n &= 1012. \end{aligned}$$

Vậy 2018 là số hạng thứ 1012 của cấp số cộng (u_n) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 236. Nếu cấp số cộng (u_n) với công sai d có $u_5 = 0$ và $u_{10} = 10$ thì

- A. $u_1 = -8$ và $d = -2$. B. $u_1 = 8$ và $d = -2$.
C. $u_1 = 8$ và $d = 2$. D. $u_1 = -8$ và $d = 2$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} u_5 = 0 \\ u_{10} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 0 \\ u_1 + 9d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -8 \\ d = 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **D** □

Câu 237. Cho hai cấp số cộng hữu hạn, mỗi cấp số có 100 số hạng là 4, 7, 10, 13, 16, ... và 1, 6, 11, 16, 21, ... Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số cộng trên?

- A. 20. B. 18. C. 21. D. 19.

Lời giải.

Gọi cấp số cộng thứ nhất là u_n và cấp số cộng thứ hai là v_m .

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d = 4 + 3(n-1) = 3n + 1$ và $v_m = u_1 + (m-1)d = 1 + 5(m-1) = 5m - 4$ với $m, n \in \mathbb{N}$ và $1 \leq m, n \leq 100$.

Do $u_n = v_m \Leftrightarrow 3n + 1 = 5m - 4 \Leftrightarrow 3n = 5m - 5 \Rightarrow n : 5$.

Khi đó n có dạng $5k$ với $k \in \mathbb{N}$. Do đó $\begin{cases} n = 5k \\ 5m - 5 = 15k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5k \\ m = 3k + 1. \end{cases}$

Mà $1 \leq m, n \leq 100$ nên $\begin{cases} 1 \leq 5k \leq 100 \\ 1 \leq 3k + 1 \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq k \leq 20$.

Do $k \in \mathbb{N}$ nên $k \in \{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$.

Vậy cả hai cấp số cộng có 20 số hạng chung.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 238. Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12. \end{cases}$

A. $u_n = 2n + 3$. B. $u_n = 2n - 1$. C. $u_n = 2n + 1$. D. $u_n = 2n - 3$.

Lời giải.

Gọi công sai của (u_n) là d . Ta có

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 7 \\ 2u_1 + 5d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2. \end{cases}$$

Vậy $u_n = 2n + 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 239. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. 5; 0; 0; 0; 0.

B. 1; 4; 6; 7; 10.

C. 3; 9; 27; 81; 243.

D. 1; -4; -9; -14; -19.

Lời giải.

Theo định nghĩa của cấp số cộng ta thấy dãy số 1; -4; -9; -14; -19 là một cấp số cộng do từ số hạng thứ hai trở đi các số hạng bằng số hạng đứng trước nó cộng một số không đổi $d = -5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 240. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$.

B. $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$.

C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$.

D. $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_{n-1} - 2 \Leftrightarrow u_n - u_{n-1} = -2$, suy ra (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 241. Giá trị của m để phương trình $x^3 - 3x^2 + x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2; 4)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-4; -2)$.

Lời giải.

Gọi x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của phương trình theo thứ tự lập thành cấp số cộng, suy ra $x_1 + x_3 = 2x_2$.

Theo định lý Vi-ét ta có $x_1 + x_2 + x_3 = 3$, khi đó ta nhận được hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 2x_2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases} \Rightarrow 3x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = 1.$$

Suy ra phương trình $x^3 - 3x^2 + x - m = 0$ có nghiệm bằng 1, vì vậy $m = -1$.

Với $m = -1$, ta có phương trình $x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases}$.

Dễ thấy ba nghiệm của phương trình là cấp số cộng với công sai $d = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 242. Công thức nào sau đây đúng với cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d ?

- A. $u_n = u_1 + d$. B. $u_n = u_1 + (n + 1)d$. C. $u_n = u_1 - (n + 1)d$. D. $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Lời giải.

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 , công sai d là $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 243. Cho 2 cấp số cộng (u_n) : 1; 6; 11; ... và (v_n) : 4; 7; 10; ... Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên

- A. 403. B. 402. C. 672. D. 504.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_i = 1 + (i - 1)5 = 5i - 4$ với $1 \leq i \leq 2018$, $i \in \mathbb{N}^*$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (v_n) là $v_j = 4 + (j - 1)3 = 3j + 1$ với $1 \leq j \leq 2018$, $j \in \mathbb{N}^*$.

Tồn tại số hạng chung của 2 cấp số cộng trong 2018 số hạng đầu của mỗi cấp số

$$\Leftrightarrow 5i - 4 = 3j + 1 \Leftrightarrow 3j = 5(i - 1)$$

$$\Rightarrow j:5 \Rightarrow j \in \{5; 10; \dots; 2015\}. \text{ Khi đó } 3 \leq i - 1 < j.$$

Mặt khác dãy số 5; 10; ...; 2015 cũng là một cấp số cộng có số hạng đầu $w_1 = 5$, số hạng cuối $w_n = 2015$ và công sai $d = 5$.

$$\text{Ta có } w_n = w_1 + (n - 1)d \Leftrightarrow 2015 = 5 + (n - 1)5 \Leftrightarrow n = 403.$$

Vậy có 403 số hạng chung cần tìm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 244. Cho dãy số (u_n) có $u_1 = 1$, $u_{n+1} = u_n + 2$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. $u_5 = 9$. B. $u_3 = 4$. C. $u_2 = 2$. D. $u_6 = 13$.

Lời giải.

Từ giả thiết $u_1 = 1$, $u_{n+1} = u_n + 2$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ ta có (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 2$ nên $u_n = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Vậy } u_2 = 3, u_3 = 5, u_5 = 9, u_6 = 11.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 245. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

- A. $d = \frac{11}{3}$. B. $d = \frac{10}{3}$. C. $d = \frac{3}{10}$. D. $d = \frac{3}{11}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 246. Cho cấp số cộng 1, 8, 15, 22, 29, ... Công sai của cấp số cộng này là

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Lời giải.

Công sai của cấp số cộng này là $d = 8 - 1 = 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 247. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2018, u_2 = 2020$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- A. -2 . B. 4038 . C. 2 . D. -4038 .

Lời giải.

Ta có $d = u_2 - u_1 = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 248. Cho cấp số cộng $(u_n)_{n \geq 1}$ có $u_1 = 2018, u_2 = 2020$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- A. -2 . B. 4038 . C. 2 . D. -4038 .

Lời giải.

Ta có $d = u_2 - u_1 = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 249. Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

- A. 738.100 đồng. B. 726.000 đồng. C. 714.000 đồng. D. 750.300 đồng.

Lời giải.

Số ngày bạn An để dành tiền (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016) là $31 + 29 + 31 + 30 = 121$ ngày.

Số tiền bỏ ống heo ngày đầu tiên là $u_1 = 100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ hai là $u_2 = 100 + 1 \cdot 100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ ba là $u_3 = 100 + 2 \cdot 100$.

.....

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ n là $u_n = 100 + (n - 1) \cdot 100 = 100n$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ 121 là $u_{121} = 100 \cdot 121 = 12100$.

Sau 121 ngày thì số tiền An tích lũy được là tổng của 121 số hạng đầu của một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$, công sai $d = 100$.

Vậy số tiền An tích lũy được là $S_{121} = \frac{121}{2} (u_1 + u_{121}) = \frac{121}{2} (100 + 12100) = 738.100$ đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 250. Sinh nhật của An vào ngày 1 tháng 5. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá khoảng 600000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình. Bạn ấy quyết định bỏ ống tiết kiệm 10000 đồng vào ngày 1 tháng 1 của năm đó, sau đó cứ tiếp tục những ngày sau, mỗi ngày bạn bỏ ống tiết kiệm 5000 đồng. Biết trong năm đó, tháng 1 có 31 ngày, tháng 2 có 28 ngày, tháng 3 có 31 ngày và tháng 4 có 30 ngày. Gọi a (đồng) là số tiền An có được đến sinh nhật của mình (ngày sinh nhật An không bỏ tiền vào ống). Khi đó ta có

- A. $a \in [610000; 615000)$. B. $a \in [605000; 610000)$.
C. $a \in [600000; 605000)$. D. $a \in [595000; 600000)$.

Lời giải.

Gọi $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ (đồng) lần lượt là số tiền trong ống tiết kiệm của An sau khi bỏ tiết kiệm ngày thứ 1, thứ 2, thứ 3, ..., thứ n .

Theo bài ra ta có (u_n) lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 10000$, công sai $d = 5000$ và $n =$

$$31 + 28 + 31 + 30 = 120.$$

Do đó số tiền An có được đến ngày sinh nhật của mình là $a = u_{120} = u_1 + 119d = 10000 + 119 \cdot 5000 = 605000$ đồng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 251. Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng 5. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

- A. 738.100 đồng. B. 726.000 đồng. C. 714.000 đồng. D. 750.300 đồng.

Lời giải.

Năm 2016 là năm nhuận nên tháng 02 có 29 ngày; tháng 01 và tháng 3 mỗi tháng có 31 ngày; tháng 4 có 30 ngày.

Do đó, tổng số ngày bạn An bỏ tiền vào ống heo là $29 + 2 \times 31 + 30 = 121$ ngày. Số tiền An tích lũy được chính là tổng của 121 số hạng đầu của cấp số cộng với $u_1 = 100$ và công sai $d = 100$.

$$\text{Vậy số tiền An có được là } S_{121} = \frac{121}{2} \cdot (2 \cdot 100 + 120 \cdot 100) = 738.100 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 252. Một cấp số cộng có số hạng thứ năm và thứ chín lần lượt là 3 và 35. Tính tổng 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

- A. 203. B. 2618. C. 2610. D. 5220.

Lời giải.

Gọi u_1 và d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

$$\text{Theo đề ta có } \begin{cases} u_5 = 3 \\ u_9 = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 3 \\ u_1 + 8d = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -29 \\ d = 8. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra tổng } S_{30} = \frac{30(2u_1 + 29d)}{2} = 2610.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 253. Cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = -7$. B. $u_5 = 1$. C. $u_5 = 8$. D. $u_5 = -5$.

Lời giải.

Theo công thức số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

$$\text{Ta có: } u_5 = u_1 + 4d \Leftrightarrow u_5 = 3 + 4 \cdot (-2) = -5.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 254. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $u_n = 3n^2 + 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.
C. $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = \frac{1}{2n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Dựa vào định nghĩa cấp số cộng dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n - 3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ có $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 255. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng (u_n) đều lớn hơn 2018?

A. 288.

B. 286.

C. 287.

D. 289.

Lời giải.

Gọi u_k là số hạng bé nhất của cấp số cộng sao cho $u_k > 2018$. Ta có

$$u_k = u_1 + (k - 1) \cdot d = 3 + (k - 1) \cdot 7 = 7k - 4.$$

Mà

$$u_k > 2018 \Leftrightarrow 7k - 4 > 2018 \Leftrightarrow k > \frac{2022}{7}.$$

Do đó $k = 289$. Vậy kể từ số hạng thứ 289 thì các số hạng (u_n) đều lớn hơn 2018.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 256. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = -2$ và $u_{n+1} = u_n + 3, \forall n \geq 1$. Tính u_{12} .

A. 31.

B. 25.

C. 34.

D. 28.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} - u_n = 3, \forall n \geq 1 \Rightarrow (u_n)$ là một cấp số cộng.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) là $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Với $u_1 = -2, d = 3 \Rightarrow u_{12} = u_1 + 11d = -2 + 33 = 31$.

Vậy $u_{12} = 31$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 257. Cho $f(x) = 1 + mx^2, m \neq 0$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2019; 2019]$ để phương trình $f(f(x)) = x$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. -2037171.

B. -2035153.

C. -2039190.

D. -2401210.

Lời giải.

Phương trình tương đương với:

$$\begin{aligned} & 1 + m(1 + mx^2)^2 = x \\ \Leftrightarrow & m(1 + mx^2)^2 + 1 + mx^2 = x + mx^2 \\ \Leftrightarrow & m[(1 + mx^2)^2 - x^2] + (1 + mx^2 - x) = 0 \\ \Leftrightarrow & m(1 + mx^2 - x)(1 + mx^2 + x) + (1 + mx^2 - x) = 0 \\ \Leftrightarrow & (1 + mx^2 - x)[m(1 + mx^2 + x) + 1] = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 1 + mx^2 - x = 0 \\ m^2x^2 + mx + m + 1 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Để phương trình có bốn nghiệm phân biệt, trước tiên mỗi phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta_1 = 1 - 4m > 0 \\ m^2 \neq 0 \\ \Delta_2 = m^2 - 4m^2(m + 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{3}{4}.$$

Ta cần thêm điều kiện hai phương trình không có nghiệm chung, vậy ta sẽ đi giải hệ phương trình:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 1 + mx^2 - x = 0 \\ m^2x^2 + mx + m + 1 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} mx^2 - x + 1 = 0 \\ m(mx^2 - x + 1) + 2mx + 1 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} mx^2 - x + 1 = 0 \\ 2mx + 1 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} \frac{x}{2}(2mx + 1) - \frac{3}{2}x + 1 = 0 \\ 2mx + 1 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ m = -\frac{3}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy với $m < -\frac{3}{4}$ thì phương trình ban đầu có bốn nghiệm thực phân biệt. So với điều kiện m là số nguyên thuộc $[-2019; 2019]$ ta suy ra $m \in \{-2019; -2018; \dots -1\}$.

Đặt $S = -1 - 2 - 3 - \dots - 2019 = -(1 + 2 + 3 + \dots + 2019) = -\frac{1}{2} \cdot 2019 \cdot 2010 = -2039190$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 258. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Ta có u_4 bằng

A. 9.

B. 8.

C. 14.

D. 11.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3 \cdot 3 = 11$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 259. Cho cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Tính số hạng thứ 5 của cấp số cộng.

A. $u_5 = 7$.

B. $u_5 = 16$.

C. $u_5 = 23$.

D. $u_5 = 19$.

Lời giải.

Số hạng thứ 5 của cấp số cộng đã cho là $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot 4 = 19$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 260. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -6$ và công sai $d = 4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S = 46$.

B. $S = 308$.

C. $S = 644$.

D. $S = 280$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng ta được

$$S = \frac{14}{2} (2u_1 + 13d) = 7(-6 \cdot 2 + 13 \cdot 4) = 280.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 261. Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

A. $u_n = n + 2^n, n \in \mathbb{N}^*$.

B. $u_n = 3n + 1, n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n = 3^n, n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_n = \frac{3n+1}{n+2}, n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Xét dãy số $u_n = 3n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

Ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 1 - (3n+1) = 3$ suy ra u_n là cấp số cộng với công sai $d = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 262. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên trong cấp số cộng (a_n) . Biết $S_6 = S_9$, tỉ số $\frac{a_3}{a_5}$ bằng

A. $\frac{9}{5}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng (a_n) , ta có

$$S_6 = S_9 \Leftrightarrow 3(2a_1 + 5d) = \frac{9}{2}(2a_1 + 8d) \Leftrightarrow a_1 = -7d.$$

Do đó

$$\frac{a_3}{a_5} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + 4d} = \frac{-7d + 2d}{-7d + 4d} = \frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 263. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng

A. 15.

B. 17.

C. 19.

D. 13.

Lời giải.

Ta có $u_7 = u_1 + 6d = 3 + 6 \cdot 2 = 15$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 264. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_5 bằng

A. 12.

B. 1250.

C. 22.

D. 27.

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4 \cdot 5 = 22$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 265. Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc khoảng $(0; 100\pi)$ của phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3$. Tổng các phần tử của S là

A. $\frac{7550\pi}{3}$.

B. $\frac{7525\pi}{3}$.

C. $\frac{7375\pi}{3}$.

D. $\frac{7400\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3 &\Leftrightarrow 1 + \sin x + \sqrt{3} \cos x = 3 \\ &\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \\ &\Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vì $x \in (0; 100\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 100\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{599}{12} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; \dots; 49\}$.

Tổng các nghiệm $\sum_{k=0}^{49} \left(\frac{\pi}{6} + k2\pi\right) = \frac{7375\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 266. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. 1, -2, -4, -6, -8.

B. 1, -3, -6, -9, -12.

C. 1, -3, -7, -11, -15.

D. 1, -3, -5, -7, -9.

Lời giải.

Trong các dãy số trên, dãy số 1, -3, -7, -11, -15 là một cấp số cộng vì từ trái sang phải mỗi số đứng đằng sau sẽ kém số đứng liền trước nó 4 đơn vị.

Chọn đáp án **C** □

Câu 267. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -1$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_9 bằng

A. 24.

B. 23.

C. 28.

D. 26.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d$ nên $u_9 = u_1 + 8d = -1 + 8 \times 3 = 23$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 268. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$; $u_{20} = 60$. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S_{20} = 250$.

B. $S_{20} = 200$.

C. $S_{20} = -200$.

D. $S_{20} = -25$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5. \end{cases}$$

Suy ra $S_{20} = \frac{20}{2} [2 \cdot (-35) + 19 \cdot 5] = 250$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 269. Một tấm vải được quấn 100 vòng (theo chiều dài tấm vải) quanh một lõi hình trụ có bán kính đáy bằng 5 cm. Biết rằng bề dày tấm vải là 0,3 cm. Khi đó chiều dài tấm vải gần với số nguyên nào dưới đây?

A. 150 m.

B. 120 m.

C. 125 m.

D. 130 m.

Lời giải.

Do bề dày của tấm vải là 0,3 cm nên bán kính của vòng cuộn sau sẽ lớn hơn bán kính vòng cuộn trước 0,3 cm. Từ đó chiều dài l của mảnh vải được tính theo công thức tổng n số hạng đầu của cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 2\pi \cdot 5$ và công sai $d = 2\pi \cdot 0,3$

$$l = \frac{100}{2} (2 \cdot 2\pi \cdot 5 + (100 - 1) \cdot 2\pi \cdot 0,3) \approx 12472 \text{ cm} \approx 125 \text{ m}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 270. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

A. 401.

B. 404.

C. 403.

D. 402.

Lời giải.

Ta có $u_{99} = u_1 + 98d = 11 + 98 \cdot 4 = 403$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 271. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa: $u_1 = -5$ và $u_2 = -2$. Tổng 50 số hạng đầu của cấp số cộng bằng

A. 3500.

B. 3425.

C. 6850.

D. 2345.

Lời giải.

Cấp số cộng (u_n) thỏa: $u_1 = -5$ và $u_2 = -2$ suy ra công sai $d = u_2 - u_1 = 3$.

Áp dụng công thức: $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Rightarrow S_{50} = 50 \cdot (-5) + \frac{50(50-1)}{2} \cdot 3 = 3425$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 272. Cho a và b lần lượt là số hạng thứ hai và thứ mười của một cấp số cộng có công sai d .

Giá trị của biểu thức $\log_2 \frac{b-a}{d}$ là một số nguyên có số ước tự nhiên bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải.

Gọi số hạng đầu của cấp số cộng là u_1 . Ta có

$$\log_2 \frac{b-a}{d} = \log_2 \frac{(u_1 + 9d) - (u_1 + d)}{d} = \log_2 8 = 3.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 273. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 23. B. 19. C. -13. D. 768.

Lời giải.

Do (u_n) là cấp số cộng nên $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Ta có $u_5 = u_1 + 4d = 19$.

Vậy $u_5 = 19$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 274. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_4 = 10$, $u_7 = 19$. Tìm u_{10} của cấp số cộng đó.

- A. $u_{10} = 28$. B. $u_{10} = 30$. C. $u_{10} = 31$. D. $u_{10} = 29$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d = 10 \\ u_7 = u_1 + 6d = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$. Suy ra $u_{10} = u_1 + 9d = 1 + 9 \cdot 3 = 28$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 275. Cho dãy số (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ là cấp số cộng có $u_4 + u_7 = 5$. Tính tổng 10 số hạng đầu của dãy số đó.

- A. 25. B. 50. C. 30. D. 60.

Lời giải.

Ta có $u_4 + u_7 = 5 \Leftrightarrow u_1 + 3d + u_1 + 6d = 5 \Leftrightarrow 2u_1 + 9d = 5$.

Tổng 10 số hạng đầu của dãy số là $S_{10} = 10 \cdot \frac{u_1 + u_{10}}{2} = 5 \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot 5 = 25$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 276. Cho một cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

- A. $d = \frac{10}{3}$. B. $d = \frac{11}{3}$. C. $d = \frac{3}{11}$. D. $d = \frac{3}{10}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tổng quát của cấp số cộng ta có

$$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow d = \frac{u_8 - u_1}{7} = \frac{11}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 277. Tìm tất cả các giá trị thực của x để $\cos 2x$, $\frac{1}{2} \cos 4x$, $\cos 6x$ là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

A. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$, $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}$, $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$, $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải.

Yêu cầu bài toán tương đương

$$\cos 6x + \cos 2x = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 4x \Leftrightarrow 2 \cos 4x \cos 2x = \cos 4x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 278. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng, biết $u_2 + u_{21} = 50$. Tính tổng của 22 số hạng đầu tiên của dãy.

A. 1100.

B. 50.

C. 550.

D. 2018.

Lời giải.

Ta có $u_1 + u_{22} = u_2 + u_{21} = 50 \Rightarrow S_{22} = \frac{22}{2} \cdot (u_1 + u_{22}) = 550$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 279. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng 40 số hạng đầu bằng 3320. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. 8.

B. 4.

C. -8.

D. -4.

Lời giải.

Ta có: $S_n = \frac{n \cdot [2u_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow S_{40} = \frac{40[2 \cdot 5 + 39 \cdot d]}{2} = 20(10 + 39 \cdot d)$.

Theo bài ra: $S_{40} = 3320 \Leftrightarrow 20(10 + 39d) = 3320 \Leftrightarrow d = 4$.

Vậy ta được công sai $d = 4$

Chọn đáp án **B** □

Câu 280. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S_{20} = 200$.

B. $S_{20} = -200$.

C. $S_{20} = -25$.

D. $S_{20} = 250$.

Lời giải.

Gọi u_1 và d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) .

Ta có $\begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5. \end{cases}$

Vậy $S_{20} = \frac{20}{2} (u_1 + u_{20}) = 10(-35 + 60) = 250$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 281. Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là -4 ; 1 ; 6 ; x . Khi đó giá trị của x là bao nhiêu?

A. $x = 12$.

B. $x = 10$.

C. $x = 7$.

D. $x = 11$.

Lời giải.

Cấp số cộng đã cho có công sai là $6 - 1 = 5$ nên $x = 6 + 5 = 11$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 282. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 4$ và công sai $d = 3$. Tổng 2019 số hạng đầu của cấp số cộng bằng

- A. 6118579,5. B. 6119589. C. 6122617,5. D. 6113531.

Lời giải.

Gọi S_{2019} là tổng 2019 số hạng đầu của cấp số cộng. Khi đó ta có

$$S_{2019} = \frac{2019}{2} [2u_1 + (2019 - 1)d] = \frac{2019}{2} [2 \cdot 4 + 2018 \cdot 3] = 6119589.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 283. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu tiên là 2, công sai bằng 3. Khi đó số hạng thứ 15 của cấp số cộng đó là

- A. 45. B. 31. C. 40. D. 44.

Lời giải.

Ta có số hạng thứ 15 của cấp số cộng đó là $u_{15} = u_1 + 14d = 2 + 14 \cdot 3 = 44$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 284. Một đa giác có n cạnh và có chu vi bằng 158 cm. Biết số đo các cạnh của đa giác lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3$ cm và cạnh lớn nhất có độ dài là 44 cm. Đa giác có số cạnh n bằng

- A. $n = 7$. B. $n = 5$. C. $n = 6$. D. $n = 4$.

Lời giải.

Gọi $u_1 > 0$ là số đo của cạnh nhỏ nhất và $u_n = 44$ cm là số đo của cạnh lớn nhất.

Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d \Leftrightarrow 44 = u_1 + (n - 1) \cdot 3 \Leftrightarrow u_1 = 47 - 3n$.

Chu vi của đa giác là $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = 158$.

$$\text{Do đó, } n(u_1 + 44) = 316 \Leftrightarrow n(91 - 3n) = 316 \Leftrightarrow 3n^2 - 91n + 316 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = \frac{79}{3} \end{cases}$$

Vì n là số nguyên dương lớn hơn hoặc bằng 3 nên $n = 4$.

Vậy đa giác có số cạnh $n = 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 285. Gọi S là tập tất cả các giá trị của $x \in [0; 100]$ để ba số $\sin x$, $\cos^2 x$, $\sin 3x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của tập S .

- A. 1008π . B. 496π . C. 512π . D. 1272π .

Lời giải.

Do $\sin x$, $\cos^2 x$, $\sin 3x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên $2\cos^2 x = \sin x + \sin 3x$.

Phương trình tương đương với

$$2\cos^2 x = 2\sin 2x \cos x \Leftrightarrow 2\cos^2 x = 4\sin x \cos^2 x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k_1\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + 2k_2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2k_3\pi \end{cases}$$

Do $x \in [0; 100]$ nên $k_1 \in \{0; 1; 2; \dots; 31\}$, $k_2 \in \{0; 1; 2; \dots; 15\}$, $k_3 \in \{0; 1; 2; \dots; 15\}$.

Vậy tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

$$32 \cdot \frac{\pi}{2} + (1 + 2 + \dots + 31) \cdot \pi + 16 \cdot \frac{\pi}{6} + (1 + 2 + \dots + 15) \cdot 2\pi + 16 \cdot \frac{5\pi}{6} + (1 + 2 + \dots + 15) \cdot 2\pi = 1008\pi.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 286. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, $q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy?

A. Số hạng thứ 101. B. Số hạng thứ 102. C. Số hạng thứ 103. D. Số hạng thứ 104.

Lời giải.

Vì (u_n) là cấp số nhân nên ta có

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow \frac{1}{10^{103}} = (-1) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{10}\right)^{103} = \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} \Leftrightarrow n-1 = 103 \Leftrightarrow n = 104.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 287. Một cấp số cộng (u_n) có 10 số hạng, biết $u_1 = 3$, $u_{10} = 67$. Tính tổng các số hạng của cấp số cộng (u_n) .

A. 350. B. 700. C. 175. D. 330.

Lời giải.

Gọi S là tổng của cấp số cộng (u_n) . Ta có

$$S = \frac{u_1 + u_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{3 + 67}{2} \cdot 10 = 350.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 288. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không phải** cấp số cộng?

A. 1; 1; 1; 1; 1. B. -8; -6; -4; -2; 0. C. 3; 1; -1; -2; -4. D. $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$.

Lời giải.

— 1; 1; 1; 1; 1 là 1 cấp số cộng với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 0. \end{cases}$

— -8; -6; -4; -2; 0 là 1 cấp số cộng với $\begin{cases} u_1 = -8 \\ d = -2. \end{cases}$

— $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$ là 1 cấp số cộng với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ d = 1. \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 289. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 100 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

A. 20. B. 36. C. 35. D. 15.

Lời giải.

Ta có công thức số hạng của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$.

100 là số hạng thứ n khi và chỉ khi $100 = -5 + (n-1) \cdot 3 \Leftrightarrow 3n = 108 \Leftrightarrow n = 36$.

Vậy 100 là số hạng thứ 36.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 290. Cho cấp số cộng (u_n) , có $u_1 = -2$, $u_4 = 4$. Số hạng u_6 là

A. 8. B. 6. C. 10. D. 12.

Lời giải.

Áp dụng công thức của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$, ta có

$$u_4 = u_1 + 3d \Leftrightarrow 4 = -2 + 3d \Leftrightarrow d = 2.$$

Vậy $u_6 = u_1 + 5d = -2 + 5 \cdot 2 = 8$.

Chọn đáp án 

□

Câu 291. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_5 bằng

A. 11.

B. 5.

C. 14.

D. 15.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d \Rightarrow u_5 = u_1 + 4d = 2 + 3 \times 4 = 14$.

Chọn đáp án 

□

Câu 292. Một người muốn chia 1.000.000 đồng cho bốn người con, đứa lớn hơn đứa nhỏ kế tiếp là 100.000 đồng. Hỏi đứa con lớn nhất được bao nhiêu tiền?

A. 200.000 đồng.

B. 300.000 đồng.

C. 400.000 đồng.

D. 100.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền của bốn người con theo thứ tự từ đứa lớn nhất đến đứa nhỏ nhất lập thành cấp số cộng với công sai $d = -100.000$ đồng. Mà tổng số tiền của 4 người con là 1.000.000 đồng, nên gọi số tiền của đứa lớn nhất là x thì ta có

$$\frac{4}{2}(2x + 3d) = 1.000.000 \Leftrightarrow 2(2x - 300.000) = 1.000.000 \Leftrightarrow x = 400.000.$$

Vậy đứa lớn nhất được 400.000 đồng.

Chọn đáp án 

□

Câu 293. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

A. $u_{10} = -29$.B. $u_{10} = 28$.C. $u_{10} = 25$.D. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$.

Lời giải.

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \times 3 = 25$.

Chọn đáp án 

□

Câu 294. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 50.

B. 100.

C. 44.

D. 75.

Lời giải.

$u_n = u_1 + (n - 1)d \Leftrightarrow 81 = -5 + (n - 1)2 \Leftrightarrow n = 44$.

Chọn đáp án 

□

Câu 295. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 3$, $d = 2$.B. $u_1 = 2$, $d = 3$.C. $u_1 = 2$, $d = 2$.D. $u_1 = 2$, $d = 4$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có hệ

$$\begin{aligned} & \begin{cases} u_5 = 18 \\ 4S_n = S_{2n} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 4n \cdot \frac{u_1 + u_n}{2} = 2n \cdot \frac{u_1 + u_{2n}}{2} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2(u_1 + u_n) = u_1 + u_{2n} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2[2u_1 + (n-1)d] = 2u_1 + (2n-1)d \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 - d = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 296. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

- A. $u_{10} = 28$. B. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. C. $u_{10} = 25$. D. $u_{10} = -29$.

Lời giải.

Ta có $u_{10} = u_1 + 9 \cdot d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 297. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $u_{15} = 45$. B. $u_{13} = 31$. C. $u_{10} = 35$. D. $u_{15} = 34$.

Lời giải.

Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$ và $d = 3$ nên ta có

$$u_{10} = u_1 + 9d = -22; \quad u_{13} = u_1 + 12d = 31; \quad u_{15} = u_1 + 14d = 37.$$

Từ 4 đáp án đã cho, ta thấy mệnh đề **đúng** là " $u_{13} = 31$ ".

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 298. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{2019} bằng

- A. 4040. B. 4400. C. 4038. D. 4037.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_2 + 2d \Leftrightarrow d = 2$. Khi đó $u_{2019} = u_2 + 2017d = 3 + 2017 \cdot 2 = 4037$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 299. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5$, công sai $d = 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $u_n = -5 \cdot 4^{n-1}$. B. $u_n = -5 + 4^{n-1}$.
C. $u_n = -5 + 4(n-1)$. D. $u_n = -5 \cdot 4^n$.

Lời giải.

Công thức tổng quát của cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là u_1 và công sai d là

$$u_n = u_1 + (n-1)d = -5 + 4(n-1).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 300. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = (-1)^n \cdot n$.

C. $u_n = \frac{n}{3^n}$.

D. $u_n = 2n$.

Lời giải.

Xét dãy số (u_n) với $u_n = 2n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ta có $u_{n+1} - u_n = 2(n+1) - 2n = 2$ (không đổi). Do đó dãy số này là một cấp số cộng.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 301. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_5 bằng

A. 5.

B. 11.

C. -48.

D. -10.

Lời giải.

Theo công thức cấp số cộng ta có

$$u_5 = u_1 + 4d = -3 + 4 \cdot 2 = 5.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 302. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng thứ hai $u_2 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_4 bằng

A. 8.

B. 11.

C. 14.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 + 3d = u_2 + 2d = 8$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 303. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018)$ của phương trình lượng giác $\sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4 \cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1) \sin x$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. $\frac{310408}{3}\pi$.

B. 102827π .

C. $\frac{312341}{3}\pi$.

D. 104760π .

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$2\sqrt{3}\sin^2 x - 4(\sqrt{3} + 1)\sin x + 8 + 2\sin x \cos x - 4\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(\sin x - 2)(\sqrt{3}\sin x - 2) + 2\cos x(\sin x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x + \cos x = 2 \quad (\text{Do } \sin x - 2 \neq 0.)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Do $x \in (0; 2018)$ nên $0 < \frac{\pi}{3} + k2\pi < 2018$, kết hợp với k nguyên ta suy được ra $0 \leq k \leq 321$.

Khi đó 322 nghiệm sẽ lập thành cấp số cộng với số hạng đầu tiên là $u_1 = \frac{\pi}{3}$ và số hạng thứ 322 là $u_{322} = \frac{\pi}{3} + 642\pi$.

Do đó tổng tất cả các nghiệm này là $S = \frac{322\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 642\pi\right)}{2} = \frac{310408}{3}\pi$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 304. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 4 \sin x - 2 \cos x - 4 = 0$ trong đoạn $[0; 100\pi]$.

A. 2499π .

B. 100π .

C. 2475π .

D. 2745π .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sin 2x + 4 \sin x - 2 \cos x - 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x + 2) - 2(\cos x + 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow (\cos x + 2)(2 \sin x - 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -2 & (\text{vô nghiệm}) \\ \sin x = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi & \quad (k \in \mathbb{Z}).\end{aligned}$$

$$x \in [0; 100\pi] \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 100\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{199}{4} \Leftrightarrow k \in \{0; 1; 2; \dots, 49\}.$$

Khi đó các nghiệm là $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 2\pi, \dots, \frac{\pi}{2} + 49 \cdot 2\pi$.

Tổng các nghiệm là tổng của cấp số cộng có $u_1 = \frac{\pi}{2}, u_{50} = \frac{\pi}{2} + 49 \cdot 2\pi$, công sai $d = 2\pi$.

$$\text{Vậy tổng cần tìm là } S_{50} = \frac{50}{2}(u_1 + u_{50}) = 25 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + 49 \cdot 2\pi \right) = 2475\pi.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 305. Cho cấp số cộng (u_n) : 1; 6; 11; ... có 2018 số hạng. Tính u_{100} .

A. $u_{100} = 496$.

B. $u_{100} = 491$.

C. $u_{100} = 481$.

D. $u_{100} = 486$.

Lời giải.

Ta có (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 5$ và $u_1 = 1$. Khi đó

$$u_{100} = u_1 + (100 - 1)d = 1 + 99 \cdot 5 = 496.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 306. Tìm tổng $S = 3 + 8 + 13 + \dots + 2018$.

A. $S = 408242$.

B. $S = 406221$.

C. $S = 55346$.

D. $S = 15546$.

Lời giải.

Tổng S là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 5$ và $u_n = 2018$.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n - 1)d \Leftrightarrow 2018 = 3 + (n - 1)5 \Leftrightarrow n = 404.$$

$$\text{Vậy } S = S_{404} = \frac{404(a_1 + a_{2018})}{2} = \frac{404(3 + 2018)}{2} = 408242.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 307. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$.

A. $S = \frac{9}{246}$.

B. $S = \frac{4}{23}$.

C. $S = 123$.

D. $S = \frac{49}{246}$.

Lời giải.

Giả sử d là công sai của cấp số cộng (u_n) , ta có $S_{100} = \frac{(2u_1 + 99d) \cdot 100}{2} = 24850 \Rightarrow d = 5$. Từ đó suy ra $u_{50} = u_1 + 49d = 246$.

Mặt khác, ta lại có

$$\begin{aligned} 5S &= \frac{d}{u_1 u_2} + \frac{d}{u_2 u_3} + \cdots + \frac{d}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \cdots + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{245}{246}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \frac{49}{246}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 308. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. 0, 1; 3; 7; ...

B. $u_n = 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. 1; -1; 1; -1; 1; ...

D. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải.

Xét dãy số $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ có $u_{n+1} - u_n = 2$ là một hằng số nên u_n là một cấp số cộng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 309. Từ 0 giờ đến 12 giờ trưa, đồng hồ đánh bao nhiêu tiếng chuông nếu nó chỉ đánh chuông báo giờ và số tiếng chuông bằng số giờ?

A. 80.

B. 82.

C. 78.

D. 76.

Lời giải.

Số tiếng chuông cần tìm là $1 + 2 + \cdots + 12 = \frac{12(12+1)}{2} = 78$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 310. Cho cấp số cộng (u_n) . Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. Biết rằng $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$ với $p \neq q, p, q \in \mathbb{N}^*$.

Tính giá trị của biểu thức $\frac{u_{2017}}{u_{2018}}$.

A. $\frac{4031}{4035}$.

B. $\frac{4031}{4033}$.

C. $\frac{4033}{4035}$.

D. $\frac{4034}{4035}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{u_1}{2u_1 + d} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow d = 2u_1$.

Vậy $\frac{u_{2017}}{u_{2018}} = \frac{u_1 + 2016d}{u_1 + 2017d} = \frac{\frac{d}{2} + 2016d}{\frac{d}{2} + 2017d} = \frac{4033}{4035}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 311. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 2018$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n < \frac{1}{2018}$ bằng

A. 4072325.

B. 4072324.

C. 4072326.

D. 4072327.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\frac{1}{u_{n+1}^2} = \frac{1}{u_n^2} + 1$.

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n^2}$. Khi đó $v_1 = \frac{1}{2018^2}$ và $v_{n+1} = v_n + 1$. Vậy (v_n) là một cấp số cộng.

Ta có $v_n = \frac{1}{2018^2} + (n-1)$. Vậy từ đó suy ra $u_n = \frac{2018}{\sqrt{1 + (n-1) \cdot 2018^2}}$.

Theo giả thiết ta có $\frac{2018}{\sqrt{1 + (n-1) \cdot 2018^2}} < \frac{1}{2018} \Leftrightarrow n > \frac{2018^4 - 1}{2018^2} + 1 = 4072324,9999997544$.

Vậy n nhỏ nhất bằng 4072325.

Chọn đáp án (A) □

Câu 312. Cho cấp số cộng có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Khi đó số hạng đầu tiên và công sai là

A. $u_1 = -22$, $d = 3$. B. $u_1 = -21$, $d = 3$. C. $u_1 = -21$, $d = -3$. D. $u_1 = -20$, $d = -3$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3. \end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 313. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 5 \forall n \geq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của n để $u_n < 500$.

A. 80. B. 100. C. 99. D. 82.

Lời giải.

Theo công thức về cấp số cộng thì $u_n = u_1 + 5(n-1) \forall n \geq 2$.

$\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log u_1 = 2 \\ \log u_1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 100 \\ u_1 = \frac{1}{1000}. \end{cases}$

Để n lớn nhất thỏa mãn $u_n < 500$ thì u_1 phải nhỏ nhất hay $u_1 = \frac{1}{1000}$.

Khi đó: $u_n < 500 \Leftrightarrow \frac{1}{1000} + 5(n-1) < 500 \Leftrightarrow n < 101 - \frac{1}{5000}$.

Vậy n lớn nhất là 100.

Chọn đáp án (B) □

Câu 314. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

Biết $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{x}{y}$ ($x, y \in \mathbb{N}$, phân số tối giản), tính giá trị $x + y$.

A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi $a + c = 2b$.

Ta có

$$\begin{aligned} a + c = 2b &\Leftrightarrow 2R \sin A + 2R \sin C = 4R \sin B \Leftrightarrow \sin A + \sin C = 2 \sin B \\ &\Leftrightarrow 2 \sin \frac{A+C}{2} \cos \frac{A-C}{2} = 4 \sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{A-C}{2} = 2 \sin \frac{B}{2} \\ &\Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{A+C}{2} \\ &\Leftrightarrow \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} - 2 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} \\ &\Leftrightarrow 3 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A}{2} \cos \frac{C}{2} \\ &\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Vậy $x + y = 4$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 315. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$; $u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. $u_{10} = 31$. B. $u_{10} = -23$. C. $u_{10} = -20$. D. $u_{10} = 15$.

Lời giải.

Công sai của cấp số cộng là $d = u_2 - u_1 = 1 - 4 = -3$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n - 1)d = -3n + 7$.

Khi đó $u_{10} = -3 \cdot 10 + 7 = -23$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 316. Cho (u_n) là cấp số cộng có công sai d , (S_n) là tổng của n số hạng đầu tiên. Tìm số khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- i) $u_n = u_{n-1} + d \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.
 ii) $u_n = u_1 + nd \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.
 iii) $u_n = \frac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.
 iv) $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n - 1)d] \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải.

Với (u_n) là cấp số cộng có công sai d , (S_n) là tổng của n số hạng đầu tiên. Ta có

- ① $u_n = u_{n-1} + d \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Suy ra i đúng.
 ② $u_n = u_1 + (n - 1)d \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra ii sai.
 ③ $u_n = \frac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2} \quad \forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Suy ra iii đúng.
 ④ $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n - 1)d] \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra iv đúng.

Vậy có 3 khẳng định đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 317. Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

- A. 77. B. 79. C. 76. D. 78.

Lời giải.

Gọi số cây ở hàng thứ n là u_n .

Ta có: $u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots$ và $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 3003$.

Nhận xét dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

Khi đó $S = \frac{n[2u_1 + (n - 1)d]}{2} = 3003$.

$$\text{Suy ra } \frac{n[2 \cdot 1 + (n - 1)1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n(n + 1) = 6006 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \\ n = -78 \end{cases} \Leftrightarrow n = 77$$

(vì $n \in \mathbb{N}$).

Vậy số hàng cây được trồng là 77.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 318. Biết bốn số 5; x ; 15; y theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng

- A. 50. B. 70. C. 30. D. 80.

Lời giải.

Do 5; x ; 15; y theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng nên $x = \frac{5+15}{2} = 10$.

Ngoài ra $x + y = 2 \cdot 15$ nên $y = 30 - x = 30 - 10 = 20$.

Vậy $3x + 2y = 70$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 319. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

A. $d = -3$.

B. $d = 3$.

C. $d = 5$.

D. $d = 6$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Ta có:

$$\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3. \end{cases}$$

Vậy công sai $d = 3$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 320. Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 32 và tổng các bình phương của chúng bằng 336. Tích của bốn số đó là

A. 5760.

B. 15120.

C. 1920.

D. 1680.

Lời giải.

Gọi bốn số cần tìm là $a, a + d, a + 2d, a + 3d$. Từ giả thiết ta suy ra

$$\begin{aligned} & \begin{cases} a + a + d + a + 2d + a + 3d = 32 \\ a^2 + (a + d)^2 + (a + 2d)^2 + (a + 3d)^2 = 336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 16 - 3d \\ 4a^2 + 12ad + 14d^2 = 336 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 16 - 3d \\ (16 - 3d)^2 + 6d(16 - 3d) + 14d^2 = 336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases} \\ 2a = 16 - 3d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} d = 4 \\ a = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} d = -4 \\ a = 14 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

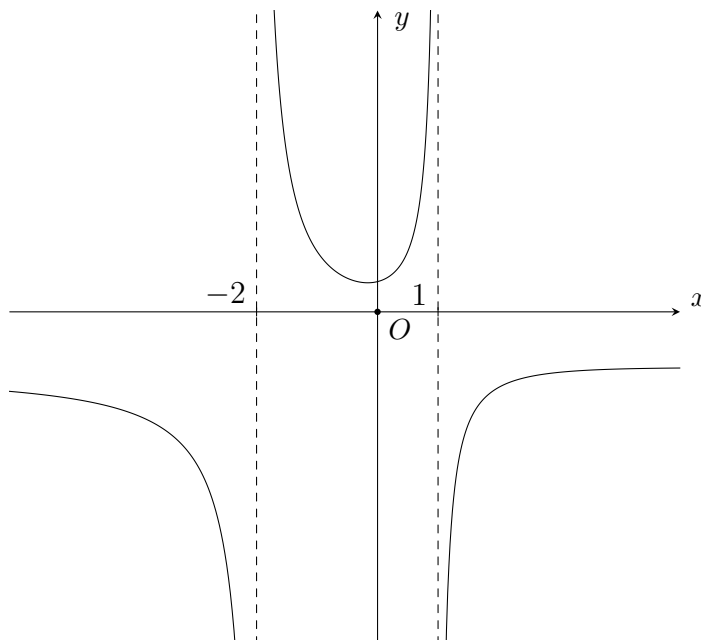
Vậy suy ra bốn số đó là 2, 6, 10, 14, nên tích của chúng là $P = 1680$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 321.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; -2)$, $(-2; 1)$, $(1; +\infty)$, $f(x)$ không xác định tại $x = -2$ và $x = 1$, $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng:



- A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$.
 B. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$.
 C. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$.
 D. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 322. Gọi S là tập hợp các nghiệm thuộc khoảng $(0; 100\pi)$ của phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3$. Tính tổng các phần tử của S .

- A. $\frac{7400\pi}{3}$. B. $\frac{7525\pi}{3}$. C. $\frac{7375\pi}{3}$. D. $\frac{7550\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3 &\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \\ &\Leftrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \\ &\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Vì $x \in (0; 100\pi)$ nên $0 < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 100\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{599}{12}$.

Suy ra $k \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 49\}$. Mà theo thứ tự tăng dần, các phần tử trong tập S lập thành cấp số cộng có 50 phần tử với $u_1 = \frac{\pi}{6}$ và công sai $d = 2\pi$.

Do đó, tổng cần tìm là $50 \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{50 \cdot 49}{2} \cdot 2\pi = \frac{7375\pi}{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 323. Một đa giác lồi có 10 cạnh và các góc trong của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 4^\circ$. Tìm góc trong nhỏ nhất của đa giác đó.

- A. 126° . B. 26° . C. 60° . D. 162° .

Lời giải.

Ta có tổng các góc trong một 10-giác bằng $(10 - 2) \cdot 180^\circ = 1440^\circ$.

Gọi các góc trong 10-giác lần lượt là $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ lập thành cấp số cộng với công sai $d = 4^\circ$. Do đó tổng các góc trong 10-giác đó bằng $\frac{[2a_1 + (10 - 1) \cdot 4^\circ] \cdot 10}{2} = 1440 \Rightarrow a_1 = 126^\circ$.

Vì (a_n) là cấp số cộng với công sai dương nên $a_1 = 126^\circ$ là góc nhỏ nhất trong 10-giác.

Chọn đáp án **A**

□

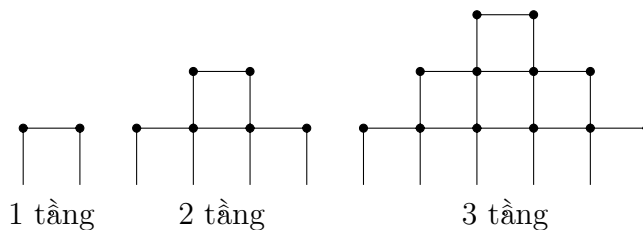
Câu 324. Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành hình tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần dùng đúng bao nhiêu que diêm?

A. 210.

B. 39.

C. 100.

D. 270.



Lời giải.

Gọi u_n là số que diêm để xếp tầng thứ n .

Ta có dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 3$, $d = 4$.

Số que diêm đủ để xếp tháp 10 tầng là $S_{10} = 10 \cdot u_1 + \frac{10(10-1)}{2}d = 210$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 325. Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 3$; $u_5 = 19$. Tính u_{12} .

A. $u_{12} = 51$.

B. $u_{12} = 57$.

C. $u_{12} = 47$.

D. $u_{12} = \frac{207}{5}$.

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_1 + 4d \Leftrightarrow 19 = 3 + 4d \Rightarrow d = 4$.

Do đó, $u_{12} = u_1 + 11d = 3 + 11 \cdot 4 = 47$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 326. Cho cấp số cộng (v_n) . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $v_1 + v_{10} = v_2 + v_9$.

B. $v_3 + v_7 = 2v_5$.

C. $v_2 + v_{13} = v_6 + v_7$.

D. $v_5 + v_8 = v_1 + v_{12}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } v_n = v_0 + (n-1)d. \text{ Khi đó ta có } \begin{cases} v_2 = v_0 + d \\ v_{13} = v_0 + 12d \\ v_6 = v_0 + 5d \\ v_7 = v_0 + 6d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_2 + v_{13} = 2v_0 + 13d \\ v_6 + v_7 = 2v_0 + 11d. \end{cases}$$

Vậy $v_2 + v_{13} \neq v_6 + v_7$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 327. Cho cấp số cộng (u_n) . Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết rằng $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$ với $p \neq q$, $p, q \in \mathbb{N}^*$.

Tính giá trị của biểu thức $\frac{u_{2017}}{u_{2018}}$.

A. $\frac{4034}{4035}$.

B. $\frac{4031}{4035}$.

C. $\frac{4031}{4033}$.

D. $\frac{4033}{4035}$.

Lời giải.

Từ giả thiết thay $p = 1, q = 2$ vào đẳng thức ta có

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{u_1}{2u_1 + d} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow d = 2u_1.$$

$$\text{Vậy } \frac{u_{2017}}{u_{2018}} = \frac{u_1 + 2016d}{u_1 + 2017d} = \frac{\frac{d}{2} + 2016d}{\frac{d}{2} + 2017d} = \frac{4033}{4035}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 328. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$; $u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10} = 31$.

B. $u_{10} = -23$.

C. $u_{10} = -20$.

D. $u_{10} = 15$.

Lời giải.Ta có công sai $d = u_2 - u_1 = -3$.Suy ra $u_{10} = 4 + 9(-3) = -23$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 329. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

A. $n = 2017$.

B. $n = 2020$.

C. $n = 2018$.

D. $n = 2019$.

Lời giải.Ta có $u_n = u_{n-1} + (n-1)^3 = u_{n-2} + (n-2)^3 + (n-1)^3 = \dots = u_1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = 1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3$.Xét biểu thức: $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190 \Leftrightarrow \sqrt{1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3} \geq 2039190$. (1)Bằng phương pháp quy nạp, ta chứng minh được rằng: $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{[n(n+1)]^2}{4}$.Thay vào (1) ta được: $\frac{n(n-1)}{2} \geq 2039190$. Giải bất phương trình ta thu được nghiệm $n \geq 2020$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 330. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{3n(n+3)}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào dưới đây là đúng và đầy đủ nhất?

A. (x_n) là cấp số cộng với công sai âm.B. (x_n) là cấp số nhân với công bội âm.C. (x_n) là cấp số cộng với công sai dương.D. (x_n) là cấp số nhân với công bội dương.**Lời giải.**Ta có $x_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n - (x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1}) = \frac{3n(n+3)}{2} - \frac{3(n-1)(n+2)}{2} = 3n + 3$. Suy ra (x_n) là cấp số cộng với công sai dương.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 331. Cho hai cấp số cộng $(u_n): 1; 6; 11; \dots$ và $(v_n): 4; 7; 10; \dots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên?

A. 672.

B. 504.

C. 403.

D. 402.

Lời giải.Công thức số hạng tổng quát $u_n = 1 + 5(n-1)$ và $v_n = 4 + 3(n-1)$ (với $1 \leq n \leq 2018$).Gọi u_i, v_j (với $1 \leq i, j \leq 2018$) là các số hạng có mặt trong cả hai dãy số trên. Khi đó

$$\begin{aligned} u_i &= v_j \\ \Leftrightarrow 1 + 5(i-1) &= 4 + 3(j-1) \\ \Leftrightarrow i &= 1 + \frac{3}{5}j. \end{aligned}$$

Vì i, j là các số nguyên nên j chia hết cho 5 $\Rightarrow j = 5k$ (với $k \in \mathbb{Z}$). Suy ra $i = 1 + 3k$.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 1 \leq i \leq 2018 \\ 1 \leq j \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq 1 + 3k \leq 2018 \\ 1 \leq 5k \leq 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq k \leq \frac{2018}{5}.$$

mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{1; 2; 3; \dots; 403\}$. Vậy có 403 số có mặt trong cả hai dãy số trên.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 332. Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tính giá trị của tổng

$$S = \frac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \cdots + \frac{1}{u_{2018}\sqrt{u_{2017}} + u_{2017}\sqrt{u_{2018}}}$$

- A. 1. B. 2018. C. $1 - \frac{1}{\sqrt{6052}}$. D. $\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}}\right)$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n) , ta có $S_{100} = 14950 \Leftrightarrow 100u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2} \cdot d = 14950 \Leftrightarrow d = 3$.

Khi đó $u_{2018} = u_1 + 2017 \cdot d = 6052$.

Ta có
$$\frac{1}{u_{k+1}\sqrt{u_k} + u_k\sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_k \cdot u_{k+1}}(\sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k+1}})} = \frac{1}{d} \cdot \frac{\sqrt{u_{k+1}} - \sqrt{u_k}}{\sqrt{u_k \cdot u_{k+1}}} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_k}} - \frac{1}{\sqrt{u_{k+1}}} \right).$$

Do đó

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{d} \cdot \left[\left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{\sqrt{u_{2017}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 333. Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n = 1 - 3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A. -59048. B. -59049. C. -155. D. -310.

Lời giải.

Ta có

$$S_{10} = \frac{10(u_1 + u_{10})}{2} = 5[(1 - 3 \cdot 1) + (1 - 3 \cdot 10)] = -155.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 334. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -3$ và $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng S_{100} của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

- A. $S_{100} = -14400$. B. $S_{100} = -15450$. C. $S_{100} = -14250$. D. $S_{100} = -14650$.

Lời giải.

Xét $A = u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = (u_1 - 3)^2 + (u_1 - 6)^2 + (u_1 - 9)^2 = 3u_1^2 - 36u_1 + 126 \geq 18$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow u_1 = 6$, khi đó $S_{100} = \frac{100(2u_1 + 99d)}{2} = -14250$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 335. Cho hai cấp số cộng $(x_n) : 4, 7, 10, 13, \dots$ và $(y_n) : 1, 6, 11, 16, \dots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

- A. 404. B. 673. C. 403. D. 672.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} x_n = 4 + (n-1) \cdot 3 \text{ với } 1 \leq n \leq 2018 \\ y_m = 1 + (m-1) \cdot 5 \text{ với } 1 \leq m \leq 2018. \end{cases}$$

Để một số là số hạng chung, ta phải có $3n + 1 = 5m - 4 \Leftrightarrow 3n = 5(m - 1) \Rightarrow n$ chia hết 5, tức

$n = 5k$ và $m = 3k + 1$.

Vì $1 \leq n \leq 2018$ nên $1 \leq k \leq 403$.

Ứng với 403 giá trị của k , ta tìm được 403 số hạng chung.

Chọn đáp án **C** □

Câu 336. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Xác định số hạng u_{10} .

- A. $u_{10} = -17$. B. $u_{10} = 21$. C. $u_{10} = -15$. D. $u_{10} = 23$.

Lời giải.

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = 3 + 9(-2) = -15$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 337. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tìm u_n .

- A. $u_n = 3n - 2$. B. $u_n = 3n - 4$. C. $u_n = 3n - 3$. D. $u_n = 3n - 1$.

Lời giải.

Giả sử cấp số cộng có công bội q .

Ta có: $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2q + u_0) - (3q + u_0) + (5q + u_0) = 10 \\ (4q + u_0) + (6q + u_0) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_0 = -2 \end{cases}$.

Do đó $u_n = 3n - 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 338. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_4 = 16$; $u_3 + u_7 = -4$. Tìm u_1, d ?

- A. $u_1 = -20,5$; $d = -7$. B. $u_1 = 20$; $d = -7$.
C. $u_1 = 12$; $d = -6$. D. $u_1 = 18$; $d = -5$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_2 + u_4 = 16 \\ u_3 + u_7 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 4d = 16 \\ 2u_1 + 8d = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 18 \\ d = -5 \end{cases}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 339. Cho cấp số cộng (u_n) , có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = 7$. Số hạng thứ 8 của cấp số cộng này bằng

- A. 31. B. 32. C. 28. D. 35.

Lời giải.

Cấp số cộng có công sai $d = u_2 - u_1 = 4$, nên suy ra số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n - 1)d = 4n - 1$.

Số hạng thứ 8 của cấp số cộng là $u_8 = 4 \cdot 8 - 1 = 31$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 340. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = 8$. B. $u_5 = 1$. C. $u_5 = -5$. D. $u_5 = -7$.

Lời giải.

$u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-2) = -5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 341. Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2018 để được một cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.

- A. 1009. B. $\frac{2019}{2}$. C. 1010. D. $\frac{2021}{2}$.

Lời giải.

Trong cấp số cộng trên ta có: $a_1 = 1, a_{1001} = 2018$.

Theo tính chất của cấp số cộng ta có: $a_1 + a_{2n-1} = 2a_n$ với mọi n nguyên dương, từ đó suy ra $a_{501} = \frac{a_1 + a_{1001}}{2} = \frac{2019}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 342. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

- A. 287. B. 289. C. 288. D. 286.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$. Do đó để các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018 thì

$$u_1 + (n-1)d > 2018 \Leftrightarrow 3 + (n-1) \cdot 7 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}.$$

Vậy kể từ số hạng thứ 289 trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 343. Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944$.

- A. $x = 330$. B. $x = 220$. C. $x = 351$. D. $x = 407$.

Lời giải.

Nhận thấy dãy số $1, 8, 15, 22, \dots, x$ là một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 1$ công sai $d = 7$. khi đó đặt $u_n = x$.

$$\text{Ta có } 1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944 \Leftrightarrow nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 7944 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 48 \\ n = -\frac{331}{7} \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Vậy $x = u_n = u_1 + (n-1)d = 330$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 344. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là cấp số cộng?

- A. 3, 1, -1, -2, -4. B. $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$. C. -8, -6, -4, -2, 0. D. 1, 1, 1, 1, 1.

Lời giải.

Nếu dãy số $\{u_0, u_1, u_2, \dots\}$ là cấp số cộng và a, b, c là ba số hạng liên tiếp của dãy số thì ta có $a + c = 2b$.

Xét phương án A ta thấy 1, -1, -2 là ba số hạng liên tiếp nhưng $1 - 2 \neq 2 \cdot (-1)$. Vậy dãy trong phương án A không là cấp số cộng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 345. Cho bốn số thực a, b, c, d là bốn số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$.

- A. $P = 64$. B. $P = 80$. C. $P = 16$. D. $P = 79$.

Lời giải.

Đặt $a = x - 3y, b = x - y, c = x + y, d = x + 3y$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $a + b + c + d = 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$. Khi đó $a = 1 - 3y, b = 1 - y, c = 1 + y, d = 1 + 3y$.

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} a^2 + d^2 = (1 - 3y)^2 + (1 + 3y)^2 = 2 + 18y^2 \\ b^2 + c^2 = (1 - y)^2 + (1 + y)^2 = 2 + 2y^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 24 = 2 + 18y^2 + 2 + 2y^2 \Leftrightarrow 20 = 20y^2 \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm 1.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = -2, b = 0, c = 2, d = 4 \\ a = 4, b = 2, c = 0, d = -2 \end{cases}. \text{ Khi đó } P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 4^3 = 64.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 346. Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

A. $n = 10$.

B. $n = 9$.

C. $n = 12$.

D. $n = 11$.

Lời giải.

$$\text{Ta có : } S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Leftrightarrow 253 = \frac{n}{2} [6 + (n-1) \cdot 4] \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2} \end{cases} \quad (\text{loại}).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 347. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$?

A. -20 .

B. -6 .

C. -8 .

D. -24 .

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Ta có

$$\begin{aligned} u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1 &= 4(4+d) + (4+d)(4+2d) + 4(4+2d) \\ &= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d+6)^2 - 24 \geq -24. \end{aligned}$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi $d = -6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 348. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_{1001}^2$ bằng

A. 1002001.

B. 1001001.

C. 1001002.

D. 1002002.

Lời giải.

Từ giả thiết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$, bằng phương pháp quy nạp ta chứng minh được dãy số đã cho có công thức tổng quát $u_n = \sqrt{2n-1}$. Từ đó suy ra $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 2001 = 1002001$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 349. Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

A. 168.

B. 156.

C. 132.

D. 182.

Lời giải.

Giả sử số nam vận động viên là $n, n \in \mathbb{N}^*$.

— Trước hết, ta tính số ván cờ mà các vận động viên (VĐV) nam chơi với nhau.

VĐV nam thứ nhất chơi cờ với $n-1$ vận động viên nam khác, tạo ra $2(n-1)$ ván.

VĐV nam thứ hai chơi cờ với $n-2$ vận động viên nam khác (không tính với VĐV nam thứ nhất vì đã tính ở trên), tạo ra $2(n-2)$ ván.

...

VĐV nam thứ $n - 1$ chơi cờ với 1 vận động viên khác, tạo ra 2 ván.

Suy ra tổng số ván cờ mà các VĐV nam đã chơi với nhau là

$$S_1 = 2((n - 1) + (n - 2) + \dots + 1) = 2 \left(\frac{n(n + 1)}{2} - n \right) = n^2 - n.$$

— Tiếp theo, ta tính số ván cờ mà các VĐV nam chơi với các VĐV nữ: mỗi VĐV nữ chơi $2n$ ván cờ với các VĐV nam, do đó tổng số ván cờ mà 2 VĐV nữ chơi với n VĐV nam là $S_2 = 4n$.

— Cuối cùng, hai VĐV nữ chơi với nhau tổng cộng $S_3 = 2$ ván cờ.

Theo giả thiết, ta có $S_1 = S_2 + 84 \Rightarrow n = 12$.

Vậy tổng số ván cờ mà các VĐV đã chơi với nhau là $S_1 + S_2 + S_3 = 182$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 350. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và biết tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$.

A. $S = \frac{9}{246}$. B. $S = \frac{4}{23}$. C. $S = 123$. D. $S = \frac{49}{246}$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho.

Ta có $S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 24850 \Rightarrow d = \frac{497 - 2u_1}{99} = 5$.

Do đó

$$\begin{aligned} 5S &= \frac{5}{u_1 u_2} + \frac{5}{u_2 u_3} + \dots + \frac{5}{u_{49} u_{50}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 49d} = \frac{245}{246} \\ &\Rightarrow S = \frac{49}{246}. \end{aligned}$$

Vậy $S = \frac{49}{246}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 351. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A. $S_{20} = 600$. B. $S_{20} = 60$. C. $S_{20} = 250$. D. $S_{20} = 500$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases} \quad (d \text{ là công sai của cấp số cộng}).$

$\Rightarrow S_{20} = 20u_1 + \frac{20 \cdot 19}{2}d = 20(-35) + \frac{20 \cdot 19}{2} \cdot 5 = 250$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 352. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

A. $S_{16} = -24$. B. $S_{16} = 26$. C. $S_{16} = -25$. D. $S_{16} = 24$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n) , ta có

$$\begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3. \end{cases}$$

Từ đó $u_{16} = u_1 + 15d = -21 + 15 \cdot 3 = 24$.

$$\text{Nên } S_{16} = \frac{n(u_1 + u_{16})}{2} = \frac{16(-21 + 24)}{2} = 24.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 353. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

A. $u_1 = 2; d = 4$.

B. $u_1 = 2; d = 3$.

C. $u_1 = 2; d = 2$.

D. $u_1 = 3; d = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \begin{cases} u_5 = 18 \\ 4S_n = S_{2n} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 4\left(nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}\right) = \left(2nu_1 + \frac{2n(2n-1)d}{2}\right) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 354. Cho hai cấp số cộng $(a_n) : a_1 = 4; a_2 = 7; \dots, a_{100}$ và $(b_n) : b_1 = 1; b_2 = 6; \dots, b_{100}$. Hỏi có bao nhiêu số có mặt đồng thời trong hai dãy trên.

A. 32.

B. 20.

C. 33.

D. 53.

Lời giải.

Từ giả thiết: $(a_n) : a_1 = 4; a_2 = 7; \dots, a_{100}$ ta suy ra (a_n) có số hạng đầu là $a_1 = 4$ và công sai $d = 3$ nên có công thức tổng quát $a_n = a_1 + (n-1)d = 4 + 3(n-1) = 3n + 1$.

+ $(b_n) : b_1 = 1; b_2 = 6; \dots, b_{100}$ ta suy ra $(b_n) : b_1 = 1; b_2 = 6; \dots, b_{100}$ có số hạng đầu là $b_1 = 1$ và công sai $d = 5$ nên có công thức tổng quát $b_m = b_1 + (m-1)d = 1 + 5(m-1) = 5m + 1$.

Hai phần tử của hai dãy bằng nhau $\Leftrightarrow a_n = b_m \Leftrightarrow 3n + 1 = 5m + 1$

Suy ra $3n = 5m = 15t$ với t là số nguyên dương.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} n = 5t \leq 100 \\ m = 3t \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 20 \\ t \leq 33 \end{cases} \Leftrightarrow t \leq 20.$$

Vậy có hai mươi số có mặt đồng thời trong hai dãy đề cho.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 355. Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tìm tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số (u_n) .

A. $S_{10} = 145$.

B. $S_{10} = 154$.

C. $S_{10} = 290$.

D. $S_{10} = 45$.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng u_n .

Khi đó:

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3. \end{cases}$$

$$\text{Do đó, } S_{10} = (2u_1 + 9d) \frac{10}{2} = 145.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 356. Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$, tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính $S = \frac{1}{u_1 \cdot u_2} + \frac{1}{u_2 \cdot u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} \cdot u_{50}}$.

A. $S = 123$. B. $S = \frac{4}{23}$. C. $S = \frac{9}{246}$. D. $S = \frac{49}{246}$.

Lời giải.

Ta có $S_{100} = \frac{100}{2}(u_1 + u_{100}) = 24850 \Leftrightarrow u_{100} = 496$.

Vì $u_{100} = u_1 + 99d \Leftrightarrow d = \frac{u_{100} - u_1}{99} \Leftrightarrow d = 5$.

$$S = \frac{1}{u_1 \cdot u_2} + \frac{1}{u_2 \cdot u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} \cdot u_{50}} = \frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 16} + \dots + \frac{1}{241 \cdot 246}.$$

$$\Rightarrow 5S = \frac{5}{1 \cdot 6} + \frac{5}{6 \cdot 11} + \frac{5}{11 \cdot 16} + \dots + \frac{5}{241 \cdot 246} = \frac{1}{1} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{241} - \frac{1}{246}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{246} = \frac{245}{246}.$$

$$\Rightarrow S = \frac{49}{246}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 357. Người ta trồng 3003 cây theo hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,... Hỏi có bao nhiêu hàng cây được trồng?

A. 77. B. 243. C. 78. D. 244.

Lời giải.

Ta thấy số lượng cây ở các hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) với

$$u_1 = 1; d = 1 \text{ và } S_n = 3003.$$

$$\text{Ta có } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Rightarrow 3003 = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Rightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Rightarrow n = 77.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 358. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu là $u_1 = -2017$ và công sai $d = 3$. Bắt đầu từ số hạng nào trở đi mà các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương?

A. u_{674} . B. u_{672} . C. u_{675} . D. u_{673} .

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d = -2017 + (n-1) \cdot 3 = 3n - 2020.$$

$$\text{Ta có } u_n > 0 \Leftrightarrow 3n - 2020 > 0 \Leftrightarrow n > \frac{2020}{3} \approx 673,33333.$$

Bắt đầu từ số hạng u_{674} trở đi thì các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 359. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 93 là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 50. B. 100. C. 44. D. 75.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow 93 = -5 + (n-1) \cdot 2 \Rightarrow n-1 = 49 \Rightarrow n = 50.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 360. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 2 \quad (n > 1) \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_5 = 9$. B. $u_3 = 4$. C. $u_2 = 2$. D. $u_6 = 13$.

Lời giải.

Dãy số là cấp số với công sai $d = 2$, $u_n = u_1 + 2(n-1)$ suy ra $u_5 = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 361. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng (u_n) .

A. -285.

B. -244.

C. -253.

D. -274.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}.$$

Khi đó

$$S_{15} = \frac{15}{2} (2 \cdot 2 + 14 \cdot (-3)) = -285.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 362. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_2 = 3, u_4 = 7$. Tính giá trị của u_{15} .

A. 27.

B. 31.

C. 35.

D. 29.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} u_2 = 3 \\ u_4 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow u_{15} = u_1 + 14d = 1 + 14 \cdot 2 = 29.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 363. Cho cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1 = 3$ và $u_6 = 18$. Công sai của cấp số cộng đó là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow 18 = 3 + 5d \Leftrightarrow d = 3.$$

Vậy công sai của cấp số cộng đã cho là $d = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 364. Công thức nào sau đây là đúng với một cấp số cộng có số hạng đầu u_1 , công sai d và số tự nhiên $n \geq 2$.

A. $u_n = u_1 - (n - 1)d$.B. $u_n = u_1 + (n + 1)d$.C. $u_n = u_1 + (n - 1)d$.D. $u_n = u_1 + d$.

Lời giải.

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 365. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3, u_4 = 7$. Tính u_{2019} .

A. 4038.

B. 4400.

C. 4040.

D. 4037.

Lời giải.

$$\text{Gọi } d \text{ là công sai của cấp số cộng } (u_n). \text{ Ta có: } \begin{cases} u_2 = 3 \\ u_4 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } u_{2019} = u_1 + 2018d = 1 + 2018 \cdot 2 = 4038.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 366. Xác định số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

A. $u_1 = 3; d = 4$.B. $u_1 = 3; d = 5$.C. $u_1 = 4; d = 5$.D. $u_1 = 4; d = 3$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 367. Một đa giác có n cạnh và có chu vi bằng 158 cm. Biết số đo các cạnh của đa giác lập thành một cấp số cộng và công sai $d = 3$ cm và cạnh lớn nhất có độ dài là 44 cm. Đa giác có số cạnh n bằng

A. $n = 7$.

B. $n = 6$.

C. $n = 5$.

D. $n = 4$.

Lời giải.

Gọi u_i ($1 \leq i \leq n$) là độ dài cạnh thứ i trong cấp số cộng tạo bởi độ dài các cạnh của đa giác.

Ta có $u_n = 44$, $d = 3$ nên $u_1 = u_n - (n - 1)d = 44 - (n - 1) \cdot 3 = 47 - 3n$.

Chu vi của đa giác là tổng các cạnh của đa giác và bằng

$$\frac{n(u_1 + u_n)}{2} = 158 \Leftrightarrow n(91 - 3n) = 316 \Leftrightarrow 3n^2 - 91n + 316 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = \frac{79}{3} \text{ (loại)}. \end{cases}$$

Vậy $n = 4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 368. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}.$$

A. $\frac{1 - 2^{19}}{15 \cdot 2^{18}}.$

B. $\frac{1 - 2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}.$

C. $\frac{2^{19} - 1}{15 \cdot 2^{18}}.$

D. $\frac{2^{20} - 1}{15 \cdot 2^{19}}.$

Lời giải.

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{u_1(1 - q^4)} + \frac{1}{u_2(1 - q^4)} + \frac{1}{u_3(1 - q^4)} + \dots + \frac{1}{u_{20}(1 - q^4)} \\ &= \frac{1}{1 - q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}} \right) \\ &= \frac{1}{1 - q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1 q} + \frac{1}{u_1 q^2} + \dots + \frac{1}{u_1 q^{19}} \right) \\ &= \frac{1}{u_1(1 - q^4)} \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^{19}} \right) \\ &= \frac{1}{u_1(1 - q^4)} \cdot \frac{1 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{q} \right)^{20} \right)}{1 - \frac{1}{q}}. \end{aligned}$$

Thay $u_1 = 1$, $q = 2$ vào, ta được $T = \frac{1 - 2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 369. Hãy chọn cấp số nhân trong các dãy số cho sau đây?

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}.$

B. $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = u_{n-1} \cdot u_n \end{cases}.$

C. $u_n = n^2 + 1$.

D.
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2}u_n \end{cases}.$$

Lời giải.

Xét dãy $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ u_{n+1} = -\sqrt{2}u_n \end{cases}$, ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\sqrt{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Vậy dãy số trên là cấp số nhân.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 370.** Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \cdots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}.$$

A. $T = \frac{1 - 2^{19}}{15 \cdot 2^{18}}.$

B. $T = \frac{1 - 2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}.$

C. $T = \frac{2 - 1^{19}}{15 \cdot 2^{18}}.$

D. $T = \frac{2^{20} - 1}{15 \cdot 2^{19}}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \cdots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}} \\ &= \frac{1}{u_1 - u_1 q^4} + \frac{1}{u_2 - u_2 q^4} + \frac{1}{u_3 - u_3 q^4} + \cdots + \frac{1}{u_{20} - u_{20} q^4} \\ &= \frac{1}{u_1(1 - q^4)} \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \frac{1}{q^3} + \cdots + \frac{1}{q^{19}} \right) \\ &= \frac{1}{u_1(1 - q^4)} \cdot \frac{1 - \frac{1}{q^{20}}}{1 - \frac{1}{q}} \\ &= \frac{q^{20} - 1}{-15(q - 1)q^{19}} = \frac{1 - 2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 371.** Trong các dãy (u_n) sau, dãy nào không phải là cấp số cộng hay cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2018}{2019}u_n \end{cases}.$

B. $u_n = 2^{n-3}.$

C. $u_n = 2n - 3.$

D. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = (2n - 3)u_n \end{cases}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = (2n - 3)u_n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = -1 \\ u_3 = -1 \\ u_4 = -3. \end{cases}$$

Ta thấy dãy số này không phải là cấp số cộng hay cấp số nhân.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 372.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào **sai**?

A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.

B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.

D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Lời giải.

— Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân là dãy số có số hạng đầu $u_1 = c$ với c là hằng số và công bội $q = 1$.

— Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng là dãy số có số hạng đầu $u_1 = c$ với c là hằng số và công sai $d = 0$.

— Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng thật vậy

Xét cấp số cộng với số hạng đầu u_1 và công sai d dương. Khi đó số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n - 1)d$.

Suy ra $u_{n+1} = u_1 + nd \Rightarrow u_{n+1} - u_n = d > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$.

Do đó (u_n) là dãy tăng.

— Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương là sai thật vậy

Xét dãy $u_1 = -100$ và công sai $d = 1$ không phải là dãy số dương.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 373. Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5$, $a_{n+1} = qa_n + 3$, $\forall n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0$, $q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết dưới dạng $a_n = \alpha q^{n-1} + \beta \frac{1 - q^{n-1}}{1 - q}$.

Tính $\alpha + 2\beta$.

A. 11.

B. 13.

C. 16.

D. 9.

Lời giải.

Từ dữ kiện đề bài, ta mong muốn tìm được công thức số hạng tổng quát dựa vào cấp số nhân, tức là $a_{n+1} - b = q(a_n - b)$. (1)

Khi đó $a_{n+1} = qa_n + b(1 - q) \Rightarrow b = \frac{3}{1 - q} (q \neq 1)$.

Từ (1) suy ra

$$a_{n+1} - b = q(a_n - b) = \dots = q^n(a_1 - b) = q^n(5 - b).$$

Suy ra $a_n = b + q^{n-1}(5 - b) = 5q^{n-1} + b(1 - q^{n-1}) = 5q^{n-1} + 3 \frac{1 - q^{n-1}}{1 - q}$.

Đồng nhất hệ số ta được $\alpha = 5$, $\beta = 3$.

Do đó $\alpha + 2\beta = 11$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 374. Dãy số nào sau đây là một cấp số nhân?

A. 1, 2, 3, 4, ...

B. 1, 3, 5, 7, ...

C. 2, 4, 8, 16, ...

D. 2, 4, 6, 8, ...

Lời giải.

Dễ thấy dãy số 2, 4, 8, 16, ... là một cấp số nhân với $u_1 = 2$ và công bội $q = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 375. Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 5.

B. 6.

C. 9.

D. 10.

Lời giải.

Ta đi tìm số hạng tổng quát của dãy (u_n) . Ta phân tích $n = a(n + 1)^2 + b(n + 1) - an^2 - bn$.

Cho $n = 0, n = -1$ ta được $\begin{cases} a + b = 0 \\ -a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Do đó

$$u_{n+1} - \frac{1}{2}(n+1)^2 + \frac{1}{2}(n+1) = u_n - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n.$$

Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$ (1), suy ra $v_{n+1} = v_n$.

Do đó (v_n) là cấp số nhân với công bội $q = 1$, số hạng đầu $v_1 = u_1 = 5$. Suy ra: $v_n = 5, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Thay vào (1) ta được

$$u_n = 5 + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n.$$

Khi đó,

$$5 + \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n = 20 \Leftrightarrow n^2 - n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -5 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Chọn đáp án (B)

□

Câu 376. Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k = 1, 2, \dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2108}B_{2108}C_{2108}D_{2108}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Lời giải.

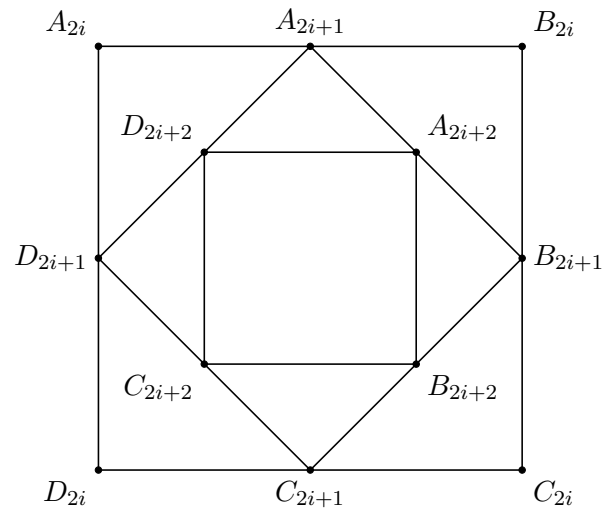
Gọi u_i là chu vi của hình vuông $A_{2i}B_{2i}C_{2i}D_{2i}$.

Để thấy $A_{2i+2}B_{2i+2}C_{2i+2}D_{2i+2} = \frac{1}{2}A_{2i}B_{2i}$, từ đó chu vi hình vuông $A_{2i+2}B_{2i+2}C_{2i+2}D_{2i+2}$ bằng 2 lần chu vi hình vuông $A_{2i}B_{2i}C_{2i}D_{2i}$ nên $u_{i+1} = \frac{1}{2}u_i$.

Ngoài ra $A_2B_2 = \sqrt{2}A_2B_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $u_1 = 2\sqrt{2}$.

Dãy số $\{u_n\}$ là cấp số nhân có công bội $\frac{1}{2}$ nên

$$u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{n-2}}.$$



Do đó chu vi của hình vuông $A_{2108}B_{2108}C_{2108}D_{2108}$ bằng $u_{1009} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 377. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính u_3 .

A. $u_3 = 15$.

B. $u_3 = 25$.

C. $u_3 = 10$.

D. $u_3 = 20$.

Lời giải.

$$\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 - q^2 + q^4) = 65 \\ u_1(1 + q^6) = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 - q^2 + q^4) = 65 \\ 1 + q^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = 4 \\ u_1 = 5 \end{cases}$$

Vậy $u_3 = u_1q^2 = 5 \cdot 4 = 20$.

Chọn đáp án (D)

□

Câu 378. Tìm tất cả các giá trị của x để ba số $2x - 1; x; 2x + 1$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân.

- A. $x = \pm \frac{1}{3}$. B. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $x = \pm \sqrt{3}$. D. $x = \pm 3$.

Lời giải.

Ba số $2x - 1; x; 2x + 1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân khi

$$\begin{aligned} x^2 &= (2x - 1)(2x + 1) \\ \Leftrightarrow x^2 &= 4x^2 - 1 \\ \Leftrightarrow x^2 &= \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow x &= \pm \frac{1}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 379. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện của mặt trên tầng ngay bên dưới và diện tích tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết đế tháp có diện tích là 12288 m^2 . Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. 8 m^2 . B. 6 m^2 . C. 10 m^2 . D. 12 m^2 .

Lời giải.

Gọi S_i là diện tích của tầng thứ i với $i = 1, 2, \dots, 11$.

Do giả thiết suy ra $S_{i+1} = \frac{1}{2}S_i$ với $i = 1, 2, \dots, 10$.

Do đó $\{S_i\}$ là một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$. Do đó $S_{11} = \frac{1}{2^{10}}S_1 = \frac{1}{2^{11}} \cdot 12288 = 6 \text{ (m}^2\text{)}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 380. Cho ba số a, b, c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2. Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ hai thêm 1 và tăng số thứ ba thêm 3 thì được ba số mới là ba số liên tiếp của một cấp số nhân. Tính $(a + b + c)$.

- A. 12. B. 18. C. 3. D. 9.

Lời giải.

Gọi ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng có công sai 2 là $a, a + 2$ và $a + 4$.

Theo bài ta có $(a + 1), (a + 3), (a + 7)$ là ba số liên tiếp của một cấp số nhân, suy ra $(a + 1)(a + 7) = (a + 3)^2 \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy $a + b + c = 1 + 3 + 5 = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 381. Cho ba số thực x, y, z trong đó $x \neq 0$. Biết rằng $x, 2y, 3z$ lập thành cấp số cộng và x, y, z lập thành cấp số nhân; tìm công bội q của cấp số nhân đó.

- A. $\begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$. B. $\begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$. C. $q = 2$. D. $q = -1$.

Lời giải.

Ta có $x, 2y, 3z$ lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi $x + 3z = 4y$. (1)

Và x, y, z lập thành cấp số nhân khi và chỉ khi $xz = y^2 \Leftrightarrow z = \frac{y^2}{x}$.

Thay $z = \frac{y^2}{x}$ vào (1) ta được

$$x + \frac{3y^2}{x} = 4y \Leftrightarrow x^2 - 4xy + 3y^2 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{y}{x}\right)^2 - 4 \cdot \frac{y}{x} + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y}{x} = 1 \\ \frac{y}{x} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy cặp số nhân có công bội $q = \frac{y}{x} = 1$ hoặc $q = \frac{y}{x} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 382. Cho ba số x ; 5 ; $2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số x ; 4 ; $2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|x - 2y|$ bằng

A. 10.

B. 9.

C. 6.

D. 8.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có:

— Do x ; 5 ; $2y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng nên ta có $5 = \frac{x + 2y}{2}$ (1).

— Do x ; 4 ; $2y$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên ta có $x \cdot 2y = 4^2$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ x \cdot 2y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2, 2y = 8 \\ x = 8, 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow |x - 2y| = 6.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 383. Cho ba số a , b , c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2. Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ hai thêm 1 và tăng số thứ ba thêm 3 thì được ba số mới là ba số liên tiếp của một cấp số nhân. Tính $a + b + c$.

A. 12.

B. 18.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Vì a , b , c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2 nên $b = a + 2$, $c = b + 2 = a + 4$.

Theo giả thiết ta có $a + 1$, $b + 1$, $c + 3$ là ba số liên tiếp của một cấp số nhân nên

$$(b + 1)^2 = (a + 1)(c + 3) \Leftrightarrow (a + 3)^2 = (a + 1)(a + 7) \Leftrightarrow a^2 + 6a + 9 = a^2 + 8a + 7 \Leftrightarrow a = 1.$$

Vậy $a = 1$, $b = 3$, $c = 5$. Do đó $a + b + c = 9$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 384. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = 3n$.

B. $u_n = 2^n$.

C. $u_n = \frac{1}{n}$.

D. $u_n = 2^n + 1$.

Lời giải.

Xét dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 2^n$.

Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n$. Do đó dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$ là một cấp số nhân.

Chọn đáp án **B** □

Câu 385. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 6^n - 1$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đó.

A. 120005.

B. 6840.

C. 7775.

D. 6480.

Lời giải.

Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q .

Do $S_n = 6^n - 1$ nên $q \neq 1$. Khi đó $S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q} = 6^n - 1$.

Ta có $S_1 = \frac{u_1(1 - q)}{1 - q} = 6 - 1 \Leftrightarrow u_1 = 5$.

$S_2 = \frac{u_1(1 - q^2)}{1 - q} = 6^2 - 1 \Leftrightarrow q = 6$.

Vậy $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 5 \cdot 6^4 = 6480$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 386. Cho các số $x + 2$, $x + 14$, $x + 50$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Khi đó $x^3 + 2018$ bằng:

A. 2019.

B. 2017.

C. 2027.

D. 2082.

Lời giải.

Yêu cầu bài toán tương đương

$$(x + 2)(x + 50) = (x + 14)^2 \Leftrightarrow x^2 + 52x + 100 = x^2 + 28x + 196 \Leftrightarrow x = 4.$$

Khi đó, $x^3 + 2018 = 4^3 + 2018 = 2082$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 387. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$.

A. $S_{2019} = \frac{4039}{2}$.

B. $S_{2019} = 2020 - \frac{1}{2^{2019}}$.

C. $S_{2019} = \frac{6057}{2}$.

D. $S_{2019} = 2019 + \frac{1}{2^{2019}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{2019} &= u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019} \\ &= \left(\frac{1}{2} + 1\right) + \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1\right] + \left[\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 1\right] + \dots + \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2019} + 1\right] \\ &= 2019 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2019} \\ &= 2019 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019}}{1 - \frac{1}{2}} = 2019 + 1 - \frac{1}{2^{2019}} \\ &= 2020 - \frac{1}{2^{2019}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 388. Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành cấp số nhân có công bội $q = 2$. Góc có số đo nhỏ nhất trong bốn góc đó là

A. 1° .

B. 30° .

C. 12° .

D. 24° .

Lời giải.

Gọi số đo bốn góc của tứ giác $ABCD$ là x , $2x$, $4x$, $8x$.

Có $x + 2x + 4x + 8x = 360 \Leftrightarrow 15x = 360 \Leftrightarrow x = 24$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 389. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 354294$, số hạng thứ 12 là $u_{12} = 2$. Tính số hạng thứ 8 của cấp số nhân đó.

- A. $u_8 = 54$. B. $u_8 = 162$. C. $u_8 = 2324522934$. D. $u_8 = 774840978$.

Lời giải.

Ta có $u_{12} = u_1 \cdot q^{11} \Leftrightarrow q = \sqrt[11]{\frac{u_{12}}{u_1}} = \frac{1}{3}$. Suy ra $u_8 = u_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 = 162$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 390. Cho cấp số nhân (u_n) ; $u_1 = 1, q = 2$. Hỏi số 2048 là số hạng thứ mấy?

- A. 12. B. 9. C. 11. D. 10.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 q^{n-1} = 2^{n-1}$.

$u_k = 2048 \Leftrightarrow 2^{k-1} = 2048 \Leftrightarrow k - 1 = 11 \Leftrightarrow k = 12$.

Vậy $u_{12} = 2048$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 391. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng $S - 10$ của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = 1023$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = -1025$.

Lời giải.

ta có:

$$S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = -3 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)} = 1023.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 392. Biết rằng luôn tồn tại đúng hai giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

- A. -342. B. -216. C. 344. D. 216.

Lời giải.

Gọi ba nghiệm phân biệt theo thứ tự lập thành cấp số nhân là $x_1, x_2, x_3 \Rightarrow x_1 x_3 = x_2^2$.

Theo Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1 = 2(m^2 + 6m) \\ x_1 x_2 x_3 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2^3 = 8 \Rightarrow x_2 = 2 \\ x_1 + x_3 = 5 \\ x_2(x_1 + x_3) + x_3 x_1 = 2(m^2 + 6m) \end{cases}$$

$$\text{Nên } 2(m^2 + 6m) = 14 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 393. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu bằng

- A. 160. B. -320. C. -160. D. 320.

Lời giải.

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 394. Cho cấp số nhân $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ với công bội q ($q \neq 0, q \neq 1$). Đặt

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n.$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S_n = \frac{u_1(q^n + 1)}{q + 1}$. B. $S_n = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}$. C. $S_n = \frac{u_1(q^{n-1} - 1)}{q + 1}$. D. $S_n = \frac{u_1(q^{n-1} - 1)}{q - 1}$.

Lời giải.

Ta có $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{u_1(q^n - 1)}{q - 1}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 395. Cho tập $X = \{6; 7; 8; 9\}$. Gọi E là tập hợp các số tự nhiên có 2018 chữ số lập từ các chữ số của tập X . Chọn ngẫu nhiên một số trong tập E , tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}}\right)$. B. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2017}}\right)$. C. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4036}}\right)$. D. $\frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{2018}}\right)$.

Lời giải.

Gọi A_n là tập hợp các số tự nhiên có n chữ số lập từ các chữ số của X và là số chia hết cho 3; B_n là tập hợp các số tự nhiên có n chữ số lập từ các chữ số của X và là số không chia hết cho 3.

Với mỗi số thuộc A_n , có hai cách thêm vào cuối một chữ số 6 hoặc chữ số 9 để được số thuộc A_{n+1} và có hai cách để thêm một chữ số 7 hoặc chữ số 8 vào cuối để được số thuộc B_{n+1} .

Với mỗi số thuộc B_n có một cách thêm vào cuối một chữ số 7 hoặc chữ số 8 để được số thuộc A_{n+1} và có ba cách thêm một chữ số 6, 9 hoặc 7 hoặc 8 vào cuối để được số thuộc B_{n+1} .

Như vậy

$$\begin{aligned} \begin{cases} n(A_{n+1}) = 2n(A_n) + n(B_n) \\ n(B_{n+1}) = 2n(A_n) + 3n(B_n) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3n(A_{n+1}) - n(B_{n+1}) = 4n(A_n) \\ n(A_{n+1}) = 2n(A_n) + n(B_n) \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} n(B_n) = 3n(A_n) - 4n(A_{n-1}) \\ n(A_{n+1}) = 2n(A_n) + n(B_n) \end{cases} &\Rightarrow n(A_{n+1}) = 5n(A_n) - 4n(A_{n-1}), (\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2). \end{aligned}$$

Suy ra $n(A_{n+2}) = 5n(A_{n+1}) - 4n(A_n), (\forall n \in \mathbb{N}^*)$

Hay $n(A_{n+2}) - n(A_{n+1}) = 4[n(A_{n+1}) - n(A_n)], (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

Ta có $n(A_1) = 2, n(B_1) = 2, n(A_2) = 6, n(B_2) = 10, n(A_3) = 22$.

Xét dãy số (u_n) với $u_n = n(A_{n+1}) - n(A_n), \forall n \in \mathbb{N}^*$. Ta có $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = 4u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$

Dễ thấy (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 4$ nên $u_n = 4^n, (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

Ta được $n(A_{n+1}) - n(A_n) = 4^n \Leftrightarrow n(A_{n+1}) - \frac{4^{n+1}}{3} = n(A_n) - \frac{4^n}{3}, (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

Suy ra $n(A_n) - \frac{4^n}{3} = n(A_1) - \frac{4}{3} \Leftrightarrow n(A_n) = \frac{4^n + 2}{3}, (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

Số phần tử của tập E là 4^{2018} , trong đó có $\frac{4^{2018} + 2}{3}$ số chia hết cho 3. Vì vậy xác suất lấy ngẫu nhiên một số của tập E được số chia hết cho 3 là $p = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{2^{4035}}\right)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 396. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2, u_2 = 10$. Công bội q của cấp số nhân này là

A. $q = -5$. B. $q = 8$. C. $q = -12$. D. $q = 12$.

Lời giải.

Công bội q của cấp số nhân này là $q = \frac{u_2}{u_1} = -5$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 397. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 11 năm.

B. 9 năm.

C. 10 năm.

D. 12 năm.

Lời giải.

Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n \Rightarrow n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right) \Rightarrow n = \log_{(1+7,5\%)}(2) \approx 9,6$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 398. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 6^n - 1$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

A. 6480.

B. 6840.

C. 7775.

D. 120005.

Lời giải.

Do $S_n = 6^n - 1$ nên ta có $S_5 = 6^5 - 1$ và $S_4 = 6^4 - 1$, từ đó suy ra $u_5 = S_5 - S_4 = 6480$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 399. Tế bào E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Giả sử 1 tế bào E.Coli khối lượng khoảng $15 \cdot 10^{-15}$ g. Hỏi sau 2 ngày khối lượng do 1 tế bào vi khuẩn sinh ra là bao nhiêu? (Chọn đáp án chính xác nhất)

A. $2,34 \cdot 10^{29}$ (g).

B. $3,36 \cdot 10^{29}$ (g).

C. $2,25 \cdot 10^{26}$ (kg).

D. $3,35 \cdot 10^{26}$ (kg).

Lời giải.

Theo giả thiết một tế bào E.Coli cứ 20 phút được phân đôi một lần nên tế bào E.Coli phát triển theo cấp số nhân công bội $q = 2$.

Số lần được phân đôi sau 2 ngày $n = 2 \times 24 \times 3 = 144$.

Khối lượng do 1 tế bào sinh ra sau 2 ngày $m = m_0 \cdot 2^{144} = 3,35 \cdot 10^{29}$ (g) = $3,35 \cdot 10^{26}$ (kg).

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 400. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 5$. Giá trị của $\sqrt{u_6 \cdot u_8}$ bằng

A. $2 \cdot 5^7$.

B. $2 \cdot 5^8$.

C. $2 \cdot 5^6$.

D. $2 \cdot 5^5$.

Lời giải.

Ta có $\sqrt{u_6 \cdot u_8} = u_7 = u_1 \cdot q^6 = 2 \cdot 5^6$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 401. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 6$, $u_4 = 24$, công bội âm. Tổng 6 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

A. 63.

B. 279.

C. -195.

D. 64.

Lời giải.

Gọi công bội của (u_n) là q ($q < 0$), khi đó $24 = 6q^2 \Rightarrow q = -2$ (vì $q < 0$). Khi đó $u_1 = \frac{u_2}{q} = -3$ nên

tổng 6 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho là $S_6 = u_1 \cdot \frac{1-q^6}{1-q} = (-3) \cdot \frac{1-(-2)^6}{1-(-2)} = 63$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 402. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$.

- A. $u_1 = 24$. B. $u_1 = \frac{1344}{11}$. C. $u_1 = 96$. D. $u_1 = \frac{217}{3}$.

Lời giải.

Ta gọi q là công bội của cấp số nhân, khi đó ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 = 168 \\ u_1q^3 + u_1q^4 + u_1q^5 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 = 168 \\ q^3(u_1 + u_1q + u_1q^2) = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = \frac{1}{8} \\ u_1 + u_1q + u_1q^2 = 168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_1 = 96. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 403. Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. (67m; 69m). B. (60m; 63m). C. (64m; 66m). D. (69m; 72m).

Lời giải.

Gọi S là tổng độ dài hành trình của quả bóng. Ta có:

$$S = 55,8 + \frac{1}{10} \cdot 55,8 + \frac{1}{10^2} \cdot 55,8 + \frac{1}{10^3} \cdot 55,8 + \dots = \frac{55,8}{1 - \frac{1}{10}} = 62 \text{ d}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 404. Tập hợp các giá trị x thỏa mãn $x, 2x, x + 3$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân là

- A. $\{0; 1\}$. B. $\emptyset$. C. $\{1\}$. D. $\{0\}$.

Lời giải.

Để dãy số $x, 2x, x + 3$ lập thành cấp số nhân thì

$$(2x)^2 = x(x + 3) \Leftrightarrow 4x^2 = x^2 + 3x \Leftrightarrow 3x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1. \end{cases}$$

— Với $x = 1$ thì dãy số đã cho trở thành: 1, 2, 4 là cấp số nhân.

— Với $x = 0$ thì dãy số đã cho trở thành: 0, 0, 3 không phải là cấp số nhân.

Vậy tập hợp các giá trị x thỏa mãn là $\{1\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 405. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_4 = 4$. Tính giá trị u_1 .

- A. $u_1 = \frac{1}{16}$. B. $u_1 = \frac{1}{6}$. C. $u_1 = \frac{1}{2}$. D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân ($q > 0$). Ta có $u_4 = u_2q^2 \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{4} \cdot q^2 \Leftrightarrow q = 4$ (do $q > 0$).

Vì $u_2 = u_1q$ nên $u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{1}{16}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 406. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị u_{2019} bằng

- A. $2 \cdot 3^{2020}$. B. $2 \cdot 2^{2020}$. C. $2 \cdot 3^{2018}$. D. $2 \cdot 2^{2018}$.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) đã cho, ta có $u_4 = u_1 q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} = \frac{54}{2} = 27 \Rightarrow q = 3$.

Vậy $u_{2019} = u_1 q^{2018} = 2 \cdot 3^{2018}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 407. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 3$ và $u_2 = -6$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $u_5 = -48$.

B. $u_5 = 24$.

C. $u_5 = 48$.

D. $u_5 = -24$.

Lời giải.

Vì dãy số (u_n) là cấp số nhân nên có công bội là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-6}{3} = -2$.

Số hạng $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot (-2)^4 = 48$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 408. Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) . Biết $\frac{S_6}{S_3} = 4$, tính $\frac{S_9}{S_{12}}$.

A. $\frac{S_9}{S_{12}} = 0,325$.

B. $\frac{S_9}{S_{12}} = 0,485$.

C. $\frac{S_9}{S_{12}} = 0,245$.

D. $\frac{S_9}{S_{12}} = 0,675$.

Lời giải.

Ta có $S_n = u_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, với q là công bội của cấp số nhân.

$$\text{Do } \frac{S_6}{S_3} = \frac{q^6 - 1}{q^3 - 1} = \frac{(q^3 - 1)(q^3 + 1)}{q^3 - 1} = q^3 + 1 = 4 \Leftrightarrow q^3 = 3.$$

$$\text{Do vậy } \frac{S_9}{S_{12}} = \frac{q^9 - 1}{q^{12} - 1} = \frac{3^3 - 1}{3^4 - 1} = 0,325.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 409. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$, $u_5 = 16$. Tìm số hạng thứ 8 của cấp số nhân (u_n) .

A. -256 .

B. 256 .

C. 128 .

D. -128 .

Lời giải.

Cấp số nhân (u_n) có công bội $q = \sqrt[5-2]{\frac{u_5}{u_2}} = -2$.

Suy ra $u_8 = u_2 \cdot q^{8-2} = -128$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 410. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(x - 1)(x - 3)(x - m) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (x - 1)(x - 3)(x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = m. \end{cases}$$

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì: $m \notin \{1; 3\}$.

Trường hợp 1: $m < 1 < 3$.

Để 3 số $m; 1; 3$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $m \cdot 3 = 1^2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$.

Cấp số nhân tăng đó là: $\frac{1}{3}; 1; 3$.

Trường hợp 2: $1 < m < 3$.

Để 3 số $1; m; 3$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $1 \cdot 3 = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3}. \end{cases}$

Đổi chiều điều kiện $1 < m < 3$ ta chọn $m = \sqrt{3}$.

Cấp số nhân tăng đó là: $1; \sqrt{3}; 3$.

Trường hợp 3: $1 < 3 < m$.

Để 3 số $1; 3; m$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $1 \cdot m = 3^2 \Leftrightarrow m = 9$.

Cấp số nhân tăng đó là: $1; 3; 9$.

Vậy $m \in \left\{ \frac{1}{3}; \sqrt{3}; 9 \right\}$ thì phương trình $(x-1)(x-3)(x-m) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 411. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_4 bằng

A. 24.

B. 54.

C. 48.

D. 9.

Lời giải.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân, ta có: $u_4 = u_1 q^3 = 3 \cdot 2^3 = 24$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 412. Nhằm tạo môi trường xanh, sạch, đẹp và thân thiện. Đoàn trường THPT Hậu Lộc 2 đã phát động phong trào trồng hoa toàn bộ khuôn viên đường vào trường. Sau 1 ngày thực hiện đã trồng được một phần diện tích. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 ngày nữa sẽ hoàn thành. Nhưng thấy công việc ý nghĩa nên mỗi ngày số lượng đoàn viên tham gia đông hơn vì vậy từ ngày thứ hai mỗi ngày diện tích được trồng tăng lên 4% so với diện tích ngày kế trước. Hỏi công việc sẽ hoàn thành vào ngày bao nhiêu? Biết rằng ngày 08/03 là ngày bắt đầu thực hiện và làm liên tục.

A. 25/03.

B. 26/03.

C. 23/03.

D. 24/03.

Lời giải.

Gọi S_n , S lần lượt là diện tích trồng được vào ngày thứ n , diện tích cần trồng hoa.

Diện tích trồng được vào ngày thứ nhất là $S_1 = \frac{1}{24}S$.

Diện tích trồng được vào ngày thứ hai là $S_2 = \frac{1}{24}S + \frac{1}{24}S \cdot 4\% = \frac{1}{24}S \cdot 1,04$.

Diện tích trồng được vào ngày thứ ba là $S_3 = \frac{1}{24}S \cdot 1,04 + \frac{1}{24}S \cdot 4\% = \frac{1}{24}S \cdot 1,04^2$.

...

Diện tích trồng được vào ngày thứ n là $S_n = \frac{1}{24}S \cdot 1,04^{n-1}$.

Do đó, $S = \frac{1}{24}S + \frac{1}{24}S \cdot 1,04 + \frac{1}{24}S \cdot 1,04^2 + \dots + \frac{1}{24}S \cdot 1,04^{n-1} = \frac{1}{24} \cdot S \cdot \frac{1 - 1,04^n}{1 - 1,04}$
 $= -\frac{25}{24}(1 - 1,04^n)S$.

Suy ra $-\frac{25}{24}(1 - 1,04^n) = 1 \Leftrightarrow 1,04^n = \frac{49}{25} \Leftrightarrow n = \log_{1,04} \frac{49}{25} \Leftrightarrow n \approx 17$.

Vậy công việc sẽ hoàn thành vào ngày 25/03.

Chọn đáp án (A) □

Câu 413. Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý theo hình thức lãi kép. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm kể từ khi bắt đầu gửi tiền gần với kết quả nào sau đây?

A. 212 triệu.

B. 210 triệu.

C. 216 triệu.

D. 220 triệu.

Lời giải.

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng đầu: $100 \cdot (1 + 2\%)^2$.

Số tiền người đó nhận được sau 6 tháng tiếp theo là: $[100 \cdot (1 + 2\%)^2 + 100] \cdot (1 + 2\%)^2 \approx 212,28$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 414. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{1}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{n+1}{3n}u_n$.

Tổng $S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10}$ bằng

A. $\frac{29524}{59049}$.

B. $\frac{1}{243}$.

C. $\frac{3280}{6561}$.

D. $\frac{25942}{59049}$.

Lời giải.

$$u_{n+1} = \frac{n+1}{3n}u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{u_n}{n} \quad (1).$$

$$\text{Đặt } v_n = \frac{u_n}{n}. \text{ Từ (1) suy ra } v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n.$$

Khi đó dãy số (v_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu $v_1 = u_1 = \frac{1}{3}$, công bội $q = \frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} S &= u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10} = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{10} \\ &= v_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{29524}{59049}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 415. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_{n+1} = 3u_n$ ($\forall n \geq 1$), $u_1 = 1$. Giá trị của u_{2019} bằng

A. 3^{2019} .

B. $3n - 2$.

C. 3^{2018} .

D. 3^{2020} .

Lời giải.

Ta có (u_n) là cấp số nhân, công bội $q = 3$.

Số hạng tổng quát là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 1 \cdot 3^{n-1} = 3^{n-1}$.

Khi đó $u_{2019} = 3^{2018}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 416. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 729$. Tổng của 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân trên là

A. $\frac{1 - 3^8}{2}$.

B. $\frac{3^8 - 1}{2}$.

C. $\frac{3^8 - 1}{6}$.

D. $\frac{1 - 3^8}{6}$.

Lời giải.

$$\text{Có } u_8 = u_1 \cdot q^7 \Leftrightarrow 729 = \frac{1}{3} \cdot q^7 \Leftrightarrow q = 3.$$

Do đó

$$S_8 = u_1 + u_2 + \dots + u_8 = u_1 \cdot \frac{1 - q^8}{1 - q} = \frac{3^8 - 1}{6}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 417. Ông Chính gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không thay đổi và ông Chính không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

A. 1.686.898.000 đồng.

B. 743.585.000 đồng.

C. 739.163.000 đồng.

D. 1.335.967.000 đồng.

Lời giải.

Số tiền (triệu đồng) trong tài khoản của ông Chính biến động như sau:

— Sau 1 năm: $200 \cdot (1 + 7\%)$.— Sau 2 năm: $(200 \cdot (1 + 7\%) + 20)(1 + 7\%) = 200 \cdot (1 + 7\%) + 20(1 + 7\%)$.— Sau n năm:

$$200 \cdot (1 + 7\%)^n + 20 \cdot (1 + 7\%)^{n-1} + \dots + 20 \cdot (1 + 7\%) = 200 \cdot (1 + 7\%)^n + 20 \cdot (1 + 7\%) \frac{(1 + 7\%)^{n-1} - 1}{7\%}.$$

Suy ra sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc và lãi là

$$200 \cdot (1 + 7\%)^{18} + 20 \cdot (1 + 7\%) \cdot \frac{(1 + 7\%)^{17} - 1}{7\%} = 1.335,967 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 418. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_3 bằng

A. 24.

B. 12.

C. 9.

D. 6.

Lời giải.Ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 3 \cdot 2^2 = 12$.Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 419. Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = -9$, $u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằngA. $\frac{1}{3}$.

B. -3.

C. 3.

D. $-\frac{1}{3}$.**Lời giải.**

Ta có

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow q^3 = \frac{1}{3 \cdot u_1} = \frac{1}{-27} \Leftrightarrow q = -\frac{1}{3}.$$

Vậy cấp số nhân (u_n) có công bội $q = -\frac{1}{3}$.Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 420. Cho một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}$, $u_4 = \frac{1}{44}$. Số hạng tổng quát bằngA. $\frac{1}{4^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$.B. $\frac{1}{n^4}$, $n \in \mathbb{N}^*$.C. $\frac{1}{4^{n+1}}$, $n \in \mathbb{N}^*$.D. $\frac{1}{4n}$, $n \in \mathbb{N}^*$.**Lời giải.**Dãy (u_n) là một cấp số nhân với công bội q , từ giả thiết ta có

$$u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} \Leftrightarrow q^3 = \frac{1}{4^3} \Leftrightarrow q = \frac{1}{4}.$$

Vậy số hạng tổng quát của cấp số nhân là $u_n = u_1 q^{n-1} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{4^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 421. Cho đoạn thẳng $AB = 2^{100}$ (cm). Gọi M_1 là trung điểm của AB . Gọi M_{k+1} là trung điểm của $M_k B$ ($k = 1, 2, \dots, 99$). Tính độ dài đoạn thẳng $M_1 M_{100}$.A. $2^{99} - 1$ (cm).B. $2^{97} + 1$ (cm).C. $2^{99} - 2$ (cm).D. 2^{98} (cm).**Lời giải.**Ta có $M_1 M_k = M_1 B - M_k B = \frac{AB}{2} - \frac{AB}{2^k} = \frac{AB}{2^k} (2^{k-1} - 1)$, $k = 1, 2, \dots, 100$.Với $k = 100$ thì $M_1 M_{100} = 2^{99} - 1$.Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 422. Cho số nguyên dương n và n tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$, trong đó các điểm $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}$ lần lượt thuộc các đoạn thẳng B_iC_i, C_iA_i, A_iB_i với $i = \overline{1, n-1}$ sao cho $A_{i+1}C_i = 2A_{i+1}B_i, B_{i+1}A_i = 2B_{i+1}C_i, C_{i+1}B_i = 2C_{i+1}A_i$. Gọi S là tổng tất cả diện tích của n tam giác đó. Tìm số nguyên dương n biết rằng $S = 3 \left(1 - \frac{2^{2018}}{3^{2018}}\right)$ và tam giác $A_1B_1C_1$ có diện tích bằng 1.

A. $n = 6054$.B. $n = 2027$.C. $n = 2017$.D. $n = 2018$.**Lời giải.**

Gọi $S_1, S_2, \dots, S_n$ lần lượt là diện tích các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots, A_nB_nC_n$.

Ta có $S_{B_1A_2C_2} = \frac{1}{2}B_1A_2 \cdot B_1C_2 \cdot \sin B_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}B_1C_1 \cdot \frac{2}{3}B_1A_1 \cdot \sin B_1 = \frac{1}{9}S_1$.

Tương tự $S_{C_1B_2A_2} = S_{A_1C_2B_2} = \frac{1}{9}S_1$.

Suy ra $S_2 = S_1 - 3 \cdot \frac{1}{9}S_1 = \frac{2}{3}S_1$. Chứng minh tương tự ta được $S_n = \frac{2}{3}S_{n-1}$.

Do đó dãy $S_1, S_2, \dots, S_n$ là một cấp số nhân với $S_1 = 1$ và công bội $q = \frac{2}{3}$.

Suy ra $S = \frac{1 \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right]}{1 - \frac{2}{3}} = 3 \left(1 - \frac{2^n}{3^n}\right)$.

Vậy $n = 2018$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 423. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 80 \end{cases}$. Tìm u_3 .

A. $u_3 = 6$.B. $u_3 = 2$.C. $u_3 = 8$.D. $u_3 = 4$.**Lời giải.**

Ta có $\begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_4 + u_6 = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^2) = 10 \\ u_4(1 + q^2) = 80 \end{cases} \Rightarrow \frac{u_4}{u_1} = 8 \Rightarrow u_3 = 8$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 424. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số hạng thứ bảy của cấp số nhân có giá trị bằng

A. 31250.

B. 6250.

C. 136250.

D. 39062.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

Ta có: $\begin{cases} u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot q \\ u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot q^2 \end{cases}$

Suy ra

$$T = 20u_1 - 10u_2 + u_3 = 2q^2 - 20q + 40 = 2(q - 5)^2 - 10 \geq -10, \forall q.$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của T là $\min T = -10$, đạt được khi $q = 5$.

Vậy số hạng thứ bảy là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 31250$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 425. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2, u_4 = 4$. Giá trị của u_9 bằng

A. 32.

B. $32\sqrt{2}$.C. $16\sqrt{2}$.

D. 10.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Do $u_4 \neq 0$ nên $q \neq 0$. Ta có

$$\begin{cases} u_2 = 2 \\ u_4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q = 2 \\ u_1 q^3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{q^3}{q} = 2 \Leftrightarrow q^2 = 2.$$

Suy ra $u_{10} = u_2 q^8 = u_2 (q^2)^4 = 2 \cdot 2^4 = 32$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 426. Ông An gửi 320 triệu đồng vào ngân hàng ACB và VietinBank theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi vào ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Biết tổng số tiền lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng. Hỏi số tiền ông An lần lượt gửi ở hai ngân hàng ACB và VietinBank là bao nhiêu (số tiền được làm tròn tới hàng đơn vị)?

- A. 200 triệu đồng và 120 triệu đồng. B. 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.
C. 120 triệu đồng và 200 triệu đồng. D. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là số tiền ông AN gửi ở hai ngân hàng ACB và VietinBank.

Từ đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 320000000 \\ x(1 + 2,1\%)^5 + y(1 + 9,73\%)^9 = 346670725,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120000000 \\ y = 200000000 \end{cases}$$

Vậy số tiền ông An gửi ở hai ngân hàng ACB và VietinBank lần lượt là 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 427. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1; u_4 = 64$. Công bội q của cấp số nhân bằng

- A. $q = 2$. B. $q = 4$. C. $q = 8$. D. $q = 2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_4 = q^3 \cdot u_1 \Rightarrow q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 428. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q < 0, u_2 = 4, u_4 = 9$. Giá trị của u_1 bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = 4 \\ u_4 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q = 4 \\ u_1 q^3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -\frac{3}{2} \\ u_1 = -\frac{8}{3} \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 429. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Tìm công bội q .

- A. $q = \frac{1}{12}$. B. $q = \frac{1}{3}$. C. $q = 3$. D. $q = 12$.

Lời giải.

Công bội q của cấp số nhân bằng $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 430. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo hình thức như sau: Hàng tháng từ đầu mỗi tháng người đó sẽ gửi cố định số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,6% trên tháng. Biết rằng lãi suất

không thay đổi trong quá trình gửi, thì sau 10 năm số tiền mà người đó nhận được cả vốn lẫn lãi gần với số nào nhất sau đây?

- A. 880,16 triệu. B. 880 triệu. C. 880,29 triệu. D. 880,26 triệu.

Lời giải.

Theo bài ra, ta có

- Cuối tháng 1, người đó có $5 \cdot 1,006$ triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm.
- Cuối tháng 2, người đó có $(5 + 5 \cdot 1,006) \cdot 1,006 = 5 \cdot 1,006 \cdot (1 + 1,006)$ triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm.
- Cuối tháng 3, người đó có $(5 + 5 \cdot 1,006 \cdot (1 + 1,006)) \cdot 1,006 = 5 \cdot 1,006 \cdot (1 + 1,006 + 1,006^2)$ triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm.

...

- Cuối tháng n , người đó có $5 \cdot 1,006 \cdot (1 + 1,006 + 1,006^2 + \dots + 1,006^{n-1}) = 5 \cdot 1,006 \cdot \frac{1,006^n - 1}{0,006}$ triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm.

Do 10 năm = 120 tháng nên sau 10 năm tổng cộng số tiền người đó nhận được là

$$5 \cdot 1,006 \cdot \frac{1,006^{120} - 1}{0,006} = 880,26 \text{ triệu đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 431. Cho dãy số (u_n) là cấp số nhân với $u_1 = 2, q = 2$. Tính u_6 .

- A. 64. B. 12. C. 128. D. 32.

Lời giải.

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 64$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 432. Phương trình $x^2 - 3x + a = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và phương trình $x^2 - 12x + b = 0$ có hai nghiệm x_3, x_4 . Giả sử rằng x_1, x_2, x_3, x_4 theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội lớn hơn 1. Giá trị của $a + b$ là

- A. 13. B. 29. C. 34. D. 37.

Lời giải.

Gọi $q > 1$ là công bội.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_3 + x_4 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1(1 + q) = 3 \\ x_1 q^2(1 + q) = 12 \end{cases} \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2.$$

$$\text{Ta được } \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 4 \\ x_4 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 32 \end{cases} \Rightarrow a + b = 34.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 433. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 162. B. 11. C. 96. D. 48.

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 434. Số 1458 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$?

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 7.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1}$.

Xét $u_n = 1458 \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{n-1} = 1458 \Leftrightarrow 3^{n-1} = 729 \Leftrightarrow 3^{n-1} = 3^6 \Leftrightarrow n = 7$.

Vậy số 1458 là số hạng thứ 7 của cấp số nhân (u_n) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 435. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 11. B. 96. C. 24. D. 48.

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 436. Anh An vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7%/1 tháng theo phương thức trả góp. Cứ mỗi tháng anh An trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và trả như thế cho đến khi hết nợ. Hỏi sau bao nhiêu tháng thì anh An trả được hết nợ ngân hàng? (Biết lãi suất ngân hàng không thay đổi).

- A. 21 tháng. B. 23 tháng. C. 22 tháng. D. 20 tháng.

Lời giải.

Diễn biến số nợ của anh An như sau:

— Số tiền còn nợ sau tháng thứ 1 là: $T_1 = 100(1 + 0,007) - 5$;

— Số tiền còn nợ sau tháng thứ 2 là:

$$T_2 = T_1(1 + 0,007) - 5 = [100(1 + 0,007) - 5](1 + 0,007) - 5 = 100(1 + 0,007)^2 - 5(1 + 0,007) - 5;$$

— Số tiền còn lại sau tháng thứ 3 là:

$$\begin{aligned} T_3 &= T_2(1 + 0,007) - 5 \\ &= [100(1 + 0,007)^2 - 5(1 + 0,007) - 5](1 + 0,007) - 5 \\ &= 100(1 + 0,007)^3 - 5(1 + 0,007)^2 - 5(1 + 0,007) - 5; \end{aligned}$$

Suy ra số tiền còn nợ sau tháng thứ n là:

$$T_n = 100(1 + 0,007)^n - 5 \frac{(1 + 0,007)^n - 1}{0,007}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} T_n &= 0 \Leftrightarrow 100(1 + 0,007)^n - 5 \frac{(1 + 0,007)^n - 1}{0,007} = 0 \\ &\Leftrightarrow 0,7(1 + 0,007)^n - 5(1 + 0,007)^n + 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow 4,3(1 + 0,007)^n = 5 \\ &\Leftrightarrow 1,007^n = \frac{5}{4,3} \\ &\Leftrightarrow n \approx 21,736. \end{aligned}$$

Vậy sau 22 tháng, anh An trả hết nợ.

Chọn đáp án **C** □

Câu 437. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{2}$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_{25} bằng

A. 2^{23} . B. 2^{24} . C. 2^{25} . D. 2^{26} .

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{25} = u_1 q^{24} = \frac{1}{2} \cdot 2^{24} = 2^{23}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 438. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và có công bội $q = \frac{1}{4}$. Giá trị của u_3 bằng

A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{16}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 \cdot q^2 = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{16}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 439. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; \dots; 100\}$ Gọi S là tập các tập con của A , mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng các phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử từ S . Tính xác suất chọn được một tập hợp có ba phần tử lập thành cấp số nhân.

A. $\frac{3}{645}$. B. $\frac{4}{645}$. C. $\frac{2}{1395}$. D. $\frac{1}{930}$.

Lời giải.

Gọi một phần tử của S là $\{x; y; z\}$ với x, y, z khác nhau và $x + y + z = 91$.

Mỗi cách chọn bộ ba số $\{x; y; z\}$ thỏa mãn $x + y + z = 91$ tương ứng 1-1 với một cách đặt hai chữ số 1 vào giữa 91 chữ số 0 liên tiếp sao cho mỗi số 1 nằm giữa hai số 0. Có $C_{90}^2 = 4005$ cách.

Bây giờ ta sẽ tìm trong 4005 cách trên có bao nhiêu cách có hai số trong ba số $x; y; z$ trùng nhau. Giả sử $x = z$ ta có $2x + y = 91 \Rightarrow x = \frac{91-y}{2}$. Do x là số tự nhiên nên y là 45 số lẻ từ 1 đến 89. Vậy có tất cả $45 \times 3 = 135$ trường hợp có hai số trùng nhau.

Do cách chọn phần tử của S là một tập con của A nên số phần tử của S là $\frac{4005 - 135}{6} = 645$. Gọi bộ ba số tạo thành cấp số nhân (tăng) là $a; aq; aq^2$ với $q = \frac{b}{c} > 1$ và $(b; c) = 1$.

Ta có $aq^2 = \frac{ab^2}{c^2} \in \mathbb{N}$ nên $a:c^2 \Rightarrow a = mc^2$ ($m \in \mathbb{N}$). Do đó ba số cần tìm là $mc^2; mbc; mb^2$ và $mc^2 + mbc + mb^2 = 91$.

Ta có $91 = m(b^2 + bc + c^2) \Rightarrow m \in \{1; 7; 13\}$.

Nếu $m = 13$, ta có $b^2 + c^2 + bc = 7 > 3c^2$. Suy ra $c = 1$ và $b = 2$. Vậy ta có bộ $\{13; 26; 52\}$.

Nếu $m = 7$, ta có $b^2 + c^2 + bc = 13 > 3c^2$. Suy ra $c = 1$ và $b = 3$. Vậy ta có bộ $\{7; 21; 63\}$.

Nếu $m = 1$, ta có $b^2 + c^2 + bc = 91 > 3c^2$. Suy ra $c \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Thay lần lượt c ta có $\begin{cases} c=1 \\ b=9 \end{cases}$ và $\begin{cases} c=5 \\ b=6 \end{cases}$. Vậy ta có các bộ số $\{1; 9; 81\}$ và $\{25; 30; 36\}$.

Do đó xác suất cần tìm là $\frac{4}{645}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 440. Cho cấp số nhân (u_n) có hai số hạng đầu tiên là $u_1 = -3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -81 . B. 81 . C. 3 . D. -3 .

Lời giải.

Từ công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$, ta có $u_2 = u_1 q \Leftrightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = -3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 441. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng $u_2 = -6$. Giá trị u_4 bằng

- A. 12. B. -24. C. -12. D. 24.

Lời giải.

Công bội của cấp số nhân là $q = \frac{-6}{3} = -2$.

Số hạng $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 3 \cdot (-2)^3 = -24$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 442. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 24. B. 48. C. 18. D. 54.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 q^3 = 3 \cdot 2^3 = 24$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 443. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, $q = \frac{-1}{2}$. Khi đó $\frac{3}{256}$ là số hạng thứ mấy?

- A. Thứ 8. B. Thứ 9. C. Thứ 7. D. Thứ 6.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow \frac{3}{256} = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Leftrightarrow n = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 444. Ba số nào sau đây tạo thành một cấp số nhân?

- A. -1; 2; -4. B. 1; 2; -4. C. -1; 2; 4. D. 1; -2; -4.

Lời giải.

Xét mỗi bộ ba số, ta có

- Với -1; 2; -4, ta có $\frac{2}{-1} = \frac{-4}{2}$ nên bộ ba số này là một cấp số nhân với công bội $q = -2$.
- Với 1; 2; -4, ta có $\frac{2}{1} \neq \frac{-4}{2}$ nên bộ ba số này không là một cấp số nhân.
- Với -1; 2; 4, ta có $\frac{2}{-1} \neq \frac{4}{2}$ nên bộ ba số này không là một cấp số nhân.
- Với 1; -2; -4, ta có $\frac{-2}{1} \neq \frac{-4}{-2}$ nên bộ ba số này không là một cấp số nhân.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 445. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) .

- A. -513. B. -1023. C. 513. D. 1023.

Lời giải.

Tổng của 10 số hạng đầu bằng

$$S_{10} = u_1 \cdot \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 3 \cdot \frac{(-2)^{10} - 1}{-2 - 1} = -1023.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 446. Gia đình ông A cần khoan một cái giếng. Biết rằng giá của mét khoan đầu tiên là 200 000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, mỗi mét khoan sau sẽ tăng thêm 7% so với mét khoan trước đó. Hỏi nếu ông A khoan cái giếng sâu 30 m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 18 892 000 đồng. B. 18 895 000 đồng. C. 18 893 000 đồng. D. 18 892 200 đồng.

Lời giải.

Đặt $T_n, 1 \leq n \leq 30$ là giá tiền ở mét khoan thứ n và $r = 7\%$.

Ta có

$$T_2 = T_1 + T_1 r = T_1(1 + r)$$

$$T_3 = T_2 + T_2 r = T_1(1 + r) + T_1(1 + r)r = T_1(1 + r)^2$$

...

$$T_{30} = T_1(1 + r)^{29}.$$

Dãy số (T_n) là cấp số nhân với $T_1 = 200\,000$ và công bội $q = 1 + r = 1,07$.

Do đó, số tiền cần tính là $S_{30} = \frac{T_1(q^{30} - 1)}{q - 1} = 18\,892\,157,26$.

Vậy làm tròn đến hàng nghìn, ta được $S_{30} = 18\,892\,000$ đồng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 447. Một người vay 500 triệu với lãi suất 1,2%/ tháng để mua ô tô. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, người đó bắt đầu trả nợ và đều đặn mỗi tháng người đó trả ngân hàng 20 triệu đồng cho đến khi hết nợ (tháng cuối có thể trả ít hơn 20 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng? (Biết lãi suất ngân hàng không thay đổi).

A. 30 tháng.

B. 26 tháng.

C. 29 tháng.

D. 32 tháng.

Lời giải.

Diễn biến số nợ của người đó như sau:

— Số tiền còn nợ sau tháng thứ 1 là: $T_1 = 500(1 + 0,012) - 20$;

— Số tiền còn nợ sau tháng thứ 2 là:

$$T_2 = T_1(1 + 0,012) - 20 = [500(1 + 0,012) - 20](1 + 0,012) - 20 = 500(1 + 0,012)^2 - 20(1 + 0,012) - 20;$$

— Số tiền còn lại sau tháng thứ 3 là:

$$\begin{aligned} T_3 &= T_2(1 + 0,012) - 20 \\ &= [500(1 + 0,012)^2 - 20(1 + 0,012) - 20](1 + 0,012) - 20 \\ &= 500(1 + 0,012)^3 - 20(1 + 0,012)^2 - 20(1 + 0,012) - 20; \end{aligned}$$

Suy ra số tiền còn nợ sau tháng thứ n là:

$$T_n = 500(1 + 0,012)^n - 20 \frac{(1 + 0,012)^n - 1}{0,012}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} T_n &= 0 \Leftrightarrow 500(1 + 0,012)^n - 20 \frac{(1 + 0,012)^n - 1}{0,012} = 0 \\ &\Leftrightarrow n = 29,9. \end{aligned}$$

Vậy sau 30 tháng, người đó trả hết nợ.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 448. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_5 là

A. 13.

B. 162.

C. 16.

D. 81.

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_1 q^4 = 3^4 = 81$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 449. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 24. B. 96. C. 48. D. 162.

Lời giải.

Vì (u_n) là cấp số nhân với công bội q nên $u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow u_5 = u_1 q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 450. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. $u_n = 2n$. B. $u_n = 2 \cdot (-3)^{2n+1}$. C. $u_n = 2^n - 1$. D. $u_n = \frac{1}{n}$.

Lời giải.

Ta thấy với $\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ dãy số $u_n = 2 \cdot (-3)^{2n+1}$ có $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{2 \cdot (-3)^{2n+1}}{2 \cdot (-3)^{2(n-1)+1}} = \frac{2 \cdot (-3)^{2n+1}}{2 \cdot (-3)^{2n-1}} = 9$ nên (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 9, u_1 = -54$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 451. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 24. B. -24. C. 48. D. -3.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 \times q^{4-1} = 3 \times (-2)^3 = -24$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 452. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 81$ và $u_2 = 9$. Gọi q là công bội của cấp số nhân đó. Đáp án nào sau đây là **đúng**?

- A. -9. B. $-\frac{1}{9}$. C. 9. D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Công bội q được xác định: $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 453. Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ 11 là $u_{11} = \frac{1}{512}$. Tìm công bội q của cấp số nhân, biết $q > 0$.

- A. $q = \frac{1}{4}$. B. $q = 2$. C. $q = \frac{1}{3}$. D. $q = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} \Leftrightarrow \frac{1}{512} = 2 \cdot q^{10} \Leftrightarrow q^{10} = \frac{1}{1024} \Leftrightarrow q = \frac{1}{2}$ (vì $q > 0$).

Vậy công bội của cấp số nhân là $q = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 454. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$.

Biết (v_n) là cấp số nhân có công bội q . Khi đó

- A. $q = \frac{2}{5}$. B. $q = 5$. C. $q = \frac{8}{5}$. D. $q = \frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $v_{n+1} = u_{n+1} - 2 = \frac{u_n + 8}{5} - 2 = \frac{u_n - 2}{5} = \frac{v_n}{5}$.

Suy ra $q = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 455. Giả sử một người đi làm được lĩnh lương khởi điểm là 2.000.000 đồng/tháng. Cứ 3 năm người ấy lại được tăng lương một lần với mức tăng bằng 7% của tháng trước đó. Hỏi sau 36 năm làm việc người ấy lĩnh được tất cả bao nhiêu tiền?

A. $7,068289036 \cdot 10^8$ đồng.

B. 1.287.968.492 đồng.

C. 10.721.769.110 đồng.

D. 429.322.830,5 đồng.

Lời giải.

Ta có 36 năm tương ứng với 12 kỳ lương; mỗi kỳ lương có 36 tháng và kỳ sau tăng 7% so với kỳ trước. Do đó tổng số tiền mỗi kỳ lương là một cấp số nhân với $u_1 = 36 \times 2 = 72$ (triệu đồng) và công bội $q = 1,07$.

Vậy tổng số tiền sau 36 năm là $T = \frac{72 \cdot [(1,07)^{12} - 1]}{1,07 - 1} = 1287,968492$ (triệu đồng).

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 456. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị u_{2019} bằng

A. $2 \cdot 2^{2018}$.

B. $2 \cdot 3^{2020}$.

C. $2 \cdot 3^{2018}$.

D. $2 \cdot 2^{2020}$.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow 54 = 2 \cdot q^3 \Leftrightarrow q = 3$.

Số hạng $u_{2019} = u_1 \cdot q^{2018} = 2 \cdot 3^{2018}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 457. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 12$ và công sai $q = \frac{3}{2}$. Tổng 5 số hạng đầu của cấp số nhân bằng

A. $\frac{93}{4}$.

B. $\frac{633}{4}$.

C. $\frac{633}{2}$.

D. $\frac{93}{2}$.

Lời giải.

Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho. Khi đó ta có

$$S_5 = u_1 \cdot \frac{1 - q^5}{1 - q} = 12 \cdot \frac{1 - \left(\frac{3}{2}\right)^5}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{633}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 458. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 32.

B. 96.

C. 128.

D. 64.

Lời giải.

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 2 \cdot 2^5 = 64$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 459. Một người gửi ngân hàng 100 triệu theo thể thức lãi kép, lãi suất 0,5% mỗi tháng (tức là sau mỗi tháng toàn bộ lãi và gốc của tháng trước được nhập vào để tính lãi tháng sau). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng người đó có nhiều hơn 125 triệu.

A. 45 tháng.

B. 47 tháng.

C. 44 tháng.

D. 46 tháng.

Lời giải.

Gọi S_n là toàn bộ gốc và lãi ở tháng thứ n . Theo công thức lãi suất kép, ta có

$$S_n = 100 \left(1 + \frac{0,5}{100}\right)^n > 125 \Leftrightarrow 1,005^n > 1,25$$

$$\Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,25 \approx 44,74.$$

Suy ra, giá trị nguyên nhỏ nhất của n là $n = 45$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 460. Từ độ cao 55,8 (mét) của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình (mét) của bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. (60; 63). B. (67; 69). C. (69; 72). D. (64; 66).

Lời giải.

Đặt $u_1 = 55,8$ (mét) là quãng đường bóng rơi khi thả xuống, $u_{n+1} = \frac{1}{10^n} u_1, n \geq 1$ là quãng đường bóng rơi sau lần nảy lên thứ n .

Ta có (u_n) là dãy cấp số nhân với $u_1 = 55,8$ và công bội $q = \frac{1}{10}$.

Suy ra tổng quãng đường quả bóng rơi xuống là $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \lim_{n \rightarrow +\infty} 55,8 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{1 - \frac{1}{10}} = 62$.

Ngoài ra ta còn phải tính tổng quãng đường mà bóng nảy lên. Ta có tổng quãng đường bóng nảy lên bằng tổng quãng đường rơi của bóng trừ đi quãng đường thả rơi xuống.

Vậy tổng quãng đường hành trình của quả bóng là $62 + 62 - 55,8 = 68,2$ (mét).

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 461. Ba số 1, 2, $-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. -4. C. -2. D. 2.

Lời giải.

Ba số 1, 2, $-a$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì suy ra $-a = 4 \Rightarrow a = -4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 462. Cho cấp số nhân có $u_2 = \frac{1}{4}; u_5 = 16$. Tìm công bội và số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $q = -\frac{1}{2}, u_1 = -\frac{1}{2}$. B. $q = \frac{1}{2}, u_1 = \frac{1}{2}$. C. $q = -4, u_1 = -\frac{1}{16}$. D. $q = 4, u_1 = \frac{1}{16}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_1 \cdot q = \frac{1}{4} \\ u_1 \cdot q^4 = 16 \end{cases} \Rightarrow q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4$.

Từ đó tìm được $u_1 = \frac{1}{16}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 463. Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu tiên đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thua lần 9 liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách đó thắng hay thua bao nhiêu tiền?

- A. Thua 40000 đồng. B. Thắng 20000 đồng. C. Hòa vốn. D. Thua 20000 đồng.

Lời giải.

Số tiền đặt cược lần thứ n là $u_n = u_1 \cdot 2^{n-1}$ với $u_1 = 20000$.

Ta có: $u_{10} - \sum_{n=1}^9 u_1 \cdot 2^{n-1} = 20000 \cdot 2^9 - \sum_{n=1}^9 20000 \cdot 2^{n-1} = 20000$.

Vậy du khách thắng 20000 đồng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 464. Bốn số thực $2; x; 8; y$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị của biểu thức $x^2 + y^2$ bằng

A. 260.

B. 272.

C. 257.

D. 400.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân trên. Ta có $8 = 2q^2 \Leftrightarrow q = 2 \vee q = -2$.

$$\text{— Với } q = 2, \text{ ta có } \begin{cases} x = 4 \\ y = 16 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 272.$$

$$\text{— Với } q = -2, \text{ ta có } \begin{cases} x = -4 \\ y = -16 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 272.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 465. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 27; 36; 54; 72\}$ gồm 14 phần tử. Chọn ngẫu nhiên ba phần tử phân biệt thuộc tập hợp S . Xác suất để ba phần tử đó lập thành ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân là

A. $\frac{9}{182}$.

B. $\frac{19}{364}$.

C. $\frac{17}{364}$.

D. $\frac{5}{91}$.

Lời giải.

Số cách lấy 3 phần tử phân biệt trong S là $C_{14}^3 = 364$.

Có 18 bộ số gồm ba phần tử trong S lập thành ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, gồm

$$(1; 2; 4), (1; 3; 9), (1; 6; 36),$$

$$(2; 4; 8), (2; 6; 18), (2; 12; 72),$$

$$(3; 6; 12), (3; 9; 27),$$

$$(4; 12; 36), (4; 6; 9),$$

$$(6; 12; 24), (6; 18; 54),$$

$$(8; 24; 72), (8; 12; 18),$$

$$(9; 18; 36),$$

$$(12; 18; 27),$$

$$(18; 36; 72),$$

$$(24; 36; 54).$$

Vậy xác suất cần tính là $\frac{18}{364} = \frac{9}{182}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 466. Xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n) có $u_4 - u_2 = 54$ và $u_5 - u_3 = 108$.

A. $u_1 = 3$ và $q = 2$.

B. $u_1 = 9$ và $q = 2$.

C. $u_1 = 9$ và $q = -2$.

D. $u_1 = 3$ và $q = -2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (q^2 - 1) = 54 \\ u_1 q^2 (q^2 - 1) = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 9 \end{cases}.$$

Vậy $u_1 = 9$ và $q = 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 467. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = 2u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất để $u_n > 1024$.

A. 11.

B. 10.

C. 12.

D. 13.

Lời giải.Ta có $u_{n+1} = 2u_n + 2 \Leftrightarrow u_{n+1} + 2 = 2(u_n + 2)$.Do đó (v_n) với $v_n = u_n + 2$ là cấp số nhân với $v_1 = 2$, công bội $q = 2$. Suy ra $u_n = v_n - 2 = 2^n - 2$.Khi đó $u_n > 1024 \Leftrightarrow 2^n - 2 > 1024 \Rightarrow n \geq 11$.Chọn đáp án **(A)** □

Câu 468. Một người vay ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng, lãi suất ngân hàng cố định 0,8% một tháng. Mỗi tháng người đó phải trả (lần đầu tiên phải trả là một tháng sau khi vay) một số tiền cố định không đổi tới hết tháng 48 thì hết nợ. Tổng số tiền lãi người đó phải trả trong quá trình nợ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng nghìn)?

A. 39200000 đồng.

B. 41641000 đồng.

C. 38123000 đồng.

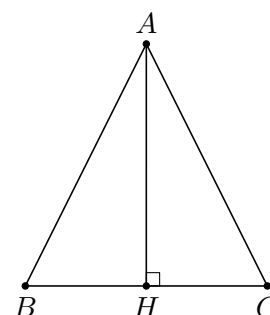
D. 40345000 đồng.

Lời giải.Gọi A là số tiền cần phải trả ban đầu, x là số tiền cần phải trả mỗi tháng, r là lãi suất mỗi tháng.Gọi T_n là số tiền còn lại cần phải trả ở cuối tháng n .Ta có $T_n = A(1+r)^n - \frac{x[(1+r)^n - 1]}{r}$.Như vậy $T_{48} = 0$, $A = 200 \cdot 10^6$, $r = 0,8\%$, suy ra $x = 5.034.184$ đồng.Vậy số tiền lãi người đó phải trả là $5034184 \times 48 - 200000000 = 41.641.000$ đồng.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 469. Cho tam giác ABC cân tại A , có cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội là q . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $q \in (2; +\infty)$.B. $q \in (0; 1)$.C. $q \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.D. $q \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.**Lời giải.**Đặt $BC = x$ ($x > 0$). Do BC, AH, AB theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội là q nên $AH = qx$, $AB = q^2x$ và $q > 0$.Tam giác ABH vuông tại H nên

$$\begin{aligned} AB^2 &= AH^2 + BH^2 \\ \Leftrightarrow (q^2x)^2 &= (qx)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \\ \Leftrightarrow 4q^4 - 4q^2 - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow q^2 &= \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow q &= \sqrt{\frac{1 + \sqrt{2}}{2}} \in \left(1; \frac{3}{2}\right). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 470. Cho hình vuông cạnh bằng 1, chia thành 3×3 ô vuông rồi bỏ đi ô ở giữa. Tiếp tục mỗi ô vuông nhỏ cũng chia đều thành 3×3 ô vuông rồi bỏ đi ô ở giữa. Gọi (u_n) là dãy các tổng diện tích còn lại sau khi loại bỏ các ô vuông lần thứ n . Chọn khẳng định đúng.

A. (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{3}$.B. (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = \frac{8}{9}$.

C. (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = \frac{1}{3}$.

D. (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = -\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Ta có:

— Lần thứ nhất, bỏ đi 1 ô vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3}$. Diện tích còn lại là

$$u_1 = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2.$$

— Lần thứ hai, bỏ đi 8 ô vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3^2}$. Diện tích còn lại là

$$u_2 = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - (9 - 1) \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^2.$$

— Lần thứ ba, bỏ đi 64 ô vuông có cạnh bằng $\frac{1}{3^4}$. Diện tích còn lại là

$$u_3 = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 8 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 - 64 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 = \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^3.$$

Vậy ta có nhận xét rằng (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 471. Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ n . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

A. 98.

B. 100.

C. 102.

D. 104.

Lời giải.

Theo thứ tự đặt hạt dẻ, số hạt dẻ trong các ô vuông lập thành một cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$, công sai $d = 5$ và $S_n = 25450$. Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) ta có

$$S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} \Leftrightarrow 25450 \cdot 2 = n[14 + (n-1) \cdot 5] \Leftrightarrow n = 100 \text{ (do } n > 1).$$

Vậy bàn cờ đó có tất cả 100 ô vuông.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 472. Cho dãy số (a_n) với $a_1 = 4; a_2 = 2$ và $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2}, n \geq 3$ và dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = a_n - a_{n-1}$. Có bao nhiêu số nguyên $n \geq 3$ để $u_n > \frac{1}{9}$?

A. 3.

B. 4.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Với $n \geq 3$, ta có $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n-2}}{2} \Leftrightarrow 2a_n - a_{n-1} - a_{n-2} = 0$.

$$2a_3 - a_2 - a_1 = 0$$

$$2a_4 - a_3 - a_2 = 0$$

$$2a_5 - a_4 - a_3 = 0$$

.....

$$2a_{n-2} - a_{n-3} - a_{n-4} = 0$$

$$2a_{n-1} - a_{n-2} - a_{n-3} = 0$$

$$2a_n - a_{n-1} - a_{n-2} = 0$$

Cộng vế theo vế, ta có $2a_n + a_{n-1} - 8 = 0 \Leftrightarrow a_n = -\frac{1}{2}a_{n-1} + 4$.

Do đó $a_n = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ với $n \geq 1$. Lúc đó $a_{n-1} = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ nên

$$u_n = a_n - a_{n-1} = -8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^n, \forall n \geq 3.$$

Do đó $u_n > \frac{1}{9} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^n < -\frac{1}{72}$, suy ra n lẻ và $\left(\frac{1}{2}\right)^n > \frac{1}{72} \Leftrightarrow n < \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{72}$.

Vì $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên $n = 3$ và $n = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 473. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1$ và $u_{n+1} = 5u_n + 8$, $n \geq 1$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3 \cdot 5^{n-1} - 2$. **B.** $u_n = 3 \cdot 5^{n-1} + 2$. **C.** $u_n = 3 \cdot 5^n + 2$. **D.** $u_n = 3 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 5 \cdot u_n + 8 = 5 \cdot u_n + 10 - 2 \\ \Leftrightarrow u_{n+1} + 2 &= 5(u_n + 2). \end{aligned}$$

Đặt $v_{n+1} = u_{n+1} + 2$. (1)

Suy ra

$$\begin{cases} v_1 = u_1 + 2 = 1 + 2 = 3 \\ v_{n+1} = 5v_n, \quad n \geq 1. \end{cases}$$

Vậy (v_n) là một cấp số nhân có công bội $q = 5$, $v_1 = 3$, khi đó

$$v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 5^{n-1}.$$

Từ (1) suy ra

$$u_n = v_n - 2 = 3 \cdot 5^{n-1} - 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 474. Ba số $1, 2, -2a$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

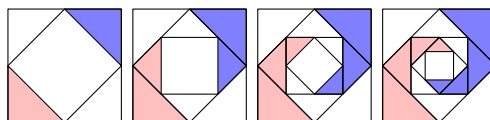
A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải.

Điều kiện để ba số $1, 2, -2a$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân là $2^2 = 1 \cdot (-2a) \Leftrightarrow a = -2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 475. Một thợ thủ công muốn vẽ trang trí trên một hình vuông kích thước $4\text{m} \times 4\text{m}$ bằng cách vẽ một hình vuông mới với các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông ban đầu, và tô kín màu lên hai tam giác đối diện (tham khảo hình vẽ). Quá trình vẽ và tô theo quy luật đó được lặp lại 5 lần. Tính số tiền nước sơn để người thợ thủ công đó hoàn thành trang trí hình vuông như trên. Biết tiền nước sơn để sơn 1m^2 là 50000đ.



A. 378500đ.

B. 375000đ.

C. 385000đ.

D. 387500đ.

Lời giải.

Xét trong 1 hình vuông ta thấy diện tích 2 hình tam giác được tô bằng $\frac{1}{4}$ diện tích hình vuông đó, hình vuông được vẽ bằng cách nêu ra trong đề bài có diện tích bằng $\frac{1}{2}$ diện tích hình vuông ban đầu.

Đánh số các hình vuông từ ngoài vào trong là 1, 2, 3, 4, 5. Gọi diện tích hình vuông thứ i là S_i , diện tích tam giác có cạnh nằm trên cạnh của hình vuông thứ i là u_i , ta có

$$u_1 = \frac{S_1}{4}, S_2 = \frac{1}{2}S_1, u_2 = \frac{S_2}{4} = \frac{S_1}{8}, \dots$$

Vậy diện tích cần sơn là

$$4 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{15}{2} (\text{m}^2).$$

Số tiền nước sơn là

$$\frac{15}{2} \cdot 50000 = 375000 (\text{đ}).$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 476. Cho $a < b < c$ là ba số nguyên. Biết a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng và a, c, b theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân. Tính giá trị nhỏ nhất của c .

A. -2.

B. 2.

C. -1.

D. 4.

Lời giải.

Có a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số cộng nên $a + c = 2b \Leftrightarrow a = 2b - c$ (1)

Có a, c, b theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân nên có $ab = c^2$ (2)

Thế (1) vào (2) ta được $b(2b - c) = c^2 \Leftrightarrow (b - c)(2b + c) = 0 \Leftrightarrow 2b + c = 0$ (do $b < c$)

$\Leftrightarrow b = -\frac{c}{2} \Rightarrow c$ chẵn.

Có $b < c \Leftrightarrow -\frac{c}{2} < c \Leftrightarrow \frac{3}{2}c > 0 \Leftrightarrow c > 0$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của c bằng 2.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 477. Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. 3; -9; 27; -81; ...

B. 3; -9; -27; -81; ...

C. 1; 4; 7; 10; 13; ...

D. 18; 6; 3; 1; ...

Lời giải.

— Dãy số 3; -9; 27; -81; ... là cấp số nhân có công bội $q = -3$.

- Dãy số 3; -9; 27; -81; ... không là cấp số nhân vì $-9 = 3 \cdot (-3)$ và $-9 \cdot (-3) = 27 \neq -27$.
- Dãy số 1; 4; 7; 10; 13; ... là cấp số cộng có công sai $d = 3$.
- Dãy số 18; 6; 3; 1; ... không là cấp số nhân vì $18 \cdot \frac{1}{3} = 6$ và $6 \cdot \frac{1}{3} = 2 \neq 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 478. Cho hình lập phương $A_1B_1C_1D_1.A'_1B'_1C'_1D'_1$ tâm O có cạnh bằng 1. Gọi $A_{i+1}, B_{i+1}, C_{i+1}, D_{i+1}; A'_{i+1}, B'_{i+1}, C'_{i+1}, D'_{i+1}$ lần lượt là trung điểm của $OA_i, OB_i, OC_i, OD_i; OA'_i, OB'_i, OC'_i, OD'_i$ với $i \in \mathbb{N}^*$. Gọi V_i, S_i lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của khối lập phương $A_iB_iC_iD_i.A'_iB'_iC'_iD'_i$.
 Tìm $\frac{S_{2018}}{V_{2018}}$.

- A. 6. B. $3 \cdot 2^{2018}$. C. $\frac{3}{2^{2016}}$. D. $6 \cdot 2^{2018}$.

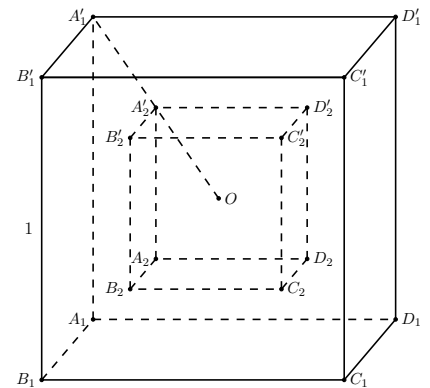
Lời giải.

Ta có

$$A_iA'_i = \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1} \Rightarrow A_{2018}A'_{2018} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2017}.$$

Vậy

$$\frac{S_{2018}}{V_{2018}} = \frac{6 \cdot \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}\right]^2}{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2017}\right]^3} = 6 \cdot 2^{2017} = 3 \cdot 2^{2018}.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 479. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công bội $q = \frac{2}{3}$. Số hạng thứ năm của (u_n) là

A. $\frac{27}{16}$. B. $\frac{16}{27}$. C. $-\frac{27}{16}$. D. $-\frac{16}{27}$.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow u_5 = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 480. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là

- A. $u_6 = 160$. B. $u_6 = -320$. C. $u_6 = -160$. D. $u_6 = 320$.

Lời giải.

Ta có $u_6 = u_1 q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 481. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; -1; 1; -1; 1. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải.

Dãy 1; 2; 3; 4; 5 là cấp số cộng với công sai $d = 1$.

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công sai $q = -1$.

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công sai $q = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 482. Xét các số thực dương a, b sao cho $-25, 2a, 3b$ là cấp số cộng và $2, a+2, b-3$ là cấp số nhân. Khi đó $a^2 + b^2 - 3ab$ bằng

A. 89.

B. 31.

C. 76.

D. 59.

Lời giải.

$$-25, 2a, 3b \text{ là cấp số cộng} \Leftrightarrow 2.2a = -25 + 3b \Leftrightarrow b = \frac{1}{3}(4a + 25).$$

$$\begin{aligned} 2, a+2, b-3 \text{ là cấp số nhân} &\Leftrightarrow (a+2)^2 = 2(b-3) \\ &\Leftrightarrow (a+2)^2 = 2\left(\frac{1}{3}(4a+25) - 3\right) \\ &\Leftrightarrow 3a^2 + 4a - 20 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -\frac{10}{3}(\text{loại}). \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } b = 11 \Rightarrow a^2 + b^2 - 3ab = 59.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 483. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_5 = 2$ và $u_9 = 6$. Tìm giá trị của u_{21} .

A. 18.

B. 54.

C. 162.

D. 486.

Lời giải.

Giả sử q là công bội và u_1 là số hạng đầu tiên của cấp số nhân thỏa mãn bài toán. Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \forall n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Do giả thiết ta có

$$\begin{cases} u_5 = 2 \\ u_9 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 = 2 \\ u_1 \cdot q^8 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 = 2 \\ 2q^4 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^4 = 2 \\ q^4 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{2}{3} \\ q^2 = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Mà } u_{21} = u_1 \cdot q^{20} = \frac{2}{3} \cdot (\sqrt{3})^{10} = 2 \cdot 3^4 = 162.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 484. Cho cấp số nhân (u_n) có các số hạng đều dương và $\begin{cases} u_1 + u_2 + \dots + u_n = 2017 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} = 2018. \end{cases}$

Tính tích $u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n$.

A. $\sqrt{\left(\frac{2017}{2018}\right)^n}$

B. $\left(\frac{2017}{2018}\right)^n$

C. $\sqrt{\left(\frac{2018}{2017}\right)^n}$

D. $\left(\frac{2018}{2017}\right)^n$

Lời giải.

• Gọi q là công bội của (u_n) . Do dãy (u_n) có tất cả các số hạng đều dương nên $q > 0$. Khi đó, dãy $\left(\frac{1}{u_n}\right)$ là cấp số nhân có công bội q^{-1} .

• Ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + \dots + u_n = 2017 \\ \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 2017 \\ u_1^{-1} \cdot \frac{1-q^{-n}}{1-q^{-1}} = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 2017 \\ u_1^{-1} \cdot \frac{1-q^n}{(1-q)q^{n-1}} = 2018. \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_1^2 \cdot q^{n-1} = \frac{2017}{2018} \text{ Ta có } P = u_1 u_2 \dots u_n = u_1^n \cdot q^{\frac{(n-1)n}{2}} = \sqrt{\left(\frac{2017}{2018}\right)^n}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 485. Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi số tiền lần đặt trước. Người đó thua 10 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 11. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu tiền?

- A. Hòa vốn. B. Thua 20.000đ. C. Thắng 20.000đ. D. Thua 40.000đ.

Lời giải.

Số tiền du khách đặt trong mỗi lần (kể từ lần đầu) là một cấp số nhân có $u_1 = 20.000$ và công bội $q = 2$.

Du khách thua trong 10 lần liên tiếp đầu tiên nên tổng số tiền thua là

$$S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{20000(1 - 2^{10})}{1 - 2} = 20000(2^{10} - 1)(\text{đồng}).$$

Số tiền du khách thắng trong lần thứ 11 là $u_{11} = u_1 q^{10}$ (đồng).

Ta có $u_{11} - S_{10} = 20000 > 0$. Vậy du khách thắng 20000 đồng.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 486. Cho cấp số nhân (u_n) , $(u_1 = 3, q = -2)$. Số 192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

- A. Số hạng thứ 15. B. Số hạng thứ 7. C. Số hạng thứ 6. D. Số hạng thứ 8.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 192 = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = 64 = (-2)^6 \Rightarrow n = 7$.

Vậy 192 là số hạng thứ 7 của dãy số.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 487. Viết ba số xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có 5 số hạng.

- A. 8; 13; 18. B. 7; 12; 17. C. 6; 10; 14. D. 6; 12; 18.

Lời giải.

Theo giả thiết $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_1 + 4d = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}$. Vậy 3 số đó là 7; 12; 17.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 488. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân trên.

- A. $u_1 = 9; q = 2$. B. $u_1 = 9; q = -2$. C. $u_1 = -9; q = -2$. D. $u_1 = -9; q = 2$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q(q^2 - 1) = 54 & (1) \\ u_1 q^2(q^2 - 1) = 108 & (2) \end{cases}$.

Lấy (2) chia (1) ta được $q = 2 \Rightarrow u_1 = 9$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 489. Thầy Đ gửi tổng cộng 320 triệu đồng ở hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi ở ngân hàng X với lãi suất 2,1% một quý (1 quý: 3 tháng) trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi ở ngân hàng Y với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Tổng tiền lãi đạt được ở hai ngân hàng là 27 507 768 đồng. Hỏi số tiền Thầy Đ gửi lần lượt ở ngân hàng X và Y là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

- A. 140 triệu và 180 triệu. B. 120 triệu và 200 triệu.
C. 200 triệu và 120 triệu. D. 180 triệu và 140 triệu.

Lời giải.

Tổng số tiền cả vốn và lãi thầy Đ nhận được từ ngân hàng là $320000000 + 27507768 = 347507768$ đồng.

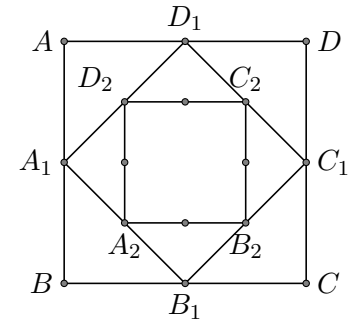
Gọi x là số tiền gửi ở ngân hàng X . Khi đó $320000000 - x$ là số tiền gửi ở ngân hàng Y .

Ta có $x \cdot (1 + 0,021)^5 + (32 \cdot 10^7 - x) \cdot (1 + 0,0073)^9 = 347507768 \Rightarrow x \approx 140$ triệu đồng. Vậy số tiền thầy Đ gửi ở ngân hàng X và Y lần lượt là 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 490. Cho hình vuông $ABCD$ có các cạnh bằng a , và có diện tích S_1 .

Nối bốn trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của bốn cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm quá trình trên ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế ta được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100}$.



A. $S = \frac{a^2(2^{200} - 1)}{2^{100}}$. B. $S = \frac{a^2(2^{200} - 1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2}{2^{200}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}$.

Lời giải.

Giả sử hình vuông thứ k là $A_{k-1}B_{k-1}C_{k-1}D_{k-1}$ ($k \geq 1, A_0B_0C_0D_0 \equiv ABCD$) có cạnh là x , suy ra diện tích $S_k = x^2$. Khi đó hình vuông thứ $k+1$ có độ dài là $\frac{x}{\sqrt{2}}$, suy ra $S_{k+1} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}S_k$. Như vậy $S_1, S_2, \dots, S_{100}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$, số hạng đầu $S_1 = a^2$. Khi đó

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{100}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{a^2(2^{200} - 1)}{2^{99}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 491. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093$. B. $S_8 = 3820$. C. $S_8 = 9841$. D. $S_8 = 3280$.

Lời giải.

Giả sử công bội của cấp số nhân là q , ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 = 13 \\ u_1q^3 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ u_1(q - 1)(q^2 + q + 1) = 26. \end{cases}$$

$$\Rightarrow 13(q - 1) = 26 \Leftrightarrow q = 3 \Rightarrow u_1 = 1.$$

$$\text{Vậy } S_8 = \frac{u_1(1 - q^8)}{1 - q} = \frac{1 - 3^8}{1 - 3} = 3280.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 492. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = 12 \\ \frac{u_3}{u_8} = 243 \end{cases}$. Tìm u_9 .

A. $u_9 = \frac{2}{2187}$.

B. $u_9 = \frac{4}{6563}$.

C. $u_9 = 78732$.

D. $u_9 = \frac{4}{2187}$.

Lời giải.Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) , từ giả thiết đã cho suy ra $q \neq 0$. Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{u_3}{u_8} = 243 &\Leftrightarrow \frac{u_1 q^2}{u_1 q^7} = 243 \\ &\Leftrightarrow q^5 = \frac{1}{243} \\ &\Leftrightarrow q^5 = \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } u_9 = u_1 q^8 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{4}{2187}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 493. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a . Trên cạnh BC , ta lấy điểm A_1 sao cho $CA_1 = x$. Gọi B_1 là hình chiếu của A_1 lên CA , C_1 là hình chiếu của B_1 lên AB , A_2 là hình chiếu của C_1 lên BC , B_2 là hình chiếu của A_2 lên CA , ... và cứ tiếp tục như thế. Hãy tìm giá trị của x theo a sao cho $A_{2018} \equiv A_1$.

A. $x = \frac{a}{3}$.

B. $x = \frac{3a}{4}$.

C. $x = \frac{a}{2}$.

D. $x = \frac{2a}{3}$.

Lời giải.

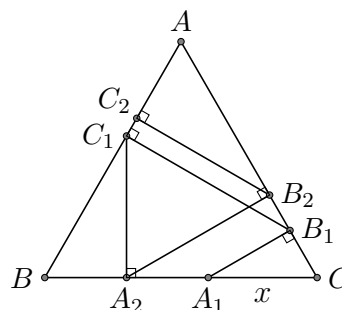
Ta có

$CA_1 = x.$

$$CA_2 = a - \frac{1}{2} \cdot \left\{ a - \left[\frac{1}{2} \left(a - \frac{1}{2}x \right) \right] \right\}.$$

...

$$CA_n = \frac{2a}{3} \cdot \left[1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^{3n-3} \right] + \left(-\frac{1}{2} \right)^{3n-3} \cdot x.$$



$$\text{Khi đó, với } n = 2018, A_1 \equiv A_n \Leftrightarrow \frac{2a}{3} \cdot \left[1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^{3n-3} \right] = x \cdot \left[1 - \left(-\frac{1}{2} \right)^{3n-3} \right] \Leftrightarrow x = \frac{2a}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 494. Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn bằng $\frac{1}{4}$, tổng ba số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó bằng $\frac{7}{27}$. Tổng của số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó bằng

A. 0.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.Gọi u_1 và q với $(|q| < 1)$ lần lượt là số hạng đầu và công bội của cấp số nhân lùi vô hạn. Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} \frac{u_1}{q-1} = \frac{1}{4} \\ u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = \frac{7}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{u_1}{q-1} = \frac{1}{4} \\ u_1(1-q^3) = \frac{7}{27}(1-q) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{4} \\ q^3 = -\frac{1}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ q = -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy $u_1 + q = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 495. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

- A. 1009000. B. 100800. C. 1008000. D. 100900.

Lời giải.

Ta có $u_1 + u_{2018} = u_6 + u_{2013} = 1000$ nên tổng của 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là $\frac{2018(u_1 + u_{2018})}{2} = 1009000$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 496. Cho tam giác ABC cân ($AB = AC$), có cạnh đáy BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tính công bội q của cấp số nhân đó.

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$. B. $\frac{1}{2}\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$. C. $\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$. D. $\sqrt{2}+1$.

Lời giải.

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Ta có BC, AH, AB theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân nên $q = \frac{AH}{BC} = \frac{AB}{AH} > 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \cdot AB = AH^2 & (1) \\ AB^2 = AH^2 + \frac{BC^2}{4} & (2) \end{cases}$$

Thế (1) vào (2) ta được

$$\begin{aligned} \frac{AH^4}{BC^2} &= AH^2 + \frac{1}{4}BC^2 \\ \Leftrightarrow \frac{AH^2}{BC^2} &= 1 + \frac{1}{4}\frac{BC^2}{AH^2} \Leftrightarrow q^2 = 1 + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{q}\right)^2 \\ \Leftrightarrow 4q^4 - 4q^2 - 1 &= 0 \Leftrightarrow q^2 = \frac{2+2\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow q = \frac{1}{2}\sqrt{2(1+\sqrt{2})}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 497. Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) biết $u_1 = 1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$.

Lời giải.

Gọi q ($|q| < 1$) là công bội của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) .

Khi đó ta có $u_1 = 1, u_3 = u_1q^2 = q^2, u_4 = u_1q^3 = q^3$.

Do u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng nên

$$u_1 + u_4 = 2u_3 \Leftrightarrow 1 + q^3 = 2q^2 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ q = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Vì $|q| < 1$ nên $q = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Vậy tổng cấp số nhân lùi vô hạn là $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1-\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 498. Cho ba số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \frac{101}{27}$. B. $T = \frac{100}{27}$. C. $T = -\frac{100}{27}$. D. $T = -\frac{101}{27}$.

Lời giải.

Giả sử q là công bội của cấp số nhân ($q \neq 1$). Do giả thiết ta có $b = aq$, $c = aq^2$ và $d = aq^3$. Mặt khác do $a + b + c = \frac{148}{9} \Leftrightarrow a + aq + aq^2 = \frac{148}{9}$ suy ra $a \neq 0$.

Giả sử x là công sai của cấp số cộng, do giả thiết ra suy ra $b = a + 3x$ và $c = a + 7x$ nên

$$\begin{cases} aq = a + 3x \\ aq^2 = a + 7x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} aq = a + 3x \\ 3aq^2 - 7aq = -4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} aq = a + 3x \\ 3q^2 - 7q + 4 = 0. \end{cases}$$

Xét phương trình $3q^2 - 7q + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{4}{3} \end{cases}$ so sánh điều kiện suy ra $q = \frac{4}{3}$.

Mà $a + aq + aq^2 = \frac{148}{9}$ nên $a + \frac{4a}{3} + \frac{16a}{9} = \frac{148}{9} \Leftrightarrow 37a = 148 \Leftrightarrow a = 4$. Khi đó ta suy ra $b = \frac{16}{3}$; $c = \frac{64}{9}$; $d = \frac{256}{27}$ nên $a - b + c - d = -\frac{100}{27}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 499. Vào đầu mỗi tháng chị Liên gửi tiết kiệm 3 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi 0,6%/tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng (kể từ tháng đầu tiên) thì chị Liên nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi vượt qua 100 triệu đồng?

A. 29 tháng. B. 32 tháng. C. 30 tháng. D. 31 tháng.

Lời giải.

Gọi số tiền gửi hàng tháng của chị Liên là $A = 3$ triệu đồng. Lãi suất hàng tháng $r = 0,6\%$ /tháng. Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ nhất là

$$T_1 = A(1 + r).$$

Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ hai là

$$T_2 = A(1 + r)^2 + A(1 + r) = A(1 + r)((1 + r) + 1).$$

Tổng số tiền nhận được sau tháng thứ ba là

$$T_3 = A(1 + r)^3 + A(1 + r)^2 + A(1 + r) = A((1 + r)^2 + (1 + r) + 1)(1 + r).$$

Bằng phương pháp quy nạp, khi đó tổng số tiền chị Liên nhận được sau mỗi tháng là

$$T = \frac{A}{r} [(1 + r)^n - 1] (1 + r).$$

Yêu cầu bài toán

$$\frac{3}{0,6\%} [(1 + 0,6\%)^n - 1] (1 + 0,6\%) > 100 \Leftrightarrow (1,006)^n - 1 > \frac{100}{503} \Leftrightarrow n > \log_{1,006} \frac{603}{503} \approx 30,3.$$

Vậy ít nhất sau 31 tháng thì chị Liên nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi vượt qua 100 triệu đồng.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 500. Cho ba số a, b, c theo thứ tự tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là $s \neq 0$. Tính $\frac{a}{s}$.

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 3.

D. 9.

Lời giải.

Rõ ràng $a \neq 0$. Vì s là công sai cấp số cộng nên $a, a + 3s, a + 7s$ lập thành cấp số nhân, do đó

$$a(a + 7s) = (a + 3s)^2 \Leftrightarrow 9s^2 - as = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} s = 0 & (\text{loại}) \\ a = 9s \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a}{s} = 9.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 501. Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng của ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \frac{101}{27}$.

B. $T = \frac{100}{27}$.

C. $T = -\frac{100}{27}$.

D. $T = -\frac{101}{27}$.

Lời giải.

Do a, b, c, d là một cấp số nhân có công bội khác 1 nên chúng khác nhau từng đôi một.

Đặt số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của cấp số cộng (có công sai m) là: u_1, u_4, u_8 .

Khi đó $u_1 = a, u_4 = b, u_8 = c$ và $m \neq 0$ (do $a \neq b$).

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} ac = b^2 \\ a + b + c = \frac{148}{9} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 u_8 = u_4^2 \\ u_1 + u_4 + u_8 = \frac{148}{9} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(u_1 + 7m) = (u_1 + 3m)^2 \\ u_1 + u_1 + 3m + u_1 + 7m = \frac{148}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 m = 9m^2 \\ 3u_1 + 10m = \frac{148}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9m \\ 3 \cdot 9m + 10m = \frac{148}{9} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ m = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow u_4 = \frac{16}{3}, u_8 = \frac{64}{9}. \text{ Suy ra: } a = 4, b = \frac{16}{3}, c = \frac{64}{9}, d = \frac{256}{27}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } T = a - b + c - d = -\frac{100}{27}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 502. Cho dãy số xác định bởi $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right), n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng

A. $\frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

B. $\frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

C. $\frac{2^{2017}}{3^{2016}} + \frac{1}{2019}$.

D. $\frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right) \Leftrightarrow u_{n+1} = \frac{n-1}{3(n^2+3n+2)} + \frac{2}{3}u_n$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3} \left[\frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1} \right]$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3}u_n - \frac{2}{3(n+1)} = \frac{2}{3} \left[u_n - \frac{1}{n+1} \right].$$

$$\text{Đặt } v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{1}{n+2} \Rightarrow v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n \text{ nên } (v_n) \text{ là cấp số nhân với } v_1 = u_1 - \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2},$$

$$\text{công bội là } q = \frac{2}{3} \Rightarrow v_n = v_1 \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} = \frac{2^{n-2}}{3^{n-1}} = u_n - \frac{1}{n+1}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{2^{n-2}}{3^{n-1}} + \frac{1}{n+1}.$$

$$\text{Vậy } u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 503. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = -\frac{1}{10}$. Hỏi $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 2018. B. Số hạng thứ 2017. C. Số hạng thứ 2019. D. Số hạng thứ 2016.

Lời giải.

Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = (-1) \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Ta có

$$u_n = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow \frac{(-1)^n}{10^{n-1}} = \frac{1}{10^{2017}} \Leftrightarrow n = 2018.$$

Vậy $\frac{1}{10^{2017}}$ là số hạng thứ 2018 của cấp số nhân (u_n) .

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 504. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n - 1, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính số hạng u_{50} .

A. 4024. B. 2402. C. 2240. D. 2024.

Lời giải.

Ta có:

$$u_1 = 1$$

$$u_2 = u_1 + 2 \cdot 1 - 1$$

$$u_3 = u_2 + 2 \cdot 2 - 1$$

$$u_4 = u_3 + 2 \cdot 3 - 1$$

$$\dots$$

$$u_n = u_{n-1} + 2 \cdot (n-1) - 1$$

Cộng vế với vế ta được

$$u_n = 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \dots + 2(n-1) - (n-1) = 1 + \frac{2n(n-1)}{2} - (n-1) = n^2 - 2n + 2.$$

Suy ra $u_{50} = 50^2 - 2 \cdot 50 + 2 = 2402$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 505. Ông An gửi 320 triệu đồng vào hai ngân hàng ACB và VietinBank theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất gửi vào ngân hàng ACB với lãi suất 2,1% một quý trong thời gian 15 tháng. Số tiền còn lại gửi vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 0,73% một tháng trong thời gian 9 tháng. Biết tổng số tiền lãi ông An nhận được ở hai ngân hàng là 26670725,95 đồng. Hỏi số tiền ông An lần lượt gửi ở hai ngân hàng ACB và VietinBank là bao nhiêu (Số tiền được làm tròn tới hàng đơn vị)?

A. 180 triệu đồng và 140 triệu đồng. B. 120 triệu đồng và 200 triệu đồng.

C. 200 triệu đồng và 120 triệu đồng.

D. 140 triệu đồng và 180 triệu đồng.

Lời giải.Gọi số tiền gửi ở ACB là x , và số tiền gửi vào VietinBank là y là có hệ

$$\begin{cases} x(1 + 21\%)^5 + y(1 + 0,73\%)^9 = 320000000 + 26670725,95 \\ x + y = 320000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120000000 \\ y = 200000000. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 506. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1, u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân.A. $q = 21$.B. $q = \pm 4$.C. $q = 4$.D. $q = 2\sqrt{2}$.**Lời giải.**Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow q^3 = 64 \Leftrightarrow q = \sqrt[3]{64} = 4$.Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 507. Tổng của n số hạng đầu tiên của một dãy số $(a_n), n \geq 1$ là $S_n = 2n^2 + 3n$. Khi đóA. (a_n) là một cấp số cộng với công sai bằng 1.B. (a_n) là một cấp số cộng với công sai bằng 4.C. (a_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 1.D. (a_n) là một cấp số nhân với công bội bằng 4.**Lời giải.**Giả sử (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu tiên là a và công sai bằng k , khi đó

$$S_n = a + (a + k) + (a + 2k) + \dots + [a + (n - 1)k] = na + k[1 + 2 + \dots + (n - 1)] = na + k \frac{n(n - 1)}{2}$$

Mặt khác, theo giả thiết ta có $S_n = 2n^2 + 3n$

$$\text{Suy ra } na + k \frac{n(n - 1)}{2} = 2n^2 + 3n \Leftrightarrow n^2(4 - k) + n(6 - 2a + k) = 0 \quad (1)$$

$$(1) \text{ có nghiệm đúng với mọi } n \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} 4 - k = 0 \\ 6 - 2a + k = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 4 \\ a = 5 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 508. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công bội $q = 3$. Tính u_3 .A. $u_3 = 8$.B. $u_3 = 5$.C. $u_3 = 6$.D. $u_3 = 18$.**Lời giải.**Ta có : $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot 3^2 = 18$.Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 509. Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A. 10.

B. 8.

C. 11.

D. 9.

Lời giải.Giả sử 1024 là số hạng thứ $n, (n \in \mathbb{N})$ của cấp số nhân trên, ta có

$$u_n = 1024 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow n - 1 = 10 \Leftrightarrow n = 11.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 510. Cho dãy hình vuông $H_1; H_2; \dots; H_n; \dots$. Với mỗi số nguyên dương n , gọi $u_n; P_n$ và S_n lần lượt là độ dài cạnh, chu vi và diện tích của hình vuông H_n . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Nếu (u_n) là cấp số cộng với công sai khác không thì (P_n) cũng là cấp số cộng.
 B. Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội dương thì (P_n) cũng là cấp số nhân.
 C. Nếu (u_n) là cấp số cộng với công sai khác không thì (S_n) cũng là cấp số cộng.
 D. Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội dương thì (S_n) cũng là cấp số nhân.

Lời giải.

- Giả sử dãy u_n là $u_1; u_2; \dots; u_n$ là CSC có công sai $d \neq 0 \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1)d$
 $\Rightarrow 4u_n = 4u_1 + 4(n-1)d$.
 Dãy P_n có dạng $4u_1; 4u_2; \dots; 4u_n$ là CSC có công sai $4d \neq 0 \Rightarrow$ “Nếu (u_n) là cấp số cộng với công sai khác không thì (P_n) cũng là cấp số cộng ” đúng.
 — Giả sử dãy u_n là CSN có công bội $k \neq 0 \Rightarrow u_n = k^{n-1}u_1$
 $\Rightarrow u_n^2 = k^{2n-2}u_1^2 = (k^2)^{n-1}u_1^2$.
 Dãy S_n có dạng $u_1^2; u_2^2; \dots; u_n^2$ cũng là CSN có công bội $k^2 \neq 0 \Rightarrow$ “Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội dương thì (S_n) cũng là cấp số nhân ” đúng.
 $u_n = k^{n-1}u_1 \Rightarrow 4u_n = 4kn - 1u_1 = k^{n-1}4u_1$
 $\Rightarrow$ Dãy P_n có dạng $4u_1; 4u_2; \dots; 4u_n$ là CSN với công bội $k \Rightarrow$ “Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội dương thì (P_n) cũng là cấp số nhân ” đúng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 511. Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 765$, tìm n .

- A. $n = 7$. B. $n = 6$. C. $n = 8$. D. $n = 9$.

Lời giải.

Áp dụng công thức của cấp số nhân ta có $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{3 \cdot (1-2^n)}{1-2} = 765 \Leftrightarrow n = 8$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 512. Tính tổng 200 số hạng đầu tiên của dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$.

- A. $S_{200} = 1 - 3^{200}$. B. $S_{200} = \frac{1-3^{200}}{2}$. C. $S_{200} = 3^{200} - 1$. D. $S_{200} = \frac{3^{200} - 1}{2}$.

Lời giải.

Dễ thấy dãy đã cho là một cấp số nhân với công bội $q = 3; u_1 = 1$.

Từ đó $S_{200} = u_1 \frac{q^{200} - 1}{q - 1} = \frac{3^{200} - 1}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 513. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào **không phải** là cấp số nhân?

- A. $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}$. B. $4; 2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. C. $3; 3^2; 3^3; 3^4$. D. $1; 2; 4; 8; 16; 32$.

Lời giải.

Với dãy số $u_1 = \frac{1}{\pi}; u_2 = \frac{1}{\pi^2}; u_3 = \frac{1}{\pi^4}; u_4 = \frac{1}{\pi^6}$, ta có

$u_2 = u_1 \cdot \frac{1}{\pi}$ nhưng $u_3 \neq u_2 \cdot \frac{1}{\pi}$ nên dãy số ở đáp án A không phải là cấp số nhân.

Chọn đáp án **A** □

Câu 514. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tính u_3

- A. $u_3 = 8$. B. $u_3 = 18$. C. u_5 . D. u_6 .

Lời giải.

Ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 18$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 515. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tính số hạng thứ 2018 của dãy.

A. $u_{2018} = 3 \cdot 2^{2018} + 5$. B. $u_{2018} = 3 \cdot 2^{2017} + 1$. C. $u_{2018} = 3 \cdot 2^{2018} - 5$. D. $u_{2018} = 3 \cdot 2^{2017} - 5$.

Lời giải.

Đặt $v_n = u_n + 5, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Ta có $v_{n+1} = u_{n+1} + 5 = 2u_n + 10 = 2(u_n + 5) = 2v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Suy ra (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = 6$ và công bội $q = 2$ từ đây ta có:

$$v_n = v_1 q^{n-1} \Rightarrow v_{2018} = 6 \cdot 2^{2017} = 3 \cdot 2^{2018}$$

. Vậy $u_{2018} = 3 \cdot 2^{2018} - 5$

Chọn đáp án (C) □

Câu 516. Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12; u_7 = 192$. Tìm u_{10} .

A. $u_{10} = 1536$. B. $u_{10} = 3072$. C. $u_{10} = -1536$. D. $u_{10} = -3072$.

Lời giải.

Ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^2 = 12, u_7 = u_1 \cdot q^6 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^6 = 192 \Rightarrow \frac{u_1 \cdot q^6}{u_1 \cdot q^2} = \frac{192}{12}$

$\Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm 2$.

Vì công bội âm nên $q = -2 \Rightarrow u_1 = 3 \Rightarrow u_{10} = u_1 \cdot q^9 = -1536$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 517. Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k = 1, 2, \dots$). Tính chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2017}}$.

Lời giải.

Hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh là $a_2 = \frac{1}{(\sqrt{2})^1}$.

Hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ có cạnh $a_3 = \frac{1}{(\sqrt{2})^2}$.

Bằng cách quy nạp ta chứng minh được hình vuông $A_nB_nC_nD_n$

có cạnh là $a_n = \frac{1}{(\sqrt{2})^{n-1}}$ với $n \geq 0$.

Khi đó hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ có cạnh là

$$a_{2018} = \frac{1}{(\sqrt{2})^{2017}}.$$

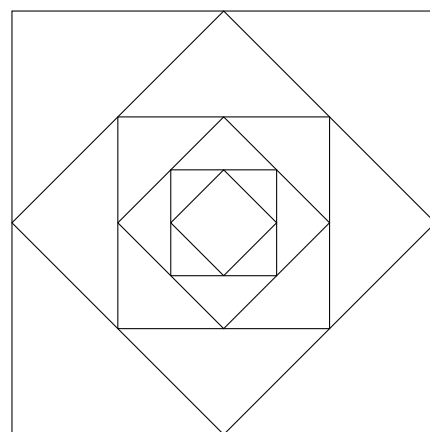
Do đó có chu vi $4 \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^{2017}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 518. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \cos \alpha (0 < \alpha < \pi) \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1+u_n}{2}}, n \geq 1 \end{cases}$. Tìm u_{2017} .

A. $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. B. $u_{2017} = \cos\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$.
C. $u_{2017} = \sin\left(\frac{\alpha}{2^{2016}}\right)$. D. $u_{2017} = \sin\left(\frac{\alpha}{2^{2017}}\right)$.

Lời giải.



$$— u_2 = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \cos \frac{\alpha}{2} \text{ (vì } 0 < \alpha < \pi \Rightarrow 0 < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2} \text{ nên } \cos \frac{\alpha}{2} > 0).$$

$$— \text{Bằng PPQN ta chứng minh được } u_{n+1} = \cos \frac{\alpha}{2^n}, \forall n \geq 1.$$

$$— \text{Vậy } u_{2017} = \cos \left(\frac{\alpha}{2^{2016}} \right).$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 519. Cho tam giác ABC vuông tại A có ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q . Tìm q .

$$\text{A. } q = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

$$\text{B. } q = \frac{\sqrt{2 + 2\sqrt{5}}}{2}.$$

$$\text{C. } q = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{D. } q = \frac{\sqrt{2\sqrt{5} - 2}}{2}.$$

Lời giải.

Theo giả thiết ta có ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q nên $BC = q^2 \cdot AC$ và $AB = q \cdot AC$.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow q^4 \cdot AC^2 = q^2 \cdot AC^2 + AC^2 \Leftrightarrow q^4 - q^2 - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ q^2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do } q > 0 \text{ nên } q^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow q = \frac{\sqrt{2 + 2\sqrt{5}}}{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 520. Xen giữa số 3 và số 19683 là 7 số để được cấp số nhân có $u_1 = 3$. Khi đó u_5 là

$$\text{A. } 729.$$

$$\text{B. } 243.$$

$$\text{C. } \pm 243.$$

$$\text{D. } -243.$$

Lời giải.

Xen giữa số 3 và số 19683 là 7 số để được cấp số nhân có $u_1 = 3$ suy ra 19683 là u_9 .

Áp dụng công thức $u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow u_9 = u_1 q^8$ hay $19683 = 3 \cdot q^8 \Rightarrow q^8 = 6561 \Rightarrow q = \pm 3$.

Vậy $u_5 = 3 \cdot q^4 = 243$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 521. Cho một cấp số nhân có $u_1 = 2$; $q = -2$, khi đó số hạng u_5 bằng

$$\text{A. } 32.$$

$$\text{B. } 64.$$

$$\text{C. } -32.$$

$$\text{D. } -64.$$

Lời giải.

Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 2 \cdot (-2)^4 = 32$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 522. Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 = 40$ và $x_n = 1,1 \cdot x_{n-1}$ với mọi $n = 2, 3, 4, \dots$. Tính giá trị $S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12}$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

$$\text{A. } 855,4.$$

$$\text{B. } 855,3.$$

$$\text{C. } 741,2.$$

$$\text{D. } 741,3.$$

Lời giải.

Dãy số đã cho là cấp số nhân có số hạng đầu $x_1 = 40$ và công bội $q = 1,1$. Do đó:

$$S = x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 40 \cdot \frac{1 - 1,1^{12}}{1 - 1,1} \approx 855,4.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 523. Một người gửi tiết kiệm ngân hàng theo hình thức gửi góp hàng tháng. Lãi suất tiết kiệm gửi góp cố định 0,55%/tháng. Lần đầu tiên người đó gửi 2.000.000 đồng. Cứ sau mỗi tháng người đó

gửi nhiều hơn số tiền đã gửi tháng trước đó là 200.000 đồng. Hỏi sau 5 năm (kể từ lần gửi đầu tiên) người đó nhận được tổng số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu?

- A. 618051620 đồng. B. 484692514 đồng. C. 597618514 đồng. D. 539447312 đồng.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u_1 = 2000000 \\ d = 200000 \\ q = 1 + 0,0055 \end{cases}$. Gọi M_k là số tiền người đó có được sau k tháng gửi tiền $k = 1, 2, 3, \dots, 60$.

Ta có

$$M_1 = u_1 \cdot q$$

$$M_2 = (M_1 + u_1 + d)q = u_1q^2 + u_1q + dq$$

$$M_3 = (M_2 + u_1 + 2d)q = u_1q^3 + u_1q^2 + u_1q + dq^2 + 2dq$$

$$M_4 = (M_3 + u_1 + 3d)q = u_1q^4 + u_1q^3 + u_1q^2 + u_1q + dq^3 + 2dq^2 + 3dq$$

.....

$$M_{60} = u_1q(q^{59} + \dots + q^2 + q + 1) + dq(q^{58} + 2q^{57} + \dots + 58q + 59).$$

$$\text{Ta có } q^{59} + \dots + q^2 + q + 1 = \frac{1 - q^{60}}{1 - q}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{58} + x^{59} = \frac{1 - x^{60}}{1 - x}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 1 + 2x + \dots + 58x^{57} + 59x^{58} \text{ hay } f'(x) = \frac{59x^{60} - 60x^{59} + 1}{(x - 1)^2}.$$

$$\text{Từ đó } 1 + 2x + \dots + 58x^{57} + 59x^{58} = \frac{59x^{60} - 60x^{59} + 1}{(x - 1)^2}.$$

Thay $x = \frac{1}{q}$ ta được

$$q^{58} + 2q^{57} + \dots + 58q + 59 = \frac{59 - 60q + q^{60}}{(1 - q)^2}.$$

$$\text{Vậy } M_{60} = u_1q \cdot \frac{1 - q^{60}}{1 - q} + dq \cdot \frac{59 - 60q + q^{60}}{(1 - q)^2} = 539447312 \text{ đồng.}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 524. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của (u_n) là:

- A. -513. B. -1023. C. 513. D. 1023.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)} = -1023.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 525. Một người gửi 100 triệu đồng vào tài khoản tiết kiệm ngân hàng với lãi suất 0,6% tháng, cứ sau mỗi tháng người đó rút ra 500 nghìn đồng. Hỏi sau đúng 36 lần rút tiền, số tiền còn lại trong tài khoản của người đó gần nhất với phương án nào sau đây? (biết rằng lãi suất không thay đổi và tiền lãi mỗi tháng tính theo số tiền có thực tế trong tài khoản của tháng đó).

- A. 104 triệu đồng. B. 106 triệu đồng. C. 102 triệu đồng. D. 108 triệu đồng.

Lời giải.

Đặt $a = 0,6\%$.

Sau tháng thứ 1 số tiền người đó còn lại: $100 \cdot (1 + a) - 0,5$ (triệu đồng).

Sau tháng thứ 2 số tiền người đó còn lại: $(100 \cdot (1 + a) - 0,5)(1 + a) - 0,5$ (triệu đồng).

Cứ tiếp tục như vậy sau 36 tháng người đó sẽ nhận được số tiền

$$100 \cdot (1 + a)^{36} - 0,5 \cdot (1 + a)^{35} - 0,5 \cdot (1 + a)^{34} - \dots - 0,5 \text{ (triệu đồng)}$$

$$= 100 \cdot (1 + a)^{36} - 0,5 \cdot \left(\frac{1 - (1 + a)^{36}}{1 - (1 + a)} \right) \approx 104 \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 526. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -4$, $u_4 = \frac{1}{2}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. -2 .

C. 2 .

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} = \frac{1}{2} : (-4) = -\frac{1}{8} \Rightarrow q = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 527. Ba số nào sau đây lập thành cấp số nhân?

A. $1; -2; -4$.

B. $-1; 2; -4$.

C. $1; 2; -4$.

D. $-1; 2; 4$.

Lời giải.

Nếu công bội là số âm thì các số hạng đan dấu giữa âm và dương. Do đó ba số $-1; 2; -4$ thỏa mãn với công bội $q = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 528. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_5 là

A. 13 .

B. 162 .

C. 16 .

D. 81 .

Lời giải.

Ta có : $u_5 = u_1 \cdot q^{n-1} = 1 \cdot 3^4 = 81$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 529. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$.

Biết (v_n) là cấp số nhân có công bội q . Khi đó

A. $q = \frac{2}{5}$.

B. $q = 5$.

C. $q = \frac{8}{5}$.

D. $q = \frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $v_1 = u_1 - 2 = -1$, $v_2 = u_2 - 2 = \frac{9}{5} - 2 = -\frac{1}{5}$.

Do (v_n) là cấp số nhân có công bội q nên $v_2 = v_1 \cdot q \Rightarrow -\frac{1}{5} = -1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 530. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = -2$. Hỏi -192 là số hạng thứ mấy của (u_n) ?

A. Số hạng thứ 6.

B. Số hạng thứ 7.

C. Số hạng thứ 5.

D. Số hạng thứ 8.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow -192 = -3 \cdot (-2)^{n-1} \Rightarrow n = 7$.

Vậy -192 là số hạng thứ mấy 7.

Chọn đáp án **(B)** □

ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. A	4. D	5. A	6. A	7. A	8. B	9. B	10. C
11. B	12. B	13. B	14. B	15. C	16. B	17. A	18. C	19. C	20. C
21. D	22. C	23. B	24. D	25. A	26. C	27. B	28. A	29. D	30. A
31. A	32. D	33. D	34. A	35. A	36. D	37. D	38. C	39. D	40. B
41. D	42. C	43. B	44. B	45. B	47. D	48. D	49. A	50. D	51. D
52. C	53. D	54. B	55. A	56. C	57. B	58. C	59. D	60. D	61. C
62. A	63. C	64. D	65. D	66. C	67. B	68. C	69. A	70. A	71. A
72. C	73. C	74. C	75. D	76. B	77. A	78. A	79. D	80. B	81. D
82. A	83. C	84. B	85. D	86. C	87. A	88. A	89. C	90. D	91. D
92. D	93. A	94. D	95. A	96. A	97. D	98. D	99. D	100. B	101. C
102. C	103. C	104. C	105. B	106. C	107. B	108. C	109. B	110. C	112. B
113. D	114. D	115. A	116. B	117. D	118. D	119. C	120. B	121. A	122. B
123. B	124. C	125. A	126. A	127. B	128. B	129. D	130. C	131. A	132. D
133. A	134. B	135. C	136. B	137. A	138. D	139. B	140. D	141. B	142. C
143. B	144. C	145. A	146. C	147. C	148. D	149. B	150. A	151. C	152. C
153. C	154. C	155. A	156. C	157. A	158. A	159. D	160. A	161. B	162. D
163. B	164. B	165. A	166. A	167. C	168. D	169. B	170. B	171. D	172. C
173. C	174. D	175. C	176. D	177. C	178. A	179. A	180. A	181. C	182. C
183. C	184. A	185. C	186. A	187. D	188. D	189. B	190. D	191. A	192. B
193. A	194. C	195. D	196. D	197. D	198. A	199. B	200. A	201. C	202. D
203. A	204. D	205. C	206. A	207. D	208. A	209. A	210. B	211. C	212. A
213. D	214. D	215. D	216. B	217. D	218. C	219. C	220. D	221. D	222. D
223. D	224. C	225. B	226. D	227. C	228. A	229. A	230. B	231. B	232. C
233. C	234. C	235. D	236. D	237. A	238. C	239. A	240. B	241. B	242. D
243. A	244. A	245. A	246. A	247. C	248. C	249. A	250. B	251. A	252. C
253. D	254. B	255. D	256. A	257. C	258. D	259. D	260. D	261. B	262. C
263. A	264. C	265. C	266. C	267. B	268. A	269. C	270. C	271. B	272. A
273. B	274. A	275. A	276. B	277. B	278. C	279. B	280. D	281. D	282. B
283. D	284. D	285. A	286. D	287. A	288. C	289. B	290. C	291. C	292. C
293. C	294. C	295. D	296. C	297. B	298. D	299. C	300. D	301. A	302. A
303. A	304. C	305. A	306. A	307. D	308. D	309. C	310. C	311. A	312. B
313. B	314. B	315. B	316. B	317. A	318. B	319. B	320. D	321. B	322. C
323. A	324. A	325. C	326. C	327. D	328. B	329. B	330. C	331. C	332. D
333. C	334. C	335. C	336. C	337. A	338. D	339. A	340. C	341. B	342. B
343. A	344. A	345. A	346. D	347. D	348. A	349. D	350. D	351. C	352. D
353. A	354. B	355. A	356. D	357. A	358. A	359. A	360. A	361. A	362. D
363. C	364. C	365. A	366. A	367. D	368. B	369. D	370. B	371. D	372. D
373. A	374. C	375. B	376. D	377. D	378. B	379. B	380. D	381. A	382. C
383. D	384. B	385. D	386. D	387. B	388. D	389. B	390. A	391. B	392. A
393. C	394. B	395. A	396. A	397. C	398. A	399. D	400. C	401. A	402. C
403. B	404. C	405. A	406. C	407. C	408. A	409. D	410. B	411. A	412. A

413. A	414. A	415. C	416. C	417. D	418. B	419. D	420. A	421. A	422. D
423. C	424. A	425. A	426. C	427. B	428. B	429. C	430. D	431. A	432. C
433. D	434. D	435. D	436. C	437. A	438. B	439. B	440. D	441. B	442. A
443. B	444. A	445. B	446. A	447. A	448. D	449. C	450. B	451. B	452. D
453. D	454. D	455. B	456. C	457. B	458. D	459. A	460. B	461. B	462. D
463. B	464. B	465. A	466. B	467. A	468. B	469. D	470. B	471. B	472. D
473. A	474. C	475. B	476. B	477. A	478. B	479. D	480. C	481. A	482. D
483. C	484. A	485. C	486. B	487. B	488. A	489. A	490. B	491. D	492. D
493. D	494. A	495. A	496. B	497. A	498. C	499. D	500. D	501. C	502. A
503. A	504. B	505. B	506. C	507. B	508. D	509. C	510. C	511. C	512. D
513. A	514. B	515. C	516. C	517. A	518. A	519. B	520. B	521. A	522. A
523. D	524. B	525. A	526. A	527. B	528. D	529. D	530. B		

Chương 4: Giới hạn**NỘI DUNG CÂU HỎI**

Câu 1. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ bằng

A. -1.

B. -2.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 2. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + n}{n - 1}$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. 3.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3 + n}{n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \left(\frac{3}{n} + 1 \right)}{n \left(1 - \frac{1}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{3}{n} + 1 \right)}{\left(1 - \frac{1}{n} \right)} = 1.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 3. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} - 1}{x^2}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. 0.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2 + 1 - 1}{x^2 (\sqrt{x^3 + x^2 + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sqrt{x^3 + x^2 + 1} + 1} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 4. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x + 8} - x - 17}$.

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$.D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x + 8} - x - 17} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x - 2)(6\sqrt{x + 8} + x + 17)}{-x^2 + 2x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 2)(6\sqrt{x + 8} + x + 17)}{-x + 1} = +\infty. \end{aligned}$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 2)(6\sqrt{x + 8} + x + 17) = -36 < 0$ và $1 - x < 0$ khi $x \rightarrow 1^+$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 5. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + x^2} - 2}{x^2}$.

A. $\frac{1}{12}$.B. $\frac{1}{4}$.C. $\frac{1}{3}$.D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt[3]{8 + x^2} \Rightarrow t^3 = 8 + x^2 \Rightarrow x^2 = t^3 - 8$. Khi $x \rightarrow 0 \Rightarrow t \rightarrow 2$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t-2}{t^3-8} \\ &= \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t-2}{(t-2)(t^2+2t+4)} = \lim_{t \rightarrow 2} \frac{1}{t^2+2t+4} \\ &= \frac{1}{2^2+2 \cdot 2+4} = \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 6. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

A. 2.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1.$

Do đó.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 7. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

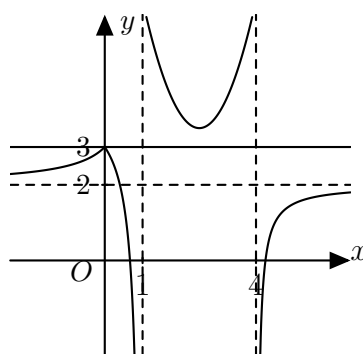
Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x+1) = -1, \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0.$

Lại có: $x \rightarrow 1^+ \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x-1 > 0.$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1} = -\infty.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Chọn khẳng định đúng.



A. Hàm số liên tục trên $(-\infty; 4)$.

B. Hàm số liên tục trên $(1; 4)$.

C. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số liên tục trên $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số để nhận xét và chọn đáp án đúng.

Cách giải:

Hàm số liên tục trên $(1; 4)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 9. Tìm m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x-2} & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x - 5m + m^2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $m = 2; m = 3$.

B. $m = -2; m = -3$.

C. $m = 1; m = 6$.

D. $m = -1; m = -6$.

Lời giải.Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.+ Xét trên $(2; +\infty)$ khi đó $f(x) = x^2 + 2\sqrt{x-2}$. $\forall x_0 \in (2; +\infty): \lim_{x \rightarrow x_0} (x_0^2 + 2\sqrt{x_0-2}) = x_0^2 + 2\sqrt{x_0-2} = f(x_0) \Rightarrow$ hàm số liên tục trên $(2; +\infty)$.+ Xét trên $(-\infty; 2)$ khi đó $f(x) = 5x - 5m + m^2\sqrt{x-2}$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R}$, suy ra hàm số liên tục trên $(-\infty; 2)$.+ Xét tại $x_0 = 2$, ta có: $f(2) = 4$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 2\sqrt{x-2}) = 4; \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (5x - 5m + m^2) = m^2 - 5m + 10.$$

Để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ thì nó phải liên tục tại $x_0 = 2$.

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 10.** Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2+n-n^2}$?

A. $I = -\infty$.

B. $I = -2$.

C. $I = 1$.

D. $I = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2+n-n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n} - 1} = 0.$$

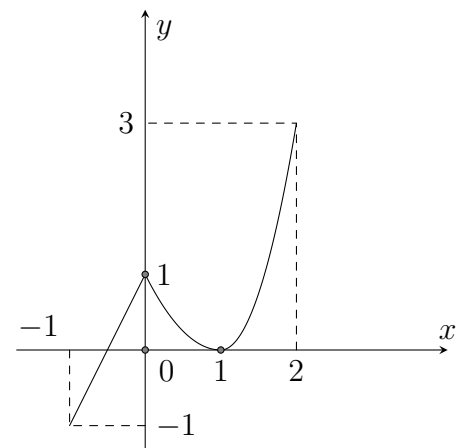
Chọn đáp án **(D)** □**Câu 11.**Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $M \cdot m$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 1.

D. -2.

**Lời giải.**Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 2]$. Từ đồ thị của hàm số đã cho ta thấy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 2]$ lần lượt là $M = 3$ và $m = -1$. Vậy $M \cdot n = -3$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 12.** Tính giới hạn $P = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \sqrt{\frac{x^{2017}-1}{x^{2019}}}$.

A. $P = -\infty$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|x|} \sqrt{1 - \frac{1}{x^{2017}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-1) \sqrt{1 - \frac{1}{x^{2017}}} = -1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 13. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1}, & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + m, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

A. $m = 0$.

B. $m = 6$.

C. $m = 4$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có: $f(1) = m + 3$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2) = 3.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m + 3 = 3 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 5}{-x + 3}$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$.

B. -1 .

C. 3 .

D. -2 .

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 5}{-x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(2 - \frac{5}{x}\right)}{x \left(-1 + \frac{3}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{5}{x}}{-1 + \frac{3}{x}} = -2.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 15. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + n^2}$.

B. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + n^2}$.

C. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + n^2}$.

D. $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + n^2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{5n + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{5}{n} + 1} = 1; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n}{5n + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n}}{\frac{5}{n} + 1} = 1.$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n}{5n + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{2}{n}}{\frac{5}{n} + 1} = 0; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n^2}{5n + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - 2}{\frac{5}{n} + 1} = -2.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 16. Cho $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{1 - x^2}$. Khi đó

A. $L = \frac{1}{4}$.

B. $L = -\frac{1}{2}$.

C. $L = -\frac{1}{4}$.

D. $L = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

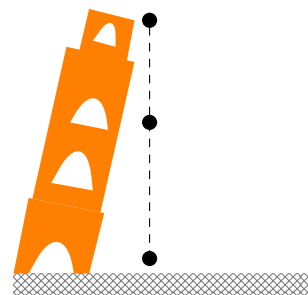
$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(2x - 1)}{(1 - x)(1 + x)} = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 17.

Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A. (67m; 69m). B. (60m; 63m). C. (64m; 66m). D. (69m; 72m).

Lời giải.

Ta có nhận xét

- Độ cao của quả bóng sau mỗi lần nảy lên là một cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_1 = 55,8\text{m}$, $q = \frac{1}{10}$.

- Sau khi nảy lên, quả bóng rơi xuống một quãng đường đúng bằng chiều cao.

Từ đó tổng quãng đường mà quả bóng đã di chuyển là

$$\begin{aligned} & u_1 + 2u_2 + 2u_3 + 2u_4 + \dots \\ &= u_1 + 2u_1q + 2u_1q^2 + 2u_1q^3 + \dots \\ &= u_1 + \frac{2u_1q}{1-q} = \frac{11}{9}u_1 = 68,2\text{m}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 18. Giới hạn sau $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 1}$ có giá trị là

- A. 2. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 19. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{n + 2}}{2n - 3}$.

- A. $+\infty$. B. 1. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{n + 2}}{2n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{n^2}} - \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}}{2 - \frac{3}{n}} = \frac{2}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 20. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1 - \sqrt{5x + 1}}{x - \sqrt{4x - 3}} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - b$ là

- A. 1. B. -1. C. $\frac{9}{8}$. D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+\sqrt{4x-3})(x-3)x}{(x+1+\sqrt{5x+1})(x-3)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+\sqrt{4x-3})}{(x-1)(x+1+\sqrt{5x+1})} \\ &= \frac{9}{8}.\end{aligned}$$

Suy ra $a = 9; b = 8 \Rightarrow a - b = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 21. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} (-3x+4) = -2 < 0$ và $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \\ x-2 > 0, \forall x > 2 \end{cases}$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2} = -\infty$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 22. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+2}$

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Lời giải.

Phương pháp

Sử dụng các quy tắc tính giới hạn của dãy số.

Cách giải:

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{3 + \frac{2}{n}} = \frac{2}{3}$

Chọn đáp án **A** □

Câu 23. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có kết quả là 0?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1}$. B. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+10}$.
C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$. D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$.

Lời giải.

— $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{3}$.

— $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+10} = \frac{2(-2)+5}{-2+10} = \frac{1}{8}$.

— $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x-2} = -2$.

— $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1} \right) = 0$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 24. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x-1}$.

A. $\frac{2}{3}$.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. -1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 2) = -1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 25. Tính $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^4 + x^2 + 2}{(x^3 + 1)(3x - 1)}}$.

A. $L = -\sqrt{3}$.

B. $L = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $L = \sqrt{3}$.

D. $L = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^4 + x^2 + 2}{(x^3 + 1)(3x - 1)}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4}}{\left(1 + \frac{1}{x^3}\right)\left(3 - \frac{1}{x}\right)}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 26. Tính giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2}$.

A. 5.

B. 1.

C. $\frac{5}{3}$.

D. $-\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^3 - x^2 - 1}{x - 2} = \frac{3(-1)^3 - (-1)^2 - 1}{-1 - 2} = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 27. Giới hạn của $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1}$ bằng bao nhiêu?

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 4)}{(x + 1)(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 4}{x - 1} = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 28. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$.

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-x-1)}{(\sqrt{1-x}+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{1-x}+1} = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Tính giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x})$.

A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } M &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{|x| \left(\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 30. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$.

B. 1.

C. $+\infty$.D. -1 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-\frac{2}{x}}{1-\frac{2}{x}} = \frac{\sqrt{1+0}-0}{1-0} = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 31. Cho dãy số (u_n) xác định bởi công thức $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $\lim u_n$.

A. $\lim u_n = 0$.B. $\lim u_n = +\infty$.C. $\lim u_n = -\infty$.D. $\lim u_n = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2} = \frac{1+3+\dots+(2n-1)}{n^2} = \frac{\frac{n}{2}(1+(2n-1))}{n^2} = 1.$$

Do đó $\lim u_n = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 32. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $T = 2a-b$ bằng

A. $\frac{1}{9}$.B. -1 .

C. 10.

D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \lim \frac{(x^2-3x)(x+\sqrt{4x-3})}{(x^2-\sqrt{4x-3})(x+1+\sqrt{5x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+\sqrt{4x-3})}{(x+1)(x+1+\sqrt{5x+1})} = \frac{9}{8}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 33. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng $+\infty$?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3+3}{1-2n^2}$.B. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3-4n^2+1)$.C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1}+2n}{5+3^n}$.D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+n}{4n^2-5}$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng MTCT tính giới hạn ở từng đáp án và kết luận.

Cách giải:

Phương án A: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3+3}{1-2n^2} = -\infty$.

Phương án B: $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^3-4n^2+1) = +\infty$.

Phương án C: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1}+2n}{5+3^n} = 3$.

Phương án D: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+n}{4n^2-5} = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 34. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-3}{x+2}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.B. -3 .C. -1 .

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-3}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1-\frac{3}{x}}{1+\frac{2}{x}} = -1.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 35. Cho $f(x) = x^{2018} + 1009x^2 + 2019x$. Giá trị của $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + 1) - f(1)}{\Delta x}$ bằng

A. 1009. B. 1008. C. 2018. D. 2019.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^{2018} + 1009x^2 + 2019x$ trên $\mathbb{R}$.

Dễ thấy hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ do đó $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + 1) - f(1)}{\Delta x} = f'(1).$

Mà $f'(x) = 2018 \cdot x^{2017} + 2018x + 2019$

nên $f'(1) = 2018 + 2018 + 2019 = 2019.$

Chọn đáp án **D** □

Câu 36. Giới hạn $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ bằng

A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{3}.$ D. $\frac{1}{2}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right) &= \lim \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} \right) \\ &= \lim \left(\frac{\frac{(1+n)n}{2}}{n^2} \right) = \lim \frac{1+n}{2n} \\ &= \frac{1}{2} \lim \left(1 + \frac{1}{n} \right) = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 37. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}.$

A. 0. B. $+\infty.$ C. $-\infty.$ D. 1.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = -\infty.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 38. Tìm m để hàm số $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x} - x - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx + 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}.$

A. $-\frac{4}{3}.$ B. $-\frac{1}{3}.$ C. $\frac{4}{3}.$ D. $\frac{2}{3}.$

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt[3]{x} - x - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt[3]{x} - 1) - (x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} - 1 \right) = -\frac{1}{3}.$$

Để thấy hàm số liên tục khi $x \neq 1$. Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow -\frac{1}{3} = m + 1 \Leftrightarrow m = -\frac{4}{3}.$$

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $m = -\frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 39. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 3 + a^2 - 4a = 0 \Leftrightarrow a \in \{1; 3\} \Rightarrow S = 4.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 40. Cho hàm số $y = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $9a + 3b + c < -54$ và $a - b + c > 2$. Gọi S là số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 3$.

B. $S = 1$.

C. $S = 2$.

D. $S = 0$.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $a - b + c > 2 \Leftrightarrow a - b + c - 2 > 0$ mà $f(-1) = -2 + a - b + c$ nên $f(-1) > 0$.

Mặt khác $9a + 3b + c < -54 \Leftrightarrow 9a + 3b + c + 54 < 0$ mà $f(3) = 54 + 9a + 3b + c$ nên $f(3) < 0$.

Ta lại có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên tồn tại số $m < -1$ sao cho $f(m) < 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên tồn tại số $k > 0$ sao cho $f(k) > 0$.

Vậy $f(m) \cdot f(-1) < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(m; -1)$.

Và $f(-1) \cdot f(3) < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-1; 3)$.

Và $f(3) \cdot f(k) < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(3; k)$.

Từ đó suy ra đồ thị hàm số có 3 điểm chung với trục hoành.

Chọn đáp án **A** □

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}$.

A. $\frac{5}{24}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12.$$

Nên ta có $f(2) - 16 = 0$ hay $f(2) = 16$.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(f(x) - 16)}{(x - 2)(x + 4) \left(\sqrt[3]{(5f(x) - 16)^2} + 4\sqrt[3]{5f(x) - 16} + 16 \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} \cdot \frac{5}{(x + 4) \left(\sqrt[3]{(5f(x) - 16)^2} + 4\sqrt[3]{5f(x) - 16} + 16 \right)} \\ &= 12 \cdot \frac{5}{6 \cdot 48} = \frac{5}{24}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 42. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2)$ bằng

A. 0.

B. $-\infty$.C. $+\infty$.

D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[(-x^3) \left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} \right) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3) \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} \right)$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} \right) = -1$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2) = -\infty \cdot (-1) = +\infty$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 43. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + 2n + 1}{3n^2 + 4}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = \frac{(1 + 2n + 1)(n + 1)}{2} = (n + 1)^2$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1)}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 1)^2}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{3}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 44. Cho $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}}$. Tính giới hạn đó

A. $+\infty$.

B. 1.

C. 0.

D. $-\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 2) \sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{x \cdot (x - 2)^2}{x^2 - 4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{(x - 2)x}{x + 2}} = 0$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 45. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + ax} + 3x) = -2$. Tính giá trị của a

A. -6.

B. 12.

C. 6.

D. -12.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + ax} + 3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{ax}{\sqrt{9x^2 + ax} - 3x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a}{-\sqrt{9 + \frac{a}{x}} - 3} = -\frac{a}{6}$$

$$\Rightarrow -\frac{a}{6} = -2 \Leftrightarrow a = 12$$

Cách khác : Có thể thay a thử mấy tính.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 46. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2x+a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$?

A. $\frac{15}{4}$.B. $-\frac{15}{4}$.C. $\frac{1}{4}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $f(2) = 4 + a$ Ta tính được $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2 - 4}{(x - 2)(\sqrt{x + 2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x + 2} + 2} = \frac{1}{4}$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \Leftrightarrow 4 + a = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{15}{4}$

Vậy hàm số liên tục tại $x = 2$ khi $a = -\frac{15}{4}$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 47. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $a = 0$. B. $a = -1$. C. $a = 2$. D. $a = 1$.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa hàm số liên tục.

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$. Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số liên tục tại x_0 nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

Cách giải:

Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = a \Leftrightarrow 2 = a$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 48. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

A. 2018. B. 2011. C. 2012. D. 2019.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3 \cdot 3^n}{5^n + 9^n \cdot 9^a}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1 + 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n + 9^a}} = \frac{1}{3^a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3^a} \leq \frac{1}{2187} = \frac{1}{3^7} \Leftrightarrow 3^a \geq 3^7 \Leftrightarrow a \geq 7.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện đề bài} \Rightarrow \begin{cases} a \in [7; 2019) \\ a \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow a \in \{7; 8; 9; \dots; 2018\}.$$

Vậy có $2018 - 7 + 1 = 2012$ giá trị của a thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ m^2 - 2m + 2 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại $x = 0$.

A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $f(0) = m^2 - 2m + 2$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{2x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{(\sqrt{2x+1}+1)} = 1$$

Hàm số liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m^2 - 2m + 2 = 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 50. Cho $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{x}$ và $J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$. Tính $I + J$.

A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Lời giải.

$$I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2x+1} - 1)(\sqrt{2x+1} + 1)}{x(\sqrt{2x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(\sqrt{2x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{2x+1} + 1} =$$

1.

$$J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3.$$

Vậy $I + J = 4$.Chọn đáp án **C** □**Câu 51.** Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x - \cos^2 3x$.

A. $f'(x) = 2 \cos 2x + 3 \sin 6x$.

B. $f'(x) = 2 \cos 2x - 3 \sin 6x$.

C. $f'(x) = 2 \cos 2x - 2 \sin 3x$.

D. $f'(x) = \cos 2x + 2 \sin 3x$.

Câu 52. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 53.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x^2 + 1}$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2x^2 + 1} = 0.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 54.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}$.

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{5}{1} = 5.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 55.** Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1}$.

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 4}{x + 1} = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 56.** Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x - 3}{x - \sqrt{x^2 + 1}} = +\infty$ (với a là tham số). Giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 - 2a + 4$ là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Để } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x - 3}{x - \sqrt{x^2 + 1}} = +\infty \text{ thì } 2 - a < 0 \Rightarrow a > 2.$$

Xét hàm số $f(a) = a^2 - 2a + 4$ với $a > 2$. Ta có bảng biến thiên sau

a	2	$+\infty$
$f(a)$	4	$+\infty$

Suy ra $\min P = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 57. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn: $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots$ là

- A. -1 . B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Cấp số nhân lùi vô có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công bội $q = -\frac{1}{2}$. Tổng cấp số nhân lùi vô hạn là

$$S = \frac{u_1}{1 - q} = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 58. Cho a, b là các số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$. Tính $a^2 + b^2 + a + b$.

- A. 18. B. 1. C. 15. D. 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} &= 7 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(ax + (a + b) - 5 + a + b)}{x - 1} &= 7 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (ax + (a + b) - 5 + a + b) &= 7 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a(1) + a + b = 7 \\ -5 + a + b = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 7 \\ a + b = 5 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \\ \Rightarrow a^2 + b^2 + a + b &= 18. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 59. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 3}{\sqrt{4x^2 + 1} - 2}$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 3}{\sqrt{4x^2 + 1} - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{3}{x}}{\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}} - \frac{2}{x}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 60. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \ (k \in \mathbb{N}^*)$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \ (q < 1)$.

Lời giải.

Ta có

— Với $k \in \mathbb{N}^*$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$.

— $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$.

— $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$.

— Với $q = -2$, $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$ nếu n chẵn và $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = -\infty$ nếu n lẻ.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 61. Khi biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 0,323232 \dots = 0,(32)$ dưới dạng phân số tối giản $P = \frac{m}{n}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính hiệu $H = n - 3m$.

A. 0.

B. -3.

C. 3.

D. 67.

Lời giải.

Ta có

$$0,(32) = 32 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \frac{1}{100^3} + \dots \right) = 32 \cdot \frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{32}{99}.$$

Do đó $n - 3m = 99 - 3 \cdot 32 = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 62.

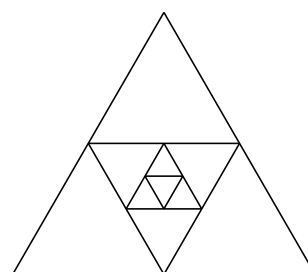
Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng 1. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm BC, CA, AB ta được $\triangle A_1B_1C_1$. Tương tự $\triangle A_2B_2C_2$ có các đỉnh là trung điểm của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 . Quá trình lặp lại sau n bước ($n \in \mathbb{N}^*$) ta được $\triangle A_nB_nC_n$. Gọi S_0, S_n lần lượt là diện tích $\triangle ABC$ và $\triangle A_nB_nC_n$. Đặt T_n là tổng diện tích các tam giác $ABC, A_1B_1C_1, \dots, A_nB_nC_n$. Hỏi T_n không vượt quá số nào sau đây

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{11\sqrt{3}}{36}$.

C. $\frac{100\sqrt{3}}{299}$.

D. $\frac{19\sqrt{3}}{240}$.



Lời giải.

Ta có tam giác đều cạnh a có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Mà $A_nB_n = \frac{1}{2} \cdot A_{n-1}B_{n-1}$ nên $S_n = \frac{1}{4} \cdot S_{n-1}$.

Hay (S_n) là cấp số nhân công bội $q = \frac{1}{4}$.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{100\sqrt{3}}{299}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 63. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x}$.

A. -1.

B. -3.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} (-x^2 - x - 1) = -3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 64. Giá trị $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x+1)(2-x)}{x^2+3}$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. 4.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x+1)(2-x)}{x^2+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2+\frac{1}{x})(\frac{2}{x}-1)}{1+\frac{3}{x^2}} = -2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 65. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $1-4n$.

B. $\frac{n^3-3n}{n+1}$.

C. $\frac{n+1}{n^2}$.

D. $\frac{1-2n^3}{n^3+5n}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = 0.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 66. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC . Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$?

A. $S = \frac{15\pi}{4}$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = \frac{9\pi}{2}$.

D. $S = 5\pi$.

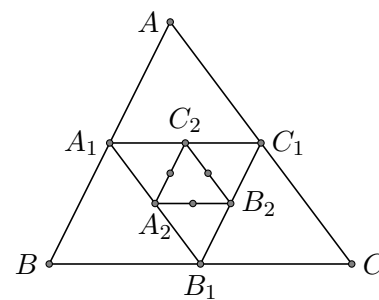
Lời giải.

$$\text{Ta có: } S_1 = \pi \cdot \left(3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 = 3\pi; S_2 = \pi \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{4} \cdot S_1;$$

$$S_3 = \pi \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \frac{3\pi}{16} = \frac{1}{4} \cdot S_2$$

Ta có $S_1; S_2; S_3; \dots; S_n; \dots$ tạo thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là $S_1 = 3\pi$ và công bội $q = \frac{1}{4}$.

$$\text{Suy ra } S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots = \frac{S_1}{1-q} = \frac{3\pi}{1-\frac{1}{4}} = 4\pi.$$



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 67. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}, & x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4}, & x \leq 0 \end{cases}$ m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để

hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = \frac{21}{2}$.

D. $m = \frac{-1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số có giới hạn tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x).$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx + m + \frac{1}{4} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = m + \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 68. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+6}{3x^2-27}, x \neq \pm 3 \\ -\frac{1}{9}, x = \pm 30 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm x thuộc khoảng $(-3; 3)$.
 B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = -3$.
 C. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 3$.
 D. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Với $x \neq \pm 3$ thì $f(x) = \frac{2x+6}{3x^2-27}$ là hàm phân thức nên liên tục với $\forall x \neq \pm 3$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+6}{3x^2-27} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x+3)}{3(x+3)(x-3)} = \infty$ nên hàm số không liên tục tại $x = 3$.

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+6}{3x^2-27} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2(x+3)}{3(x+3)(x-3)} = \frac{-1}{9}$ nên hàm số liên tục tại $x = -3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 69. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I) Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

(II) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

(III) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$.

- A. Chỉ (II). B. Chỉ (I) và (III). C. Chỉ (II) và (III). D. Chỉ (I).

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ có tập xác định $[0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Vậy hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1 \Rightarrow$ (I) đúng.

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ (III) đúng.

Chọn đáp án **B** □

Câu 70. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2018n}{n}$.

- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. 2018.

Lời giải.

Ta có $-1 \leq \sin 2018n \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{n} \leq \frac{\sin 2018n}{n} \leq \frac{1}{n}$.

Vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2018n}{n} = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 71. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ m & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$, với m tham số thực. Tìm m để hàm số $f(x)$

liên tục tại $x = 1$.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 72. Cho a, b là hai số dương thỏa mãn giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax - \sqrt{bx^2 - 2x + 2018})$ hữu hạn.

Tính I .

A. $\frac{1}{a + \sqrt{b}}$.

B. $a - \sqrt{b}$.

C. $\frac{1}{a}$.

D. $\frac{2}{a + b}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax - \sqrt{bx^2 - 2x + 2018})$$

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - b)x^2 + 2x - 2018}{ax + \sqrt{bx^2 - 2x + 2018}}$$

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - b)x + 2 - \frac{2018}{x}}{a + \sqrt{b - \frac{2}{x} + \frac{2018}{x^2}}}$$

Từ giả thiết, ta được $\begin{cases} a^2 - b = 0 \\ I = \frac{2}{a + \sqrt{b}} \end{cases}$. Do vậy, $I = \frac{1}{a}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 73. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x + 1)^{2018} + (x + 2)^{2018} - 2 \cdot 3^{2018}}{(x - 1)(x + 2017)}$

A. $4 \cdot 3^{2017}$.

B. 3^{2017} .

C. $2 \cdot 3^{2017}$.

D. $8 \cdot 3^{2017}$.

Lời giải.

Đặt $f(x) = (x^2 + x + 1)^{2018} + (x + 2)^{2018}$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x + 1)^{2018} + (x + 2)^{2018} - 2 \cdot 3^{2018}}{(x - 1)(x + 2017)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2018 \cdot (x - 1)} = \frac{f'(1)}{2018}.$$

Mà $f'(x) = 2018 \cdot (x^2 + x + 1)^{2017} \cdot (2x + 1) + 2018 \cdot (x + 2)^{2017}$.

Nên $f'(1) = 2018 \cdot 4 \cdot 3^{2017}$. Vậy kết quả bằng $4 \cdot 3^{2017}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 74. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} & \text{khi } x \neq \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & \text{khi } x = \sqrt{3}. \end{cases}$ Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng

định sau:

(I). $f(x)$ liên tục tại $x = \sqrt{3}$.

(II). $f(x)$ gián đoạn tại $x = \sqrt{3}$.

(III). $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. Chỉ I và II.

B. Chỉ I và III.

C. Cả I, II, III đều đúng.

D. Chỉ II và III.

Lời giải.

Với $x_0 \in (-\infty; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$ ta có $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} = \frac{x_0^2 - 3}{x_0 - \sqrt{3}} = f(x_0)$. Suy ra hàm số liên tục với mọi $x_0 \in (-\infty; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$ (1)

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} = f(\sqrt{3}) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 75. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 2}{2x^2 + 3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 4.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 2}{2x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2(4 - \frac{2}{x^2})}{x^2(2 + \frac{3}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 - \frac{2}{x^2}}{2 + \frac{3}{x^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 76. Có bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số bằng 3 ?

A. 19.

B. 15.

C. 21.

D. 36.

Lời giải.

Giả sử số cần lập là $\overline{abcde}$. Do $a + b + c + d + e = 3$ nên a, b, c, d, e được chọn từ một trong các bộ năm số $A = (3, 0, 0, 0, 0)$, $B = (2, 1, 0, 0, 0)$ và $C = (1, 1, 1, 0, 0)$.

— Nếu $a, b, c, d, e \in A$ thì có 1 số thỏa mãn.

— Nếu $a, b, c, d, e \in B$ thì có $2 \cdot 4 = 8$ số thỏa mãn.

— Nếu $a, b, c, d, e \in C$ thì có $C_4^2 = 6$ số thỏa mãn.

Vậy có $1 + 8 + 6 = 15$ số.

Chọn đáp án **B** □

Câu 77. Cho tập hợp $M = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$ có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M và không chứa số 1 là

A. C_{10}^2 .

B. A_9^2 .

C. 9^2 .

D. C_9^2 .

Lời giải.

Số tập con gồm hai phần tử của M và không chứa số 1 là số tổ hợp chập 2 của 9 phần tử và bằng C_9^2 .

Chọn đáp án **D** □

Câu 78. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 3x^2 + 2018)$ bằng

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 3x^2 + 2018) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^3 \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{2018}{x^3} \right) \right] = -\infty$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 79. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x - 1}$ bằng

A. $2 - m$.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $m - 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1 - m)(x - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1 - m) = 2 - m$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 80. Xác định $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$.

A. 0.

B. $-\infty$.

C. không xác định.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 81. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{với } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{với } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

— Với $x > 0$ thì $f(x) = 2\sqrt{x} - m$ liên tục.

— Với $x < 0$ thì $f(x) = mx + 2$ liên tục.

— Tại $x = 0$, ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2.$$

$f(0) = -m$. Nên, hàm số liên tục tại $x = 0$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy, hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m = -2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 82. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^2+1}$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^2+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 - \frac{2}{x}\right)}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 83. Trong các giới hạn hữu hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với các giới hạn còn lại?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{3n+1}$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{2n^2-3}$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{-3n+1}$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n-1}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{n}}{3 + \frac{1}{n}} = 1; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{2n^2-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{3}{n^2}} = 1; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{-3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{n}}{-3 + \frac{1}{n}} = -1;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 84. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-x}{x+1} & \text{với } x < 0, x \neq -1 \\ 1 & \text{với } x = -1 \\ \sqrt{x} \cos x & \text{với } x \geq 0. \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. $f(x)$ liên tục tại mọi điểm, trừ điểm $x = -1$.

C. $f(x)$ liên tục tại mọi điểm, trừ điểm $x = 0$.

D. $f(x)$ liên tục tại mọi điểm, trừ điểm $x = 0$ và $x = 1$.

Lời giải.

Ta có:

$f(x) = \sqrt{x} \cos x$ với $x \geq 0$ nên $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$.

$f(x) = \frac{x^3 - x}{x + 1}$ với $x < 0, x \neq -1$ nên $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; 0)$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x-1)(x+1)}{(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} x(x-1) = 2 \neq f(-1)$, suy ra $f(x)$ gián đoạn tại $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(x-1)(x+1)}{(x+1)} = 0.$$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cos x = 0 = f(0)$. Vậy $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

Vậy $f(x)$ liên tục tại mọi $x \neq -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 85. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1)$ là

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) = 2^2 + 1 = 5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 86. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n - 1}{\sqrt{4n^2 + n + 1}}$

A. 2.

B. $+\infty$.

C. -1.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n - 1}{\sqrt{4n^2 + n + 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(8 - \frac{1}{n})}{n\sqrt{4 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 - \frac{1}{n}}{\sqrt{4 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}} = 4.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 87. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{2n^2 + 3n + 1}$.

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. 1.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{2n^2 + 3n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2}}{2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 88. Tính $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$.

A. 5.

B. 9.

C. $+\infty$.

D. 7.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7) = (-1)^2 - (-1) + 7 = 9.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 89. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + a - 1 & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị của a để hàm số đã cho

liên tục tại điểm $x = 0$.

A. $a = 1$.

B. $a = 3$.

C. $a = 2$.

D. $a = 4$.

Lời giải.

Ta có $f(0) = a - 1$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x + a - 1) = a - 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x(\sqrt{1+2x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{1+2x} + 1} = 1.$$

Hàm số liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow a - 1 = 1 \Leftrightarrow a = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 90. Tìm giới hạn của hàm số $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 3}{x + 2}$.

A. 5.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 3}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 5.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 91. Dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 2\sqrt{4u_n + 1} + 2), n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 2\sqrt{4u_n + 1} + 2) &\Leftrightarrow 9(4u_{n+1} + 1) = (\sqrt{4u_n + 1} + 4)^2 \\ &\Leftrightarrow 3\sqrt{4u_{n+1} + 1} = \sqrt{4u_n + 1} + 4 \\ &\Leftrightarrow 3(\sqrt{4u_{n+1} + 1} - 2) = \sqrt{4u_n + 1} - 2 (*) \end{aligned}$$

Đặt $v_n = \sqrt{4u_n + 1} - 2$. Khi đó, (*) trở thành $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$, đây là cấp số nhân với $v_1 = 1$, $q = \frac{1}{3}$.

$$\text{Do đó, } v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow u_n = \frac{(v_n + 2)^2 - 1}{4} = \frac{\left[2 + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right]^2 - 1}{4}, n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Vậy } \lim u_n = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 92. Giá trị giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 5} + n}{4n - \sqrt{n^2 + 1}}$ là

A. $I = 1$.

B. $I = \frac{5}{3}$.

C. $I = -1$.

D. $I = \frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 5} + n}{4n - \sqrt{n^2 + 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{5}{n^2}} + 1}{4 - \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}} = \frac{\sqrt{4 + 0} + 1}{4 - \sqrt{1 + 0}} = \frac{3}{3} = 1.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 93. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}, & x > -1 \\ mx + 2, & x \leq -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$.

A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x + 3) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (mx + 2) = -m + 2$$

$$f(-1) = -m + 2$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow -m + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 94. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2x}{x + 3}$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. -2.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2x}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} - 2}{1 + \frac{3}{x}} = -2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 95. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Gọi $S_n = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_n u_{n+1}}$. Tính $\lim S_n$.

A. $\lim S_n = \frac{1}{6}$.

B. $\lim S_n = 1$.

C. $\lim S_n = 0$.

D. $\lim S_n = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có (u_n) là cấp số cộng với $(u_1) = 2, d = 3$. Ta có

$$\frac{1}{u_n u_{n+1}} = \frac{1}{u_n(u_n + d)} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_n + d} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_{n+1}} \right).$$

Suy ra

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_{n+1}} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{n+1}} \right) = \frac{u_{n+1} - u_1}{d u_1 u_{n+1}} \\ &= \frac{u_1 + nd - u_1}{d u_1 u_{n+1}} = \frac{n}{u_1 u_{n+1}} \\ &= \frac{n}{u_1(u_1 + nd)} = \frac{n}{2(2 + 3n)}. \end{aligned}$$

Do đó $\lim S_n = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 96. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + x - 3)$.

A. $+\infty$.

B. 2.

C. $-\infty$.

D. -3.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + x - 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3} \right).$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3}\right) = 2 > 0$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + x - 3) = -\infty$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 97. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{n}\right) u_n, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Gọi $S_n = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_n}{n}$.

Tìm $\lim S_n$.

A. $\lim S_n = \frac{3}{2}$.

B. $\lim S_n = \frac{2}{3}$.

C. $\lim S_n = \frac{5}{2}$.

D. $\lim S_n = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

— Ta có $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{n}\right) u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{u_n}{n} \quad (*)$.

— Đặt $v_n = \frac{u_n}{n}$ ta có $(*)$ trở thành $v_{n+1} = \frac{1}{3} v_n$.

— Dãy (v_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = \frac{u_1}{1} = 1$ và công bội $q = \frac{1}{3}$ nên

$$v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}.$$

Do đó $S_n = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_n}{n} = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$

$$= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}}.$$

— Suy ra $\lim S_n = \lim \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 98. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, n \geq 1 \end{cases}$. Gọi $S_n = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_n u_{n+1}}$. Tính

$L = \lim S_n$.

A. $L = \frac{1}{2}$.

B. $L = \frac{1}{6}$.

C. $L = 1$.

D. $L = 0$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{u_k u_{k+1}} = \frac{1}{2} \frac{u_{k+1} - u_k}{u_k u_{k+1}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{u_k} - \frac{1}{u_{k+1}} \right) \Rightarrow S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{n+1}} \right)$.

Mặt khác $u_{n+1} = 1 + 2n \Rightarrow S_n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) \Rightarrow L = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 99. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$.

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \cdot \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right) = -\infty$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 100. Tính giới hạn $T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1}} + 4^n - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$.

A. $T = 0$.

B. $T = \frac{1}{4}$.

C. $T = \frac{1}{8}$.

D. $T = \frac{1}{16}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}
 T &= \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right) = \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16^{n+1} + 4^n} + \sqrt{16^{n+1} + 3^n}} \\
 &= \lim \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16 \cdot 16^n + 4^n} + \sqrt{16 \cdot 16^n + 3^n}} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{16}\right)^n}} = \frac{1}{8}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 101.** Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \frac{n}{1 + n^2 + n^4}, \forall n = 1, 2, \dots$ Tính giới hạn

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n).$$

A. $\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 u_n &= \frac{n}{1 + n^2 + n^4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2n}{(n^2 + 1)^2 - n^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2n}{(n^2 - n + 1)(n^2 + n + 1)} \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n^2 - n + 1} - \frac{1}{n^2 + n + 1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n(n-1) + 1} - \frac{1}{n(n+1) + 1} \right) \\
 &= \frac{1}{2} [f(n) - f(n+1)] \left(\text{với } f(n) = \frac{1}{n(n-1) + 1} \right).
 \end{aligned}$$

Vậy

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n) &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} [f(1) - f(n+1)] \right) \\
 &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n(n+1) + 1} \right) \right] = \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 102.** Tính $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{2x+3}$.

A. $L = 0$.

B. $L = \frac{-1}{2}$.

C. $L = \frac{2}{3}$.

D. $L = \frac{-1}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{x} - 1}{2 + \frac{3}{x}} = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 103.** Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3} + 2} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 104. $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$ bằng

- A. 2^{2019} . B. $+\infty$. C. 2. D. 2^{2018} .

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} (x + 2^{2018}) = 2^{2019}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 105. Phương trình $\sqrt{x - 512} + \sqrt{1024 - x} = 16 + 4\sqrt[8]{(x - 512)(1024 - x)}$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2 nghiệm. B. 8 nghiệm. C. 4 nghiệm. D. 3 nghiệm.

Lời giải.

Điều kiện $512 \leq x \leq 1024$. Đặt $u = \sqrt[8]{x - 512} \geq 0$, $v = \sqrt[8]{1024 - x} \geq 0$. Suy ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} u^4 + v^4 = 16 + 4uv & (1) \\ u^8 + v^8 = 512 & (2) \end{cases}.$$

Từ phương trình (1) ta có $16 + 4uv = u^4 + v^4 \geq 2u^2v^2$, suy ra $0 \leq uv \leq 4$. Do hai vế của phương trình (1) không âm nên bình phương hai vế của (1) ta được phương trình tương đương

$$u^8 + 2u^4v^4 + v^8 = 16u^2v^2 + 128uv + 256. \quad (3)$$

Thay (2) vào (3) ta được

$$\begin{aligned} (uv)^4 - 8(uv)^2 - 64uv + 128 &= 0 \\ \Leftrightarrow (uv - 4) [(uv)^3 + 4(uv)^2 + 8uv - 32] &= 0. \end{aligned}$$

Với $uv = 4$ ta suy ra $x = 768$. Xét $uv < 4$. Chú ý rằng hàm $f(t) = t^3 + 4t^2 + 8t - 32$, $t \in [0; 4]$ có $f'(t) = 3t^2 + 4t + 8 > 0$, $\forall t \in [0; 4]$ và $f(0)f(4) < 0$ nên tồn tại duy nhất $P \in (0; 4)$ để $f(P) = 0$. Do đó $uv = P$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} u^8 + v^8 = 512 \\ u^8v^8 = P^8. \end{cases}$$

Ta có $512^2 - 4P^8 = 4^9 - 4P^8 > 0$, do đó theo định lý Viète đảo, tồn tại hai bộ số $(u_1; v_1)$ và $(u_2; v_2)$ ($u_1, v_1, u_2, v_2 > 0$) là nghiệm của hệ. Mỗi bộ số đó sinh ra một nghiệm của phương trình đã cho. Vậy phương trình ban đầu có 3 nghiệm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 106. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = |x|$. B. $y = \frac{x}{x+1}$. C. $y = \sin x$. D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 107. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$.

- A. $\frac{5}{2}$. B. $+\infty$. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{x+1} = \frac{5}{2}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 108. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham

số m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

A. $m = 1.$

B. $m = 0.$

C. $m = \frac{1}{2}.$

D. $m = -\frac{1}{2}.$

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx + m + \frac{1}{4} \right) = m + \frac{1}{4}.$

Hàm số có giới hạn tại $x = 0$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \Leftrightarrow m + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 109. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{2}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $-\frac{1}{2}.$

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}-1}{2+\frac{1}{n^2}} = -\frac{1}{2}.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 110. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}.$

A. $-\frac{1}{3}.$

B. $\frac{2}{3}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $-\frac{2}{3}.$

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{3+\frac{1}{x}} = \frac{-2+1}{3} = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 111. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+4x-5}{-x+12}$ bằng

A. $-\infty.$

B. $-\frac{5}{12}.$

C. $+\infty.$

D. $-2.$

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+4x-5}{-x+12} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \cdot (2 + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2})}{x \cdot (-1 + \frac{12}{x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \frac{2 + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2}}{-1 + \frac{12}{x}}.$

Vì:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty.$

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2}}{-1 + \frac{x}{12}} = -2.$$

$$\text{nên} \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \frac{2 + \frac{4}{x} - \frac{5}{x^2}}{-1 + \frac{x}{12}} = +\infty \text{ hay } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 4x - 5}{-x + 12} = +\infty.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 112. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$.

A. $L = -5$.

B. $L = 5$.

C. $L = 0$.

D. $L = -3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 4)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 4) = 5.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 113. Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào không tồn tại?

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{(x + 1)^2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x^2 + 1}$.

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x + 1}}$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x$.

Lời giải.

Ta có

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{(x + 1)^2} = -\infty.$$

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0.$$

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x + 1}} = 0.$$

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x \text{ không xác định.}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 114. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ liên tục

tại $x = 3$.

A. $m = 4$.

B. $m = -1$.

C. $m = -4$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(3 - x)(\sqrt{x + 1} + 2)}{x - 3} = -\lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x + 1} + 2) = -4.$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = 3 \text{ thì } f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - x}{\sqrt{x + 1} - 2} \Rightarrow m = -4.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 115. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$ bằng

A. 0.

B. -4.

C. -3.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 3)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 3) = -4.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 116. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x + 5}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Vì khi $x \rightarrow -\infty$ thì $2x + 5 \rightarrow -\infty$ nên $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x + 5} = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 117. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1 - (x-3)}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{x} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{3}{x}} \right)} = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 118. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} - 3}{2 + \frac{5}{n^2} - \frac{2}{n^3}} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 119. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1}$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 120. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x$, $\forall x > 0$ và $f(1) = -1$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm trên $(0; +\infty)$.

B. phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(0; 1)$.

C. phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(1; 2)$.

D. phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(2; 5)$.

Lời giải.

Ta có $x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \geq 2\sqrt{2x^2} - 2x \geq 0 \forall x > 0$, nên $f'(x) > 0 \forall x > 0$, hay hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Suy ra $f(0) < f(1) = -1$ và $f(x) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm trên $(0; +\infty)$.

Mà

$$f(2) = f(1) + \int_1^2 f'(x) dx \geq \int_1^2 \left(x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \right) dx = \frac{16}{5} > 0.$$

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 121. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x}$.

A. $K = -\frac{2}{3}$.

B. $K = \frac{2}{3}$.

C. $K = \frac{4}{3}$.

D. $K = 0$.

Lời giải.

Ta có $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1} - 1}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = -\frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 122. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 8 + a^2 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của

tham số a để hàm số liên tục tại $x = 1$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(ax+2)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} [(ax+2)(\sqrt{x+3}+2)] = 4a+8$.

Lại có $f(1) = 8 + a^2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 4a+8 = 8+a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4. \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị của tham số a thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 123. Tam giác mà ba đỉnh của nó lần lượt là trung điểm các cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC .

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$.

A. $S = \frac{15\pi}{4}$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = \frac{9\pi}{2}$.

D. $S = 5\pi$.

Lời giải.

Với mọi tam giác đều $A_nB_nC_n$ có cạnh a_n trong dãy tam giác đề cho, ta có

Đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$ có bán kính $R_n = OA_n = \frac{a_n\sqrt{3}}{3}$ và diện tích $S_n = \frac{\pi a_n^2}{3}$.

Ngoài ra A_{n+1} là trung điểm của cạnh B_nC_n nên $OA_{n+1} = \frac{a_n\sqrt{3}}{6}$, từ đó

Đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có

bán kính $R_{n+1} = OA_{n+1} = \frac{a_n\sqrt{3}}{6}$ và diện tích $S_{n+1} = \frac{\pi a_n^2}{12}$.

Dãy (S_n) là một cấp số nhân lùi vô hạn có

$S_1 = \frac{\pi a_1^2}{3} = 3\pi$ và công bội $q = \frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{1}{4}$.

Vậy tổng của dãy là

$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots = \frac{S_1}{1-q} = \frac{3\pi}{1-\frac{1}{4}} = 4\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □

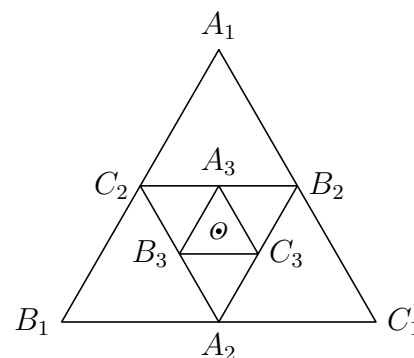
Câu 124. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n + 1}{n}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. 0.



Lời giải.

Với mọi $n > 0$ thì $|\sin n + 1| \leq 2$. Do đó, với mọi $n > 0$, ta có

$$0 \leq \left| \frac{\sin n + 1}{n} \right| \leq \frac{2}{n}.$$

Từ đó

$$0 \leq \lim \left| \frac{\sin n + 1}{n} \right| \leq \lim \frac{2}{n} = 0 \Rightarrow \lim \left| \frac{\sin n + 1}{n} \right| = 0 \Rightarrow \lim \frac{\sin n + 1}{n} = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 125. Cho biết $1 + \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{8}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots = \frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $T = a + b$.

A. $T = 2$.

B. $T = 5$.

C. $T = 4$.

D. $T = 3$.

Lời giải.

Ta có tổng trên là tổng các số hạng của một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = -\frac{1}{2}$.

$$\text{Do đó } T = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 126. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{x^2 \cos 2x}{x^2 + 1}\right)$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. 4.

C. 5.

D. Không tồn tại giới hạn.

Lời giải.

— Chọn $x_n = n\pi, n \in \mathbb{N}$ thì ta có

$$\lim \left(5 - \frac{x_n^2 \cos 2x_n}{x_n^2 + 1}\right) = \lim \left(5 - \frac{(n\pi)^2}{(n\pi)^2 + 1}\right) = \lim \left(5 - \frac{1}{1 + \frac{1}{(n\pi)^2}}\right) = 4.$$

— Chọn $x_m = \frac{\pi}{4} + m\pi, m \in \mathbb{N}$ thì ta có

$$\lim \left(5 - \frac{x_m^2 \cos 2x_m}{x_m^2 + 1}\right) = 5 - 0 = 5.$$

Ta chọn được 2 dãy con $x_n, x_m \rightarrow +\infty$ mà $\lim \left(5 - \frac{x_m^2 \cos 2x_m}{x_m^2 + 1}\right) \neq \lim \left(5 - \frac{x_n^2 \cos 2x_n}{x_n^2 + 1}\right)$ nên giới hạn ban đầu là không tồn tại.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 127. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{x + 1}$.

A. -2 .

B. 2.

C. 0.

D. $-\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |x| \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + x \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 128. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

A. $I = 1$.

B. $I = 0$.

C. $I = 2$.

D. $I = +\infty$.

Lời giải.

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 129.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{3 - x}$ bằng

A. -2 .

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1 .

D. 2 .

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{\frac{3}{x} - 1} = -2.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 130.** Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{3n^2 + n}}{2(3n + 2)} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T = a + b$.

A. $T = 7$.

B. $T = 21$.

C. $T = 9$.

D. $T = 11$.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt{3n^2 + n}}{2(3n + 2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(5\sqrt{3 + \frac{1}{n}} \right)}{n \left(6 + \frac{4}{n} \right)} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = a + b = 11.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 131.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = +\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = -\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3} = +\infty$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{2}{x}$, ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2 = 2 > 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0, x \rightarrow 0^+$ suy ra $x > 0$. Do đó, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = +\infty$.

Vậy, mệnh đề sai là $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = -\infty$.

Chọn đáp án **B** □**Câu 132.** Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + bx - 2}) = 1$. Tính $P = a \cdot b$.

A. 3 .

B. -3 .

C. 5 .

D. -5 .

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + bx - 2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(ax^2 + x + 1) - (x^2 + bx - 2)}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a - 1)x^2 + (1 - b)x + 3}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}}. \end{aligned}$$

Vì theo giả thiết dãy số có giới hạn hữu hạn khác 0 nên bậc tử = bậc mẫu. Do đó ta phải khử đi hệ số của bậc hai trên tử $\Leftrightarrow a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$.

Với $a = 1$, ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x^2 + (1-b)x + 3}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-b)x + 3}{\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{(1-b) + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 + \frac{b}{x} - \frac{2}{x^2}}} \right) = \frac{b-1}{1+1}.$$

Yêu cầu bài toán $\Rightarrow \frac{b-1}{1+1} = 2 \Rightarrow b = 3$.

Vậy $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow P = ab = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 133. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} (3x+2) = -1 < 0$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0$ và $x+1 < 0$ khi $x \rightarrow -1^-$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = +\infty$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 134. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x+1}$.

A. $K = 0$.

B. $K = 1$.

C. $K = -2$.

D. $K = 4$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} K &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} \\ &= \frac{-\sqrt{4}}{1} = -2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 135. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2018)$ để có $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

A. 2011.

B. 2016.

C. 2019.

D. 2009.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1 + 3 \cdot \left(\frac{3}{9}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n + 9^a}} = \frac{1}{3^a}.$$

Nên:

$$\begin{aligned}\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} &\leq \frac{1}{2187} \Leftrightarrow \frac{1}{3^a} \leq \frac{1}{2187} \\ &\Leftrightarrow 3^a \geq 2187 \\ &\Leftrightarrow 3^a \geq 3^7 \\ &\Leftrightarrow a \geq 7.\end{aligned}$$

Do đó, trên khoảng $(0; 2018)$ có 2011 giá trị nguyên của tham số a thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 136. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $\frac{3}{16}$. C. 0. D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow -2} (x+2)^2 = 0 \\ (x+2)^2 > 0, x \neq -2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 137. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2}$ bằng

- A. 1. B. $+\infty$. C. $\frac{5}{3}$. D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x}}{3 + \frac{2}{x}} = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 138. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 12}{x + 4} & \text{khi } x \neq -4 \\ mx + 1 & \text{khi } x = -4 \end{cases}$

liên tục tại điểm $x_0 = -4$.

- A. $m = 4$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = 5$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + x - 12}{x + 4} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x-3)(x+4)}{x+4} = -7.$$

Hàm số đã cho liên tục khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = f(-4) \Leftrightarrow -4m + 1 = -7 \Leftrightarrow m = 2.$$

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 139. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n-2}{n+3}$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 1. C. 3. D. -2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{3n-2}{n+3} = \frac{3-\frac{2}{n}}{1+\frac{3}{n}}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim \left(3 - \frac{2}{n}\right) = 3 \\ \lim \left(1 + \frac{3}{n}\right) = 1 \end{cases} \Rightarrow \lim \frac{3n-2}{n+3} = 3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 140. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) = -2$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + 5c$.

A. $P = 18$.**B.** $P = 12$.**C.** $P = 9$.**D.** $P = 5$.**Lời giải.**

Ta thấy

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) &= -2 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a - c^2) \cdot x^2 + bx}{\sqrt{ax^2 + bx} + cx} &= -2 \end{aligned} \quad (1)$$

Từ (1), ta thấy a, b, c thỏa mãn hệ sau

$$\begin{aligned} &\begin{cases} a > 0 \text{ (vì } a \leq 0 \text{ trái giả thiết)} \\ a + c^2 = 18 \\ a - c^2 = 0 \\ \frac{b}{\sqrt{a} + c} = -2 \end{cases} \quad (2) \\ \Rightarrow &\begin{cases} a = 9 \\ c = -12 \\ c = 3 \text{ (loại } c = -3 \text{ vì (2)).} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $P = 12$.Chọn đáp án **B**

□

Câu 141. Để $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \frac{1}{2}$ thì giá trị m thuộc tập hợp nào?

A. $[3; 6]$.**B.** $[-3; 0]$.**C.** $[-6; -3]$.**D.** $[1; 3]$.**Lời giải.**Do $x \rightarrow -\infty$ nên coi $x < 0$. Khi đó:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x} + \frac{4}{x}}{m - \frac{2}{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \frac{4}{x}}{m - \frac{2}{x}} = \frac{-2}{m}.$$

Vậy $m = -4$.Chọn đáp án **C**

□

Câu 142. Giá trị $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1}$ là

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$

Chọn đáp án **C** ☐**Câu 143.** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. $\frac{3}{2}$.**Lời giải.**

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3.$

Chọn đáp án **C** ☐**Câu 144.** Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = 5$. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)}$ bằng

A. 10.

B. 2.

C. $\frac{5}{3}$.

D. 1.

Lời giải.Từ giả thiết ta có $f(1) = 10$.

Vậy

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) - 10) \cdot (\sqrt{x} + 1)}{(x - 1) \cdot (\sqrt{4f(x) + 9} + 3)} = \frac{5 \cdot (\sqrt{1} + 1)}{\sqrt{4f(1) + 9} + 3} = 1.$$

Chọn đáp án **D** ☐**Câu 145.** Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 5}{x + 3}.$ A. $\frac{2}{3}$.B. $-\frac{5}{3}$.

C. -5.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 5}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{5}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = 2.$

Chọn đáp án **D** ☐**Câu 146.** Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x).$ A. $I = \frac{1}{2}$.B. $I = +\infty$.C. $I = 0$.D. $I = \frac{3}{4}$.**Câu 147.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$ bằngA. $-\frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. $+\infty$.**Lời giải.**

Nhận thấy giới hạn trên là dạng vô định, ta xử lý như sau

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(\sqrt{1-x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{1-x} + 1} = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A** ☐

Câu 148. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

A. 0.

B. $-\infty$.C. $\frac{3}{16}$.D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có

$$— \lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0.$$

$$— \lim_{x \rightarrow -2} (x+2)^2 = 0.$$

$$— (x+2)^2 > 0, \forall x \neq -2.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 149. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 2, u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$ với mọi n nguyên dương. Tính $\lim u_n$.

A. 2.

B. 4.

C. $\sqrt{2}$.

D. -1.

Lời giải.

Ta chứng minh quy nạp rằng $u_n = 2$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

$$— \text{Với } n = 1, \text{ ta có } u_1 = 2.$$

$$— \text{Giả sử } u_n = 2 \text{ với mọi } n \leq k. \text{ Ta có } u_{k+1} = \sqrt{2+u_k} = \sqrt{2+2} = 2.$$

Theo nguyên lý quy nạp, ta có $u_n = 2$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Do đó $\lim u_n = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 150. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) = 0$. Khi đó $a + 2b$ bằng

A. -4.

B. -5.

C. 4.

D. -3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x + \frac{7}{2(2x + 1)} - \frac{5}{2} - ax - b \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left((2-a)x - \frac{5}{2} - b + \frac{7}{2(2x + 1)} \right). \end{aligned}$$

Do đó

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-a=0 \\ b+\frac{5}{2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{5}{2}. \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a + 2b = 2 + 2 \cdot \frac{-5}{2} = -3.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 151. Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{x-1}$.

A. $A = 3$.B. $A = -3$.C. $A = +\infty$.D. $A = -\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)(x^2+x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} -(x^2+x+1) = -3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 152. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 \cdot 4^n + 1} - 2^n}{\sqrt{2 \cdot 4^n + 1} + 2^n} = a + b\sqrt{2}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^3$.

A. $T = 19$. B. $T = 35$. C. $T = 1$. D. $T = 17$.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 \cdot 4^n + 1} - 2^n}{\sqrt{2 \cdot 4^n + 1} + 2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 + \frac{1}{4^n}} - 1}{\sqrt{2 + \frac{1}{4^n}} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}. \text{ Suy ra } a = 3 \text{ và } b = -2.$$

Khi đó: $T = a^3 + b^3 = 3^3 + (-2)^3 = 19$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 153. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + m & \text{khi } x \geq 2 \\ 3x - 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ (m là tham số). Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho liên tục tại $x_0 = 2$.

A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = 3$.

Lời giải.

$$f(2) = 4 + m;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + m) = 4 + m.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x - 1) = 5.$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x_0 = 2$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 4 + m = 5 \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 154. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 1}$ bằng

A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 1} = \frac{\sqrt{1} - 1}{1 + 1} = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 155. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = u_n^2 - 3u_n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết dãy số (u_n) tăng và không bị chặn trên. Đặt $v_n = \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 1. D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{n+1} = u_n^2 - 3u_n + 4 \Rightarrow u_{n+1} - 2 = u_n^2 - 3u_n + 2 = (u_n - 1) \cdot (u_n - 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{u_{n+1} - 2} = \frac{1}{(u_n - 1) \cdot (u_n - 2)} \Leftrightarrow \frac{1}{u_{n+1} - 2} = \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{u_n - 1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{u_n - 1} = \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2}.$$

$$\text{Suy ra } v_n = \frac{1}{u_1 - 2} - \frac{1}{u_2 - 2} + \frac{1}{u_2 - 2} - \frac{1}{u_3 - 2} + \dots + \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2} = \frac{1}{u_1 - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2}.$$

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{u_1 - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2} \right) = \frac{1}{u_1 - 2} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 156. Tính giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1}$.

- A. 1. B. 2. C. -1. D. -2.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}} = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 157. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{2018x-1}$.

- A. $\frac{5}{2018}$. B. -2. C. -5. D. $-\infty$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{2018x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 + \frac{2}{x}}{2018 - \frac{1}{x}} = \frac{5}{2018}.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 158. Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$?

- A. $I = \frac{7}{8}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{3}{8}$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 159. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x^2 - 4} & \text{nếu } x > 2 \\ x^2 + ax + 3b & \text{nếu } x < 2 \\ 2a + b - 6 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$. Tính $I = a + b$?

A. $I = \frac{19}{30}$. B. $I = -\frac{93}{16}$. C. $I = \frac{19}{32}$. D. $I = -\frac{173}{16}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{3}{16}$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2a + 3b + 4$.

Từ điều kiện hàm số liên tục tại $x = 2$ ta có hệ

$$\begin{cases} 2a + 3b = -\frac{61}{16} \\ 2a + b = \frac{99}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{179}{32} \\ b = -5 \end{cases}.$$

Suy ra $a + b = \frac{19}{32}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 160. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1}$.

- A. $+\infty$. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. -1.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}} = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 161. Biết rằng $b > 0$, $a + b = 5$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} = 2$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. $a^2 + b^2 > 10$.

B. $a - b \geq 0$.

C. $1 \leq a \leq 3$.

D. $a^2 - b^2 > 6$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
2 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - 1}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-bx} - 1}{x} \\
&= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt[3]{ax+1}^2 + \sqrt[3]{ax+1} + 1} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-b}{\sqrt{1-bx} + 1} \\
&= \frac{a}{3} + \frac{b}{2}.
\end{aligned}$$

Ngoài ra $a + b = 5$ nên $a = 3$ và $b = 2$.Khi đó $a^2 - b^2 = 5 < 6$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 162.** Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$.

A. $-\infty$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 163.** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 7x - 6}{x - 3} & \text{khi } x > 3 \\ x^2 + 5mx + 2 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ liên tục vớimọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m = 7$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = 0$.

Lời giải.Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Với $x > 3$ thì $f(x)$ là hàm số phân thức hữu tỉ nên nó liên tục trên khoảng $(3; +\infty)$.Với $x < 3$ thì $f(x)$ là hàm số đa thức nên nó liên tục trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Ta có

$$\begin{aligned}
\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= f(3) = 3^2 + 15m + 2 = 15m + 11. \\
\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x^2 - 7x - 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(3x + 2)(x - 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (3x + 2) = 11.
\end{aligned}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 3$, tức là

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \Leftrightarrow 15m + 11 = 11 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi $m = 0$.Chọn đáp án **(D)** □

Câu 164. Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n+2}}{3^n + 2 \cdot 5^n}$ là

- A. 1. B. $-\frac{5}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{25}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n+2}}{3^n + 2 \cdot 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{5^n} - 5^2}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 2} = -\frac{25}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 165. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ bằng

- A. 0. B. -2. C. $-\infty$. D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{-x\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{-\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - \frac{1}{x}} = -2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 166. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{x + 2}$.

- A. 1. B. $-\frac{1}{2}$. C. 2. D. $-\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = \frac{2}{1} = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 167. Giá trị của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 2m - \frac{5}{4}x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$

là

- A. 3. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(2m - \frac{5}{4}x\right) = 2m \text{ và } f(0) = 2m.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 2m = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \frac{1}{8}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 168. Cho biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 7x + 12}}{a|x| - 17} = \frac{2}{3}$. Giá trị của a bằng

- A. -3. B. 3. C. 6. D. -6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 7x + 12}}{a|x| - 17} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4 - \frac{7}{x} + \frac{12}{x^2}}}{-x\left(a + \frac{17}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4 - \frac{7}{x} + \frac{12}{x^2}}}{a + \frac{17}{x}} = \frac{2}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 169. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1}$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 2. D. -2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 170. Giá trị của tham số a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{nếu } x > 1 \\ ax - \frac{1}{2} & \text{nếu } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$

- là
A. $\frac{1}{2}$. B. -1. C. 1. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(1) = a - \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(ax - \frac{1}{2} \right) = a - \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}.$$

Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 171. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+3x-4}{x^2+4x}$ bằng

- A. 1. B. -1. C. $\frac{5}{4}$. D. $-\frac{5}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+3x-4}{x^2+4x} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x-1}{x} = \frac{5}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 172. Hàm số nào trong các hàm số sau **không** liên tục trên khoảng $(-1; 1)$?

- A. $y = \cos x$. B. $y = \sin x$.
C. $y = \tan x$. D. $y = \begin{cases} \sin x, & \text{nếu } x \geq 0, \\ \cos x, & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Xét hàm số } y = \begin{cases} \sin x, & \text{nếu } x \geq 0, \\ \cos x, & \text{nếu } x < 0 \end{cases} \text{ với } x \in (-1; 1).$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x = 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \cos x = 1$ nên $\lim_{x \rightarrow 0} y$ không tồn tại nên hàm số không liên tục tại điểm $x = 0$.

Suy ra hàm số không liên tục trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 173. Với n là số nguyên dương, đặt

$$S_n = \frac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \cdots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}.$$

Khi đó, $\lim S_n$ bằng

A. 1. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$.

Lời giải.

Chú ý với mọi số nguyên dương k , ta có

$$\frac{1}{k\sqrt{k+1} + (k+1)\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}.$$

Lần lượt thay $k = 1, 2, \dots, n$, cộng lại ta được $S_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$. Do đó, $\lim S_n = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 174. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên

tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = -8$ hoặc $m = \frac{7}{4}$. B. $m = 8$ hoặc $m = -\frac{7}{4}$.
C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = \frac{7}{4}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên các khoảng $(-\infty; 4)$, $(4; +\infty)$. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi liên tục tại điểm $x = 4$.

Hàm số liên tục tại điểm $x = 4$ khi $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4) \Leftrightarrow 8 = 4m + 1 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 175. Xét các giới hạn sau

I. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = 1$; III. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = -1$;
II. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = -1$; IV. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = 1$;

Kết quả nào sau đây đúng?

A. I và III. B. II và III. C. II và IV. D. I và IV.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x - 1)(x - 2)}{1 - x} = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 176. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2(n+1) \end{cases} \text{ với } n = 1, 2, 3, \dots$$

Khi đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} \right)$ bằng

A. 0. B. $+\infty$. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_{n-1} + 2n = u_{n-2} + 2(n-1) + 2n = \dots = u_1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 2n = n(n+1)$, suy ra

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n+1} = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 177. Biết $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2an^3 - 6n^2 + 2}{n^3 + n} = 4$ với a là tham số thực. Khi đó, hãy tính giá trị của $M = a^4 - a$.

A. $M = 10$.

B. $M = 6$.

C. $M = 12$.

D. $M = 14$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2an^3 - 6n^2 + 2}{n^3 + n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 (2a - \frac{6}{n} + \frac{2}{n^3})}{n^3 (1 + \frac{1}{n^2})} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2a - \frac{6}{n} + \frac{2}{n^3}}{1 + \frac{1}{n^2}} = 2a$, suy ra $2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy ta có $M = a^2 - a = 2^2 - 2 = 14$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 178. Đặt $f(n) = (n^2 + n + 1)^2 + 1$ Xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \frac{f(1) \cdot f(3) \cdot f(5) \cdot \dots \cdot f(2n-1)}{f(2) \cdot f(4) \cdot f(6) \cdot \dots \cdot f(2n)}$.

Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{u_n}$.

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$.

B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$.

D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

Xét $g(n) = \frac{f(2n-1)}{f(2n)} = \frac{(4n^2 - 2n + 1)^2 + 1}{(4n^2 + 2n + 1)^2 + 1}$.

Đặt $\begin{cases} a = 4n^2 + 1 \\ b = 2n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \pm 2b = (2n \pm 1)^2 \\ a = b^2 + 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow g(n) = \frac{(a-b)^2 + 1}{(a+b)^2 + 1} = \frac{a^2 - 2ab + b^2 + 1}{a^2 + 2ab + b^2 + 1} = \frac{a^2 - 2ab + a}{a^2 + 2ab + a} = \frac{a - 2b + 1}{a + 2b + 1} = \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1}$$

$$\Rightarrow u_n = \prod_{i=1}^n g(i) = \frac{2}{10} \cdot \frac{10}{26} \cdot \dots \cdot \frac{(2n-1)^2 + 1}{(2n+1)^2 + 1} = \frac{2}{(2n+1)^2 + 1}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} n\sqrt{u_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{2n^2}{4n^2 + 4n + 2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 179. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Đặt $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}$, khi đó $f(3) = 0$. Dễ thấy hàm số có đạo hàm trên $[-1; +\infty)$ nên tồn tại $f'(3)$. Do đó

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x - 3}$$

$$\text{Mà } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+5)^2}} \text{ suy ra } f'(3) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 180. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{nếu } \cos x < 0 \end{cases}$. Hỏi hàm số f có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2018)$?

A. 2018.

B. 1009.

C. 542.

D. 321.

Lời giải.

Do các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

$$\text{Ta xét hàm số } f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right] \\ 1 + \cos x & \text{nếu } x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$\text{Ta xét } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (1 + \cos x) = 1 = f\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \sin x = 1 = f\left(\frac{\pi}{2}\right). \text{ Do đó hàm số liên tục tại } x = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Mặt khác, ta xét } \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} \sin x = -1 = f\left(\frac{3\pi}{2}\right).$$

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} (1 + \cos x) = 1 \neq f\left(\frac{3\pi}{2}\right). \text{ Do đó hàm số gián đoạn tại } x = \frac{3\pi}{2}.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \sin x = 0 = f(2\pi).$$

Vậy điểm gián đoạn của hàm số có dạng $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Để $x \in (0; 2018)$ suy ra $0 < \frac{3\pi}{2} + k2\pi < 2018 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < k < \frac{1}{2\pi} \left(2018 - \frac{3\pi}{2}\right)$, vì $k \in \mathbb{Z}$ suy ra $k \in \{0, 1, 2, \dots, 320\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 181. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - x)$.

A. $\frac{7}{2}$.B. $-\frac{7}{2}$.C. $-\frac{3}{2}$.D. $\frac{3}{2}$.**Lời giải.**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{\sqrt{x^2 + 3x + 2} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 + \frac{2}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 + \frac{2}{x}\right)}{x \left(\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(3 + \frac{2}{x}\right)}{\left(\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1\right)} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 182. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{2x - 4}$.

A. $L = -\frac{1}{2}$.B. $L = -\frac{3}{4}$.C. $L = 1$.D. $L = \frac{3}{2}$.**Lời giải.**

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{2x-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{2 - \frac{4}{x}} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 183. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ bằng

A. $-\infty$.

B. 0.

C. 1.

D. -1 .

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 184. Tính giới hạn sau $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{\sqrt[3]{8x^6 - 4x^3}}$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{\sqrt[3]{8x^6 - 4x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}{x^2 \left(\sqrt[3]{8 - \frac{4}{x^3}}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{\sqrt[3]{8 - \frac{4}{x^3}}} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 185. Cho tổng $S = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$. Tổng S bằng

A. ∞ .

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S &= 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \\ &= 1 + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots\right) \\ &= 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 186. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{3+x}$.

A. -1 .

B. $\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{3+x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} - 1}{\frac{3}{x} + 1} = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 187. Cho dãy số (u_n) có $\lim u_n = 2$. Tính giới hạn $\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$.

A. $\frac{-1}{5}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2 \cdot 2 + 5} = \frac{5}{9}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 188. $\lim \frac{1 + 3 + 5 + \dots + 2n + 1}{3n^2 + 4}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = \frac{(1 + 2n + 1)(n + 1)}{2} = (n + 1)^2$.

$$\lim \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1)}{3n^2 + 4} = \lim \frac{(n + 1)^2}{3n^2 + 4} = \lim \frac{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 189. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng -1 ?

A. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 - 4}$.

B. $\lim \frac{2n^3 - 3}{-2n^2 - 1}$.

C. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^3 + 2n^2}$.

D. $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^2 - 1}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \frac{2n^2 - 3}{-2n^2 - 1} = \lim \frac{2 - \frac{3}{n^2}}{-2 - \frac{1}{n^2}} = -1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 190. $\lim \frac{1 + 3 + 5 + \dots + 2n + 1}{3n^2 + 4}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1) = \frac{(1 + 2n + 1)(n + 1)}{2} = (n + 1)^2$.

$$\lim \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n + 1)}{3n^2 + 4} = \lim \frac{(n + 1)^2}{3n^2 + 4} = \lim \frac{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 191. A. $\lim \frac{1 + 2^{n+1}}{1 - 3^n}$.

B. $\lim \left(\frac{1}{n} - \frac{\sqrt{n}}{n + 1} \right)$.

C. $\lim n (\sqrt{n + 1} - \sqrt{2n + 1})$.

D. $\lim \frac{1 - 3n^2}{2n^3 + 1}$.

Lời giải.

Xét $L = \lim n (\sqrt{n + 1} - \sqrt{2n + 1}) = \lim n \sqrt{n} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - \sqrt{2 + \frac{1}{n}} \right)$ có

— $\lim n \sqrt{n} = +\infty$.

— $\lim \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - \sqrt{2 + \frac{1}{n}} \right) = 1 - \sqrt{2} < 0$.

Suy ra $L = -\infty$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 192. Phát biểu nào trong các phát biểu sau là **sai**?

A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số).

B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).

C. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

D. $\lim \frac{1}{n} = 0$.

Lời giải.

Ta có $\lim q^n = 0$ với $|q| < 1$. Suy ra $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$) là sai.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 193. $\lim (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$ bằng

- A. -3 . B. $-\frac{3}{2}$. C. 0 . D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim (\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n) = \lim \frac{-3n + 1}{\sqrt{n^2 - 3n + 1} + n} = \lim \frac{-3 + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 - \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} + 1} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 194. $\lim \frac{\sqrt{n} + 2}{n + 1}$ bằng

- A. 1 . B. $+\infty$. C. 0 . D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \frac{\sqrt{n} + 2}{n + 1} = \lim \frac{\frac{\sqrt{n}}{n} + \frac{2}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 0$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 195. Giá trị của $B = \lim \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2}$ bằng

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 0 . D. 4 .

Lời giải.

Ta có $\lim \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2} = \lim \frac{4n^2 + 3n + 1}{9n^2 - 6n + 1} = \lim \frac{4 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{9 - \frac{6}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{4}{9}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 196. Giới hạn $\lim \frac{5\sqrt{3n^2 + n}}{2(3n + 2)} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T = a + b$.

- A. $T = 21$. B. $T = 11$. C. $T = 7$. D. $T = 9$.

Lời giải.

$$\lim \frac{5\sqrt{3n^2 + n}}{2(3n + 2)} = \lim \frac{5\sqrt{3 + \frac{1}{n}}}{2\left(3 + \frac{2}{n}\right)} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

Vậy $a = 5, b = 6, T = a + b = 11$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 197. Giá trị của $\lim \left[\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right]$ bằng

- A. 1 . B. 0 . C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\lim \left[\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right] = \lim \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2} = \lim \left[\frac{n(n+1)}{2n^2} \right] = \lim \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2n} \right) = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 198. Tính giới hạn $L = \lim \frac{2n+1}{2+n-n^2}$.

A. $L = -\infty$.

B. $L = -2$.

C. $L = 1$.

D. $L = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } L = \lim \frac{2n+1}{2+n-n^2} = \lim \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n} - 1} = 0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 199. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $u_n = \frac{n^2-2}{5n+3n^2}$.

B. $u_n = \frac{n^2-2n}{5n+3n^2}$.

C. $u_n = \frac{1-2n}{5n+3n^2}$.

D. $u_n = \frac{1-2n^2}{5n+3n^2}$.

Lời giải.

Giới hạn của dãy số có lũy thừa trên tử thức nhỏ hơn lũy thừa dưới mẫu thức thì bằng 0. Do đó, dãy số có giới hạn bằng 0 là $u_n = \frac{1-2n}{5n+3n^2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 200. Tính $\lim \frac{2^n+1}{2 \cdot 2^n+3}$

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim \frac{2^n+1}{2 \cdot 2^n+3} = \lim \frac{1+\frac{1}{2^n}}{2+\frac{3}{2^n}} = \frac{1+0}{2+0} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 201. Cho các dãy số (u_n) , (v_n) và $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim u_n = a$, $\lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 202. Giá trị của giới hạn $\lim \frac{3+2n}{n+1}$ là

A. 3.

B. $-\infty$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim \frac{3+2n}{n+1} = \lim \frac{\frac{3}{n}+2}{1+\frac{1}{n}} = 2.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 203. Trong các giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng 1?

A. $\lim \frac{3^{n+1}+2n}{5+3^n}$.

B. $\lim \frac{3n^2+n}{4n^2-5}$.

C. $\lim \sqrt{n^2+2n} - \sqrt{n^2+1}$.

D. $\lim \frac{2n^3+3}{1+2n^2}$.

Lời giải.

$$\lim \sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + 1} = \lim \frac{n^2 + 2n - n^2 - 1}{\sqrt{n^2 + 2n} + \sqrt{n^2 + 1}} = \lim \frac{n \left(2 - \frac{1}{n}\right)}{n \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n}} + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}\right)} = \frac{2}{1 + 1} = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 204. Tính $\lim \frac{5n + 3}{2n - 1}$.

A. 1.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim \frac{5n + 3}{2n - 1} = \lim \frac{5 + \frac{3}{n}}{2 - \frac{1}{n}} = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 205. Tính giới hạn $\lim \frac{2n + 1}{3n + 2}$

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

$$\lim \frac{2n + 1}{3n + 2} = \lim \frac{n \left(2 + \frac{1}{n}\right)}{n \left(3 + \frac{2}{n}\right)} = \lim \frac{2 + \frac{1}{n}}{3 + \frac{2}{n}} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 206. Dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot u_n \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $\begin{cases} v_1 = u_1 \\ v_{n+1} = v_n + \frac{u_n}{n} \end{cases}$.

Tính $\lim v_n$.

A. 1.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Từ $u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{u_n}{n}$ nên dãy $\left(\frac{u_n}{n}\right)$ là cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{3}$.

Lại có $v_{n+1} = v_n + \frac{u_n}{n} \Leftrightarrow v_{n+1} - v_n = \frac{u_n}{n}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} v_2 - v_1 &= \frac{u_1}{1} \\ v_3 - v_2 &= \frac{u_2}{2} \\ &\vdots \\ v_{n+1} - v_n &= \frac{u_n}{n}. \end{aligned}$$

$$\text{Cộng vế theo vế ta được } v_{n+1} - v_1 = \frac{u_1}{1} + \frac{u_2}{2} + \dots + \frac{u_n}{n} = \frac{u_1 \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{3}}.$$

$$\text{Do đó } v_{n+1} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right] + v_1 = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right] + \frac{1}{3}.$$

$$\text{Từ đó ta được } \lim v_n = \lim \left[\frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right] + \frac{1}{3}\right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 207. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{n + 2}}{2n - 3}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{n + 2}}{2n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{n^2}} - \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}}{2 - \frac{3}{n}} = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 208. $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$ bằng

A. 2^{2019} .B. 2^{2018} .

C. 2.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{(x - 2^{2018})(x + 2^{2018})}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} (x + 2^{2018}) = 2^{2018} + 2^{2018} = 2^{2019}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 209. Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$.

A. $L = +\infty$.B. $L = 0$.C. $L = \frac{1}{3}$.D. $L = -\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left(1 - \frac{2}{n^2}\right)}{n^2 \left(3 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \cdot \left(\frac{1 - \frac{2}{n^2}}{3 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}} \right) \right] = +\infty,$$

$$\text{vì } \begin{cases} \lim n = +\infty \\ \lim \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{3 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}} = \frac{1 - 2 \cdot 0}{3 + 0 - 2 \cdot 0} = \frac{1}{3} > 0. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 210. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

A. 2018.

B. 2011.

C. 2012.

D. 2019.

Lời giải.

Do $\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \sqrt{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \sqrt{\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n + 9^a}} = \sqrt{\frac{1}{9^a}} = \frac{1}{3^a}.$$

Theo đề bài ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187} \Leftrightarrow \frac{1}{3^a} \leq \frac{1}{2187} \Leftrightarrow 3^a \geq 2187 \Leftrightarrow a \geq 7$.

Mà $a \in \mathbb{Z}$ và $a \in (0; 2019)$ nên $a \in \{7; 8; 9; \dots; 2018\}$. Vậy số giá trị nguyên a là $2018 - 7 + 1 = 2012$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 211. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{2}{3}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = 2$.

Lời giải.

$$S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 212. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{u_n}$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 3. D. 2.

Lời giải.

— Số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n - 1)d = 2 + (n - 1)3 = 3n - 1$.

— Ta có $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n - 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3 - \frac{1}{n}} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 213. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} = \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n^2} = \frac{n+1}{2n}.$$

$$\text{Do đó } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(1 + \frac{1}{n} \right)}{2n} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 214. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3} = 0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 215. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+2}$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{5 + \frac{2}{n}} = 0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 216. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7}$ bằng

- A. $\frac{1}{7}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 + \frac{7}{n}} = \frac{0}{2} = 0.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 217. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5}$ bằng

A. $\frac{1}{2}.$

B. 0.

C. $+\infty.$

D. $\frac{1}{5}.$

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2 + \frac{5}{n}} = 0.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 218. Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có công bội $q \neq 0$, có tổng $S = 12$ và $u_3 = -2u_4$. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) .

A. $u_1 = 18.$

B. $u_1 = 8.$

C. $u_1 = 24.$

D. $u_1 = 6.$

Lời giải.

Ta có $u_3 = -2u_4 \Rightarrow u_4 = -\frac{1}{2}u_3 \Rightarrow q = -\frac{1}{2}.$

$S = 12 \Leftrightarrow \frac{u_1}{1 + \frac{1}{2}} = 12 \Rightarrow u_1 = 18.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 219. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n+1)(4n+5)} \right)$ bằng

A. $\frac{1}{4}.$

B. $\frac{1}{5}.$

C. $\frac{1}{36}.$

D. $\frac{1}{20}.$

Lời giải.

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n+1)(4n+5)} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{4n+1} - \frac{1}{4n+5} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4n+5} \right) \\ &= \frac{1}{20}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 220. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2018n+1}{n-3}.$

A. $-\frac{1}{3}.$

B. 2018.

C. $+\infty.$

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2018n+1}{n-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2018 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{3}{n}} = 2018.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 221. Xét các khẳng định sau

- ① Tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} > 2,1$.
- ② Tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = 2$.
- ③ Tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} > 1,99999$.

Số khẳng định đúng là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải.

Xét dãy số $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$. Khi đó, u_n là một dãy số tăng.

Mặt khác, theo công thức tổng của cấp số nhân lùi vô hạn ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$.

Do đó, chỉ có mệnh đề “Tồn tại số tự nhiên n thỏa mãn $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} > 1,99999$ ” là đúng.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 222. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 4 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 5 \quad (n \geq 1) \end{cases}$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n^2}$.

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 5 \Rightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n + 5 \quad (n \geq 1)$.

Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n$ ta được $v_{n+1} = v_n + 5 \quad (n \geq 1)$.

Suy ra dãy số (v_n) là cấp số cộng có công sai $d = 5$ và $v_1 = u_2 - u_1 = 4 - 2 = 2$.

Do đó $v_n = 2 + (n - 1) \cdot 5 = 5n - 3$. Suy ra $u_{n+1} - u_n = 5n - 3 \quad (n \geq 1)$.

Từ đó

$$u_2 - u_1 = 2$$

$$u_3 - u_2 = 7$$

$$u_4 - u_3 = 12$$

$$\dots\dots$$

$$u_{n+1} - u_n = 5n - 3$$

Suy ra $u_{n+1} - u_1 = 2 + 7 + 12 + \dots + (5n - 3) = \frac{n[2 + (5n - 3)]}{2} = \frac{n(5n - 1)}{2}$.

Từ đó ta có $u_{n+1} = \frac{n(5n - 1)}{2} + u_1 = \frac{n(5n - 1)}{2} + 2 = \frac{5n^2 - n + 4}{2}$.

Bởi vậy $u_n = \frac{5n^2 - 11n + 10}{2}$. Do đó

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n^2 - 11n + 10}{2n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{2} - \frac{11}{2n} + \frac{5}{n^2} \right) = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 223. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 - 3}{n^2 - 1}$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{n^2}}{1 - \frac{1}{n^2}} = 2.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 224. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n + 1}.$

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}.$

D. $+\infty.$

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 2.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 225. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n}{1 - 3n^2}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $-\frac{1}{3}.$

D. $\frac{1}{3}.$

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n}{1 - 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} - 3} = 0.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 226. Dãy số nào dưới đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $(1, 01)^n.$

B. $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^n.$

C. $\left(\frac{1}{3}\right)^n.$

D. $\left(\frac{5}{3}\right)^n.$

Lời giải.

Ta biết rằng nếu $|q| < 1$ thì $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 227. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n + 1}{-n + 1}$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n + 1}{-n + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{-1 + \frac{1}{n}} = -2.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 228. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 3u_{n-1} \end{cases}$ với $n \geq 2$. Đặt $S_n = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_n}.$

Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n.$

A. $+\infty.$

B. $\frac{3}{4}.$

C. $\frac{3}{8}.$

D. $-\infty.$

Lời giải.

Xét dãy (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = 3u_{n-1} \end{cases}$ (với $n \geq 2$) là cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 3. \end{cases}$

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n}$, khi đó dãy (v_n) là cấp số nhân với $\begin{cases} v_1 = \frac{1}{2} \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}.$

Ta có (v_n) là cấp số nhân lùi vô hạn nên $S_n = \frac{v_1}{1-q} = \frac{3}{4}$ hay $\lim S_n = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 229. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Nếu $\lim u_n = 0$ thì $\lim |u_n| = 0$.
 B. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = -\infty$.
 C. Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = +\infty$.
 D. Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim |u_n| = a$.

Lời giải.

- Xét dãy số (u_n) cho bởi $u_n = n^2$. Ta có $\lim u_n = \lim |u_n| = \lim |n^2| = \lim n^2 = +\infty$ nên mệnh đề “Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = -\infty$ ” sai.
- Xét dãy số (u_n) cho bởi $u_n = -n^2$. Ta có $\lim |u_n| = \lim |-n^2| = \lim n^2 = +\infty$ nhưng $\lim u_n = -\infty$ nên mệnh đề “Nếu $\lim |u_n| = +\infty$ thì $\lim u_n = +\infty$ ” sai.
- Xét dãy số (u_n) cho bởi $u_n = \frac{n}{n+1}$. Ta có $\lim \frac{n}{n+1} = 1$ và $\lim \left| \frac{n}{n+1} \right| = 1$ nên mệnh đề “Nếu $\lim u_n = -a$ thì $\lim |u_n| = a$ ” sai.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 230. Tính giới hạn $L = \lim \frac{3n+2017}{2n+2018}$.

- A. $L = \frac{3}{2}$.
 B. $L = \frac{2}{3}$.
 C. $L = 1$.
 D. $L = \frac{2017}{2018}$.

Lời giải.

Ta có

$$L = \lim \frac{3n+2017}{2n+2018} = \lim \frac{3 + \frac{2017}{n}}{2 + \frac{2018}{n}} = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 231. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -5 \\ u_{n+1} = 5u_n - 20, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính $I = \lim(u_n + 2 \cdot 5^n)$.

- A. $I = 100$.
 B. $I = -\infty$.
 C. $I = -100$.
 D. $I = 5$.

Lời giải.

Từ $u_{n+1} = 5u_n - 20 \Leftrightarrow u_{n+1} - 5 = 5(u_n - 5)$. Đặt $v_n = u_n - 5$ ta được $v_{n+1} = 5v_n$. Suy ra (v_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và $v_1 = u_1 - 5 = -5 - 5 = -10$. Công thức tổng quát của (v_n) là $v_n = -10 \cdot 5^{n-1}$ hay $u_n = -10 \cdot 5^{n-1} + 5$.

Do đó $I = \lim(u_n + 2 \cdot 5^n) = \lim(-10 \cdot 5^{n-1} + 5 + 2 \cdot 5^n) = \lim 5 = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 232. Tính giới hạn $L = \lim \frac{2n+3}{n-1}$.

- A. $L = 2$.
 B. $L = -3$.
 C. $L = -2$.
 D. $L = 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } L = \lim \frac{2n+3}{n-1} = \lim \frac{n \left(2 + \frac{3}{n} \right)}{n \left(1 - \frac{1}{n} \right)} = \lim \frac{2 + \frac{3}{n}}{1 - \frac{1}{n}} = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 233. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\lim \frac{1}{n} = +\infty$.
 B. $\lim(-2n+1) = -\infty$.

C. $\lim \frac{2-n}{3n^2} = -\infty$.

D. $\lim \frac{-3}{-2n+1} = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $\lim \frac{1}{n} = 0$.

$\lim(-2n+1) = \lim \left(n \left(-2 + \frac{1}{n} \right) \right) = -\infty$.

$\lim \frac{2-n}{3n^2} = \lim \frac{n^2 \left(\frac{2}{n^2} - \frac{1}{n} \right)}{3n^2} = \lim \frac{\frac{2}{n^2} - \frac{1}{n}}{3} = 0$.

$\lim \frac{-3}{-2n+1} = \lim \frac{-3}{-2 + \frac{1}{n}} = \frac{0}{-2+0} = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 234. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tính giới hạn $I = \lim \frac{u_n}{2^n - 1}$.

A. $I = \frac{3}{2}$.

B. $I = 1$.

C. $I = 3$.

D. $I = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Đặt $v_n = u_n + 5$. Từ $u_{n+1} = 2u_n + 5 \Leftrightarrow u_{n+1} + 5 = 2(u_n + 5) \Leftrightarrow v_{n+1} = 2v_n$ với $v_1 = u_1 + 5 = 6$.

Ta có $v_n = 2^{n-1}v_1 = 3 \cdot 2^n \Rightarrow u_n = 3 \cdot 2^n - 5$.

Do đó $I = \lim \frac{u_n}{2^n - 1} = \frac{3 \cdot 2^n - 5}{2^n - 1} = \frac{3 - \frac{5}{2^n}}{1 - \frac{1}{2^n}} = 3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 235. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 2$, $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ với mọi n nguyên dương. Tính $\lim u_n$.

A. 2.

B. 4.

C. $\sqrt{2}$.

D. -1.

Lời giải.

Ta chứng minh quy nạp rằng $u_n = 2$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

— Với $n = 1$, ta có $u_1 = 2$.

— Giả sử $u_n = 2$ với mọi $n \leq k$. Ta có $u_{k+1} = \sqrt{2 + u_k} = \sqrt{2 + 2} = 2$.

Theo nguyên lý quy nạp, ta có $u_n = 2$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Do đó $\lim u_n = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 236. Biết $\lim \frac{\sqrt{2 \cdot 4^n + 1} - 2^n}{\sqrt{2 \cdot 4^n + 1} + 2^n} = a + b\sqrt{2}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^3$.

A. $T = 19$.

B. $T = 35$.

C. $T = 1$.

D. $T = 17$.

Lời giải.

$\lim \frac{\sqrt{2 \cdot 4^n + 1} - 2^n}{\sqrt{2 \cdot 4^n + 1} + 2^n} = \lim \frac{\sqrt{2 + \frac{1}{4^n}} - 1}{\sqrt{2 + \frac{1}{4^n}} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2}$. Suy ra $a = 3$ và $b = -2$.

Khi đó: $T = a^3 + b^3 = 3^3 + (-2)^3 = 19$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 237. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 3$ và $u_{n+1} = u_n^2 - 3u_n + 4$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết dãy số (u_n) tăng và không bị chặn trên. Đặt $v_n = \frac{1}{u_1 - 1} + \frac{1}{u_2 - 1} + \frac{1}{u_3 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} v_n.$$

A. $-\infty$.B. $+\infty$.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{n+1} = u_n^2 - 3u_n + 4 \Rightarrow u_{n+1} - 2 = u_n^2 - 3u_n + 2 = (u_n - 1) \cdot (u_n - 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{u_{n+1} - 2} = \frac{1}{(u_n - 1) \cdot (u_n - 2)} \Leftrightarrow \frac{1}{u_{n+1} - 2} = \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{u_n - 1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{u_n - 1} = \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2}.$$

$$\text{Suy ra } v_n = \frac{1}{u_1 - 2} - \frac{1}{u_2 - 2} + \frac{1}{u_2 - 2} - \frac{1}{u_3 - 2} + \dots + \frac{1}{u_n - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2} = \frac{1}{u_1 - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2}.$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow +\infty} v_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{u_1 - 2} - \frac{1}{u_{n+1} - 2} \right) = \frac{1}{u_1 - 2} = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 238. Tính giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1}$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}} = 2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 239. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1}$.A. $+\infty$.

B. 2.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -1.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}} = 2.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 240. Kết quả đúng của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n+2}}{3^n + 2 \cdot 5^n}$ là

A. 1.

B. $-\frac{5}{2}$.C. $\frac{5}{2}$.D. $-\frac{25}{2}$.**Lời giải.**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n+2}}{3^n + 2 \cdot 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{5^n} - 5^2}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 2} = -\frac{25}{2}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 241. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 2(n+1) \end{cases} \text{ với } n = 1, 2, 3, \dots$$

Khi đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} \right)$ bằng

A. 0.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_{n-1} + 2n = u_{n-2} + 2(n-1) + 2n = \dots = u_1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 2n = n(n+1)$, suy ra

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n+1} = 1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 242. Biết $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2an^3 - 6n^2 + 2}{n^3 + n} = 4$ với a là tham số thực. Khi đó, hãy tính giá trị của $M = a^4 - a$.

A. $M = 10$.

B. $M = 6$.

C. $M = 12$.

D. $M = 14$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2an^3 - 6n^2 + 2}{n^3 + n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 (2a - \frac{6}{n} + \frac{2}{n^3})}{n^3 (1 + \frac{1}{n^2})} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2a - \frac{6}{n} + \frac{2}{n^3}}{1 + \frac{1}{n^2}} = 2a$, suy ra $2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$.

Vậy ta có $M = a^2 - a = 2^2 - 2 = 14$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 243. Cho tổng $S = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$. Tổng S bằng

A. ∞ .

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} S &= 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \\ &= 1 + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right) \\ &= 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \\ &= 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 244. Cho dãy số (u_n) có $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5}$.

A. $-\frac{1}{5}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3u_n - 1}{2u_n + 5} = \frac{3 \cdot 2 - 1}{2 \cdot 2 + 5} = \frac{5}{9}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 245. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn: $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots$ là

A. -1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Cấp số nhân lùi vô có số hạng đầu $u_1 = -\frac{1}{2}$, công bội $q = -\frac{1}{2}$. Tổng cấp số nhân vô hạn là

$$S = \frac{u_1}{1 - q} = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 246. Khi biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 0,323232\dots = 0,(32)$ dưới dạng phân số tối giản $P = \frac{m}{n}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính hiệu $H = n - 3m$.

A. 0.

B. -3.

C. 3.

D. 67.

Lời giải.

Ta có

$$0,(32) = 32 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \frac{1}{100^3} + \dots \right) = 32 \cdot \frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{32}{99}.$$

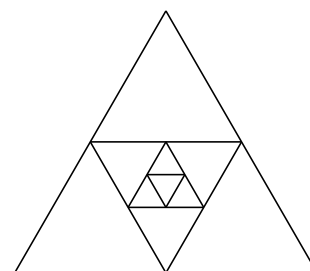
Do đó $n - 3m = 99 - 3 \cdot 32 = 3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 247.

Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng 1. Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm BC, CA, AB ta được $\triangle A_1B_1C_1$. Tương tự $\triangle A_2B_2C_2$ có các đỉnh là trung điểm của các cạnh B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 . Quá trình lặp lại sau n bước ($n \in \mathbb{N}^*$) ta được $\triangle A_nB_nC_n$. Gọi S_0, S_n lần lượt là diện tích $\triangle ABC$ và $\triangle A_nB_nC_n$. Đặt T_n là tổng diện tích các tam giác $ABC, A_1B_1C_1, \dots, A_nB_nC_n$. Hỏi T_n không vượt quá số nào sau đây



A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{11\sqrt{3}}{36}$.

C. $\frac{100\sqrt{3}}{299}$.

D. $\frac{19\sqrt{3}}{240}$.

Lời giải.

Ta có tam giác đều cạnh a có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Mà $A_nB_n = \frac{1}{2} \cdot A_{n-1}B_{n-1}$ nên $S_n = \frac{1}{4} \cdot S_{n-1}$.

Hay (S_n) là cấp số nhân công bội $q = \frac{1}{4}$.

Ta có $\lim T_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{100\sqrt{3}}{299}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 248. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $1 - 4n$.

B. $\frac{n^3 - 3n}{n + 1}$.

C. $\frac{n + 1}{n^2}$.

D. $\frac{1 - 2n^3}{n^3 + 5n}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \frac{n + 1}{n^2} = \lim \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right) = 0$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 249. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là *tam giác trung bình* của tam giác ABC . Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$?

A. $S = \frac{15\pi}{4}$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = \frac{9\pi}{2}$.

D. $S = 5\pi$.

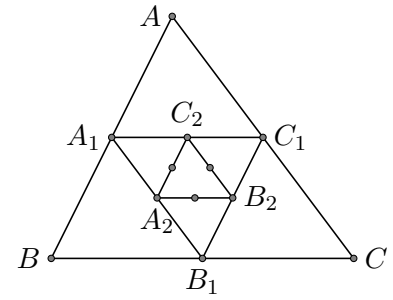
Lời giải.

Ta có: $S_1 = \pi \cdot \left(3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 3\pi$; $S_2 = \pi \cdot \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{3\pi}{4} = \frac{1}{4} \cdot S_1$;

$S_3 = \pi \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{3\pi}{16} = \frac{1}{4} \cdot S_2$

Ta có $S_1; S_2; S_3; \dots; S_n; \dots$ tạo thành cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu là $S_1 = 3\pi$ và công bội $q = \frac{1}{4}$.

Suy ra $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots = \frac{S_1}{1 - q} = \frac{3\pi}{1 - \frac{1}{4}} = 4\pi$.



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 250. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2018n}{n}$.

A. 0.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. 2018.

Lời giải.

Ta có $-1 \leq \sin 2018n \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{n} \leq \frac{\sin 2018n}{n} \leq \frac{1}{n}$.

Vì $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2018n}{n} = 0$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 251. Trong các giới hạn hữu hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với các giới hạn còn lại?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{3n+1}$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{2n^2-3}$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{-3n+1}$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n-1}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{1}{n}}{3 + \frac{1}{n}} = 1$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{2n^2-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n^2}}{2 - \frac{3}{n^2}} = 1$; $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{-3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{n}}{-3 + \frac{1}{n}} = -1$;

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}} = 1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 252. Nếu $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = L$ (với $u_n \geq -9$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$) thì $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{u_n + 9}$ có giá trị là bao nhiêu?

A. $\sqrt{L+9}$.

B. $L+9$.

C. $L+3$.

D. $\sqrt{L}+3$.

Lời giải.

Theo lý thuyết, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{u_n + 9} = \sqrt{L + 9}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 253. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n + 1}{n}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. 0.

Lời giải.

Với mọi $n > 0$ thì $|\sin n + 1| \leq 2$. Do đó, với mọi $n > 0$, ta có

$$0 \leq \left| \frac{\sin n + 1}{n} \right| \leq \frac{2}{n}.$$

Từ đó

$$0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\sin n + 1}{n} \right| \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\sin n + 1}{n} \right| = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n + 1}{n} = 0.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 254. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 1; u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}u_n^2 + a}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Biết rằng $\lim(u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 - 2n) = b$. Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

A. -2.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}u_n^2 + a} \Rightarrow u_{n+1}^2 - 3a = \frac{2}{3}(u_n^2 - 3a).$$

Đặt $v_n = u_n^2 - 3a$ thì (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = 1 - 3a$ và công bội $q = \frac{2}{3}$.

$$\text{Do đó } v_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} (1 - 3a) \Rightarrow u_n^2 = v_n + 3a = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} (1 - 3a) + 3a.$$

$$\text{Suy ra } u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 - 2n = (1 - 3a) \frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{1 - \frac{2}{3}} - 2n + 3na = 3(1 - 3a) \left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right] - n(3a - 2).$$

Vì $\lim(u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 - 2n) = b$ nên

$$\lim \left[3(1 - 3a) \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right) - n(3a - 2) \right] = b \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2 = 0 \\ b = 3(1 - 3a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = -3. \end{cases}$$

Suy ra $T = ab = -2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 255. Giới hạn $\lim \frac{5\sqrt{3n^2 + n}}{2(3n + 2)} = \frac{a\sqrt{3}}{b}$ (với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $T = a + b$.

A. $T = 7$.B. $T = 21$.C. $T = 9$.D. $T = 11$.

Lời giải.

$$\lim \frac{5\sqrt{3n^2 + n}}{2(3n + 2)} = \lim \frac{n \left(5\sqrt{3 + \frac{1}{n}} \right)}{n \left(6 + \frac{4}{n} \right)} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6. \end{cases}$$

Vậy $T = a + b = 11$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 256. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2018)$ để có $\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

A. 2011.

B. 2016.

C. 2019.

D. 2009.

Lời giải.

Ta có

$$\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \lim \sqrt{\frac{1 + 3 \cdot \left(\frac{3}{9}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n + 9^a}} = \frac{1}{3^a}.$$

Nên:

$$\begin{aligned}\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} &\leq \frac{1}{2187} \Leftrightarrow \frac{1}{3^a} \leq \frac{1}{2187} \\ &\Leftrightarrow 3^a \geq 2187 \\ &\Leftrightarrow 3^a \geq 3^7 \\ &\Leftrightarrow a \geq 7.\end{aligned}$$

Do đó, trên khoảng $(0; 2018)$ có 2011 giá trị nguyên của tham số a thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án **A** □

Câu 257. $\lim \frac{3n-2}{n+3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 3.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $\frac{3n-2}{n+3} = \frac{3 - \frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n}}$.

Ta có $\begin{cases} \lim \left(3 - \frac{2}{n}\right) = 3 \\ \lim \left(1 + \frac{3}{n}\right) = 1 \end{cases} \Rightarrow \lim \frac{3n-2}{n+3} = 3.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 258. Giá trị của $A = \lim \frac{2n+1}{n-2}$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$A = \lim \frac{2n+1}{n-2} = \lim \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 - \frac{2}{n}} = 2.$

Chọn đáp án **C** □

Câu 259. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = u_n(u_n^{2017} + 1), \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tính giới hạn $L = 2018 \lim \left(\frac{u_n^{2017}}{\sqrt{u_n}} \right)$.

A. 2018^2 .

B. 2018.

C. $\sqrt{2018}$.

D. $2018\sqrt{2018}$.

Lời giải.

Ta có $u_{n+1} = u_n(u_n^{2017} + 1) \Leftrightarrow u_n^{2018} = u_{n+1} - u_n \Leftrightarrow u_n^{2017} = \frac{u_{n+1} - u_n}{u_n}$.

$$\begin{aligned}\frac{u_n^{2017}}{\sqrt{u_{n+1}} + \frac{u_{n+1}}{\sqrt{u_n}}} &= \frac{u_{n+1} - u_n}{u_n \left(\sqrt{u_{n+1}} + \frac{u_{n+1}}{\sqrt{u_n}} \right)} \\ &= \frac{(\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n})(\sqrt{u_{n+1}} + \sqrt{u_n})}{\sqrt{u_{n+1}u_n}(\sqrt{u_{n+1}} + \sqrt{u_n})} \\ &= \frac{\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n}}{\sqrt{u_{n+1}u_n}} = \frac{1}{\sqrt{u_n}} - \frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}}\end{aligned}$$

Giả sử $\lim u_n = a > 0$ hữu hạn, khi đó ta có $u_{n+1} = u_n(u_n^{2017} + 1)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên $a = a(a^{2017} + 1)$ (vô lý vì $a > 0$), vì thế nên $\lim u_n = +\infty$.

$$\begin{aligned} L &= 2018 \lim \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} + \frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{u_n}} - \frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}} \right) \\ &= 2018 \lim \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}} \right) = 2018 \cdot \frac{1}{\sqrt{2018}} = \sqrt{2018}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 260. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{3}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Tổng của cấp số nhân đã cho là $S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 261. Tìm giới hạn $I = \lim \frac{3n - 2}{n + 3}$.

- A. $I = -\frac{2}{3}$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $I = -2$.

Lời giải.

$$I = \lim \frac{3n - 2}{n + 3} = \lim \frac{3 - \frac{2}{n}}{1 + \frac{3}{n}} = 3.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 262. Tính $L = \lim \frac{1 - 2n}{3n + 1}$.

- A. $L = -\frac{2}{3}$. B. $L = \frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } L = \lim \frac{1 - 2n}{3n + 1} = \lim \frac{\frac{1}{n} - 2}{3 + \frac{1}{n}} = -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 263. Với n là số nguyên lớn hơn 2, đặt $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \cdots + \frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim S_n$.

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)! \cdot 3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \cdots + \frac{1}{C_n^3} \\ &= \frac{6}{3 \cdot 2 \cdot 1} + \frac{6}{4 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{6}{5 \cdot 4 \cdot 3} + \cdots + \frac{6}{n(n-1)(n-2)} \\ &= 3 \left[\frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \cdots + \frac{2}{(n-2)(n-1)n} \right] \end{aligned}$$

Lại có

$$\begin{aligned}\frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} &= \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3}, \\ \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} &= \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4}, \\ \frac{2}{3 \cdot 4 \cdot 5} &= \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5}, \\ &\dots \\ \frac{2}{(n-2)(n-1)n} &= \frac{1}{(n-2)(n-1)} - \frac{1}{n(n-1)}.\end{aligned}$$

Suy ra $S_n = 3 \left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{n(n-1)} \right)$.

Vậy nên $\lim S_n = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 264. Giới hạn $\lim \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \frac{1-n^2}{2n^2+1} = \lim \frac{\frac{1}{n^2} - 1}{2 + \frac{1}{n^2}} = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 265. Tam giác mà ba đỉnh của nó lần lượt là trung điểm các cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC .

Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n \geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$.

A. $S = \frac{15\pi}{4}$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = \frac{9\pi}{2}$.

D. $S = 5\pi$.

Lời giải.

Với mọi tam giác đều $A_nB_nC_n$ có cạnh a_n trong dãy tam giác đề cho, ta có

Đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$ có bán kính $R_n = OA_n = \frac{a_n\sqrt{3}}{3}$ và diện tích $S_n = \frac{\pi a_n^2}{3}$.

Ngoài ra A_{n+1} là trung điểm của cạnh B_nC_n nên $OA_{n+1} = \frac{a_n\sqrt{3}}{6}$, từ đó

Đường tròn ngoại tiếp tam giác $A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}$ có

bán kính $R_{n+1} = OA_{n+1} = \frac{a_n\sqrt{3}}{6}$ và diện tích $S_{n+1} = \frac{\pi a_n^2}{12}$.

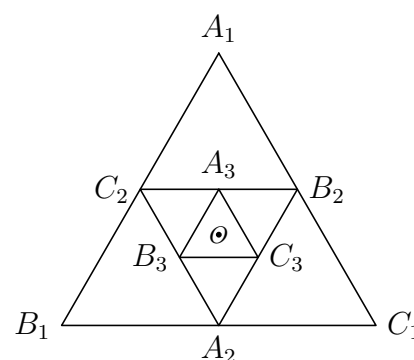
Dãy (S_n) là một cấp số nhân lùi vô hạn có

$S_1 = \frac{\pi a_1^2}{3} = 3\pi$ và công bội $q = \frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{1}{4}$.

Vậy tổng của dãy là

$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots = \frac{S_1}{1-q} = \frac{3\pi}{1-\frac{1}{4}} = 4\pi$.

Chọn đáp án **(B)** □



Câu 266. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{2n^2+3n+1}$.

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. 1.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{2n^2+3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2}}{2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 267. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Gọi $S_n = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_n u_{n+1}}$. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

A. $\lim S_n = \frac{1}{6}$.B. $\lim S_n = 1$.C. $\lim S_n = 0$.D. $\lim S_n = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có (u_n) là cấp số cộng với $(u_1) = 2, d = 3$. Ta có

$$\frac{1}{u_n u_{n+1}} = \frac{1}{u_n(u_n + d)} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_n + d} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_{n+1}} \right).$$

Suy ra

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_{n+1}} \right) \\ &= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{n+1}} \right) = \frac{u_{n+1} - u_1}{d u_1 u_{n+1}} \\ &= \frac{u_1 + nd - u_1}{d u_1 u_{n+1}} = \frac{n}{u_1 u_{n+1}} \\ &= \frac{n}{u_1(u_1 + nd)} = \frac{n}{2(2 + 3n)}. \end{aligned}$$

Do đó $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 268. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{n} \right) u_n, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Gọi $S_n = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_n}{n}$.

Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

A. $\lim S_n = \frac{3}{2}$.B. $\lim S_n = \frac{2}{3}$.C. $\lim S_n = \frac{5}{2}$.D. $\lim S_n = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

— Ta có $u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{n} \right) u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{u_n}{n} \quad (*)$.

— Đặt $v_n = \frac{u_n}{n}$ ta có $(*)$ trở thành $v_{n+1} = \frac{1}{3} v_n$.

— Dãy (v_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = \frac{u_1}{1} = 1$ và công bội $q = \frac{1}{3}$ nên

$$v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1}.$$

Do đó $S_n = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_n}{n} = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$

$$= 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} = \frac{1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n}{1 - \frac{1}{3}}.$$

$$\text{— Suy ra } \lim S_n = \lim \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 269. Tính $I = \lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$.

A. $I = 2$.

B. $I = 8$.

C. $I = 1$.

D. $I = 4$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1} = \lim \frac{8 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^5}}{4 + \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^5}} = \frac{8}{4} = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 270. Tính giới hạn $I = \lim \frac{2n + 2017}{3n + 2018}$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = \frac{2017}{2018}$.

D. $I = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \lim \frac{2 + \frac{2017}{n}}{3 + \frac{2018}{n}} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 271.

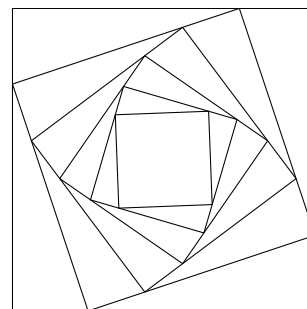
Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng a . Chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông C_2 . Từ hình vuông C_2 lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1; 2; 3; \dots\}$). Đặt $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$. Biết $S = \frac{32}{3}$, tính a .

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.



Lời giải.

Ta có $S_1 = a^2$, hình vuông C_2 có cạnh bằng $\sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$, do đó $S_2 = \frac{10a^2}{16}$. Bằng quy nạp ta chứng minh được (S_n) là một cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{S_2}{S_1} = \frac{5}{8}$. Nên

$$S = \frac{a^2}{1 - \frac{5}{8}} = \frac{8a^2}{3} = \frac{32}{3} \Leftrightarrow a = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 272. Trong các giới hạn hữu hạn sau, giới hạn nào có giá trị khác với các giới hạn còn lại?

A. $\lim \frac{3n-1}{3n+1}$.

B. $\lim \frac{2n+1}{2n-1}$.

C. $\lim \frac{4n+1}{3n-1}$.

D. $\lim \frac{n+1}{n-1}$.

Lời giải.

$$\text{Dễ thấy } \lim \frac{4n+1}{3n-1} = \frac{4}{3}; \lim \frac{2n+1}{2n-1} = \lim \frac{n+1}{n-1} = \lim \frac{3n-1}{3n+1} = 1.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 273. Tính $\lim \frac{1-2n}{3n+1}$.

A. -5.

B. 7.

C. $-\frac{2}{3}$.D. $\frac{1}{3}$.**Lời giải.**

$$\lim \frac{1-2n}{3n+1} = \lim \frac{\frac{1}{n}-2}{3+\frac{1}{n}} = -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 274.** Giới hạn $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$ là

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{1}{4}$.D. $\frac{3}{2}$.**Lời giải.**

$$\begin{aligned} S_n &= \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \\ &= \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n}\right) \right] \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n}\right) \right] \\ &= \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdots \frac{n-1}{n} \right) \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdots \frac{n+1}{n} \right) \\ &= \frac{1}{n} \cdot \frac{n+1}{2} \\ &= \frac{n+1}{2n}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \lim S_n = \lim \frac{1}{n} \cdot \frac{n+1}{2} = \lim \frac{1 + \frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **B** □**Câu 275.** Tính $\lim \frac{2-n}{n+1}$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim \frac{\frac{2}{n}-1}{1+\frac{1}{n}} = -1.$$

Chọn đáp án **C** □**Câu 276.** Giá trị của $\lim \frac{\sqrt{9n^2+n+1}-n}{2n}$ bằngA. $\frac{3}{2}$.B. $\frac{9}{2}$.C. $+\infty$.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim \frac{\sqrt{9n^2+n+1}-n}{2n} = \lim \frac{\sqrt{9+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}-1}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **D** □**Câu 277.** Tìm giới hạn $\lim \frac{n^2-n+3}{2n^2+n+1}$.

A. 0.

B. $+\infty$.

C. 3.

D. $\frac{1}{2}$.**Lời giải.**

$$\lim \frac{n^2-n+3}{2n^2+n+1} = \lim \frac{1-\frac{1}{n}+\frac{3}{n^2}}{2+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 278. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD, CDA, DAB, ABC và có thể tích V_1 . Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là tứ diện với các đỉnh lần lượt là trọng tâm các tam giác $B_1C_1D_1, C_1D_1A_1, D_1A_1B_1, A_1B_1C_1$ và có thể tích $V_2, \dots$ cứ như vậy cho đến tứ diện $A_nB_nC_nD_n$ có thể tích V_n với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của $P = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n)$.

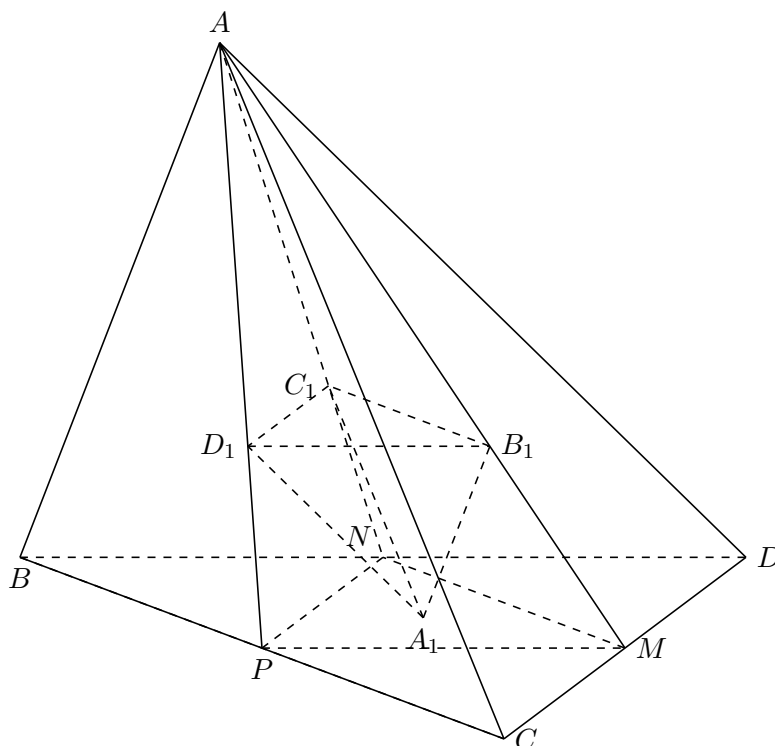
A. $\frac{V}{26}$.

B. $\frac{V}{27}$.

C. $\frac{8V}{9}$.

D. $\frac{82V}{81}$.

Lời giải.



Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm CD, DB, BC . Tam giác $B_1C_1D_1$ đồng dạng tam giác MNP tỉ số $k = \frac{2}{3}$ nên $\frac{S_{\triangle B_1C_1D_1}}{S_{\triangle MNP}} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S_{B_1C_1D_1}}{BCD} = \frac{1}{9}$.

Mặt khác lại có $d(A_1; (B_1C_1D_1)) = d(D_1; (BCD)) = \frac{1}{3}d(A; (BCD))$. Từ đây ta có

$$\frac{V_{A_1B_1C_1D_1}}{V_{ABCD}} = \frac{d(A_1; (B_1C_1D_1)) \cdot S_{\triangle B_1C_1D_1}}{d(A; (ABC)) \cdot S_{BCD}} = \frac{1}{27} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{27} \cdot V_{ABCD}.$$

Tương tự ta có $V_2 = \frac{1}{27}V_1, \dots$ hay (V_n) là cấp số nhân với số hạng đầu $V_1 = \frac{1}{27}V$ và công bội $q = \frac{1}{27}$.

$$\text{Do đó } P = \lim_{n \rightarrow +\infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n) = \frac{V_1}{1 - \frac{1}{27}} = \frac{V}{26}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 279. Tìm giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{n+1}$

A. $I = 0$.

B. $I = 3$.

C. $I = 1$.

D. $I = 2$.

Lời giải.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \cdot \left(2 + \frac{1}{n}\right)}{n \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 2.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 280. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \frac{2}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{(2n+1) - (2n-1)}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}$$

$$2u_n = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} = 1 - \frac{1}{2n+1} \Rightarrow u_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)} \Rightarrow \lim u_n = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 281. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $u_1 = 1, u_2 = 3, u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 1, n = 1, 2, \dots$

Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n^2}$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 1, \forall n \geq 1 \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = u_{n+1} - u_n + 1, \forall n \geq 1 \quad (1).$$

Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n$. Từ (1), suy ra $v_{n+1} = v_n + 1, \forall n \geq 1$. Do đó, (v_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $v_1 = 2$ và công sai $d = 1$. Ta có

$$v_1 + v_2 + \cdots + v_{n-1} = \frac{(2+n)(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + \cdots + (u_n - u_{n-1}) = \frac{(2+n)(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow u_n - u_1 = \frac{(2+n)(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{n^2 + n}{2}.$$

$$\text{Vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{n^2+n}{2}}{n^2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2n}}{1} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 282. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{u_n}$.

A. $L = \frac{1}{3}$.

B. $L = \frac{1}{2}$.

C. $L = 3$.

D. $L = 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + (n-1)3 = 3n - 1.$$

$$\text{Do đó: } L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{u_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{3n-1} = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 283. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2)$ bằng

A. 0.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^3 \left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} \right) \right].$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} \right) = -1.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2) = -\infty.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 284. Cho $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$. Tính giới hạn đó.

A. $+\infty$.

B. 1.

C. 0.

D. $-\infty$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2)\sqrt{\frac{x}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{x(x-2)^2}{(x-2)(x+2)}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{x(x-2)}{x+2}} = 0.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 285. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2+ax}+3x) = -2$. Tính giá trị của a .

A. -6.

B. 12.

C. 6.

D. -12.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2+ax}+3x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\sqrt{9x^2+ax}-3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{x \left(-\sqrt{9+\frac{a}{x}}-3 \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a}{-\sqrt{9+\frac{a}{x}}-3} = -\frac{a}{6}. \end{aligned}$$

Suy ra $-\frac{a}{6} = -2 \Rightarrow a = 12$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 286. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} x\sqrt{\frac{x^{2017}-1}{x^{2019}}}$ ta được kết quả là

A. $-\infty$.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} x\sqrt{\frac{x^{2017}-1}{x^{2019}}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x\sqrt{\frac{1}{x^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{x^{2017}}\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) \sqrt{1 - \frac{1}{x^{2017}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{1 - \frac{1}{x^{2017}}}\right) = -1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 287. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{2}$.C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1-x}-1)(\sqrt{1-x}+1)}{x(\sqrt{1-x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{1-x}+1} = -\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 288. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-16}{8-x^3}$.

A. -2.

B. $\frac{1}{3}$.C. $-\infty$.D. $-\frac{8}{3}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-16}{8-x^3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x^2+4)}{-x^2-2x-4} = -\frac{8}{3}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 289. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2)$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^3 \cdot \left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} \right) \right].$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3} \right) = -1$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + x^2 + 2) = -\infty$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 290. $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$ bằng

- A. $+\infty$. B. 1. C. 0. D. $-\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) \sqrt{\frac{x}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{x(x-2)^2}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{\frac{x(x-2)}{x+2}} = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 291. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + ax + 3x}) = -2$. Khi đó giá trị của a bằng

- A. -6. B. 12. C. 6. D. -12.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + ax + 3x}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\sqrt{9x^2 + ax} - 3x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a}{-\left(\sqrt{9 + \frac{a}{x}} + 3\right)} \\ &= \frac{a}{-6}. \end{aligned}$$

Suy ra $\frac{a}{-6} = -2 \Leftrightarrow a = 12$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 292. Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x-3} = 8$, ($b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = b + c$.

- A. $P = 13$. B. $P = -11$. C. $P = -12$. D. $P = -13$.

Lời giải.

Ta thấy $\frac{x^2 + bx + c}{x-3} = x + b + 3 + \frac{3b + c + 9}{x-3}$.

Ta được $\begin{cases} 3b + c + 9 = 0 \\ b + 6 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -15 \end{cases} \Rightarrow b + c = -13$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 293. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng $+\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{x + 1}$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 5}{1 - 2x}$. C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|1 - x|}{x^2 - 2x + 1}$. D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{x}}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|1 - x|}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{|x - 1|} = +\infty$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 294. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 295. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{3}{4}$.D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 1)}{(x - 2)(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 1}{x + 2} = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 296. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 2}$.

A. $-\infty$.

B. 0.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{2}{x}} = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 297. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x - 4}$ bằng

A. $+\infty$.B. $\frac{1}{2}$.C. $-\frac{1}{2}$.D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 1)(x - 2)}{2(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 1}{2} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 298. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x)$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. -1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 + 2x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[x^3 \left(1 + \frac{2}{x^2} \right) \right] = +\infty$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2}{x^2} \right) = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 299. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x - 5}$ bằng

A. $+\infty$.B. $\frac{2}{5}$.

C. -2.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x - 5)(x - 7)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} (x - 7) = -2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 300. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + 2}{x - 1}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x+2) = 3 > 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0$ và $x-1 < 0$ khi $x \rightarrow 1^-$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1} = -\infty$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 301. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. $-\infty$.

D. 0.

Lời giải.

Đặt $f(x) = x+1$, $g(x) = x-1$. Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 0$ và $g(x) > 0$ khi $x \rightarrow 1^+$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 302. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 8x + 1} + 2x)$ bằng

A. -2.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 0.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 8x + 1} + 2x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{8x + 1}{\sqrt{4x^2 + 8x + 1} - 2x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{8 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{4 + \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2}} - 2} \right) \\ &= -2 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 303. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3}$ bằng

A. 0.

B. $-\infty$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|\sqrt{1 - \frac{1}{x}} - |x|\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{2x + 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{1}{x}} + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 304. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1 - \sqrt{5x+1}}{x - \sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $T = 2a - b$ là

A. $T = \frac{1}{b}$.

B. $T = -1$.

C. $T = 10$.

D. $T = \frac{9}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2-3x)(x+\sqrt{4x-3})}{(x^2-4x+3)(x+1+\sqrt{5x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+\sqrt{4x-3})}{(x-1)(x+1+\sqrt{5x+1})} \\ &= \frac{3(3+3)}{2(4+4)} = \frac{9}{8}\end{aligned}$$

Khi đó $a = 9$, $b = 8$. Vậy $T = 2a - b = 10$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 305. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ có giới hạn tại $x = 2$.

A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + 1) = 2a + 5$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - x + 1) = 7$.

Hàm số có giới hạn tại $x = 2$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow 2a + 5 = 7 \Leftrightarrow a = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 306. Kết quả của $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1} = -\infty$ vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} (-2x+1) = -1 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0 \\ x \rightarrow 1^+ \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x-1 > 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 307. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-3}{x+2}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. B. -3. C. -1. D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-3}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1-\frac{3}{x}}{1+\frac{2}{x}} = \frac{-1+0}{1+0} = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 308. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{1-2x}$.

A. $L = -\frac{3}{2}$. B. $L = 3$. C. $L = \frac{3}{2}$. D. $L = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{1-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-2} = -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 309. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4} = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 20$.

B. $S = 17$.

C. $S = 10$.

D. $S = 25$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{4}$. Suy ra $S = 17$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 310. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{1 - x^2}$.

A. $L = \frac{1}{4}$.

B. $L = -\frac{1}{2}$.

C. $L = -\frac{1}{4}$.

D. $L = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{1 - x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x-1)}{(1-x)(1+x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(2x-1)}{1+x} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 311. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

A. 2.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = -1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 312. Cho biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2}$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có kết quả là một số thực. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

A. $6 + 5\sqrt{3}$.

B. $\frac{45}{16}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $87 - 48\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{ax^2 + 1} - bx - 2}{x^3 - 3x + 2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + 1 - (bx + 2)^2}{(x^3 - 3x + 2)(\sqrt{ax^2 + 1} + bx + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a - b^2)x^2 - 4bx - 3}{(x-1)^2(x+2)(\sqrt{ax^2 + 1} + bx + 2)}. \end{aligned}$$

Kết quả giới hạn là một số thực nên phương trình $(a - b^2)x^2 - 4bx - 3 = 0$ có nghiệm kép là $x = 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} \begin{cases} \Delta' = 0 \\ a - b^2 - 4b - 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4b^2 + 3a - 3b^2 = 0 \\ a - b^2 - 4b - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + 3a = 0 \\ a = b^2 + 4b + 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + 3(b^2 + 4b + 3) = 0 \\ a = b^2 + 4b + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b^2 + 12b + 9 = 0 \\ a = b^2 + 4b + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ a = -\frac{3}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $a^2 + b^2 = \frac{45}{16}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 313. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$.

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 2) = -1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 314. Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x})$.

A. $M = -\frac{3}{2}$.B. $M = \frac{1}{2}$.C. $M = \frac{3}{2}$.D. $M = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} M &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x}) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{x^2 - x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{|x| \left(\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{\sqrt{1 - \frac{4}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 315. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1 - \sqrt{5x + 1}}{x - \sqrt{4x - 3}}$ bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $a - b$ là

A. $\frac{1}{9}$.B. $\frac{9}{8}$.

C. 1.

D. -1.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1 - \sqrt{5x + 1}}{x - \sqrt{4x - 3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 3x)(x + \sqrt{4x - 3})}{(x^2 - 4x + 3)(x + 1 + \sqrt{5x + 1})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x + \sqrt{4x - 3})}{(x - 1)(x + 1 + \sqrt{5x + 1})} = \frac{9}{8}. \\ \Rightarrow a &= 9, b = 8 \Rightarrow a - b = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 316. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x + 1)^{2019}}$.

A. 0.

B. $\frac{1}{2^{2018}}$.C. $\frac{1}{2^{2019}}$.D. $\frac{1}{2^{2017}}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2018} \sqrt{4x^2 + 1}}{(2x + 1)^{2019}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2019} \sqrt{4 + \frac{1}{x}}}{x^{2019} \left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2019}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{x}}}{\left(2 + \frac{1}{x} \right)^{2019}} = \frac{2}{2^{2019}} = \frac{1}{2^{2018}}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 317. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1 - \sqrt{5x + 1}}{x - \sqrt{4x - 3}} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - b$ là

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{9}{8}$.D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{(x+1)^2 - (5x+1)}{x+1+\sqrt{5x+1}}}{\frac{x^2 - (4x-3)}{x+\sqrt{4x-3}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+\sqrt{4x-3})(x-3)x}{(x+1+\sqrt{5x+1})(x-3)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+\sqrt{4x-3})}{(x+1+\sqrt{5x+1})(x-1)} = \frac{9}{8}.\end{aligned}$$

Vậy $a = 9, b = 8$, suy ra $a - b = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 318. Trong bốn giới hạn sau, giới hạn nào bằng $-\infty$?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$. B. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2}$. C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-3x+4}{x-2} = -3$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3x+4}{x-2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2} = -\infty$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 319. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$ bằng

A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải.

Có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1} = \frac{2}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 320. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3}$ bằng

A. $-\infty$. B. -1 . C. $+\infty$. D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1-\frac{3}{x^2}}}{1+\frac{3}{x}} = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 321. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1}$.

A. 2. B. $\frac{-1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 322. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4} = \frac{a}{\sqrt{b}}$, trong đó a là số nguyên, b là số nguyên tố. Giá trị của biểu thức $a + 2b$ bằng

A. 3. B. 8. C. 13. D. 14.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5-x^2}}{\sqrt{x^2+16}-4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(\sqrt{x^2+16}+4)}{x^2(\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+16}+4}{\sqrt{5}+\sqrt{5-x^2}} = \frac{8}{2\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

Suy ra $a = 4, b = 5$. Vậy $a + 2b = 4 + 2 \cdot 5 = 14$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 323. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) \cdots (1+2018x) - 1}{x}$.

A. $2018 \cdot 2019$.

B. 2019.

C. 2018.

D. $1009 \cdot 2019$.

Lời giải.

Ta chứng minh bằng phương pháp quy nạp, với mọi $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$ thì

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) \cdots (1+nx) - 1}{x} = \frac{n(n+1)}{2}. \quad (1)$$

* Với $n = 1$ thì $VT = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} 1 = 1$ và $VP = \frac{1(1+1)}{2} = 1$.

Vậy $VT = VP$ nên (1) đúng với $n = 1$.

* Giả sử (1) đúng với $n = k, k \geq 1, k \in \mathbb{N}$, có nghĩa là

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) \cdots (1+kx) - 1}{x} = \frac{k(k+1)}{2}.$$

* Xét $n = k + 1$, ta có

$$\begin{aligned} VT &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) \cdots (1+kx)(1+kx+x) - 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) \cdots (1+kx) - 1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) \cdots (1+kx)(x+kx) - 1}{x} \\ &= \frac{k(k+1)}{2} + \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)(1+2x)(1+3x) \cdots (1+kx) \\ &= \frac{k(k+1)}{2} + k + 1 = \frac{(k+1)(k+2)}{2} = VP. \end{aligned}$$

Vậy (1) đúng với $n = k + 1, k \geq 1, k \in \mathbb{N}$.

Bây giờ ta áp dụng với $n = 2018$ thì

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) \cdots (1+2018x) - 1}{x} = \frac{2018(2018+1)}{2} = 1009 \cdot 2019.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 324. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\frac{x-1}{x} \leq \frac{x+\sin x}{x} \leq \frac{x+1}{x}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x} = 1$.

Suy ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x} = 1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 325. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+3}{x+1}$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. -2.

D. $-\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+3}{x+1} = -\infty \text{ do } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} (2x+3) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0 \\ x+1 < 0 \quad \forall x < -1. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 326. Tìm giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x+4}$.

A. $-\frac{1}{6}$.

B. $-\infty$.

C. $+\infty$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $A = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{x^2+x+4} = \frac{-2+1}{(-2)^2-2+4} = -\frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 327. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$ bằng

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$.

D. 1.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3} = 0$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 328. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-6}{x+2}$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. 3.

D. -3.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-6}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{6}{x}}{1+\frac{2}{x}} = \frac{2-0}{1+0} = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 329. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-3}$ bằng

A. 2.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}} = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 330. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. -3.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{1+\frac{3}{x}} = 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 331. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}} = \frac{2}{1} = 2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 332. Giá trị $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$ bằng

A. $L = -\infty$.

B. $L = 0$.

C. $L = +\infty$.

D. $L = 1$.

Lời giải.

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3} = \frac{0}{6} = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 333.** Biểu thức $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{2}{\pi}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 334.** Giá trị $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-1) = -2$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 335.** Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{2 - 3x^2}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{2 - 3x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}{\frac{2}{x^2} - 3} = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 336.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$.

A. 1.

B. 0.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x+2} = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 337.** Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x}$.

A. 0.

B. $-\infty$.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 1} = -1.$$

Chọn đáp án **(C)** □**Câu 338.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$\frac{(2m^2 - 7m + 3)x^3 + x^2 - (m-1)x + 2}{(2-m)x^2 + 2x - 3} \leq 0$$

đúng với mọi x thuộc tập xác định của bất phương trình đó. Số phần tử của S bằng

A. 13.

B. 19.

C. 1.

D. 5.

Lời giải.

Giả sử m là số thực thỏa mãn yêu cầu bài toán.

— Với $m = 2$ bất phương trình trở thành $\frac{-3x^3 + x^2 - x + 2}{2x - 3} \leq 0$, bất phương trình không đúng với $x = 1$ nên không thỏa mãn ycbt.

— Với $m = 3$ bất phương trình trở thành $\frac{x^2 - 2x + 2}{-x^2 + 2x - 3} \leq 0$, tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$ nên thỏa mãn ycbt.

— Với $m = \frac{1}{2}$ bất phương trình trở thành $\frac{x^2 + \frac{1}{2}x + 2}{\frac{3}{2}x^2 + 2x - 3} \leq 0$, bất phương trình không đúng với $x = 1$ nên không thỏa mãn ycbt.

— Với $m \neq 2, m \neq 3$ và $m \neq \frac{1}{2}$, đặt $f(x) = \frac{(2m^2 - 7m + 3)x^3 + x^2 - (m - 1)x + 2}{(2 - m)x^2 + 2x - 3}$ và đặt $A = \frac{2m^2 - 7m + 3}{2 - m}$ thì $A \neq 0$.

Theo giả thiết, $f(x) \leq 0$ với mọi x thuộc tập xác định của $f(x)$. (1)

— Nếu $A < 0$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ mâu thuẫn với (1).

— Nếu $A > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ mâu thuẫn với (1).

Vậy $S = \{3\}$, nên số phần tử của S là 1.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 339. Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 1}{n^3 + 3}$.

A. $L = 1$.B. $L = 0$.C. $L = 3$.D. $L = 2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 1}{n^3 + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}}{1 + \frac{1}{n^3}} = 0$. Vậy $L = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 340. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$.

Lời giải.

— Ta có:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x + 1 - (x - 2)^2}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \\&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 3}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x + 2} \\&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(3 - \frac{3}{x}\right)}{x \left(-\sqrt{x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{2}{x}\right)} \\&= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{3}{x}}{-\sqrt{x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1 + \frac{2}{x}} = -\frac{3}{2}.\end{aligned}$$

— Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{3x - 2}{x + 1} = +\infty$

$$\text{vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (3x - 2) = -5 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x + 1) = 0 \text{ và } x + 1 < 0 \text{ khi } x \rightarrow (-1)^-. \end{cases}$$

— Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{2}{x} \right) = +\infty$.

— Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty$.

$$\text{vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (3x - 2) = -5 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x + 1) = 0 \text{ và } x + 1 > 0 \text{ khi } x \rightarrow (-1)^+. \end{cases}$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{3x - 2}{x + 1} = -\infty$ là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 341. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}$

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Do $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ nên ta có $f(2) - 16 = 0$ hay $f(2) = 16$.

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5(f(x) - 16)}{(x - 2)(x + 4) \left(\sqrt[3]{(5f(x) - 16)^2} + 4\sqrt[3]{5f(x) - 16} + 16 \right)} \\&= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} \cdot \frac{5}{(x + 4) \left(\sqrt[3]{(5f(x) - 16)^2} + 4\sqrt[3]{5f(x) - 16} + 16 \right)} \\&= 12 \cdot \frac{5}{6 \cdot 48} = \frac{5}{24}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 342. Cho biết $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt{1 + ax^2} - bx - 2}{4x^3 - 3x + 1} = c$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tập nghiệm của phương trình $ax^4 + bx^2 + c = 0$ trên $\mathbb{R}$ có số phần tử là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{\sqrt{1+ax^2} - bx - 2}{4x^3 - 3x + 1} &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + ax^2 - (bx + 2)^2}{(4x^3 - 3x + 1)(\sqrt{1+ax^2} + bx + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(a - b^2)x^2 - 4bx - 3}{(2x - 1)^2(x + 1)(\sqrt{1+ax^2} + bx + 2)}.\end{aligned}$$

Theo đề I tồn tại hữu hạn nên phương trình $(a - b^2)x^2 - 4bx - 3 = 0$ phải có nghiệm kép $x = \frac{1}{2}$.

Tức là

$$\begin{cases} \Delta' = 0 \\ \frac{2b}{a - b^2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4b^2 + 3(a - b^2) = 0 \\ 4b = a - b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 + 3b = 0 \\ a = b^2 + 4b. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -3. \end{cases} \quad (\text{vì } a, b \neq 0)$$

Khi $a = -3, b = -3$ thì

$$\begin{aligned}I &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-12x^2 + 12x - 3}{(2x - 1)^2(x + 1)(\sqrt{1+ax^2} + bx + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{-3}{(x + 1)(\sqrt{1 - 3x^2} - 3x + 2)} \\ &= \frac{-3}{\frac{3}{2}(\sqrt{1 - \frac{3}{4}} - \frac{3}{2} + 2)} = -2.\end{aligned}$$

Do đó, $a = -3, b = -3, c = -2$ nên phương trình $-3x^4 - 3x^2 - 2 = 0$ vô nghiệm.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 343. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 8x + 5}$.

A. $L = -\frac{3}{2}$.

B. $L = \frac{1}{2}$.

C. $L = -\infty$.

D. $L = 0$.

Lời giải.

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 8x + 5} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 2)}{(x + 1)(3x + 5)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - 2}{3x + 5} = -\frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 344. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4}$ bằng

A. Không tồn tại.

B. 0.

C. 5.

D. 4.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x + 1) = 5.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 345. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 2018}{x^{2018} - 1}$ bằng

A. 2018.

B. $\frac{2019}{2018}$.

C. $\frac{2019}{2}$.

D. $\frac{2018}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 2018}{x^{2018} - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^{2017} + 2x^{2016} + 3x^{2015} + \dots + 2017x + 2018)}{(x-1)(x^{2017} + x^{2016} + \dots + x + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2017} + 2x^{2016} + 3x^{2015} + \dots + 2017x + 2018}{x^{2017} + x^{2016} + \dots + x + 1} \\ &= \frac{2018 \cdot 2019}{2} = \frac{2019}{2}.\end{aligned}$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 2018}{x^{2018} - 1} = \frac{2019}{2}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 346. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$.

A. $L = 0$.

B. $L = +\infty$.

C. $L = -\infty$.

D. $L = 1$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + 1) = 2 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - 1) = 0 \\ x - 1 < 0, \forall x < 1. \end{cases}$$

Vậy $L = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = -\infty$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 347. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1 - \sqrt{5x + 1}}{x - \sqrt{4x - 3}}$ bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản, $a > 0$). Giá trị của $a - b$ là

A. 1.

B. $\frac{1}{9}$.

C. -1.

D. $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1 - \sqrt{5x + 1}}{x - \sqrt{4x - 3}} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 3x)(x + \sqrt{4x - 3})}{(x - 1)(x - 3)(x + 1 + \sqrt{5x + 1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x + \sqrt{4x - 3})}{(x - 1)(x + 1 + \sqrt{5x + 1})} \\ &= \frac{9}{8}.\end{aligned}$$

Suy ra $a = 9, b = 8$. Vậy $a - b = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 348. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 5}{-x + 3}$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$.

B. -1.

C. 3.

D. -2.

Lời giải.

Ta có
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 5}{-x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{5}{x}}{-1 + \frac{3}{x}} = -2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 349. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a+2)x + a + 1}{x^3 - 1}$

A. $\frac{2-a}{3}$.

B. $\frac{-2-a}{3}$.

C. $\frac{-a}{3}$.

D. $\frac{a}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (a+2)x + a + 1}{x^3 - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-a-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-a-1}{x^2+x+1} = \frac{-a}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 350. Trong các bộ số (a, b) là các số nguyên dương thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{9x^2 + ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} \right) = \frac{7}{27},$$

tồn tại bộ số (a, b) thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A. $a + 2b = 33$.

B. $a + 2b = 34$.

C. $a + 2b = 35$.

D. $a + 2b = 36$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{9x^2 + ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{9x^2 + ax} + 3x \right) + \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x \right).$$

$$- I_1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{9x^2 + ax} + 3x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\left(\sqrt{9x^2 + ax} - 3x \right)} = - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a}{\left(\sqrt{9 + \frac{a}{x}} + 3 \right)} = -\frac{a}{6}.$$

— Ta có

$$\begin{aligned} I_2 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx^2 + 5}{\sqrt[3]{(27x^3 + bx^2 + 5)^2} + 3x\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} + 9x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{b + \frac{5}{x^2}}{\left(\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} \right)^2 + 3 \cdot \sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}} + 9} = \frac{b}{27}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } -\frac{a}{6} + \frac{b}{27} = \frac{7}{27}. \text{ Vì } (a, b) \in \mathbb{Z}^+ \text{ nên } \begin{cases} a = 2 \\ b = 16. \end{cases}$$

Do đó $a + 2b = 34$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 351. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$.

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 2.

D. -3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = 1.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 352. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $-\infty$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^2}$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} (x-1) = -1 < 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^2} = -\infty$, hay $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) = -\infty$.

Chọn đáp án (B) □**Câu 353.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{1+2x}$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. -3.

D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{1+2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{2}{x}}{\frac{1}{x} + 2} = 1.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 354.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số k để có $\int_1^k (2x-1) dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$.

A. $\begin{cases} k = -1 \\ k = 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} k = 1 \\ k = -2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} k = 1 \\ k = 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} k = -1 \\ k = -2 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\int_1^k (2x-1) dx = (x^2 - x)|_1^k = k^2 - k$$

$$4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{\sqrt{x+1}+1} = 2. \text{ Ta có } k^2 - k = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = 2. \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □**Câu 355.** Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x+1}{2x^3+2}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 0.

Lời giải.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x+1}{2x^3+2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2}{2(x+1)(x^2-x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2(x^2-x+1)} = 0.$$

Chọn đáp án (D) □**Câu 356.** Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{1-2x}$.

A. $L = -\frac{3}{2}$.

B. $L = 3$.

C. $L = \frac{3}{2}$.

D. $L = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Tính } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{1-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - 2} = -\frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 357. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-3x}{x+4}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. -3 .

C. $-\frac{3}{4}$.

D. 2 .

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-3x}{x+4} = -3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 358. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2017x-2}{2018x+5}$ bằng

A. $-\frac{2}{5}$.

B. 0 .

C. 1 .

D. $\frac{2017}{2018}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2017x-2}{2018x+5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2017 - \frac{2}{x}}{2018 + \frac{5}{x}} = \frac{2017}{2018}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 359. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{f(x) + g(x)} = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)} + \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}.$

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{f(x) + g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{f(x)} + \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{g(x)}.$

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{f(x) + g(x)} = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]}.$

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[3]{f(x) + g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} [\sqrt[3]{f(x)} + \sqrt[3]{g(x)}].$

Lời giải.

Câu hỏi lý thuyết.

Chọn đáp án (C) □

Câu 360. Tính $l = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$.

A. $l = 0$.

B. $l = 3$.

C. $l = 1$.

D. $l = 2$.

Lời giải.

Ta có $l = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-1) = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 361. Cho m, n là các số thực khác 0. Nếu giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + mx + n}{x - 1} = 3$ thì $m \cdot n$ bằng

A. -3 .

B. -1 .

C. 3 .

D. -2 .

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^2 + mx + n$.

Ta có $f(1) = 0 \Leftrightarrow n = -1 - m$.

Do đó $f(x) = (x-1)(x+1+m)$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + mx + n}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1+m)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1+m) = 3.$$

$$\Rightarrow 2 + m = 3 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow n = -2.$$

Vậy $m \cdot n = -2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 362. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-2x)^2 x^3}{(x+3)^5}$.

A. 1.

B. 4.

C. -2.

D. $-\frac{2}{3}$.**Lời giải.**

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-2x)^2 x^3}{(x+3)^5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{x} - 2\right)^2}{\left(1 + \frac{3}{x}\right)^5} = 4.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 363.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2017x-2}{2018x+5}$ bằngA. $-\frac{2}{5}$.B. $\frac{2017}{2018}$.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2017x-2}{2018x+5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2017 - \frac{2}{x}}{2018 + \frac{5}{x}} = \frac{2017}{2018}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 364.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x^2+2x+3}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. -3.

D. $-\frac{2}{3}$.**Lời giải.**

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x^2+2x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} = 0.$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 365.** Trong các giới hạn sau giới hạn nào có kết quả bằng 0?A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x).$ B. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1}.$ C. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x^2+3x+2}.$ D. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+10}.$ **Lời giải.**

$$\begin{aligned} & \text{— } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = 0. \\ & \text{— } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2+x+1} = \frac{1}{3}. \\ & \text{— } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4}{x^2+3x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{x+1} = 4. \\ & \text{— } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+10} = \frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 366.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+2}$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 3.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 367. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 1}$.

A. $+\infty$.B. $-\infty$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{2 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 368. Cho hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$. Chọn đáp án đúng.

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$.C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Lời giải.

Ta có:

$$- \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = 1.$$

$$- \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{-x \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}} = -1.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 369. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ có giá trị bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{4}$.C. $\frac{1}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 370. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2018x + 3}{2x^2 + 2018x}$.

A. 2018.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2018}$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2018x + 3}{2x^2 + 2018x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2018}{x} + \frac{3}{x^2}}{2 + \frac{2018}{x}} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 371. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ có giá trị bằng

A. 4.

B. $+\infty$.C. $-\infty$.

D. -4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 372. Tìm giá trị của tham số m để $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx - 2}{2x + 1} = 2$.

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = 2$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Kết quả giới hạn là hữu hạn nên $m \neq 0$, khi $m \neq 0$ ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx - 2}{2x + 1} = \frac{m}{2}$.

Theo giả thiết ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx - 2}{2x + 1} = 2 \Rightarrow \frac{m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 4$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 373. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{1 - 3x}$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. 2. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3}{1 - 3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{\frac{1}{x} - 3} = -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 374. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{x - 2} = 2$, hãy tìm $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{f(x) + 7} - 2}{x^2 - 4}$.

- A. $-\frac{1}{24}$. B. $-\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{24}$. D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{x - 2} = 2 \Rightarrow f(2) = 1$.

$$I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{f(x) + 7} - 2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{x - 2} \cdot \frac{1}{x + 2} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt[3]{(f(x) + 7)^2} + 2 \cdot \sqrt[3]{f(x) + 7} + 4\right)} = \frac{1}{24}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 375. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{khi } x < 1 \\ 0 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Khi đó, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Không tồn tại.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (1)^-} (x^3 + 1) = 2$, $\lim_{x \rightarrow (1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (1)^+} 0 = 0$.

Suy ra $\lim_{x \rightarrow (1)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (1)^+} f(x)$ nên $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ không tồn tại.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 376. Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{1 - x}$.

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = -2$. D. $I = -1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 - \frac{2}{x}\right)}{x \left(\frac{1}{x} - 1\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\frac{1}{x} - 1} = -1.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 377. Cho $f(x) = \frac{|x - 2|}{2x - 4}$. Kết luận nào dưới đây đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{2}$. D. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{2x-4} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2-x}{2x-4} = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Do đó không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 378. $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x-3}{2x+4}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 1.

C. -2.

D. $-\infty$.

Lời giải.

Ta có
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^+} (2x-3) = -7 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} (2x+4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x-3}{2x+4} = -\infty.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 379. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-1}{x-1} = 2$. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^3(x) + 2f(x) - 3}{x^2 - 3x + 2}$.

A. $L = 10$.

B. $L = -10$.

C. $L = 5$.

D. $L = -5$.

Lời giải.

Từ giả thiết, ta suy ra $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$. Suy ra

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[f(x)-1][f^2(x) + f(x) + 3]}{(x-1)(x-2)} = 2 \cdot \frac{1+1+3}{1-2} = -10.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 380. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x+1)^{2018} + (x+2)^{2018} - 2 \cdot 3^{2018}}{(x-1)(x+2017)}$

A. $4 \cdot 3^{2017}$.

B. 3^{2017} .

C. $8 \cdot 3^{2017}$.

D. $2 \cdot 3^{2017}$.

Lời giải.

Đặt $f(x) = (x^2+x+1)^{2018} + (x+2)^{2018}$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x+1)^{2018} + (x+2)^{2018} - 2 \cdot 3^{2018}}{(x-1)(x+2017)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{(x-1)(x+2017)} = \frac{f'(1)}{2018}.$$

Mà $f'(x) = 2018(x^2+x+1)^{2017} + 2018(x+2)^{2017}$.

Nên $f'(1) = 2018 \cdot 4 \cdot 3^{2017}$. Vậy kết quả bằng $4 \cdot 3^{2017}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 381. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2x + 2018)$ bằng

A. 2018.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. $-\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2x + 2018) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^3 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2018}{x^3} \right) \right] = -\infty \text{ (do } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{2018}{x^3} \right) = 1).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 382. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$.

A. Không tồn tại L .

B. $L = +\infty$.

C. $L = -\infty$.

D. $L = 0$.

Lời giải.

Dạng vô định $\infty - \infty$.

$$L = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x^2-4} = -\infty.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 383. Tính $M = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{2x+3}$.

A. $M = -\frac{2}{3}$.

B. $M = 0$.

C. $M = +\infty$.

D. $M = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $M = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 384. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{13}{4}$.

C. $-\frac{1}{56}$.

D. -1.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{7-x}{(x^2-49)(2+\sqrt{x-3})} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{-1}{(x+7)(2+\sqrt{x-3})} = -\frac{1}{56}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 385. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+2017}{x+2018}$ bằng

A. 2017.

B. $\frac{2017}{2018}$.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Với mọi $x \neq 0$, ta có

$$\frac{2x+2017}{x+2018} = \frac{2 + \frac{2017}{x}}{1 + \frac{2018}{x}}.$$

Mà $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{2017}{x} \right) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{2018}{x} \right) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+2017}{x+2018} = \frac{2}{1} = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 386. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-3x+2}$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-2} = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 387. Giá trị $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+x}{x^2-1}$ là

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2+x}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 388. Để $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \frac{1}{2}$ thì giá trị m thuộc tập hợp nào?

- A. $[3; 6]$. B. $[-3; 0]$. C. $[-6; -3]$. D. $[1; 3]$.

Lời giải.

Do $x \rightarrow -\infty$ nên coi $x < 0$. Khi đó:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x} + \frac{4}{x}}{m - \frac{2}{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \frac{4}{x}}{m - \frac{2}{x}} = \frac{-2}{m}.$$

Vậy $m = -4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 389. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

- A. 0. B. $-\infty$. C. $\frac{3}{16}$. D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có

- $\lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0$.
- $\lim_{x \rightarrow -2} (x+2)^2 = 0$.
- $(x+2)^2 > 0, \forall x \neq -2$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 390. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 1}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{x + 1} = \frac{\sqrt{1} - 1}{1 + 1} = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 391. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + 2}{2018x - 1}$.

- A. $\frac{5}{2018}$. B. -2 . C. -5 . D. $-\infty$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + 2}{2018x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 + \frac{2}{x}}{2018 - \frac{1}{x}} = \frac{5}{2018}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 392. Biết rằng $b > 0$, $a + b = 5$ và $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax + 1} - \sqrt{1 - bx}}{x} = 2$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $a^2 + b^2 > 10$. B. $a - b \geq 0$. C. $1 \leq a \leq 3$. D. $a^2 - b^2 > 6$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 2 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - \sqrt{1-bx}}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{ax+1} - 1}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-bx} - 1}{x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt[3]{ax+1}^2 + \sqrt[3]{ax+1} + 1} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-b}{\sqrt{1-bx} + 1} \\
 &= \frac{a}{3} + \frac{b}{2}.
 \end{aligned}$$

Ngoài ra $a + b = 5$ nên $a = 3$ và $b = 2$.

Khi đó $a^2 - b^2 = 5 < 6$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 393. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$.

A. $-\infty$. B. $\frac{1}{4}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{(x - 2)(\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 394. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ bằng

A. 0. B. -2. C. $-\infty$. D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{-x\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{-\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - \frac{1}{x}} = -2.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 395. Cho biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 7x + 12}}{a|x| - 17} = \frac{2}{3}$. Giá trị của a bằng

A. -3. B. 3. C. 6. D. -6.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 7x + 12}}{a|x| - 17} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{4 - \frac{7}{x} + \frac{12}{x^2}}}{-x\left(a + \frac{17}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4 - \frac{7}{x} + \frac{12}{x^2}}}{a + \frac{17}{x}} = \frac{2}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 3.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 396. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{x - 1}$ bằng

A. -1. B. 1. C. 2. D. -2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 397. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x}$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. $\frac{5}{4}$.D. $-\frac{5}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x - 1}{x} = \frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 398. Xét các giới hạn sau

I. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = 1;$

III. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = -1;$

II. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = -1;$

IV. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = 1;$

Kết quả nào sau đây đúng?

A. I và III.

B. II và III.

C. II và IV.

D. I và IV.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x - 1)(x - 2)}{1 - x} = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x - 1|} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = -1.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 399. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{1}{2}$.C. $\frac{1}{3}$.D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Đặt $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}$, khi đó $f(3) = 0$. Dễ thấy hàm số có đạo hàm trên $[-1; +\infty)$ nên tồn tại $f'(3)$. Do đó

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x - 3}$$

$$\text{Mà } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{3\sqrt[3]{(x+5)^2}} \text{ suy ra } f'(3) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 400. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - x)$.

A. $\frac{7}{2}$.B. $-\frac{7}{2}$.C. $-\frac{3}{2}$.D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 2} - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{\sqrt{x^2 + 3x + 2} + x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 + \frac{2}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 + \frac{2}{x}\right)}{x \left(\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1\right)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(3 + \frac{2}{x}\right)}{\left(\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1\right)} = \frac{3}{2}.
 \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 401. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{2x - 4}$.

A. $L = -\frac{1}{2}$.

B. $L = -\frac{3}{4}$.

C. $L = 1$.

D. $L = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{2x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{2 - \frac{4}{x}} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 402. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ bằng

A. $-\infty$.

B. 0.

C. 1.

D. -1 .

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = -1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 403. Tính giới hạn sau $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{\sqrt[3]{8x^6 - 4x^3}}$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{\sqrt[3]{8x^6 - 4x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left(3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)}{x^2 \left(\sqrt[3]{8 - \frac{4}{x^3}}\right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{\sqrt[3]{8 - \frac{4}{x^3}}} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 404. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - x}{3 + x}$.

A. -1 .

B. $\frac{2}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{3+x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} - 1}{\frac{3}{x} + 1} = -1.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 405. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}.$

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{5}{1} = 5.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 406. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x - 3}{x - \sqrt{x^2 + 1}} = +\infty$ (với a là tham số). Giá trị nhỏ nhất của $P = a^2 - 2a + 4$ là

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 1.

Lời giải.

Để $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-a)x - 3}{x - \sqrt{x^2 + 1}} = +\infty$ thì $2 - a < 0 \Rightarrow a > 2.$

Xét hàm số $f(a) = a^2 - 2a + 4$ với $a > 2$. Ta có bảng biến thiên sau

a	2	$+\infty$
$f(a)$	4	$+\infty$

Suy ra $\min P = 4.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 407. Cho a, b là các số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7$. Tính $a^2 + b^2 + a + b$.

A. 18 .

B. 1 .

C. 15 .

D. 5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 7 \\ \Leftrightarrow & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(ax + (a+b) - 5 + a + b)}{x - 1} = 7 \\ \Leftrightarrow & \lim_{x \rightarrow 1} (ax + (a+b) - 5 + a + b) = 7 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a(1) + a + b = 7 \\ -5 + a + b = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2a + b = 7 \\ a + b = 5 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} a = 2 \\ b = 3. \end{cases} \\ \Rightarrow & a^2 + b^2 + a + b = 18. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 408. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2}$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+1}-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}-\frac{2}{x}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 409. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{1-x}$.

A. -1.

B. -3.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} (-x^2-x-1) = -3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 410. Giá trị $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x+1)(2-x)}{x^2+3}$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. 4.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x+1)(2-x)}{x^2+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2+\frac{1}{x})(\frac{2}{x}-1)}{1+\frac{3}{x^2}} = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 411. Cho a, b là hai số dương thỏa mãn giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax - \sqrt{bx^2 - 2x + 2018})$ hữu hạn.

Tính I .

A. $\frac{1}{a+\sqrt{b}}$.

B. $a - \sqrt{b}$.

C. $\frac{1}{a}$.

D. $\frac{2}{a+b}$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax - \sqrt{bx^2 - 2x + 2018}) \\ I &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - b)x^2 + 2x - 2018}{ax + \sqrt{bx^2 - 2x + 2018}} \\ I &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a^2 - b)x + 2 - \frac{2018}{x}}{a + \sqrt{b - \frac{2}{x} + \frac{2018}{x^2}}} \end{aligned}$$

Từ giả thiết, ta được $\begin{cases} a^2 - b = 0 \\ I = \frac{2}{a + \sqrt{b}} \end{cases}$. Do vậy, $I = \frac{1}{a}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 412. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x+1)^{2018} + (x+2)^{2018} - 2 \cdot 3^{2018}}{(x-1)(x+2017)}$

A. $4 \cdot 3^{2017}$.

B. 3^{2017} .

C. $2 \cdot 3^{2017}$.

D. $8 \cdot 3^{2017}$.

Lời giải.

Đặt $f(x) = (x^2 + x + 1)^{2018} + (x + 2)^{2018}$. Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x + 1)^{2018} + (x + 2)^{2018} - 2 \cdot 3^{2018}}{(x - 1)(x + 2017)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2018 \cdot (x - 1)} = \frac{f'(1)}{2018}.$$

Mà $f'(x) = 2018 \cdot (x^2 + x + 1)^{2017} \cdot (2x + 1) + 2018 \cdot (x + 2)^{2017}$.

Nên $f'(1) = 2018 \cdot 4 \cdot 3^{2017}$. Vậy kết quả bằng $4 \cdot 3^{2017}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 413. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 2}{2x^2 + 3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.

B. 4.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - 2}{2x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2(4 - \frac{2}{x^2})}{x^2(2 + \frac{3}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 - \frac{2}{x^2}}{2 + \frac{3}{x^2}} = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 414. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 3x^2 + 2018)$ bằng

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 3x^2 + 2018) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x^3 \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{2018}{x^3} \right) \right] = -\infty$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 415. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x^2 + 1}$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 - \frac{2}{x} \right)}{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 416. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1)$ là

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 1) = 2^2 + 1 = 5.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 417. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = 2$, khi đó b bằng

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. -4.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + bx + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx + 1}{\sqrt{x^2 + bx + 1} + x} = \frac{b}{2}.$$

• Vậy $b = 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 418. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x}$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x} = \frac{2+2}{2} = 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 419. Cặp $(a; b)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} = 3$ là

- A. $a = -3, b = 0$. B. $a = 3, b = 0$.
C. $a = 0, b = -9$. D. Không tồn tại cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

Lời giải.

Theo đề bài ta có $x^2 + ax + b = (x - 3)x \Rightarrow a = -3, b = 0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 420. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 2}{3x + 1}$.

- A. $I = \frac{5}{3}$. B. $I = -\frac{2}{3}$. C. $I = 5$. D. $I = -2$.

Lời giải.

Ta có $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 2}{3x + 1} = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 421. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 8}{x - 2}$ bằng

- A. -2. B. 4. C. -4. D. 2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{8}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = 2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 422. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1)$.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. -4.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 \left(-4 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^5} \right) = +\infty$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 423. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$. Tính giá trị biểu thức $T = a - 4b$.

- A. $T = 3$. B. $T = -2$. C. $T = -1$. D. $T = 5$.

Lời giải.

Từ giả thiết, đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x^2 - 3x + 1}$, khi $x \rightarrow +\infty$. Từ đó,

$$\begin{aligned} a &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x + 1}}{x} = 2, \\ b &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - 2x) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 1}{\sqrt{4x^2 - 3x + 1} + 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3 + \frac{1}{x}}{\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} + 2} = -\frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Suy ra $a - 4b = 5$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 424. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $+\infty$. B. 2. C. 1. D. $-\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) = 0$. Mặt khác, khi $x \rightarrow 1^+$ thì $x - 1 > 0$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1}{x - 1} = +\infty$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 425. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 + 1}$ bằng

- A. 0. B. 1. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 426. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{x + 1}$.

- A. -2. B. 2. C. 0. D. $-\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + x}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |x|\sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + x\sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{x\left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 427. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

- A. $I = 1$. B. $I = 0$. C. $I = 2$. D. $I = +\infty$.

Lời giải.

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 428. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{3 - x}$ bằng

- A. -2. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{\frac{3}{x} - 1} = -2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 429. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3} = +\infty$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \frac{2}{x}$, ta có $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2 = 2 > 0$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} x = 0$, $x \rightarrow 0^+$ suy ra $x > 0$. Do đó, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = +\infty$.
 Vậy, mệnh đề sai là $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x} = -\infty$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 430. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + bx - 2}) = 1$. Tính $P = a \cdot b$.

A. 3.

B. -3.

C. 5.

D. -5.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{ax^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + bx - 2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(ax^2 + x + 1) - (x^2 + bx - 2)}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x^2 + (1-b)x + 3}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}}. \end{aligned}$$

Vì theo giả thiết dãy số có giới hạn hữu hạn khác 0 nên bậc tử = bậc mẫu. Do đó ta phải khử đi hệ số của bậc hai trên tử $\Leftrightarrow a-1=0 \Leftrightarrow a=1$.

Với $a=1$, ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-1)x^2 + (1-b)x + 3}{\sqrt{ax^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-b)x + 3}{\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + bx - 2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{(1-b) + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 + \frac{b}{x} - \frac{2}{x^2}}} \right) = \frac{b-1}{1+1}. \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán $\Rightarrow \frac{b-1}{1+1} = 2 \Rightarrow b=3$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow P = ab = 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 431. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = -\frac{3}{2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x - 2) = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x+2}{x+1} = -\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} (3x+2) = -1 < 0$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0$ và $x+1 < 0$ khi $x \rightarrow -1^-$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = +\infty$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 432. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1}$.

A. $K = 0$.

B. $K = 1$.

C. $K = -2$.

D. $K = 4$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} K &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{1}{x}} \\ &= \frac{-\sqrt{4}}{1} = -2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 433. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $\frac{3}{16}$. C. 0. D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow -2} (x+2)^2 = 0 \\ (x+2)^2 > 0, x \neq -2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = -\infty.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 434. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) = -2$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + 5c$.

- A. $P = 18$. B. $P = 12$. C. $P = 9$. D. $P = 5$.

Lời giải.

Ta thấy

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) &= -2 \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a - c^2) \cdot x^2 + bx}{\sqrt{ax^2 + bx} + cx} &= -2 \end{aligned} \quad (1)$$

Từ (1), ta thấy a, b, c thỏa mãn hệ sau

$$\begin{aligned} &\begin{cases} a > 0 \text{ (vì } a \leq 0 \text{ trái giả thiết)} \\ a + c^2 = 18 \\ a - c^2 = 0 \\ \frac{b}{\sqrt{a} + c} = -2 \end{cases} \quad (2) \\ \Rightarrow &\begin{cases} a = 9 \\ c = -12 \\ c = 3 \text{ (loại } c = -3 \text{ vì (2)).} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $P = 12$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 435. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 436. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = 5$. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)}$ bằng

A. 10.

B. 2.

C. $\frac{5}{3}$.

D. 1.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $f(1) = 10$.

Vậy

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) - 10) \cdot (\sqrt{x} + 1)}{(x - 1) \cdot (\sqrt{4f(x) + 9} + 3)} = \frac{5 \cdot (\sqrt{1} + 1)}{\sqrt{4f(1) + 9} + 3} = 1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 437. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 5}{x + 3}$.

A. $\frac{2}{3}$.B. $-\frac{5}{3}$.

C. -5.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 5}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{5}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 438. Tính $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x + 8} - x - 17}$.

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $+\infty$.D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{6\sqrt{x + 8} - x - 17} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 - 3x + 2)(6\sqrt{x + 8} + x + 17)}{-x^2 + 2x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 2)(6\sqrt{x + 8} + x + 17)}{-x + 1}. \end{aligned}$$

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 2)(6\sqrt{x + 8} + x + 17) = -36 < 0$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} (-x + 1) = 0$ và $-x + 1 < 0$, với mọi $x > 1$ nên $I = +\infty$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 439. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 1}{x - 1}$ bằng

A. $+\infty$.B. $-\infty$.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Khi } x \rightarrow 1^+, \text{ ta có } \begin{cases} 2x + 1 \rightarrow 3 \\ x - 1 \rightarrow 0 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \text{ suy ra } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 1}{x - 1} = +\infty.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 440. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+2}$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. -2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 441. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-8}{x^2+x-6}$ bằng

A. $\frac{8}{5}$.

B. 0.

C. $\frac{4}{5}$.

D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-8}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x+2)}{x+3} = \frac{8}{5}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 442. Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+4x+1} + x)$.

A. $I = -2$.

B. $I = -4$.

C. $I = 1$.

D. $I = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+4x+1} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2+4x+1} + x)(\sqrt{x^2+4x+1} - x)}{\sqrt{x^2+4x+1} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+4x+1} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+4x+1} - x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} = \frac{4}{-1-1} = -2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 443. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 0.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 444. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-2x-15}{2x-10}$ bằng

A. -1.

B. 4.

C. -4.

D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-2x-15}{2x-10} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x+3)}{2(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3}{2} = 4.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 445. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. 5.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x}} = 3.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 446. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+2}$.

A. 2.

B. -2.

C. $-\infty$.D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)}{x \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 447. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x^2 + 1)$.

A. $+\infty$.

B. 1.

C. Không tồn tại.

D. -1.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x^2 + 1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 1 = -1.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 448. Gọi a, b là các giá trị để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4} & \text{khi } x < -2 \\ x + 1 & \text{khi } x \geq -2 \end{cases}$ có giới hạn hữu hạn

khi x dần tới -2 . Tính $3a - b$.

A. 24.

B. 8.

C. 12.

D. 4.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} (x + 1) = -1.$$

Suy ra $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới -2 khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4} = -1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^2 + ax + b - 4}{x^2 - 4} = 0 (*).$$

Do $\lim_{x \rightarrow -2^-} (x^2 - 4) = 0$ nên điều kiện cần để có (*) là $\lim_{x \rightarrow -2^-} (2x^2 + ax + b - 4) = 0 \Rightarrow 2a - b = 4$.

Ngược lại, với $2a - b = 4$ ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^2 + ax + b - 4}{x^2 - 4} = 0 &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^2 + ax + 2a - 8}{x^2 - 4} = 0 \\ &\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x + a - 4}{x - 2} = 0 \\ &\Leftrightarrow a = 8. \end{aligned}$$

Suy ra $f(x)$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới $-2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 12 \end{cases}$.

Vậy $3a - b = 12$.Chọn đáp án **C** □

Câu 449. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b}$.

A. a .B. b .C. c .D. $\frac{a+b}{c}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c + \frac{a}{x^2}}{1 + \frac{b}{x^2}} = \frac{c}{1} = c.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 450. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x^2-3x}$.

A. $K = -\frac{2}{3}$.B. $K = \frac{2}{3}$.C. $K = \frac{4}{3}$.D. $K = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} K &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{4x+1}-1)(\sqrt{4x+1}+1)}{(x^2-3x)(\sqrt{4x+1}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(x-3)(\sqrt{4x+1}+1)} = -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 451. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$.

A. $\frac{5}{2}$.B. $+\infty$.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{x+1} = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 452. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

A. $m = 1$.B. $m = 0$.C. $m = \frac{1}{2}$.D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx + m + \frac{1}{4} \right) = m + \frac{1}{4}.$$

Hàm số có giới hạn tại $x = 0$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \Leftrightarrow m + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 453. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$.

A. $-\frac{1}{3}$.B. $\frac{2}{3}$.C. $\frac{1}{3}$.D. $-\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 3}}{3x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2}}}{3 + \frac{1}{x}} = \frac{-2 + 1}{3} = -\frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 454. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$.

A. $L = -5$.

B. $L = 5$.

C. $L = 0$.

D. $L = -3$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 4)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 4) = 5.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 455. Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào không tồn tại?

A. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{(x + 1)^2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x^2 + 1}$.

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x + 1}}$.

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{(x + 1)^2} = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x + 1}} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x \text{ không xác định.}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 456. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 3})$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. $-\infty$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 3}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 1 - (x - 3)}{\sqrt{x + 1} + \sqrt{x - 3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{\sqrt{x} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{3}{x}} \right)} = 0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 457. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x - 1}$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 458. Tính giới hạn $K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x + 1} - 1}{x^2 - 3x}$.

A. $K = -\frac{2}{3}$.

B. $K = \frac{2}{3}$.

C. $K = \frac{4}{3}$.

D. $K = 0$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } K = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x + 1} - 1}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{x(x - 3)(\sqrt{4x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(x - 3)(\sqrt{4x + 1} + 1)} = -\frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 459. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1}$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 460. Cho a, b là các số thực khác 0. Tìm điều kiện a, b để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + ax}{bx - 1} = 3$?

A. $\frac{a-1}{b} = 3$.

B. $\frac{a+1}{b} = 3$.

C. $\frac{-a-1}{b} = 3$.

D. $\frac{a-1}{-b} = 3$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x} + ax}{bx - 1} = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{3}{x}} + a}{b - \frac{1}{x}} = 3 \Leftrightarrow \frac{-1 + a}{b} = 3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 461. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$

A. -4.

B. -2.

C. 4.

D. 2.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 2 - x^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 2} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4 + \frac{2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2}} + 1} = -2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 462. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $+\infty$.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1) = 0$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 463. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 2x + 3}{5x^4 + 3x + 1}$.

A. $L = 0$.

B. $L = 3$.

C. $L = \frac{3}{5}$.

D. $L = +\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 \left(3 - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4} \right)}{x^4 \left(5 + \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 - \frac{2}{x^3} + \frac{3}{x^4}}{5 + \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4}} = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 464. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + x - 3)$.

A. $+\infty$.

B. 2.

C. $-\infty$.

D. -3.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + x - 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3} \right).$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3}\right) = 2 > 0$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + x - 3) = -\infty$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 465. Tính $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{2x+3}$.

A. $L = 0$.

B. $L = \frac{-1}{2}$.

C. $L = \frac{2}{3}$.

D. $L = \frac{-1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-x}{2x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{x} - 1}{2 + \frac{3}{x}} = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 466. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{13}{12}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{10}{11}$.

Lời giải.

Ta có $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x} = 2 \cdot \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} + \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x}$.

$$- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{1+x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+x} + 1} = \frac{1}{2}.$$

$$- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{4 + 2\sqrt[3]{8-x} + \sqrt[3]{(8-x)^2}} = \frac{1}{12}.$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt[3]{8-x}}{x} = 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 467. Tính $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$.

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $\sqrt{6}$.

D. $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}} = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 468. Tìm giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$.

A. $L = -1$.

B. $L = 1$.

C. $L = 0$.

D. $L = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải.

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{x - \frac{\pi}{2}} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{-\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{x - \frac{\pi}{2}} = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 469. Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$. Tính $M = \lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$.

A. $M = 5$.

B. $M = 2$.

C. $M = -6$.

D. $M = 3$.

Lời giải.

Ta có $M = \lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)] = 3 \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 6 - 12 = -6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 470. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = 0$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \frac{1}{2}$.

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = -\infty$.

Lời giải.

Tính các giới hạn đã cho ta được

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) = +\infty.$$

Từ đó suy ra $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \frac{1}{2}$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án **C** □

Câu 471. Cho số thực a thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2 + 3} + 2017}{2x + 2018} = \frac{1}{2}$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $a = \frac{-\sqrt{2}}{2}$.

C. $a = \frac{1}{2}$.

D. $a = \frac{-1}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2x^2 + 3} + 2017}{2x + 2018} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax\sqrt{2 + \frac{3}{x^2}} + 2017}{x\left(2 + \frac{2018}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a\sqrt{2 + \frac{3}{x^2}} + \frac{2017}{x}}{2 + \frac{2018}{x}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Khi đó: $\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 472. Giá trị của m để $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1} + 4}{mx - 2} = \frac{1}{2}$ thuộc tập hợp nào?

A. $m \in [-3; 0]$.

B. $m \in [-6; -3]$.

C. $m \in [1; 3]$.

D. $m \in [3; 6]$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\left(\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + \frac{4}{x}\right)}{mx - 2} = \frac{-2}{m}. \text{ Theo đề ta phải có } \frac{-2}{m} = \frac{1}{2} \text{ hay } m = -4 \in [-6; -3].$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 473. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x}$.

A. 2.

B. -1.

C. -2.

D. 0.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{x(\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + \sqrt{1 - 2x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} + \sqrt{1 - 2x}} = \frac{0}{1 + 1} = 0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 474. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{1 - x^2}$.

A. $L = \frac{1}{2}$.

B. $L = \frac{1}{4}$.

C. $L = -\frac{1}{4}$.

D. $L = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 2x}{1 + x} = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 475. Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính giới hạn sau

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)}$$

A. 24.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$ nên $f(1) = 16$. Khi đó

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)} = \frac{1}{12} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 2.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 476. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$.

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - (x+1) + (x+1) - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}.$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - (x+1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x^2}{x^2(\sqrt{1+2x} + x + 1)} = -\frac{1}{2}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1) - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2}{x^2((x+1)^2 + (x+1)\sqrt[3]{1+3x} + \sqrt[3]{(1+3x)^2})} = 1.$$

Vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 477. Tính $L = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$.

A. $L = 5$.

B. $L = 9$.

C. $L = 0$.

D. $L = 7$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7) = 1 + 1 + 7 = 9$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 478. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{3+2x}{x+2}$.

A. $-\infty$.

B. 2.

C. $+\infty$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} (3+2x) = -1 < 0$ và $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} (x+2) = 0$; $x+2 < 0$ khi $x \rightarrow (-2)^-$.

Suy ra $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{3+2x}{x+2} = +\infty$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 479. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1}$.

A. 2.

B. 3.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 480. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^2 - 1}{x}$.

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^2 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 4x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (4 + 4x) = 4.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 481. Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt{x^2 - x - 2})$.

A. $I = \frac{3}{2}$.

B. $I = \frac{1}{2}$.

C. $I = \frac{17}{11}$.

D. $I = \frac{46}{31}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt{x^2 - x - 2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + 1 - \sqrt{x^2 - x - 2})(x + 1 + \sqrt{x^2 - x - 2})}{(x + 1 + \sqrt{x^2 - x - 2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + 1)^2 - (x^2 - x - 2)}{(x + 1 + \sqrt{x^2 - x - 2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 3}{(x + 1 + \sqrt{x^2 - x - 2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 + \frac{3}{x}\right)}{x \left(1 + \frac{1}{x} + \sqrt{1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}\right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{3}{x}}{1 + \frac{1}{x} + \sqrt{1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 482. Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$. Tính

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)}.$$

A. 24.

B. $+\infty$.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Vì } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - 16) &= 0. \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 16 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2f(x) + 4} + 6} &= \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

Khi đó $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x)} + 4 + 6)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2f(x)} + 4 + 6} = 2.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 483. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{\sqrt{x + 7} - 3}.$

A. $L = 6.$ B. $L = -4.$ C. $L = 4.$ D. $L = -6.$

Lời giải.

Ta có: $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - x}{\sqrt{x + 7} - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - x)(\sqrt{x + 7} + 3)}{x + 7 - 9} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2 - x)(\sqrt{x + 7} + 3)}{-(2 - x)} = -6$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 484. Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x).$

A. $I = \frac{1}{2}.$ B. $I = +\infty.$ C. $I = 0.$ D. $I = \frac{3}{4}.$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 1 - 4x^2}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1} + 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{\sqrt{4 + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} + 2} \\ &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 485. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$

A. 0. B. 4. C. -4. D. 2.

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4.$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 486. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x + 1} - 1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là hai số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản.

Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2.$

A. $P = 13.$ B. $P = 0.$ C. $P = 5.$ D. $P = 40.$

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x + 1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{\sqrt{3x + 1} + 1} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 3, b = 2 \Rightarrow P = a^2 + b^2 = 13.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 487. Tính $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{2x^2 - 3}}.$

A. $L = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$ B. $L = \sqrt{2}.$ C. $L = \frac{1}{\sqrt{2}}.$ D. $L = -\sqrt{2}.$

Lời giải.

Ta có

$$L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{-\sqrt{2-\frac{3}{x^2}}} = -\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 488. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-2}{3-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$.
 B. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.
 C. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$.
 D. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-2) = 1 > 0, \lim_{x \rightarrow 3^+} (3-x) = 0 \text{ và } 3-x < 0 \text{ khi } x \rightarrow 3^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty.$$

$$\text{---} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{3-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x}-1} = -1.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 489. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$.

- A. $\frac{1}{2}$.
 B. $\frac{1}{4}$.
 C. 0.
 D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 490. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}, & x > 0 \\ mx+m+\frac{1}{4}, & x \leq 0 \end{cases}$ m là tham số. Tìm giá trị của tham số m để

hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

- A. $m = 1$.
 B. $m = 0$.
 C. $m = \frac{21}{2}$.
 D. $m = \frac{-1}{2}$.

Lời giải.

Hàm số có giới hạn tại $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(mx+m+\frac{1}{4} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = m + \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 491. Xác định $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2}$.

- A. 0.
 B. $-\infty$.
 C. không xác định.
 D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = +\infty.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 492. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 2018}{x^{2018} - 1}$ bằng:

- A. 2018.
 B. $\frac{2019}{2018}$.
 C. $\frac{2019}{2}$.
 D. $\frac{2018}{2}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}
& \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 2018}{x^{2018} - 1} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^{2018} - 1) + (x^{2017} - 1) + \dots + (x - 1)}{x^{2018} - 1} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^{2017} + x^{2016} + \dots + x + 1) + (x - 1)(x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 1) + \dots + (x - 1) \cdot 1}{(x - 1)(x^{2017} + x^{2016} + \dots + x + 1)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^{2017} + x^{2016} + \dots + x + 1) + (x^{2016} + x^{2015} + \dots + x + 1) + \dots + 1}{(x^{2017} + x^{2016} + \dots + x + 1)} \\
&= \frac{2018 + 2017 + \dots + 1}{2018} \\
&= \frac{2019}{2}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 493. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số?**A.** 105.**B.** 210.**C.** 84.**D.** 168.**Lời giải.**

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ trong đó, a, b, c được lấy từ tập hợp ban đầu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, $a \neq 0$, $B(x_B; y_B)$.

Vì $a \neq 0$ nên a có 6 cách chọn

Số b lấy từ tập 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 nên b có 7 cách chọn.

Số tự nhiên cần tìm là số chẵn nên c có 4 cách chọn.

Vậy số các số tự nhiên chẵn cần tìm là $6 \cdot 7 \cdot 4 = 168$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 494. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2x+a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $\frac{15}{4}$. **B.** $-\frac{15}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 1.

Lời giải.

$$\text{— } f(2) = a + 4.$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)-4}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{— } \text{Hàm số } f(x) \text{ liên tục tại } x = 2 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = a + 4 \Leftrightarrow a = -\frac{15}{4}.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 495. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ 2x+a & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $a = \frac{15}{4}$. **B.** $a = -\frac{15}{4}$. **C.** $a = \frac{1}{4}$. **D.** $a = 1$.

Lời giải.

Ta có $f(2) = a + 4$ và

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{4}.$$

Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow a + 4 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{15}{4}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 496. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

A. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

B. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

C. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

D. $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 497. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

A. $m = -1$.

B. $m = -2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m + 1 = f(0).$$

$$f(x) \text{ liên tục tại } x = 0 \text{ khi } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m = -2.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 498. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x+2} - 2} & \text{khi } x > 2 \\ m^2x - 4m + 6 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số đã cho liên tục tại $x = 2$?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $f(2) = 2m^2 - 4m + 6$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (m^2x - 4m + 6) = 2m^2 - 4m + 6.$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x+2} - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x^2 - 3x + 2)(\sqrt{x+2} + 2)}{x + 2 - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x-1)(\sqrt{x+2} + 2)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} [(x-1)(\sqrt{x+2} + 2)] \\ &= 4. \end{aligned}$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 2m^2 - 4m + 6 = 4 \Leftrightarrow 2m^2 - 4m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy $m = 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 499. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ mx - 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = 3$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. Không tồn tại m .

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có

$$— f(2) = 2m - 4.$$

$$— \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2.$$

$$— \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (mx - 4) = 2m - 4.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ khi

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Leftrightarrow 2m - 4 = 2 \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy $m = 3$ thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 500. Tìm m để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 2\sqrt{x - 2} & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x - 5m + m^2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $m = 2; m = 3$.

B. $m = -2; m = -3$.

C. $m = 1; m = 6$.

D. $m = -1; m = -6$.

Lời giải.

TXĐ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

+ Xét trên $(2; +\infty)$ khi đó $f(x) = x^2 + 2\sqrt{x - 2}$.

$\forall x_0 \in (2; +\infty): \lim_{x \rightarrow x_0} (x_0^2 + 2\sqrt{x_0 - 2}) = x_0^2 + 2\sqrt{x_0 - 2} = f(x_0) \Rightarrow$ hàm số liên tục trên $(2; +\infty)$.

+ Xét trên $(-\infty; 2)$ khi đó $f(x) = 5x - 5m + m^2$ là hàm đa thức liên tục trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số liên tục trên $(-\infty; 2)$.

+ Xét tại $x_0 = 2$, ta có $f(2) = 4$.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 2\sqrt{x - 2}) = 4; \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (5x - 5m + m^2) = m^2 - 5m + 10.$$

Để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ thì nó phải liên tục tại $x_0 = 2$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m + 10 = 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 501. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x + 1} - \sqrt{x + 2018}} & \text{khi } x \neq 1 \\ k & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm k để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

A. $k = 2\sqrt{2019}$. B. $k = \frac{2017\sqrt{2018}}{2}$. C. $k = 1$. D. $\frac{2016}{2017}\sqrt{2019}$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x + 1} - \sqrt{x + 2018}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^{2016} - 1 + x - 1)(\sqrt{2018x + 1} + \sqrt{x + 2018})}{2018x + 1 - (x + 2018)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)[(x^{2015} + x^{2014} + \dots + 1) + 1](\sqrt{2018x + 1} + \sqrt{x + 2018})}{2018(x - 1) - (x - 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[(x^{2015} + x^{2014} + \dots + 1) + 1](\sqrt{2018x + 1} + \sqrt{x + 2018})}{2017} \\ &= \frac{2017 \cdot 2\sqrt{2019}}{2017} = 2\sqrt{2019}. \end{aligned}$$

Vậy để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $k = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2\sqrt{2019}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 502. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 2 & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{2x + a}{x^2 + 1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giá trị của a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ là

A. 1. B. -2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Ta xét $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x^2 - 2) = 0$ và $f(1) = 0$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + a}{x^2 + 1} = \frac{a + 2}{2}.$$

Để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \frac{a + 2}{2} = 0 \Leftrightarrow a = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 503. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ ax + 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a = \frac{1}{6}$. B. $a = -1$. C. $a = -\frac{4}{3}$. D. $a = \frac{4}{3}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Với $x \neq 2$ thì hàm số đã cho liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.

Như vậy hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi nó liên tục tại $x = 2$.

Ta có $f(2) = 2a + 3$.

Mặt khác

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4(x - 2)}{(x - 2)(\sqrt[3]{16x^2} + 2\sqrt[3]{4x} + 4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{\sqrt[3]{16x^2} + 2\sqrt[3]{4x} + 4} = \frac{1}{3}.$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x = 2$ khi $2a + 3 = \frac{1}{3}$ hay $a = -\frac{4}{3}$.

Vậy với $a = -\frac{4}{3}$ thì hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 504. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{1-x^3}{1-x} & , \text{khi } x < 1 \\ 1 & , \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. y liên tục phải tại $x = 1$.

B. y liên tục tại $x = 1$.

C. y liên tục trái tại $x = 1$.

D. y liên tục trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Viết lại hàm số $y = \begin{cases} 1+x+x^2 & , \text{khi } x < 1 \\ 1 & , \text{khi } x \geq 1. \end{cases}$

Có $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (1+x+x^2) = 3$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \neq 3$.

Vậy y liên tục phải tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 505. Tìm giá trị của tham số a để hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5x+6}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ a & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ liên tục tại $x = 3$.

A. $a = 0$.

B. $a = 1$.

C. $a = -1$.

D. $a = 2$.

Lời giải.

Khi $x \neq 3$ ta có $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-2) = 1$.

Khi $x = 3$ ta có $f(3) = a$.

Vậy hàm số đã cho liên tục tại $x = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 1 = a$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 506. Tìm m để hàm số $y = \begin{cases} \frac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ mx+1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $-\frac{4}{3}$.

B. $-\frac{1}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt[3]{x}-x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt[3]{x}-1)-(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1} - 1 \right) = -\frac{1}{3}.$$

Để thấy hàm số liên tục khi $x \neq 1$. Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow -\frac{1}{3} = m+1 \Leftrightarrow m = -\frac{4}{3}.$$

Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi $m = -\frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 507. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x+m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

A. $m = 0$.

B. $m = 6$.

C. $m = 4$.

D. $m = 2$.

Lời giải.

Ta có:

$$— f(1) = m + 3.$$

$$— \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 2) = 3.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 3 = m + 3 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 508. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm

số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

A. $a = -\frac{3}{4}$.

B. $a = \frac{4}{3}$.

C. $a = -\frac{4}{3}$.

D. $a = \frac{3}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2 (\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4} + 2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Ta lại có } f(0) = 2a - \frac{5}{4}.$$

$$\text{Để hàm số liên tục tại } x = 0 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = 2a - \frac{5}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 509. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x < -1 \\ mx + 2 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$.

A. $m = -\frac{3}{2}$.

B. $m = -\frac{5}{2}$.

C. $m = \frac{3}{2}$.

D. $m = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Ta có

$$— f(-1) = -m + 2.$$

$$— \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -m + 2.$$

$$— \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{(x + 1)(x + 2)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x + 2}{x - 1} = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = -1 \Leftrightarrow f(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \Leftrightarrow -m + 2 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 510. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $a = 0$.

B. $a = -1$.

C. $a = 2$.

D. $a = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$— \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2;$$

$$— f(1) = a.$$

$$— \text{Để hàm số liên tục tại điểm } x_0 = 1 \text{ thì } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = 2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 511. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ m & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

A. $m = 3$.B. $m = 1$.C. $m = 2$.D. $m = 0$.**Lời giải.**

Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi $m = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 1) = 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 512. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{5x-1}-2}{x-1}, & \text{nếu } x > 1 \\ mx + m + \frac{1}{4}, & \text{nếu } x \leq 1 \end{cases}$, (m là tham số). Giá trị m để hàm số

liên tục trên $\mathbb{R}$ làA. $m = 0$.B. $m = \frac{1}{2}$.C. $m = 2$.D. $m = 1$.**Lời giải.**Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Trên $(-\infty; 1)$, $(1; +\infty)$ hàm số $f(x)$ liên tục.Xét tính liên tục của $f(x)$ tại $x = 1$.Ta có $f(1) = 2m + \frac{1}{4}$.Ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{5x-1}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5}{\sqrt{5x-1}+2} = \frac{5}{4}$.Ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (mx + m + \frac{1}{4}) = 2m + \frac{1}{4}$.Ta có $f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2m + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.Chọn đáp án (B) □**Câu 513.** Cho các mệnh đề:

1. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(a; b)$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì tồn tại $x_0 \in (a; b)$ sao cho $f(x_0) = 0$.
2. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.
3. Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục, đơn điệu trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất trên $(a; b)$.

Trong ba mệnh đề trên

A. Có đúng hai mệnh đề sai.

B. Cả ba mệnh đề đều đúng.

C. Cả ba mệnh đề đều sai.

D. Có đúng một mệnh đề sai.

Lời giải.

Theo tính chất hàm số liên tục thì mệnh đề 1 sai, mệnh đề 2, 3 đúng.

Chọn đáp án (D) □

Câu 514. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$. Khi đó số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ với trục Ox là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.Hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$.Hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ bậc ba nên có đồ thị cắt Ox tại nhiều nhất 3 điểm. (1)

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$, suy ra $\exists \alpha < -2$ sao cho $f(\alpha) < 0$.

Lại có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, suy ra $\exists \beta > 2$ sao cho $f(\beta) > 0$.

Hơn nữa $y(-2) = -8 + 4a - 2b + c > 0$ và $y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0$.

Từ đó suy ra $y(\alpha) \cdot y(-2) < 0$, $y(-2) \cdot y(2) < 0$, $y(2) \cdot y(\beta) < 0$.

Do đó đồ thị hàm số cắt Ox tại ít nhất 3 điểm. (2)

Từ (1) và (2) suy ra đồ thị hàm số đã cho cắt Ox tại đúng ba điểm.

Chọn đáp án **D** □

Câu 515. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{khi } x < -2 \\ m & \text{khi } x \geq -2 \end{cases}$. Tìm m để tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$.

A. $m = 5$.

B. $m = -1$.

C. $m = -3$.

D. $m = 3$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} m = m$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} (1 - x^2) = -3$.

Để tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ thì $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) \Leftrightarrow m = -3$

Chọn đáp án **C** □

Câu 516. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{nếu } x \neq 3 \\ m & \text{nếu } x = 3 \end{cases}$. Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi m

bằng

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục tại $x = 3$ khi

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} = m$$

$$\Leftrightarrow m = -4.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 517. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$ ($a < b$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số liên tục trên $(a; b]$ khi và chỉ khi hàm số liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

B. Hàm số liên tục trên $[a; b)$ khi và chỉ khi hàm số liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$.

C. Cho $x_0 \in (a; b)$, hàm số liên tục tại x_0 khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

D. Cho $x_0 \in (a; b)$, hàm số có giới hạn là một số thực L tại x_0 khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) =$

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L.$$

Lời giải.

Hàm số liên tục trên $(a; b]$ khi và chỉ khi hàm số liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

Chọn đáp án **A** □

Câu 518. Hàm số nào trong các hàm số sau liên tục tại điểm $x = 1$?

A. $h(x) = \begin{cases} x + 1, & x \geq 1 \\ 3x - 1, & x < 1 \end{cases}$

B. $f(x) = \frac{x+3}{x^2-1}$.

$$\text{C. } g(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1 \\ 2x-3, & x < 1 \end{cases}$$

$$\text{D. } k(x) = \sqrt{1-2x}.$$

Lời giải.

Xét hàm số $h(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1 \\ 3x-1, & x < 1 \end{cases}$. Ta có

$$h(1) = 2; \lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x-1) = 2.$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = h(1) = 2.$$

Vậy $h(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 519. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

$$\text{A. } m = -1.$$

$$\text{B. } m = -2.$$

$$\text{C. } m = 1.$$

$$\text{D. } m = 2.$$

Lời giải.

Hàm số liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = m \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x-2) = m \Leftrightarrow m = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 520. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x = 1$?

$$\text{A. } y = \frac{x-1}{x^2+x+1}.$$

$$\text{B. } y = \frac{x^2+2}{x-1}.$$

$$\text{C. } y = (x-1)(x^2+x+1).$$

$$\text{D. } y = \frac{x^2-x+1}{x+1}.$$

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+2}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+2}{x-1} = -\infty$ nên hàm số $y = \frac{x^2+2}{x-1}$ gián đoạn tại điểm $x = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 521. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-6}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ -2ax+1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$.

Xác định a để hàm số liên tục tại điểm $x = 2$.

$$\text{A. } a = 2.$$

$$\text{B. } a = 1.$$

$$\text{C. } a = -1.$$

$$\text{D. } a = \frac{1}{2}.$$

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x-2} = 5$ và $\lim_{x \rightarrow 2} (-2ax+1) = -4a+1$.

Để hàm số liên tục tại điểm $x = 2$ thì $-4a+1 = 5 \Leftrightarrow a = -1$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 522. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x > 2 \\ x^2+m & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$.

$$\text{A. } m = -1.$$

$$\text{B. } m = 0.$$

$$\text{C. } m = 3.$$

$$\text{D. } m = -6.$$

Lời giải.

$f(2) = 4 + m$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4 + m$. Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi

$$4 + m = 3 \Leftrightarrow m = -1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 523. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ a & \text{khi } x = 0. \end{cases}$ Tìm a để $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải.

Hàm số liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = a \Leftrightarrow a = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 524. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + m & \text{khi } x \geq 2 \\ 3x - 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ (m là tham số). Tìm giá trị thực của tham số

m để hàm số đã cho liên tục tại $x_0 = 2$.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = 3$.

Lời giải.

$$f(2) = 4 + m;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + m) = 4 + m.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x - 1) = 5.$$

Hàm số đã cho liên tục tại $x_0 = 2$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 4 + m = 5 \Leftrightarrow m = 1.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 525. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 7x - 6}{x - 3} & \text{khi } x > 3 \\ x^2 + 5mx + 2 & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$ liên tục với

mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m = 7$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Với $x > 3$ thì $f(x)$ là hàm số phân thức hữu tỉ nên nó liên tục trên khoảng $(3; +\infty)$.

Với $x < 3$ thì $f(x)$ là hàm số đa thức nên nó liên tục trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) = 3^2 + 15m + 2 = 15m + 11.$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x^2 - 7x - 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(3x + 2)(x - 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} (3x + 2) = 11.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 3$, tức là

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \Leftrightarrow 15m + 11 = 11 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy hàm số $f(x)$ liên tục với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi $m = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 526. Giá trị của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 2m - \frac{5}{4}x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$ là

- A. 3. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} = \frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(2m - \frac{5}{4}x\right) = 2m \text{ và } f(0) = 2m.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 2m = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \frac{1}{8}.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 527. Giá trị của tham số a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{nếu } x > 1 \\ ax - \frac{1}{2} & \text{nếu } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. -1 . C. 1 . D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(1) = a - \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(ax - \frac{1}{2}\right) = a - \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 1 \text{ khi } f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \Leftrightarrow a - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 1.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 528. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = -8$ hoặc $m = \frac{7}{4}$. B. $m = 8$ hoặc $m = -\frac{7}{4}$.
C. $m = -\frac{7}{4}$. D. $m = \frac{7}{4}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên các khoảng $(-\infty; 4)$, $(4; +\infty)$. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi liên tục tại điểm $x = 4$.

$$\text{Hàm số liên tục tại điểm } x = 4 \text{ khi } \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4) \Leftrightarrow 8 = 4m + 1 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 529. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } \cos x \geq 0 \\ 1 + \cos x & \text{nếu } \cos x < 0 \end{cases}$. Hỏi hàm số f có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng $(0; 2018)$?

- A. 2018. B. 1009. C. 542. D. 321.

Lời giải.

Do các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

$$\text{Ta xét hàm số } f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right] \\ 1 + \cos x & \text{nếu } x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$\text{Ta xét } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} (1 + \cos x) = 1 = f\left(\frac{\pi}{2}\right).$$

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \sin x = 1 = f\left(\frac{\pi}{2}\right). \text{ Do đó hàm số liên tục tại } x = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{Mặt khác, ta xét } \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} \sin x = -1 = f\left(\frac{3\pi}{2}\right).$$

$$\text{Tương tự } \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} (1 + \cos x) = 1 \neq f\left(\frac{3\pi}{2}\right). \text{ Do đó hàm số gián đoạn tại } x = \frac{3\pi}{2}.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2\pi^-} \sin x = 0 = f(2\pi).$$

Vậy điểm gián đoạn của hàm số có dạng $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Để $x \in (0; 2018)$ suy ra $0 < \frac{3\pi}{2} + k2\pi < 2018 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} < k < \frac{1}{2\pi} \left(2018 - \frac{3\pi}{2}\right)$, vì $k \in \mathbb{Z}$ suy ra $k \in \{0, 1, 2, \dots, 320\}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 530. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

(I) Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$.

(II) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

$$(III) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}.$$

A. Chỉ (II). B. Chỉ (I) và (III). C. Chỉ (II) và (III). D. Chỉ (I).

Lời giải.

Hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ có tập xác định $[0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Vậy hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1 \Rightarrow (I)$ đúng.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow (III) \text{ đúng.}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 531. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ m & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$, với m tham số thực. Tìm m để hàm số $f(x)$

liên tục tại $x = 1$.

A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 532. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3}{x-\sqrt{3}} & \text{khi } x \neq \sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & \text{khi } x = \sqrt{3} \end{cases}$ Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng

định sau:

(I). $f(x)$ liên tục tại $x = \sqrt{3}$.

(II). $f(x)$ gián đoạn tại $x = \sqrt{3}$.

(III). $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. Chỉ I và II.

B. Chỉ I và III.

C. Cả I, II, III đều đúng.

D. Chỉ II và III.

Lời giải.

Với $x_0 \in (-\infty; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$ ta có $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} = \frac{x_0^2 - 3}{x_0 - \sqrt{3}} = f(x_0)$. Suy ra hàm số liên tục với mọi $x_0 \in (-\infty; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$ (1)

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{x^2 - 3}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} (x + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} = f(\sqrt{3}) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 533. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - x}{x + 1} & \text{với } x < 0, x \neq -1 \\ 1 & \text{với } x = -1 \\ \sqrt{x} \cos x & \text{với } x \geq 0. \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. $f(x)$ liên tục tại mọi điểm, trừ điểm $x = -1$.

C. $f(x)$ liên tục tại mọi điểm, trừ điểm $x = 0$.

D. $f(x)$ liên tục tại mọi điểm, trừ điểm $x = 0$ và $x = 1$.

Lời giải.

Ta có:

$f(x) = \sqrt{x} \cos x$ với $x \geq 0$ nên $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$.

$f(x) = \frac{x^3 - x}{x + 1}$ với $x < 0, x \neq -1$ nên $f(x)$ liên tục trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; 0)$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x - 1)(x + 1)}{(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} x(x - 1) = 2 \neq f(-1)$, suy ra $f(x)$ gián đoạn tại $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(x - 1)(x + 1)}{(x + 1)} = 0.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \cos x = 0 = f(0). \text{ Vậy } f(x) \text{ liên tục tại } x = 0.$$

Vậy $f(x)$ liên tục tại mọi $x \neq -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 534. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{với } x \neq 2 \\ 2m + 1 & \text{với } x = 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của m sau đây để hàm

số $f(x)$ liên tục tại $x = 2$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. -1.

Lời giải.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$x = 2 \in \mathcal{D}, f(2) = 2m + 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) = 1.$$

Để hàm số liên tục tại $x = 2$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 1 = 2m + 1 \Leftrightarrow m = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 535. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2. \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ hàm số liên tục tại $x = 2$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 = 2(1-m)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 536. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ -2ax + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$. Xác định a để hàm số liên tục tại điểm $x = 2$.

A. $a = 2$.

B. $a = \frac{1}{2}$.

C. $a = 1$.

D. $a = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x+3) = 2+3 = 5.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-2ax + 1) = -2a \cdot 2 + 1 = -4a + 1.$$

$$f(2) = -4a + 1.$$

Khi đó, để hàm số liên tục tại $x = 2$ thì

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 5 = -4a + 1 \Leftrightarrow a = -1.$$

Vậy $a = -1$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 537. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ mx + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 2$.

A. $m = \frac{17}{2}$.

B. $m = \frac{15}{2}$.

C. $m = \frac{13}{2}$.

D. $m = \frac{11}{2}$.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12.$$

$$f(2) = 2m + 1$$

Hàm số liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m = \frac{11}{2}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 538. Tìm P để hàm số $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, \forall x > 1 \\ 6Px - 3, \forall x \leq 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $P = \frac{5}{6}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{6}$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

/Tập xác định của hàm số : $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Với $x > 1$ và $x < 1$ hàm số xác định nên liên tục.

Xét tại $x = 1$, ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = 6P - 3 = y(1)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 3) = -2$.

Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} y = y(1) \Leftrightarrow 6P - 3 = -2 \Leftrightarrow P = \frac{1}{6}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 539. Cho a, b là hai số thực sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} & , \text{ với } x \neq 1 \\ 2ax - 1 & , \text{ với } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Tính $a - b$.

A. 0. B. -1. C. -5. D. 7.

Lời giải.

Nếu $x = 1$ không là nghiệm của $x^2 + ax + b = 0$ thì $\lim_{x \rightarrow 1} (x) = \infty$, nên hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$, vô lý.

Vậy $x = 1$ là nghiệm của $x^2 + ax + b = 0$, hay $a + b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = -a - 1$.

Khi đó: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax - a - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1 + a) = 2 + a$.

Mà $f(1) = 2a - 1$, nên để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì $2 + a = 2a - 1 \Leftrightarrow a = 3$, suy ra $b = -4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 540. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm

$x_0 = 1$.

A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{3}{4}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $f(1) = m$ và $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{\sqrt{3x+1}+2} = \frac{3}{4}$. Do đó, hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 541. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

Lời giải.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi hàm số liên tục tại $x = 0$. Do đó,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x} - m) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 1) = -1 \Leftrightarrow m = -1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 542. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 8 + a^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị của tham số a để hàm số liên tục tại $x = 1$.

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$. Do giả thiết ta có $f(1) = 8 + a^2$ và

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{(ax+2) \cdot (x-1)}{\sqrt{x+3} - 2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{(ax+2) \cdot (x-1) (\sqrt{x+3} + 2)}{(\sqrt{x+3} - 2)(\sqrt{x+3} + 2)} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{(ax+2) \cdot (x-1) (\sqrt{x+3} + 2)}{x-1} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[(ax+2) \cdot (\sqrt{x+3} + 2) \right] \\ &= 4(a+2) = 4a + 8. \end{aligned}$$

Suy ra $4a + 8 = 8 + a^2 \Leftrightarrow a^2 - 4a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$. Vậy tồn tại 2 giá trị của a để hàm số liên tục tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 543. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây không liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y = |x|$.B. $y = \frac{x}{x+1}$.C. $y = \sin x$.D. $y = \frac{x}{|x|+1}$.**Lời giải.**

Hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 544. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x$, $\forall x > 0$ và $f(1) = -1$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm trên $(0; +\infty)$.B. phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(0; 1)$.C. phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(1; 2)$.D. phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(2; 5)$.**Lời giải.**

Ta có $x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \geq 2\sqrt{2x^2} - 2x \geq 0 \forall x > 0$, nên $f'(x) > 0 \forall x > 0$, hay hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Suy ra $f(0) < f(1) = -1$ và $f(x) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm trên $(0; +\infty)$.

Mà

$$f(2) = f(1) + \int_1^2 f'(x) dx \geq \int_1^2 \left(x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \right) dx = \frac{16}{5} > 0.$$

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(1; 2)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 545. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - (a-2)x - 2}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 8 + a^2 & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số a để hàm số liên tục tại $x = 1$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(ax+2)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} [(ax+2)(\sqrt{x+3}+2)] = 4a+8$.

Lại có $f(1) = 8 + a^2$.

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 4a+8 = 8+a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=4. \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị của tham số a thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 546. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x & \text{khi } |x| \leq 1 \\ x+1 & \text{khi } |x| > 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.B. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.D. Hàm số gián đoạn tại $x = \pm 1$.

Lời giải.

Ta có

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+1) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \sin \pi x = \sin \pi = 0$. Suy ra hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \sin \pi x = \sin(-\pi) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0$; $f(-1) = \sin(-\pi) = 0$.

Suy ra hàm số liên tục tại $x = -1$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 547. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+a-1 & \text{nếu } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị của a để hàm số đã

cho liên tục tại điểm $x = 0$.

A. $a = 1$.B. $a = 3$.C. $a = 2$.D. $a = 4$.

Lời giải.

Ta có $f(0) = a-1$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (3x+a-1) = a-1$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x(\sqrt{1+2x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{1+2x}+1} = 1$.

Hàm số liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Leftrightarrow a-1 = 1 \Leftrightarrow a = 2$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 548. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.

A. $m = -8$.B. $m = 8$.C. $m = -\frac{7}{4}$.D. $\frac{7}{4}$.

Lời giải.

Hàm số liên tục khi $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4) \Leftrightarrow 8 = 4m + 1 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 549. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$?

A. $2x^2 - 3x + 4 = 0$.

B. $(x - 1)^5 - x^7 - 2 = 0$.

C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$.

D. $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 3x^{2017} - 8x + 4 = 0$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$f(0) = 4; f(1) = -1 \Rightarrow f(0) \cdot f(1) = -4 < 0$ suy ra phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 550. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2m + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 2$.

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = \frac{13}{2}$.

C. $m = \frac{11}{2}$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12, f(2) = 2m + 1$. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 2$ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 12 = 2m + 1 \Leftrightarrow m = \frac{11}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 551. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số đã cho liên tục tại

$x = 1$.

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + mx) = m + 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{4}.$$

Và $f(1) = m + 1$. Khi đó hàm số liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$, hay

$$m + 1 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{4}$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 552. Giá trị của b để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2b + 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$ là

A. $-\frac{1}{4}$.

B. $-\frac{3}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $-\frac{3}{8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{4}; \text{ và } f(2) = 2b + 1.$$

$$\text{Hàm số } f(x) \text{ liên tục tại } x = 2 \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{1}{4} = 2b + 1 \Leftrightarrow b = -\frac{3}{8}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 553. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 0$.

B. $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

C. $f(\sqrt{2}) < 0$.

D. $f(x)$ gián đoạn tại $x = 0$.

Lời giải.

Ta thấy mệnh đề: $f(x)$ liên tục tại $x = 0$ và mệnh đề: $f(x)$ gián đoạn tại $x = 0$ xung khắc nhau, do đó ta chỉ cần kiểm tra tính liên tục của hàm $f(x)$ tại $x = 0$.

$$\text{Ta có } f(0) = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\left(\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \right] = \frac{1}{2}.$$

Do $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$. Vậy hàm số gián đoạn tại $x = 0$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 554. Tìm a để các hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ liên tục tại $x = 0$.

A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{6}$. D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{x(ax+2a+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(ax+2a+1)(\sqrt{4x+1}+1)} = \frac{2}{2a+1}.$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{2a+1} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 555. Tìm a để hàm số $y = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a+2x & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 2$.

A. $a = \frac{1}{4}$. B. $a = 1$. C. $a = -\frac{15}{4}$. D. $a = 4$.

Lời giải.

Ta có $f(2) = 4 + a$ và

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Do đó hàm số liên tục tại } x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow a = -\frac{15}{4}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 556. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ a & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

A. $a = \frac{1}{8}$. B. $a = +\infty$. C. $a = -\frac{1}{8}$. D. $\frac{a = 2 - \sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = [-3; +\infty) \setminus \{-1\}$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - (x+3)}{(x-1)(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{(x+1)(2 + \sqrt{x+3})} = -\frac{1}{8}. \end{aligned}$$

Hàm số liên tục tại $x_0 = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = -\frac{1}{8}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 557. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ \sqrt{x^2+1}-m & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ liên tục

trên $\mathbb{R}$.

A. $m = \frac{3}{2}$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = -2$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Với $x > 0$, ta có $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$.

Với $x < 0$, ta có $f(x) = \sqrt{x^2+1}-m$ liên tục trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Tại $x = 0$, ta có

— $f(0) = 1 - m$.

— $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2}$.

— $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (\sqrt{x^2+1}-m) = 1 - m$.

Suy ra hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 1 - m = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 558. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ ax+1 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

A. $a = \frac{1}{2}$.

B. $a = -1$.

C. $a = -\frac{1}{2}$.

D. $a = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax+1) = a+1$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2} = f(1)$.

Hàm $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a+1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 559. Trong các hàm số

$$f_1(x) = \sin x, f_2(x) = \sqrt{x+1}, f_3(x) = x^3 - 3x \text{ và } f_4(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x-1} & \text{khi } x \geq 1 \\ 2-x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

có tất cả bao nhiêu hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

— Hàm số $f_2(x) = \sqrt{x+1}$ không liên tục trên $\mathbb{R}$ vì có tập xác định $\mathcal{D} = [-1; +\infty)$.

— Hàm số $f_1(x) = \sin x$, $f_3(x) = x^3 - 3x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

— Ta xét tính liên tục của hàm số $f_4(x) = \begin{cases} x + \sqrt{x-1} & \text{khi } x \geq 1 \\ 2-x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Hàm số $f_4(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Ta cần xét tính liên tục tại $x = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f_4(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + \sqrt{x-1}) = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^-} f_4(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2-x) = 1.$$

Vậy hàm số $f_4(x)$ liên tục tại $x = 1$ và do đó liên tục trên $\mathbb{R}$.

Kết luận: Có tất cả ba hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 560. Hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2} & \text{khi } x > 4 \\ 3x-m & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 4$ khi m nhận giá trị là

A. 44. B. -20. C. 20. D. -44.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (3x-m) = 12-m$.

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(x-4)(x+4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x+4)(\sqrt{x}+2) = 32.$$

Mặt khác: $f(4) = 12-m$.

Hàm số liên tục tại $x_0 = 4 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} = \lim_{x \rightarrow 4^-} = f(4) \Leftrightarrow 12-m = 32 \Leftrightarrow m = -20$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 561. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x+m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi m nhận giá trị

A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Lời giải.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x+m) = 1+m$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2-1) = f(1) = 0$.

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ thì $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 1+m = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 562. Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-12x+35}{25-5x}$.

A. $\frac{2}{5}$. B. $-\frac{2}{5}$. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-12x+35}{25-5x} &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x-7)}{5(5-x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-x+7}{5} \\ &= \frac{2}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 563. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

A. $a = \frac{5}{2}$.

B. $a = -\frac{11}{6}$.

C. $a = 3$.

D. $a = 2$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 4} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5}} \\ &= \frac{1}{6}.\end{aligned}$$

$f(4) = a + 2$.

Hàm số liên tục tại $x_0 = 4$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4) \Leftrightarrow a + 2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 564. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{|2x^2 - 7x + 6|}{x-2} & \text{khi } x < 2 \\ a + \frac{1-x}{2+x} & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Biết a là giá trị để hàm số $f(x)$ liên tục

tại $x_0 = 2$, tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $-x^2 + ax + \frac{7}{4} > 0$.

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(a + \frac{1-x}{2+x}\right) = a - \frac{1}{4} = f(2)$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2x^2 - 7x + 6|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-2x + 3) = -1$. Hàm số liên tục tại $x_0 = 2 \Leftrightarrow a - \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$.

$$-x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{7}{4} > 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{4} < x < 1 \text{ suy ra } x = -1, x = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 565. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục

tại điểm $x = 2$.

A. $m = -3$.

B. $m = 1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3.$$

Để $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = m \Leftrightarrow m = 3$.Chọn đáp án **(C)** □

Câu 566. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+6}{3x^2-27}, x \neq \pm 3 \\ -\frac{1}{9}, x = \pm 3 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm x thuộc khoảng $(-3; 3)$.B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = -3$.C. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 3$.D. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.**Lời giải.**

Với $x \neq \pm 3$ thì $f(x) = \frac{2x+6}{3x^2-27}$ là hàm phân thức nên liên tục với $\forall x \neq \pm 3$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+6}{3x^2-27} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x+3)}{3(x+3)(x-3)} = \infty$ nên hàm số không liên tục tại $x = 3$.

$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x+6}{3x^2-27} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2(x+3)}{3(x+3)(x-3)} = \frac{-1}{9}$ nên hàm số liên tục tại $x = -3$.

Chọn đáp án 

□

Câu 567. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} - m & \text{với } x \geq 0 \\ mx + 2 & \text{với } x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

— Với $x > 0$ thì $f(x) = 2\sqrt{x} - m$ liên tục.

— Với $x < 0$ thì $f(x) = mx + 2$ liên tục.

— Tại $x = 0$, ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (2\sqrt{x} - m) = -m.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 2) = 2.$$

$f(0) = -m$. Nên, hàm số liên tục tại $x = 0$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 2 \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy, hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m = -2$.

Chọn đáp án 

□

ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. B	4. C	5. A	6. D	7. B	8. B	9. A	10. D
11. B	12. C	13. A	14. D	15. C	16. B	17. B	18. C	19. B	20. A
21. C	22. A	23. D	24. D	25. B	26. C	27. D	28. A	29. C	30. B
31. D	32. C	33. B	34. C	35. D	36. D	37. C	38. A	39. A	40. A
41. A	42. C	43. C	44. C	45. B	46. B	47. C	48. C	49. D	50. C
51. A	52. B	53. C	54. D	55. D	56. A	57. D	58. A	59. B	60. D
61. C	62. C	63. B	64. A	65. C	66. B	67. B	68. C	69. B	70. A
71. A	72. C	73. A	74. B	75. C	76. B	77. D	78. A	79. A	80. D
81. C	82. A	83. C	84. B	85. B	86. D	87. B	88. B	89. C	90. A
91. C	92. A	93. B	94. C	95. A	96. C	97. A	98. A	99. A	100. C
101. C	102. B	103. C	104. A	105. D	106. B	107. A	108. B	109. D	110. A
111. C	112. B	113. D	114. C	115. B	116. B	117. A	118. C	119. C	120. C
121. A	122. D	123. B	124. D	125. B	126. D	127. B	128. C	129. A	130. D
131. B	132. A	133. B	134. C	135. A	136. A	137. D	138. C	139. C	140. B
141. C	142. C	143. C	144. D	145. D	146. D	147. A	148. B	149. A	150. D
151. B	152. A	153. B	154. A	155. C	156. B	157. A	158. A	159. C	160. B
161. D	162. B	163. D	164. D	165. B	166. C	167. C	168. B	169. C	170. C
171. C	172. D	173. A	174. D	175. A	176. D	177. D	178. D	179. D	180. D
181. D	182. D	183. D	184. A	185. C	186. A	187. C	188. C	189. D	190. C
191. C	192. B	193. B	194. C	195. A	196. B	197. D	198. D	199. C	200. D
201. B	202. D	203. C	204. D	205. A	206. B	207. B	208. A	209. A	210. C
211. B	212. A	213. B	214. A	215. B	216. D	217. B	218. A	219. D	220. B
221. B	222. B	223. B	224. A	225. B	226. C	227. D	228. B	229. A	230. A
231. D	232. A	233. B	234. C	235. A	236. A	237. C	238. B	239. B	240. D
241. D	242. D	243. C	244. C	245. D	246. C	247. C	248. C	249. B	250. A
251. C	252. A	253. D	254. A	255. D	256. A	257. C	258. C	259. C	260. D
261. C	262. A	263. B	264. D	265. B	266. B	267. A	268. A	269. A	270. A
271. A	272. C	273. C	274. B	275. C	276. D	277. D	278. A	279. D	280. A
281. C	282. A	283. B	284. C	285. B	286. C	287. A	288. D	289. B	290. C
291. B	292. D	293. C	294. D	295. C	296. C	297. B	298. A	299. C	300. B
301. A	302. A	303. D	304. C	305. A	306. B	307. C	308. A	309. B	310. B
311. D	312. B	313. B	314. C	315. C	316. B	317. A	318. C	319. A	320. B
321. C	322. D	323. D	324. C	325. D	326. A	327. B	328. A	329. A	330. B
331. C	332. B	333. B	334. D	335. C	336. D	337. C	338. C	339. B	340. A
341. B	342. A	343. A	344. C	345. C	346. C	347. A	348. D	349. C	350. B
351. B	352. B	353. B	354. A	355. D	356. A	357. B	358. D	359. C	360. C
361. D	362. B	363. B	364. B	365. A	366. B	367. D	368. A	369. B	370. B
371. A	372. A	373. C	374. C	375. D	376. D	377. D	378. D	379. B	380. A
381. D	382. C	383. D	384. C	385. C	386. C	387. C	388. C	389. B	390. A
391. A	392. D	393. B	394. B	395. B	396. C	397. C	398. A	399. D	400. D
401. D	402. D	403. A	404. A	405. D	406. A	407. A	408. B	409. B	410. A

411. C	412. A	413. C	414. A	415. A	416. B	417. C	418. B	419. A	420. A
421. D	422. B	423. D	424. A	425. A	426. B	427. C	428. A	429. B	430. A
431. B	432. C	433. A	434. B	435. C	436. D	437. D	438. C	439. A	440. A
441. A	442. A	443. C	444. B	445. A	446. A	447. D	448. C	449. C	450. A
451. A	452. B	453. A	454. B	455. D	456. A	457. C	458. A	459. C	460. A
461. B	462. D	463. C	464. C	465. B	466. B	467. B	468. A	469. C	470. C
471. A	472. B	473. D	474. D	475. C	476. D	477. B	478. C	479. A	480. A
481. A	482. C	483. D	484. D	485. B	486. A	487. D	488. B	489. B	490. B
491. D	492. C	493. D	494. B	495. B	496. B	497. B	498. A	499. A	500. A
501. A	502. B	503. C	504. A	505. B	506. A	507. A	508. D	509. D	510. C
511. A	512. B	513. D	514. D	515. C	516. D	517. A	518. A	519. A	520. B
521. C	522. A	523. A	524. B	525. D	526. C	527. C	528. D	529. D	530. B
531. A	532. B	533. B	534. A	535. C	536. D	537. D	538. C	539. D	540. C
541. C	542. D	543. B	544. C	545. D	546. C	547. C	548. D	549. D	550. C
551. A	552. D	553. D	554. C	555. C	556. C	557. B	558. C	559. D	560. B
561. D	562. A	563. B	564. D	565. C	566. C	567. C			

Chương 5: Đạo hàm**NỘI DUNG CÂU HỎI**

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại $x = x_0$ là $f'(x_0)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

B. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.

D. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Lời giải.

Theo định nghĩa đạo hàm, chọn $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 2. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 1009$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox . Tổng các giá trị của S bằng

A. 2016.

B. 2019.

C. 2017.

D. 2018.

Lời giải.

Tiếp tuyến song song với trục Ox nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng 0.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Với $x = 0$ thì tiếp tuyến $y = m - 1009$.

Với $x = \pm 1$ thì tiếp tuyến $y = m - 1010$.

Để thấy hai tiếp tuyến trên phân biệt nên để có đúng một tiếp tuyến song song với Ox thì một tiếp tuyến trùng với Ox .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} m - 1009 = 0 \\ m - 1010 = 0 \end{cases} \begin{cases} m = 1009 \\ m = 1010 \end{cases}. \text{ Suy ra } S = \{1009; 1010\}.$$

Vậy tổng các giá trị của S bằng 2019.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 3. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung có phương trình

A. $y = -3x + 1$.

B. $y = -3x - 2$.

C. $y = 3x + 13$.

D. $y = 3x - 2$.

Lời giải.

Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung, suy ra $M(0; -2)$.

Ta có $y' = -3x^2 \Rightarrow y'(0) = 3$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là $y = y'(0)(x - 0) - 2 = 3x - 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(0; -1)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 0.

D. -4.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{4}{(2x-1)^2}.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(0; -1)$ là $y'(0) = -4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Một tiếp tuyến của đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{45}x + 2018$ có phương trình

- A. $y = 45x - 83$. B. $y = 45x + 173$. C. $y = -45x + 83$. D. $y = 45x - 173$.

Lời giải.

Ký hiệu d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số và $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có d vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{45}x + 2018$ nên $y'(x_0) = \frac{-1}{-\frac{1}{45}} = 45$.

$$\text{Suy ra } 3x_0^2 - 6x_0 = 45 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5 \\ x_0 = -3 \end{cases}.$$

Với $x_0 = 5 \Rightarrow y_0 = 52 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến của đồ thị là $y = 45(x - 5) + 52 = 45x - 173$.

Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -52 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến của đồ thị là $y = 45(x + 3) - 52 = 45x + 83$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 6. Cho hàm số $y = x \sin x$, số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình $y'' + y = 1$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = \sin x + x \cos x, y'' = \cos x + \cos x - x \sin x = 2 \cos x - x \sin x$.

$$\text{Do đó } y'' + y = 1 \Leftrightarrow 2 \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Trường hợp 1. Với $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$\text{Do } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right] \text{ nên } -\frac{\pi}{2} \leq x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{5}{6}.$$

$$\text{Suy ra } k = 0 \text{ ta được } x = \frac{\pi}{3}.$$

Trường hợp 2. Với $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

$$\text{Suy ra } k = 0 \text{ ta được } x = -\frac{\pi}{3}, k = 1 \text{ ta được } x = \frac{5\pi}{3}.$$

Vậy có 3 nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ của phương trình $y'' + y = 1$ là $x = \frac{\pi}{3}, x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 7. Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0), x_0 < 0$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ sao cho khoảng cách từ $I(-1; 1)$ đến Δ đạt giá trị lớn nhất, khi đó x_0, y_0 bằng

- A. -2. B. 2. C. -1. D. 0.

Lời giải.

Gọi $\left(a; \frac{a+2}{a+1}\right) \in (C)$ ($a < 0, a \neq -1$). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là:

$$(\Delta): y = y'(a)(x - a) + \frac{a+2}{a+1} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{(a+1)^2}(x - a) + \frac{a+2}{a+1} \Rightarrow x + (a+1)^2y - (a^2 + 4a + 2) = 0.$$

$$d(I; d) = \frac{|-2a - 2|}{\sqrt{(a+1)^4 + 1}} = \frac{2|a+1|}{\sqrt{(a+1)^4 + 1}}$$

$$\Rightarrow d^2 = \frac{4(a+1)^2}{(a+1)^4 + 1} = \frac{4}{(a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2}} \stackrel{\text{AM-GM}}{\leq} 2.$$

$$\Rightarrow \max d = \sqrt{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $(a+1)^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 & (\text{loại}) \\ a = -2 & (\text{nhận}) \end{cases} \Rightarrow M(-2; 0).$

Suy ra $x_0 = -2; y_0 = 0 \Rightarrow x_0 \cdot y_0 = 0.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 8. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ tại giao điểm với trục hoành cắt trục tung tại điểm có tung độ là

A. $y = -2.$

B. $y = 1.$

C. $y = 2.$

D. $y = -1.$

Lời giải.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm với trục hoành nên tọa độ tiếp điểm là $M(-2; 0).$

Ta có $y' = -\frac{1}{(x+1)^2}, y'(-2) = -1.$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = -x - 2.$

Giao điểm của tiếp tuyến với trục tung có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 0 \\ y = -x - 2 \end{cases} \Rightarrow y = -2.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 9. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$, tính giá trị biểu thức $A = y^3 \cdot y''.$

A. 1.

B. 0.

C. -1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y = \sqrt{2x - x^2} \Rightarrow y^3 = (2x - x^2)\sqrt{2x - x^2}.$

$y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}.$

$y'' = \frac{-\sqrt{2x-x^2} - (1-x)\frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}}{2x-x^2} = \frac{-1}{(2x-x^2)\sqrt{2x-x^2}}.$

Vậy $A = y^3 \cdot y'' = (2x - x^2)\sqrt{2x - x^2} \cdot \frac{-1}{(2x - x^2)\sqrt{2x - x^2}} = -1.$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 10. Một vật chuyển động với phương trình $s(t) = 4t^2 + t^3$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tìm gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc của vật bằng 11 m/s.

A. 13 m/s².

B. 11 m/s².

C. 12 m/s².

D. 14 m/s².

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = 8t + 3t^2.$

Vận tốc của vật đạt 11 m/s nên $v(t) = 11 \Leftrightarrow 8t + 3t^2 = 11 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 (\text{nhận}) \\ t = -\frac{11}{3} (\text{loại}). \end{cases}$

Gia tốc $a(t) = v'(t) = 8 + 6t \Rightarrow a(1) = 14 \text{ m/s}^2.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^3 + \frac{3}{2}$ có đồ thị là (C) và điểm $A\left(-\frac{27}{16}; -\frac{15}{4}\right)$. Biết có ba điểm $M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2), M_3(x_3; y_3)$ thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của tại mỗi điểm đó đều đi qua A . Tính $S = x_1 + x_2 + x_3.$

A. $S = \frac{7}{4}.$

B. $S = -3.$

C. $S = -\frac{5}{4}.$

D. $S = \frac{5}{4}.$

Lời giải.

Gọi $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ là tọa độ tiếp điểm. Khi đó phương trình tiếp tuyến tại điểm M_0 là

$$\Delta: y = (2x_0^3 - 6x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}x_0^4 - 3x_0^2 + \frac{3}{2}.$$

Vì tiếp tuyến đi qua $A\left(-\frac{27}{16}; -\frac{15}{4}\right)$ nên

$$-\frac{15}{4} = (2x_0^3 - 6x_0)\left(-\frac{27}{16} - x_0\right) + \frac{1}{2}x_0^4 - 3x_0^2 + \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{7}{4} \\ x_0 = -1 \\ x_0 = -2. \end{cases}$$

Do đó tổng các hoành độ cần tìm là $S = \frac{7}{4} - 2 - 1 = -\frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 12. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt qua một khoảng cách là 300 km. Vận tốc của dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t (giờ) là $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số, E được tính bằng jun. Tính vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao ít nhất.

- A. 6 km/h. B. 9 km/h. C. 12 km/h. D. 15 km/h.

Lời giải.

Vận tốc của cá khi bơi ngược dòng nước là $v - 6$ km/h.

Thời gian để cá vượt qua quãng đường 300 km là $t = \frac{300}{v-6}$ giờ.

Năng lượng tiêu hao của cá để vượt qua quãng đường đó là $E(v) = cv^3 \cdot \frac{300}{v-6}$ (jun).

Ta có $E'(v) = 600c \cdot \frac{v^2(v-9)}{(v-6)^2} \Rightarrow E'(v) = 0 \Leftrightarrow v = 9$ (vì $E(9) = 72900c$).

Lập bảng biến thiên ta thấy $E_{\min} = 72900c$ khi $v = 9$ km/h.

Chọn đáp án **B** □

Câu 13. Cho $y = \sin 3x - \cos 3x - 3x + 2009$. Giải phương trình $y' = 0$

- A. $\frac{k2\pi}{3}$ và $\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$. C. $\frac{k2\pi}{3}$. D. $k2\pi$ và $\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3\cos 3x + 3\sin 3x - 3$.

$$y' = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 3x + \sin 3x = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}. \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 14. Tìm điểm M có hoành độ âm trên đồ thị $(C) : y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

- A. $M\left(-3; -\frac{16}{3}\right)$. B. $M(-2; 0)$. C. $M\left(-1; \frac{4}{3}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{8}\right)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ là: $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$. Hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = a'x + b'$ vuông góc nhau nên $a \cdot a' = -1$.

Cách giải:

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm, $M(x_0; y_0)$, $(x_0 < 0)$ là tiếp điểm. Do d vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ nên d có hệ số góc bằng 3.

$$\text{Ta có } y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3} \Rightarrow y' = x^2 - 1 \Rightarrow x_0^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \text{ (ktm)} \\ x_0 = -2 \text{ (tm)}. \end{cases}$$

$$\text{Với } x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow M(-2; 0).$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 15. Số tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ sao cho tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x - 29$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x.$$

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm, $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Do d song song với đường thẳng $y = 9x - 29$ nên d có hệ số góc bằng 9.

$$\text{Suy ra } y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3. \end{cases}$$

$$x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow (d) : y = 9(x + 1) + 0 \Leftrightarrow y = 9x + 9 \text{ (tm)}.$$

$$x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -2 \Rightarrow (d) : y = 9(x - 3) - 2 \Leftrightarrow y = 9x - 29 \text{ (ktm)}.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$:

- A. $y' = -\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$. B. $y' = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.
C. $y' = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$. D. $y' = -\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$.

Lời giải.

$$y' = \left(\frac{\pi}{4} - x\right)' \cdot \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)} = -\frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, & x \geq 0 \\ ax - b - 1, & x < 0 \end{cases}$. Khi hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x_0 = 0$. Hãy

tính $T = a + 2b$.

A. $T = -4$.

B. $T = 0$.

C. $T = -6$.

D. $T = 4$.

Lời giải.

Ta có $f(0) = 1$. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax^2 + bx + 1) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (ax - b - 1) = -b - 1$.

Để hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ thì hàm số phải liên tục tại $x_0 = 0$ nên:

$$f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x). \text{ Suy ra } -b - 1 = 1 \Leftrightarrow b = -2.$$

Khi đó: $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1, & x \geq 0 \\ ax + 1, & x < 0 \end{cases}$. Xét:

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax^2 - 2x + 1 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax - 2) = -2.$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ax + 1 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (a) = a.$$

Hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ thì $a = -2$.

Vậy với $a = -2, b = -2$ thì hàm số có đạo hàm tại $x_0 = 0$ khi đó $T = -6$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 18. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ tại điểm có hoành độ bằng 2?

A. $y = -9x + 16$.

B. $y = -9x + 20$.

C. $y = 9x - 20$.

D. $y = 9x - 16$.

Lời giải.

$$y'(x) = 3x^2 - 3.$$

Ta có $y(2) = 2$ và $y'(2) = 9$. Do đó phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 9(x - 2) + 2 \Leftrightarrow y = 9x - 16$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 19. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ tại điểm có hoành độ bằng -2 là

A. $y = -3x + 1$.

B. $y = 3x + 1$.

C. $y = 3x + 11$.

D. $y = -3x + 11$.

Lời giải.

$$y' = \frac{3}{(x + 1)^2}.$$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Theo bài ra ta có: $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 5, y'(-2) = 3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ tại điểm $M(-2; 5)$ là

$$y = 3(x + 2) + 5 \Leftrightarrow y = 3x + 11.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ có đồ thị C . Gọi S là tập các giá trị của m sao cho đồ thị C có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox . Tổng tất cả các phần tử của S là

A. 3.

B. 8.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x. \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Lại có $y' = 12x^2 - 4 \Rightarrow y'(0) = -4 < 0$ nên $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số và $y''(-1) = 8 > 0$

nên $x = 1; x = -1$ là các điểm cực tiểu của hàm số.

Nhận thấy rằng đây là hàm trùng phương nên hai điểm cực tiểu sẽ đối xứng nhau qua Oy . Từ đó để tiếp tuyến của đồ thị song song với trục Ox thì tiếp điểm là điểm cực trị của đồ thị hàm số. Do đó để có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox thì điểm cực đại hoặc cực tiểu phải nằm trên trục Ox . Hay

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ y(\pm 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 0 \\ m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Vậy $S = \{2; 3\} \Rightarrow$ tổng các phần tử của S là $2 + 3 = 5$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 21. Tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm $A(3; 1)$ là đường thẳng

- A. $y = -9x - 26$. B. $y = -9x - 3$. C. $y = 9x - 2$. D. $y = 9x - 26$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(3) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(3; 1)$ là $y = 9(x - 3) + 1 \Leftrightarrow y = 9x - 26$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$. Tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \geq f(x)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Điều kiện xác định $\begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$$

$$\text{Khi đó } f'(x) \geq f(x) \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} \geq \sqrt{x^2-2x} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

Vì x là nghiệm nguyên nên $S = \{1; 2\}$

Chọn đáp án **B** □

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = \log_8(x^3 - 3x - 4)$ là

- A. $\frac{3x^3-3}{(x^3-3x-4)\ln 2}$. B. $\frac{x^2-1}{(x^3-3x-4)\ln 2}$. C. $\frac{3x^3-3}{x^3-3x-4}$. D. $\frac{1}{(x^3-3x-4)\ln 8}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \log_8(x^3 - 3x - 4) \Rightarrow y' = \frac{(x^3 - 3x - 4)'}{(x^3 - 3x - 4)\ln 8} = \frac{3(x^2 - 1)}{3(x^3 - 3x - 4)\ln 2} = \frac{x^2 - 1}{(x^3 - 3x - 4)\ln 2}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 24 (Kiều Văn Công). [1D5B2-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ là.

- A. $y = 2x + 9$. B. $y = -2x + 9$. C. $y = -2x - 9$. D. $y = -2x - 9$.

Lời giải.

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}, y'(2) = -2.$$

Khi $x = 2 \Rightarrow y = 5$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -2(x - 2) + 5 \Leftrightarrow y = -2x + 9$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 25. Hàm số $y = \cos x \cdot \sin^2 x$ có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

- A. $\sin x(3\cos^2 x + 1)$. B. $\sin x(\cos^2 x - 1)$. C. $\sin x(\cos^2 x + 1)$. D. $\sin x(3\cos^2 x - 1)$.

Lời giải.

Ta có $y = \cos x \cdot \sin^2 x = \cos x - \cos^3 x$.

Vậy $y' = -\sin x + 3\cos^2 x \cdot \sin x = \sin x(3\cos^2 x - 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 26. Cho $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 2$. Tính $f'(1) + f'(-1) + 4f(0)$.

- A. 4. B. 7. C. 6. D. 5.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 6 = f'(-1)$ và $f(0) = -3$.

Vậy $f'(1) + f'(-1) + 4f(0) = 4$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2$ (với m là tham số) bằng

- A. $3x^2 - 6mx - m + 3m^2$. B. $-x^2 - 3mx - 1 - 3m$.
C. $-3x^2 + 6mx + 1 - m^2$. D. $-3x^2 + 6mx + 3 - 3m^2$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 6mx + 3(1 - m^2) = -3x^2 + 6mx + 3 - 3m^2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - 3}{2(x - 1)}$ bằng biểu thức có dạng $\frac{ax^2 + bx}{2(x - 1)^2}$. Khi đó $a \cdot b$ bằng

- A. -1. B. 6. C. 4. D. -2.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2(-2x + 3)(x - 1) - (-x^2 + 3x - 3)2}{4(x - 1)^2} = \frac{-x^2 + 2x}{2(x - 1)^2} \Rightarrow a = -1; b = 2$.

Vậy $a \cdot b = -2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 29. Một chất điểm chuyển động được xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét. Gia tốc chuyển động khi $t = 3$ là

- A. 12 m/s². B. 17 m/s². C. 24 m/s². D. 14 m/s².

Lời giải.

Ta có $s' = 3t^2 - 6t + 5 = v(t) \Rightarrow a(t) = s'' = 6t - 6$.

Vậy gia tốc chuyển động khi $t = 3$ là $a(3) = 12$ m/s².

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 30. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 3x + 1}$ là hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{1}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$. B. $y = 12x + 3$.
C. $y = \frac{8x + 3}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$. D. $y = \frac{8x + 3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

Lời giải.

Ta có : $y' = (\sqrt{4x^2 + 3x + 1})' = \frac{(4x^2 + 3x + 1)'}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}} = \frac{8x + 3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 31. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = \frac{3 - 4x}{x - 2}$ tại điểm có tung độ $y = -\frac{7}{3}$.

A. $\frac{9}{5}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. -10 .

D. $-\frac{5}{9}$.

Lời giải.

$$\text{Khi } y_0 = -\frac{7}{3} \Rightarrow \frac{3-4x_0}{x_0-2} = -\frac{7}{3} \Leftrightarrow 3(3-4x_0) = -7(x_0-2) \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{5}{(x-2)^2}, \text{ suy ra } y'(-1) = \frac{5}{9}.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 32.** Đạo hàm của hàm số $y = x \sin x$ là

A. $y' = \sin x - x \cos x$. B. $y' = \sin x + x \cos x$. C. $y' = -x \cos x$. D. $y' = x \cos x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = (x \sin x)' = \sin x + x \cos x.$$

Chọn đáp án (B) □**Câu 33.** Cho hàm số $y = -x^2 - 4x + 3$ có đồ thị (P) . Nếu tiếp tuyến tại điểm M của (P) có hệ số góc bằng 8 thì hoành độ điểm M bằng

A. 12.

B. -6.

C. -1.

D. 5.

Lời giải.Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

$$\text{Ta có } y' = -2x - 4.$$

Theo đề bài ta có

$$y'(x_0) = 8 \Leftrightarrow -2x_0 - 4 = 8 \Leftrightarrow -2x_0 = 12 \Leftrightarrow x_0 = -6.$$

Vậy hoành độ điểm M bằng -6 .Chọn đáp án (B) □**Câu 34.** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$. Tiếp tuyến với đồ thị tại điểm có hoành độ bằng 0 có phương trình là phương trình nào sau đây?

A. $y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$.

B. $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$.

C. $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$.

D. $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$.

Lời giải.Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Ta có $x_0 = 0$ nên $y_0 = \frac{1}{2}$.

$$\text{Lại có } y' = -\frac{3}{(x-2)^2} \text{ nên } y'(x_0) = y'(0) = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến cần tìm là } y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (C) □**Câu 35.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox là

A. $y = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$.

B. $y = -3x + 1$.

C. $y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$.

D. $y = 3x - 1$.

Lời giải.Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ cắt trục Ox tại điểm $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3}{(x+1)^2} \text{ nên } y'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến cần tìm là } y = \frac{4}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) \text{ hay } y = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 36. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $(x)' = 1$. B. $(x^3)' = 3x^2$. C. $(x^5)' = 5x$. D. $(x^4)' = 4x^3$.

Lời giải.

Ta có

$$\text{--- } (x)' = 1; \quad \text{--- } (x^3)' = 3x^2; \quad \text{--- } (x^4)' = 4x^3; \quad \text{--- } (x^5)' = 5x^4.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 37. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+2}$ chắn hai trục tọa độ một tam giác vuông cân?

- A. $y = x + 2$. B. $y = x - 2$. C. $y = -x + 2$. D. $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+2)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(x_0; y_0)$ là $y = \frac{1}{(x_0+2)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0+3}{x_0+2}$.

Tiếp tuyến này cắt trục Ox tại $A(-2x_0^2 - 6x_0 - 6; 0)$ và điểm $B\left(0; \frac{2x_0^2 + 6x_0 + 6}{(x_0+2)^2}\right)$.

Dễ thấy tam giác OAB vuông tại O .

Để tam giác OAB vuông cân tại O thì

$$OA = OB \Leftrightarrow |-2x_0^2 - 6x_0 - 6| = \left| \frac{2x_0^2 + 6x_0 + 6}{(x_0+2)^2} \right| \Leftrightarrow \frac{1}{(x_0+2)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -3. \end{cases}$$

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là $y = x$ và $y = x + 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = -3x$ có phương trình là

- A. $y = -3x - 1, y = -3x + 11$. B. $y = -3x + 10, y = -3x - 4$.
C. $y = -3x + 5, y = -3x - 5$. D. $y = -3x + 2, y = -3x - 2$.

Lời giải.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có $y' = -\frac{3}{(x-1)^2}$.

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -3x$ nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng -3 . Khi đó

$$y'(x_0) = -3 \Leftrightarrow \frac{1}{(x_0-1)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 \neq 0 \\ (x_0 - 1)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2. \end{cases}$$

— Với $x_0 = 0$ thì $y_0 = -1$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -3x - 1$.

— Với $x_0 = 2$ thì $y_0 = 5$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -3x + 11$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$ tại điểm có hoành độ

A. $x = 0$.

B. $x = -2$.

C. $x = 0$ hoặc $x = -2$.

D. $x = 0$ hoặc $x = 2$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng $x + 3y + 2 = 0$ được viết lại là $y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$.

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng 3. Khi đó

$$y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{(x_0+1)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0+1 \neq 0 \\ (x_0+1)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2. \end{cases}$$

— Với $x_0 = 0$ thì $y_0 = -1$. Phương trình tiếp tuyến là $y = 3x - 1$.

— Với $x_0 = -2$ thì $y_0 = 5$. Phương trình tiếp tuyến là $y = 3x + 11$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{x-1}$. Khi đó $f'(-1)$ bằng

A. -1.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Với $x \neq 1$ ta có $f'(x) = -\frac{4}{(x-1)^2}$.

Do đó $f'(-1) = -\frac{4}{(-1-1)^2} = -1$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = (x^3 - x + 3)(x + 2)^2$. Mệnh đề nào đúng?

A. $f'(2) - 5f'(-2) = 32$.

B. $\frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 12$.

C. $3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742$.

D. $5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 302$.

Lời giải.

Cách 1: Ta có $f'(x) = (x^3 - x + 3) \cdot 2(x + 2) + (3x^2 - 1)(x + 2)^2 = (x + 2)(5x^3 + 6x^2 - 3x + 4)$.

Suy ra $f'(-2) = 0$; $f'(-1) = 8$; $f'(2) = 248$.

Khi đó

$$f'(2) - 5f'(-2) = 248; \quad \frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 416;$$

$$3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742; \quad 5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 40.$$

Cách 1: Dùng Casio tính được $f'(-2) = 0$; $f'(-1) = 8$; $f'(2) = 248$.

Khi đó

$$f'(2) - 5f'(-2) = 248; \quad \frac{5f'(2) + f'(-1)}{3} = 416;$$

$$3f'(2) - \frac{1}{4}f'(-1) = 742; \quad 5f'(-1) - \frac{1}{2}f'(-2) = 40.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 42. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 2 = 0$.

A. $y = 3x + 5, y = 3x - 8.$

B. $y = 3x + 14.$

C. $y = 3x - 8.$

D. $y = 3x + 14, y = 3x + 2.$

Lời giải.

$$y' = \frac{3}{(x+2)^2}.$$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

$$\text{Để tiếp tuyến song song với } \Delta \text{ thì } y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -3. \end{cases}$$

Khi đó $\begin{cases} M(-1; -1) \\ M(-3; 5). \end{cases}$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(-1; -1)$ là $y = 3x + 2$, (loại vì trùng với Δ).Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(-3; 5)$ là $y = 3x + 14$ (nhận).Chọn đáp án **(B)** □**Câu 43.** Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3s$ là $v = 24m/s$.

B. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4s$ là $a = 9m/s^2$.

C. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3s$ là $v = 12m/s^2$.

D. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4s$ là $a = 18m/s^2$.

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t$ và $a(t) = v'(t) = 6t - 6$.

Tại $t = 3s \Rightarrow a = 12m/s^2$ nên loại A và C.

Tại $t = 4s \Rightarrow a = 18m/s^2$ nên D đúng.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 44.** Cho hàm số $y = f(x) = \log_3 \left(\frac{e^{x^2} - x}{2018} \right)$. Khi đó $f'(1)$ bằng

A. $\frac{1}{(e-1)\ln 3}.$

B. $\frac{2e-1}{(e-1)\ln 3}.$

C. $\frac{4e-1}{(e-1)\ln 3}.$

D. $\frac{2}{(e-1)\ln 3}.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = \log_3 \left(\frac{e^{x^2} - x}{2018} \right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\frac{e^{x^2} - x}{2018} \cdot \ln 3} \cdot \frac{2x \cdot e^{x^2} - 1}{2018} = \frac{2x \cdot e^{x^2} - 1}{(e^{x^2} - x) \cdot \ln 3}.$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = \frac{2 \cdot 1 \cdot e^1 - 1}{(e^1 - 1) \cdot \ln 3} = \frac{2e - 1}{(e - 1) \cdot \ln 3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 45.** Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ là

A. $y = f'(x)(x - x_0) + f(x_0).$

B. $y = f'(x)(x - x_0) - f(x_0).$

C. $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$

D. $y = f'(x_0)(x - x_0) - f(x_0).$

Lời giải.Theo ý nghĩa hình học của đạo hàm, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0).$ Chọn đáp án **(C)** □

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = f'(x_0) = -9$.

A. $y + 16 = -9(x + 3)$.

B. $y = -9(x + 3)$.

C. $y - 16 = -9(x - 3)$.

D. $y - 16 = -9(x + 3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 + 6x$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại M có hệ số góc $k = f'(x_0) = -9$

$$\Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 = -9 \Leftrightarrow x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 16.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại tiếp điểm M là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y - 16 = -9(x + 3).$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 47. Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4x\right)$ là

A. $-4 \cos 4x$.

B. $4 \cos 4x$.

C. $4 \sin 4x$.

D. $-4 \sin 4x$.

Lời giải.

Ta có $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4x\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} - 4x\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) = -\cos 4x$ nên $y' = 4 \sin 4x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$. Tìm đạo hàm cấp 2018 của hàm số $f(x)$.

A. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!x^{2018}}{(1-x)^{2018}}$.

B. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!}{(1-x)^{2019}}$.

C. $f^{(2018)}(x) = -\frac{2018!}{(1-x)^{2019}}$.

D. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!x^{2018}}{(1-x)^{2019}}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \frac{x^2}{1-x} = -x - 1 - \frac{1}{x-1}$. Khi đó

$$f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$f''(x) = -\frac{2 \cdot 1}{(x-1)^3} = -\frac{2!}{(x-1)^3}$$

$$f^{(3)}(x) = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{(x-1)^4} = \frac{3!}{(x-1)^4}$$

$$f^{(4)}(x) = -\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(x-1)^5} = -\frac{4!}{(x-1)^5}$$

...

$$f^{(2018)}(x) = -\frac{2018!}{(x-1)^{2019}} = \frac{2018!}{(1-x)^{2019}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của x để $f\left(\frac{1}{x}\right) < f(1)$.

A. $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$.

B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải.

Phương pháp:

Hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Sử dụng khái niệm hàm số đồng biến, với $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Cách giải: Hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thì đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó ta có } f\left(\frac{1}{x}\right) < f(1) \Leftrightarrow \frac{1}{x} < 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{1-x}{x} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

Vậy $x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Chú ý: Khi giải bất phương trình $\frac{1}{x} < 1$ nhiều HS có cách giải sai như nhau $\frac{1}{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$ và chọn đáp án C.

Chọn đáp án **C** □

Câu 50. Cho hàm số $y = \frac{3x+b}{ax-2}$ ($ab \neq -2$). Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1; -4)$ song song với đường thẳng $d: 7x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a - 3b$ bằng:

A. -2.

B. 4.

C. 5.

D. -1.

Lời giải.

Phương pháp: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $x = x_0$ thuộc đồ thị hàm số là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

$$\text{Hai đường thẳng } y = a_1x + b_1 \text{ và } y = a_2x + b_2 \text{ song song với nhau} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$$

Cách giải:

Điều kiện: $ax - 2 \neq 0$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-6 - ab}{(ax - 2)^2}$$

$$d: 7x + y - 4 = 0 \Leftrightarrow y = -7x + 4.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số có dạng: $d': y = -7x + y_0$ ($y_0 \neq 4$).

Ta có: $A(1; -4) \in d' \Rightarrow -4 = -7 \cdot 1 + y_0 \Leftrightarrow y_0 = 3$ (thỏa mãn) $\Rightarrow d': y = -7x + 3$ $A(1; -4)$ thuộc đồ thị hàm số và hệ số góc của d' là: $f'(1) = -7$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4 = \frac{3 \cdot 1 + b}{a - 2} \\ \frac{-6 - ab}{(a - 2)^2} = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + 3 = -4(a - 2) \\ -6 - ab = -7(a - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a + 5 \\ -6 - a(-4a + 5) = -7a^2 + 28a - 28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a + 5 \\ 11a^2 - 33a + 22 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a + 5 \\ \begin{cases} a = 2 \\ a = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn) } ab \neq -2 \\ \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn) } ab \neq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 3b = 11 \\ a - 3b = -2 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 51. Cho hàm số $y = -\frac{1}{x}$. Đạo hàm cấp hai của hàm số là

A. $y^{(2)} = \frac{2}{x^3}$.

B. $y^{(2)} = -\frac{2}{x^2}$.

C. $y^{(2)} = -\frac{2}{x^3}$.

D. $y^{(2)} = \frac{2}{x^2}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{x^2} \text{ nên } y'' = -\frac{(x^2)'}{x^4} = -\frac{2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 52. Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a; 1)$. Biết $a = \frac{m}{n}$ (với mọi $m, n \in \mathbb{N}$ và

$\frac{m}{n}$ tối giản) là giá trị để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Khi đó giá trị $m + n$ là

A. 2.

B. 7.

C. 5.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{-(x-1) - (-x+2)}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2}$.

Giả sử $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến d đi qua $A(a; 1)$ với đồ thị hàm số.

Khi đó phương trình tiếp tuyến d là $y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$.

Do $y_0 = \frac{-x_0 + 2}{x_0 - 1}$ và $x_0 \neq 1$ nên phương trình d là

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + \frac{-x_0 + 2}{x_0 - 1} \\ &= -\frac{1}{(x_0 - 1)^2}x + \frac{-x_0^2 + 4x_0 - 2}{(x_0 - 1)^2} \end{aligned}$$

Do $A \in d$ nên

$$\begin{aligned} &-\frac{1}{(x_0 - 1)^2}a + \frac{-x_0^2 + 4x_0 - 2}{(x_0 - 1)^2} = 1 \\ \Leftrightarrow &-a - x_0^2 + 4x_0 - 2 = (x_0 - 1)^2 \\ \Leftrightarrow &-a - x_0^2 + 4x_0 - 2 = x_0^2 - 2x_0 + 1 \\ \Leftrightarrow &2x_0^2 - 6x_0 + a + 3 = 0 \quad (*). \end{aligned}$$

Để thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi $(*)$ có nghiệm kép khác 1.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow &\begin{cases} \Delta' = 0 \\ 2 - 6 + a + 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 2(a + 3) = 0 \\ a - 1 \neq 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ a \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Để thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow &\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 2 - 6 + a + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 2(a + 3) > 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} a < \frac{3}{2} \\ a \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 53. Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x > 0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\frac{x}{x+1}$.B. $1 + \frac{1}{x}$.C. $\frac{x}{1+x+\ln x}$.D. $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$.

Lời giải.

Ta có: $y' = -\frac{(x+1+\ln x)'}{(x+1+\ln x)^2} = -\frac{1+\frac{1}{x}}{(x+1+\ln x)^2} = -\frac{x+1}{x(x+1+\ln x)^2}; y^2 = \frac{1}{(x+1+\ln x)^2}$.

Do đó: $-\frac{y'}{y^2} = \frac{1+x}{x} = 1 + \frac{1}{x}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 54. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{5}{4} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

A. $f'(1) = 0$.

B. $f'(1) = -\frac{7}{50}$.

C. $f'(1) = -\frac{9}{64}$.

D. $f'(1)$ không tồn tại.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \frac{\frac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1} + \frac{5}{4}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{3x+1} - 8x + 5x - 5}{4(x-1)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{3x+1} - 3x - 5}{4(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(4\sqrt{3x+1} - 3x - 5)(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{16(3x+1) - (9x^2 + 30x + 25)}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-9x^2 + 18x - 9}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-9(x-1)^2}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-9}{4(4\sqrt{3x+1} + 3x + 5)} \\ &= -\frac{9}{64}. \end{aligned}$$

Suy ra $f'(1) = -\frac{9}{64}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 55. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 2$ và điểm M di chuyển trên (C) . Gọi d_1, d_2 là các đường thẳng đi qua M sao cho d_1 song song với trục tung và d_1, d_2 đối xứng nhau qua tiếp tuyến của (C) tại M . Biết rằng khi M di chuyển trên (C) thì d_2 luôn đi qua một điểm $I(a; b)$ cố định. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

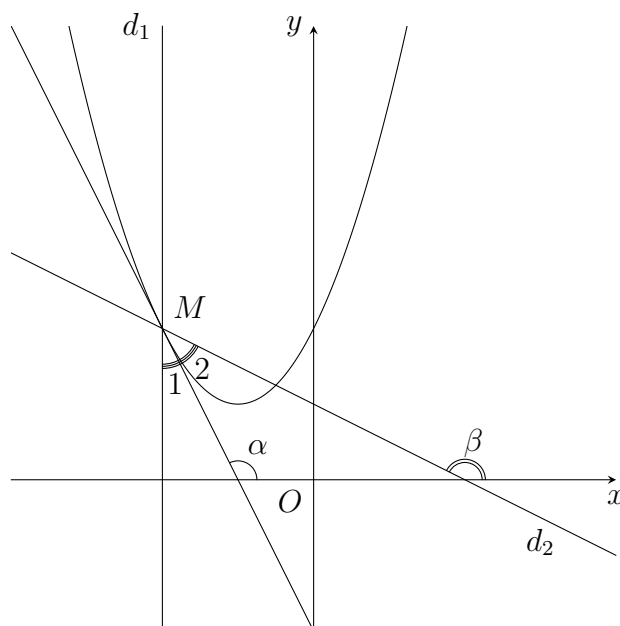
A. $ab = -1$.

B. $a + b = 0$.

C. $3a + 2b = 0$.

D. $5a + 4b = 0$.

Lời giải.



$y' = 2(x + 1)$.

Giả sử điểm $M(x_0 - 1; x_0^2 + 1)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(x_0 - 1) = \tan \alpha = 2x_0$.

Hệ số góc của đường thẳng d_2 là $k = \tan \beta$.

Ta có $\begin{cases} \beta = 90^\circ + \widehat{M_1} + \widehat{M_2} \\ \alpha = 90^\circ + \widehat{M_1} \end{cases} \Rightarrow \beta = 2\alpha - 90^\circ \text{ (do } \widehat{M_1} = \widehat{M_2}).$

Suy ra $k = \tan \beta = -\cot 2\alpha = -\frac{1 - \tan^2 \alpha}{2 \tan \alpha} = -\frac{1 - 4x_0^2}{4x_0}.$

Phương trình đường thẳng d_2 là

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1 - 4x_0^2}{4x_0}(x - x_0 + 1) + x_0^2 + 1 \\ \Leftrightarrow 4y(x_0) &= (4x_0^2 - 1)x + 4x_0^2 + 5x_0 - 1 \\ \Leftrightarrow (4x_0^2 - 1)(x + 1) + x_0(5 - 4y) &= 0. \end{aligned}$$

Dễ thấy đường thẳng d_2 luôn đi qua điểm $I\left(-1; \frac{5}{4}\right).$

Suy ra $5a + 4b = 0.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 56. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng

- A. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3.$ B. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3.$ C. $6x^5 + 16x^3.$ D. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3.$

Lời giải.

Phương pháp: Đạo hàm hàm hợp $[f(u(x))]' = f'(u(x)) \cdot u'(x).$

Cách giải:

$$\begin{aligned} y = (x^3 - 2x^2)^2 \Rightarrow y' &= 2(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x) = 2(3x^5 - 4x^4 - 6x^4 + 8x^3) \\ &= 2(3x^5 - 10x^4 + 8x^3) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 57 (1D5B2-3). Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với đường thẳng $y = x$?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm, $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có: $y = -x^3 + 2x^2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 4x.$

Do d song song với đường thẳng $y = x \Rightarrow y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 4x_0 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{1}{3} \end{cases}.$

— $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1 \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d: y = 1(x - 1) + 1 \Leftrightarrow y = x$ (loại).

— $x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow y_0 = \frac{5}{27} \Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d: y = 1\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{5}{27} \Leftrightarrow y = x - \frac{4}{27}$ (thỏa mãn).

Vậy, có 1 tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với đường thẳng $y = x.$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 58. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_4(x^2 + 2).$

- A. $y' = \frac{2x \ln 4}{x^2 + 2}.$ B. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 4}.$ C. $y' = \frac{x}{(x^2 + 2) \ln 2}.$ D. $y' = \frac{2x}{x^2 + 2}.$

Lời giải.

$$y' = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 4} \cdot (x^2 + 2)' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 4} = \frac{2x}{(x^2 + 2) 2 \ln 2} = \frac{x}{(x^2 + 2) \ln 2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến tại $A(1; -2)$ của (C) là

- A. $y = -3x + 5$. B. $y = -5x + 7$. C. $y = -5x + 3$. D. $y = -4x + 6$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2+x)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x-2)^2}.$$

Suy ra $y'(1) = -5$ nên phương trình tiếp tuyến tại A là

$$y = (-5)(x - 1) - 2 \Leftrightarrow y = -5x + 3.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến tại A với đồ thị (C) là $y = -5x + 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 60. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 216 (m/s). B. 400 (m/s). C. 54 (m/s). D. 30 (m/s).

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$. Bằng cách lập bảng biến thiên hàm số $y = v(t)$ với $t \in [0; 10]$.

t	0	6	10
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	0	54	30

Ta suy ra $\max_{t \in [0; 10]} v(t) = v(6) = 54$.

Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong khoảng từ 0 đến 10s là $v(6) = 54$ (m/s).

Chọn đáp án **C** □

Câu 61. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.. B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$..
 C. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.. D. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$..

Lời giải.

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$.

Giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỉ số $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ khi x dần đến x_0

gọi là đạo hàm của hàm số đã cho tại điểm x_0 , kí hiệu là $f'(x_0)$, ta có $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Từ định nghĩa rút ra kết luận B sai.

A đúng do định nghĩa.

C đúng vì đặt $x = x_0 + h \Rightarrow \begin{cases} x - x_0 = h \\ x \rightarrow x_0 \Rightarrow h \rightarrow 0 \end{cases}$.

$$D \text{ đúng vì đặt } x = x_0 + \Delta x \Rightarrow \begin{cases} x - x_0 = \Delta x \\ x \rightarrow x_0 \Rightarrow \Delta x \rightarrow 0 \end{cases}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 62. Đạo hàm của hàm số $y = (2x - 1)\sqrt{x^2 + x}$ là:

A. $y' = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. B. $y' = \frac{8x^2 + 4x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. C. $y' = \frac{4x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. D. $y' = \frac{6x^2 + 2x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y' = 2\sqrt{x^2 + x} + \frac{(2x - 1)(2x + 1)}{2\sqrt{x^2 + x}} = \frac{4x^2 + 4x + 4x^2 - 1}{2\sqrt{x^2 + x}} = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$$

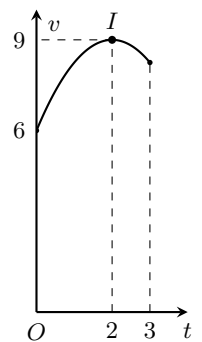
$$\text{Vậy } y' = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 63. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h)

có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?.



- A. 8,7 (km/h). B. 8,8 (km/h).
C. 8,6 (km/h). D. 8,5 (km/h).

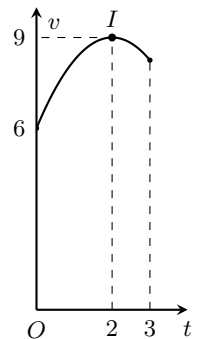
Lời giải.

Giả sử vận tốc của vật chuyển động có phương trình là: $v(t) = at^2 + bt + c$

$$\text{Ta có: } v(2) = 9 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 9; v(0) = 6 \Leftrightarrow c = 6$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + 6 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \text{ Vậy } v(2,5) = 8,8125.$$



Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 64. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 - 9t$, trong đó t được tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Tính vận tốc của chuyển động đó tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

- A. -12 m/s. B. -21 m/s. C. -12 m/s². D. 12 m/s.

Lời giải.

$$v = S' = 3t^2 - 6t - 9$$

$$a = v' = 6t - 6$$

$$a = 0 \Leftrightarrow 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow v(1) = -12 \text{ (m/s).}$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 65. Cho hai hàm số $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2}}$ và $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{2}}$. Gọi d_1, d_2 lần lượt là tiếp tuyến của mỗi đồ thị hàm số $f(x), g(x)$ đã cho tại giao điểm của chúng. Hỏi góc giữa hai tiếp tuyến trên bằng bao

nhiều?

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $g(x)$: $\frac{1}{x\sqrt{2}} = \frac{x^2}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x^3 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có $f'(x) = -\frac{1}{x^2\sqrt{2}}$; $g'(x) = \sqrt{2}x$; $f(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} = g(1)$ và $f'(1) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$; $g'(1) = \sqrt{2}$.

Hệ số góc của hai tiếp tuyến thỏa mãn $-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = -1$ nên hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 66. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$ có đồ thị (C) . Tồn tại hai tiếp tuyến phân biệt của (C) có cùng hệ số góc k , đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục Ox , Oy tương ứng tại A và B sao cho $OA = 2017 \cdot OB$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của k thỏa mãn yêu cầu bài toán?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Đồ thị (C) có 2 tiếp tuyến phân biệt có cùng hệ số góc k

$\Leftrightarrow$ hệ phương trình $(I): \begin{cases} y = x^3 + 6x^2 + 9x + 3 & (1) \\ k = 3x^2 + 12x + 9 & (2) \end{cases}$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow \Delta'_{(2)} = 6^2 - 3(9 - k) = 9 + 3k > 0 \Leftrightarrow k > -3$

Từ hệ (I) ta có $\begin{cases} y = \left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}\right)(3x^2 + 12x + 9) - 2x - 3 \\ k = 3x^2 + 12x + 9 \end{cases} \Rightarrow y = \left(\frac{k}{3} - 2\right)x + \frac{2}{3}k - 3 (*)$

Như vậy $(*)$ là phương trình của đường thẳng đi qua tiếp điểm của 2 tiếp tuyến cần tìm.

Khi đó $A\left(\frac{-2k+9}{k-6}; 0\right); B\left(0; \frac{2k-9}{3}\right); (k \neq 6)$.

Theo bài ta có $OA = 2017 \cdot OB \Leftrightarrow \left|\frac{2k-9}{k-6}\right| = 2017 \left|\frac{-2k+9}{3}\right| \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{9}{2} \\ k = 6057 \\ k = -6045 \text{ (loại)} \end{cases}$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 67. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, tính giá trị của $f''(1)$.

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 68. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ biết tiếp điểm có hoành độ bằng -1 .

A. $y = -8x - 6$.

B. $y = 8x - 6$.

C. $y = -8x + 10$.

D. $y = 8x + 10$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x$ suy ra hệ số góc của tiếp tuyến bằng $y'(-1) = -8$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -8(x + 1) + y(1) = -8x - 8 + 2 = -8x - 6$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 69. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ biết tiếp tuyến đó cắt trục tung và trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân.

A. $y = -x - 2$.

B. $y = x + 2$.

C. $y = x - 2$.

D. $y = -x + 2$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra tiếp tuyến có hệ số góc bằng 1 hoặc -1 .

Ta có $y' = -\frac{1}{(2x+3)^2} < 0$ nên $y' = -1 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = -2$.

Tại $x = -1$ ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -x$ (loại vì đường thẳng này đi qua O).

Tại $x = -2$ ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -x - 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 70. Cho hàm số $y = x^3 - x - 1$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = -x - 1$.

C. $y = -x + 1$.

D. $y = 2x + 2$.

Lời giải.

Giao điểm của (C) với trục tung là $x = 0 \Rightarrow y = -1$.

$$y' = 3x^2 - 1, y'(0) = -1.$$

Phương trình tiếp tuyến $y = -1(x - 0) - 1 = -x - 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$ khác hàm hằng, xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm tại mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$ và đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$. Xét 4 mệnh đề sau

(I) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ luôn bé hơn số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

(II) Nếu $y = f(x)$ là hàm số chẵn thì $y = f'(x)$ là hàm số lẻ.

(III) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ x_0 có hệ số góc $k = f'(x_0)$.

(IV) Nếu $f'(x_1) = f'(x_2)$ và $x_1 \neq x_2$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại các điểm có hoành độ x_1, x_2 song song với nhau.

Số mệnh đề đúng là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

(I) Sai, ví dụ $f(x) = x^2 + 1$. Phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm và phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 0$.

(II) Đúng, vì tập xác định của $f'(x)$ là $\mathbb{R}$ mà $f(x)$ là hàm chẵn nên $f(-x) = f(x) \Leftrightarrow -f'(-x) = f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó $f'(x)$ là hàm số lẻ.

(III) Đúng.

(IV) Sai, ví dụ hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2$ có $f'(1) = f'(-1) = 0$ nhưng tiếp tuyến tại các điểm có hoành độ $x = 1$ và $x = -1$ trùng nhau.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 72. Từ điểm $M(-1; -9)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

$$y' = 12x^2 - 12x.$$

Gọi $A(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại A là $y = 12(x_0^2 - x_0)(x - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1$.

Do tiếp tuyến đi qua $M(-1; -9)$ nên

$$-9 = 12(x_0^2 - x_0)(-1 - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1 \Leftrightarrow -8x_0^3 - 6x_0^2 + 12x_0 + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Suy ra có hai tiếp tuyến.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 73. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2e^x$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. $y'' - y' = e^x(x + 1)$.

B. $y'' - y' = e^x(x - 1)$.

C. $y'' + y' = e^x(x - 1)$.

D. $y'' + y' = e^x(-x + 1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = xe^x + \frac{1}{2}x^2e^x$, $y'' = e^x + xe^x + \frac{1}{2}x^2e^x + xe^x$.

Vậy $y'' - y' = e^x(x + 1)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2}$.

A. 0.

B. $f'(2)$.

C. $2f'(2) - f(2)$.

D. $f(2) - 2f'(2)$.

Lời giải.

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$.

$$\begin{aligned} \text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(f(x) - f(2)) - xf(2) + 2f(2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(f(x) - f(2))}{x - 2} - \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2)(x - 2)}{x - 2} = 2f'(2) - f(2). \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 75. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 - 3$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A có hoành độ $x = 1$ cắt đồ thị hàm số tại điểm B (B khác A). Tọa độ điểm B là

A. $B(-3; 24)$.

B. $B(-1; -8)$.

C. $B(3; 24)$.

D. $B(0; -3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 12x$. Do đó $A(1; -8)$ nên phương trình tiếp tuyến là $y = -8x$.

Hoành độ B là nghiệm phương trình $x^4 - 6x^2 - 3 = -8x \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 24 \Rightarrow B(3; 24)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 76. Cho hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x$. Tìm x sao cho $f'(x) < 0$.

A. $x > \frac{4}{3}$ hoặc $x < -1$.

B. $-1 < x < \frac{4}{3}$.

C. $x \geq \frac{4}{3}$ hoặc $x \leq -1$.

D. $-1 \leq x \leq \frac{4}{3}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - x - 4 \Rightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 77. Cho hàm số $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^9$. Tính $f^{(5)}(0)$.

A. $f^{(5)}(0) = 15120$.

B. $f^{(5)}(0) = \frac{201}{20}$.

C. $f^{(5)}(0) = 144720$.

D. $f^{(5)}(0) = 1206$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^9 = (x^2 + 1)^9 \cdot (x + 1)^9 = \sum_{i=0}^9 C_9^i x^{2i} \cdot \sum_{j=0}^9 C_9^j x^j.$$

Hệ số của x^5 trong khai triển là $C_9^0 C_9^5 + C_9^1 C_9^3 + C_9^2 C_9^1 = 1206$.

Do đó, $f^{(5)}(0) = 1206 \cdot 5! = 144720$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 78. Cho hàm số $y = \frac{2}{1-x}$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Viết phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ tại giao điểm của $(\mathcal{C})$ với trục tung.

A. $y = 2x + 2$.

B. $y = x + 2$.

C. $y = -2x + 2$.

D. $y = 2x - 2$.

Lời giải.

Tọa độ tiếp điểm $M(0; 2)$.

$$y' = \frac{2}{(1-x)^2} \Rightarrow y'(0) = 2.$$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm: $y = 2x + 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 79. Cho $f(x)$ là hàm số thỏa mãn $f(1) = f'(1) = 1$. Giả sử $g(x) = x^2 f(x)$. Tính $g'(1)$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } g'(x) = 2x \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x) \Rightarrow g'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f(1) + 1^2 \cdot f'(1) = 3.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 80. Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1) = \frac{3}{2}$?

A. $k = 3$.

B. $k = -3$.

C. $k = 1$.

D. $k = \frac{9}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{k}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{k}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 3.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 81. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung bằng

A. -2.

B. 2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2}{(x-1)^2}. \text{ Hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm với trục tung } (x=0) \text{ là } y'(0) = 2.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 82. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{x-2} - 27$ song song với trục hoành là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2}.$$

Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến song song với trục hoành của đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

— Khi $x = 0$ ta có tiếp tuyến $y = -27$ song song với trục hoành.

— Khi $x = 3$ ta có tiếp tuyến $y = 0$ trùng với trục hoành.

Vậy, chỉ có 1 tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{x-2} - 27$ song song với trục hoành.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 83. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ tại điểm $M(1; 2)$.

A. $k = 12$.

B. $k = 3$.

C. $k = 5$.

D. $k = 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2$.

Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm $M(1; 2)$ của đồ thị hàm số là $k = f'(x_0) = f'(1) = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 84. Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 10x^2 + 5$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d song song với đường thẳng $y = 5$.

B. d song song với đường thẳng $y = 0$.

C. d song song với đường thẳng $y = x$.

D. d song song với đường thẳng $y = -x$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 20x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm cực đại là $y = 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 85. Đạo hàm cấp 2018 của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $2^{2018} \sin 2x$.

B. $\sin 2x$.

C. $-2^{2018} \sin 2x$.

D. $-2^{2018} \cos 2x$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2 \cos 2x$, $y'' = -2^2 \sin 2x$. Bằng quy nạp ta dễ dàng chứng minh được $y^{(2n)} = (-1)^n 2^{2n} \sin 2x$.

Áp dụng cho $n = 1009$ ta có $y^{(2018)} = -2^{2018} \sin 2x$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 86. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (H) . Tiếp tuyến của (H) tại giao điểm của (H) với trục hoành có phương trình là

A. $y = 3x$.

B. $y = x - 3$.

C. $y = 3x - 3$.

D. $y = \frac{1}{3}(x - 1)$.

Lời giải.

Cho $y = 0 \Rightarrow x = 1$. Do đó tọa độ giao điểm của (H) với trục hoành là $M(1; 0)$.

Đạo hàm $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(1) = \frac{1}{3}$.

Phương trình tiếp tuyến của (H) tại M là $y = \frac{1}{3}(x - 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 87. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C) . Tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại các giao điểm của (C) với trục hoành bằng

A. 0.

B. 9.

C. 11.

D. -15.

Lời giải.

Ta có $x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -2$. $y' = 3x^2 - 3$. Khi đó, $y'(1) + y'(-2) = 0 + 9 = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 88. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = 2 \cos 2x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 89. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức New-ton của $(2x^2 - \frac{3}{x})^n$, ($x \neq 0$), biết rằng $1 \cdot C_n^1 + 2 \cdot C_n^2 + 3 \cdot C_n^3 + \dots + n \cdot C_n^n = 256n$, (C_n^k là tổ hợp chập k của n phần tử).

A. 489888.

B. 49888.

C. 48988.

D. 4889888.

Lời giải.

Ta có $(x+1)^n = C_n^0 + xC_n^1 + x^2C_n^2 + \dots + x^nC_n^n$.

Lấy đạo hàm hai vế được: $n(x+1)^{n-1} = C_n^1 + 2xC_n^2 + \dots + nx^nC_n^n$.

Thay $x=1 \Rightarrow 2^{n-1} \cdot n = 1 \cdot C_n^1 + 2 \cdot C_n^2 + \dots + n \cdot C_n^n \Rightarrow 2^{n-1} \cdot n = 256n \Leftrightarrow n=9$.

Khai triển $(2x^2 - \frac{3}{x})^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot 2^{9-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{18-3k}$.

Hệ số không chứa x ứng với $18-3k=0 \Leftrightarrow k=6$.

Do đó số hạng không chứa x là $C_9^6 \cdot 2^3 \cdot (-3)^6 = 489888$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 90. Cho hàm số $y = \sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$. B. $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 1$. C. $y \cdot y'' - (y')^2 = 1$. D. $(y')^2 + y \cdot y'' = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-2x+3}{2\sqrt{1+3x-x^2}} \Rightarrow y'' = \frac{-4\sqrt{1+3x-x^2} - \frac{(-2x+3)^2}{\sqrt{1+3x-x^2}}}{4(1+3x-x^2)} = \frac{-13}{4\sqrt{(1+3x-x^2)^3}}$.
 $\Rightarrow (y')^2 + y \cdot y'' = -1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 91. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} & \text{khi } 0 < x < x_0 \\ x^2 + 12 & \text{khi } x \geq x_0 \end{cases}$. Biết rằng ta luôn tìm được một số dương x_0

và một số thực a để hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Tính giá trị $S = x_0 + a$.

A. $2(3-2\sqrt{2})$.B. $2(2+4\sqrt{2})$.C. $2(3-4\sqrt{2})$.D. $2(3+2\sqrt{2})$.**Lời giải.**

Hàm số liên tục tại x_0 suy ra $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) \Leftrightarrow a\sqrt{x_0} = x_0^2 + 12 \Leftrightarrow a = \frac{x_0^2 + 12}{\sqrt{x_0}}$.

Nếu $0 < x < x_0$ thì $f(x) = a\sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{x}}$ (1).

Nếu $x \geq x_0$ thì $f(x) = x^2 + 12 \Rightarrow f'(x) = 2x$.

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{(x_0 + \Delta x)^2 + 12 - (x_0^2 + 12)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} (2x_0 + \Delta x) = 2x_0$.

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{a\sqrt{x_0 + \Delta x} - a\sqrt{x_0}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{a}{\sqrt{x_0 + \Delta x} + \sqrt{x_0}} = \frac{a}{2\sqrt{x_0}}$.

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 suy ra $2x_0 = \frac{a}{2\sqrt{x_0}} \Leftrightarrow a = 4x_0\sqrt{x_0}$ (2). Khi đó, ta có

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a}{2\sqrt{x}} & \text{khi } 0 < x < x_0 \\ 2x_0 & \text{khi } x = x_0 \\ 2x & \text{khi } x > x_0 \end{cases}$$

và hàm số $f'(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$.

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x_0^2 + 12}{\sqrt{x_0}} = 4x_0\sqrt{x_0} \Leftrightarrow x_0 = 2, a = 8\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 92. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ là

A. $y = f'(x_0)(x + x_0) + y_0$.

B. $y = f'(x_0)(x + x_0) - y_0$.

C. $y = f'(x_0)(x - x_0) - y_0$.

D. $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Lời giải.

Phương trình tiếp tuyến của $(C) : y = f(x)$ tại điểm $M_0(x_0; y_0) \in (C)$ là $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 93. Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = \sin x + \cos x$.

A. $y' = 2 \cos x$.

B. $y' = 2 \sin x$.

C. $y' = \sin x - \cos x$.

D. $y' = \cos x - \sin x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\sin x + \cos x)' = \cos x - \sin x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 94. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 1 \\ 2x, & x < 1. \end{cases}$ Mệnh đề **sai** là

A. f không có đạo hàm tại $x_0 = 1$.

B. $f'(0) = 2$.

C. $f'(1) = 2$.

D. $f'(2) = 4$.

Câu 95. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$. Nghiệm của phương trình $y'.y = 2x + 1$ là

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. Vô nghiệm.

D. $x = 2$.

Câu 96. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Viết phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

A. $y + 16 = -9(x + 3)$.

B. $y - 16 = -9(x - 3)$.

C. $y - 16 = -9(x + 3)$.

D. $y = -9(x + 3)$.

Câu 97. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ tại điểm có hoành độ bằng 3 là

A. $y = 3x + 13$.

B. $y = 3x - 5$.

C. $y = -3x - 5$.

D. $y = -3x + 13$.

Lời giải.

$$y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$y'(3) = -3$$

$$y(3) = 4$$

Vậy tiếp tuyến là $y = -3x + 13$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 98. Cho $P(x) = (1 + 3x - 2x^2)^{20}$. Khai triển $P(x)$ thành đa thức ta được

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{40}x^{40}.$$

Tính $S = a_1 + 2a_2 + \cdots + 40a_{40}$.

A. $S = 5 \cdot 2^{20}$.

B. $S = -5 \cdot 2^{21}$.

C. $S = 5 \cdot 2^{21}$.

D. $S = -5 \cdot 2^{19}$.

Lời giải.

Ta có $P'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \cdots + 40a_{40}x^{39} = 20(1 + 3x - 2x^2)^{19}(3 - 4x)$.

Cho $x = 1$ ta có $P'(1) = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + 40a_{40} = 20(1 + 3 - 2)^{19} \cdot (-1)$.

Vậy $S = -5 \cdot 2^{21}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 99. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có đồ thị là (C) . Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Tìm tham số m để tiếp tuyến Δ với đồ thị C tại A cắt đường tròn $(T): x^2 + (y - 1)^2 = 4$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $m = \frac{16}{13}$. B. $m = -\frac{13}{16}$. C. $m = \frac{13}{16}$. D. $m = -\frac{16}{13}$.

Lời giải.

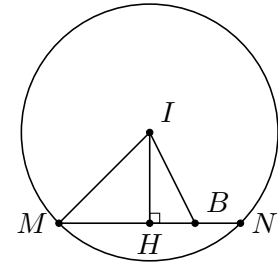
Với $x = 1 \Rightarrow y = 1 - m \Rightarrow A(1; 1 - m)$.

Tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) có phương trình là

$$y = y'(1)(x - 1) + 1 - m \Leftrightarrow y = 4(1 - m)x + 3m - 3$$

$$\Leftrightarrow m(3 - 4x) + (4x - 3 - y) = 0, \text{ từ đó ta thấy } \Delta \text{ đi qua điểm}$$

$$\text{cố định } B\left(\frac{3}{4}; 0\right).$$



Mặt khác đường tròn (T) có tâm tại $I(0; 1)$ và $r = 2$.

Do $IB = \sqrt{\frac{9}{16} + 1} = \frac{5}{4} < r$, suy ra B nằm trong đường tròn (T) , gọi M, N là giao điểm của Δ với (T) và H là trung điểm của MN , ta có $MN = 2MH = 2\sqrt{r^2 - IH^2}$. Suy ra MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất, mà $IH \leq IB = \frac{5}{4}$, do đó IH đạt giá trị lớn nhất khi B trùng với H , khi đó $IB \perp \Delta \Leftrightarrow \vec{IB} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{13}{16}$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 100. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với đường thẳng $y = x$?

A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = -3x^2 + 4x.$$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm giữa tiếp tuyến và đồ thị hàm số, suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0) = -3x_0^2 + 4x_0$.

$$\text{Để tiếp tuyến song song với đường thẳng } y = x \text{ thì } -3x_0^2 + 4x_0 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = x$.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 101. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 9x - 14$ sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) ?

A. 4 điểm. B. 2 điểm. C. 3 điểm. D. 1 điểm.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc đồ thị (C) .

Khi đó tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là $\Delta: y = (3x_0^2 - 3)(x - x_0) + (x_0^3 - 3x_0 + 2)$.

Lấy điểm $A(a; 9a - 14) \in (d)$.

Để có hai đường tiếp tuyến Δ đi qua A thì phương trình ẩn x_0 sau có hai nghiệm phân biệt

$$9a - 14 = (3x_0^2 - 3)(a - x_0) + (x_0^3 - 3x_0 + 2) \quad (1)$$

Ta có

$$\begin{aligned}
 (1) &\Leftrightarrow 9a - 14 = 3ax_0^2 - 3a - 3x_0^3 + 3x_0 + x_0^3 - 3x_0 + 2 \\
 &\Leftrightarrow 2x_0^3 - 16 = 3ax_0^2 - 12a \\
 &\Leftrightarrow 9a - 14 = 3ax_0^2 - 3a - 3x_0^3 + 3x_0 + x_0^3 - 3x_0 + 2 \\
 &\Leftrightarrow 2x_0^3 - 16 = 3ax_0^2 - 12a \\
 &\Leftrightarrow 2(x_0 - 2)(x_0^2 + 2x_0 + 4) = 3a(x_0 - 2)(x_0 + 2) \\
 &\Leftrightarrow (x_0 - 2)(2x_0^2 + 4x_0 - 3ax_0 + 8 - 6a) = 0 \quad (2) \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ 2x_0^2 + 4x_0 - 3ax_0 + 8 - 6a = 0 \quad (3) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Để (2) có hai nghiệm thì (3) có đúng một nghiệm khác 2 hoặc hai nghiệm phân biệt với một nghiệm là 2.

Trường hợp (3) có một nghiệm là 2 thì ta có $8 + 8 - 6a + 8 - 6a = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

Để (3) có đúng một nghiệm thì $\Delta_3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ a = \frac{4}{3} \end{cases}$.

Vậy có 3 giá trị của a . Nghĩa là có ba điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2; 1; 1)$ bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2; 1; 5)$ bán kính 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P) . Giá trị $M + m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$.

B. 9.

C. 8.

D. $\sqrt{15}$.

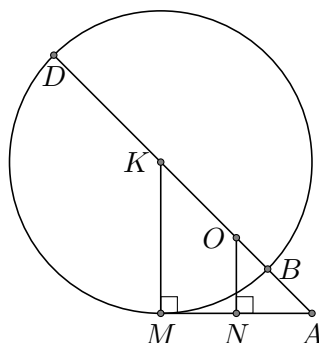
Lời giải.

Mặt phẳng (P) cắt đường thẳng IJ tại điểm S và J là trung điểm của SI suy ra $S(2; 1; 9)$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với hai mặt cầu tại E, F , dễ thấy góc giữa EF và IJ bằng 30° . Gọi M là giao điểm của EF và mặt phẳng (Oxy) , (P) cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến Δ . Khi (P) thay đổi, điểm M tạo nên đường tròn (C) tâm $K(2; 1; 0)$, bán kính $R = 9 \tan 30^\circ = 3\sqrt{3}$ và Δ là tiếp tuyến của (C) .

Gọi N là hình chiếu vuông góc của O trên Δ . Ta có

$$d(O, (P)) = \frac{ON}{R} \cdot d(K, (P)) = \frac{ON\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $d(O, (P))$ lớn nhất, nhỏ nhất khi ON lớn nhất, nhỏ nhất tương ứng.



Để thấy ON lớn nhất bằng OD , ON nhỏ nhất bằng OB . Vậy $M + m = \frac{2R\sqrt{3}}{2} = 9$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 103. Cho đồ thị $(C) : y = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b \in (-10; 10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0; b)$?

A. 2.

B. 9.

C. 17.

D. 16.

Lời giải.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) là:

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2.$$

Tiếp tuyến đi qua điểm $B(0; b)$ khi và chỉ khi:

$$b = (3x_0^2 - 6x_0)(0 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 \Leftrightarrow -2x_0^3 + 3x_0^2 = b(*).$$

Xét hàm số $f(x_0) = -2x_0^3 + 3x_0^2$. Ta có $f'(x_0) = -6x_0^2 + 6x_0$, $f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên:

x_0	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
$f'(x_0)$		-	0	+	0	-
$f(x_0)$	$+\infty$			1		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
0 0 -

Điều kiện để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0; b)$ là phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm x_0 . Từ bảng biến thiên, ta suy ra $b \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Vì b là số nguyên nên $b \in \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Vậy có 17 số nguyên b thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 104. Cho đồ thị $(C) : y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. Từ một điểm bất kỳ trên đường thẳng $x = 2$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến (C) ?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$. Gọi đường thẳng đi qua điểm $A(2; b)$ có dạng $y = k(x - 2) + b$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Điều kiện để đường thẳng trở thành tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 = k(x_0 - 2) + b & (1) \\ 3x_0^2 - 12x_0 + 9 = k & (2) \end{cases}$$

có nghiệm.

Thay (2) vào (1) ta được

$$\begin{aligned} x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 &= (3x_0^2 - 12x_0 + 9)(x_0 - 2) + b \\ \Leftrightarrow x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 &= 3x_0^3 - 18x_0^2 + 33x_0 - 18 + b \\ \Leftrightarrow 2x_0^3 - 24x_0^2 + 24x_0 - 17 &= -b. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 17$, ta có $f'(x) = 6x^2 - 24x + 24$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(2)$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -b$ luôn cắt hàm số $f(x)$ tại một điểm duy nhất. Suy ra phương trình có nghiệm duy nhất nên chỉ có một tiếp điểm. Vậy qua A chỉ kẻ được duy nhất một tiếp tuyến đến (C) .

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 105. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ có hệ số góc bằng

A. -4 .

B. $\frac{47}{12}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{17}{4}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 4$; $f''(x) = 2x - 1$. Khi đó

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến là $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{17}{4}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 106. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $2f(2x) + f(1 - 2x) = 12x^2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ là 1 là

A. $y = 2x + 2$.

B. $y = 4x - 6$.

C. $y = 2x - 6$.

D. $y = 4x - 2$.

Lời giải.

Thay $x = 0, x = \frac{1}{2}$ lần lượt vào $2f(2x) + f(1 - 2x) = 12x^2$ ta được

$$\begin{cases} 2f(0) + f(1) = 0 \\ 2f(1) + f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(1) = 2.$$

Ta có $2f(2x) + f(1 - 2x) = 12x^2 \Rightarrow 4f'(2x) - 2f'(1 - 2x) = 24x (*)$.

Thay $x = 0, x = \frac{1}{2}$ lần lượt vào $(*)$ ta có

$$\begin{cases} 4f'(0) - 2f'(1) = 0 \\ 4f'(1) - 2f'(0) = 12 \end{cases} \Rightarrow f'(1) = 4.$$

Phương trình tiếp tuyến $y = f'(1)(x - 1) + f(1) = 4(x - 1) + 2 = 4x - 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 107. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$.

A. $y = \frac{1}{4}(x - 1) - \frac{1}{2}$. B. $y = \frac{1}{2}(x - 1) + \frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}(x + 1) - \frac{1}{2}$. D. $y = \frac{1}{4}(x + 1) + \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 2}{(x + 1)^2} \Rightarrow y'(1) = \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ là:

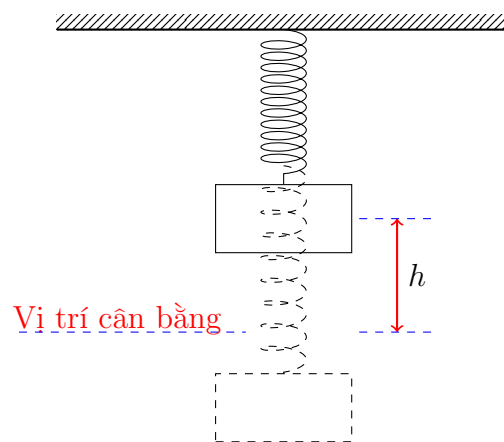
$$y = \frac{1}{4}(x - 1) - \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 108.

Một vật nặng treo bởi một chiếc lò xo, chuyển động lên xuống quanh vị trí cân bằng (hình vẽ). Khoảng cách h từ vật đến vị trí cân bằng ở thời điểm t giây được tính theo công thức $h = |d|$ trong đó $d = 5 \sin 6t - 4 \cos 6t$ với d được tính bằng cm. Ta quy ước rằng $d > 0$ khi vật ở trên vị trí cân bằng, $d < 0$ khi vật ở dưới vị trí cân bằng. Hỏi trong giây đầu tiên có bao nhiêu thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất.



A. 1. B. 4. C. 0. D. 2.

Lời giải.

Con lắc ở xa vị trí cân bằng nhất khi tại vị trí đấy đổi chiều chuyển động và vận tốc triệt tiêu.

Ta có $v(t) = d'(t) = 30 \cos 6t + 24 \sin 6t$.

Vậy $v(t) = 0 \Leftrightarrow 30 \cos 6t + 24 \sin 6t = 0. \Leftrightarrow 5 \cos 6t + 4 \sin 6t = 0 \quad (1)$.

Để thấy $\cos 6t = 0$ làm phương trình (1) vô nghiệm.

$(1) \Leftrightarrow \tan 6t = -\frac{5}{4}$. Ta cần tìm k sao cho $0 < \frac{1}{6} \arctan\left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{k\pi}{6} < 1 \Leftrightarrow 0,15 < \frac{k\pi}{6} < 1,15$
 $\Leftrightarrow 0,29 < k < 2,2$.

Vậy có hai giá trị của t thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 109. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(6) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$.

A. 2. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 12.

Lời giải.

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại $x = 6$, suy ra $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = f'(6) = 2$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 110. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động là $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó t tính bằng giây (s), S tính bằng mét (m) và $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 4\text{s}$ là

A. $v = 78,4 \text{ m/s}$. B. $v = 39,2 \text{ m/s}$. C. $v = 9,8 \text{ m/s}$. D. $v = 19,6 \text{ m/s}$.

Lời giải.

Vận tốc của chuyển động tại thời điểm t được tính theo công thức $v(t) = s'(t) = gt$. Suy ra vận tốc tại thời điểm $t = 4$ là $v(4) = 9,8 \cdot 4 = 39,2$ m/s.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 111. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t . Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 3$.

B. $t = 4$.

C. $t = 1$.

D. $t = 2$.

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t = 12 - 3(t - 2)^2 \leq 12$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 112. Cho hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}$ và $P = 2\sqrt{x^2 + 1} \cdot y'$. Khi đó nhận định nào dưới đây đúng?

A. $P = 2y$.

B. $P = y$.

C. $P = \frac{y}{2}$.

D. $P = \frac{2}{y}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{2\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}} = \frac{\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}}{2\sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } P = 2\sqrt{x^2 + 1} \cdot y' = \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}} = y.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 113. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(-1; 2)$ bằng

A. 3.

B. -5.

C. 25.

D. 1.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 2.$$

Tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(-1; 2)$ có hệ số góc là $y'(-1) = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 114. Biết $1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = a.2^{2018} + b$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $S = a + b$.

A. $S = 2017$.

B. $S = 2018$.

C. $S = 2019$.

D. $S = 2020$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018} = \frac{x^{2019} - 1}{x - 1}.$$

Đạo hàm hai vế ta được

$$\begin{aligned} 1 + 2x + 3x^2 + \dots + 2018x^{2017} &= \frac{2019x^{2018}(x - 1) - (x^{2019} - 1) \cdot 1}{(x - 1)^2} \\ \Leftrightarrow 1 + 2x + 3x^2 + \dots + 2018x^{2017} &= \frac{2018x^{2019} - 2019x^{2018} + 1}{(x - 1)^2} \quad (1) \end{aligned}$$

Thay $x = 2$ vào (1) ta được $1 + 2.2 + 3.2^2 + 4.2^3 + \dots + 2018.2^{2017} = 2017.2^{2018} + 1$.

Vậy $a = 2017, b = 1 \Rightarrow a + b = 2018$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 115. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1; \frac{1}{3}\right)$ là

A. $y = 3x - 2$.

B. $y = x - \frac{2}{3}$.

C. $y = -3x + 2$.

D. $y = -x + \frac{2}{3}$.

Lời giải.Ta có $y' = x^2 + 2x - 2 \Rightarrow y'(1) = 1$. Từ đó phương trình tiếp tuyến cần tìm là

$$y - \frac{1}{3} = 1(x - 1) \Rightarrow y = x - \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 116.**

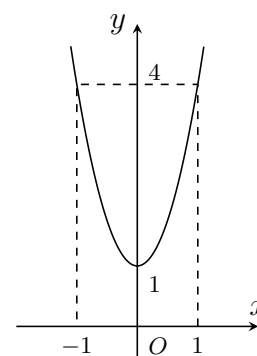
Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H = f(4) - f(2)$.

A. $H = 45$.

B. $H = 64$.

C. $H = 51$.

D. $H = 58$.

**Lời giải.**Với $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do đồ thị (P) của $f'(x)$ có đỉnh $I(0; 1) \in Oy$ và qua $A(1; 4)$ nên
$$\begin{cases} b = 0 \\ c = 1 \\ 3a + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = 1 \\ a = 1 \end{cases}.$$

Ngoài ra do (C): $y = f(x)$ đi qua O nên $f(x) = x^3 + x$. Từ đó $H = f(4) - f(2) = 68 - 10 = 58$.Chọn đáp án **(D)** □**Câu 117.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 3$ (C) tại điểm $M(1; 2)$ là:

A. $y = 3x - 1$.

B. $y = 2x + 2$.

C. $y = 2 - x$.

D. $y = x + 1$.

Câu 118. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m + 1)x + 1$ có đồ thị (C). Với giá trị nào của m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua $A(1; 3)$?

A. $m = \frac{7}{9}$.

B. $m = -\frac{7}{9}$.

C. $m = -\frac{1}{2}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải.Ta có $y' = 3x^2 + 6mx + m + 1$, khi đó $y(-1) = 2m - 1$, $y'(-1) = -5m + 4$.Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $x = -1$ là:

$$y = (-5m + 4)(x + 1) + 2m - 1.$$

Do $A(1; 3)$ nằm trên tiếp tuyến nên ta có phương trình:

$$3 = (-5m + 4)(1 + 1) + 2m - 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Vậy $m = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 119.** Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + 2m$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 2018$.

A. $m = \frac{7}{3}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$\Delta: y = 3x + 2018$ có hệ số góc $k_{\Delta} = 3$.

$$y' = 3x^2 - 4x + m - 1$$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị hàm số (C_m) .

$$\text{Hệ số góc của tiếp tuyến tại } M \text{ là } y'(x_0) = 3x_0^2 - 4x_0 + m - 1 = 3\left(x_0 - \frac{2}{3}\right)^2 + m - \frac{7}{3} \geq m - \frac{7}{3}$$

$$\text{Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất } k_{tt} = m - \frac{7}{3}.$$

$$\text{Theo bài ra ta có } k_{tt} \cdot k_{\Delta} = -1 \Leftrightarrow \left(m - \frac{7}{3}\right) 3 = -1 \Leftrightarrow m = 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 120. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để trên (C) có duy nhất một điểm có hoành độ âm mà tiếp tuyến của (C) tại điểm đó vuông góc với đường thẳng có phương trình $x + 2y = 0$.

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq \frac{2}{3}$.

B. $m > \frac{2}{3}$.

C. $m < 0$ hoặc $m > \frac{2}{3}$.

D. $m \leq 0$ hoặc $m > \frac{2}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = mx^2 + 2(m-1)x + 4 - 3m.$$

$$\text{Xét phương trình } mx^2 + 2(m-1)x + 4 - 3m = 2 \Leftrightarrow mx^2 + 2(m-1)x + 2 - 3m = 0.$$

Như vậy yêu cầu bài toán tương đương với phương trình trên có hai nghiệm trái dấu. Do đó $m(2-3m) < 0$, suy ra $m < 0$ hoặc $m > \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 121. Tính tổng $S = 1 \cdot C_{2018}^1 + 2 \cdot C_{2018}^2 + 3 \cdot C_{2018}^3 + \dots + 2018 \cdot C_{2018}^{2018}$

A. $2017 \cdot 2^{2017}$.

B. $2017 \cdot 2^{2018}$.

C. $2018 \cdot 2^{2017}$.

D. $2018 \cdot 2^{2018}$.

Lời giải.

$$\text{Xét khai triển } (1+x)^{2018} = C_{2018}^0 + x \cdot C_{2018}^1 + x^2 \cdot C_{2018}^2 + \dots + x^{2018} \cdot C_{2018}^{2018}$$

Lấy đạo hàm hai vế ta có

$$2018 \cdot (1+x)^{2017} = 1 \cdot C_{2018}^1 + 2x \cdot C_{2018}^2 + 3x^2 \cdot C_{2018}^3 + \dots + 2018x^{2017} \cdot C_{2018}^{2018}.$$

$$\text{Chọn } x = 1 \text{ ta được } S = 1 \cdot C_{2018}^1 + 2 \cdot C_{2018}^2 + 3 \cdot C_{2018}^3 + \dots + 2018 \cdot C_{2018}^{2018} = 2018 \cdot 2^{2017}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 122. Đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2-x}$ là

A. $(2x-1)e^{x^2-x}$.

B. $(x^2-x)e^{2x-1}$.

C. $(2x-1)e^{2x-1}$.

D. $(2x-1)e^x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } (e^{x^2-x})' = (x^2-x)' \cdot e^{x^2-x} = (2x-1)e^{x^2-x}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 123. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ bằng

A. $y' = x^2 + x$.

B. $y' = x^2$.

C. $y' = \frac{1}{3}x^2$.

D. $y' = \frac{1}{12}x^4 + x$.

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y = \frac{1}{3}x^3 + 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 0 = x^2.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 124. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ có đồ thị là đường cong $(\mathcal{C})$. Đường thẳng có phương trình $y = ax + b$ là tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ cắt trục hoành tại A , cắt trục tung tại B sao cho tam giác OAB

là tam giác vuông cân tại O , với O là gốc tọa độ. Khi đó $S = a + b$ bằng bao nhiêu?

- A. $S = -2$. B. $S = -1$. C. $S = 0$. D. $S = -3$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, $x_0 \neq -\frac{3}{2}$.

$$y'(x) = \frac{-1}{(2x+3)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}.$$

Kết hợp với giả thiết tam giác OAB vuông cân, ta được $y'(x_0) = -1$.

Điều này tương đương với $\frac{-1}{(2x_0+3)^2} = -1$. Từ đó ta giải được $\begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -2 \end{cases}$.

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 1$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -1(x+1) + 1 \Leftrightarrow y = -x$ (loại vì tiếp tuyến này đi qua gốc tọa độ).

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -1(x+2) + 0 \Leftrightarrow y = -x - 2$.

Vậy $S = -3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 125. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A và B sao cho $AB = \sqrt{2}OA > 0$.

- A. $y = -x + 8$. B. $y = -x$. C. $y = -x - 8$. D. $y = -x + 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-4}{(x-2)^2}$.

Giả sử đường thẳng Δ tiếp xúc với đồ thị hàm số (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$, suy ra

$$\Delta: y = \frac{-4}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0}{x_0-2}.$$

Giả sử Δ giao các trục Ox , Oy tại lần lượt A , B thỏa mãn $AB = \sqrt{2}OA$. Do tam giác OAB vuông tại O nên $\widehat{BAO} = 45^\circ$, suy ra Δ có hệ số góc $k = \pm 1$.

- Với $k = 1$, suy ra $\frac{-4}{(x_0-2)^2} = 1$ (vô lý).

- Với $k = -1$, suy ra $\frac{-4}{(x_0-2)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}$.

Khi $x_0 = 0$, suy ra $\Delta: y = -x$, suy ra $A \equiv B \equiv O$ (loại).

Khi $x_0 = 4$, suy ra $\Delta: y = -x + 8$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 126. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2-3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-3x}{\sqrt{2-3x^2}}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{2-3x^2}}$. C. $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2-3x^2}}$. D. $\frac{3x}{\sqrt{2-3x^2}}$.

Câu 127. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là

- A. $y = -\frac{1}{9}x + 18$; $y = -\frac{1}{9}x + 5$. B. $y = \frac{1}{9}x + 18$; $y = \frac{1}{9}x - 14$.
C. $y = 9x + 18$; $y = 9x - 14$. D. $y = 9x + 18$; $y = 9x + 5$.

Câu 128. Cho hàm số $y = \sin 2x$. Hãy chọn câu đúng.

- A. $y^2 + (y')^2 = 4$. B. $4y - y'' = 4$. C. $4y + y'' = 0$. D. $y = y' \tan 2x$.

Câu 129. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ có phương trình là

A. $y = 3x - \frac{29}{3}$.

B. $y = 3x - \frac{29}{3}; y = 3x + 1$.

C. $y = 3x + \frac{29}{3}$.

D. $y = 3x - 1$.

Lời giải.

Gọi $(\mathcal{C})$ là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$.

Vì tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ có hệ số góc $k = 3$.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, ta có $y'(x_0) = k \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1 \\ x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = \frac{7}{3} \end{cases}$.

— Phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ tại điểm $(0; 1)$ là $y = 3(x - 0) + 1 = 3x + 1$.

— Phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ tại điểm $\left(4; \frac{7}{3}\right)$ là $y = 3(x - 4) + \frac{7}{3} = 3x - \frac{29}{3}$.

Vậy có một tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ là đường thẳng $y = 3x - \frac{29}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 130. Cho hàm số $y = -x^3 + mx^2 + mx + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu giá trị m để tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất đi qua gốc tọa độ O .

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$y' = -3x^2 + 2mx + m = -3\left(x - \frac{m}{3}\right)^2 + \frac{m^2}{3} + m \leq \frac{m^2}{3} + m.$$

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến lớn nhất khi $x = \frac{m}{3}$. Khi đó tiếp tuyến với hệ số góc lớn nhất có phương trình

$$y = y'\left(\frac{m}{3}\right)\left(x - \frac{m}{3}\right) + y\left(\frac{m}{3}\right) \Leftrightarrow y = \left(\frac{m^2}{3} + m\right)\left(x - \frac{m}{3}\right) + \frac{2m^3}{27} + \frac{m^2}{3} + 1.$$

Tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ O nên ta có

$$\left(\frac{m^2}{3} + m\right)\left(-\frac{m}{3}\right) + \frac{2m^3}{27} + \frac{m^2}{3} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{-m^3}{27} + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy chỉ có duy nhất 1 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **D** □

Câu 131. Cho các hàm số $f(x), g(x), h(x) = \frac{f(x)}{3 - g(x)}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x_0 = 2018$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(2018) \geq -\frac{1}{4}$.

B. $f(2018) \leq -\frac{1}{4}$.

C. $f(2018) \geq \frac{1}{4}$.

D. $g(2018) \leq \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $h'(x) = \frac{f'(x)[3 - g(x)] + f(x)g'(x)}{[3 - g(x)]^2}$, suy ra

$$\begin{aligned} f'(x_0) &= g'(x_0) = \frac{f'(x_0)[3 - g(x_0)] + f(x_0)g'(x_0)}{[3 - g(x_0)]^2} \\ \Rightarrow \frac{[3 - g(x_0) + f(x_0)]}{[3 - g(x_0)]^2} &= 1. \end{aligned}$$

Đặt $t = 3 - g(x_0)$ ta có $t^2 - t - f(x_0) = 0$. Phương trình này có nghiệm nên $1 + 4f(x_0) \geq 0$ hay $f(x_0) \geq -\frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 132. Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 5 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 7 tại $x = 2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$.

A. 8.

B. 12.

C. 16.

D. 19.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 5 \\ f'(2) - 2f'(4) = 7 \end{cases} \Rightarrow f'(1) - 4f'(4) = 19.$

Vậy đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$ bằng 19.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 133. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ là

A. 0.

B. Không tồn tại.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải.

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2} \stackrel{\text{nhân liên hợp}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 134. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{với } x \geq 2 \\ x^3 - x^2 - 8x + 10 & \text{với } x < 2 \end{cases}$. Biết hàm số có đạo hàm tại $x = 2$.

Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

A. 18.

B. 20.

C. 25.

D. 17.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^3 - x^2 - 8x + 10) = -2$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 4 + 2a + b$.

Để hàm số có liên tục tại $x = 2$ thì $4 + 2a + b = -2$.

Xét $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{(x^3 - x^2 - 8x + 10) - (4 + 2a + b)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - x^2 - 8x + 12}{x - 2} = 0$.

Và $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x^2 + ax + b) - (4 + 2a + b)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2 + a) = 4 + a$.

Từ đó suy ra $4 + a = 0 \Leftrightarrow a = -4 \Rightarrow b = 2$.

Vậy $a^2 + b^2 = 20$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 135. Một vật chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và S (m) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian

đó. Hỏi trong khoảng 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 243 (m/s). B. 144 (m/s). C. 27 (m/s). D. 36 (m/s).

Lời giải.

Vận tốc chuyển động của vật là $v(t) = S'(t) = -t^2 + 12t$. Xét $v(t) = -t^2 + 12t$ với $t \in [0; 9]$.

Ta có $v(t) = -(t - 6)^2 + 36 \leq 36$.

Suy ra vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng 9 giây đầu tiên bằng 36 (m/s) khi $t = 6$.

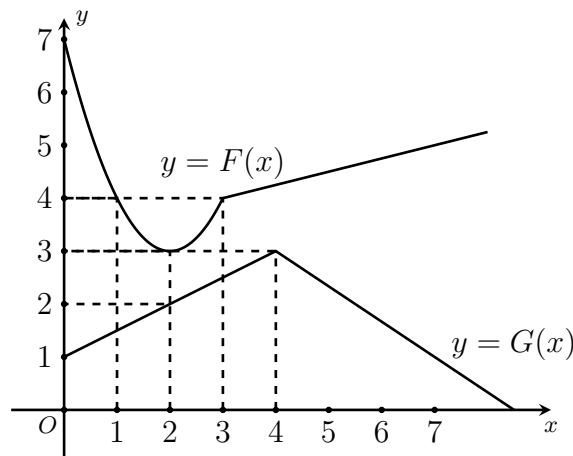
Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 136. Nếu $y = F(x)$ và $y = G(x)$ là những hàm số có đồ thị cho trong hình bên.

Đặt $P(x) = F(x) \cdot G(x)$. Tính $P'(2)$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 4.
C. 6. D. $\frac{5}{2}$.



Lời giải.

Ta có $P'(x) = F'(x) \cdot G(x) + F(x) \cdot G'(x) \Rightarrow P'(2) = F'(2) \cdot G(2) + F(2) \cdot G'(2)$.

Xét $x \in [0; 4] \Rightarrow G(x) = ax + b$.

Từ đồ thị hàm số $y = G(x)$, suy ra $G(0) = 1; G(2) = 2$.

Khi đó, ta có $\begin{cases} b = 1 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow G(x) = \frac{1}{2}x + 1$.

Ta có $G'(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow G'(2) = \frac{1}{2}$.

Xét $x \in [0; 3] \Rightarrow F(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$.

Từ đồ thị hàm số $y = F(x) \Rightarrow F(1) = 4, F(2) = 3$ và $F(3) = 4$.

Khi đó, ta có $\begin{cases} a + b + c = 4 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow F(x) = x^2 - 4x + 7 \Rightarrow F'(x) = 2x - 4 \Rightarrow F'(2) = 0$.

Vậy $P'(2) = 0 \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 137. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f^2(1 + 2x) = x - f^3(1 - x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.

- A. $x + 7y - 6 = 0$. B. $x - 7y + 6 = 0$. C. $x - 7y - 6 = 0$. D. $x + 7y + 6 = 0$.

Lời giải.

Từ giả thiết, cho $x = 0 \Rightarrow f^2(1) = -f^3(1) \Leftrightarrow f^2(1) \cdot [1 + f(1)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(1) = -1. \end{cases}$

Từ giả thiết, đạo hàm hai vế $\Rightarrow 2f(1 + 2x) \cdot f'(1 + 2x) \cdot 2 = 1 - 3f^2(1 - x) \cdot f'(1 - x) \cdot (-1)$.

Cho $x = 0 \Rightarrow 4f(1) \cdot f'(1) = 1 + 3f^2(1) \cdot f'(1) (*)$.

— Với $f(1) = 0$. Thay vào (*) $\Rightarrow 0 = 1$ (vô lý).

— Với $f(1) = -1 \Rightarrow -4f'(1) = 1 + 3f'(1) \Leftrightarrow f'(1) = -\frac{1}{7}$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1) \Rightarrow y = -\frac{1}{7} \cdot (x - 1) - 1 \Rightarrow x + 7y + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 138. Cho đồ thị hàm số $(C) : y = \frac{1}{x}$; điểm M có hoành độ $x_M = 2 - \sqrt{3}$ thuộc (C) . Biết tiếp tuyến của (C) tại M lần lượt cắt Ox, Oy tại A, B . Tính diện tích tam giác OAB .

A. $S_{\Delta OAB} = 1$. B. $S_{\Delta OAB} = 4$. C. $S_{\Delta OAB} = 2$. D. $S_{\Delta OAB} = 2 + \sqrt{3}$.

Câu 139. Cho đồ thị hàm số $(C) : y = x^4 - 4x^2 + 2017$ và đường thẳng $d : y = \frac{1}{4}x + 1$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng d ?

A. 2 tiếp tuyến. B. 1 tiếp tuyến.
C. Không có tiếp tuyến nào. D. 3 tiếp tuyến.

Lời giải.

$y' = 4x^3 - 8x$, phương trình $4x^3 - 8x = -4$ có 3 nghiệm phân biệt cho nên có 3 tiếp tuyến.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 140. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$. Tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \leq f(x)$ là

A. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}; +\infty\right)$. B. $S = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
C. $S = \left(-\infty; \frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-\infty; \frac{2 - \sqrt{2}}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 141. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục hoành?

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với trục hoành khi và chỉ khi

$$y' = -3x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Với $x = 0$, tiếp tuyến của đồ thị hàm số trùng với Ox . Do đó, chỉ có 1 tiếp tuyến.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 142. Hệ số góc k của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ tại điểm $M(1; 2)$ là

A. $k = 12$. B. $k = 3$. C. $k = 5$. D. $k = 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là $k = y'(1) = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 143. Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ có bao nhiêu tiếp tuyến song song với trục hoành?

A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải.

Tiếp tuyến của hàm số $y = -x^3 + 3x$ song song với trục hoành nên có hệ số góc $k = f'(x_0) = 0$.

Xét $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Suy ra, có hai giá trị của x để $y' = 0$, tức là ta viết được hai tiếp tuyến song song với trục Ox .

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 144. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = 1$ và $(2-x)f(x) - f'(x) = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m < e^2$.

B. $0 < m < e^2$.

C. $0 < m \leq e^2$.

D. $m > e^2$.

Lời giải.

Xét phương trình

$$(2-x)f(x) - f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2-x)e^{\frac{x^2}{2}-2x}f(x) - e^{\frac{x^2}{2}-2x}f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(f(x)e^{\frac{x^2}{2}-2x}\right)' = 0 \Leftrightarrow f(x)e^{\frac{x^2}{2}-2x} = C. \quad (1)$$

Do $f(0) = 1$ nên thay vào (1) ta được $C = 1$.

Suy ra, $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}+2x} \Rightarrow f'(x) = (-x+2)e^{-\frac{x^2}{2}+2x}$. Dễ thấy hàm $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 2]$. Ta có bảng biến thiên của hàm $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	2
$f'(x)$	$+$	0
$f(x)$	0	e^2

— Do $-\frac{x^2}{2} + 2x \leq 2$ nên $0 < f(x) \leq e^2$. Phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-\frac{x^2}{2} + 2x = \ln m$ có hai nghiệm thực phân biệt. Khi đó, $\ln m \in (-\infty; 2)$.

— Đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = m$ luôn cắt nhau tại một điểm với mọi $m \in (0; e^2]$.

Suy ra, để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm thực phân biệt thì $0 < m < e^2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 145. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C) . Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

$$y' = 4x^3 - 4x + 3.$$

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$ nên $y'(x_0) = 3$

$$\Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 3 \\ x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1. \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(1; 3)$ là $y = 3x$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(-1; -3)$ là $y = 3x$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(0; 1)$ là $y = 3x + 1$.

Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 146. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 x$.

A. $\sin 2x$.

B. $2 \sin x$.

C. $-\sin 2x$.

D. $\cos 2x$.

Lời giải.

$$y' = (\sin^2 x)' = 2 \sin x \cos x = 2 \sin 2x.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 147. Tổng $C_{2018}^1 - 2 \cdot 5C_{2018}^2 + 3 \cdot 5^2C_{2018}^3 - \dots - 2018 \cdot 5^{2017}C_{2018}^{2018}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $-1009 \cdot 2^{4034}$. B. $-1009 \cdot 2^{4035}$. C. $1009 \cdot 2^{4035}$. D. $1009 \cdot 2^{4034}$.

Lời giải.

$$\text{Xét khai triển } (1-x)^{2018} = C_{2018}^0 - xC_{2018}^1 + x^2C_{2018}^2 + \dots + x^{2018}C_{2018}^{2018}.$$

Lấy đạo hàm hai vế ta được

$$-2018(1-x)^{2017} = -C_{2018}^1 + 2xC_{2018}^2 - \dots + 2018x^{2017}C_{2018}^{2018}$$

$$\text{Suy ra } 2018(1-x)^{2017} = C_{2018}^1 - 2xC_{2018}^2 + \dots - 2018x^{2017}C_{2018}^{2018}.$$

$$\text{Cho } x = 5 \text{ suy ra giá trị của tổng là } 2018(-4)^{2017} = -1009 \cdot 2^{4035}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 148. Trong mặt phẳng Oxy , có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ sao cho hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - x + 1.$$

Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$. Để hai tiếp tuyến tại A và B của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ vuông góc với nhau thì $y'(x_1) \cdot y'(x_2) = -1$.
Do

$$\begin{aligned} y'(x_1) \cdot y'(x_2) &= (x_1^2 - x_1 + 1) \cdot (x_2^2 - x_2 + 1) \\ &= \left[\left(x_1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \right] \cdot \left[\left(x_2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \right] > 0 \end{aligned}$$

nên không tồn tại hai điểm A, B trên đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ để hai tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau.

Vậy, trong mặt phẳng Oxy , không có điểm nào mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ sao cho hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 149. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị $(\mathcal{C}) : y = x^3 - 3x^2 + 2$ song song với đường thẳng $\Delta : y = 9x - 25$?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 150. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 3x$. Tính $f'(x)$?

- A. $f'(x) = 2 \sin 6x$. B. $f'(x) = 3 \sin 6x$. C. $f'(x) = 6 \sin 6x$. D. $f'(x) = -3 \sin 6x$.

Câu 151. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$. Tính $f'(x)$?

- A. $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$. B. $f'(x) = \frac{2}{(x-1)^2}$. C. $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$. D. $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$.

Câu 152. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của chất điểm là bao nhiêu?

- A. 88 m/s. B. 25 m/s. C. 100 m/s. D. 11 m/s.

Câu 153. Cho hàm số $y = x^3 - 2018x$ có đồ thị là (C) . Gọi M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$, tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác $M_2, \dots$, tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} (với $n \geq 4$). Gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ của điểm M_n . Tìm n để $2018x_n + y_n + 2^{2019} = 0$.

- A. $n = 676$. B. $n = 674$. C. $n = 675$. D. $n = 673$.

Lời giải.

Gọi phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_k(x_k; y_k)$ (với $k \in \mathbb{N}^*$) là $y = ax + b$.

Ta có

$$\begin{aligned} x^3 - 2018x - ax - b &= (x - x_k)^2(x - x_{k+1}) \\ \Leftrightarrow x^3 - 2018x - ax - b &= x^3 - (x_{k+1} + 2x_k)x^2 + (2x_kx_{k+1} + x_k^2)x - x_k^2x_{k+1}. \end{aligned}$$

Đồng nhất hệ số ta được $x_{k+1} + 2x_k = 0$ hay $x_{k+1} = -2x_k$. Suy ra dãy số $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ là một cấp số nhân có $x_1 = 1$ và $x_n = (-2)^{n-1}$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} 2018x_n + y_n + 2^{2019} = 0 &\Leftrightarrow 2018 \cdot (-2)^{n-1} + [(-2)^{n-1}]^3 - 2018 \cdot (-2)^{n-1} + 2^{2019} = 0 \\ &\Leftrightarrow [(-2)^{n-1}]^3 + 2^{2019} = 0 \\ &\Leftrightarrow (-2)^{3n-3} = (-2)^{2019} \\ &\Leftrightarrow 3n - 3 = 2019 \\ &\Leftrightarrow n = 674. \end{aligned}$$

Vậy $n = 674$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 154. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ có đồ thị (C) , tiếp tuyến tại giao điểm của (C) với trục hoành có phương trình là

- A. $y = -2x + 1$. B. $y = -x + 1$. C. $y = -x - 1$. D. $y = -x + 2$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{x-1}{x-2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Như vậy tiếp điểm là $M(1; 0)$.

Ta có $y' = -\frac{1}{(x-2)^2}$, nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $y'(1) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -x + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 155. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 3}$

- A. $2 - \frac{3}{x^2 + x + 3}$. B. $\frac{6x + 3}{(x^2 + x + 3)^2}$. C. $\frac{3}{(x^2 + x + 3)^2}$. D. $\frac{x + 3}{x^2 + x + 3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(4x + 2)(x^2 + x + 3) - (2x + 1)(2x^2 + 2x + 3)}{(x^2 + x + 3)^2} = \frac{6x + 3}{(x^2 + x + 3)^2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 156. Cho đường cong (C) có phương trình $y = \frac{x - 1}{x + 1}$. Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

- A. $y = -2x - 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = x - 2$.

Lời giải.

Giao điểm của (C) với trục tung là $M(0; 1)$.

Xét hàm số $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ta có $y' = \frac{2}{(x + 1)^2} \Rightarrow y'(0) = 2$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M là $y = 2(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = 2x + 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 157. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ đều có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$f^3(2 - x) - 2f^2(2 + 3x) + x^2g(x) + 36x = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Tính $A = 3f(2) + 4f'(2)$.

- A. 11. B. 13. C. 14. D. 10.

Lời giải.

Ta có $f^3(2 - x) - 2f^2(2 + 3x) + x^2g(x) + 36x = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (1).

$$(1) \text{ đúng } \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên cũng đúng với } x = 0 \Rightarrow f^3(2) - 2f^2(2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 0 \\ f(2) = 2 \end{cases}.$$

Lấy đạo hàm hai vế của (1) ta có :

$$3f^2(2 - x) \cdot f'(2 - x) - 12f(2 + 3x) \cdot f'(2 + 3x) + 2x \cdot g(x) + x^2 \cdot g'(x) + 36 = 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow 3f^2(2 - x) \cdot f'(2) - 12f(2) \cdot f'(2) + 36 = 0.$$

Ta thấy $f(2) = 0$ không thỏa mãn nên $f(2) = 2$, khi đó $f'(2) = 1 \Rightarrow 3f(2) + 4f'(2) = 10$.

(Chú ý: hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là tồn tại, chẳng hạn $f(x) = x$ và $g(x) = x + 12$. Nếu đoán được kết quả này thì sẽ được kết quả của bài toán luôn).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 158. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x - 1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là

- A. $y = -x - 3$. B. $y = x - 1$. C. $y = -x + 2$. D. $y = -x - 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = -\frac{4}{(x - 1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1.$$

Theo giả thiết ta có $x_0 = 1$ nên $y_0 = -2 \Rightarrow$ tiếp điểm $M(-1; -2)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-1; -2)$ là $y = -1(x + 1) - 2$

$$\Leftrightarrow y = -x - 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 159. Gọi M là giao điểm của trục tung với đồ thị (C) của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y = \frac{1}{2}x + 1.$

B. $y = -\frac{1}{2}x + 1.$

C. $y = -x + 1.$

D. $y = x + 1.$

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}.$

Với $x_0 = 0$ ta có $\begin{cases} y'(0) = \frac{1}{2} \\ y_0 = y(0) = 1. \end{cases}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(0; 1)$ là

$$y = \frac{1}{2}(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 160.** Tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ có phương trình là

A. $x + y + 1 = 0.$

B. $x - y + 1 = 0.$

C. $4x - 4y + 1 = 0.$

D. $4x + 4y + 1 = 0.$

Lời giải.Vì tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ nên nó có dạng $\Delta: y = -x + c.$ Δ tiếp xúc với (P) khi phương trình $x^2 + x - c = 0$ có nghiệm kép nếu $1 + 4c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{1}{4}.$ Khi đó $\Delta: y = -x - \frac{1}{4}$ hay $\Delta: 4x + 4y + 1 = 0.$ Chọn đáp án **(D)** □**Câu 161.** Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ song song với trục hoành là

A. một.

B. ba.

C. hai.

D. không.

Lời giải.Gọi $M(x_0, y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến song song với trục hoành. Suy ra

$$y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \\ x_0 = -1. \end{cases}$$

— Nếu $x_0 = 0$ thì $y_0 = -3$, suy ra phương trình tiếp tuyến là $y = -3$ (nhận).— Nếu $x_0 = 1$ thì $y_0 = -4$, suy ra phương trình tiếp tuyến là $y = -4$ (nhận).— Nếu $x_0 = -1$ thì $y_0 = -4$, suy ra phương trình tiếp tuyến là $y = -4$ (nhận).Vậy có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ song song với trục hoành.Chọn đáp án **(C)** □**Câu 162.** Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 9x - 5$ có phương trình là

A. $y = 9x - 7.$

B. $y = -2x + 4.$

C. $y = 6x - 4.$

D. $y = 2x.$

Lời giải.Ta có hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 + 9 = 3(x_0 - 1)^2 + 6 \geq 6, \forall x_0 \in \mathbb{R}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $x_0 = 1$. Vậy tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất là 6 khi $x_0 = 1$. Từ đó ta có phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 6x - 4.$ Chọn đáp án **(C)** □

Câu 163. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + x + 1$ có đồ thị (C) . Trong tất cả các tiếp tuyến của (C) , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

- A. $y = -11x + 9$. B. $y = 37x + 87$. C. $y = -8x + 5$. D. $y = 16x - 19$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 1 = 3(x - 2)^2 - 11 \geq -11, \forall x \in \mathbb{R}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2 \Rightarrow y = -13$.

Nên phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -11(x - 2) - 13 \Leftrightarrow y = -11x + 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 164. Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x + 2$.

- A. $y = x + \frac{68}{27}$. B. $y = x + 2$. C. $y = x + \frac{50}{27}$. D. $y = x - \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Tiếp tuyến Δ song song với đường thẳng $d: y = x + 2$ nên Δ có dạng $y = x + m, m \neq 2$.

Điều kiện tiếp xúc của Δ và (C) là
$$\begin{cases} -x^3 + 2x^2 + 2 = x + m & (1) \\ -3x^2 + 4x = 1. & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

— Với $x = 1$, $(1) \Leftrightarrow m = -x^3 + 2x^2 - x + 2 = 2$ (loại).

— Với $x = \frac{1}{3}$, $(1) \Leftrightarrow m = -x^3 + 2x^2 - x + 2 = \frac{50}{27}$ (nhận).

Vậy tiếp tuyến cần tìm là $y = x + \frac{50}{27}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 165. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2} & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.
 B. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.
 C. Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ và hàm số $f(x)$ cũng có đạo hàm tại $x = 1$.
 D. Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = 1$.

Câu 166. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm thuộc đồ thị (C) có tung độ là nghiệm phương trình $2f'(x) - x.f''(x) - 6 = 0$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 167. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Tính $f'''(1)$.

- A. 3. B. -3. C. $\frac{3}{2}$. D. 0.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$; $f''(x) = -\frac{1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$ và $f'''(x) = \frac{3}{(2x-1)\sqrt{(2x-1)^3}}$ nên $f'''(1) = 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 168. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 2$ có đồ thị (C) và điểm $M(1; 1)$ thuộc (C) . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại M . Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(0; -2)$. B. $Q(3; 0)$. C. $R(-3; 0)$. D. $S(0; 2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x$, $y'(1) = -1$ nên tiếp tuyến Δ tại M có phương trình $y = -x + 2$. Từ đó suy ra Δ đi qua $S(0; 2)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 169. Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 1$.

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = -2x + 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

Lời giải.

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x + 1$. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) là $y' = 3x^2 + 1 \geq 1$. Do đó, hai đường thẳng $y = -2x + 1$, $y = -x + 1$ có hệ số âm góc nên bị loại.

$$\text{— Xét đường thẳng } y = 2x + 1, \text{ ta có hệ } \begin{cases} 3x^2 + 1 = 2 \\ x^3 + x + 1 = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 = 1 \\ x^3 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

$\Rightarrow y = 2x + 1$ không phải là tiếp tuyến của (C) .

$$\text{— Xét đường thẳng } y = x + 1, \text{ ta có hệ } \begin{cases} 3x^2 + 1 = 1 \\ x^3 + x + 1 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 = 0 \\ x^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

$\Rightarrow y = x + 1$ là tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $(0; 1)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 170. Cho hàm số $f(x) = (2018 + x)(2017 + 2x)(2016 + 3x) \cdots (1 + 2018x)$. Tính $f'(1)$.

- A. $2019 \cdot 2018^{1009}$. B. $2018 \cdot 1009^{2019}$. C. $1009 \cdot 2019^{2018}$. D. $2018 \cdot 2019^{1009}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = [1 \cdot (2017 + 2x)(2016 + 3x) \cdots (1 + 2018x)] + [2 \cdot (2018 + x)(2016 + 3x) \cdots (1 + 2018x)] + \cdots + [2018 \cdot (2018 + x)(2017 + 2x) \cdots (2 + 2017x)]$.

Suy ra,

$$\begin{aligned} f'(1) &= 1 \cdot 2019^{2017} + 2 \cdot 2019^{2017} + \cdots + 2018 \cdot 2019^{2017} \\ &= (1 + 2 + \cdots + 2018) \cdot 2019^{2017} = \frac{2018 \cdot 2019}{2} \cdot 2019^{2017} = 1009 \cdot 2019^{2018}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 171. Cho khai triển $(x^3 - 3x^2 + 4)^n = a_0 + a_1x + \cdots + a_{3n}x^{3n}$, biết $a_0 + a_1 + \cdots + a_{3n} = 4096$. Tìm a_2 ?

- A. $a_2 = -9 \cdot 2^{24}$. B. $a_2 = 3 \cdot 2^{23}$. C. $a_2 = -7 \cdot 2^{21}$. D. $a_2 = 5 \cdot 2^{22}$.

Lời giải.

Cho $x = 1 \Rightarrow 2^n = a_0 + a_1 + \cdots + a_{3n}$.

Theo giả thiết suy ra $2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$.

Xét khai triển

$$\begin{aligned} (x^3 - 3x^2 + 4)^{12} &= (x + 1)^{12} \cdot (x - 2)^{24} \\ &= \left(\sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{12-k} \right) \cdot \left(\sum_{i=0}^{24} C_{24}^i x^{24-i} (-2)^i \right) \\ &= \sum_{k=0}^{12} \sum_{i=0}^{24} C_{12}^k C_{24}^i (-2)^i x^{36-k-i}. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } a_2 \text{ là hệ số của } x^2 \Rightarrow i, k \text{ thỏa mãn } \begin{cases} 36 - k - i = 2 \\ 0 \leq k \leq 12 \\ 0 \leq i \leq 24 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k + i = 34 \\ 0 \leq k \leq 12 \\ 0 \leq i \leq 24 \\ i, k \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Suy ra các cặp $(k; i)$ thỏa mãn là $(12; 22)$, $(11; 23)$, $(10; 24)$

$$\Rightarrow a_2 = C_{12}^{12} C_{24}^{22} (-2)^{22} + C_{12}^{11} C_{24}^{23} (-2)^{23} + C_{12}^{10} C_{24}^{24} (-2)^{24} = -9 \cdot 2^{24}.$$

Cách khác: Thay $x = 1$ vào khai triển ta được $2^n = a_0 + a_1 + \dots + a_{3n} = 4096 \Rightarrow n = 12$.

Với $n = 12$ thay vào ta được khai triển:

$$(x^3 - 3x^2 + 4)^{12} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_{36} x^{36} \quad (1)$$

Đạo hàm hai vế của (1) ta được:

$$12(3x^2 - 6x)(x^3 - 3x^2 + 4)^{11} = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \dots + 36a_{36} x^{35} \quad (2)$$

Đạo hàm hai vế của (2) ta được:

$$12[(6x - 6)(x^3 - 3x^2 + 4)^{11} + 11(3x^2 - 6x)^2(x^3 - 3x^2 + 4)^{10}] = 2a_2 + 6a_3 x + \dots + 36 \cdot 35 \cdot x^{34} \quad (3)$$

Thay $x = 0$ vào (3) thu được: $a_2 = -9 \cdot 2^{24}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 172. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.

D. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

Lời giải.

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỉ số $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ khi x dần đến x_0 gọi là đạo hàm của hàm số đã cho tại điểm x_0 , kí hiệu là: $f'(x_0)$,

ta có $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Từ định nghĩa rút ra kết luận đáp án “ $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$,” sai.

“ $f'(x_0) = f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$,” đúng do định nghĩa.

“ $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$,” đúng vì đặt $x = x_0 + h \Rightarrow \begin{cases} x - x_0 = h \\ x \rightarrow x_0 \Rightarrow h \rightarrow 0 \end{cases}$.

“ $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$,” đúng vì đặt $x = x_0 + \Delta x \Rightarrow \begin{cases} x - x_0 = \Delta x \\ x \rightarrow x_0 \Rightarrow \Delta x \rightarrow 0 \end{cases}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 173. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

B. $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.

C. $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.

D. $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

Lời giải.

Định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$ và $x_0 \in (a; b)$. Giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỉ số $\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ khi x dần đến x_0 gọi là đạo hàm của hàm số đã cho tại điểm x_0 , kí hiệu là: $f'(x_0)$,

ta có $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Từ định nghĩa rút ra:

— $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ đúng.

— $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$ sai.

— $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ đúng vì đặt $x = x_0 + h \Rightarrow \begin{cases} x - x_0 = h \\ x \rightarrow x_0 \Rightarrow h \rightarrow 0. \end{cases}$

— $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ đúng vì đặt $x = x_0 + \Delta x \Rightarrow \begin{cases} x - x_0 = \Delta x \\ x \rightarrow x_0 \Rightarrow \Delta x \rightarrow 0. \end{cases}$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 174. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{3 - x^2}{2} & \text{khi } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.

B. Hàm số không có đạo hàm tại $x = 1$.

C. Hàm số có đạo hàm tại $x = 1$.

D. Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - x^2}{2} - 1 = -\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{2} = -1 = y'(1)$.

Hàm số có đạo hàm tại $x = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 175. Cho $f(x) = x^{2018} - 1009x^2 + 2019x$. Giá trị của $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + 1) - f(1)}{\Delta x}$ bằng

A. 1009.

B. 1008.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2018 \cdot x^{2017} - 2 \cdot 1009 \cdot x + 2019$.

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x + 1) - f(1)}{\Delta x} = f'(1) = 2018 \cdot 1 - 2 \cdot 1009 \cdot 1 + 2109 = 2019$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 176. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1} - 2x}{x-1}, & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{5}{4}, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

A. Không tồn tại.

B. 0.

C. $-\frac{9}{64}$.

D. $-\frac{7}{50}$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2x}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1 - 4x^2}{(x-1)(\sqrt{3x+1} + 2x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4x-1}{(\sqrt{3x+1} + 2x)} \\ &= \frac{-5}{4} \\ &= f(1). \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Hàm số liên tục tại $x = 1$.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{\sqrt{3x+1} - 2x}{x-1} + \frac{5}{4}}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{3x+1} - 3x - 5}{4(x-1)^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{16(3x+1) - (3x+5)^2}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x+5)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-9}{4(4\sqrt{3x+1} + 3x+5)} \\ &= -\frac{9}{64}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 177. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-2)\cdots(x-2019)}$. Giá trị của $f'(0)$ là

- A. $-\frac{1}{2019!}$. B. $\frac{1}{2019!}$. C. $-2019!$. D. $2019!$.

Lời giải.

Ta có $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-2019)} = \frac{1}{(-1)(-2)\cdots(-2019)} = -\frac{1}{2019!}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 178. Cho $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)\cdots(x+n)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tính $f'(0)$.

- A. $f'(0) = 0$. B. $f'(0) = n$. C. $f'(0) = n!$. D. $f'(0) = \frac{n(n+1)}{2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} (x+1)(x+2)\cdots(x+n) = n!$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 179. Một chất điểm chuyển động thẳng quãng đường được xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là

- A. 54 m/s^2 . B. 240 m/s^2 . C. 60 m/s^2 . D. 6 m/s^2 .

Lời giải.

Ta có $a(t) = [S(t)]' = 6t - 6$.

Vậy gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là $a(10) = 54 \text{ m/s}^2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 180. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ ax + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại điểm $x = 1$ (với $a, b \in \mathbb{R}$). Giá trị

của biểu thức $P = 2a - 5b$ bằng

- A. 51. B. 61. C. -21. D. 11.

Lời giải.

Hàm số có đạo hàm tại $x = 1$ khi hai điều sau xảy ra:

Hàm số phải liên tục tại điểm $x = 1$: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a + b = 2$.

Và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) \Leftrightarrow f'(1^+) = f'(1^-) \Leftrightarrow a = 3$. Suy ra $b = -1$.

Vậy $P = 2a - 5b = 11$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 181. Viết phương trình tiếp tuyến của parabol $y = x^2 - 3x + 1$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x - y - 1 = 0$.

A. $y = 3x + 10$.

B. $y = 3x - 10$.

C. $y = 3x + 8$.

D. $y = 3x - 8$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x - 3$.

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x - 1$ nên $2x - 3 = 3 \Leftrightarrow x = 3$ do đó $y = 1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = 3(x - 3) + 1 = 3x - 8$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 182. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x - 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ ax + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại điểm $x = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2017a + 2018b - 1$.

A. 6051.

B. 6055.

C. 6052.

D. 6048.

Lời giải.

Vì hàm số có đạo hàm tại điểm $x = 1$ nên ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax + b - 3}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 3x - 1 - 3}{x - 1} \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax + b - 3}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 4)}{x - 1} \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax + b - 3}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 4) \\ \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ax + b - 3}{x - 1} &= 5 \\ \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ \frac{3 - b}{a} = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $P = 2017 \cdot 5 + 2018 \cdot (-2) - 1 = 6048$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 183. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 là $f'(x_0)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$.

B. $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

C. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$.

D. $f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.

Lời giải.

Mệnh đề " $f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$ " là mệnh đề sai.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 184. Cho hàm số $f(x) = |x - 2|$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $f(2) = 0$.
 B. $f(x)$ nhận giá trị không âm.
 C. $f(x)$ liên tục tại $x = 2$.
 D. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 2$.

Lời giải.

Áp dụng định nghĩa đạo hàm ta thấy

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x - 2|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} 1 = 1.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-1) = -1.$$

Suy ra, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ không tồn tại.

Vậy $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 185. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ là

A. 0. B. Không tồn tại. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Lời giải.

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2} \stackrel{\text{nhân liên hợp}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 186. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{với } x \geq 2 \\ x^3 - x^2 - 8x + 10 & \text{với } x < 2 \end{cases}$. Biết hàm số có đạo hàm tại $x = 2$.

Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

- A. 18. B. 20. C. 25. D. 17.

Lời giải.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^3 - x^2 - 8x + 10) = -2.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 4 + 2a + b.$$

Để hàm số có liên tục tại $x = 2$ thì $4 + 2a + b = -2$.

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{(x^3 - x^2 - 8x + 10) - (4 + 2a + b)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - x^2 - 8x + 12}{x - 2} = 0.$$

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x^2 + ax + b) - (4 + 2a + b)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2 + a) = 4 + a.$$

Từ đó suy ra $4 + a = 0 \Leftrightarrow a = -4 \Rightarrow b = 2$.

Vậy $a^2 + b^2 = 20$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 187. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm thỏa mãn $f'(6) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6}$.

- A. 2. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 12.

Lời giải.

Theo định nghĩa đạo hàm của hàm số tại $x = 6$, suy ra $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = f'(6) = 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 188. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$. Giá trị của $f'(0)$ là

A. $\frac{1}{2}$. B. Không tồn tại. C. 1. D. 0.

Lời giải.

Ta có

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x^2(\sqrt{x^2+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 189. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ tại điểm $x_0 = 0$ là

A. $f'(0) = 0$. B. $f'(0) = 1$. C. $f'(0) = -2$. D. Không tồn tại.

Lời giải.

Vì $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x^2 - 1}{x} = +\infty$ nên hàm số không tồn tại đạo hàm tại $x_0 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 190. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2}$.

A. 0. B. $f'(2)$. C. $2f'(2) - f(2)$. D. $f(2) - 2f'(2)$.

Lời giải.

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(f(x) - f(2)) - xf(2) + 2f(2)}{x - 2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(f(x) - f(2))}{x - 2} - \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(2)(x - 2)}{x - 2} = 2f'(2) - f(2).$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 191. Đạo hàm của hàm số $y = (2x - 1)\sqrt{x^2 + x}$ là

A. $y' = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. B. $y' = \frac{8x^2 + 4x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. C. $y' = \frac{4x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$. D. $y' = \frac{6x^2 + 2x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 2\sqrt{x^2 + x} + \frac{(2x - 1)(2x + 1)}{2\sqrt{x^2 + x}} = \frac{4x^2 + 4x + 4x^2 - 1}{2\sqrt{x^2 + x}} = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 192. Hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ bằng

A. 6. B. 0. C. 8. D. 9.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow k = y'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 3 = 9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 193. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình các tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -2x + \frac{10}{3}$ là

A. $y = -2x + 2$. B. $y = -2x - 2$.
C. $y = -2x + 10, y = -2x - \frac{2}{3}$. D. $y = -2x - 10, y = -2x + \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 4x + 1$. Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Vì tiếp tuyến song song với d nên

$$f'(x_0) = -2 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 1 = -2 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3. \end{cases}$$

— Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{4}{3}$, phương trình tiếp tuyến là $y = -2x + \frac{10}{3}$ (loại).

— Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -4$, phương trình tiếp tuyến là $y = -2x + 2$ (nhận).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 194. Cho hàm số $y = x^3 - 5x^2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 2x - 6$ sao cho từ đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) ?

A. 2 điểm.

B. 3 điểm.

C. 4 điểm.

D. Vô số điểm.

Lời giải.

Gọi $M(a; 2a - 6) \in d$.

Đường thẳng qua M có hệ số góc k có phương trình dạng $\Delta: y = k(x - a) + 2a - 6$.

$$\Delta \text{ tiếp xúc với } (C) \Leftrightarrow \begin{cases} k(x - a) + 2a - 6 = x^3 - 5x^2 & (1) \\ k = 3x^2 - 10x & (2) \end{cases} \text{ có nghiệm.}$$

Thay (2) vào (1), ta được

$$\begin{aligned} (3x^2 - 10x)(x - a) + 2a - 6 &= x^3 - 5x^2 \\ \Leftrightarrow 2x^3 - (3a + 5)x^2 + 10ax + 2a - 6 &= 0 (*) \end{aligned}$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - (3a + 5)x^2 + 10ax + 2a - 6$.

Ta có $f'(x) = 6x^2 - 2(3a + 5)x + 10a = (6x - 10)(x - a)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \Rightarrow f(a) = -a^3 + 5a^2 + 2a - 6 \\ x = \frac{5}{3} \Rightarrow f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{31}{3}a + \frac{287}{27}. \end{cases}$$

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt khi

$$\begin{cases} a \neq \frac{5}{3} \\ f(a) \cdot f\left(\frac{5}{3}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq \frac{5}{3} \\ (-a^3 + 5a^2 + 2a - 6) \left(\frac{31}{3}a + \frac{287}{27}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{287}{279} \\ a = 1 \\ a = 2 \pm \sqrt{10}. \end{cases}$$

Vậy có bốn điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 195. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x + 4}{x - 1}$. Khi đó hoành độ tung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A. $-\frac{5}{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Với $x \neq 1$, ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$x + 1 = \frac{2x + 4}{x - 1} \Leftrightarrow (x + 1)(x - 1) = 2x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0. \quad (1)$$

x_M, x_N là nghiệm của phương trình (1) nên theo hệ thức Vi-ét ta có $x_M + x_N = 2$, từ đó suy ra $x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 196. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$.

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = -x + 2$.

C. $y = -3x + 3$.

D. $y = -3x + 4$.

Lời giải.

Ta có $x_0 = 1$ nên $y_0 = 1$ và $y'(1) = -3$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -3(x - 1) + 1 = -3x + 4$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 197. Tiếp tuyến của đường cong $(C): y = x\sqrt{x+1}$ tại điểm $M(3; 6)$ có hệ số góc bằng

A. $\frac{11}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $-\frac{11}{4}$.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(3; 6)$ là $y'(3) = \frac{11}{4}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 198. Cho hàm số $y = 3mx^3 + 4x^2 + 5m^2 - 7$ (m là tham số). Giá trị của m để $y'(1) = 0$ là

A. $-\frac{8}{19}$.

B. $\frac{8}{9}$.

C. $-\frac{8}{13}$.

D. $-\frac{8}{9}$.

Lời giải.

$$y' = 9mx^2 + 8x + 10m \Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow 9m + 8 + 10m = 0 \Leftrightarrow 19m + 8 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{8}{19}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 199. Cho hàm số $y = 2x^3 - 6x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong (C) . Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 18x - 51$ có phương trình là

A. $y = 18x + 13$.

B. $\begin{cases} y = 18x - 13 \\ y = 18x + 51 \end{cases}$.

C. $y = 18x - 51$.

D. $\begin{cases} y = 18x + 13 \\ y = 18x - 51 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 12x$. Gọi $M(x, y)$ là tiếp điểm, tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $y = 18x - 51$. Suy ra

$$6x^2 - 12x = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1. \end{cases}$$

Với $x = 3 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow$ tiếp tuyến $y = 18x - 51$ (loại).

Với $x = -1 \Rightarrow y = -5 \Rightarrow$ tiếp tuyến $y = 18x + 13$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 200. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{3x^2 + 4}$ là

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{3x^2 + 4}}$.

B. $y' = \frac{x}{\sqrt{3x^2 + 4}}$.

C. $y' = \frac{6x}{\sqrt{3x^2 + 4}}$.

D. $y' = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 4}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(3x^2 + 4)'}{2\sqrt{3x^2 + 4}} = \frac{6x}{2\sqrt{3x^2 + 4}} = \frac{3x}{\sqrt{3x^2 + 4}}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 201. Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ bằng

A. 6.

B. 0.

C. 8.

D. 9.

Lời giải.

$$k = y'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 3 = 9.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 202. Đạo hàm của hàm số $y = (2x - 1)\sqrt{x^2 + x}$ là

$$\text{A. } y' = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}. \quad \text{B. } y' = \frac{8x^2 + 4x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}. \quad \text{C. } y' = \frac{4x + 1}{2\sqrt{x^2 + x}}. \quad \text{D. } y' = \frac{6x^2 + 2x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}.$$

Lời giải.

$$\text{Ta có: } y' = 2\sqrt{x^2 + x} + \frac{(2x - 1)(2x + 1)}{2\sqrt{x^2 + x}} = \frac{4x^2 + 4x + 4x^2 - 1}{2\sqrt{x^2 + x}} = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}.$$

$$\text{Vậy } y' = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 203. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -2x + \frac{10}{3}$ là

$$\text{A. } y = -2x + 2.$$

$$\text{B. } y = -2x - 2.$$

$$\text{C. } y = -2x + 10, y = -2x - \frac{2}{3}.$$

$$\text{D. } y = -2x + 10, y = -2x + \frac{2}{3}.$$

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 4x + 1$. Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -2x + \frac{10}{3}$ nên

$$y'(x_0) = -2 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 1 = -2 \Leftrightarrow x_0 = 1 \text{ hoặc } x_0 = 3.$$

Phương trình tiếp tuyến là $y = -2x + 2$ hoặc $y = -2x + \frac{10}{3}$ (loại).

Chọn đáp án **A**

□

Câu 204.

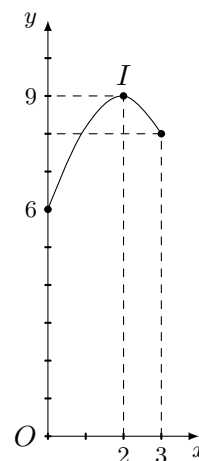
Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm 2 giờ 30 phút sau khi vật bắt đầu chuyển động gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

$$\text{A. } 8,7 \text{ (km/h).}$$

$$\text{B. } 8,8 \text{ (km/h).}$$

$$\text{C. } 8,6 \text{ (km/h).}$$

$$\text{D. } 8,5 \text{ (km/h).}$$

**Lời giải.**

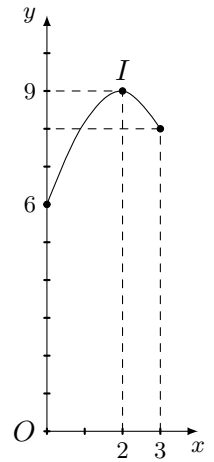
Giả sử vận tốc của vật chuyển động có phương trình là $v(t) = at^2 + bt + c$.

Ta có $v(2) = 9 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = 9$; $v(0) = 6 \Leftrightarrow c = 6$.

$$\text{Lại có } \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + 6 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = 3. \end{cases}$$

Do đó $v(t) = \frac{-3}{4}t^2 + 3t + 6$.

Vậy $v(2,5) = 8,8125$.



Chọn đáp án **(B)** □

Câu 205. Cho $f(x) = \frac{x^2}{-x+1}$. Tính $f^{(2018)}(x)$.

A. $-\frac{2018!}{(-x+1)^{2018}}$. B. $\frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}$. C. $-\frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}$. D. $\frac{2018!}{(-x+1)^{2018}}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \frac{x^2}{-x+1} = -x - 1 - \frac{1}{x-1}$.

$$f^{(2018)}(x) = (-x-1)^{(2018)} - \left(\frac{1}{x-1}\right)^{(2018)} = -\left(\frac{1}{x-1}\right)^{(2018)}.$$

Đặt $g(x) = \frac{1}{x-1}$. Có $g'(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}$, $g''(x) = \frac{2}{(x-1)^3}$, $g'''(x) = -\frac{2 \cdot 3}{(x-1)^4}$.

Dự đoán $g^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n n!}{(x-1)^{n+1}}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh:

— Công thức đúng với $n = 1$.

— Giả sử $g^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k k!}{(x-1)^{k+1}}$ với mọi $k \in \mathbb{N}^*$.

— Ta chứng minh $g^{(k+1)}(x) = \frac{(-1)^{k+1} (k+1)!}{(x-1)^{k+2}}$. Thật vậy,

$$g^{(k+1)}(x) = -\frac{(-1)^k k! (k+1)(x-1)^k}{(x-1)^{2k+2}} = \frac{(-1)^{k+1} (k+1)!}{(x-1)^{k+2}}.$$

Áp dụng công thức cho $n = 2018$, ta có $g^{(2018)}(x) = \frac{2018!}{(x-1)^{2019}}$. Suy ra

$$f^{(2018)}(x) = -\frac{2018!}{(x-1)^{2019}} = \frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 206. Cho hàm số $y = x^3 - 5x^2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 2x - 6$ sao cho từ đó kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến (C) .

A. 2 điểm. B. 3 điểm. C. 4 điểm. D. Vô số điểm.

Lời giải.

Giả sử $M(a; 2a-6) \in d$. Đường thẳng d đi qua $M(a; 2a-6)$, có hệ số góc k có phương trình $y = k(x-a) + 2a-6$.

d tiếp xúc với (C) khi hệ $\begin{cases} x^3 - 5x^2 = k(x-a) + 2a-6 \\ 3x^2 - 10x = k \end{cases}$ có nghiệm.

Vì số tiếp tuyến của đồ thị hàm bậc ba kẻ từ một điểm bằng số hoành độ tiếp điểm nên bài toán tương đương với: Có bao nhiêu giá trị của a để phương trình

$$x^3 - 5x^2 = (3x^2 - 10x)(x - a) + 2a - 6 \Leftrightarrow 2x^3 - (3a + 5)x^2 + 10ax + 2a - 6 = 0$$

có hai nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - (3a + 5)x^2 + 10ax + 2a - 6$, có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 2(3a + 5)x + 10a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq \frac{5}{3} \\ f(a) \cdot f\left(\frac{5}{3}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq \frac{5}{3} \\ (-a^3 + 5a^2 + 2a - 6) \left(\frac{31}{3}a - \frac{287}{27}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{287}{279} \\ a = 1 \\ a = 2 \pm \sqrt{10} \end{cases}$$

Vậy có 4 điểm thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 207. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s = -t^3 + 3t^2 - 2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc bị triệt tiêu.

- A. 3 m/s. B. 2 m/s. C. 1 m/s. D. 0 m/s.

Lời giải.

— Ta có $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 6t$ và $a(t) = v'(t) = -6t + 6$.

— $a(t) = 0 \Leftrightarrow -6t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

— Khi đó $v(1) = 3$ (m/s).

Chọn đáp án **A** □

Câu 208. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 2$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

- A. $2x - y = 0$. B. $2x - y - 4 = 0$. C. $x - y - 1 = 0$. D. $x - y - 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x - 1$, suy ra $f'(1) = 1$ và $y(1) = -2$. Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = x - 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 209. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 - x + 1}$ là

- A. $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$. B. $\frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$. C. $\frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$. D. $\frac{x}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(x^2 - x + 1)'}{2\sqrt{x^2 - x + 1}} = \frac{2x - 1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 210. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ biết tiếp tuyến song song với trục hoành.

- A. $y = 0$. B. $y = -1; y = 0$. C. $y = -1$. D. $y = 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

Vì tiếp tuyến song song với trục hoành nên tiếp tuyến có hệ số góc $k = 0$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số khi đó x_0 là nghiệm của phương

$$\text{trình } y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = \pm 1. \end{cases}$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 0$ ta có phương trình tiếp tuyến $y = 0$

Với $x_0 = \pm 1 \Rightarrow y_0 = -1$ ta có phương trình tiếp tuyến $y = -1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 211. Đạo hàm của hàm số $y = 6x^5 + 4x^4 - x^3 + 10$ là

A. $y' = 30x^4 + 16x^3 - 3x^2$.

B. $y' = 30x^4 + 16x^3 - 3x^2 + 10$.

C. $y' = 5x^4 + 4x^3 - 3x^2$.

D. $y' = 20x^4 + 16x^3 - 3x^2$.

Lời giải.

$$y' = 30x^4 + 16x^3 - 3x^2.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 212. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 3x - 1$ tại $x_0 = 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = (3x - 1)' = 3$ nên $f'(1) = 3$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 213. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ là

A. $y' = 4x^3 - 8x$.

B. $y' = -4x^3 + 8x$.

C. $y' = 4x^2 - 8x$.

D. $y' = -4x^2 + 8x$.

Lời giải.

Ta có: $y' = (x^4 - 4x^2 - 3)' = 4x^3 - 8x$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 214. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $A(-2; 3)$ là

A. $y = 2x + 1$.

B. $y = -2x - 7$.

C. $y = 2x + 7$.

D. $y = -2x - 1$.

Lời giải.

$$y' = \frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(-2) = 2.$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(-2; 3)$ là $y - 3 = 2(x + 2) \Leftrightarrow y = 2x + 7$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 215. Một chất điểm chuyển động có phương trình $S = -t^3 + 6t^2$, với $0 \leq t \leq 6$, t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ là

A. 9 (m/s).

B. 24 (m/s).

C. 12 (m/s).

D. 4 (m/s).

Lời giải.

Ta có: $S = -t^3 + 6t^2$.

Suy ra $v = S' = -3t^2 + 12t$.

Khi đó $v(2) = S'(2) = -3 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 = 12$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 216. Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^3$ bằng

A. $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

B. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

C. $y' = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

D. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$.

Lời giải.

$$y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)' \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2 = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 217. Cho hàm số $y = \sqrt{10x - x^2}$. Giá trị $y'(2)$ bằng

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{10 - 2x}{2\sqrt{10x - x^2}} = \frac{5 - x}{\sqrt{10x - x^2}}. \text{ Do đó } y'(2) = \frac{5 - 2}{\sqrt{10 \cdot 2 - 2^2}} = \frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 218. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2}{x+5m}$ có đạo hàm dương trên khoảng $(-\infty; -10)$?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

$$y' = \frac{5m - 2}{(x + 5m)^2}.$$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0, \forall x \in (-\infty; -10) \\ -5m \geq -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 2 > 0 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2.$$

Vậy có hai giá trị nguyên của m là $m \in \{1; 2\}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 219. Cho hàm số $y = (m+2)x^3 + \frac{3}{2}(m+2)x^2 + 3x - 1$, m là tham số. Số các giá trị nguyên m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. 5.

B. 3.

C. Có vô số giá trị nguyên m .

D. 4.

Lời giải.

Ta có $y' = 3(m+2)x^2 + 3(m+2)x + 3$.

TH1: $m+2=0 \Leftrightarrow m=-2 \Rightarrow y'=3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

TH2: $m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ (m+2)(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \in [-2; 2] \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-2; 2].$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m .

Chọn đáp án **A** □

Câu 220. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = g(x)$ với $g(x) = f(4 - x^3)$. Biết rằng tập các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là $(-4; 3)$. Tập các giá trị của x để $g'(x) > 0$ là

- A. $(8; +\infty)$. B. $(1; 8)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 8)$.

Lời giải.

Ta có : $g'(x) = -3x^2 \cdot f'(4 - x^3)$.

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(4 - x^3) < 0 \Leftrightarrow -4 < 4 - x^3 < 3 \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 221. Hàm số $y = -9x^3 + 0,3x^2 - 0,12x + 0,123$ có đạo hàm bằng

- A. $y' = -27x^2 + 0,6x - 0,12$. B. $y' = -12x^2 + 0,6x - 0,12$.
C. $y' = -27x^2 + 0,6x + 0,123$. D. $y' = -27x^2 - 0,6x - 0,12$.

Lời giải.

Ta có $y' = (-9x^3 + 0,3x^2 - 0,12x + 0,123)' = -9 \cdot 3x^2 + 0,3 \cdot 2x - 0,12 \cdot 1 = -27x^2 + 0,6x - 0,12$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 222. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+6}{x+9}$.

- A. $y' = \frac{3}{(x+9)^2}$. B. $y' = -\frac{3}{(x+9)^2}$. C. $y' = \frac{15}{(x+9)^2}$. D. $y' = -\frac{15}{(x+9)^2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \left(\frac{x+6}{x+9}\right)' = \frac{9-6}{(x+9)^2} = \frac{3}{(x+9)^2}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 223. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-5}$ tại điểm $A(-1; 0)$ có hệ số góc bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $-\frac{1}{6}$. C. $\frac{6}{25}$. D. $-\frac{6}{25}$.

Lời giải.

Ta có $y'(x) = \frac{-6}{(x-5)^2} \Rightarrow y'(-1) = \frac{-6}{36} = \frac{-1}{6}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 224. Hàm số $y = \sqrt{x^3 + x}$ có đạo hàm bằng

- A. $\frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{x^3 + x}}$. B. $\frac{3x^2 + 1}{\sqrt{x^3 + x}}$. C. $\frac{3x^2 + x}{2\sqrt{x^3 + x}}$. D. $\frac{x^3 + x}{2\sqrt{x^3 + x}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \left(\sqrt{x^3 + x}\right)' = \frac{(x^3 + x)'}{2\sqrt{x^3 + x}} = \frac{3x^2 + 1}{2\sqrt{x^3 + x}}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 225. Với hàm số $g(x) = \frac{(2x+1)(2-3x)^2}{x-1}$, $g'(2)$ bằng

- A. 72. B. 152. C. 232. D. -75.

Lời giải.

Đặt $u(x) = (2x+1)(2-3x)^2$, suy ra $u(2) = 80$.

$$u'(x) = 2 \cdot (2-3x)^2 + (2x+1) \cdot (-6) \cdot (2-3x) \Rightarrow u'(2) = 32 + 120 = 152.$$

Đặt $v(x) = x-1$, suy ra $v^2(2) = (2-1)^2 = 1$ và $v'(2) = 1$. Khi đó

$$g'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{v^2(x)} \Rightarrow g'(2) = \frac{u'(2) \cdot v(2) - u(2) \cdot v'(2)}{v^2(2)} = \frac{152 \cdot 1 - 80 \cdot 1}{1^2} = 72.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 226. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(-2; 3)$ là

- A. $2x - y + 7 = 0$. B. $2x - y - 7 = 0$. C. $x - 2y + 7 = 0$. D. $x - 2y - 7 = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$, suy ra $y'(-2) = 2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) là

$$y = 2(x + 2) + 3 \Leftrightarrow 2x - y + 7 = 0.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 227. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $S = 2t^3 + 3t^2 + 5t$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Vận tốc của chuyển động khi $t = 2s$ là

- A. 36 m/s. B. 41 m/s. C. 24 m/s. D. 20 m/s.

Lời giải.

Ta có $S'(t) = 6t^2 + 6t \Rightarrow v(2) = S'(2) = 36$. Vận tốc của chuyển động là 36 m/s.

Chọn đáp án **A** □

Câu 228. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 là

- A. $y = -3x - 5$. B. $y = -3x + 13$. C. $y = 3x + 13$. D. $y = 3x + 5$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}, \forall x \in \mathcal{D}$.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Ta có $x_0 = -3$ nên $y_0 = 4$ và $y'(-3) = 3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y = 3x + 13$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 229. Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x+2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại $x = -1$ là

- A. -1 . B. 2 . C. -8 . D. 8 .

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y' = \frac{8}{(x+2)^2}.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại $x = -1$ là $y'(-1) = 8$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 230. Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ (m), với t (giây) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Hỏi từ lúc bắt đầu chuyển động cho tới 10 giây sau vận tốc lớn nhất của vật là bao nhiêu?

- A. 54 (m/s). B. 216 (m/s). C. 30 (m/s). D. 400 (m/s).

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$. Bằng cách lập bảng biến thiên hàm số $y = v(t)$

t	0	6	10
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	0	54	30

Ta suy ra $\max_{x \in [0;10]} v(t) = v(6) = 54$.

Vậy vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng từ 0 đến 10s là $v(6) = 54$ (m/s).

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 231. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3x + 2$. Trong các tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho, tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất có phương trình là

A. $y = 6x + 7$.

B. $y = 6x + 1$.

C. $y = 7x + 6$.

D. $y = 6x - 5$.

Lời giải.

Ta có $y = -x^3 + 3x^2 + 3x + 2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x + 3 = -3(x-1)^2 + 6$.

Suy ra $y' \leq 6, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $\max y' = 6 = y'(1)$.

Với $x = 1 \Rightarrow y(1) = 7$.

Vậy phương trình tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất là $y = 6x + 1$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 232. Cho hàm số $y = x^3 - x - 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y = -x - 1$.

B. $y = 2x - 1$.

C. $y = 2x + 2$.

D. $y = -x + 1$.

Lời giải.

Giao điểm của (C) với trục tung là $A(0; -1)$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 1 \Rightarrow y'(0) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến tại A là $y = y'(0)(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = -x - 1$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 233. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$.

A. $y + 16 = -9(x + 3)$.

B. $y = -9(x + 3)$.

C. $y - 16 = -9(x - 3)$.

D. $y - 16 = -9(x + 3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 + 6x$.

Do phương trình tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$ nên $y' = -9 \Leftrightarrow x^2 + 6x = -9 \Leftrightarrow x = -3$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = -3$ là

$$y = y'(-3)(x + 3) + y(-3) = -9(x + 3) + 16.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 234. Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f^2(1+2x) = x - f^3(1-x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.

A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$.

B. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

C. $y = \frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$.

D. $y = \frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

Lời giải.Lấy đạo hàm hai vế đẳng thức $f^2(1+2x) = x - f^3(1-x)$, ta được:

$$4f(1+2x)f'(1+2x) = 1 + 3f^2(1-x)f'(1-x).$$

Thay $x = 0$ vào các đẳng thức trên, ta được:

$$\begin{cases} f^2(1) = -f^3(1) \\ 4f(1)f'(1) = 1 + 3f^2(1)f'(1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \\ f'(1) = -\frac{1}{7} \end{cases}.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

$$y = f'(1)(x-1) + f(1) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 235. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận, $M(x_0; y_0)$ ($x_0 > 0$) là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2 + BI^2 = 40$. Tính tích x_0y_0 .

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $I(-1; 2)$. Tịnh tiến hệ trục tọa độ theo véc-tơ $\overrightarrow{OI}$ với công thức đổi hệ trục $\begin{cases} x = X - 1 \\ y = Y + 2 \end{cases}$.

Phương trình hàm số trong hệ trục IXY là $Y + 2 = \frac{2(X-1)-1}{X-1+1} \Leftrightarrow Y = \frac{-3}{X}$.

Tiệm cận đứng $X = 0$, tiệm cận ngang $Y = 0$.Giả sử $M(X_0; Y_0)$, phương trình tiếp tuyến tại M có dạng

$$Y = \frac{3}{X_0^2}(X - X_0) - \frac{3}{X_0} = \frac{3X}{X_0^2} - \frac{6}{X_0}.$$

Giao điểm với các đường tiệm cận $A\left(0; -\frac{6}{X_0}\right); B(2X_0; 0)$.

Ta có $AI^2 + BI^2 = AB^2 = 40 \Leftrightarrow (2X_0)^2 + \left(-\frac{6}{X_0}\right)^2 = 40 \Leftrightarrow X_0^2 + \frac{9}{X_0^2} = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} X_0^2 = 1 \\ X_0^2 = 9 \end{cases}$.

Chú ý rằng $x_0 = X_0 - 1 > 0$ (theo giả thiết) nên $X_0 > 1$, do đó $X_0 = 3 \Rightarrow Y_0 = -1$.Do đó $x_0 = 2, y_0 = 1$, suy ra $x_0y_0 = 2$.Chọn đáp án **(B)** □

Câu 236. Cho hàm số $y = x^3 - 2009x$ có đồ thị (C) . Gọi M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác $M_2, \dots$, tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} ($n = 4, 5, \dots$). Gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ điểm M_n . Tìm n sao cho $2009x_n + y_n + 2^{2013} = 0$.

A. $n = 627$.

B. $n = 672$.

C. $n = 675$.

D. $n = 685$.

Lời giải.

Giả sử $M_i(x_i; y_i)$, tiếp tuyến tại M_i có phương trình $d_i: y = ax + b$.

Phương trình hoành độ giao điểm của d_i với (C) là

$$x^3 - 2009x = ax + b \Leftrightarrow x^3 - 2009x - ax - b = 0. \quad (1)$$

Vì d_i và (C) tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ x_i nên (1) có nghiệm bội $x = x_i$. Do đó $x^3 - 2009x - ax - b = (x - x_i)^2(x + k) = (x^2 - 2x_ix + x_i^2)(x + k)$.

Đồng nhất hệ số x^2 ta có $k - 2x_i = 0 \Leftrightarrow k = 2x_i$.

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow (x - x_i)^2(x + 2x_i) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_i \\ x = -2x_i. \end{cases}$$

Do đó M_{i+1} có hoành độ $-2x_i$.

Xét dãy số $\{u_n\}$ với u_i là hoành độ của điểm M_i . Dễ thấy $u_n = -2u_{n-1}$ nên dãy số này là cấp số nhân công bội $q = -2$, với $u_1 = 1$. Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = (-2)^{n-1}$.

Do đó

$$\begin{aligned} 2009x_n + y_n + 2^{2013} &= 0 \\ \Leftrightarrow 2009x_n + x_n^3 - 2009x_n + 2^{2013} &= 0 \\ \Leftrightarrow x_n^3 &= -2^{2013} \Leftrightarrow (-2)^{3n-3} = (-2)^{2013} \\ \Leftrightarrow 3n - 3 &= 2013 \Leftrightarrow n = 672. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 237. Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là

A. $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

B. $y = f'(x_0)(x - x_0) - f(x_0)$.

C. $y = f(x_0)(x - x_0) + f'(x_0)$.

D. $y = f(x_0)(x - x_0) - f'(x_0)$.

Lời giải.

Công thức phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 238. Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 2$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là

A. $y' = \frac{1}{4}x^3 + 6x$.

B. $y' = x^3 + 6x$.

C. $y' = -x^3 - 6x$.

D. $y' = \frac{1}{20}x^5 + x^3 - 2x$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{4} \times 4x^3 + 3 \times 2x = x^3 + 6x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 239. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ song song với đường thẳng $\Delta: 2x + y + 1 = 0$ là

A. $2x + y - 7 = 0$.

B. $2x + y = 0$.

C. $-2x - y - 1 = 0$.

D. $2x + y + 7 = 0$.

Lời giải.

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}.$$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị tại điểm $M\left(m; \frac{m+1}{m-1}\right)$ có dạng

$$y = \frac{-2}{(m-1)^2}(x-m) + \frac{m+1}{m-1} \Leftrightarrow \frac{2}{(m-1)^2}x + y - \frac{m^2+2m-1}{(m-1)^2} = 0.$$

$$y_{cbt} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{(m-1)^2} = 2 \\ -\frac{m^2+2m-1}{(m-1)^2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=2 \\ -\frac{m^2+2m-1}{(m-1)^2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là $2x + y - 7 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 240. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ tại điểm $M(1; 0)$ là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = -4x - 4$. C. $y = -4x + 4$. D. $y = -4x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 1$. Suy ra $y'(1) = -4$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1; 0)$ là $y = -4(x-1) + 0 \Leftrightarrow y = -4x + 4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 241. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M trên đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ hai điểm $A(2; 4)$ và $B(-4; -2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M bằng nhau?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Giả sử $M(x_0; y_0) \in (C)$. Tiếp tuyến Δ của (C) tại M có phương trình

$$y = \frac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0+1}{x_0+1}.$$

Phương trình đường thẳng AB là $y = x + 2$ và trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(-1; 1)$ nên

$$d(A, \Delta) = d(B, \Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel \Delta \\ I \in \Delta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{(x_0+1)^2} = 1 \\ \frac{2x_0+1}{x_0+1} \neq 2 \\ 1 = \frac{1}{(x_0+1)^2}(-1-x_0) + \frac{2x_0+1}{x_0+1} \end{cases}$$

Từ đó ta tìm được $x_0 \in \{-2; 0; 1\}$. Vậy có ba điểm M thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 242. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) , tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ có hệ số góc k được tính theo công thức

- A. $k = f'(x_0)$. B. $k = f(x_0)$. C. $k = f'(y_0)$. D. $k = f(y_0)$.

Lời giải.

Tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ có hệ số góc k được tính theo công thức $k = f'(x_0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 243. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ tại điểm $x_0 = 0$.

A. $y = 1$.

B. $y = -1$.

C. $y = -2$.

D. $y = 2$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x$.

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1$ và $y'(x_0) = y'(0) = 0$.

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ tại điểm $x_0 = 0$ là

$$y - 1 = y'(0)(x - 0) \Leftrightarrow y - 1 = 0 \cdot (x - 0) \Leftrightarrow y = 1.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 244. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 4}{x - 4}$ tại điểm có tung độ bằng 3 là

A. $4x + y - 5 = 0$.

B. $4x + y - 20 = 0$.

C. $x + 4y - 5 = 0$.

D. $x + 4y - 20 = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-4}{(x - 4)^2}$.

Điểm $M(m; 3)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 4}{x - 4}$.

Suy ra $\frac{2m - 4}{m - 4} = 3 \Leftrightarrow m = 8$.

Do đó $M(8; 3)$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 4}{x - 4}$ tại điểm M có phương trình là

$$y = y'(8) \cdot (x - 8) + 3$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}(x - 8) + 3$$

$$\Leftrightarrow x + 4y - 20 = 0.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 245. Phương trình tiếp tuyến của đường cong $(C): y = x^4 - 3x^2 + 4$ tại điểm $A(1; 2)$ là

A. $y = 3x + 5$.

B. $y = -2x + 4$.

C. $y = -2x$.

D. $y = 2x + 4$.

Lời giải.

$$y' = 4x^3 - 6x.$$

Ta có $A \in (C)$.

Tiếp tuyến của đường cong (C) tại điểm $A(1; 2)$ có phương trình là

$$y = y'(1) \cdot (x - 1) + 2$$

$$\Leftrightarrow y = -2(x - 1) + 2$$

$$\Leftrightarrow y = -2x + 4.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 246. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 9x$ có phương trình là

A. $y = 9x + 40$.

B. $y = 9x - 32$.

C. $y = 9x + 32$.

D. $y = 9x - 40$.

Lời giải.

$$Ta\ có\ y' = 3x^2 - 12x + 9.$$

Lấy điểm $M(m; m^3 - 6m^2 + 9m)$ thuộc (C) .

Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình $\Delta: y = y'(m)(x - m) + m^3 - 6m^2 + 9m$.

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $y = 9x$ nên suy ra $y'(m) = 9$.

$$\text{Ta có } y'(m) = 9 \Leftrightarrow 3m^2 - 12m + 9 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4. \end{cases}$$

Với $m = 0$ suy ra $\Delta: y = 9x$ (loại).

Với $m = 4$ suy ra $\Delta: y = 9(x - 4) + 4$

$$\Leftrightarrow y = 9x - 32 \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 247. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 1$ tại điểm $A(-3; -2)$ cắt đồ thị tại điểm thứ hai là B . Điểm B có tọa độ là

- A. $B(2; 33)$. B. $B(-1; 0)$. C. $B(-2; 1)$. D. $B(1; 10)$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 1$ có đồ thị là (C) .

Ta thấy $A \in (C)$.

Ta có $y' = 3x^2 + 8x + 4$.

Tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình $\Delta: y = y'(-3)(x + 3) - 2$

$$\Leftrightarrow y = 7(x + 3) - 2$$

$$\Leftrightarrow y = 7x + 19.$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và Δ ta có

$$\begin{aligned} & x^3 + 4x^2 + 4x + 1 = 7x + 19 \\ \Leftrightarrow & x^3 + 4x^2 - 3x - 18 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 2 \\ x = -3. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $x = 2$ suy ra $y = 33$.

Với $x = -3$ suy ra $y = -2$.

Do đó $B(2; 33)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 248. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 7$ tại điểm có hoành độ bằng -1 .

- A. $y = 9x + 18$. B. $y = 9x + 12$. C. $y = 9x - 6$. D. $y = 9x + 4$.

Lời giải.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng -1 là

$$y = y'(-1) \cdot (x + 1) + y(-1) = 9(x + 1) + 3 = 9x + 12.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 249. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 2x + y + 1 = 0$.

- A. $y = -2x + 7$. B. $y = -2x - 7$. C. $y = -2x$. D. $y = -2x - 1$.

Lời giải.

Gọi $M(x, y)$ là tiếp điểm. Ta có $\Delta: y = -2x - 1$.

Ta có tiếp tuyến tại M song song với Δ nên

$$y' = -2 \Leftrightarrow \frac{-2}{(x-1)^2} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \\ x-1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0. \end{cases}$$

— Với $x = 2 \Rightarrow y = 3$. Tiếp tuyến có phương trình là $y = -2(x - 2) + 3 = -2x + 7$ (nhận).

— Với $x = 0 \Rightarrow y = -1$. Tiếp tuyến có phương trình là $y = -2x - 1$ (loại).

Chọn đáp án **A** □

Câu 250. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng (d): $y = 3x - 1$.

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = 3x - \frac{29}{3}$.

C. $y = 3x + 1; y = 3x + \frac{29}{3}$.

D. Cả A và B đều đúng.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$.

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ song song với đường thẳng (d): $y = 3x - 1$ khi

$$y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4. \end{cases}$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1$ phương trình tiếp tuyến là $y = 3x + 1$ (thỏa mãn).

Với $x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = \frac{7}{3}$ phương trình tiếp tuyến là $y = 3x - \frac{29}{3}$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **D** □

Câu 251. Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+4}}$. Tính giá trị biểu thức $f'(0)$.

A. -3 .

B. -2 .

C. $\frac{3}{2}$.

D. 3 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{3\sqrt{x^2+4} - (3x+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}}{x^2+4} = \frac{12-x}{\sqrt{(x^2+4)^3}} \Rightarrow f'(0) = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 252. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$, với t (giây) là khoảng cách tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động tại thời điểm t bằng bao nhiêu giây thì vận tốc của vật đạt giá trị lớn nhất?

A. $t = 6$.

B. $t = 5$.

C. $t = 3$.

D. $t = 10$.

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t = 36 - (t - 6)^2 \leq 36$. Suy ra vận tốc của vật lớn nhất khi $t = 6$ giây.

Chọn đáp án **A** □

Câu 253. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-2; 3)$.

A. $y = x + 5$.

B. $y = 2x + 7$.

C. $y = 3x + 9$.

D. $y = -x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$, $y'(-2) = 1$, $y(-2) = 3$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là

$$y = y'(-2)(x+2) + y(2) = x + 5.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 254. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 4 (C)$. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(-2; 2)$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. 9.

B. 0.

C. 24.

D. 45.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(-2; 2)$ có hệ số góc là $k = y'(-2) = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 255. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (m-1)x + m^2 + m}{x-m}$ có đồ thị (C_m) . Gọi $M(x_0; y_0) \in (C_m)$ là điểm sao cho với mọi giá trị m khác 0 tiếp tuyến với (C_m) tại điểm M song song với một đường thẳng cố định có hệ số góc k . Tính giá trị của $x_0 + k$.

A. $x_0 + k = -2$.

B. $x_0 + k = 0$.

C. $x_0 + k = 1$.

D. $x_0 + k = -1$.

Lời giải.

$$Ta\ có\ y' = \frac{mx^2 - 2m^2x - 2m^2}{(x-m)^2}.$$

Cách 1.

$$Hệ\ số\ góc\ của\ tiếp\ tuyến\ là\ k_1 = y'(x_0) = \frac{mx_0^2 - 2m^2x_0 - 2m^2}{(x_0 - m)^2}.$$

Ta thấy với $x_0 = 0$ thì $y' = -2, \forall m \neq 0$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng cố định có hệ số góc k nên $k_1 = k = -2, \forall m \neq 0$.

Vậy $x_0 + k = -2$.

Cách 2.

$$Hệ\ số\ góc\ của\ tiếp\ tuyến\ với\ đồ\ thị\ (C_m)\ tại\ điểm\ M(x_0; y_0)\ là\ y'(x_0) = \frac{mx_0^2 - 2m^2x_0 - 2m^2}{(x_0 - m)^2}.$$

Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} k &= \frac{mx_0^2 - 2m^2x_0 - 2m^2}{(x_0 - m)^2}, \forall m \Leftrightarrow k(x_0 - m)^2 = mx_0^2 - 2m^2x_0 - 2m^2, \forall m \neq x_0 \\ &\Leftrightarrow m^2(k + 2x_0 + 2) - m(2kx_0 + x_0^2) + kx_0^2 = 0, \forall m \neq x_0 \\ &\Rightarrow \begin{cases} k + 2x_0 + 2 = 0 \\ 2kx_0 + x_0^2 = 0 \\ kx_0^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ k = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Vậy $x_0 + k = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 256. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - 3}{2(x-1)}$ là biểu thức có dạng $\frac{ax^2 + bx}{2(x-1)^2}$, với a, b là số thực. Tính giá trị $a \cdot b$.

A. -1.

B. 4.

C. -2.

D. 6.

Lời giải.

$$Ta\ có\ y' = \frac{-x^2 + 2x}{2(x-1)^2}. \text{ Suy ra } a = -1, b = 2. \text{ Tính được } a \cdot b = -2.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 257. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$.

- A. $y = -x - 3$. B. $y = x - 3$. C. $y = -x + 1$. D. $y = -x + 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = -\frac{4}{(x-1)^2}$, $y(-1) = -2$, $y'(-1) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = -1$ là

$$y = (-1) \cdot (x + 1) - 2 \Leftrightarrow y = -x - 3.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 258. Cho hàm số $y = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 6x + \frac{481}{27}$. Tìm số các tiếp tuyến với đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 2x - \frac{7}{3}$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có $y' = 3x^2 - 5x - 6$, vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 2x - \frac{7}{3}$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(x_0) = 2$.

$$\text{Do đó } 3x_0^2 - 5x_0 - 6 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{8}{3} \end{cases}.$$

Ứng với mỗi giá trị x_0 ta được một tiếp tuyến nên có 2 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **A** □

Câu 259. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến tại $A(1; -2)$ của (C) là

- A. $y = -3x + 5$. B. $y = -5x + 7$. C. $y = -5x + 3$. D. $y = -4x + 6$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x+1)(x-2) - (x^2+x)}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x-2)^2}.$$

Suy ra $y'(1) = -5$ nên phương trình tiếp tuyến tại A là

$$y = (-5)(x - 1) - 2 \Leftrightarrow y = -5x + 3.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến tại A với đồ thị (C) là $y = -5x + 3$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 260. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 216 (m/s). B. 400 (m/s). C. 54 (m/s). D. 30 (m/s).

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$. Bằng cách lập bảng biến thiên hàm số $y = v(t)$ với $t \in [0; 10]$.

t	0	6	10
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	0	54	30

Ta suy ra $\max_{t \in [0;10]} v(t) = v(6) = 54$.

Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong khoảng từ 0 đến 10s là $v(6) = 54$ (m/s).

Chọn đáp án **C** □

Câu 261. Cho $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 3$. Tính $f'(1) + f'(-1) + 4f'(0)$.

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 - 2$. Do đó $f'(1) = f'(-1) = 6; f'(0) = -2$.

Vậy $f'(1) + f'(-1) + 4f'(0) = 4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 262. Đạo hàm của hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2$ (với m là tham số) là

A. $3x^2 - 6mx - 3 + 3m^2$.

B. $-x^2 + 3mx - 1 - 3m$.

C. $-3x^2 + 6mx + 1 - m^2$.

D. $-3x^2 + 6mx + 3 - 3m^2$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 6mx + 3(1 - m^2) = -3x^2 + 6mx + 3 - 3m^2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 263. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - 3}{2(x - 1)}$ là biểu thức có dạng $\frac{ax^2 + bx}{2(x - 1)^2}$. Khi đó, $a \cdot b$ bằng

A. -1.

B. 6.

C. 4.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{-x^2}{2(x - 1)} + \frac{3}{2}$. Suy ra

$$\begin{aligned}
 y' &= \frac{-2x \cdot 2(x - 1) + 2x^2}{4(x - 1)^2} \\
 &= \frac{-2x^2 + 2x + x^2}{2(x - 1)^2} \\
 &= \frac{-x^2 + 2x}{2(x - 1)^2} \\
 &= \frac{ax^2 + bx}{2(x - 1)^2}.
 \end{aligned}$$

Đồng nhất hệ số ta có $a = -1; b = 2$, suy ra $a \cdot b = -2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 264. Một chất điểm chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là

A. 12 m/s².

B. 17 m/s².

C. 24 m/s².

D. 14 m/s².

Lời giải.

Ta có $S' = 3t^2 - 6t + 5$ và $S'' = 6t - 6$.

Khi đó gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là $S''(3) = 12$ (m/s²).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 265. Cho hàm số $f(x) = (2x - 3)^{\frac{5}{6}}$. Tính $f'(2)$

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $-\frac{5}{6}$.

D. $-\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{5}{6} \cdot 2 \cdot (2x - 3)^{-\frac{1}{6}}$ suy ra $f'(2) = \frac{5}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 266. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số trên tại điểm có hoành độ $x_0 = 0$.

A. $y = 3x - 2$.

B. $y = -3x - 2$.

C. $y = 3x - 3$.

D. $y = 3x + 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$. Với $x_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_0 = y(x_0) = -2 \\ y'(x_0) = y'(0) = 3. \end{cases}$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = 3x - 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 267. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 4}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $y' = \frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

B. $y' = \frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

C. $y' = \frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

D. $y' = \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(2x^2 + 5x - 4)'}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}} = \frac{4x + 5}{2\sqrt{2x^2 + 5x - 4}}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 268. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = 6t^2 - t^3$ vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng

A. 12 (s).

B. 4 (s).

C. 6 (s).

D. 2 (s).

Lời giải.

Ta có: $v = S' = 12t - 3t^2$.

Vận tốc v của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = -\frac{12}{2 \cdot (-3)} = 2$ (s).

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 269. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại điểm $C(-2; 3)$ là

A. $y = 2x + 7$.

B. $y = 2x + 1$.

C. $y = -2x + 7$.

D. $y = -2x - 1$.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $C(-2; 3)$ có hệ số góc là $y'(-2) = 2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $C(-2; 3)$ là $y = 2(x + 2) + 3 \Leftrightarrow y = 2x + 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 270. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với đường thẳng $y = x$?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Ta có $y' = -3x^2 + 4x$.

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x$ nên tiếp tuyến có hệ số góc là $k = 1$

$$\Leftrightarrow y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 4x_0 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

— $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1$, phương trình tiếp tuyến: $y = (x - 1) + 1 \Leftrightarrow y = x$ (loại).

— $x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow y_0 = \frac{5}{27}$, phương trình tiếp tuyến: $y = \left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{5}{27} \Leftrightarrow y = x - \frac{4}{27}$ (nhận).

Vậy có 1 tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với đường thẳng $y = x$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 271. Cho đường cong $y = \frac{(x-1)^2}{x-2}$. Từ điểm M trên mặt phẳng Oxy , ta kẻ được hai tiếp tuyến của (C) vuông góc với nhau. Các điểm M trên thuộc đường tròn có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + y^2 = 1$.

Lời giải.

Giả sử điểm $M(a; b)$ thỏa mãn đề bài. Tiếp tuyến d của (C) qua m có phương trình dạng $y = k(x-a) + b$. Khi đó hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} \frac{(x-1)^2}{x-2} = k(x-a) + b \\ 1 - \frac{1}{(x-2)^2} = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{x-2} = k(x-a) + b \\ (x-2) - \frac{1}{x-2} = k(x-2) \end{cases} \quad \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}$$

Trừ (2) và (3) theo vế ta được

$$\frac{1}{x-2} = \frac{1}{2} [k(2-a) + (b-2)].$$

Thay vào (1) ta được

$$1 - k = \frac{[k(2-a) + (b-2)]^2}{4} \Leftrightarrow (a-2)^2 k^2 + 2[(2-a)(b-2) + 2]k + (b-2)^2 - 4 = 0. \quad (4)$$

Do từ M kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc với nhau nên (4) có hai nghiệm (ẩn k) phân biệt k_1, k_2 thỏa mãn $k_1 k_2 = -1$ hay

$$\frac{(b-2)^2 - 4}{(a-2)^2} = -1 \Rightarrow (a-2)^2 + (b-2)^2 = 4.$$

Vậy các điểm M thỏa mãn bài toán thuộc trên đường tròn $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Chọn đáp án **(C)**

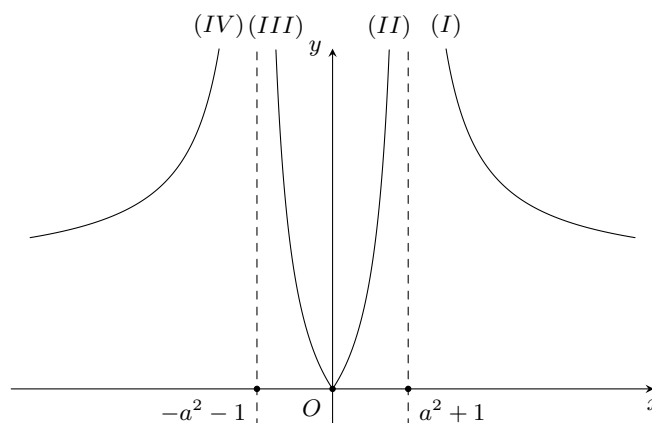
□

Câu 272. Cho đường cong $(C): y = f(x) = \frac{(b^2+2)x}{(a^2+1)-x}$, với a, b là tham số thực đã biết. Các tiếp tuyến của đường cong $(C): y = |f(|x|)|$ đi qua điểm $M(0; (a^2+2)^2(b^2+2))$ là

A. $y = \pm (a^2+2)(b^2+1)x + (a^2+2)^2(b^2+2)$. B. $y = (b^2+2)[(a^2+2)^2 \pm (a^2+1)x]$.

C. $y = (a^2+1)(b^2+2)x \pm (a^2+2)^2(b^2+2)$. D. $y = \pm (a^2+2)(b^2+2)x + (a^2+2)^2(b^2+2)$.

Lời giải.



Chú ý rằng hàm số $g(x) = |f(|x|)|$ là hàm số chẵn nên ta chỉ cần xét $x > 0$. Với $x > 0$ ta có

$$g(x) = \begin{cases} \frac{(b^2 + 2)x}{(a^2 + 1) - x} & \text{nếu } 0 < x < a^2 + 1 \\ \frac{(b^2 + 2)x}{x - (a^2 + 1)} & \text{nếu } x > a^2 + 1. \end{cases}$$

Để ý rằng với $0 < x < a^2 + 1$, ta có nhánh đồ thị (II) và tiếp tuyến của nhánh đồ thị này không cắt trục tung. Ta chỉ cần tìm tiếp tuyến của nhánh đồ thị (I), ứng với $x > a^2 + 1$. Khi đó tiếp tuyến tại điểm $(x_0, y_0) \in (I)$ có phương trình

$$y = -\frac{(a^2 + 1)(b^2 + 2)}{(x_0 - (a^2 + 1))^2}(x - x_0) + \frac{(b^2 + 2)x_0}{x_0 - (a^2 + 1)}.$$

Tiếp tuyến này đi qua điểm $M(0; (a^2 + 2)^2(b^2 + 2))$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} (a^2 + 2)^2(b^2 + 2) &= -\frac{(a^2 + 1)(b^2 + 2)}{(x_0 - (a^2 + 1))^2}(-x_0) + \frac{(b^2 + 2)x_0}{x_0 - (a^2 + 1)} \\ \Leftrightarrow \frac{x_0}{x_0 - (a^2 + 1)} &= a^2 + 2 \\ \Leftrightarrow x_0 &= a^2 + 2. \end{aligned}$$

Từ đó ta thu được hai tiếp tuyến (đối xứng nhau qua Oy) thỏa mãn đề bài là

$$y = (b^2 + 2) \left[(a^2 + 2)^2 \pm (a^2 + 1)x \right].$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 273. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét các hàm số $g(x) = f(x) - f(2x)$ và $h(x) = f(x) - f(4x)$. Biết rằng $g'(1) = 18$ và $g'(2) = 1000$. Tính $h'(1)$.

A. -2018.

B. 2018.

C. 2020.

D. -2020.

Lời giải.

Từ giả thiết $g(x) = f(x) - f(2x) \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2f'(2x)$.

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} g'(1) = 18 \\ g'(2) = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 18 \\ f'(2) - 2f'(4) = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 18 \\ 2f'(2) - 4f'(4) = 2000 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(1) - 4f'(4) = 2018.$$

Lại có $h(x) = f(x) - f(4x) \Rightarrow h'(x) = f'(x) - 4f'(4x) \Rightarrow h'(1) = f'(1) - 4f'(4) = 2018$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 274. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C) . Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Đạo hàm $y' = 4x^3 - 4x + 3$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tọa độ (x_0, y_0) là $(\Delta): y - y_0 = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$ khi và chỉ khi $\begin{cases} f'(x_0) = 3 \\ y_0 - f'(x_0) \cdot x_0 \neq 2018 \end{cases}$.

$$\text{Ta có } 4x_0^3 - 4x_0 + 3 = 3 \Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \\ x_0 = -1 \end{cases}.$$

Thử lại các giá trị trên ta đều nhận cả ba. Như vậy có 3 tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 275. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9}$. Tập hợp các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là

A. $\left(\frac{7}{5}; +\infty\right)$.B. $\left(-\infty; \frac{7}{5}\right)$.C. $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$.D. $\left(1; \frac{7}{5}\right)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

Ta có $f'(x) = \frac{-5x + 7}{\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}}$.

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 7 < 0 \\ -5x^2 + 14x - 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right).$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 276. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 1$ sao cho tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ tại M song song với đường thẳng $d: y = 3x - 1$.

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Giả sử $M(x_0; y_0)$. Tiếp tuyến của đồ thị tại điểm M song song với đường thẳng d nên

$$f'(x_0) = 3 \Leftrightarrow 3x_0^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -1. \end{cases}$$

— Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 0$. Ta có phương trình tiếp tuyến $y = 3x + 3$.

— Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2$. Ta có phương trình tiếp tuyến: $y = 3x - 1$. Trường hợp này không thỏa đề bài vì tiếp tuyến trùng với đường thẳng d .

Chọn đáp án **D**

□

Câu 277. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^2 + x + 1$ tại điểm $M(2; 7)$ có hệ số góc là

A. $k = 3$.B. $k = -5$.C. $k = 5$.D. $k = -3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x + 1$. Do đó tiếp tuyến với đồ thị hàm số có hệ số góc $k = y'(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 278. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ bằng 2 là

A. $y = -x + 3$.

B. $y = -5x + 11$.

C. $y = -x + 2$.

D. $y = -5x + 7$.

Lời giải.Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$, $y' = -\frac{1}{(2x-3)^2}$, $\forall x \in \mathcal{D}$.Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Ta có $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 1, y'(x_0) = -1$.Phương trình tiếp tuyến tại M là $y = -(x-2) + 1 \Leftrightarrow y = -x + 3$.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 279.** Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị với trục Ox là:

A. $x + 3y - 1 = 0$.

B. $x + 3y + 1 = 0$.

C. $x - 3y + 1 = 0$.

D. $x - 3y - 1 = 0$.

Lời giải.Giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là $M(1; 0)$.Có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là

$$y = y'(1)(x-1) + 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}(x-1) \Leftrightarrow x - 3y - 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 280.** Cho hàm số $y = f(x) = |x+2|$, mệnh đề nào sau đây **sai**?A. Hàm số $f(x)$ là hàm số chẵn.B. Hàm số $f(x)$ không tồn tại đạo hàm tại điểm $x = -2$.C. Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 0.**Lời giải.**Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Lấy $x_0 = 1 \in \mathcal{D}$, ta có

$$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f(-1) = 1 \end{cases} \Rightarrow f(-1) \neq f(1).$$

Vậy hàm số $y = f(x)$ không phải là hàm số chẵn.Chọn đáp án **(A)** □**Câu 281.** Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi $t = 3$ là

A. 24m/s^2 .

B. 12m/s^2 .

C. 17m/s^2 .

D. 14m/s^2 .

Lời giải.Ta có $s'(t) = 3t^2 - 6t + 5$. Suy ra gia tốc $a(t) = s''(t) = 6t - 6 \Rightarrow a(3) = 12\text{m/s}^2$.Chọn đáp án **(B)** □**Câu 282.** Gọi M, N là hai điểm di động trên đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - x + 4$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại điểm M và N luôn song song với nhau. Hỏi khi M, N thay đổi, đường thẳng MN luôn đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. Điểm $N(-1; -5)$.

B. Điểm $M(1; -5)$.

C. Điểm $Q(1; 5)$.

D. Điểm $P(-1; 5)$.

Lời giải.Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 1$. $y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right)y' + \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}$. Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu

$$\text{là } \Delta: y = \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}.$$

Do M, N là hai điểm di động trên đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - x + 4$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại điểm M và N luôn song song với nhau nên ta xét trường hợp M, N là hai điểm cực trị của đồ thị, khi đó phương trình MN chính là phương trình đường thẳng Δ .

Thử trực tiếp ta được điểm $Q(1; 5) \in \Delta$, các điểm còn lại không thuộc Δ .

Chọn đáp án **C** □

Câu 283. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s = 2t^2 + 3t$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t_0 = 2$ (giây) bằng

- A. 22 (m/s). B. 19 (m/s). C. 9 (m/s). D. 11 (m/s).

Lời giải.

Vận tốc tại thời điểm $t_0 = 2$ là $s'(2) = 4 \cdot 2 + 3 = 11$ (m/s).

Chọn đáp án **D** □

Câu 284. Cho hàm số $y = \frac{x+b}{ax-2}$ ($ab \neq -2$). Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1; -2)$ song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a - 3b$ bằng

- A. -2. B. 4. C. -1. D. 5.

Lời giải.

$$\text{Hàm số } y = \frac{x+b}{ax-2} \text{ có } y' = \frac{-2-ab}{(ax-2)^2}.$$

Đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$ viết lại là $d: y = -3x + 4$, suy ra đường thẳng d có hệ số góc $k = -3$.

Vì điểm $A(1; -2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+b}{ax-2}$ nên $\frac{1+b}{a \cdot 1 - 2} = -2 \Leftrightarrow b = 3 - 2a$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1; -2)$ song song với đường thẳng d khi

$$\begin{aligned} y'(1) = -3 &\Leftrightarrow \frac{-2-ab}{(a \cdot 1 - 2)^2} = -3 \\ &\Leftrightarrow 2 + ab = 3(a-2)^2 \Leftrightarrow 2 + a(3-2a) = 3(a-2)^2 \\ &\Leftrightarrow 5a^2 - 15a + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

— Với $a = 1$ thì $b = 1$, thỏa mãn $ab \neq -2$.

— Với $a = 2$ thì $b = -1$. Khi đó $ab = -2$, không thỏa mãn điều kiện ban đầu.

Như vậy $a = b = 1$. Ta có $a - 3b = 1 - 3 \cdot 1 = -2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 285. Cho các hàm số $y = f(x)$; $y = f(f(x))$; $y = f(x^2 + 4)$ có đồ thị lần lượt là (C_1) ; (C_2) ; (C_3) . Đường thẳng $x = 1$ cắt (C_1) , (C_2) , (C_3) lần lượt tại M , N , P . Biết phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại M và của (C_2) tại N lần lượt là $y = 3x + 2$ và $y = 12x - 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P có dạng là $y = ax + b$. Tính $a + b$.

- A. 7. B. 9. C. 8. D. 6.

Lời giải.

Chú ý các công thức đạo hàm $(f(f(x)))' = f'(f(x)) \cdot f'(x)$; $(f(x^2 + 4))' = 2x \cdot f'(x^2 + 4)$.

Tiếp tuyến của (C_1) tại M có phương trình là $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$.

Tiếp tuyến của (C_2) tại N có phương trình là $y = f'(1) \cdot f'(f(1))(x - 1) + f(f(1))$.

Tiếp tuyến của (C_3) tại P có phương trình là $y = 2f'(5)(x - 1) + f(5)$.

$$\text{Khi đó ta có hệ } \begin{cases} f'(1) = 3 \\ -f'(1) + f(1) = 2 \\ f'(1) \cdot f'(f(1)) = 12 \\ -f'(1) \cdot f'(f(1)) + f(f(1)) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) = 3 \\ f(1) = 5 \\ f'(5) = 4 \\ -3 \cdot f'(5) + f(5) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) = 3 \\ f(1) = 5 \\ f'(5) = 4 \\ f(5) = 7. \end{cases}$$

Khi đó phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P là $y = 2 \cdot 4(x - 1) + 7 = 8x - 1$. Vậy $a + b = 7$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 286. Gọi $k_1; k_2; k_3$ lần lượt là các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số $y = f(x); y = g(x); y = \frac{f(x)}{g(x)}$ tại các tiếp điểm đều có hoành độ $x = 2$ và thỏa mãn $k_1 = k_2 = 2k_3 \neq 0$ khi đó

A. $f(2) \geq \frac{1}{2}$. B. $f(2) > \frac{1}{2}$. C. $f(2) < \frac{1}{2}$. D. $f(2) \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Theo đề bài ta có $k_1 = f'(2), k_2 = g'(2), k_3 = \frac{f'(2)g(2) - f(2)g'(2)}{g^2(2)}$.

Từ giả thiết đề bài $f'(2) = g'(2) = 2 \cdot \frac{f'(2)g(2) - f(2)g'(2)}{g^2(2)} \neq 0$.

Suy ra $1 = 2 \cdot \frac{g(2) - f(2)}{g^2(2)}$ nên $2g(2) - 2f(2) = g^2(2)$.

Từ đó ta có $2f(2) = 1 - (g(2) - 1)^2 \leq 1$. Nên $f(2) \leq \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 287. Cho hàm số $y = \cos 2x$. Công thức nào sau đây là đúng?

A. $y' = -\sin 2x$. B. $y' = -2\sin 2x$. C. $y' = \sin 2x$. D. $y' = 2\sin 2x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\cos 2x)' = -(2x)' \sin 2x = -2\sin 2x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 288. Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 2011$. Phương trình $y' = 0$ có nghiệm là

A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = -2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 289. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x + 1$ có đồ thị (C) . Với giá trị nào của tham số m thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 đi qua $A(1; 3)$?

A. $m = \frac{7}{9}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{7}{9}$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 6mx + m + 1$.

Với $x = -1$ thì $y'(-1) = 3 - 6m + m + 1 = 4 - 5m$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$ là

$$y = y'(-1)(x + 1) + y(-1) \Leftrightarrow y = (4 - 5m)(x + 1) + 2m - 1.$$

Do tiếp tuyến đi qua điểm $A(1; 3)$ nên

$$3 = (4 - 5m)(1 + 1) + 2m - 1 \Leftrightarrow -8m = -4 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 290. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$. Tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \geq f(x)$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}} = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}, x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty). \quad (1)$$

$$\text{Bất phương trình } f'(x) \geq f(x) \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} \geq \sqrt{x^2-2x}.$$

Với điều kiện (1) ta có

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} \geq \sqrt{x^2-2x} &\Leftrightarrow x-1 \geq \sqrt{(x^2-2x)^2} = x^2-2x \\ &\Leftrightarrow x^2-3x+1 \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2} \right]. \end{aligned}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } \Rightarrow x \in \left(2; \frac{3+\sqrt{5}}{2} \right].$$

Do yêu cầu $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ không có giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 291. Cho hàm số $f(x) = m\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ với $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để $f'(1) = \frac{3}{2}$.

A. $m = 3$.B. $m = -3$.C. $m = \frac{9}{2}$.D. $m = 1$.

Lời giải.

$$\text{Với } x \in (0; +\infty) \text{ ta có } f'(x) = m \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}. \text{ Do đó } f'(1) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3}m + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m = 3.$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 292. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1 có phương trình là

A. $y = 3x + 1$.B. $y = 3x - 4$.C. $y = -3x - 2$.D. $y = -3x + 2$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } x = 1 \Rightarrow y(1) = -1.$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(1) = -3.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

$$y = y'(1)(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = -3(x-1) - 1 \Leftrightarrow y = -3x + 2.$$

Chọn đáp án **D**

□

Câu 293. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ mà song song với đường thẳng $y = 3x - 1$?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x - 1$ nên có

$$y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{(x_0+1)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2. \end{cases}$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến $y = 3x - 1$ (không thỏa mãn).

Với $x_0 = -2 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến $y = 3x + 11$ (thỏa mãn).

Vậy có 1 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 294. Cho khai triển $(3x - 2)^{2018} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{2018}x^{2018}$. Tính tổng $S = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 2018a_{2018}$.

A. -6054.

B. 4036.

C. 1.

D. 6054.

Lời giải.

Lấy đạo hàm hai vế, ta có

$$2018 \cdot (3x - 2)^{2017} \cdot 3 = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + 2018 \cdot a_{2018}x^{2017} \quad (1).$$

Thay $x = 1$ vào (1), suy ra $S = 2018 \cdot (3 \cdot 1 - 2)^{2017} \cdot 3 = 2018 \cdot 3 = 6054$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 295. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$ có đồ thị (C) . Tồn tại hai tiếp tuyến của (C) phân biệt và có cùng hệ số góc k , đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó cắt các trục Ox, Oy tương ứng tại A và B sao cho $OA = 2017 \cdot OB$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của k thỏa mãn yêu cầu bài toán?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Gọi $M_1(x_1; f(x_1)); M_2(x_2; f(x_2))$ là hai tiếp điểm mà tại đó tiếp tuyến có cùng hệ số góc. Ta có $y' = 3x^2 + 12x + 9$.

Khi đó $k = 3x_1^2 + 12x_1 + 9 = 3x_2^2 + 12x_2 + 9 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 4) = 0 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -4 \quad (1).$

Hệ số góc của đường thẳng M_1M_2 là $k' = \pm \frac{OA}{OB} = \pm \frac{1}{2017} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

$$\Leftrightarrow \pm \frac{1}{2017} = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1x_2 = \frac{2016}{2017} = P \\ x_1x_2 = \frac{2018}{2017} = P \end{cases} \quad (2).$$

Với $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 = S \\ x_1x_2 = \frac{2016}{2017} = P \end{cases}$ có $S^2 > 4P$ nên tồn tại hai cặp $x_1, x_2 \Rightarrow$ tồn tại 1 giá trị k .

Với $\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 = S \\ x_1x_2 = \frac{2018}{2017} = P \end{cases}$ có $S^2 > 4P$ nên tồn tại hai cặp $x_1, x_2 \Rightarrow$ tồn tại 1 giá trị k .

Vậy có 2 giá trị k thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 296. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(1; -2)$ của (C) là

A. $y = -3x + 5$.

B. $y = -5x + 7$.

C. $y = -5x + 3$.

D. $y = -4x + 6$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(2x + 1)(x - 2) - (x^2 + x)}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x - 2)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $A(1; -2)$ là

$$y = y'(1) \cdot (x - 1) - 2 \Leftrightarrow y = -5(x - 1) - 2 \Leftrightarrow y = -5x + 3.$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 297. Ký hiệu d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 2m^2 + 1$ (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành đồng thời (C) đi qua điểm $A(1;0)$. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng d thỏa mãn bài toán?

A. 3.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Lời giải.

Vì (C) đi qua điểm $A(1;0)$ nên $1 - 4 + 2m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1$. Do đó, $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và trục hoành là

$$x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}.$$

Như thế đồ thị (C) cắt trục hoành tại bốn điểm $M(x_0;0)$ với $x_0 \in \{\pm 1; \pm\sqrt{3}\}$.

Phương trình đường tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(x_0;0)$ là $y = y'(x_0)(x - x_0) + 0$.

Ta có $y'(x_0) \in \{-4; 4; 4\sqrt{3}; -4\sqrt{3}\}$.

Vậy có tất cả 4 đường thẳng d thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 298. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x - \ln 3x$.

A. $y' = e^x + \frac{1}{x}$.B. $y' = e^x - \frac{1}{x}$.C. $y' = e^x - \frac{1}{3x}$.D. $y' = e^x - \frac{3}{x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = e^x - \frac{3}{3x} = e^x - \frac{1}{x}$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 299. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x}{x - 2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -2x$. Biết d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính các hệ số góc của các tiếp tuyến của (C) tại A, B bằng

A. 0.

B. 4.

C. $-\frac{1}{6}$.D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Đặt $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}$, ta có $f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 2}{(x - 2)^2}$.

Xét phương trình $\frac{x^2 + x}{x - 2} = -2x, x \neq 2$. (1)

Ta có (1) $\Leftrightarrow x^2 + x = -2x^2 + 4x \Leftrightarrow 3x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$, cả hai nghiệm cùng thỏa mãn điều kiện.

— Với $x = 0 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến tại tiếp điểm $(0;0)$ là

$$k_1 = f'(0) = -\frac{1}{2}. \quad (2)$$

— Với $x = 1 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

$$k_2 = f'(1) = -5. \quad (3)$$

Từ (2) và (3) $\Rightarrow$ tích các hệ số góc cần tính là $k_1 \cdot k_2 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-5) = \frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 300. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Tìm số tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $d: y = 9x - 25$.

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng d nên $y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3. \end{cases}$

Với $x_0 = -1$ thì $y_0 = -2$ nên phương trình tiếp tuyến là $y = 9(x + 1) - 2 = 9x + 7$.

Với $x_0 = 3$ thì $y_0 = 2$ nên phương trình tiếp tuyến là $y = 9(x - 3) + 2 = 9x - 25$ (loại vì trùng với đường thẳng d).

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 301. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ song song với đường thẳng $d: 12x + y = 0$ có dạng là $y = ax + b$. Tính giá trị của $2a + b$.

A. -23 hoặc -24.

B. -23.

C. -24.

D. 0.

Lời giải.

Đường thẳng $d: 12x + y = 0$ hay $d: y = -12x$.

Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1$ song song với đường thẳng d và gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có $y' = 6x^2 - 6x - 12$.

Do $\Delta \parallel d$ nên $y'(x_0) = -12 \Leftrightarrow 6x_0^2 - 6x_0 - 12 = -12 \Leftrightarrow 6x_0^2 - 6x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 1. \end{cases}$

— Với $x_0 = 0$ thì $M(0; 1)$. Phương trình tiếp tuyến Δ là $y = -12(x - 0) + 1$ hay $y = -12x + 1$.

Khi đó $a = -12, b = 1$. Vậy $2a + b = 2 \cdot (-12) + 1 = -23$.

— Với $x_0 = 1$ thì $M(1; -12)$. Phương trình tiếp tuyến Δ là $y = -12(x - 1) - 12$ hay $y = -12x$.

Trường hợp này loại.

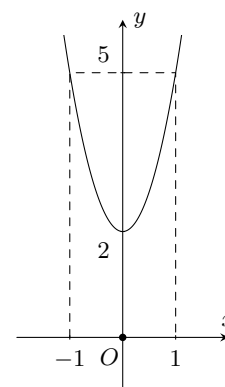
Vậy $2a + b = -23$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 302.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là (C) .

Biết đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $x = 1$.

A. $y = x + 2$.B. $y = x + 4$.C. $y = 5x + 2$.D. $y = 5x - 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Theo đồ thị ta có

$$\begin{cases} y'(-1) = 5 \\ y'(1) = 5 \\ y'(0) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b + c = 5 \\ 3a + 2b + c = 5 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 2. \end{cases}$$

Vì (C) đi qua gốc tọa độ nên ta có $d = 0$.

Vậy $y = x^3 + 2x$ suy ra $y' = 3x^2 + 2$.

Ta có $y(1) = 3$ và $y'(1) = 5$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 1$ là $y = 5(x - 1) + 3 = 5x - 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 303. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ biết nó song song với đường thẳng $y = 9x + 6$.

A. $y = 9x + 26$; $y = 9x - 6$.

B. $y = 9x - 26$.

C. $y = 9x + 26$.

D. $y = 9x - 26$; $y = 9x + 6$.

Lời giải.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến. Do tiếp tuyến song song đường thẳng $y = 9x + 6$ nên

$$y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3. \end{cases}$$

Với $x_0 = -1$, phương trình tiếp tuyến là $y = 9(x + 1) - 3 = 9x + 6$ (loại).

Với $x_0 = 3$, phương trình tiếp tuyến là $y = 9(x - 3) + 1 = 9x - 26$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 304. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có hệ số góc bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. 5.

C. $-\frac{1}{5}$.

D. -5.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-5}{(2x-3)^2}$ với $x \neq \frac{3}{2}$.

Suy ra tiếp tuyến có hệ số góc là $y'(-1) = -\frac{1}{5}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 305. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Hệ số góc k của tiếp tuyến với $(\mathcal{C})$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

A. $k = 1$.

B. $k = 25$.

C. $k = 10$.

D. $k = -5$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2$, suy ra hệ số góc k của tiếp tuyến với $(\mathcal{C})$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là $k = y'(1) = 1$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 306. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y = -2x + 1$.

B. $y = 2x + 1$.

C. $y = 3x - 2$.

D. $y = -3x - 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 3$.

Giao điểm của (C) với trục tung có tọa độ là $(0; -2)$.

Tiếp tuyến cần tìm có phương trình $y = y'(0)(x - 0) - 2 = 3x - 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 307. Một chất điểm chuyển động có phương trình $S = 2t^4 + 6t^2 - 3t + 1$ với t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Hỏi gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$ s bằng bao nhiêu?

- A. 88 m/s^2 . B. 228 m/s^2 . C. 64 m/s^2 . D. 76 m/s^2 .

Lời giải.

Gia tốc chuyển động $a = S'' = 24t^2 + 12t$.

Gia tốc chuyển động tại $t = 3 \text{ s}$ là $a(3) = 228 \text{ m/s}^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 308. Một chất điểm chuyển động thẳng với quãng đường biến thiên theo thời gian bởi quy luật $s(t) = t^3 - 4t^2 + 12$ (m), trong đó $t(s)$ là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi t bằng bao nhiêu?

- A. 2 (s) . B. $\frac{8}{3} \text{ (s)}$. C. 0 (s) . D. $\frac{4}{3} \text{ (s)}$.

Lời giải.

Ta có $v(t) = 3t^2 - 8t = 3\left(t - \frac{4}{3}\right)^2 - \frac{16}{3} \geq -\frac{16}{3}$.

Như vậy vận tốc nhỏ nhất khi $t = \frac{4}{3} \text{ (s)}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 309. Tìm số thực m lớn nhất để bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi.

$$m(|\sin x| + |\cos x| + 1) \leq |\sin 2x| + |\sin x| + |\cos x - 2018|.$$

- A. $-\frac{1}{3}$. B. -2018 . C. $-\frac{2017}{2}$. D. -2017 .

Lời giải.

Đặt $t = |\sin x| + |\cos x|$, ta có $t^2 = 1 + |\sin 2x| \Rightarrow |\sin 2x| = t^2 - 1$.

Ta có: $\begin{cases} t > 0 \\ 1 \leq t^2 = 1 + |\sin 2x| \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq t \leq \sqrt{2} \quad (1).$

Với điều kiện (1) bất phương trình đã cho đưa về

$$m(t+1) \leq t^2 + t - 2019 \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 + t - 2019}{t+1} \quad (2).$$

Bất phương trình đã cho đúng với mọi khi và chỉ khi (2) đúng với mọi $t \in [1; \sqrt{2}]$.

$$\text{Xét } f(t) = \frac{t^2 + t - 2019}{t+1}, t \in [1; \sqrt{2}].$$

$$\text{Có } f'(t) = 1 + \frac{2019}{(t+1)^2} > 0, \forall t \in [1; \sqrt{2}].$$

Ta có: (2) đúng với mọi $t \in [1; \sqrt{2}]$ khi và chỉ khi

$$m \leq f(t), \forall t \in [1; \sqrt{2}] \Leftrightarrow m \leq \min_{[1; \sqrt{2}]} f(t) \Leftrightarrow m \leq f(1) \Leftrightarrow m \leq -\frac{2017}{2}.$$

Số thực m lớn nhất thỏa yêu cầu bài toán là $m = -\frac{2017}{2}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 310. Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ ($m \neq 0$). Chia $f(x)$ cho $x - 2$ được phần dư bằng 2019, chia $f'(x)$ cho $x - 2$ được phần dư là 2018. Gọi $g(x)$ là phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x - 2)^2$. Giá trị của $g(-1)$ là

- A. -4033 . B. -4035 . C. -4039 . D. -4037 .

Lời giải.

Theo dữ kiện đề bài ta có thể viết

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + d(x-2) + e \\ \Rightarrow f'(x) &= 4a(x-2)^3 + 3b(x-2)^2 + 2c(x-2) + d. \end{aligned}$$

Theo giả thiết $f(2) = 2019$, $f'(2) = 2018$ nên $e = 2019$ và $d = 2018$. Suy ra $g(x) = 2018(x - 2) + 2019$ nên $g(-1) = -4035$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 311. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với đường thẳng $y = x$?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm. Do tiếp tuyến song song với đường $y = x$ nên

$$f'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 4x_0 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Với $x_0 = 1$, phương trình tiếp tuyến là $y = x$ (loại).

Vậy đồ thị hàm số chỉ có 1 tiếp tuyến song song với đường $y = x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 312. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 + 2x + 1$.

A. $y' = 3x^2 + 2x$.

B. $y' = 3x^2 + 2$.

C. $y' = 3x^2 + 2x + 1$.

D. $y' = x^2 + 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 313. Một vật chuyển động có phương trình $S = t^4 - 3t^3 - 3t^2 + 2t + 1$ (m), t là thời gian tính bằng giây. Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ s là

A. 48 m/s².

B. 28 m/s².

C. 18 m/s².

D. 54 m/s².

Lời giải.

Ta có $v(t) = S'(t) = 4t^3 - 9t^2 - 6t + 2$.

$a(t) = v'(t) = 12t^2 - 18t - 6$. Vậy $a(3) = 48$ m/s²

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 314. Biết rằng phương trình $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$, ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}, a \neq 0, b \neq 0$) có 4 nghiệm thực phân biệt. Hỏi phương trình sau có bao nhiêu nghiệm thực?

$$(4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d)^2 - 2(6ax^2 + 3bx + c) \cdot (ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e) = 0.$$

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ và $g(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$.

Phương trình của đề bài tương đương với $g'(x) = 0$.

Vì phương trình $f(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 nên ta có

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4).$$

Khi đó $g(x) = \frac{1}{x - x_1} + \frac{1}{x - x_2} + \frac{1}{x - x_3} + \frac{1}{x - x_4}$.

Suy đó $g'(x) = -\frac{1}{(x - x_1)^2} - \frac{1}{(x - x_2)^2} - \frac{1}{(x - x_3)^2} - \frac{1}{(x - x_4)^2}$.

Rõ ràng phương trình $g'(x) = 0$ vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 315. Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1; 0)$ của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là

A. 1.

B. -1.

C. -3.

D. 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1; 0)$ của đồ thị hàm số đã cho là $y'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 = -3$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 316. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2$ (C). Xét hai điểm $A(a; y_A)$ và $B(b; y_B)$ phân biệt của đồ thị (C) mà tiếp tuyến tại A và B song song. Biết rằng đường thẳng AB đi qua $D(5; 3)$. Phương trình của đường thẳng AB là

A. $x - y - 2 = 0$.

B. $x + y - 8 = 0$.

C. $x - 3y + 4 = 0$.

D. $x - 2y + 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{3}{2}x^2 - 3x$.

Gọi $A\left(a; \frac{1}{2}a^3 - \frac{3}{2}a^2 + 2\right)$ và $B\left(b; \frac{1}{2}b^3 - \frac{3}{2}b^2 + 2\right)$ với $a \neq b$ là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị (C) mà tiếp tuyến tại A và B song song với nhau.

Ta có $y'(a) = y'(b) \Leftrightarrow \frac{3}{2}a^2 - 3a = \frac{3}{2}b^2 - 3b \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 2(a - b) \Leftrightarrow a + b = 2$.

Gọi $I\left(\frac{a+b}{2}; \frac{1}{4}(a^3 + b^3) - \frac{3}{4}(a^2 + b^2) + 2\right)$ là trung điểm của đoạn AB.

Với $a + b = 2$ ta có $I\left(1; \frac{8 - 6ab}{4} - \frac{3(4 - 2ab)}{4} + 2\right)$ hay $I(1; 1)$.

Đường thẳng AB đi qua $I(1; 1)$ và nhận $\vec{ID} = (4; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình là

$$x - 1 - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 1 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 317. Trên parabol (P): $y = x^2 + 1$ lấy hai điểm $A(1; 2)$, $B(3; 10)$. Gọi M là điểm di động trên cung AB của (P), M khác A, B. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và MA, gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và MB. Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm M khi $S_1 + S_2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

A. 29.

B. 11.

C. 109.

D. 5.

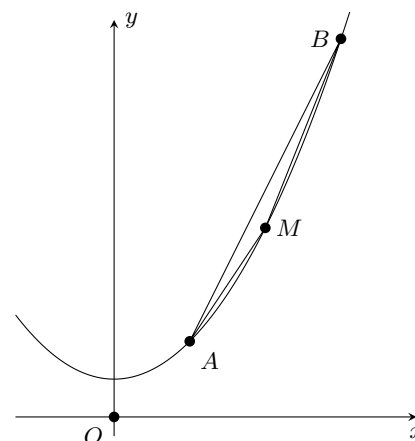
Lời giải.

Tổng $S_1 + S_2$ nhỏ nhất khi $\triangle MAB$ có diện tích lớn nhất. Khi đó M là tiếp điểm của (P) với tiếp tuyến d mà $d \parallel AB$.

Đường thẳng AB có hệ số góc là $k = \frac{10 - 2}{3 - 1} = 4$, d có hệ số góc

$y'(x_0) = 2x_0$, suy ra $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5$.

Vậy $M(2; 5)$ và $x_0^2 + y_0^2 = 29$.



Chọn đáp án **(A)** □

Câu 318. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = \frac{3-4x}{x-2}$ tại điểm có tung độ $y = -\frac{7}{3}$.

A. $\frac{9}{5}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. -10 .

D. $-\frac{5}{9}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{3-4x}{x-2}$, ta có

$$— f'(x) = \frac{5}{(x-2)^2}.$$

$$— y_0 = \frac{3-4x_0}{x_0-2} \Leftrightarrow -\frac{7}{3} = \frac{3-4x_0}{x_0-2} \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có tung độ $y_0 = -\frac{7}{3}$ là $k = f'(x_0) = \frac{5}{9}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 319. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong thời gian t . Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 2$.

B. $t = 1$.

C. $t = 4$.

D. $t = 3$.

Lời giải.

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 12t$.

Ta thấy $v(t) = -3t^2 + 12t$ là phương trình parabol có hệ số $a = -3 < 0$, do đó đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$ của parabol.

Vậy vận tốc chất điểm lớn nhất tại thời điểm $t = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2 \cdot (-3)} = 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 320. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0; a)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2018; 2018]$ để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành?

A. 2020.

B. 2018.

C. 2017.

D. 2019.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$.

Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ và d qua điểm $A(0; a)$ nên d có dạng $y = kx + a$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ
$$\begin{cases} \frac{x+2}{x-1} = kx + a & (1) \\ \frac{-3}{(x-1)^2} = k & (2) \end{cases} \text{ có nghiệm.}$$

Nghiệm của hệ phương trình chính là hoành độ tiếp điểm.

Thay (2) vào (1) ta được: $\frac{x+2}{x-1} = \frac{-3}{(x-1)^2} \cdot x + a$

$$\Leftrightarrow (a-1)x^2 - 2(a+2)x + 2 + a = 0.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 3a + 6 > 0 \\ \frac{(x_1+2)(x_2+2)}{(x_1-1)(x_2-1)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2 \\ \frac{9a+6}{-3} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > -\frac{2}{3}.$$

Vậy có 2019 giá trị a cần tìm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 321. Cho hàm số $y = x^3 + 2x - 3$, có đồ thị (C) . Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $A(1; 0)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d ?

- A. $y = -5x + 3$. B. $5x + y - 1 = 0$. C. $x + 5y + 3 = 0$. D. $y = \frac{1}{5}x + 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 2$ và $y'(1) = 5$.

Tiếp tuyến của (C) tại $A(1; 0)$ là $y = 5(x - 1) + 0 \Leftrightarrow 5x - y - 5 = 0$.

Đường thẳng vuông góc với d có dạng $x + 5y + c = 0$. Vậy ta chọn $x + 5y + 3 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 322. Một chiếc xe đang chuyển động đều với vận tốc 20 m/s thì hãm phanh và chạy chậm dần với vận tốc là $v(t) = 20 - 2t$ m/s đến khi dừng hẳn. Hỏi quãng đường xe đi được từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn là bao nhiêu?

- A. 98 m. B. 96 m. C. 90 m. D. 100 m.

Lời giải.

Ta có $v(t) = 20 - 2t = 0 \Leftrightarrow t = 10$ nên sau khi phanh xe sẽ đi tiếp 10 giây rồi dừng hẳn.

Do $a(t) = v'(t) = -2$ nên quãng đường xe đi được từ lúc hãm phanh đến lúc dừng hẳn là

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = 20 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (-2) \cdot 10^2 = 100 \text{ m.}$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 323. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -1 là

- A. $y = 5x + 1$. B. $y = \frac{5}{9}x - 2$. C. $y = \frac{5}{9}x - \frac{5}{9}$. D. $y = 5x - 9$.

Lời giải.

Ta có $y(-1) = -4$, $y' = \frac{5}{(x+2)^2} \Rightarrow y'(-1) = 5$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = 5(x + 1) - 4 \Leftrightarrow y = 5x + 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 324. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm $A(3; 1)$ là

- A. $y = -9x - 26$. B. $y = 9x - 26$. C. $y = -9x - 3$. D. $y = 9x + 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(3) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến tại $A(3; 1)$ là $y = 9(x - 3) + 1 \Leftrightarrow y = 9x - 26$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 325. Tìm điểm M có hoành độ âm trên đồ thị $(C): y = \frac{1}{3}x^3 - x + \frac{2}{3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

- A. $M(-2; -4)$. B. $M\left(-1; \frac{4}{3}\right)$. C. $M\left(2; \frac{4}{3}\right)$. D. $M(-2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - 1$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là hoành độ tiếp điểm. Do tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

nên ta có $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow x_0^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ x_0 = 2. \end{cases}$

Do $x_0 < 0$ nên $x_0 = -2 \Rightarrow M(-2; 0)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 326. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d là hằng số và $a \neq 0$). Biết $f(x)$ là hàm số lẻ, đồ thị của nó tiếp xúc với đường thẳng $y = 9x - 16$ tại điểm $A(2; 2)$. Tính $f(3)$.

- A. $f(3) = -2$. B. $f(3) = 36$. C. $f(3) = 27$. D. $f(3) = 18$.

Lời giải.

Hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ là hàm số lẻ nên $b = d = 0$.

Do đó $f(x) = ax^3 + cx$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} f'(2) = 9 \\ f(2) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12a + c = 9 \\ 8a + 2c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x$.

Vậy $f(3) = 18$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 327. Cho đồ thị $(H): y = \frac{2x-4}{x-3}$. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H) tại giao điểm của (H) và Ox .

- A. $y = -2x + 4$. B. $y = -2x - 4$. C. $y = 2x$. D. $y = 2x - 4$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) với Ox là $\frac{2x-4}{x-3} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy (H) cắt Ox tại $A(2; 0)$.

Ta có $y' = \frac{-2}{(x-3)^2}$, suy ra phương trình tiếp tuyến của (H) tại A là

$$y = y'(2)(x - 2) \Leftrightarrow y = -2(x - 2) = -2x + 4.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 328. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$ có đồ thị (H) . Gọi đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ là tiếp tuyến của (H) tại giao điểm của (H) với trục Ox . Khi đó $a + b$ bằng

- A. $-\frac{10}{49}$. B. $\frac{2}{49}$. C. -4 . D. 2 .

Lời giải.

Ta có (H) cắt trục Ox tại $M(-3; 0)$.

$$y' = \frac{-1}{(x+2)^2} \Rightarrow y'(-3) = -1.$$

Khi đó tiếp tuyến tại điểm M có phương trình $y = -x - 3 \Rightarrow a = -1, b = -3$.

Vậy $a + b = -4$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 329. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) , biết tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 0$ là đường thẳng $y = 3x - 3$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f(3x) - 5f(4x) + 4f(7x)}$ là

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{3}{31}$. C. $\frac{3}{25}$. D. $\frac{1}{11}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f(3x) - 5f(4x) + 4f(7x)} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{(f(3x) - f(0)) - 5(f(4x) - f(0)) + 4(f(7x) - f(0))} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{3 \frac{f(3x)-f(0)}{3x-0} - 20 \frac{f(4x)-f(0)}{4x-0} + 28 \frac{f(7x)-f(0)}{7x-0}} \\
 &= \frac{3}{3 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3x)-f(0)}{3x-0} - 20 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(4x)-f(0)}{4x-0} + 28 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(7x)-f(0)}{7x-0}} \\
 &= \frac{3}{3f'(0) - 20f'(0) + 28f'(0)} \\
 &= \frac{3}{11f'(0)}.
 \end{aligned}$$

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là $y = 3x - 3$, suy ra $f'(0) = 3$.

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{f(3x) - 5f(4x) + 4f(7x)} = \frac{3}{11f'(0)} = \frac{1}{11}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 330. Cho hàm số $y = x^4 - 1$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến của (C) tại điểm với hoành độ bằng 0 có hệ số góc là

A. 0.

B. -1.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3$, suy ra hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 là $y'(0) = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 331. Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$?

A. $y = 9x - 12$.

B. $y = 9x - 14$.

C. $y = 9x - 13$.

D. $y = 9x - 11$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng (d) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại điểm x_0 với $y'(x_0) = 9$.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y'(x_0) = 3x_0^2 - 3.$$

$$\text{Khi đó } y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2. \end{cases}$$

$$\text{Với } x_0 = 2 \Rightarrow (d): y = 9x - 14.$$

$$\text{Với } x_0 = -2 \Rightarrow (d): y = 9x + 18.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 332. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 1$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

A. $y = 6x - 3$.

B. $y = 6x + 3$.

C. $y = 6x - 1$.

D. $y = 6x + 1$.

Lời giải.

$$\text{— Ta có } y' = 3x^2 + 3, y'(1) = 6, y(1) = 3.$$

$$\text{— Suy ra phương trình tiếp tuyến là } y = 6(x - 1) + 3 = 6x - 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 333. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Tìm số tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 9x + 7$.

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 9x + 7$ nên hệ số góc của nó là $k = 9$.

$$\text{Nên } y' = k \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1. \end{cases}$$

Với $x = 3$ ta có $y(3) = 2$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $y = 9(x - 3) + 2 = 9x - 25$ (thỏa mãn).

Với $x = -1$ ta có $y(-1) = -2$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $y = 9(x + 1) - 2 = 9x + 7$ (loại).

Vậy có một tiếp tuyến thỏa mãn.

Chọn đáp án **C** □

Câu 334. Cho $\left(\frac{3-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' = \frac{ax-b}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}, \forall x > \frac{1}{4}$. Tính $\frac{b}{a}$.

A. 4.

B. 1.

C. -1.

D. -4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left(\frac{3-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' &= \frac{(-2)\sqrt{4x-1} - \frac{2}{\sqrt{4x-1}}(3-2x)}{4x-1} \\ &= \frac{(-2)(4x-1) - 2(3-2x)}{(4x-1)\sqrt{4x-1}} = \frac{-4x-4}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy ta có } a = -4, b = 4 \Rightarrow \frac{b}{a} = -1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 335. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đi qua điểm $A(3; 2)$?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Xét điểm $M(x_0; x_0^3 - 3x_0^2 + 2)$ thuộc đồ thị hàm số. Phương trình tiếp tuyến tại điểm M có dạng

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2.$$

Tiếp tuyến này qua $A(3; 2)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} 2 &= (3x_0^2 - 6x_0)(3 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 \\ \Leftrightarrow -2x_0^3 + 12x_0^2 - 18x_0 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy có hai tiếp tuyến đi qua A là $y = 2$ và $y = 9x - 25$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 336. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \frac{f(x) + 3}{g(x) + 1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $f(1) > -3$.

B. $f(1) < -3$.

C. $f(1) \leq -\frac{11}{4}$.

D. $f(1) \geq -\frac{11}{4}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } h(x) = \frac{f(x) + 3}{g(x) + 1}. \text{ Ta có } h'(x) = \frac{f'(x)g(x) + f'(x) - g'(x)f(x) - 3g'(x)}{[g(x) + 1]^2}.$$

Theo giả thiết suy ra

$$\begin{aligned} f'(1) &= g'(1) = h'(1) \neq 0 \\ \Leftrightarrow f'(1) &= g'(1) = \frac{f'(1)g(1) + f'(1) - g'(1)f(1) - 3g'(1)}{[g(1) + 1]^2} \\ \Leftrightarrow [g(1) + 1]^2 &= g(1) - f(1) - 2 \text{ (do } g(1) + 1 \neq 0) \\ \Leftrightarrow f(1) &= -g^2(1) - g(1) - 3 = -\left[g(1) + \frac{1}{2}\right]^2 - \frac{11}{4} \leq -\frac{11}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 337. Trong một chuyển động thẳng, chất điểm chuyển động xác định bởi phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 3t + 10$, trong đó thời gian t tính bằng giây và quãng đường s tính bằng mét. Gia tốc của chất điểm tại thời điểm chất điểm dừng lại là

- A. -6 m/s^2 . B. 0 m/s^2 . C. 12 m/s^2 . D. 10 m/s^2 .

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 3$, $v(t) = 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Ta có $a(t) = v'(t) = 6t - 6 \Rightarrow a(1) = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 338. Cho hàm số $y = x^3 - 2019x$ có đồ thị (C) . Gọi M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại M_3 khác $M_2, \dots$, tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại M_n khác M_{n-1} ($n = 4, 5, 6, \dots$). Gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ của điểm M_n . Tìm n để $2019x_n + y_n + 2^{2013} = 0$.

- A. $n = 685$. B. $n = 679$. C. $n = 672$. D. 675 .

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2019$. Gọi $M_k(x_k; y_k)$ là điểm thuộc (C) . Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M_k là

$$y - y_k = y'(x_k)(x - x_k) \Leftrightarrow y = (3x_k^2 - 2019)(x - x_k) + (x_k^3 - 2019x_k).$$

Khi đó hoành độ của điểm M_{k+1} là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} (3x_k^2 - 2019)(x - x_k) + (x_k^3 - 2019x_k) &= x^3 - 2019x \\ \Leftrightarrow (x - x_k)(x^2 + x_k \cdot x - 2x_k^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_k \\ x = -2x_k. \end{cases} \end{aligned}$$

Do $M_{k+1} \neq M_k$ nên $x_{k+1} = -2x_k$. Từ đó ta có một dãy $\{x_n\}$ các hoành độ tiếp điểm được xác định như sau

$$x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 4, \dots, x_n = (-2)^{n-1}.$$

Do đó

$$\begin{aligned} 2019x_n + y_n + 2^{2013} &= 0 \\ \Rightarrow 2019x_n + x_n^3 - 2019x_n + 2^{2013} &= 0 \\ \Leftrightarrow (-2)^{3(n-1)} + 2^{2013} &= 0 \\ \Leftrightarrow n &= 672. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C**

□

Câu 339. Cho hàm số $y = -x^3 + mx^2 - x - 4m$ có đồ thị (C_m) và A là điểm cố định có hoành độ âm của (C_m) . Giá trị của m để tiếp tuyến tại A của (C_m) vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là

A. $m = 2$.

B. $m = -3$.

C. $m = -\frac{7}{2}$.

D. $m = -6$.

Lời giải.

Gọi $A(x; y)$ là điểm cố định của (C_m) với $x < 0$. Khi đó

$$\begin{aligned} y &= -x^3 + mx^2 - x - 4m, \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow m(x^2 - 4) - x^3 - x - y &= 0, \forall m \in \mathbb{R} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ -x^3 - x - y = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 & (\text{loại}) \\ x = -2 \\ y = -x^3 - x \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow A(-2; 10). \end{aligned}$$

Ta có $y' = -3x^2 + 2mx - 1 \Rightarrow y'(-2) = -4m - 13$.

Tiếp tuyến tại A của (C_m) có hệ số góc là $y'(-2) = -4m - 13$.

Vì tiếp tuyến tại A của (C_m) vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất $y = x$ nên

$$y'(-2) \cdot 1 = -1 \Leftrightarrow -4m - 13 = -1 \Leftrightarrow m = -3.$$

Chọn đáp án **B**

□

Câu 340. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C) . Gọi điểm $M(x_0; y_0)$ với $x_0 > -1$ là điểm thuộc (C) , biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x + y = 0$. Hỏi giá trị của $x_0 + 2y_0$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $-\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2}, x \neq -1$.

Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại $M(x_0; y_0), x_0 > -1$.

Suy ra $\Delta: y = y'(x_0)(x - x_0 + y_0) \Rightarrow \Delta: y = \frac{1}{(x_0+1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{2(x_0+1)}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \text{— } A = \Delta \cap Ox \Rightarrow y = 0 &\Rightarrow \frac{1}{(x_0+1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0 - 1}{2(x_0+1)} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-x_0^2 + 2x_0 + 1}{2} \\ &\Rightarrow A\left(\frac{-x_0^2 + 2x_0 + 1}{2}; 0\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{— } B = \Delta \cap Oy \Rightarrow x = 0 &\Rightarrow y = -\frac{x_0}{(x_0+1)^2} + \frac{x_0 - 1}{2(x_0+1)} = \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2(x_0+1)^2} \\ &\Rightarrow B\left(0; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{2(x_0+1)^2}\right). \end{aligned}$$

Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là $G\left(\frac{-x_0^2 + 2x_0 + 1}{6}; \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0 + 1)^2}\right)$. Khi đó

$$\begin{aligned} G &\in d \\ \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{-x_0^2 + 2x_0 + 1}{6} + \frac{x_0^2 - 2x_0 - 1}{6(x_0 + 1)^2} &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2x_0 - 1 = 0 & (\text{loại vì } A \equiv B \equiv O) \\ \frac{1}{(x_0 + 1)^2} = 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow x_0 + 1 = \pm \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{2} > -1 \\ x_0 = -\frac{3}{2} < -1. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $x_0 = -\frac{1}{2}, y_0 = -\frac{3}{2}$.

Vậy $x_0 + 2y_0 = -\frac{1}{2} + 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{7}{2}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 341. Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(2; 5)$ của đồ thị hàm số trên là

- A. $y = 3x - 11$. B. $y = -3x + 11$. C. $y = -3x - 11$. D. $y = 3x + 11$.

Lời giải.

Ta có $y' = -\frac{3}{(x - 1)^2}; y'(2) = -3$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(2; 5)$ của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ là

$$y - 5 = -3(x - 2) \text{ hay } y = -3x + 11.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 342. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$ m/s, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s² (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 22 m/s. B. 15 m/s. C. 10 m/s. D. 7 m/s.

Lời giải.

+ Từ đề bài, ta suy ra: tính từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 10 giây.

+ Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng

$$v_B(t) = \int a dt = at + C, \text{ lại có } v_B(0) = 0 \text{ nên } v_B(t) = at.$$

+ Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{15} \left(\frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t \right) dt = \int_0^{10} at dt \Leftrightarrow 75 = 50a \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

Từ đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(10) = \frac{3}{2} \cdot 10 = 15$ m/s.

Chọn đáp án (B) □

Câu 343. Hệ số góc k của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ tại điểm $M(1; 2)$ là

- A. $k = 12$. B. $k = 3$. C. $k = 5$. D. $k = 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2$. Tại điểm M có hoành độ $x = 1$ thì $k = y'(1) = 3 \cdot 1^2 = 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 344. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x + x^3}$, $f(1) = a$, $f(-2) = b$.

Tính giá trị của biểu thức $f(-1) + f(2)$.

- A. $b - a$. B. $-a - b$. C. $a - b$. D. $a + b$.

Lời giải.

Ta có đạo hàm của hàm chẵn là hàm lẻ.

Do f' là hàm lẻ nên f là hàm chẵn.

Ta có $f(-1) = f(1) = a$; $f(-2) = f(2) = b$.

Vậy $f(-1) + f(2) = a + b$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 345. Cho hàm số $y = \frac{-x + 2}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -x + 2$

- A. $y = x + 2$. B. $y = -x - 2$.
C. $y = -x$. D. $y = -x + 2$; $y = -x - 2$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -x + 2$ khi và chỉ khi

$$y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow -\frac{1}{(x_0 - 1)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2. \end{cases}$$

+) Với $x_0 = 0$ thì $y_0 = -2$ ta có phương trình tiếp tuyến $y = -x - 2$.

+) Với $x_0 = 2$ thì $y_0 = 0$ ta có phương trình tiếp tuyến $y = -x + 2$ (loại).

Vậy $y = -x - 2$ là phương trình tiếp tuyến cần tìm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 346. Cho hàm số $f(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018}$. Tính $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

- A. $L = 2017 \cdot 2^{2018} + 1$. B. $L = 2019 \cdot 2^{2017} + 1$.
C. $L = 2017 \cdot 2^{2018} - 1$. D. $L = 2018 \cdot 2^{2017} + 1$.

Lời giải.

Theo định nghĩa đạo hàm $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2)$.

Lại có $f(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2018} = \frac{x(x^{2018} - 1)}{x - 1} = \frac{x^{2019} - x}{x - 1}$.

Suy ra $f'(x) = \frac{2018x^{2019} - 2019x^{2018} + 1}{(x - 1)^2}$.

Vậy $f'(2) = 2018 \cdot 2^{2019} - 2019 \cdot 2^{2018} + 1 = 2017 \cdot 2^{2018} + 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 347. Cho hàm số $y = m \cos x + \sin 2x$ (C) (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của tham số m để tiếp tuyến của (C) tại những điểm có hoành độ $x = \pi, x = \frac{\pi}{3}$ song song hoặc trùng nhau.

- A. $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $m = -2\sqrt{3}$. C. $m = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $m = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = -m \sin x + 2 \cos 2x$.

Yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi

$$y'(\pi) = y'\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow 2 = -m \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \Leftrightarrow m = -2\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 348. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+1)x^2 + (m^2+m)x + 10$. Tìm m để $y' \geq 0$ với mọi $x \in [-1; 2]$.

- A. $|m| \geq 1$. B. $|m| < 2$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $|m| \geq 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 - (2m+1)x + m^2 + m = (x-m)(x-m-1)$,

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases}.$$

Suy ra $y' \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; m] \cup [m+1; +\infty)$. Khi đó, $y' \geq 0$ với mọi $x \in [-1; 2]$ khi và chỉ khi $m \geq 2$ hoặc $m+1 \leq -1$, điều này tương đương với $|m| \geq 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 349. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm $A(-1; -2)$ có hệ số góc bằng

- A. 9. B. 3. C. -2. D. 4.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 6x$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm $A(-1; -2)$ có hệ số góc $y'(-1) = 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 350. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$. Tính giá trị của biểu thức $P = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

- A. $P = \frac{1 - \sqrt{2018}}{\sqrt{2018}}$. B. $P = \frac{-1 + \sqrt{2019}}{2\sqrt{2018}}$. C. $P = \frac{1 - \sqrt{2019}}{2\sqrt{2019}}$. D. $P = \frac{1 - \sqrt{2019}}{\sqrt{2019}}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

$$\begin{aligned} P &= f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018) \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \dots + \left(\frac{1}{\sqrt{2019}} - \frac{1}{\sqrt{2018}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2019}} - 1 \right) \\ &= \frac{1 - \sqrt{2019}}{2\sqrt{2019}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 351. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 0$ bằng nhau và khác 0 thì

- A. $f(0) < \frac{1}{4}$. B. $f(0) \leq \frac{1}{4}$. C. $f(0) > \frac{1}{4}$. D. $f(0) \geq \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Đặt $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$. Ta có $h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$ (*)

Theo giả thiết $f'(0) = g'(0) = h'(0) \neq 0$, thay vào (*) ta được $h'(0) = \frac{f'(0)g(0) - f(0)g'(0)}{[g(0)]^2}$.

Suy ra $f'(0) = \frac{f'(0)g(0) - f(0)f'(0)}{[g(0)]^2}$

$\Rightarrow f'(0)[g(0)]^2 = f'(0)g(0) - f(0)f'(0) \Rightarrow f'(0)[g(0)]^2 = f'(0)[g(0) - f(0)]$.

Mà $f'(0) \neq 0$ nên

$$\begin{aligned} [g(0)]^2 = [g(0) - f(0)] &\Leftrightarrow \left[[g(0)]^2 - g(0) + \frac{1}{4} \right] = -f(0) + \frac{1}{4} \\ &\Leftrightarrow \left[g(0) - \frac{1}{2} \right]^2 = -f(0) + \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $-f(0) + \frac{1}{4} \geq 0 \Leftrightarrow f(0) \leq \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 352. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị $(P): y = x^2 - 2x$ và trục hoành. Tiếp tuyến của (P) tại hai điểm A, B tạo với nhau một góc α . Giá trị của $\sin \alpha$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của (P) với Ox thỏa phương trình $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.

Vậy $A(0; 0), B(2; 0)$.

Ta có $y' = 2x - 2$, phương trình tiếp tuyến của (P) tại các điểm A, B lần lượt là

- $(d_A): y = y'(0)(x - 0) + y(0) = -2x \Rightarrow$ véc-tơ pháp tuyến của (d_A) là $\vec{n}_A = (2; 1)$.
- $(d_B): y = y'(2)(x - 2) + y(2) = 2x - 4 \Rightarrow$ véc-tơ pháp tuyến của (d_B) là $\vec{n}_B = (-2; 1)$.

Ta có $\cos(\vec{n}_A, \vec{n}_B) = \frac{\vec{n}_A \cdot \vec{n}_B}{|\vec{n}_A| \cdot |\vec{n}_B|} = \frac{-3}{5} \Rightarrow \cos(d_A, d_B) = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin(d_A, d_B) = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$.

Vậy $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 353. Cho hai số thực a, b làm cho hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{3 - 2x} - bx & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có đạo hàm tại $x = 1$. Giá trị của biểu thức $2a^2 + b^2$ bằng

- A. 3. B. 21. C. 11. D. 9.

Lời giải.

Điều kiện cần để hàm số có đạo hàm tại $x = 1$ là hàm số phải liên tục tại $x = 1$. Ta có

- $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) = a - 1$.
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1 - b$.
- Vậy hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi $a - 1 = 1 - b \Leftrightarrow a + b = 2$.

$$\text{Xét } f'(x) = \begin{cases} 2ax - 2 & \text{khi } x > 1 \\ \frac{-1}{\sqrt{3-2x}} - b & \text{khi } x < 1. \end{cases}$$

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$ khi $f'(x)$ liên tục tại $x = 1$. Ta có

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = 2a - 2.$$

$$\text{— } \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = -1 - b.$$

— Vậy hàm số $f'(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi $2a - 2 = -1 - b \Leftrightarrow 2a + b = 1$.

$$\text{Vậy } a, b \text{ thỏa hệ } \begin{cases} a + b = 2 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow 2a^2 + b^2 = 11.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 354. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x + 1$ biết hoành độ tiếp điểm bằng 1.

A. $y = 6x - 4$.

B. $y = x + 2$.

C. $y = -3x + 5$.

D. $y = 5x - 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 - 1 \Rightarrow y'(1) = 5$. Suy ra phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x + 1$ tại điểm $(1; 2)$ là $y = 5(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = 5x - 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 355. Cho khai triển $(x - 2)^{2018} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2018}x^{2018}$. Tính tổng $S = 1 \cdot a_1 + 2 \cdot a_2 + 3 \cdot a_3 + \dots + 2018 \cdot a_{2018}$.

A. $S = -2018$.

B. $S = -2017$.

C. $S = 2018$.

D. $S = 2017$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} (x - 2)^{2018} &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2018}x^{2018} \\ \Rightarrow 2018(x - 2)^{2017} &= a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + 2018a_{2018}x^{2017} \\ \Rightarrow 2018(1 - 2)^{2017} &= a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + 2018a_{2018} = S. \end{aligned}$$

Vậy $S = -2018$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 356. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $-2 \sin 2x$?

A. $F(x) = 2 \cos 2x + 2018$.

B. $F(x) = 2 \sin^2 x + 2019$.

C. $F(x) = -2 \cos 2x + 2020$.

D. $F(x) = 2 \cos^2 x + 2021$.

Lời giải.

Ta có $(2 \cos^2 x + 2021)' = 4 \cos x (\cos x)' = -4 \sin x \cos x = -2 \sin 2x$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 357. Một nhà nghiên cứu khảo sát sự chuyển động của chất điểm M và tìm được quy luật về quãng đường của M khi chuyển động là $s(t) = t^4 - t^2$ (t tính bằng giây từ lúc vật bắt đầu chuyển động). Hỏi trong khoảng 1 giây đầu sau khi chuyển động chất điểm M dừng mấy lần?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

Chất điểm M dừng sau khi chuyển động tương ứng với vận tốc bằng 0 khi $t \in (0; 1]$. Phương trình vận tốc là $y' = 4t^3 - 2t^2$. Xét phương trình $4t^3 - 2t^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc $t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ (loại) hoặc $t = 0$

(loại). Vậy M đúng một lần.

Chọn đáp án **C** □

Câu 358. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ có đồ thị (C) . Hai tiếp tuyến $(d_1), (d_2)$ của đồ thị (C) song song với nhau và có hoành độ tiếp điểm là x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng

- A. 1. B. $2x_1$. C. 2. D. 3.

Lời giải.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 2.$$

Do $(d_1) \parallel (d_2)$ nên

$$\begin{aligned} f'(x_1) = f'(x_2) &\Leftrightarrow 3x_1^2 - 6x_1 + 2 = 3x_2^2 - 6x_2 + 2 \\ &\Leftrightarrow 3(x_1^2 - x_2^2) - 6(x_1 - x_2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 & (\text{loại}) \\ x_1 + x_2 = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 359. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân. Tính diện tích tam giác OAB .

- A. 12. B. 16. C. 8. D. 4.

Lời giải.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân nên có hệ số góc $k = 1$ hoặc $k = -1$.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \forall x \neq -1$ nên suy ra hệ số góc tiếp tuyến $k = 1$.

Hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình

$$y' = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{(x+1)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2. \end{cases}$$

— Với $x = 0$ thì $y = 0$. Phương trình tiếp tuyến là $y = x$ đi qua gốc tọa độ nên không thỏa mãn.

— Với $x = -2$ thì $y = 2$. Phương trình tiếp tuyến là $y = x + 4$, tiếp tuyến này cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại $A(-4; 0), B(0; 4)$.

Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 360. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+2}{bx+3}$ có đồ thị là (C) (a, b là các số thực). Biết tại $M(-2; -4)$ thuộc (C) , tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $7x - y + 5 = 0$. Tính $a + b$.

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.

Lời giải.

Đường thẳng $d: 7x - y + 5 = 0 \Leftrightarrow y = 7x + 5$ có hệ số góc $k_d = 7$.

$$y' = f'(x) = \frac{3a - 2b}{(bx + 3)^2}.$$

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} f(-2) = -4 \\ f'(-2) = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2a+2}{-2b+3} = -4 \\ \frac{3a-2b}{(-2b+3)^2} = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a+2 = 8b-12 \\ 3a-2b = 7(4b^2-12b+9) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7-4b \\ 28b^2-70b+42 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 - 4b \\ b = \frac{3}{2} \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{3}{2} \\ a = 3 \\ b = 1. \end{cases}$$

Ta được cặp số $a = 3, b = 1$ thỏa mãn $a + b = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 361. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ cắt trục hoành, trục tung tại hai điểm A, B . Tính diện tích tam giác OAB .

A. $\frac{169}{16}$.

B. $\frac{25}{16}$.

C. $\frac{15}{8}$.

D. $\frac{25}{13}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{8}{(2x+1)^2} \Rightarrow y'(-1) = 8$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+1}$ tại điểm $(-1; 5)$ là

$$y = 8(x+1) + 5 \Leftrightarrow y = 8x + 13.$$

Suy ra $A\left(-\frac{13}{8}; 0\right), B(0; 13)$.

Diện tích tam giác OAB là

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{8} \cdot 13 = \frac{169}{16}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 362. Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 18 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 1000 tại $x = 2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$.

A. 2018.

B. 1982.

C. -2018.

D. 1018.

Lời giải.

Ta có $(f(x) - f(2x))' = f'(x) - 2f'(2x)$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 18 \\ f'(2) - 2f'(4) = 1000 \end{cases} \Rightarrow f'(1) - 4f'(4) = 2018.$

Suy ra $(f(x) - f(4x))'_{x=1} = f'(1) - 4f'(4) = 2018.$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 363. Các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ song song với đường thẳng $y = -3x + 2018$ là

A. $y = -3x + 2$ và $y = -3x + \frac{1}{2}$.

B. $y = -3x + 14$ và $y = -3x + 21$.

C. $y = -3x + 14$ và $y = -3x + \frac{1}{2}$.

D. $y = -3x + 2$ và $y = -3x + 14$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$. Từ giả thiết ta có $\frac{-3}{(x-2)^2} = -3 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 5 \\ x = 1 \Rightarrow y = -1. \end{cases}$

Vậy tiếp tuyến cần tìm là $\begin{cases} y = -3x + 14 \\ y = -3x + 2. \end{cases}$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 364. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình $\cos^3 x + (m - \sqrt{3} \sin x)^3 + m = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$ có nghiệm ?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải.

Đặt $a = \cos x, b = m - \sqrt{3} \sin x \Rightarrow a + b = \cos x + m - \sqrt{3} \sin x = m - 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

Phương trình có dạng $a^3 + b^3 + a + b = 0 \Leftrightarrow (a + b)(a^2 + ab + b^2 + 1) = 0$.

Vì $a^2 + ab + b^2 + 1 = \left(a + \frac{b}{2} \right)^2 + \frac{3b^2}{4} + 1 > 0, \forall a, b$.

nên phương trình $\Leftrightarrow a + b = 0 \Leftrightarrow m = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \in [-2; 2]$.

Vì $m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2\}$. Vậy có 3 giá trị thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 365. Đạo hàm của hàm số $y = x^3 - 2x$ là:

A. $y' = -3x^2 - 2$.B. $y' = 3x^2 - 2$.C. $y' = 3x^2 - 2x$.D. $y' = x^2 - 2$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = x^3 - 2x$ là $y' = 3x^2 - 2$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 366. Một vật chuyển động theo quy luật $s = 9t^2 - t^3$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 5 (giây), kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 54 (m/s).

B. 15 (m/s).

C. 27 (m/s).

D. 100 (m/s).

Lời giải.

Quy luật vận tốc của vật là $v(t) = s' = 18t - 3t^2 \Rightarrow v' = 18 - 6t$.

Xét $t \in [0; 5], v' = 0 \Leftrightarrow t = 3$. Ta có

$$v(0) = 0, v(3) = 27, v(5) = 15.$$

Vậy trong 5 giây đầu tiên, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 27 (m/s).

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 367. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2x - 1$ và song song với đường thẳng $2x + y - 3 = 0$ có phương trình là

A. $y = 2x + 1$.B. $x + 2y + 1 = 0$.C. $2x + y + 1 = 0$.D. $2x + y - 2 = 0$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 2$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $k = y'(x_0) = 3x_0^2 + 6x_0 - 2$.

Đường thẳng $2x + y - 3 = 0$ có hệ số góc là -2 .

Tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $2x + y - 3 = 0$ nên

$$3x_0^2 + 6x_0 - 2 = -2 \Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2. \end{cases}$$

Với $x_0 = 0$ thì $y_0 = -1$. Suy ra phương trình tiếp tuyến là $y = -2x - 1 \Leftrightarrow 2x + y + 1 = 0$.

Với $x_0 = -2$ thì $y_0 = 7$. Suy ra phương trình tiếp tuyến là $y = -2(x + 2) + 7 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$.

Đường thẳng này trùng với đường thẳng đề bài cho nên không thỏa mãn bài toán.

Vậy, tiếp tuyến của đồ thị hàm số và song song với đường thẳng $2x + y - 3 = 0$ có phương trình là $2x + y + 1 = 0$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 368. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

A. $y = 3x + 9$.

B. $y = 3x + 6$.

C. $y = 3x + 3$.

D. $y = 3x + 12$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x - 1)^2 + 3 \geq 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất là bằng 3 khi $x = 1$.

Mặt khác $y(1) = 9 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3(x - 1) + 9$ hay $y = 3x + 6$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 369. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$, biết tiếp tuyến cắt hai trục Ox , Oy tại A , B sao cho tam giác OAB có $OB = 4OA$, là

A. $\begin{cases} 4x + y - 17 = 0 \\ 4x + y - 1 = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} 4x + y + 7 = 0 \\ 4x + y + 1 = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 4x - y - 17 = 0 \\ 4x - y + 1 = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 4x - y + 17 = 0 \\ 4x - y - 1 = 0 \end{cases}$.

Lời giải.

Cách 1.

Ta có $y' = \frac{-4}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định. Suy ra tiếp tuyến có hệ số góc âm.

Gọi α là góc tạo bởi giữa tiếp tuyến và trục hoành. Ta có $\tan \alpha = \frac{OB}{OA} = 4$. Suy ra tiếp tuyến có hệ số góc $k = -\tan \alpha = -4$.

Ta có $\frac{-4}{(x-2)^2} = -4 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$. Suy ra hai tiếp điểm là $(3; 5)$ và $(1; -3)$.

Vậy hai tiếp tuyến là $y = -4(x - 3) + 5 \Leftrightarrow 4x + y - 17 = 0$ và $y = -4(x - 1) - 3 \Leftrightarrow 4x + y - 1 = 0$.

Cách 2.

Gọi $A(a; 0)$, $B(0; b)$. Khi đó, phương trình tiếp tuyến có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Ta có $y' = \frac{-4}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định. Do hàm số đã cho là hàm nghịch biến nên tiếp tuyến là đường đi xuống từ trái sang phải. Suy ra $\frac{1}{a}$ và $\frac{1}{b}$ cùng dấu hay a, b cùng dấu. Từ $OB = 4OA$, suy ra $|b| = 4|a| \Rightarrow b = 4a$.

Phương trình tiếp tuyến được viết lại $\frac{x}{a} + \frac{y}{4a} = 1 \Leftrightarrow y = -4x + 4a$.

Ta có $\frac{-4}{(x-2)^2} = -4 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$. Suy ra hai tiếp điểm là $(3; 5)$ và $(1; -3)$.

Vậy hai tiếp tuyến là $y = -4(x - 3) + 5 \Leftrightarrow 4x + y - 17 = 0$ và $y = -4(x - 1) - 3 \Leftrightarrow 4x + y - 1 = 0$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 370. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x+1}$. Tính giá trị $f'(3)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$. Do đó $f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3+1}} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 371. Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (4-m^2)x - 1 - 2m$ (m là tham số thực) có đồ thị là (C_m) . Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị (C_m) có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau bằng

A. 9.

B. 6.

C. 3.

D. 10.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+1)x - (4-m^2)$.

Giả sử tồn tại hai điểm $M(x_1, y_1)$ và $N(x_2, y_2)$ thuộc (C_m) sao cho hai tiếp tuyến tại M và N vuông góc với nhau. Khi đó $y'(x_1) \cdot y'(x_2) = -1 < 0$. Suy ra phương trình $y' = 0$ phải có nghiệm. Nếu phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép $x_1 = x_2$ thì $y'(x_1) \cdot y'(x_2) = y'(x_1)^2 \geq 0$, không thỏa mãn. Do đó phương trình $y' = 0$ phải có 2 nghiệm phân biệt, tức là

$$\Delta = (m+1)^2 + 3(4-m^2) > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2m + 13 > 0 \Leftrightarrow \frac{1-3\sqrt{3}}{2} < m < \frac{1+3\sqrt{3}}{2}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy tổng tất cả các giá trị của m là 3.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 372. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 1$. Trong các tiếp tuyến với đồ thị, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x-1)^2 + 3 \geq 3$. Vậy hệ số góc nhỏ nhất bằng 3.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 373. Cho các điểm $A(1; a)$ mà từ đó vẽ được đến đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ ba tiếp tuyến. Tất cả các giá trị a thỏa mãn điều nào sau đây?

A. $-2 < a < 6$.

B. $-3 < a < 3$.

C. $-1 < a < 1$.

D. $-6 < a < 2$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ qua A và hệ số góc k có dạng $\Delta: y = k(x-1) + a$.

Để Δ là tiếp tuyến của đồ thị (C) thì hệ sau phải có nghiệm

$$\begin{cases} k(x-1) + a = x^3 + 3x^2 - 2 \\ k = 3x^2 + 6x \end{cases} \Rightarrow (3x^2 + 6x)(x-1) + a = x^3 + 3x^2 - 2 \quad (*).$$

Để vẽ được ba tiếp tuyến đến đồ thị thì $(*)$ phải có 3 nghiệm phân biệt. Ta biến đổi $(*)$ thành

$$a = -2x^3 + 6x - 2.$$

Đặt $f(x) = -2x^3 + 6x - 2$, ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-6	2	$-\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để có ba nghiệm phân biệt thì $-6 < a < 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 374. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$, hàm số có đạo hàm bằng:

A. $y' = -x^2 + 8x - 5$. B. $y' = -x^2 - 8x + 5$. C. $y' = x^2 - 8x + 5$. D. $y' = -x^2 - 8x - 5$.

Lời giải.

Ta có $y' = -x^2 + 8x - 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 375. Cho $\left(\frac{2-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' = \frac{ax-b}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}$. Tính $E = \frac{a}{b}$.

A. $E = -1$. B. $E = -2$. C. $E = -16$. D. $E = 4$.

Lời giải.

Với điều kiện $x > \frac{1}{4}$ ta có

$$\begin{aligned}\left(\frac{2-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' &= \frac{-2\sqrt{4x-1} - (2-2x) \cdot \frac{4}{2\sqrt{4x-1}}}{4x-1} \\ &= \frac{-2(4x-1) - 2(2-2x)}{(4x-1)\sqrt{4x-1}} = \frac{-4x-2}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}.\end{aligned}$$

Suy ra $a = -4$, $b = 2$ và $E = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 376. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x$ tại điểm có hoành độ x_0 sao cho $y''(x_0) = 6$.

A. $d: y = -8x + \frac{8}{3}$. B. $d: y = -8x - \frac{8}{3}$. C. $d: y = 8x - \frac{8}{3}$. D. $d: y = 8x + \frac{8}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = -x^2 + 4x - 3$, $y'' = -2x + 4$. Khi đó $y''(x_0) = 6 \Leftrightarrow -2x_0 + 4 = 6 \Leftrightarrow x_0 = -1$.

Suy ra hệ số góc $k = y'(-1) = -8$ và $y_0 = \frac{16}{3}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y = -8(x+1) + \frac{16}{3} = -8x - \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 377. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$, $f(-1) = 2$, $f(1) = 4$, $f'(1) = 0$. Viết

$f(x) = \frac{ax^2}{2} - \frac{b}{x} + c$. Tính $T = abc$.

A. $T = \frac{5}{2}$. B. $T = -\frac{5}{2}$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(-1) = 2 \\ f(1) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ \frac{a}{2} + b + c = 2 \\ \frac{a}{2} - b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy $T = abc = 1 \cdot (-1) \cdot \frac{5}{2} = -\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 378. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

- A. $y = x + 2$. B. $y = -x - 3$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x + 2$.

Lời giải.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Theo giả thiết ta có $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2$.

Ta có $y' = \frac{-4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(x_0) = -1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = -1(x + 1) - 2 \Leftrightarrow y = -x - 3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 379. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$, có đồ thị (H) . Biết $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc (H) sao cho tiếp tuyến của (H) tại A , B song song với nhau. Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn thẳng AB .

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-3}{(2x-1)^2}$, $\forall x \neq \frac{1}{2}$.

Gọi $A\left(x_1; \frac{1}{2} + \frac{3}{2(2x_1-1)}\right)$ và $B\left(x_2; \frac{1}{2} + \frac{3}{2(2x_2-1)}\right)$, với $x_1 \neq x_2 \neq \frac{1}{2}$.

Vì tiếp tuyến của (H) tại A , B song song với nhau nên

$$\frac{-3}{(2x_1-1)^2} = \frac{-3}{(2x_2-1)^2} \Leftrightarrow (2x_1-1)^2 = (2x_2-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1-1 = -2x_2+1 \\ 2x_1-1 = 2x_2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 1-x_1 \\ x_2 = x_1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$\Rightarrow B\left(1-x_1; \frac{1}{2} + \frac{3}{2(1-2x_1)}\right)$. Khi đó, theo bất đẳng thức Cô-si, ta có

$$AB^2 = (1-2x_1)^2 + \frac{9}{(1-2x_1)^2} \geq 6.$$

Vậy min $AB = \sqrt{6}$ khi và chỉ khi $x_1 = 2$, khi đó $A(2; 1)$ và $B(-1; 1)$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 380. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 là

- A. 0. B. 4. C. -4. D. 1.

Lời giải.

Ta có: $y' = \frac{-4}{(2x-1)^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 là $k = y'(0) = -4$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 381. Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x - 1$.

Lời giải.

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2}.$$

Ta có $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng 0 là

$$y = y'(0)(x - 0) + y(0) = x - 1.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 382. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}(2x - 4)(x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}-1}$. B. $\sqrt{3}(2x - 4)(x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}-1}$.
 C. $\sqrt{3}(2x - 4)(x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}+1}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}(2x - 4)(x^2 - 4x + 5)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \left[(x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}} \right]' &= \sqrt{3} \cdot (x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}-1} \cdot (x^2 - 4x + 5)' \\ &= \sqrt{3}(2x - 4)(x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}-1}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 383. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C) và điểm $A(m; 2)$. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị thực m để ba tiếp tuyến của (C) đi qua A .

- A. $S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{4}{3}; 2\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{5}{3}; 2\right) \cup (2; +\infty)$.
 C. $S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{3}; 2\right) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{3}; 3\right) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

- Đường thẳng d đi qua điểm $A(m; 2)$ và có hệ số góc k có phương trình $y = k(x - m) + 2$.

$$\begin{aligned} &d \text{ là tiếp tuyến của } (C) \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} -x^3 + 3x^2 - 2 = k(x - m) + 2 \\ k = -3x^2 + 6x \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} (x - 2)[2x^2 + (1 - 3m)x + 2] = 0 \\ k = -3x^2 + 6x \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } (x - 2)[2x^2 + (1 - 3m)x + 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2x^2 + (1 - 3m)x + 2 = 0 \end{cases} \quad (1).$$

Qua A kẻ được 3 tiếp tuyến $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 12 - 6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{5}{3} \\ m \neq 2. \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{3}; 2\right) \cup (2; +\infty).$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 384. Tất cả các giá trị của tham số m để qua điểm $M(2; m)$ kẻ được 3 tiếp tuyến phân biệt đến đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ là $m \in (a; b)$. Tính tổng $a + b$.

- A. 6. B. 3. C. -1. D. -9.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

Giả sử đường thẳng d đi qua M và tiếp xúc với đồ thị hàm số đã cho tại điểm $A(x_0; y_0)$, với $y_0 = x_0^3 - 3x_0^2$. Khi đó ta có

$$d: y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0.$$

Do d đi qua M , suy ra

$$\begin{aligned} m &= (3x_0^2 - 6x_0)(2 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 \\ \Leftrightarrow m &= -2x_0^3 + 9x_0^2 - 12x_0. \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = -2t^3 + 9t^2 - 12t$.

$$\text{Ta có } y' = -6t^2 + 18t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2. \end{cases}$$

Suy ra $y_{\text{CD}} = f(2) = -4$ và $y_{\text{CT}} = f(1) = -5$.

Từ đó ta có bảng biến thiên hình bên.

t	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			-4	
		-5			$-\infty$

Từ đó suy ra, để tồn tại 3 tiếp tuyến thì phương trình (*) phải có 3 nghiệm x_0 phân biệt, điều đó xảy ra khi và chỉ khi $-5 < m < -4$.

Vậy $a = -5$, $b = -4$ và $a + b = -9$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 385. Hệ số góc k của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ tại điểm $M(1; 2)$ là

A. $k = 12$.

B. $k = 3$.

C. $k = 5$.

D. $k = 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là $k = y'(1) = 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 386. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C) . Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm.

$$y' = 4x^3 - 4x + 3.$$

Vì tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$ nên $y'(x_0) = 3$

$$\Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 3 \\ x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -3 \\ x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1. \end{cases}$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(1; 3)$ là $y = 3x$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(-1; -3)$ là $y = 3x$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(0; 1)$ là $y = 3x + 1$.

Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 387. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 x$.

A. $\sin 2x$.

B. $2 \sin x$.

C. $-\sin 2x$.

D. $\cos 2x$.

Lời giải.

$$y' = (\sin^2 x)' = 2 \sin x \cos x = 2 \sin 2x.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 388. Tổng $C_{2018}^1 - 2 \cdot 5C_{2018}^2 + 3 \cdot 5^2C_{2018}^3 - \dots - 2018 \cdot 5^{2017}C_{2018}^{2018}$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $-1009 \cdot 2^{4034}$. B. $-1009 \cdot 2^{4035}$. C. $1009 \cdot 2^{4035}$. D. $1009 \cdot 2^{4034}$.

Lời giải.

$$\text{Xét khai triển } (1-x)^{2018} = C_{2018}^0 - xC_{2018}^1 + x^2C_{2018}^2 + \dots + x^{2018}C_{2018}^{2018}.$$

Lấy đạo hàm hai vế ta được

$$-2018(1-x)^{2017} = -C_{2018}^1 + 2xC_{2018}^2 - \dots + 2018x^{2017}C_{2018}^{2018}$$

$$\text{Suy ra } 2018(1-x)^{2017} = C_{2018}^1 - 2xC_{2018}^2 + \dots - 2018x^{2017}C_{2018}^{2018}.$$

$$\text{Cho } x = 5 \text{ suy ra giá trị của tổng là } 2018(-4)^{2017} = -1009 \cdot 2^{4035}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 389. Trong mặt phẳng Oxy , có bao nhiêu điểm mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ sao cho hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - x + 1.$$

Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$. Để hai tiếp tuyến tại A và B của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ vuông góc với nhau thì $y'(x_1) \cdot y'(x_2) = -1$.
Do

$$\begin{aligned} y'(x_1) \cdot y'(x_2) &= (x_1^2 - x_1 + 1) \cdot (x_2^2 - x_2 + 1) \\ &= \left[\left(x_1 - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right] \cdot \left[\left(x_2 - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} \right] > 0 \end{aligned}$$

nên không tồn tại hai điểm A, B trên đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ để hai tiếp tuyến tại A và B vuông góc với nhau.

Vậy, trong mặt phẳng Oxy , không có điểm nào mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 1$ sao cho hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 390. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ có đồ thị (C) , tiếp tuyến tại giao điểm của (C) với trục hoành có phương trình là

- A. $y = -2x + 1$. B. $y = -x + 1$. C. $y = -x - 1$. D. $y = -x + 2$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{x-1}{x-2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Như vậy tiếp điểm là $M(1; 0)$.

Ta có $y' = -\frac{1}{(x-2)^2}$, nên hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $y'(1) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -x + 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 391. Cho hàm số $y = x^3 - 2018x$ có đồ thị là (C) . Gọi M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$, tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác $M_2, \dots$, tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} (với $n \geq 4$). Gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ của điểm M_n . Tìm n để $2018x_n + y_n + 2^{2019} = 0$.

- A. $n = 676$. B. $n = 674$. C. $n = 675$. D. $n = 673$.

Lời giải.

Gọi phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_k(x_k; y_k)$ (với $k \in \mathbb{N}^*$) là $y = ax + b$.

Ta có

$$\begin{aligned} x^3 - 2018x - ax - b &= (x - x_k)^2(x - x_{k+1}) \\ \Leftrightarrow x^3 - 2018x - ax - b &= x^3 - (x_{k+1} + 2x_k)x^2 + (2x_kx_{k+1} + x_k^2)x - x_k^2x_{k+1}. \end{aligned}$$

Đồng nhất hệ số ta được $x_{k+1} + 2x_k = 0$ hay $x_{k+1} = -2x_k$. Suy ra dãy số $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \dots$ là một cấp số nhân có $x_1 = 1$ và $x_n = (-2)^{n-1}$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{aligned} 2018x_n + y_n + 2^{2019} = 0 &\Leftrightarrow 2018 \cdot (-2)^{n-1} + [(-2)^{n-1}]^3 - 2018 \cdot (-2)^{n-1} + 2^{2019} = 0 \\ &\Leftrightarrow [(-2)^{n-1}]^3 + 2^{2019} = 0 \\ &\Leftrightarrow (-2)^{3n-3} = (-2)^{2019} \\ &\Leftrightarrow 3n - 3 = 2019 \\ &\Leftrightarrow n = 674. \end{aligned}$$

Vậy $n = 674$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 392. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là

- A. $y = -x - 3$. B. $y = x - 1$. C. $y = -x + 2$. D. $y = -x - 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = -\frac{4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1$.

Theo giả thiết ta có $x_0 = -1$ nên $y_0 = -2 \Rightarrow$ tiếp điểm $M(-1; -2)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(-1; -2)$ là $y = -1(x + 1) - 2$

$\Leftrightarrow y = -x - 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 393. Gọi M là giao điểm của trục tung với đồ thị (C) của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

- A. $y = \frac{1}{2}x + 1$. B. $y = -\frac{1}{2}x + 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$.

Với $x_0 = 0$ ta có $\begin{cases} y'(0) = \frac{1}{2} \\ y_0 = y(0) = 1. \end{cases}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(0; 1)$ là

$$y = \frac{1}{2}(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 394. Tiếp tuyến của parabol $y = x^2$ vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ có phương trình là

- A. $x + y + 1 = 0$. B. $x - y + 1 = 0$. C. $4x - 4y + 1 = 0$. D. $4x + 4y + 1 = 0$.

Lời giải.

Vì tiếp tuyến của (P) vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ nên nó có dạng $\Delta: y = -x + c$.
 Δ tiếp xúc với (P) khi phương trình $x^2 + x - c = 0$ có nghiệm kép nếu $1 + 4c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{1}{4}$.

Khi đó $\Delta: y = -x - \frac{1}{4}$ hay $\Delta: 4x + 4y + 1 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 395. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + x + 1$ có đồ thị (C) . Trong tất cả các tiếp tuyến của (C) , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

- A. $y = -11x + 9$. B. $y = 37x + 87$. C. $y = -8x + 5$. D. $y = 16x - 19$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 1 = 3(x - 2)^2 - 11 \geq -11, \forall x \in \mathbb{R}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2 \Rightarrow y = -13$.

Nên phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -11(x - 2) - 13 \Leftrightarrow y = -11x + 9$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 396. Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x + 2$.

- A. $y = x + \frac{68}{27}$. B. $y = x + 2$. C. $y = x + \frac{50}{27}$. D. $y = x - \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Tiếp tuyến Δ song song với đường thẳng $d: y = x + 2$ nên Δ có dạng $y = x + m, m \neq 2$.

Điều kiện tiếp xúc của Δ và (C) là
$$\begin{cases} -x^3 + 2x^2 + 2 = x + m & (1) \\ -3x^2 + 4x = 1. & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

— Với $x = 1$, $(1) \Leftrightarrow m = -x^3 + 2x^2 - x + 2 = 2$ (loại).

— Với $x = \frac{1}{3}$, $(1) \Leftrightarrow m = -x^3 + 2x^2 - x + 2 = \frac{50}{27}$ (nhận).

Vậy tiếp tuyến cần tìm là $y = x + \frac{50}{27}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 397. Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 1$.

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = -2x + 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

Lời giải.

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x + 1$. Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) là $y' = 3x^2 + 1 \geq 1$.

Do đó, hai đường thẳng $y = -2x + 1, y = -x + 1$ có hệ số âm góc nên bị loại.

— Xét đường thẳng $y = 2x + 1$, ta có hệ
$$\begin{cases} 3x^2 + 1 = 2 \\ x^3 + x + 1 = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 = 1 \\ x^3 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

$\Rightarrow y = 2x + 1$ không phải là tiếp tuyến của (C) .

— Xét đường thẳng $y = x + 1$, ta có hệ $\begin{cases} 3x^2 + 1 = 1 \\ x^3 + x + 1 = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 = 0 \\ x^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$
 $\Rightarrow y = x + 1$ là tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $(0; 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 398. Cho hàm số $f(x) = (2018 + x)(2017 + 2x)(2016 + 3x) \cdots (1 + 2018x)$. Tính $f'(1)$.

A. $2019 \cdot 2018^{1009}$. B. $2018 \cdot 1009^{2019}$. C. $1009 \cdot 2019^{2018}$. D. $2018 \cdot 2019^{1009}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = [1 \cdot (2017 + 2x)(2016 + 3x) \cdots (1 + 2018x)] + [2 \cdot (2018 + x)(2016 + 3x) \cdots (1 + 2018x)] + \cdots + [2018 \cdot (2018 + x)(2017 + 2x) \cdots (2 + 2017x)]$.

Suy ra,

$$\begin{aligned} f'(1) &= 1 \cdot 2019^{2017} + 2 \cdot 2019^{2017} + \cdots + 2018 \cdot 2019^{2017} \\ &= (1 + 2 + \cdots + 2018) \cdot 2019^{2017} = \frac{2018 \cdot 2019}{2} \cdot 2019^{2017} = 1009 \cdot 2019^{2018}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 399. Cho hàm số $y = x^3 - x - 1$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y = 2x - 1$. B. $y = -x - 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = 2x + 2$.

Lời giải.

Giao điểm của (C) với trục tung là $x = 0 \Rightarrow y = -1$.

$$y' = 3x^2 - 1, y'(0) = -1.$$

Phương trình tiếp tuyến $y = -1(x - 0) - 1 = -x - 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 400. Cho hàm số $y = f(x)$ khác hàm hằng, xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm tại mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$ và đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$. Xét 4 mệnh đề sau

- (I) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ luôn bé hơn số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.
- (II) Nếu $y = f(x)$ là hàm số chẵn thì $y = f'(x)$ là hàm số lẻ.
- (III) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ x_0 có hệ số góc $k = f'(x_0)$.
- (IV) Nếu $f'(x_1) = f'(x_2)$ và $x_1 \neq x_2$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại các điểm có hoành độ x_1, x_2 song song với nhau.

Số mệnh đề đúng là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải.

- (I) Sai, ví dụ $f(x) = x^2 + 1$. Phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm và phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 0$.
- (II) Đúng, vì tập xác định của $f'(x)$ là $\mathbb{R}$ mà $f(x)$ là hàm chẵn nên $f(-x) = f(x) \Leftrightarrow -f'(-x) = f'(x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó $f'(x)$ là hàm số lẻ.
- (III) Đúng.
- (IV) Sai, ví dụ hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2$ có $f'(1) = f'(-1) = 0$ nhưng tiếp tuyến tại các điểm có hoành độ $x = 1$ và $x = -1$ trùng nhau.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 401. Từ điểm $M(-1; -9)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

$$y' = 12x^2 - 12x.$$

Gọi $A(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Phương trình tiếp tuyến tại A là $y = 12(x_0^2 - x_0)(x - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1$.

Do tiếp tuyến đi qua $M(-1; -9)$ nên

$$-9 = 12(x_0^2 - x_0)(-1 - x_0) + 4x_0^3 - 6x_0^2 + 1 \Leftrightarrow -8x_0^3 - 6x_0^2 + 12x_0 + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Suy ra có hai tiếp tuyến.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 402. Cho hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x$. Tìm x sao cho $f'(x) < 0$.

A. $x > \frac{4}{3}$ hoặc $x < -1$.B. $-1 < x < \frac{4}{3}$.C. $x \geq \frac{4}{3}$ hoặc $x \leq -1$.D. $-1 \leq x \leq \frac{4}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - x - 4 \Rightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < \frac{4}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 403. Cho hàm số $y = \frac{2}{1-x}$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Viết phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ tại giao điểm của $(\mathcal{C})$ với trục tung.

A. $y = 2x + 2$.B. $y = x + 2$.C. $y = -2x + 2$.D. $y = 2x - 2$.

Lời giải.

Tọa độ tiếp điểm $M(0; 2)$.

$$y' = \frac{2}{(1-x)^2} \Rightarrow y'(0) = 2.$$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm: $y = 2x + 2$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 404. Cho $f(x)$ là hàm số thỏa mãn $f(1) = f'(1) = 1$. Giả sử $g(x) = x^2 f(x)$. Tính $g'(1)$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

$$\text{Ta có } g'(x) = 2x \cdot f(x) + x^2 \cdot f'(x) \Rightarrow g'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f(1) + 1^2 \cdot f'(1) = 3.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 405. Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1) = \frac{3}{2}$?

A. $k = 3$.B. $k = -3$.C. $k = 1$.D. $k = \frac{9}{2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{k}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{k}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow k = 3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 406. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung bằng

A. -2.

B. 2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2}{(x-1)^2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm với trục tung ($x=0$) là $y'(0) = 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 407. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ tại điểm $M(1; 2)$.

A. $k = 12$.B. $k = 3$.C. $k = 5$.D. $k = 4$.**Lời giải.**

Ta có $y' = 3x^2$.

Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm $M(1; 2)$ của đồ thị hàm số là $k = f'(x_0) = f'(1) = 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 408. Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 10x^2 + 5$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d song song với đường thẳng $y = 5$.B. d song song với đường thẳng $y = 0$.C. d song song với đường thẳng $y = x$.D. d song song với đường thẳng $y = -x$.**Lời giải.**

Ta có $y' = 4x^3 - 20x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm cực đại là $y = 5$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 409. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(3; 1)$ là

A. $y = -9x + 20$.B. $y = 9x + 20$.C. $9x + y - 28 = 0$.D. $9x - y + 28 = 0$.**Lời giải.**

Ta có $y' = -3x^2 + 6x$.

Gọi Δ là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(3; 1)$, ta có:

$\Delta: y = y'(3)(x - 3) + y(3) \Rightarrow \Delta: y = -9x + 28$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 410. Cho hàm số $y = \sin \sqrt{2+x^2}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $\frac{2x+2}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}$.B. $\frac{(x+1)}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}$.C. $-\frac{x}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}$.D. $\frac{x}{\sqrt{2+x^2}} \cos \sqrt{2+x^2}$.**Lời giải.**

$y' = \cos \sqrt{2+x^2} \cdot (\sqrt{2+x^2})' = \cos \sqrt{2+x^2} \cdot \frac{x}{\sqrt{2+x^2}}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 411. Cho hàm số $f(x) = \frac{m}{3}x^3 - (m-2)x^2 + x + 2$. Để đạo hàm $f'(x)$ bằng bình phương của một nhị thức bậc nhất thì giá trị của m là

A. -1 hoặc 1.

B. 1 hoặc 4.

C. -4 hoặc 4.

D. Không có giá trị nào.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = mx^2 - 2(m-2)x + 1$, theo giả thiết ta có $\Delta' = (m-2)^2 - m = m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ hoặc $m = 4$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 412. Cho $f(x) = (1+x) \left(1+\frac{x}{2}\right)^2 \cdots \left(1+\frac{x}{n}\right)^n$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. n .

D. $\frac{1}{n}$.

Lời giải.

Ta có $(u_1 \cdot u_2 \cdots u_n)' = u_1' \cdot u_2 \cdots u_n + u_1 \cdot u_2' \cdots u_n + \cdots + u_1 \cdot u_2 \cdots u_n'$ và $u_k = \left(1 + \frac{x}{k}\right)^k \Rightarrow u_k'(0) = 1$.
Suy ra $f'(0) = 1 + 1 + \cdots + 1 = n$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 413. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ tại điểm có hoành độ bằng 2?

A. $y = x - 3$.

B. $y = x - 1$.

C. $y = x + 1$.

D. $y = -x + 3$.

Lời giải.

Ta có $A(2; 1)$ thuộc đồ thị hàm số, $y' = \frac{1}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(2) = 1$. Phương trình tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số là $y = y'(2)(x-2) + 1 \Leftrightarrow y = x - 1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 414. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y = -3x - 2$.

B. $y = 3x - 2$.

C. $y = 2x + 1$.

D. $y = -2x + 1$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Ta có $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -2$.

$y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y'(0) = 3$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) là $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 3(x - 0) - 2 = 3x - 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 415. Tìm tất cả các phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 2$.

A. $y = -3x + 1$ và $y = -3x - 11$.

B. $y = 3x - 1$ và $y = 3x - 11$.

C. $y = 3x - 1$ và $y = 3x + 11$.

D. $y = 3x + 1$ và $y = 3x - 11$.

Lời giải.

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2}.$$

Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến.

Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 2$ ta có

$$y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{(x_0+1)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2. \end{cases}$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến: $y = 3(x - 0) - 1 \Leftrightarrow y = 3x - 1$.

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 5 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến: $y = 3(x + 2) + 5 \Leftrightarrow y = 3x + 11$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 416. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 là

A. $y = -3x - 5$.

B. $y = -3x + 13$.

C. $y = 3x + 13$.

D. $y = 3x + 5$.

Lời giải.

$y' = \frac{3}{(x+2)^2}$, $y'(-3) = 3$, $y(-3) = 4$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3(x+3) + 4 = 3x + 13$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 417. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm $A(-1; -2)$ là

A. $y = 9x - 2$.

B. $y = 24x + 7$.

C. $y = 9x + 7$.

D. $y = 24x - 2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(-1) = 9$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $A(-1; -2)$ là $y = 9(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = 9x + 7$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 418. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + 2m$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = 3x + 2018$.

A. $m = \frac{7}{3}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = -\frac{1}{3}$.

Lời giải.

$\Delta: y = 3x + 2018$ có hệ số góc $k_\Delta = 3$.

$y' = 3x^2 - 4x + m - 1$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị hàm số (C_m) .

Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $y'(x_0) = 3x_0^2 - 4x_0 + m - 1 = 3\left(x_0 - \frac{2}{3}\right)^2 + m - \frac{7}{3} \geq m - \frac{7}{3}$

Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất $k_{tt} = m - \frac{7}{3}$.

Theo bài ra ta có $k_{tt} \cdot k_\Delta = -1 \Leftrightarrow \left(m - \frac{7}{3}\right) 3 = -1 \Leftrightarrow m = 2$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 419. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ có đồ thị (C) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để trên (C) có duy nhất một điểm có hoành độ âm mà tiếp tuyến của (C) tại điểm đó vuông góc với đường thẳng có phương trình $x + 2y = 0$.

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq \frac{2}{3}$.

B. $m > \frac{2}{3}$.

C. $m < 0$ hoặc $m > \frac{2}{3}$.

D. $m \leq 0$ hoặc $m > \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = mx^2 + 2(m-1)x + 4 - 3m$.

Xét phương trình $mx^2 + 2(m-1)x + 4 - 3m = 2 \Leftrightarrow mx^2 + 2(m-1)x + 2 - 3m = 0$.

Như vậy yêu cầu bài toán tương đương với phương trình trên có hai nghiệm trái dấu. Do đó $m(2-3m) < 0$, suy ra $m < 0$ hoặc $m > \frac{2}{3}$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 420. Đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2-x}$ là

A. $(2x-1)e^{x^2-x}$.

B. $(x^2-x)e^{2x-1}$.

C. $(2x-1)e^{2x-1}$.

D. $(2x-1)e^x$.

Lời giải.

Ta có $(e^{x^2-x})' = (x^2-x)' \cdot e^{x^2-x} = (2x-1)e^{x^2-x}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 421. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ bằng

A. $y' = x^2 + x$.

B. $y' = x^2$.

C. $y' = \frac{1}{3}x^2$.

D. $y' = \frac{1}{12}x^4 + x$.

Lời giải.

Ta có: $y = \frac{1}{3}x^3 + 1 \Rightarrow y' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 + 0 = x^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 422. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ có đồ thị là đường cong ($\mathcal{C}$). Đường thẳng có phương trình $y = ax + b$ là tiếp tuyến của ($\mathcal{C}$) cắt trục hoành tại A , cắt trục tung tại B sao cho tam giác OAB là tam giác vuông cân tại O , với O là gốc tọa độ. Khi đó $S = a + b$ bằng bao nhiêu?

A. $S = -2$.

B. $S = -1$.

C. $S = 0$.

D. $S = -3$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, $x_0 \neq -\frac{3}{2}$.

$$y'(x) = \frac{-1}{(2x+3)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}.$$

Kết hợp với giả thiết tam giác OAB vuông cân, ta được $y'(x_0) = -1$.

Điều này tương đương với $\frac{-1}{(2x_0+3)^2} = -1$. Từ đó ta giải được $\begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -2. \end{cases}$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 1$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -1(x+1) + 1 \Leftrightarrow y = -x$ (loại vì tiếp tuyến này đi qua gốc tọa độ).

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -1(x+2) + 0 \Leftrightarrow y = -x - 2$.

Vậy $S = -3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 423. Cho hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại A và B sao cho $AB = \sqrt{2}OA > 0$.

A. $y = -x + 8$.

B. $y = -x$.

C. $y = -x - 8$.

D. $y = -x + 4$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-4}{(x-2)^2}$.

Giả sử đường thẳng Δ tiếp xúc với đồ thị hàm số (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$, suy ra

$$\Delta: y = \frac{-4}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0}{x_0-2}.$$

Giả sử Δ giao các trục Ox , Oy tại lần lượt A , B thỏa mãn $AB = \sqrt{2}OA$. Do tam giác OAB vuông tại O nên $\widehat{BAO} = 45^\circ$, suy ra Δ có hệ số góc $k = \pm 1$.

- Với $k = 1$, suy ra $\frac{-4}{(x_0-2)^2} = 1$ (vô lí).

- Với $k = -1$, suy ra $\frac{-4}{(x_0-2)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4. \end{cases}$

Khi $x_0 = 0$, suy ra $\Delta: y = -x$, suy ra $A \equiv B \equiv O$ (loại).

Khi $x_0 = 4$, suy ra $\Delta: y = -x + 8$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 424. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ có phương trình là

A. $y = 3x - \frac{29}{3}$.

B. $y = 3x - \frac{29}{3}; y = 3x + 1$.

C. $y = 3x + \frac{29}{3}$.

D. $y = 3x - 1$.

Lời giải.

Gọi $(\mathcal{C})$ là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$.

Vì tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ nên tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ có hệ số góc $k = 3$.

Gọi $(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, ta có $y'(x_0) = k \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1 \\ x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = \frac{7}{3} \end{cases}$.

— Phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ tại điểm $(0; 1)$ là $y = 3(x - 0) + 1 = 3x + 1$.

— Phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ tại điểm $\left(4; \frac{7}{3}\right)$ là $y = 3(x - 4) + \frac{7}{3} = 3x - \frac{29}{3}$.

Vậy có một tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ là đường thẳng $y = 3x - \frac{29}{3}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 425. Cho hàm số $y = -x^3 + mx^2 + mx + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu giá trị m để tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất đi qua gốc tọa độ O .

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có

$$y' = -3x^2 + 2mx + m = -3\left(x - \frac{m}{3}\right)^2 + \frac{m^2}{3} + m \leq \frac{m^2}{3} + m.$$

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến lớn nhất khi $x = \frac{m}{3}$. Khi đó tiếp tuyến với hệ số góc lớn nhất có phương trình

$$y = y'\left(\frac{m}{3}\right)\left(x - \frac{m}{3}\right) + y\left(\frac{m}{3}\right) \Leftrightarrow y = \left(\frac{m^2}{3} + m\right)\left(x - \frac{m}{3}\right) + \frac{2m^3}{27} + \frac{m^2}{3} + 1.$$

Tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ O nên ta có

$$\left(\frac{m^2}{3} + m\right)\left(-\frac{m}{3}\right) + \frac{2m^3}{27} + \frac{m^2}{3} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{-m^3}{27} + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$$

Vậy chỉ có duy nhất 1 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 426. Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 5 tại $x = 1$ và đạo hàm bằng 7 tại $x = 2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$.

A. 8.

B. 12.

C. 16.

D. 19.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 5 \\ f'(2) - 2f'(4) = 7 \end{cases} \Rightarrow f'(1) - 4f'(4) = 19.$

Vậy đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x = 1$ bằng 19.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 427. Một vật chuyển động theo quy luật $S = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và S (m) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 243 (m/s).

B. 144 (m/s).

C. 27 (m/s).

D. 36 (m/s).

Lời giải.

Vận tốc chuyển động của vật là $v(t) = S'(t) = -t^2 + 12t$. Xét $v(t) = -t^2 + 12t$ với $t \in [0; 9]$.

Ta có $v(t) = -(t - 6)^2 + 36 \leq 36$.

Suy ra vận tốc lớn nhất của vật trong khoảng 9 giây đầu tiên bằng 36 (m/s) khi $t = 6$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 428. Nếu $y = F(x)$ và $y = G(x)$ là những hàm số có đồ thị cho trong hình bên.

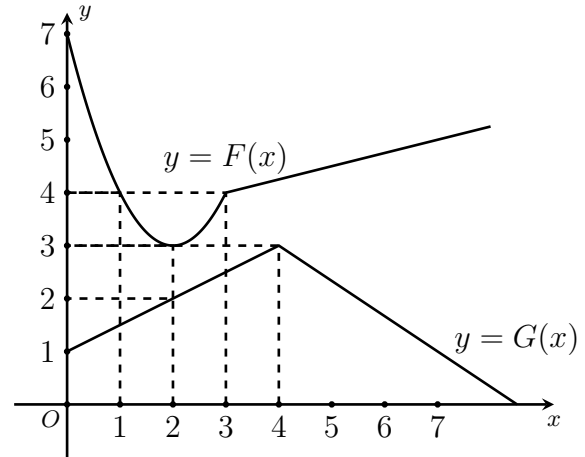
Đặt $P(x) = F(x) \cdot G(x)$. Tính $P'(2)$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. 4.

C. 6.

D. $\frac{5}{2}$.

**Lời giải.**

Ta có $P'(x) = F'(x) \cdot G(x) + F(x) \cdot G'(x) \Rightarrow P'(2) = F'(2) \cdot G(2) + F(2) \cdot G'(2)$.

Xét $x \in [0; 4] \Rightarrow G(x) = ax + b$.

Từ đồ thị hàm số $y = G(x)$, suy ra $G(0) = 1; G(2) = 2$.

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} b = 1 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow G(x) = \frac{1}{2}x + 1.$$

$$\text{Ta có } G'(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow G'(2) = \frac{1}{2}.$$

Xét $x \in [0; 3] \Rightarrow F(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Từ đồ thị hàm số $y = F(x) \Rightarrow F(1) = 4, F(2) = 3$ và $F(3) = 4$.

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} a + b + c = 4 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 9a + 3b + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow F(x) = x^2 - 4x + 7 \Rightarrow F'(x) = 2x - 4 \Rightarrow F'(2) = 0.$$

$$\text{Vậy } P'(2) = 0 \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 429. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f^2(1 + 2x) = x - f^3(1 - x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.

A. $x + 7y - 6 = 0$.

B. $x - 7y + 6 = 0$.

C. $x - 7y - 6 = 0$.

D. $x + 7y + 6 = 0$.

Lời giải.

$$\text{Từ giả thiết, cho } x = 0 \Rightarrow f^2(1) = -f^3(1) \Leftrightarrow f^2(1) \cdot [1 + f(1)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(1) = -1. \end{cases}$$

$$\text{Từ giả thiết, đạo hàm hai vế } \Rightarrow 2f(1 + 2x) \cdot f'(1 + 2x) \cdot 2 = 1 - 3f^2(1 - x) \cdot f'(1 - x) \cdot (-1).$$

$$\text{Cho } x = 0 \Rightarrow 4f(1) \cdot f'(1) = 1 + 3f^2(1) \cdot f'(1) (*)$$

— Với $f(1) = 0$. Thay vào (*) $\Rightarrow 0 = 1$ (vô lý).

$$\text{— Với } f(1) = -1 \Rightarrow -4f'(1) = 1 + 3f'(1) \Leftrightarrow f'(1) = -\frac{1}{7}.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1) \Rightarrow y = -\frac{1}{7} \cdot (x - 1) - 1 \Rightarrow x + 7y + 6 = 0.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 430. Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hoành độ bằng 3 là

- A. $y = 18x - 49$. B. $y = -18x - 49$. C. $y = 18x + 49$. D. $y = -18x + 49$.

Lời giải.

Ta có $M(3; -5)$, $y' = -6x^2 + 12x$ nên $y'(3) = -18$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(3; -5)$ là $y = -18(x - 3) - 5 \Leftrightarrow y = -18x + 49$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 431. Cho hàm số $y = 3x - 4x^3$ có đồ thị (C) . Từ điểm $M(1; 3)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với (C) ?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = 3 - 12x^2$. Phương trình tiếp tuyến tại tiếp điểm $A(x_0; y_0)$ là $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Do tiếp tuyến đi qua $M(1; 3)$ nên

$$\begin{aligned} 3 &= (3 - 12x_0^2)(1 - x_0) + 3x_0 - 4x_0^3 \\ \Leftrightarrow 8x_0^3 - 12x_0^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = \frac{2}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy từ M kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) .

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 432. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}$ có đồ thị là (C) và điểm $A\left(-\frac{27}{16}; -\frac{15}{4}\right)$. Biết có 3 điểm $M_1(x_1; y_1), M_2(x_2; y_2), M_3(x_3; y_3)$ thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại mỗi điểm đó đều đi qua A . Tính $S = x_1 + x_2 + x_3$.

- A. $S = \frac{7}{4}$. B. $S = -3$. C. $S = -\frac{5}{4}$. D. $S = \frac{5}{4}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 2x^3 - 6x.$$

Đường thẳng d đi qua A và có hệ số góc k có phương trình $y = k\left(x + \frac{27}{16}\right) - \frac{15}{4}$.

Sử dụng điều kiện tiếp xúc, d là tiếp tuyến khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = k\left(x + \frac{27}{16}\right) - \frac{15}{4} & (1) \\ 2x^3 - 6x = k & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta được phương trình:

$$\frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = (2x^3 - 6x)\left(x + \frac{27}{16}\right) - \frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow 12x^4 + 27x^3 - 24x^2 - 81x - 42 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \\ x = \frac{7}{4} \end{cases}$$

x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của hệ tương ứng với 3 hoành độ tiếp điểm nên $S = -1 - 2 + \frac{7}{4} = -\frac{5}{4}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 433. Một vật chuyển động theo quy luật $s = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + 9t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 89 m/s. B. 109 m/s. C. 71 m/s. D. $\frac{25}{3}$ m/s.

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = t^2 - 2t + 9, v'(t) = 2t - 2$.

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	10		
$v'(x)$		-	0	+	
$v(x)$	9		8		89

Từ bảng biến thiên ta suy ra trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 89 m/s.

Chọn đáp án **A** □

Câu 434. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (1). Biết trên trục tung có đúng hai điểm M, N mà từ đó chỉ kẻ được tới đồ thị của hàm số (1) đúng một tiếp tuyến. Độ dài đoạn MN là

- A. $\sqrt{5}$. B. 2. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$, tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x_0 có phương trình

$$y = \frac{-2}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + \frac{x_0+1}{x_0-1} \quad (\Delta)$$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $K(0; m)$ khi

$$m = \frac{-2}{(x_0-1)^2}(-x_0) + \frac{x_0+1}{x_0-1} \Leftrightarrow (m-1)x_0^2 - 2(m+1)x_0 + m+1 = 0 \quad (2)$$

Từ K kẻ được đúng một tiếp tuyến khi phương trình (2) có đúng một nghiệm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ \Delta' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Khi đó, $M(0; 1), N(0; -1), MN = 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 435. Biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x + 2$ tại điểm $M(1; 0)$. Tính giá trị biểu thức ab .

- A. $ab = -6$. B. $ab = 36$. C. $ab = -5$. D. $ab = -36$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 4x - 1 \Rightarrow y'(1) = 6$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1; 0)$ là $y = 6(x - 1) + 0 \Leftrightarrow y = 6x - 6$. Do đó $ab = -36$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 436. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{x - 1}$ có đồ thị cắt trục tung tại $A(0; 2)$, tiếp tuyến tại A có hệ số góc $k = -1$. Các giá trị của a, b là

- A. $a = 2, b = 1$. B. $a = 3, b = -2$. C. $a = 1, b = -2$. D. $a = 2, b = -2$.

Lời giải.

Điểm $A(0; 2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $\frac{b}{-1} = 2 \Rightarrow b = -2$.

Hàm số trở thành $y = \frac{ax - 2}{x - 1}$, có $y' = \frac{-a + 2}{(x - 1)^2}$, theo giả thiết thì $y'(0) = -a + 2 = -1 \Rightarrow a = 3$.

Vậy $a = 3, b = -2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 437. Gọi S là tập hợp các điểm thuộc đường thẳng $y = 2$ mà qua mỗi điểm thuộc S đều kẻ được hai tiếp tuyến phân biệt tới đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x - 1}$, đồng thời hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau. Tính tổng hoành độ T của tất cả các điểm thuộc S

- A. $T = 2\sqrt{3}$. B. $T = 3$. C. $T = -1$. D. $T = 2$.

Lời giải.

Ta có : $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$.

Gọi $A(a; 2)$ là một điểm thuộc tập hợp S . Đường thẳng đi qua A , có hệ số góc k có dạng $y = k(x - a) + 2$. Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x_0^2}{x_0 - 1} = k(x_0 - a) + 2 & (1) \\ \frac{x_0^2 - 2x_0}{(x_0 - 1)^2} = k & (2) \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta có

$$\begin{aligned} \frac{x_0^2}{x_0 - 1} &= \frac{(x_0^2 - 2x_0)(x_0 - a)}{(x_0 - 1)^2} + 2 \\ \Leftrightarrow \frac{x_0^2(x_0 - 1) - (x_0^2 - 2x_0)(x_0 - a) - 2(x_0 - 1)^2}{(x_0 - 1)^2} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(a - 1)x_0^2 - 2(a - 2)x_0 - 2}{(x_0 - 1)^2} &= 0 & (3) \end{aligned}$$

Theo yêu cầu bài toán thì phương trình $(a - 1)x_0^2 - 2(a - 2)x_0 - 2 = 0$ phải có 2 nghiệm x_1, x_2 khác 1

$$\text{thỏa mãn } \frac{x_1^2 - 2x_1}{(x_1 - 1)^2} \cdot \frac{x_2^2 - 2x_2}{(x_2 - 1)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ (x_1 x_2)^2 - 2x_1 x_2(x_1 + x_2 - 2) + [x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1]^2 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Theo vi-ét $x_1x_2 = -\frac{2}{a-1}$, $x_1 + x_2 = \frac{2(a-2)}{a-1} = \frac{2a-4}{a-1}$ nên từ phương trình (*) ta được

$$\left(-\frac{2}{a-1}\right)^2 + \frac{4}{a-1} \left(\frac{2a-4}{a-1} - 2\right) + \left(-\frac{2}{a-1} - \frac{2a-4}{a-1} + 1\right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2 - 2a - 3}{a-1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy $S = -1 + 3 = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 438. Cho đồ thị hàm số $(C): y = -x^3 + 3x + 2$. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $A(3;0)$ là

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 3$. Gọi tọa độ tiếp điểm là $(a; -a^3 + 3a + 2) \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến có dạng $y = (-3a^2 + 3)(x - a) - a^3 + 3a + 2$. Vì tiếp tuyến đi qua điểm $A(3;0)$ nên

$$(-3a^2 + 3)(3 - a) - a^3 + 3a + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{11 \pm \sqrt{33}}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{có 3 tiếp tuyến của đồ thị hàm số được}$$

kẻ từ điểm $A(3;0)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 439. Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - mx + 2m - 3$ có đồ thị là (C) , với m là tham số thực. Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để mọi đường thẳng tiếp xúc với (C) đều có hệ số góc dương. Tính tổng các phần tử của T .

A. 3.

B. 6.

C. -6.

D. -3.

Lời giải.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2mx - m$. Mọi đường thẳng tiếp xúc với (C) đều có hệ số góc dương khi và chỉ khi

$$y' > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 - 2mx - m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1\}$ hay $T = \{-2; -1\}$. Vậy tổng các phần tử của T bằng -3.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 440. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng

A. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$.

B. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$.

C. $6x^5 + 16x^3$.

D. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 441. Từ điểm $A(0;2)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = |x|^3 - 3|x| + 2$?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.

— Rõ ràng $A(0;2)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

$$\text{Ta có } y = f(x) = |x|^3 - 3|x| + 2 = \begin{cases} x^3 - 3x + 2 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^3 + 3x + 2 & \text{khi } x < 0. \end{cases}$$

Như vậy,

$$f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 - 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - 3) = -3.$$

$$f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x^3 + 3x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x^2 + 3) = 3.$$

Do $f'(0^+) \neq f'(0^-)$ nên hàm số đã cho không có đạo hàm tại $x = 0$.

Vậy không có tiếp tuyến tại A .

— Đường thẳng d đi qua $A(0; 2)$ với hệ số góc k có phương trình là $y = kx + 2$.

◦ Trường hợp d tiếp xúc với đồ thị hàm số đã cho tại $x_0 > 0$.

$$d \text{ tiếp xúc với đồ thị hàm số đã cho khi hệ phương trình } \begin{cases} x^3 - 3x + 2 = kx + 2 & (1) \\ 3x^2 - 3 = k & (2) \end{cases} \text{ có}$$

nghiệm.

Thế (2) vào (1) ta được

$$x^3 - 3x + 2 = (3x^2 - 3)x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 3x^3 - 3x + 2 \Leftrightarrow 2x^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (loại)}.$$

Vậy không có tiếp tuyến trong trường hợp này.

◦ Trường hợp d tiếp xúc với đồ thị hàm số đã cho tại $x_0 < 0$.

$$d \text{ tiếp xúc với đồ thị hàm số đã cho khi hệ phương trình } \begin{cases} -x^3 + 3x + 2 = kx + 2 & (3) \\ -3x^2 + 3 = k & (4) \end{cases} \text{ có}$$

nghiệm.

Thế (4) vào (3) ta được

$$-x^3 + 3x + 2 = (-3x^2 + 3)x + 2 \Leftrightarrow -x^3 + 3x + 2 = -3x^3 + 3x + 2 \Leftrightarrow 2x^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (loại)}.$$

Vậy không có tiếp tuyến trong trường hợp này.

Vậy từ điểm $A(0; 2)$ không kẻ được tiếp tuyến nào với đồ thị hàm số $y = |x|^3 - 3|x| + 2$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 442. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại điểm có tung độ là nghiệm x của phương trình $3y - xy' + 5x + 16 = 0$.

A. $y = 1080x - 13717$. **B.** $y = 24x + 91$. **C.** $y = 24x - 53$. **D.** $9x - y - 15 = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

Thế y và y' vào phương trình $3y - xy' + 5x + 16 = 0$ ta được

$$3(x^3 - 3x + 1) - x(3x^2 - 3) + 5x + 16 = 0 \Leftrightarrow -x + 19 = 0 \Leftrightarrow x = 19.$$

Suy ra hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình

$$x^3 - 3x + 1 = 19 \Leftrightarrow (x - 3)(x^2 + 3x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

$$y'(3) = 3 \cdot 3^2 - 3 = 24.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến phải tìm là $y - 19 = 24(x - 3)$ hay $y = 24x - 53$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 443. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn

$$f(2x) = 4f(x) \cos x - 2x, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại giao điểm của đồ thị với trục tung.

A. $y = 2 - x$.

B. $y = -x$.

C. $y = x$.

D. $y = 2x - 1$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục Oy . Suy ra $x_0 = 0$.

Do $f(2x) = 4f(x) \cos x - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(0) = 4f(0) \cos 0 - 2 \cdot 0 \Rightarrow f(0) = 0$.

Từ $f(2x) = 4f(x) \cos x - 2x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 2f'(2x) = 4f'(x) \cos x - 4f(x) \sin x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $2f'(0) = 4f'(0) - 2 \Rightarrow f'(0) = 1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại M là $y = x$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 444. Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(1; 4)$ là

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = 7x - 3$.

C. $y = 7x + 2$.

D. $y = -x + 5$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 4x, y'(1) = 7$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại $M(1; 4)$ là $y = 7(x - 1) + 4 = 7x - 3$.

Chọn đáp án **B**

□

Câu 445. Có bao nhiêu giá trị của m để từ điểm $M(1; 2)$ có thể kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + 2m$?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta xét hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + 2m$ suy ra $y' = 3x^2 - 4x + m - 1$.

Giả sử k là hệ số góc của tiếp tuyến đi qua $M(1; 2)$ với đồ thị hàm số. Khi đó phương trình tiếp tuyến là $y - 2 = k(x - 1) \Leftrightarrow y = kx + 2 - k$.

Do giả thiết suy ra hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + 2m = kx + 2 - k & (1) \\ 3x^2 - 4x + m - 1 = k & (2) \end{cases}$$

có nghiệm.

Thay phương trình (2) vào phương trình (1) ta có

$$\begin{aligned} x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + 2m &= x(3x^2 - 4x + m - 1) + 2 - (3x^2 - 4x + m - 1) \\ \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + (m - 1)x + 2m &= 3x^3 - 4x^2 + (m - 1)x + 2 - 3x^2 + 4x - m + 1 \\ \Leftrightarrow 2x^3 - 5x^2 + 4x - 3m + 3 &= 0 \quad (*) \end{aligned}$$

Để thỏa mãn bài toán suy ra phương trình (*) có đúng hai nghiệm phân biệt.

Xét phương trình $2x^3 - 5x^2 + 4x - 3m + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 5x^2 + 4x + 3 = 3m$.

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 4x + 3$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 6x^2 - 10x + 4$

Khi $f'(x) = 0$ suy ra $6x^2 - 10x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		$\frac{109}{27}$		3	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khi $m = 3$ và $m = \frac{109}{27}$.

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 446. Cho đồ thị $(C) : y = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b \in (-10; 10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0; b)$?

A. 2.

B. 9.

C. 17.

D. 16.

Lời giải.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) là:

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2.$$

Tiếp tuyến đi qua điểm $B(0; b)$ khi và chỉ khi:

$$b = (3x_0^2 - 6x_0)(0 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 \Leftrightarrow -2x_0^3 + 3x_0^2 = b(*).$$

Xét hàm số $f(x_0) = -2x_0^3 + 3x_0^2$. Ta có $f'(x_0) = -6x_0^2 + 6x_0, f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên:

x_0	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
$f'(x_0)$		-	0	+	0	-
$f(x_0)$	$+\infty$			0	1	$-\infty$

Điều kiện để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0; b)$ là phương trình (*) có đúng một nghiệm x_0 . Từ bảng biến thiên, ta suy ra $b \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Vì b là số nguyên nên $b \in \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Vậy có 17 số nguyên b thỏa mãn.

Chọn đáp án **(C)**

□

Câu 447. Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. Từ một điểm bất kỳ trên đường thẳng $x = 2$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến (C) ?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$. Gọi đường thẳng đi qua điểm $A(2; b)$ có dạng $y = k(x - 2) + b$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Điều kiện để đường thẳng trở thành tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 = k(x_0 - 2) + b & (1) \\ 3x_0^2 - 12x_0 + 9 = k & (2) \end{cases}$$

có nghiệm.

Thay (2) vào (1) ta được

$$\begin{aligned}x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 &= (3x_0^2 - 12x_0 + 9)(x_0 - 2) + b \\ \Leftrightarrow x_0^3 - 6x_0^2 + 9x_0 - 1 &= 3x_0^3 - 18x_0^2 + 33x_0 - 18 + b \\ \Leftrightarrow 2x_0^3 - 24x_0^2 + 24x_0 - 17 &= -b.\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 17$, ta có $f'(x) = 6x^2 - 24x + 24$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(2)$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -b$ luôn cắt hàm số $f(x)$ tại một điểm duy nhất. Suy ra phương trình có nghiệm duy nhất nên chỉ có một tiếp điểm. Vậy qua A chỉ kẻ được duy nhất một tiếp tuyến đến (C) .

Chọn đáp án **(B)**

□

Câu 448. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $2f(2x) + f(1 - 2x) = 12x^2$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ là 1 là

A. $y = 2x + 2$.

B. $y = 4x - 6$.

C. $y = 2x - 6$.

D. $y = 4x - 2$.

Lời giải.

Thay $x = 0, x = \frac{1}{2}$ lần lượt vào $2f(2x) + f(1 - 2x) = 12x^2$ ta được

$$\begin{cases} 2f(0) + f(1) = 0 \\ 2f(1) + f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(1) = 2.$$

Ta có $2f(2x) + f(1 - 2x) = 12x^2 \Rightarrow 4f'(2x) - 2f'(1 - 2x) = 24x$ (*).

Thay $x = 0, x = \frac{1}{2}$ lần lượt vào (*) ta có

$$\begin{cases} 4f'(0) - 2f'(1) = 0 \\ 4f'(1) - 2f'(0) = 12 \end{cases} \Rightarrow f'(1) = 4.$$

Phương trình tiếp tuyến $y = f'(1)(x - 1) + f(1) = 4(x - 1) + 2 = 4x - 2$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 449. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$.

A. $y = \frac{1}{4}(x - 1) - \frac{1}{2}$. **B.** $y = \frac{1}{2}(x - 1) + \frac{1}{2}$. **C.** $y = \frac{1}{2}(x + 1) - \frac{1}{2}$. **D.** $y = \frac{1}{4}(x + 1) + \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{x^2 + 2x - 2}{(x + 1)^2} \Rightarrow y'(1) = \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ là:

$$y = \frac{1}{4}(x - 1) - \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 450. Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động là $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó t tính bằng giây (s), S tính bằng mét (m) và $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 4\text{s}$ là

- A. $v = 78,4 \text{ m/s}$. B. $v = 39,2 \text{ m/s}$. C. $v = 9,8 \text{ m/s}$. D. $v = 19,6 \text{ m/s}$.

Lời giải.

Vận tốc của chuyển động tại thời điểm t được tính theo công thức $v(t) = s'(t) = gt$. Suy ra vận tốc tại thời điểm $t = 4$ là $v(4) = 9,8 \cdot 4 = 39,2 \text{ m/s}$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 451. Cho hàm số $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}$ và $P = 2\sqrt{x^2 + 1} \cdot y'$. Khi đó nhận định nào dưới đây đúng?

- A. $P = 2y$. B. $P = y$. C. $P = \frac{y}{2}$. D. $P = \frac{2}{y}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}}{2\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}} = \frac{\sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}}}{2\sqrt{x^2 + 1}}$.

Từ đó suy ra $P = 2\sqrt{x^2 + 1} \cdot y' = \sqrt{x + \sqrt{x^2 + 1}} = y$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 452. Cho hàm số $y = x^3 - 2x + 1$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(-1; 2)$ bằng

- A. 3. B. -5. C. 25. D. 1.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2$.

Tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(-1; 2)$ có hệ số góc là $y'(-1) = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 453. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2x + 1$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1; \frac{1}{3}\right)$ là

- A. $y = 3x - 2$. B. $y = x - \frac{2}{3}$. C. $y = -3x + 2$. D. $y = -x + \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = x^2 + 2x - 2 \Rightarrow y'(1) = 1$. Từ đó phương trình tiếp tuyến cần tìm là

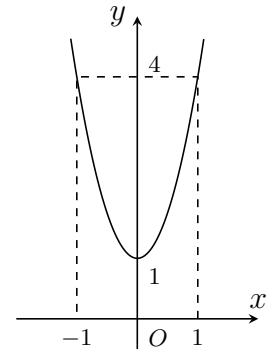
$$y - \frac{1}{3} = 1(x - 1) \Rightarrow y = x - \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 454.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H = f(4) - f(2)$.

- A. $H = 45$. B. $H = 64$. C. $H = 51$. D. $H = 58$.



Lời giải.

Với $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Do đồ thị (P) của $f'(x)$ có đỉnh $I(0; 1) \in Oy$ và qua $A(1; 4)$ nên
$$\begin{cases} b = 0 \\ c = 1 \\ 3a + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = 1 \\ a = 1 \end{cases}.$$

Ngoài ra do (C): $y = f(x)$ đi qua O nên $f(x) = x^3 + x$. Từ đó $H = f(4) - f(2) = 68 - 10 = 58$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 455. Một chất điểm chuyển động thẳng trên quãng đường được xác định bởi phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 - 5$ trong đó quãng đường $s(t)$ tính bằng mét m, thời gian t tính bằng (s). Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động tại giây thứ 10 là

- A. 6 m/s^2 . B. 54 m/s^2 . C. 240 m/s^2 . D. 60 m/s^2 .

Lời giải.

Ta có $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t$; $a(t) = s''(t) = 6t - 6$ suy ra $a(10) = 54 \text{ m/s}^2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 456. Cho $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$, $y' = \frac{ax + b}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$. Khi đó giá trị $a \cdot b$ bằng bao nhiêu?

- A. -4 . B. -1 . C. 0 . D. 1 .

Lời giải.

Từ $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ suy ra đạo hàm là $y' = (\sqrt{x^2 - 2x + 3})' = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 3}} = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$

hay $a = 1, b = -1$. Khi đó $a \cdot b = -1$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 457. Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C). Số tiếp tuyến của đồ thị (C) mà đi qua điểm $M(1; 2)$ bằng bao nhiêu?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 4 .

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x - 1)^2}$.

Gọi tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm có dạng $A\left(x_0; \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm A là $y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1}$

hay $y = \frac{-3}{(x_0 - 1)^2} \cdot (x - x_0) + \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1}$.

Vì tiếp tuyến đi qua điểm $M(1; 2)$ nên $2 = \frac{-3}{(x_0 - 1)^2} \cdot (1 - x_0) + \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1} \Leftrightarrow 2 = \frac{3}{(x_0 - 1)} + \frac{2x_0 + 1}{x_0 - 1} \Leftrightarrow$

$6 = 0$ vô lý.

Do đó không có tiếp tuyến nào của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(1; 2)$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 458. Cho hàm số $y = \frac{x+b}{ax-2}$, ($ab \neq -2$). Biết rằng a và b là các giá trị thoả mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại tiếp điểm $A(1; -2)$ song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a - 3b$ bằng

A. -2.

B. 4.

C. -1.

D. 5.

Lời giải.

Vì A thuộc đồ thị hàm số đã cho nên $-2 = \frac{1+b}{a-2} \Rightarrow b = -2a + 3 (*)$.

Ta có $y' = \frac{-2-ab}{(ax-2)^2}$.

Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A song song đường thẳng $d: y = -3x + 4$ nên suy ra

$$\frac{-2-ab}{(a-2)^2} = -3 (**).$$

Thay $(*)$ vào $(**)$, ta có $5a^2 - 15a + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1, b = 1 \\ a = 2, b = -1 \text{ (loại vì } ab = -2) \end{cases}$.

Với $a = 1, b = 1$, phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -3x + 1$.

Lúc đó $a - 3b = -2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 459. Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ tại điểm có hoành độ bằng -3 . Khi đó (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là

A. $S = \frac{169}{6}$.

B. $S = \frac{121}{6}$.

C. $S = \frac{25}{6}$.

D. $S = \frac{49}{6}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $(-3; 4)$ là $y'(-3) = 3$.

Do đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $(-3; 4)$ là $(d): y - 4 = 3(x + 3)$ hay $(d): y = 3x + 13$.

Giao điểm của (d) với Ox và Oy lần lượt là $A\left(-\frac{13}{3}; 0\right)$, $B(0; 13)$.

Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \left|-\frac{13}{3}\right| \cdot |13| = \frac{169}{6}$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 460. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{5}x^5 - 6$. Số nghiệm thực của phương trình $f'(x) = 4$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = 4x^4$.

$f'(x) = 4 \Leftrightarrow x^4 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy phương trình $f'(x) = 4$ có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 461. Biết đường thẳng $y = x$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ tại điểm $M(1; 1)$. Tìm các số thực b, c .

A. $b = 1, c = 1$.

B. $b = 1, c = -1$.

C. $b = -1, c = 1$.

D. $b = -1, c = -1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 2x + b \Rightarrow y'(1) = 2 + b$.

Theo đề ta có $y'(1) = 1 \Leftrightarrow b = -1$.

Lại có đồ thị hàm số $y = x^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(1; 1)$ suy ra $1 = 1 + b + c \Rightarrow c = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 462. Cho $P(x) = (1 + 3x - 2x^2)^{20}$. Khai triển $P(x)$ thành đa thức ta được

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{40}x^{40}.$$

Tính $S = a_1 + 2a_2 + \cdots + 40a_{40}$.

A. $S = 5 \cdot 2^{20}$.

B. $S = -5 \cdot 2^{21}$.

C. $S = 5 \cdot 2^{21}$.

D. $S = -5 \cdot 2^{19}$.

Lời giải.

Ta có $P'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \cdots + 40a_{40}x^{39} = 20(1 + 3x - 2x^2)^{19}(3 - 4x)$.

Cho $x = 1$ ta có $P'(1) = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + 40a_{40} = 20(1 + 3 - 2)^{19} \cdot (-1)$.

Vậy $S = -5 \cdot 2^{21}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 463. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có đồ thị là (C) . Gọi A là điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ bằng 1. Tìm tham số m để tiếp tuyến Δ với đồ thị C tại A cắt đường tròn $(T): x^2 + (y - 1)^2 = 4$ tạo thành một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $m = \frac{16}{13}$.

B. $m = -\frac{13}{16}$.

C. $m = \frac{13}{16}$.

D. $m = -\frac{16}{13}$.

Lời giải.

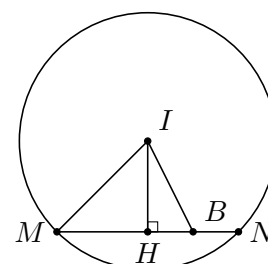
Với $x = 1 \Rightarrow y = 1 - m \Rightarrow A(1; 1 - m)$.

Tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) có phương trình là

$$y = y'(1)(x - 1) + 1 - m \Leftrightarrow y = 4(1 - m)x + 3m - 3$$

$$\Leftrightarrow m(3 - 4x) + (4x - 3 - y) = 0, \text{ từ đó ta thấy } \Delta \text{ đi qua điểm}$$

$$\text{cố định } B\left(\frac{3}{4}; 0\right).$$



Mặt khác đường tròn (T) có tâm tại $I(0; 1)$ và $r = 2$.

Do $IB = \sqrt{\frac{9}{16} + 1} = \frac{5}{4} < r$, suy ra B nằm trong đường tròn (T) , gọi M, N là giao điểm của Δ với (T) và H là trung điểm của MN , ta có $MN = 2MH = 2\sqrt{r^2 - IH^2}$. Suy ra MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất, mà $IH \leq IB = \frac{5}{4}$, do đó IH đạt giá trị lớn nhất khi B trùng với H , khi đó $IB \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{IB} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{13}{16}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 464. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ song song với đường thẳng $y = x$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 4x$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm giữa tiếp tuyến và đồ thị hàm số, suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0) = -3x_0^2 + 4x_0$.

Để tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x$ thì $-3x_0^2 + 4x_0 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{1}{3} \end{cases}$.

Vậy có hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = x$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 465. Tính đạo hàm của hàm số $y = -x^7 + 2x^5 + 3x^3$.

A. $y' = -x^6 + 2x^4 + 3x^2$.

B. $y' = -7x^6 - 10x^4 - 6x^2$.

C. $y' = 7x^6 - 10x^4 - 6x^2$.

D. $y' = -7x^6 + 10x^4 + 9x^2$.

Lời giải.

Ta có $y' = -7x^6 + 10x^4 + 9x^2$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 466. Cho đồ thị hàm số $(C) : y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$. Từ điểm $A\left(\frac{19}{12}; 4\right)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến tới (C) ?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5 \Rightarrow y' = f'(x) = 6x^2 - 6x$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến của đồ thị (C) kẻ từ điểm A . Phương trình tiếp tuyến có dạng

$$y = (6x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + 2x_0^3 - 3x_0^2 + 5.$$

Vì tiếp tuyến đi qua điểm $A\left(\frac{19}{12}; 4\right)$ nên

$$4 = (6x_0^2 - 6x_0)\left(\frac{19}{12} - x_0\right) + 2x_0^3 - 3x_0^2 + 5$$

$$\Leftrightarrow 8x_0^3 - 25x_0^2 + 19x_0 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)(8x_0^2 - 17x_0 + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 2 \\ x_0 = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Vậy, từ điểm $A\left(\frac{19}{12}; 4\right)$ kẻ được 3 tiếp tuyến tới (C) .

Chọn đáp án **D** □

Câu 467. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị cắt trục tung tại $A(0; -1)$, tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc $k = -3$. Các giá trị của a, b là

A. $a = 1, b = 1$.

B. $a = 2, b = 1$.

C. $a = 1, b = 2$.

D. $a = 2, b = 2$.

Lời giải.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0; -1) \Rightarrow \frac{a \cdot 0 + b}{0 - 1} = -1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow y' = \frac{-a - b}{(x-1)^2} = \frac{-a-1}{(x-1)^2}$.

Tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc $k = -3 \Rightarrow y'(0) = -3 \Rightarrow \frac{-a-1}{(0-1)^2} = -3 \Rightarrow a = 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 468. Xét các mệnh đề sau

- (1) Hàm số $f(x) = |x|$ có $f'(0) = 0$;
 (2) Hàm số $f(x) = |x^{2017}|$ có $f'(0) = 0$;
 (3) Đạo hàm của hàm số $f(x) = |x^2 - 3x + 1|$ bằng 0 tại ba điểm phân biệt.

Những mệnh đề đúng là

- A. (1); (2). B. (2); (3). C. (1); (2); (3). D. (2).

Lời giải.

(1) Với $f(x) = |x|$, ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -1.$$

Nên không tồn tại $f'(0)$, tức là mệnh đề sai.

(2) Với $f(x) = |x^{2017}|$ ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2016} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x^{2016}) = 0.$$

Do đó $f'(0) = 0$, tức là mệnh đề đúng.

(3) Với $f(x) = |x^2 - 3x + 1| = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & \text{nếu } x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty) \\ -x^2 + 3x - 1 & \text{nếu } x \in (x_1; x_2). \end{cases}$

Trong đó $x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Khi đó $f'(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{nếu } x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty) \\ -2x + 3 & \text{nếu } x \in (x_1; x_2). \end{cases}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$. Tương tự như ở mệnh đề (1) cũng không tồn tại $f'(x_1)$ và $f'(x_2)$. Tức là mệnh đề sai.

Chú ý: Có thể giải thích nhanh bằng hình ảnh đồ thị với lưu ý Đồ thị hàm số có đạo hàm là đường thẳng hoặc cong trơn, các điểm gián đoạn hoặc gấp khúc là không có đạo hàm.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 469. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox . Tìm tổng các phần tử của S .

- A. -2. B. 5. C. -5. D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{cases}$ Và $y(0) = m - 2$, $y(\pm 1) = m - 3$.

Như vậy đồ thị hàm số luôn có hai tiếp tuyến song song hoặc trùng với Ox . Để thỏa mãn đề bài thì cần có đúng một tiếp tuyến trùng với Ox tức là $\begin{cases} m - 2 = 0 \\ m - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3. \end{cases}$ Vậy tổng các phần tử của S là 5.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 470. Một vật dao động điều hòa có phương trình quãng đường phụ thuộc thời gian $s = A \sin(\omega t + \varphi)$. Trong đó A, ω, φ là hằng số, t là thời gian. Khi đó biểu thức vận tốc của vật là

- A. $v = A \cos(\omega t + \varphi)$. B. $v = -A \cos(\omega t + \varphi)$.
 C. $v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$. D. $v = -A \cos(\omega t + \varphi)$.

Lời giải.

Ta có $v = s' = [A \sin(\omega t + \varphi)]' = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 471. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ tại giao điểm có tung độ $y_0 = 1$ là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = -3x + 1$. D. $y = 3x + 1$.

Lời giải.

Hoành độ tiếp điểm là x_0 thỏa mãn : $\frac{2x_0-1}{x_0-1} = 1 \Leftrightarrow x_0 = 0$.

Đạo hàm $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$, suy ra $y'(0) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = -1(x-0) + 1 \Leftrightarrow y = -x + 1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 472. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 3x + 1}$ là

- A. $y' = 12x + 3$. B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.
C. $y' = \frac{8x+3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$. D. $y' = \frac{8x+3}{\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(4x^2 + 3x + 1)'}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}} = \frac{8x+3}{2\sqrt{4x^2 + 3x + 1}}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 473. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3x + 1$ có đồ thị (C) . Có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Lời giải.

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $(x_0; y_0)$ song song với đường thẳng $y = 3x + 2018$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y'(x_0) = 3 \\ -y'(x_0)x_0 + y_0 \neq 2018 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được $x_0 = 0$ hoặc $x_0 = \pm 1$. Vậy có tất cả ba tiếp tuyến của (C) thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án **B** □

Câu 474. Phương trình các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ tại các điểm có tung độ bằng 5 là

- A. $y = 20x - 35$. B. $y = -20x - 35; y = 20x + 35$.
C. $y = -20x + 35$. D. $y = 20x - 35; y = -20x - 35$.

Lời giải.

Gọi M là tiếp điểm $\Rightarrow M(x; 5)$

Hoành độ của M là nghiệm của phương trình: $x^4 - 3x^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$

$$y' = 4x^3 - 6x$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(2; 5)$ là

$$y = y'(2)(x-2) + 5 \Rightarrow y = 20(x-2) + 5 \Leftrightarrow y = 20x - 35.$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(-2; 5)$ là

$$y = y'(-2)(x + 2) + 5 \Rightarrow y = -20(x - 2) + 5 \Leftrightarrow y = -20x - 35.$$

Vậy có hai tiếp tuyến là $y = 20x - 35$; $y = -20x - 35$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 475. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2$ tại điểm M có tung độ bằng 5 có phương trình là

- A. $y = -12x - 7$. B. $y = 12x - 7$. C. $y = -12x + 17$. D. $y = 12x + 17$.

Lời giải.

Ta có $y' = 6x^2 + 6x$.

Hoành độ của tiếp điểm là nghiệm của phương trình: $2x^3 + 3x^2 = 5 \Leftrightarrow x = 1$.

Khi đó: $y'(1) = 12$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 12(x - 1) + 5 \Leftrightarrow y = 12x - 7$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 476. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M_0(1; 0)$ là

- A. $y = -3x + 3$. B. $y = -3x + 1$. C. $y = 3x + 1$. D. $y = 3x + 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x, \quad y'(1) = -3.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -3(x - 1) \Leftrightarrow y = -3x + 3$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 477. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

- A. $3x + 3y - 8 = 0$. B. $x + y - 2 = 0$. C. $3x + 3y + 8 = 0$. D. $x + y + 2 = 0$.

Lời giải.

$$y' = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1 \geq -1.$$

Suy ra hệ số góc nhỏ nhất là $k = -1$ đạt được khi $x = 2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M\left(2; \frac{2}{3}\right)$ là $y = -1(x - 2) + \frac{2}{3}$ hay $3x + 3y - 8 = 0$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 478. Cho hàm số $y = x^3 - 2018x$ có đồ thị là (C) . M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2 , tiếp tuyến của (C) tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} ($n = 4; 5; \dots$), gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ điểm M_n . Tìm n để $2018x_n + y_n + 2^{2019} = 0$.

- A. $n = 647$. B. $n = 675$. C. $n = 674$. D. $n = 627$.

Lời giải.

Giả sử $M_{n-1}(x_{n-1}; x_{n-1}^3 - 2018x_{n-1})$ thuộc (C) thì tiếp tuyến tại đó là

$$y = (3x_{n-1}^2 - 2018)(x - x_{n-1}) + x_{n-1}^3 - 2018x_{n-1}.$$

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - 2018x = (3x_{n-1}^2 - 2018)(x - x_{n-1}) + x_{n-1}^3 - 2018x_{n-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_{n-1} \text{ (loại)} \\ x = -2x_{n-1} \Rightarrow x_n = -2x_{n-1} \end{cases}.$$

Đây là cấp số nhân với $q = -2$; $x_1 = 1$ hay $x_n = (-2)^{n-1}x_1 = (-2)^{n-1}$

$$\Rightarrow y_n = (-2)^{3(n-1)} - 2018(-2)^{n-1}$$

$$\text{Theo đề: } 2018(-2)^{n-1} + (-2)^{3(n-1)} - 2018(-2)^{n-1} + 2^{2019} = 0.$$

Do $2^{2019} > 0$ nên để tồn tại n ta phải có $2^{3(n-1)} = 2^{2019}$. Suy ra $n = 674$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 479. Tìm hệ số góc tiếp tuyến k của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{1-x}$ tại giao điểm của nó với trục hoành.

- A. $k = -3$. B. $k = -\frac{1}{3}$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = 3$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{1-x}$ cắt trục hoành tại điểm $A(-2; 0)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{3}{(1-x)^2}.$$

Vậy hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{1-x}$ tại A là $y'(-2) = \frac{3}{3^2} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 480. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - x + 1)^3$ tại điểm $x = -1$.

- A. 27. B. -27. C. 81. D. -81.

Lời giải.

$$y' = 3(x^2 - x + 1)^2(2x - 1) \Rightarrow y'(-1) = 3(1 + 1 + 1)^2(-2 - 1) = -81.$$

Chọn đáp án **D** □

Câu 481. Tìm số tiếp tuyến song song với trục hoành của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 10$.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x$, gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm, suy ra tiếp tuyến có hệ số góc $f'(x_0) = 4x_0^3 - 4x_0$.

$$\text{Vì tiếp tuyến song song với trục hoành nên } f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 4x_0^3 - 4x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = \pm 1 \end{cases}.$$

Với $x_0 = 0$ ta có tiếp tuyến $y = 10$. Với $x_0 = \pm 1$ ta có tiếp tuyến $y = 9$. Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C** □

Câu 482. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} y &= \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x \\ &= (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 \sin^2 x \cos^2 x \\ &= 1. \end{aligned}$$

Vậy $y' = 0$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 483. Cho đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ là phương trình nào sau đây?

- A. $y = 3x - 1$. B. $y = 3x$. C. $y = 3x - \frac{29}{3}$. D. $y = 3x + \frac{29}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 1$, suy ra $y'(x_0) = 3 \Rightarrow x_0^2 - 4x_0 = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \vee x_0 = 4$.

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 1$, ta có phương trình tiếp tuyến: $y = 3(x - 0) + 1 = 3x + 1$ (loại).

Với $x_0 = 4 \Rightarrow y_0 = \frac{7}{3}$, ta có phương trình tiếp tuyến $y = 3(x - 4) + \frac{7}{3} = 3x - \frac{29}{3}$ (nhận).

Chọn đáp án **C** □

Câu 484. Cho đồ thị hàm số $(C) : y = \frac{1}{x}$; điểm M có hoành độ $x_M = 2 - \sqrt{3}$ thuộc (C) . Biết tiếp tuyến của (C) tại M lần lượt cắt Ox, Oy tại A, B . Tính diện tích tam giác OAB .

A. $S_{\Delta OAB} = 1$.

B. $S_{\Delta OAB} = 4$.

C. $S_{\Delta OAB} = 2$.

D. $S_{\Delta OAB} = \sqrt{3} + 2$.

Lời giải.

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2}$$

$$x_M = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow y_M = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow M(2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3})$$

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là $y = -(2 + \sqrt{3})^2 x + 4 + 2\sqrt{3}$

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 4 + 2\sqrt{3} \Rightarrow B(0; 4 + 2\sqrt{3})$

Cho $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-(4 + 2\sqrt{3})}{-(2 + \sqrt{3})^2} = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow A(4 - 2\sqrt{3}; 0)$

Vậy $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot |4 + 2\sqrt{3}| \cdot |4 - 2\sqrt{3}| = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 485. Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f^2(1 + 2x) = x - f^3(1 - x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$?

A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$.

B. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

C. $y = \frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$.

D. $y = \frac{1}{7}x + \frac{6}{7}$.

Lời giải.

Ta có

$$f^2(1 + 2x) = x - f^3(1 - x), (1)$$

Lấy đạo hàm hai vế (1) ta được

$$4 \cdot f(1 + 2x) \cdot f'(1 + 2x) = 1 + 3f^2(1 - x) f'(1 - x), (2)$$

Trong (1) và (2) thay $x = 0$ ta được

$$f^2(1) = -f^3(1), (3)$$

và

$$4 \cdot f(1) \cdot f'(1) = 1 + 3f^2(1)f'(1), (4)$$

Từ (3) suy ra $f(1) = -1$ vì $f(1) = 0$ không thỏa mãn (4). Thay vào (4) ta được $f'(1) = -\frac{1}{7}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$ hay $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 486. Một chất điểm chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 3t + 9$, trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc chuyển động của chất điểm đó khi $t = 3$ s bằng bao nhiêu?

A. $24(\text{m/s}^2)$.

B. $14(\text{m/s}^2)$.

C. $17(\text{m/s}^2)$.

D. $12(\text{m/s}^2)$.

Lời giải.Gia tốc $a = S'' = 6t - 6 \Rightarrow a(3) = 12(\text{m/s}^2)$.Chọn đáp án **D** □**Câu 487.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$. Tính $f'(2)$.

A. -3 .

B. -5 .

C. 0 .

D. 1 .

Lời giải.Ta có $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1} = x - 1 + \frac{4}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{4}{(x - 1)^2}$. Khi đó $f'(2) = -3$.Chọn đáp án **A** □**Câu 488.** Phương trình nào sau đây là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4} - x + 1$ biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(2; -1)$?

A. $y = -2x + 3$.

B. $y = -1$.

C. $y = x - 3$.

D. $y = 3x - 7$.

Lời giải.Ta có $y' = \frac{x}{2} - 1$. Xét điểm $M_0(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M_0 có dạng

$$y = \left(\frac{x_0}{2} - 1\right)(x - x_0) + \frac{x_0^2}{4} - x_0 + 1.$$

Vì tiếp tuyến đi qua điểm $M(2; -1)$ nên ta có

$$-1 = \left(\frac{x_0}{2} - 1\right)(2 - x_0) + \frac{x_0^2}{4} - x_0 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4. \end{cases}$$

Với $x_0 = 0$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -x + 1$.Với $x_0 = 4$, ta có phương trình tiếp tuyến là $y = x - 3$.Chọn đáp án **C** □**Câu 489.** Tính tổng $S = 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \dots + 2018 \cdot 2^{2017}$.

A. $S = 2017 \cdot 2^{2018} + 1$.

B. $S = 2017 \cdot 2^{2018}$.

C. $S = 2018 \cdot 2^{2018} + 1$.

D. $S = 2019 \cdot 2^{2018} + 1$.

Lời giải.Xét hàm số $f(x) = x^{n+1} - 1 = (x - 1)(x^n + x^{n-1} + \dots + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x) = (n+1)x^n \\ \frac{f(x)}{x-1} = x^n + x^{n-1} + \dots + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1. \end{cases}$$

Lấy đạo hàm hai vế đẳng thức $\frac{f(x)}{x-1} = x^n + x^{n-1} + \dots + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$, ta được

$$\frac{(x-1)f'(x) - f(x)}{(x-1)^2} = nx^{n-1} + (n-1)x^{n-2} + \dots + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1.$$

Thay $x = 2$ và $n = 2018$ vào đẳng thức trên, ta được

$$f'(2) - f(2) = 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \dots + 2018 \cdot 2^{2017} \Leftrightarrow S = f'(2) - f(2).$$

Do đó, ta có $S = 2019 \cdot 2^{2018} - 2^{2019} + 1 = 2017 \cdot 2^{2018} + 1$.Chọn đáp án **A** □

Câu 490. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $[f(1+2x)]^2 = x - [f(1-x)]^3$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

- A. $y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}$. B. $y = \frac{1}{7}x - \frac{8}{7}$. C. $y = -\frac{1}{7}x + \frac{8}{7}$. D. $y = -x + \frac{6}{7}$.

Lời giải.

Thay $x = 0$ vào đẳng thức $[f(1+2x)]^2 = x - [f(1-x)]^3$, ta được

$$[f(1)]^2 = -[f(1)]^3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(1) = -1. \end{cases}$$

Lấy đạo hàm hai vế đẳng thức $[f(1+2x)]^2 = x - [f(1-x)]^3$, ta được

$$4f(1+2x)f'(1+2x) = 1 + 3[f(1-x)]^2 f'(1-x).$$

Thay $x = 0$ vào đẳng thức $4f(1+2x)f'(1+2x) = 1 + 3[f(1-x)]^2 f'(1-x)$, ta được

$$4f(1)f'(1) = 1 + 3[f(1)]^2 f'(1) (*).$$

— Với $f(1) = 0$, (*) trở thành $0 = 1$ (vô lí).

— Với $f(1) = -1$, (*) trở thành $-4f'(1) = 1 + 3f'(1) \Leftrightarrow f'(1) = -\frac{1}{7}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 là

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{7}x - \frac{6}{7}.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 491. Khai triển $(1+x+x^2-x^3)^{10} = a_0 + a_1x + \dots + a_{30}x^{30}$. Tính tổng $S = a_1 + 2a_2 + \dots + 30a_{30}$.

- A. $5 \cdot 2^{10}$. B. 0. C. 4^{10} . D. 2^{10} .

Lời giải.

Đặt $f(x) = (1+x+x^2-x^3)^{10} = a_0 + a_1x + \dots + a_{30}x^{30}$ khi đó ta có:

$$f'(x) = 10(1+x+x^2-x^3)^9(-3x^2+2x+1) = a_1 + 2a_2x + \dots + 30a_{30}x^{29}. \text{ Từ đây suy ra } S = a_1 + a_2 + \dots + 30a_{30} = f'(1) = 0.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 492. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. B. $[-2; 4]$.
C. $(-\infty; -2) \cup [4; +\infty)$. D. $(-2; 4)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2(m-1)x + 3$.

Do đó, $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 4$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 493. Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^2 + x + 1$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

- A. $y' = 2 + x$. B. $y' = 2x + 1$. C. $y' = 3x$. D. $y' = x^2 + x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (x^2 + x + 1)' = 2x + 1$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 494. Hàm số nào sau đây **không** có đạo hàm trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. B. $y = \sin x$. C. $y = |x - 1|$. D. $y = \sqrt{2 - \cos x}$.

Lời giải.

Hàm số $y = |x - 1| = \begin{cases} x - 1 & \text{nếu } x \geq 1 \\ 1 - x & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$ không có đạo hàm tại $x = 1$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 495. Tìm trên đường thẳng $x = 3$ điểm M có tung độ là số nguyên nhỏ nhất mà qua đó ta có thể kẻ tới đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đúng 3 tiếp tuyến phân biệt.

- A. $M(3; 2)$. B. $M(3; -6)$. C. $M(3; 1)$. D. $M(3; -5)$.

Lời giải.

Gọi $M(3; a)$ là điểm thỏa mãn bài toán. Khi đó đường thẳng d đi qua điểm M với hệ số góc k có phương trình: $y = k(x - 3) + a$.

Đường thẳng d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho khi hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x^2 - 6x = k & (1) \\ x^3 - 3x^2 + 2 = k(x - 3) + a & (2) \end{cases}$$

có nghiệm.

Thay (1) vào (2) ta được phương trình: $2x^3 - 12x^2 + 18x = 2 - a$ (3). Để từ điểm M kẻ được ba tiếp tuyến với đồ thị (C) thì phương trình (3) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $y = 2x^3 - 12x^2 + 18x$ ta có $y_{\text{CD}} = 8, y_{\text{CT}} = 0$, phương trình (3) có 3 nghiệm phân biệt khi $0 < 2 - a < 8 \Leftrightarrow -6 < a < -2$ vì a là số nguyên nhỏ nhất nên $a = -5$. Vậy điểm cần tìm là $M(3; -5)$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 496. Cho hàm số $y = \frac{5}{3}x^3 - x^2 + 4$ có đồ thị (C) . Tính hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 3$.

- A. 39. B. 40. C. 51. D. 3.

Lời giải.

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 3$ là $y'(3) = 39$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 497. Cho chuyển động được xác định bởi phương trình $S = t^3 - 2t^2 + 3t$, với t là thời gian tính bằng giây, S là quãng đường chuyển động tính bằng mét. Tính từ lúc bắt đầu chuyển động, tại thời điểm $t = 2$ giây thì gia tốc a của chuyển động có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $a = 8 \text{ m/s}^2$. B. $a = 6 \text{ m/s}^2$. C. $a = 7 \text{ m/s}^2$. D. $a = 16 \text{ m/s}^2$.

Lời giải.

Ta có $S = t^3 - 2t^2 + 3t \Rightarrow \begin{cases} v(t) = S'(t) = 3t^2 - 4t + 3 \\ a(t) = v'(t) = S''(t) = 6t - 4 \end{cases}$. Tại $t = 2$ thì $a(2) = 8 \text{ m/s}^2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 498. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ song song với đường thẳng

$\Delta: x + y + 1 = 0$ là

- A. $x + y = 0$. B. $x + y + 8 = 0$. C. $-x - y + 1 = 0$. D. $x + y - 7 = 0$.

Lời giải.

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm và điểm $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có: $y' = \frac{-4}{(x-2)^2} \Rightarrow y'(x_0) = \frac{-4}{(x_0-2)^2}$.

Mặt khác: $\Delta: y = -x - 1$.

Theo giả thiết $d \parallel \Delta \Rightarrow y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow \frac{-4}{(x_0-2)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 2 = 2 \\ x_0 - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \\ x_0 = 0 \end{cases}$.

Với $x_0 = 4 \Rightarrow M(4; 3) \Rightarrow d: y = -(x - 4) + 3 \Rightarrow d: y = -x + 7$.

Với $x_0 = 0 \Rightarrow M(0; -1) \Rightarrow d: y = -x - 1$ (loại vì $d \equiv \Delta$).

Chọn đáp án **D**

□

Câu 499. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và hai điểm $M(0; 4)$, $N(-1; 2)$. Gọi A, B là 2 điểm trên (C) sao cho các tiếp tuyến của (C) tại A và B song song đồng thời tổng khoảng cách từ M và từ N đến đường thẳng AB là lớn nhất. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{65}$.

Lời giải.

Ta có: $y = 1 + \frac{2}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$. Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ với $x_1, x_2 \neq 1$ và $x_1 \neq x_2$.

$\Rightarrow y'(x_1) = y'(x_2) \Leftrightarrow \frac{-2}{(x_1-1)^2} = \frac{-2}{(x_2-1)^2} \Leftrightarrow x_1 - 1 = 1 - x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2$.

Ta có: $y_1 + y_2 = 2 + \frac{2}{x_1-1} + \frac{2}{x_2-1} = 2 + \frac{2(x_1-1+x_2-1)}{(x_1-1)(x_2-1)} = 2$.

Khi đó trung điểm của AB là $I(1; 1)$.

Gọi m là hệ số góc của đường thẳng $AB \Rightarrow AB: y = m(x-1) + 1 \Rightarrow AB: mx - y + 1 - m = 0$.

Ta có: $d(M; AB) = \frac{|-m-3|}{\sqrt{m^2+1}}$ và $d(N; (AB)) = \frac{|-2m-1|}{\sqrt{m^2+1}}$.

Tổng khoảng cách của M, N đến đường thẳng AB là $f(m) = \frac{|m+3| + |2m+1|}{\sqrt{m^2+1}}$.

TH1. $m \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow f(m) = \frac{3m+4}{\sqrt{m^2+1}}$
 $\Rightarrow f'(m) = \frac{3\sqrt{m^2+1} - (3m+4)\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}}{m^2+1}$
 $f'(m) = \frac{3-4m}{(m^2+1)\sqrt{m^2+1}}; f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$
 $\Rightarrow \max f(m) = 5$ khi $m = \frac{3}{4}$.

m	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$f'(m)$	+	0	-
$f(m)$	$\sqrt{5}$	5	3

TH2. $-3 < m < -\frac{1}{2} \Rightarrow f(m) = \frac{2-m}{\sqrt{m^2+1}}$
 $\Rightarrow f'(m) = \frac{-\sqrt{m^2+1} - (2-m)\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}}{m^2+1}$
 $f'(m) = \frac{-1-2m}{(m^2+1)\sqrt{m^2+1}}; f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$
 $\Rightarrow$ hàm số không có giá trị lớn nhất.

m	-3	$-\frac{1}{2}$
$f'(m)$	+	
$f(m)$	$-\infty$	$\sqrt{5}$

TH3. $m \leq -3 \Rightarrow f(m) = \frac{-3m-4}{\sqrt{m^2+1}}$
 $\Rightarrow f'(m) = \frac{-3\sqrt{m^2+1} + (3m+4)\frac{m}{\sqrt{m^2+1}}}{m^2+1}$
 $f'(m) = \frac{-3+4m}{(m^2+1)\sqrt{m^2+1}}; f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$ (loại).
 $\Rightarrow$ hàm số không có giá trị lớn nhất.

m	$-\infty$	-3
$f'(m)$	—	
$f(m)$	3	$\frac{\sqrt{10}}{2}$

Vậy $f(m)$ có giá trị lớn nhất bằng 5 khi $m = \frac{3}{4} \Rightarrow AB: y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$.
 Hoành độ của điểm A, B là nghiệm của phương trình $\frac{x+1}{x-1} = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ (điều kiện: $x \neq 1$)
 $\Rightarrow 4(x+1) = (x-1)(3x+1) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 5 = 0$.

Ta có: $A\left(x_1; \frac{3}{4}x_1 + \frac{1}{4}\right), B\left(x_2; \frac{3}{4}x_2 + \frac{1}{4}\right)$ với x_1, x_2 thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{5}{3} \end{cases}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(x_2 - x_1; \frac{3}{4}(x_2 - x_1)\right)$

$\Rightarrow AB^2 = \frac{25}{16}(x_2 - x_1)^2 = \frac{25}{16}[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2] = \frac{25}{16}\left(4 + \frac{20}{3}\right)$

$\Rightarrow AB^2 = \frac{50}{3} \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 500. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C) .
 Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $(a; f(a))$ ($a \in K$).

A. $y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$.

B. $y = f(a) \cdot (x - a) + f'(a)$.

C. $y = f'(a) \cdot (x - a) - f(a)$.

D. $y = f'(a) \cdot (x + a) + f(a)$.

Lời giải.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $(a; f(a))$ là $y = f'(a) \cdot (x - a) + f(a)$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 501. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ tại điểm $M(-2; 2)$.

A. $k = \frac{1}{9}$.

B. $k = \sqrt{2}$.

C. $k = -1$.

D. $k = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow k = y'(-2) = 1$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 502. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$ và M là điểm di chuyển trên (C) . Gọi Mt, Mz là các đường thẳng đi qua M sao cho Mt song song với trục tung và tiếp tuyến của (C) tại M là tia phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mz, Mt . Khi M di chuyển trên (C) thì Mz luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $M_0\left(-1; \frac{1}{4}\right)$.

B. $M_0\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

C. $M_0(-1; 1)$.

D. $M_0(-1; 0)$.

Lời giải.

Gọi α_1, α_2 lần lượt là góc tạo tiếp tuyến d, Mz và trục Ox , β là góc tạo bởi d và Mt . Giả sử tọa độ $M(m; m^2 + 2m + 1)$. Ta có $y' = 2x + 2 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $k_1 = 2m + 2$.

Gọi k_2 là hệ số góc của đường thẳng Mz .

$$\text{Có } \begin{cases} \alpha_1 + \beta = 90^\circ \\ \alpha_2 + 2\beta = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow 2\alpha_1 = 90^\circ + \alpha_2$$

$$\Rightarrow \tan 2\alpha_1 = \tan(90^\circ + \alpha_2) = -\frac{1}{\tan \alpha_2}$$

$$\Rightarrow k_2 = \frac{k_1}{2} - \frac{1}{2k_1} = m + 1 - \frac{1}{4(m+1)}.$$

$$\Rightarrow \text{phương trình } Mz \text{ đi qua } M \text{ và có hệ số góc } k_2 \text{ là } y = \left[m + 1 - \frac{1}{4(m+1)} \right] (x - m) + (m + 1)^2$$

$$\Rightarrow (4y - 1)(m + 1) = (4m^2 + 8m + 3)(x + 1)$$

$$\Rightarrow \text{điểm cố định là } M\left(-1; \frac{1}{4}\right).$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 503. Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị $(\mathcal{C})$ song song với đường thẳng $y = x$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải.

$$y = -x^3 + 2x^2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 4x.$$

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến. Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = x$ nên $k = 1$. hoành độ tiếp điểm là nghiệm phương trình $y' = k \Leftrightarrow -3x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = \frac{1}{3}$.

• $x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là $y = 1(x - 1) + 1 \Rightarrow y = x$ (loại).

• $x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{27} \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là $y = 1\left(x - \frac{1}{3}\right) + \frac{5}{27} \Rightarrow y = x - \frac{4}{27}$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 504. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Biết rằng, tại điểm M thuộc (C) tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất. Tìm phương trình tiếp tuyến đó.

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = -3x - 1$.

C. $y = -3x + 1$.

D. $y = 3x - 1$.

Lời giải.

$$y' = -3x^2 + 6x = -3(x - 1)^2 + 3 \leq 3.$$

Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất bằng 3 tại điểm $M(1; 4)$ có phương trình là

$$y = 3(x - 1) + 4 = 3x + 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 505. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Tính hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x = 2$.

A. 6.

B. 0.

C. -6.

D. -2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 6x \text{ nên } f'(2) = 0.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 506. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^2 + 20t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi vận

tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 8$ giây bằng bao nhiêu?

- A. 40 m/s. B. 152 m/s. C. 22 m/s. D. 12 m/s.

Lời giải.

Vận tốc tức thời được tính bằng công thức $v(8) = (s(t))' = 12$ m/s.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 507. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ thỏa mãn tiếp tuyến với đồ thị tại điểm đó có hệ số góc bằng 2018?

- A. 1. B. 0. C. Vô số. D. 2.

Lời giải.

Gọi tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm là $M\left(x_0, \frac{2x_0-1}{x_0-1}\right)$.

Ta có hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị tại M là $f'(x_0) = \frac{-1}{(x_0-1)^2}$.

Khi đó yêu cầu bài toán thỏa nếu $\frac{-1}{(x_0-1)^2} = 2018$ (vô lý). Vậy không có điểm nào trên đồ thị thỏa bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 508. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

- A. $y = -x + 2$. B. $y = -x + 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x - 2$.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là $A(0; 2)$.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2}$ hay $y'(0) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) tại điểm A là $y = y'(0)(x-0) + 2 = -x + 2$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 509. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị $y = \frac{x+2}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = 0$ là

- A. $y = x + 2$. B. $y = -x + 2$. C. Kết quả khác. D. $y = -x$.

Lời giải.

$y' = -\frac{1}{(x+1)^2}$, $y'(0) = -1$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 0$ là $y = -1(x-0) + 2 \Leftrightarrow y = -x + 2$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 510. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = -1$.

- A. $y = -x + 3$. B. $y = -x - 3$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = -\frac{4}{(x-1)^2}$. Với $x = -1 \Rightarrow y = -2$. Tiếp tuyến tại điểm $A(-1; -2)$ là

$$y = y'(-1)(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = -x - 3.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 511. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ tại điểm có hoành độ $x = -1$.

A. $y = 4x - 6$.

B. $y = 4x + 2$.

C. $y = 4x + 6$.

D. $y = 4x - 2$.

Lời giải.Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.Ta có: $x = -1 \Rightarrow y = 2$.Ta có: $y' = 4x^3 - 8x \Rightarrow y'(-1) = 4$.Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(-1; 2)$ là: $y = 4(x + 1) + 2 = 4x + 6$.Chọn đáp án **C** □**Câu 512.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

A. $y = -x + 2$.

B. $y = x - 1$.

C. $y = x + 2$.

D. $y = -x - 3$.

Lời giải.Có $y' = \frac{-4}{(x-1)^2}$, $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2$, $y'(x_0) = -1$.Vậy tiếp tuyến cần tìm là $y = -1(x + 1) - 2 = -x - 3$.Chọn đáp án **D** □**Câu 513.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$ tại điểm có tung độ bằng 3.

A. $x - 2y - 7 = 0$.

B. $x + y - 8 = 0$.

C. $2x - y - 9 = 0$.

D. $x + 2y - 9 = 0$.

Lời giải.Có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$, $y_0 = 3 \Leftrightarrow x_0 = 3$, $y'(3) = -\frac{1}{2}$.Tiếp tuyến cần tìm là $y = -\frac{1}{2}(x - 3) + 3 = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2} \Leftrightarrow x + 2y - 9 = 0$.Chọn đáp án **D** □**Câu 514.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại điểm có tung độ bằng 5.

A. $y = 9x - 17$.

B. $y = 9x + 17$.

C. $y = 9x - 7$.

D. $y = 9x + 7$.

Lời giải.Gọi $M\left(x_0; \frac{2x_0+1}{x_0+1}\right)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số.Theo giả thiết, ta có $\frac{2x_0+1}{x_0+1} = 5 \Leftrightarrow x_0 = -\frac{4}{3}$.Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = y' \left(-\frac{4}{3}\right) \left(x + \frac{4}{3}\right) + 5 \Leftrightarrow y = 9x + 17$.Chọn đáp án **B** □**Câu 515.** Tìm tọa độ của tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$ sao cho tiếp tuyến của đồ thị tại điểm đó có hệ số góc lớn nhất.

A. $M(1; 2)$.

B. $M(-1; 2)$.

C. $M(-1; 0)$.

D. $M(2; -1)$.

Lời giải.Ta có $y' = -3x^2 - 6x = -3(x+1)^2 + 3 \leq 3, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hệ số góc của tiếp tuyến lớn nhất khi $x = -1$, suy ra $y = 2$.Chọn đáp án **B** □**Câu 516.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ dương và tung độ bằng $\frac{7}{4}$ là

A. $y = 2x - \frac{1}{4}$.

B. $y = -2x + \frac{3}{4}$.

C. $y = -2x - \frac{1}{4}$.

D. $y = 2x + \frac{3}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1 = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Theo đề bài ta có tọa độ tiếp điểm là $M\left(1; \frac{7}{4}\right)$.

Ta có: $y' = x^3 + x \Rightarrow y'(1) = 2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M\left(1; \frac{7}{4}\right)$ là:

$$y = 2(x - 1) + \frac{7}{4} = 2x - \frac{1}{4}.$$

Chọn đáp án **A** □**Câu 517.** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị $(\mathcal{C})$. Gọi A là giao điểm của $(\mathcal{C})$ với trục tung, phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(\mathcal{C})$ tại điểm A là

A. $y = -4x + 2$.

B. $y = 4x + 2$.

C. $y = -x + 1$.

D. $y = x + 1$.

Lời giải.Giao điểm của $(\mathcal{C})$ với trục tung là $A(0; 1)$.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(0) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(\mathcal{C})$ tại điểm $A(0; 1)$ là: $y = -1(x - 0) + 1 \Leftrightarrow y = -x + 1$.Chọn đáp án **C** □**Câu 518.** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là $(\mathcal{C})$. Phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d: y = -3x + 15$ là

A. $y = -3x + 10, y = -3x - 5$.

B. $y = -3x - 1, y = -3x + 11$.

C. $y = -3x + 1$.

D. $y = -3x - 11$.

Lời giải.Gọi Δ là tiếp tuyến cần tìm. Do $\Delta \parallel d$ nên Δ có hệ số góc là -3 .

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2}. \text{ Gọi } (x_0; y_0) \text{ là tọa độ tiếp điểm. Suy ra } y'(x_0) = -3 \Rightarrow \frac{-3}{(x_0-1)^2} = -3$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0. \end{cases}$$

Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5 \Rightarrow \Delta: y = -3(x - 2) + 5 \Leftrightarrow y = -3x + 11$.

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1 \Rightarrow \Delta: y = -3(x - 0) - 1 \Leftrightarrow y = -3x - 1$.

Chọn đáp án **B** □**Câu 519.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 6x^2 - 1$ tại điểm có hoành độ $x = -1$ là

A. $y = 8x + 2$.

B. $y = 8x + 14$.

C. $y = -8x - 2$.

D. $y = -8x - 14$.

Lời giải.

Có $y' = 4x^3 - 12x \Rightarrow y'(-1) = 8$

Từ $x = -1 \Rightarrow y = -6$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $(-1; 6)$ là

$$y = 8(x + 1) - 6 \Leftrightarrow y = 8x + 2.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 520. Cho khai triển $(1 + x - x^2)^{10} = a_{20}x^{20} + a_{19}x^{19} + \dots + a_1x + a_0$ với $a_{20}, a_{19}, \dots, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$.

Tính $S = 20a_{20} + 19a_{19} + \dots + 2a_2 + a_1$.

- A. $S = -3 \cdot 10^{20}$. B. $S = -10 \cdot 2^{10}$. C. $S = -10$. D. $S = 0$.

Lời giải.

Đặt $f(x) = (1 + x - x^2)^{10}$. Khi đó ta có

$$f'(x) = 20a_{20}x^{19} + 19a_{19}x^{18} + \dots + 2a_2x + a_1 \text{ và } f'(1) = 20a_{20} + 19a_{19} + \dots + 2a_2 + a_1.$$

Mặt khác

$$f'(x) = 10(1 + x - x^2)^9(1 + x - x^2)' = 10(1 + x - x^2)^9(1 - 2x) \Rightarrow f'(1) = -10 = S.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 521. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ biết tiếp điểm có hoành độ bằng -1 .

- A. $y = -8x - 6$. B. $y = 8x - 6$. C. $y = -8x + 10$. D. $y = 8x + 10$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x$ suy ra hệ số góc của tiếp tuyến bằng $y'(-1) = -8$.

Phương trình tiếp tuyến là $y = -8(x + 1) + y(1) = -8x - 8 + 2 = -8x - 6$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 522. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x+3}$ biết tiếp tuyến đó cắt trục tung và trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân.

- A. $y = -x - 2$. B. $y = x + 2$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x + 2$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra tiếp tuyến có hệ số góc bằng 1 hoặc -1 .

Ta có $y' = -\frac{1}{(2x+3)^2} < 0$ nên $y' = -1 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = -2$.

Tại $x = -1$ ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -x$ (loại vì đường thẳng này đi qua O).

Tại $x = -2$ ta có phương trình tiếp tuyến là $y = -x - 2$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 523. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 - 3$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A có hoành độ $x = 1$ cắt đồ thị hàm số tại điểm B (B khác A). Tọa độ điểm B là

- A. $B(-3; 24)$. B. $B(-1; -8)$. C. $B(3; 24)$. D. $B(0; -3)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 12x$. Do đó $A(1; -8)$ nên phương trình tiếp tuyến là $y = -8x$.

Hoành độ B là nghiệm phương trình $x^4 - 6x^2 - 3 = -8x \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 24 \Rightarrow B(3; 24)$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 524. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{x-2} - 27$ song song với trục hoành là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2}$.

Hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến song song với trục hoành của đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2(x-3)}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

— Khi $x = 0$ ta có tiếp tuyến $y = -27$ song song với trục hoành.

— Khi $x = 3$ ta có tiếp tuyến $y = 0$ trùng với trục hoành.

Vậy, chỉ có 1 tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{x-2} - 27$ song song với trục hoành.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 525. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (H) . Tiếp tuyến của (H) tại giao điểm của (H) với trục hoành có phương trình là

- A. $y = 3x$. B. $y = x - 3$. C. $y = 3x - 3$. D. $y = \frac{1}{3}(x - 1)$.

Lời giải.

Cho $y = 0 \Rightarrow x = 1$. Do đó tọa độ giao điểm của (H) với trục hoành là $M(1; 0)$.

Đạo hàm $y' = \frac{3}{(x+2)^2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(1) = \frac{1}{3}$.

Phương trình tiếp tuyến của (H) tại M là $y = \frac{1}{3}(x - 1)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 526. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 1$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

- A. $y = 6x - 3$. B. $y = 6x + 3$. C. $y = 6x - 1$. D. $y = 6x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 3$, $y'(1) = 6$.

Với $x = 1 \Rightarrow y = 3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x - 1$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

$$y = 6(x - 1) + 3 \Leftrightarrow y = 6x - 3.$$

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 527. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y = x^2 + x - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $x - y - 2 = 0$. C. $x + y + 3 = 0$. D. $x - y - 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Ta có $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2$.

Đạo hàm $y' = 2x + 1$. Ta có $y'(-1) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(-1; -2)$ là $y = -(x + 1) - 2 \Leftrightarrow y = -x - 3 \Leftrightarrow x + y + 3 = 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 528. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \frac{f(x) + 3}{g(x) + 1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ bằng 1 bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(1) > -3$. B. $f(1) < -3$. C. $f(1) \leq -\frac{11}{4}$. D. $f(1) \geq -\frac{11}{4}$.

Lời giải.

Theo giả thiết $f'(1) = g'(1) = \frac{f'(1)(g(1) + 1) - g'(1)(f(1) + 3)}{(g(1) + 1)^2}$, đặt $f'(1) = g'(1) = a \neq 0$.

Ta có $a = \frac{a(g(1) + 1) - a(f(1) + 3)}{(g(1) + 1)^2} \Leftrightarrow g^2(1) + g(1) + 3 + f(1) = 0$.

Do tồn tại $g(1)$ nên suy ra $\Delta_{g(1)} \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 4[3 + f(1)] \geq 0 \Leftrightarrow f(1) \leq -\frac{11}{4}$.

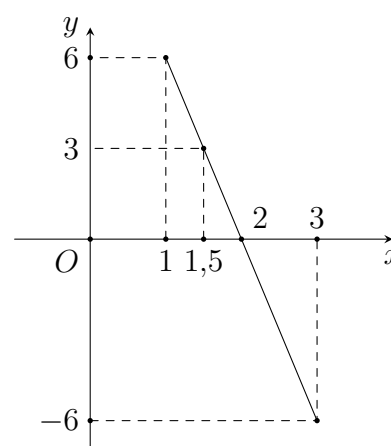
Chọn đáp án **C**

□

Câu 529.

Người ta khảo sát gia tốc $a(t)$ của một vật thể chuyển động (t là khoảng thời gian tính bằng giây từ lúc vật thể chuyển động) từ giây thứ nhất đến giây thứ 3 và ghi nhận được $a(t)$ là một hàm số liên tục có đồ thị như hình bên dưới. Hỏi trong thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ 3 được khảo sát đó, thời điểm nào vật thể có vận tốc lớn nhất?

- A. giây thứ 2. B. giây thứ nhất.
C. giây thứ 1,5. D. giây thứ 3.

**Lời giải.**

Phương pháp: $a(t) = v'(t)$. Từ đồ thị ta có: $a(t) = 0 \Rightarrow v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

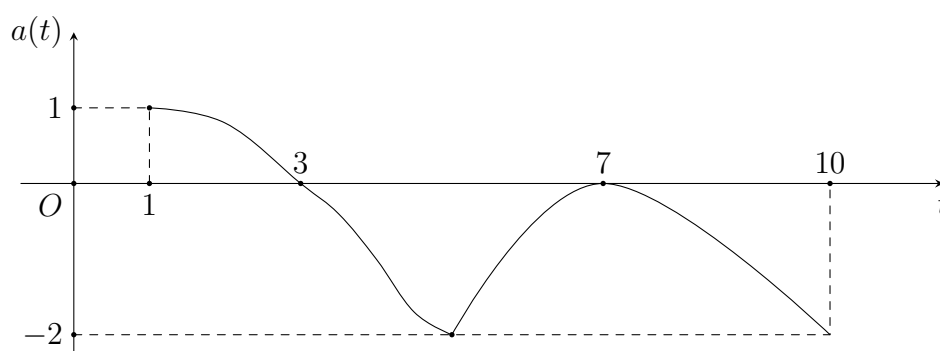
t	1	1,5	2	3
$a(t) = v'(t)$	+	+	0	-
$v(t)$	$v(1)$	$v(1,5)$	$v(2)$	$v(3)$

Chọn đáp án **A**

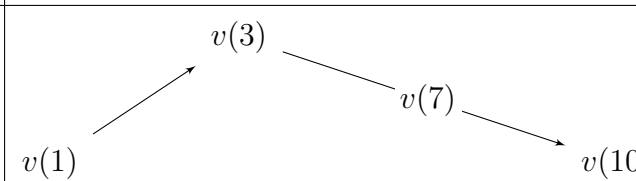
□

Câu 530. Người ta khảo sát gia tốc $a(t)$ của một vật thể chuyển động (t là khoảng thời gian tính bằng giây từ lúc vật thể chuyển động) từ giây thứ nhất đến giây thứ 10 và ghi nhận được $a(t)$ là một hàm số liên tục có đồ thị như hình bên dưới. Hỏi trong thời gian từ giây thứ nhất đến giây thứ 10 được khảo sát đó, thời điểm nào vật thể có vận tốc lớn nhất?

- A. giây thứ 7. B. giây thứ nhất. C. giây thứ 10. D. giây thứ 3.

**Lời giải.**

Phương pháp: $a(t) = v'(t)$. Từ đồ thị ta có bảng biến thiên sau:

t	1	3	7	10
$a(t) = v'(t)$	+	0	-	-
$v(t)$				

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 531. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 3x$ là

A. $\sin 3x$.

B. $3 \sin 3x$.

C. $-\sin 3x$.

D. $-3 \sin 3x$.

Lời giải.

Ta có $(\cos 3x)' = -3 \sin 3x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 532. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$ là

A. $[3; +\infty)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $[2; 3)$.

D. $[2; 3]$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+3}}$.

Do đó $y' \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+3}} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x^2-4x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 533. Đạo hàm của hàm số $y = \cot x$ là

A. $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$.

B. $y' = \frac{1}{\sin x}$.

C. $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

D. $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 534. Đạo hàm của hàm số $y = 3 \sin x - 5 \cos x$ là

A. $y' = -3 \cos x - 5 \sin x$.

B. $y' = -3 \cos x + 5 \sin x$.

C. $y' = 3 \cos x - 5 \sin x$.

D. $y' = 3 \cos x + 5 \sin x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (3 \sin x - 5 \cos x)' = 3(\sin x)' - 5(\cos x)' = 3 \cos x + 5 \sin x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 535. Đạo hàm của hàm số $y = \tan^2 x - \cot^2 x$ là

A. $y' = 2 \tan x - 2 \cot x$.

B. $y' = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} - \frac{2 \cot x}{\sin^2 x}$.

C. $y' = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} + \frac{2 \cot x}{\sin^2 x}$.

D. $y' = -\frac{2 \tan x}{\cos^2 x} + \frac{2 \cot x}{\sin^2 x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\tan^2 x)' - (\cot^2 x)' = 2 \tan x \cdot (\tan x)' - 2 \cot x \cdot (\cot x)' = \frac{2 \tan x}{\cos^2 x} + \frac{2 \cot x}{\sin^2 x}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 536. Đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x - 2 \cos x + 1$ là

A. $y' = 2 \cos 2x + 2 \sin x$.

B. $y' = -\cos 2x - 2 \sin x$.

C. $y' = 2 \cos 2x - 2 \sin x$.

D. $y' = -2 \cos 2x + 2 \sin x$.

Lời giải.

Với $y = \sin 2x - 2 \cos x + 1$, ta có $y' = \cos 2x \cdot (2x)' - 2(-\sin x) + 0 = 2 \cos 2x + 2 \sin x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 537. Tính đạo hàm của hàm số sau $y = \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}$.

A. $y' = \frac{-1}{(\sin x + \cos x)^2}$.

B. $y' = \frac{1}{(\sin x - \cos x)^2}$.

C. $y' = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$.

D. $y' = \frac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{\cos x (\sin x - \cos x) - \sin x (\cos x + \sin x)}{(\sin x - \cos x)^2} = \frac{-1}{(\sin x - \cos x)^2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 538. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \sin 3x + \cos 2x$.

A. $y' = -6 \cos 3x + 2 \sin 2x$.

B. $y' = 2 \cos 3x + \sin 2x$.

C. $y' = 2 \cos 3x - \sin 2x$.

D. $y' = 6 \cos 3x - 2 \sin 2x$.

Lời giải.

$$y' = 6 \cos 3x - 2 \sin 2x.$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 539. Hàm số nào dưới đây thỏa mãn hệ thức $y' + 2y^2 + 2 = 0$?

A. $y = \sin 2x$.

B. $y = \tan 2x$.

C. $y = \cos 2x$.

D. $y = \cot 2x$.

Lời giải.

Ta có

$$(\cot x)' = -\frac{2}{\sin^2 2x}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} -\frac{2}{\sin^2 2x} + 2 \cot^2 2x + 2 &= -\frac{2}{\sin^2 2x} + 2(1 + \cot^2 2x) \\ &= -\frac{2}{\sin^2 2x} + 2 \cdot \frac{1}{\sin^2 2x} = 0. \end{aligned}$$

Vậy với $y = \cot 2x$ thì $y' + 2y^2 + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 540. Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Khi đó đạo hàm cấp 3 của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ bằng

A. 2.

B. $-2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $y' = -\sin 2x$, $y'' = -2 \cos 2x$, $y''' = 4 \sin 2x$. Suy ra $y''' \left(\frac{\pi}{3} \right) = 2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 541. Hàm số $y = \cos x \cdot \sin^2 x$ có đạo hàm là biểu thức nào sau đây?

A. $\sin x (3 \cos^2 x + 1)$.

B. $\sin x (\cos^2 x - 1)$.

C. $\sin x (\cos^2 x + 1)$.

D. $\sin x (3 \cos^2 x - 1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}y' &= -\sin x \cdot \sin^2 x + \cos x \cdot 2 \sin x \cos x \\&= -\sin^3 x + 2 \sin x \cos^2 x \\&= \sin x (2 \cos^2 x - \sin^2 x) \\&= \sin x (3 \cos^2 x - 1).\end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 542. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2y' + y'' = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. B. $4y - y'' = 2$.
C. $4y + y'' = 2$. D. $2y' + y' \cdot \tan x = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$, $y'' = 2 \cos 2x$.

Suy ra $4y + y'' = 4 \sin^2 x + 2 \cos 2x = 4 \sin^2 x + 2(1 - 2 \sin^2 x) = 2$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 543. Đạo hàm của hàm số $y = \cos(2x + 1)$ là

- A. $y' = 2 \sin(2x + 1)$. B. $y' = -2 \sin(2x + 1)$.
C. $y' = -\sin(2x + 1)$. D. $y' = \sin(2x + 1)$.

Lời giải.

$y' = (2x + 1)' \cdot (-1) \cdot \sin(2x + 1) = -2 \sin(2x + 1)$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 544. Tính đạo hàm của hàm số $y = x \sin x$.

- A. $y' = \sin x - x \cos x$. B. $y' = x \sin x - \cos x$. C. $y' = \sin x + x \cos x$. D. $y' = x \sin x + \cos x$.

Lời giải.

$$y' = (x)' \sin x + x(\sin x)' = \sin x + x \cos x.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 545. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A. $(\sin 3x)' = 3 \cos 3x$. B. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$.
C. $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$. D. $(\sqrt{4x+3})' = \frac{1}{2\sqrt{4x+3}}$.

Lời giải.

Ta có $(\sqrt{4x+3})' = \frac{(4x+3)'}{2\sqrt{4x+3}} = \frac{4}{2\sqrt{4x+3}} = \frac{2}{\sqrt{4x+3}}$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 546. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^4 x - \sin^4 x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. -4. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^4 x - \sin^4 x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 x (\sqrt{x^2 + 1} + 1)}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[-2 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \cdot (\sqrt{x^2 + 1} + 1) \right] = -4.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 547. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 3x$ là

- A. $y = \sin 3x$. B. $y = -3 \sin 3x$. C. $y = 3 \sin 3x$. D. $y = -\sin 3x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \cos 3x$.

Ta có $y' = (\cos 3x)' = -(3x)' \sin 3x = -3 \sin 3x$.

Vậy $y' = -3 \sin 3x$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 548. Cho hàm số $y = f(x) = \sin ax (a \in \mathbb{R})$. Tính $f^{(16)}(x)$.

- A. $f^{(16)}(x) = a^{16} \sin ax$. B. $f^{(16)}(x) = a^{16} \sin ax + \frac{\pi}{2}$.
C. $f^{(16)}(x) = a^{32} \sin ax$. D. $f^{(16)}(x) = a^{16} \cos ax$.

Lời giải.

Bằng quy nạp ta chứng minh được $f^{(n)} = a^n \sin \left(ax + n \frac{\pi}{2} \right)$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Vậy $f^{(16)} = a^{16} \sin (ax + 8\pi) = a^{16} \sin ax$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 549. Cho hàm số $f(x) = \sin x$. Giá trị của biểu thức $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi}$ bằng

- A. -1 . B. π . C. 1 . D. 0 .

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi} = f'(\pi) = \cos \pi = -1$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 550. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \sin 3x + \cos 2x$.

- A. $y' = -6 \cos 3x + 2 \sin 2x$. B. $y' = 2 \cos 3x + \sin 2x$.
C. $y' = 2 \cos 3x - \sin 2x$. D. $y' = 6 \cos 3x - 2 \sin 2x$.

Lời giải.

$y' = 6 \cos 3x - 2 \sin 2x$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 551. Cho hàm số $f(x) = 4 \sin^2(3x - 1)$. Tập giá trị của hàm số $f'(x)$ là

- A. $[-4; 4]$. B. $[-2; 2]$. C. $[-12; 12]$. D. $[0; 4]$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 24 \sin(3x - 1) \cos(3x - 1) = 12 \sin(6x - 2) \in [-12; 12]$. Vậy, tập giá trị của hàm số $f'(x)$ là $[-12; 12]$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 552. Hàm số nào dưới đây thỏa mãn hệ thức $y' + 2y^2 + 2 = 0$?

- A. $y = \sin 2x$. B. $y = \tan 2x$. C. $y = \cos 2x$. D. $y = \cot 2x$.

Lời giải.

Ta có

$$(\cot x)' = -\frac{2}{\sin^2 2x}.$$

Suy ra

$$\begin{aligned} -\frac{2}{\sin^2 2x} + 2 \cot^2 2x + 2 &= -\frac{2}{\sin^2 2x} + 2(1 + \cot^2 2x) \\ &= -\frac{2}{\sin^2 2x} + 2 \cdot \frac{1}{\sin^2 2x} = 0. \end{aligned}$$

Vậy với $y = \cot 2x$ thì $y' + 2y^2 + 2 = 0$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 553. Hàm số $y = \cos x$ có đạo hàm là

A. $y' = \sin x$.

B. $y' = \tan x$.

C. $y' = \frac{1}{\tan x}$.

D. $y' = -\sin x$.

Lời giải.

Ta có $(\cos x)' = -\sin x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 554. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x - \sin^2 x$.

A. $f'(x) = \sin 2x$.

B. $f'(x) = -2 \sin 2x - 2 \sin x$.

C. $f'(x) = -3 \sin 2x$.

D. $f'(x) = -\sin 2x$.

Lời giải.

$$f'(x) = (\cos 2x)' - (\sin^2 x)' = -2 \sin 2x - 2 \sin x \cos x = -2 \sin 2x - \sin 2x = -3 \sin 2x.$$

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 555. Cho hai hàm số $f(x) = \sqrt{1+3x} - \sqrt[3]{1+2x}$ và $g(x) = \sin x$. Tính giá trị của $\frac{f'(0)}{g'(0)}$.

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D}_f = \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right)$. Khi đó $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{1+3x}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{(1+2x)^2}}$. Suy ra $f'(0) = \frac{5}{6}$.

Tương tự $g'(x) = \cos x$ suy ra $g'(0) = 1$. Nên $\frac{f'(0)}{g'(0)} = \frac{5}{6}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 556.

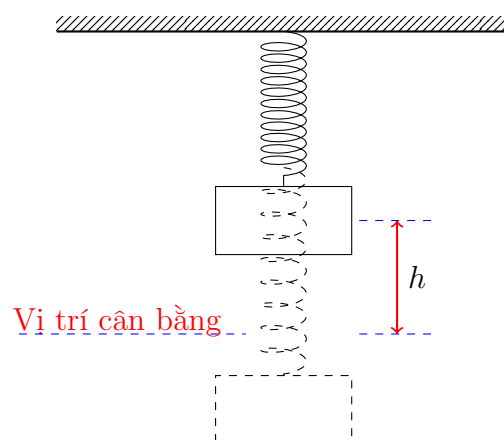
Một vật nặng treo bởi một chiếc lò xo, chuyển động lên xuống quanh vị trí cân bằng (hình vẽ). Khoảng cách h từ vật đến vị trí cân bằng ở thời điểm t giây được tính theo công thức $h = |d|$ trong đó $d = 5 \sin 6t - 4 \cos 6t$ với d được tính bằng cm. Ta quy ước rằng $d > 0$ khi vật ở trên vị trí cân bằng, $d < 0$ khi vật ở dưới vị trí cân bằng. Hỏi trong giây đầu tiên có bao nhiêu thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất.

A. 1.

B. 4.

C. 0.

D. 2.



Lời giải.

Con lắc ở xa vị trí cân bằng nhất khi tại vị trí đây đổi chiều chuyển động và vận tốc triệt tiêu.

Ta có $v(t) = d'(t) = 30 \cos 6t + 24 \sin 6t$.

Vậy $v(t) = 0 \Leftrightarrow 30 \cos 6t + 24 \sin 6t = 0 \Leftrightarrow 5 \cos 6t + 4 \sin 6t = 0 \quad (1)$.

Dễ thấy $\cos 6t = 0$ làm phương trình (1) vô nghiệm.

$$(1) \Leftrightarrow \tan 6t = -\frac{5}{4}. \text{ Ta cần tìm } k \text{ sao cho } 0 < \frac{1}{6} \arctan\left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{k\pi}{6} < 1 \Leftrightarrow 0,15 < \frac{k\pi}{6} < 1,15 \\ \Leftrightarrow 0,29 < k < 2,2.$$

Vậy có hai giá trị của t thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 557. Cho $f(x) = \sin^3 ax$, $a > 0$. Tính $f'(\pi)$.

A. $f'(\pi) = 3 \sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$.

B. $f'(\pi) = 0$.

C. $f'(\pi) = 3a \sin^2(a\pi)$.

D. $f'(\pi) = 3a \sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3a \cos(ax) \cdot \sin^2(ax)$.

Suy ra $f'(\pi) = 3a \cos(a\pi) \cdot \sin^2(a\pi)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 558. Tìm đạo hàm y' của hàm số $y = \sin x + \cos x$.

A. $y' = 2 \cos x$.

B. $y' = 2 \sin x$.

C. $y' = \sin x - \cos x$.

D. $y' = \cos x - \sin x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\sin x + \cos x)' = \cos x - \sin x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 559. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos 4x}{2} + 3 \sin 4x$.

A. $y' = 12 \cos 4x - 2 \sin 4x$.

B. $y' = 12 \cos 4x + 2 \sin 4x$.

C. $y' = -12 \cos 4x + 2 \sin 4x$.

D. $y' = 3 \cos 4x - \frac{1}{2} \sin 4x$.

Lời giải.

$y' = \frac{-4 \sin 4x}{2} + 12 \cos 4x = 12 \cos 4x - 2 \sin 4x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 560. Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ là

A. $y' = 2 \cos 2x$.

B. $y' = 2 \sin 2x$.

C. $y' = \sin 4x$.

D. $y' = 2 \sin 4x$.

Lời giải.

$y = \sin^2 2x \Leftrightarrow y' = 4 \sin 2x \cos 2x = 2 \sin 4x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 561. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ trên $\mathbb{R}$.

A. $y' = -2 \cos 4x$.

B. $y' = 2 \cos 4x$.

C. $y' = -2 \sin 4x$.

D. $y' = 2 \sin 4x$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2 \sin 2x \cdot (\sin 2x)' = 2 \sin 2x \cdot 2 \cos 2x = 2 \sin 4x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 562. Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 + 3 \sin 2x)^4$.

A. $y' = 24 (1 + 3 \sin 2x)^3 \cos 2x$.

B. $y' = 24 (1 + \sin 2x)^3$.

C. $y' = 4 (1 + 3 \sin 2x)^3$.

D. $y' = 12 (1 + 3 \sin 2x)^3 \cos 2x$.

Lời giải.

Ta có: $y' = 4 (1 + 3 \sin 2x)^3 (1 + 3 \sin 2x)' = 24 (1 + 3 \sin 2x)^3 \cos 2x$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 563. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'(x)$.

A. $f'(x) = 2 \sin 2x$.

B. $f'(x) = 2 \cos 2x$.

C. $f'(x) = \cos 2x$.

D. $f'(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 2 \cos 2x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 564. Đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $y' = 2 \cos x$.

B. $y' = 2 \cos 2x$.

C. $y' = -2 \cos 2x$.

D. $y' = \cos 2x$.

Lời giải.

$$(\sin 2x)' = (2x)' \cdot \cos 2x = 2 \cos 2x.$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 565. Cho $f(x) = \frac{x^2}{-x+1}$. Tính $f^{(2018)}(x)$.

A. $-\frac{2018!}{(-x+1)^{2018}}$.

B. $\frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}$.

C. $-\frac{2018!}{(-x+1)^{2019}}$.

D. $\frac{2018!}{(-x+1)^{2018}}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{x^2}{-x+1} = -x - 1 - \frac{1}{x-1}.$$

$$f'(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2}, f''(x) = -\frac{1 \cdot 2}{(x-1)^3}, f^{(3)}(x) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{(x-1)^4}, \dots$$

Dự đoán $f^{(2018)}(x) = \frac{-2018!}{(x-1)^{2019}}$. Chứng minh bằng quy nạp ta được kết quả trên.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 566. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) có tung độ là nghiệm của phương trình $2f'(x) - xf''(x) - 6 = 0$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

— Từ giả thiết, suy ra $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ và $f''(x) = 6x - 12$.

— Ta có

$$2f'(x) - xf''(x) - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(3x^2 - 12x + 9) - x(6x - 12) - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -12x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{— } f(x) = 1 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3. \end{cases}$$

— Do đó có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 567. Đạo hàm bậc 21 của hàm số $f(x) = \cos(x+a)$ là

A. $f^{(21)}(x) = \sin\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

B. $f^{(21)}(x) = -\sin\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

C. $f^{(21)}(x) = -\cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

D. $f^{(21)}(x) = \cos\left(x+a+\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải.

Bằng quy nạp ta chứng minh được công thức đạo hàm cấp n của hàm số $f(x) = \cos(x+a)$ là

$$f^{(n)}(x) = \cos\left(x+a+\frac{n\pi}{2}\right)$$

Khi đó với $n = 21$ ta có $f^{(21)}(x) = \cos\left(x + a + \frac{21\pi}{2}\right) = \cos\left(x + a + \frac{\pi}{2} + 10\pi\right) = \cos\left(x + a + \frac{\pi}{2}\right)$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 568. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \sin x$ là

A. $y'' = \cos x$.

B. $y'' = -\cos x$.

C. $y'' = \sin x$.

D. $y'' = -\sin x$.

Lời giải.

Ta có $y' = (\sin x)' = \cos x$.

Vậy $y'' = (\cos x)' = -\sin x$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 569. Cho hàm số $y = \sin 2x$. Hãy chọn đẳng thức **đúng** trong các đẳng thức sau?

A. $y = y' \cdot \tan 2x$.

B. $4y + y'' = 0$.

C. $y^2 + (y')^2 = 4$.

D. $4y - y'' = 0$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2\cos 2x$, $y'' = -4\sin 2x$. Khi đó $4y + y'' = 4\sin 2x - 4\sin 2x = 0$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 570. Cho số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n = 131072$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $n \in [15; 20)$.

B. $n \in [5; 10)$.

C. $n \in [10; 15)$.

D. $n \in [1; 5)$.

Lời giải.

Xét $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n$ (1).

Nhân hai vế của (1) cho x ta được $(1+x)^nx = C_n^0x + C_n^1x^2 + C_n^2x^3 + \dots + C_n^nx^{n+1}$ (2).

Lấy đạo hàm hai vế của (2) theo x ta được

$$n(1+x)^{n-1}x + (1+x)^n = C_n^0 + 2C_n^1x + 3C_n^2x^2 + \dots + (n+1)C_n^nx^n \quad (3)$$

Thay $x = 1$ vào (3), ta được $n \cdot 2^{n-1} + 2^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n \Leftrightarrow n \cdot 2^{n-1} + 2^n = 131072$.

Nếu $n > 10$ thì $n \cdot 2^{n-1} + 2^n > 10 \cdot 2^9 + 2^{10} = 6144$.

Nếu $n < 15$ thì $n \cdot 2^{n-1} + 2^n < 15 \cdot 2^{14} + 2^{15} = 278528$.

Vậy $n \in [10; 15)$.

Cách khác: Xét $x(1+x)^n = C_n^0x + C_n^1x^2 + C_n^2x^3 + \dots + C_n^nx^{n+1}$ (*)

Đạo hàm 2 vế của (*), ta được:

$$(1+x)^n + x \cdot n \cdot (1+x)^{n-1} = C_n^0 + 2C_n^1x + 3C_n^2x^2 + \dots + (n+1)C_n^nx^n \quad (**)$$

Cho $x = 1$: $(**) \Leftrightarrow 2^n + n \cdot 2^{n-1} = C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + (n+1)C_n^n$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $2^n + n \cdot 2^{n-1} = 131072$ (1)

Nhận xét: $(1) \Leftrightarrow n + 2 = 2^{18-n} < 22 \Rightarrow 2^{18-n} \leq 2^4$ hay $n \geq 14$.

Mặt khác: (1) có nghiệm $n = 14$.

Vậy phương trình (1) có nghiệm duy nhất $n = 14 \in [10; 15)$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 571. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$. Tìm đạo hàm cấp 2018 của hàm số $f(x)$.

A. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!x^{2018}}{(1-x)^{2018}}$.

B. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!}{(1-x)^{2019}}$.

C. $f^{(2018)}(x) = -\frac{2018!}{(1-x)^{2019}}$.

D. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!x^{2018}}{(1-x)^{2019}}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \frac{x^2}{1-x} = -x - 1 - \frac{1}{x-1}$. Khi đó

$$\begin{aligned} f'(x) &= -1 + \frac{1}{(x-1)^2} \\ f''(x) &= -\frac{2 \cdot 1}{(x-1)^3} = -\frac{2!}{(x-1)^3} \\ f^{(3)}(x) &= \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{(x-1)^4} = \frac{3!}{(x-1)^4} \\ f^{(4)}(x) &= -\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(x-1)^5} = -\frac{4!}{(x-1)^5} \\ &\dots \\ f^{(2018)}(x) &= -\frac{2018!}{(x-1)^{2019}} = \frac{2018!}{(1-x)^{2019}}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 572. Cho khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ biết $S = |a_1| + 2|a_2| + \dots + n|a_n| = 34992$. Tính giá trị của biểu thức $P = a_0 + 3a_1 + 9a_2 + \dots + 3^na_n$.

- A. -78125. B. 9765625. C. -1953125. D. 390625.

Lời giải.

Xét khai triển $(1-2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (-2)^k x^k = \sum_{k=0}^n a_k x^k$ với $a_k = C_n^k (-2)^k$.

Lấy đạo hàm hai vế, ta được $-2n(1-2x)^{n-1} = \sum_{k=1}^n a_k k x^{k-1}$.

Cho $x = -1$, ta có $-2n3^{n-1} = a_1 - 2a_2 + \dots + (-1)^n na_n = -|a_1| - 2|a_2| - \dots - n|a_n|$.

Suy ra $2n3^{n-1} = 34992 \Leftrightarrow n = 8$ (hàm đồng biến có duy nhất một nghiệm).

Cho $x = 3$, ta có $(1-2 \cdot 3)^n = \sum_{k=0}^n a_k 3^k$, suy ra $P = (-5)^8 = 390625$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 573. Cho hàm số $y = \frac{-1}{x}$. Đạo hàm cấp hai của hàm số là

- A. $y^{(2)} = \frac{2}{x^3}$. B. $y^{(2)} = \frac{-2}{x^2}$. C. $y^{(2)} = \frac{-2}{x^3}$. D. $y^{(2)} = \frac{2}{x^2}$.

Lời giải.

Do $y' = \frac{1}{x^2}$ nên $y^{(2)} = \frac{-(x^2)'}{(x^2)^2} = \frac{-2x}{x^4} = \frac{-2}{x^3}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 574. Cho hàm số $y = \frac{4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 3}{\tan 2x + \cot 2x}$. Tính đạo hàm cấp hai y'' ?

- A. $y'' = 16 \cos 8x$. B. $y'' = -16 \sin 8x$. C. $y'' = 16 \sin 8x$. D. $y'' = -16 \cos 8x$.

Lời giải.

Ta có $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$; $\tan 2x + \cot 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} + \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 4x}$.

Do đó $y = \frac{4\left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x\right) - 3}{\frac{2}{\sin 4x}} = (1 - 2 \sin^2 2x) \cdot \frac{\sin 4x}{2} = \frac{1}{2} \cos 4x \cdot \sin 4x = \frac{1}{4} \sin 8x$.

Khi đó $y' = \frac{1}{4} \cdot 8 \cdot \cos 8x = 2 \cos 8x$; $y'' = -8 \cdot 2 \cdot \sin 8x = -16 \sin 8x$.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 575. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2$ (t tính bằng giây, s tính bằng mét). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Gia tốc chuyển động khi $t = 3$ s là $v = 24$ m/s.
- B. Gia tốc chuyển động khi $t = 4$ s là $a = 9$ m/s².
- C. Gia tốc chuyển động khi $t = 3$ s là $v = 12$ m/s.
- D. Gia tốc chuyển động khi $t = 4$ s là $a = 18$ m/s².

Lời giải.

Ta có vận tốc $v = s' = 3t^2 - 6t$; gia tốc $a = v' = 6t - 6$.

Khi $t = 3$ s thì gia tốc $a = 6 \cdot 3 - 6 = 12$ m/s².

Khi $t = 4$ s thì gia tốc $a = 6 \cdot 4 - 6 = 18$ m/s².

Chọn đáp án **D** □

Câu 576. Cho khai triển $(1+x)^{2n} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$ và $a_1 + 3a_3 + \dots + (2n-1)a_{2n-1} = 12288$. Tính giá trị của biểu thức $H = a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + \dots + 2^{2n}a_{2n}$.

- A. 531441.
- B. 6561.
- C. 4782969.
- D. 59049.

Lời giải.

Xét khai triển $(1+x)^{2n} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$.

Đạo hàm hai vế, ta có

$$2n(1+x)^{2n-1} = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + (2n-1)a_{2n-1}x^{2n-2} + 2na_{2n}x^{2n-1}. \quad (*)$$

Thay $x = 1$ vào hai vế của $(*)$, ta có

$$2n \cdot 2^{2n-1} = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \dots + (2n-1)a_{2n-1} + 2na_{2n}. \quad (1)$$

Thay $x = -1$ vào hai vế của $(*)$, ta có

$$0 = a_1 - 2a_2 + 3a_3 + \dots + (2n-1)a_{2n-1} - 2na_{2n}. \quad (2)$$

Cộng vế theo vế của (1) và (2), ta được

$$2n \cdot 2^{2n-1} = 2(a_1 + 3a_3 + \dots + (2n-1)a_{2n-1}) \Leftrightarrow n \cdot 2^{2n-1} = 12288 \Leftrightarrow n = 6.$$

Khi đó $(1+x)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$.

Thay $x = 2$ vào hai vế thì $H = a_0 + 2a_1 + 2^2a_2 + \dots + 2^{12}a_{12} = 3^{12} = 531441$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 577. Cho đa thức $f(x) = (1+3x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Tìm hệ số a_3 , biết rằng $a_1 + 2a_2 + \dots + na_n = 49152n$.

- A. $a_3 = 945$.
- B. $a_3 = 252$.
- C. $a_3 = 5670$.
- D. $a_3 = 1512$.

Lời giải.

Xét khai triển $(1+3x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ (1).

Lấy đạo hàm hai vế của (1) ta được $3n(1+3x)^{n-1} = a_1 + 2a_2x + \dots + na_nx^{n-1}$ (2).

Thay $x = 1$ vào (2) ta được

$$3n \cdot 4^{n-1} = a_1 + 2a_2 + \dots + na_n \Leftrightarrow 3n \cdot 4^{n-1} = 49152n \Leftrightarrow 4^{n-1} = 4^7 \Leftrightarrow n = 8.$$

Xét khai triển nhị thức Niu-tơn $(1+3x)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (3x)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 3^k \cdot x^k$.

Số hạng thứ 4 có $k = 3$ nên $a_3 = C_8^3 \cdot 3^3 = 1512$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 578. Cho $f(x) = (1 - 3x + x^6)^{2018}$. Tính

$$S = \frac{f(0)}{0!} + \frac{f'(0)}{1!} + \frac{f''(0)}{2!} + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!},$$

trong đó $n = 6 \times 2018$.

A. 16054.

B. 16055.

C. -1.

D. 1.

Lời giải.

Đặt $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_0$. Suy ra $f^{(k)}(0) = k! \cdot a_k$, $k = \overline{1, n}$, hay $\frac{f^{(k)}(0)}{k!} = a_k$.

Vậy $S = f(1) = (1 - 3 \cdot 1 + 1^6)^{2018} = 1$.

Chọn đáp án **(D)** □

Câu 579.

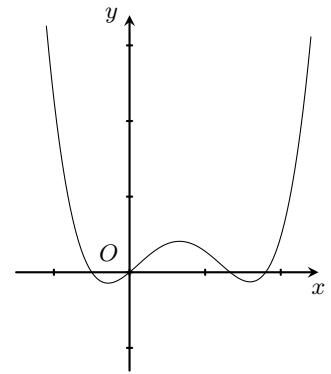
Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ được cho như hình vẽ bên. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục Ox .

A. 0.

B. 2.

C. 4.

D. 6.



Lời giải.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt nên

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$ với x_1, x_2, x_3, x_4 là bốn nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

Suy ra $f'(x) = a(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) + a(x - x_1)(x - x_3)(x - x_4) + a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_4) + a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$.

Suy ra $f'(x) = f(x) \left(\frac{1}{x - x_1} + \frac{1}{x - x_2} + \frac{1}{x - x_3} + \frac{1}{x - x_4} \right)$, $\forall x \notin \{x_1; x_2; x_3; x_4\}$.

Suy ra $f'(x) \neq 0$, $\forall x \notin \{x_1; x_2; x_3; x_4\}$.

Xét $h(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x - x_1} + \frac{1}{x - x_2} + \frac{1}{x - x_3} + \frac{1}{x - x_4}$, $\forall x \notin \{x_1; x_2; x_3; x_4\}$.

Ta có $h'(x) = \frac{f''(x) \cdot f(x) - [f'(x)]^2}{[f(x)]^2} = \frac{-1}{(x - x_1)^2} + \frac{-1}{(x - x_2)^2} + \frac{-1}{(x - x_3)^2} + \frac{-1}{(x - x_4)^2} < 0$, $\forall x \notin \{x_1; x_2; x_3; x_4\}$.

Suy ra $f''(x) \cdot f(x) - [f'(x)]^2 < 0$, $\forall x \notin \{x_1; x_2; x_3; x_4\}$.

Suy ra $g(x) = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x) > 0$, $\forall x \notin \{x_1; x_2; x_3; x_4\}$.

Khi $f(x) = 0 \Rightarrow f'(x) \neq 0 \Rightarrow g(x) \neq 0$.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ không cắt trục Ox nên không có giao điểm.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 580. Cho $n \in \mathbb{N}$, $S_n = C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S_n = n \cdot 2^n$.

B. $S_n = n \cdot 2^n - 1$.

C. $S_n = n \cdot 2^{n-1}$.

D. $S_n = 2^n$.

Lời giải.

Xét $f(x) = (x + 1)^n = 1 + C_n^1 \cdot x + C_n^2 \cdot x^2 + C_n^3 \cdot x^3 + \cdots + C_n^n \cdot x^n$.

Ta có $f'(x) = n \cdot (x + 1)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 \cdot x + C_n^3 \cdot x^2 + \cdots + nC_n^n \cdot x^{n-1}$.

Suy ra $f'(1) = S_n = n \cdot 2^{n-1}$.

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 581. Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ tại điểm có hoành độ x_0 sao cho $y''(x_0) = 0$

A. 0.

B. 2.

C. -3.

D. 3.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y'' = 6x$. Ta có $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy $x_0 = 0$ nên ta có hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ x_0 là $k = y'(0) = -3$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 582. Cho hàm số $y = \ln \frac{x}{x+2}$. Tính $y^{(2018)}(1)$.

A. $\frac{1 - 3^{2018}}{3^{2018}} \cdot 2017!$.B. $\frac{1 - 3^{2018}}{3^{2018}} \cdot 2018!$.C. $\frac{1 + 3^{2018}}{3^{2018}} \cdot 2017!$.D. $\frac{1 + 3^{2018}}{3^{2018}} \cdot 2018!$.

Lời giải.

Ta có

$$— y'(x) = \frac{\left(\frac{x}{x+2}\right)'}{\frac{x}{x+2}} = \frac{\frac{2}{(x+2)^2}}{\frac{x}{x+2}} = \frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = (x)^{-1} - (x+2)^{-1}.$$

$$— y''(x) = (-1) \cdot (x)^{-2} - (-1) \cdot (x+2)^{-2}.$$

$$— y^{(3)}(x) = (-1) \cdot (-2)(x)^{-3} - (-1) \cdot (-2) \cdot (x+2)^{-3}.$$

— ...

$$— y^{(2018)}(x) = (-1) \cdot (-2) \cdots (-2017)(x)^{-2018} - (-1) \cdot (-2) \cdots (-2017) \cdot (x+2)^{-2018}.$$

Do đó, ta được

$$\begin{aligned} y^{(2018)}(1) &= (-1) \cdot (-2) \cdots (-2017) - (-1) \cdot (-2) \cdots (-2017) \cdot \frac{1}{3^{2018}} \\ &= -(2017!) + (2017!) \cdot \frac{1}{3^{2018}} \\ &= \frac{1 - 3^{2018}}{3^{2018}} \cdot 2017!. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **A**

□

Câu 583. Tổng $S = 1^2 \cdot C_{2018}^1 \cdot 2^0 + 2^2 \cdot C_{2018}^2 \cdot 2^1 + 3^2 \cdot C_{2018}^3 \cdot 2^2 + \cdots + 2018^2 \cdot C_{2018}^{2018} \cdot 2^{2017} = 2018 \cdot 3^a \cdot (2b+1)$ với a, b là các số nguyên dương và $(2b+1)$ không chia hết cho 3. Tính $a+b$.

A. 2017.

B. 4035.

C. 4034.

D. 2018.

Lời giải.

Ta có: $(x+1)^{2018} = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 \cdot x + C_{2018}^2 \cdot x^2 + \cdots + C_{2018}^{2018} \cdot x^{2018}$ (1).

Đạo hàm hai vế của (1) ta được:

$$2018(x+1)^{2017} = C_{2018}^1 + 2C_{2018}^2 \cdot x + 3C_{2018}^3 \cdot x^2 + \cdots + 2018C_{2018}^{2018} \cdot x^{2017} \quad (2).$$

Nhân cả hai vế của (2) với x ta được:

$$2018x \cdot (x+1)^{2017} = C_{2018}^1 \cdot x + 2C_{2018}^2 \cdot x^2 + 3C_{2018}^3 \cdot x^3 + \cdots + 2018C_{2018}^{2018} \cdot x^{2018} \quad (3).$$

Đạo hàm hai vế của (3) ta thu được:

$$2018[(x+1)^{2017} + 2017x(x+1)^{2016}] = 1^2 \cdot C_{2018}^1 + 2^2 C_{2018}^2 \cdot x + 3^2 C_{2018}^3 \cdot x^2 + \cdots + 2018^2 C_{2018}^{2018} \cdot x^{2017} \quad (4).$$

Thay $x = 2$ vào cả hai vế của (4) ta được:

$$S = 2018(3^{2017} + 2017 \cdot 2 \cdot 3^{2016}) = 2018 \cdot 3^{2016} \cdot (2 \cdot 2017 + 3) = 2018 \cdot 3^{2016} \cdot (2 \cdot 2018 + 1).$$

Do đó, $b = 2018; a = 2016 \Rightarrow a + b = 4034$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 584. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Tính $f'''(1)$.

A. 3.

B. -3.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 0.

Lời giải.

Tập xác định $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$; $f''(x) = -\frac{1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$ và $f'''(x) = \frac{3}{(2x-1)\sqrt{(2x-1)^3}}$ nên $f'''(1) = 3$.

Chọn đáp án **A**

□

Câu 585. Cho hàm số $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^9$. Tính $f^{(5)}(0)$.

A. $f^{(5)}(0) = 15120$.

B. $f^{(5)}(0) = \frac{201}{20}$.

C. $f^{(5)}(0) = 144720$.

D. $f^{(5)}(0) = 1206$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)^9 = (x^2 + 1)^9 \cdot (x + 1)^9 = \sum_{i=0}^9 C_9^i x^{2i} \cdot \sum_{j=0}^9 C_9^j x^j$.

Hệ số của x^5 trong khai triển là $C_9^0 C_9^5 + C_9^1 C_9^3 + C_9^2 C_9^1 = 1206$.

Do đó, $f^{(5)}(0) = 1206 \cdot 5! = 144720$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 586. Đạo hàm cấp 2018 của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $2^{2018} \sin 2x$.

B. $\sin 2x$.

C. $-2^{2018} \sin 2x$.

D. $-2^{2018} \cos 2x$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2 \cos 2x$, $y'' = -2^2 \sin 2x$. Bằng quy nạp ta dễ dàng chứng minh được $y^{(2n)} = (-1)^n 2^{2n} \sin 2x$.

Áp dụng cho $n = 1009$ ta có $y^{(2018)} = -2^{2018} \sin 2x$.

Chọn đáp án **C**

□

Câu 587. Cho hàm số $y = \sin 3x \cos x - \sin 2x$. Giá trị của $y^{(10)}\left(\frac{\pi}{3}\right)$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 454492.

B. 454493.

C. 454491.

D. 454490.

Lời giải.

Ta có $y = \frac{\sin 4x + \sin 2x}{2} - \sin 2x = \frac{1}{2} \sin 4x - \frac{1}{2} \sin 2x$.

Khi đó $y' = \frac{1}{2} \cdot 4 \cos 4x - \frac{1}{2} \cdot 2 \cos 2x = \frac{1}{2} \cdot 4 \sin\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \cdot 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$.

$y'' = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cos\left(4x + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot 4^2 \sin\left(4x + 2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \cdot 2^2 \sin\left(2x + 2 \cdot \frac{\pi}{2}\right)$.

Hoàn toàn tương tự ta có

$$y^{(10)} = \frac{1}{2} \cdot 4^{10} \sin\left(4x + 10 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2} \cdot 2^{10} \sin\left(2x + 10 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = 2^9 \sin 2x - 2^{19} \sin 4x.$$

Suy ra $y^{(10)}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2^9 \sin \frac{2\pi}{3} - 2^{19} \sin \frac{4\pi}{3} = 262400\sqrt{3} \approx 454490,13$.

Chọn đáp án **D**

□

Câu 588. Tính tổng $S = 1 \cdot C_{2018}^1 + 2 \cdot C_{2018}^2 + 3 \cdot C_{2018}^3 + \dots + 2018 \cdot C_{2018}^{2018}$

A. $2017 \cdot 2^{2017}$.

B. $2017 \cdot 2^{2018}$.

C. $2018 \cdot 2^{2017}$.

D. $2018 \cdot 2^{2018}$.

Lời giải.

Xét khai triển $(1+x)^{2018} = C_{2018}^0 + x \cdot C_{2018}^1 + x^2 \cdot C_{2018}^2 + \dots + x^{2018} \cdot C_{2018}^{2018}$

Lấy đạo hàm hai vế ta có

$$2018 \cdot (1+x)^{2017} = 1 \cdot C_{2018}^1 + 2x \cdot C_{2018}^2 + 3x^2 \cdot C_{2018}^3 + \dots + 2018x^{2017} \cdot C_{2018}^{2018}.$$

Chọn $x = 1$ ta được $S = 1 \cdot C_{2018}^1 + 2 \cdot C_{2018}^2 + 3 \cdot C_{2018}^3 + \dots + 2018 \cdot C_{2018}^{2018} = 2018 \cdot 2^{2017}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 589. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. $(y')^2 - y \cdot y'' = 1$.

B. $(y')^2 + y \cdot y'' = 1$.

C. $(y')^2 + 2 \cdot y \cdot y'' = 1$.

D. $y' + y \cdot y'' = 1$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}, y'' = \frac{\sqrt{x^2+x+1} - \left(x + \frac{1}{2}\right) \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}}{x^2+x+1} = \frac{3}{4(x^2+x+1)\sqrt{x^2+x+1}}.$$

$$\text{Suy ra } (y')^2 + y \cdot y'' = \frac{(2x+1)^2}{4(x^2+x+1)} + \sqrt{x^2+x+1} \cdot \frac{3}{4(x^2+x+1)\sqrt{x^2+x+1}} = 1, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 590. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ có hệ số góc bằng

A. -4 .

B. $\frac{47}{12}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{17}{4}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2 - x - 4$; $f''(x) = 2x - 1$. Khi đó

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến là $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{17}{4}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 591. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2}{-x+1}$. Tính $f^{(30)}(x)$.

A. $f^{(30)}(x) = 30!(1-x)^{-30}$.

B. $f^{(30)}(x) = 30!(1-x)^{-31}$.

C. $f^{(30)}(x) = -30!(1-x)^{-30}$.

D. $f^{(30)}(x) = -30!(1-x)^{-31}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = -x - 1 + \frac{1}{1-x}$. Do đó

$$f'(x) = -1 + \frac{1}{(1-x)^2} = -1 + (1-x)^{-2}.$$

$$f''(x) = 2(1-x)^{-3}.$$

$$f'''(x) = 2 \cdot 3 \cdot (1-x)^{-4} = 3!(1-x)^{-4}.$$

$$f^{(4)}(x) = 3! \cdot 4 \cdot (1-x)^{-5} = 4!(1-x)^{-5}.$$

$$\text{Suy ra } f^{(30)}(x) = 30!(1-x)^{-31}.$$

Chọn đáp án **B** □

Câu 592. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x) = x \sin x - 3$ là biểu thức nào trong các biểu thức sau?

A. $f''(x) = 2 \cos x - x \sin x$.

B. $f''(x) = -x \sin x$.

C. $f''(x) = \sin x - x \cos x$.

D. $f''(x) = 1 + \cos x$.

Lời giải.

Đạo hàm $y' = f'(x) = (x \sin x - 3)' = \sin x + x \cos x$.

$$\Rightarrow f''(x) = (\sin x + x \cos x)' = \cos x + \cos x - x \sin x = 2 \cos x - x \sin x.$$

Chọn đáp án **A** □

Câu 593. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Tính $P = f''(\pi)$.

A. $P = 4$.

B. $P = 0$.

C. $P = -4$.

D. $P = -1$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = -2 \sin 2x$, $f''(x) = -4 \cos 2x \Rightarrow P = f''(\pi) = -4$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 594. Tính

$$S = C_{2017}^1 - 2^2 C_{2017}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2017}^3 - 4 \cdot 2^3 C_{2017}^4 + \dots - 2016 \cdot 2^{2015} C_{2017}^{2016} + 2017 \cdot 2^{2016} C_{2017}^{2017}.$$

A. $S = -2017$.

B. $S = -2016$.

C. $S = 2017$.

D. $S = 2016$.

Lời giải.

Theo khai triển nhị thức Newton

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n.$$

Lấy đạo hàm hai vế ta được

$$n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 x + 3C_n^3 x^2 + \dots + nC_n^n x^{n-1}.$$

Cho $n = 2017$, $x = -2$ ta được

$$2017(1-2)^{2016} = C_{2017}^1 - 2^2 C_{2017}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2017}^3 - 4 \cdot 2^3 C_{2017}^4 + \dots - 2016 \cdot 2^{2015} C_{2017}^{2016} + 2017 \cdot 2^{2016} C_{2017}^{2017}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 595. Viết phương trình tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$: $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y'' = 0$.

A. $y = -x - \frac{7}{3}$.

B. $y = -3x + \frac{7}{3}$.

C. $y = -x - \frac{1}{3}$.

D. $y = -x + \frac{11}{3}$.

Lời giải.

$y' = x^2 + 2x$; $y'' = 2x + 2$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = -\frac{4}{3}$ và $y'(-1) = -1$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm $y = -(x+1) - \frac{4}{3} \Leftrightarrow y = -x - \frac{7}{3}$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 596. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$, tính $f''(1)$.

A. $f''(1) = -3$.

B. $f''(1) = 2$.

C. $f''(1) = 4$.

D. $f''(1) = -1$.

Lời giải.

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 4x$, $f''(x) = 6x - 4 \Rightarrow f''(1) = 2$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 597. Tính đạo hàm cấp 2018 của hàm số $y = e^{2x}$.

A. $y^{(2018)} = 2^{2017} e^{2x}$.

B. $y^{(2018)} = 2^{2018} e^{2x}$.

C. $y^{(2018)} = e^{2x}$.

D. $y^{(2018)} = 2^{2017} x e^{2x}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2e^{2x}$, $y'' = 2^2 e^{2x}$, $y''' = 2^3 e^{2x}$. Bằng quy nạp ta dễ dàng chỉ ra $y^{(2018)} = 2^{2018} e^{2x}$.

Chọn đáp án **B** □

Câu 598. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.

A. $-\frac{4}{27}$.

B. $\frac{8}{27}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. $-\frac{8}{27}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = -\frac{2}{(2x-1)^2}$ và $f''(x) = \frac{8}{(2x-1)^3}$ nên $f''(-1) = -\frac{8}{27}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 599. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, tính giá trị của $f''(1)$.

A. 6.

B. 8.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow f''(x) = 6x \Rightarrow f''(1) = 6$.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 600. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2e^x$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. $y'' - y' = e^x(x+1)$.

B. $y'' - y' = e^x(x-1)$.

C. $y'' + y' = e^x(x-1)$.

D. $y'' + y' = e^x(-x+1)$.

Lời giải.

Ta có $y' = xe^x + \frac{1}{2}x^2e^x$, $y'' = e^x + xe^x + \frac{1}{2}x^2e^x + xe^x$.

Vậy $y'' - y' = e^x(x+1)$.

Chọn đáp án **(A)**

□

ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. D	4. D	5. D	6. D	7. D	8. A	9. C	10. D
11. C	12. B	13. A	14. B	15. D	16. A	17. C	18. D	19. C	20. C
21. D	22. B	23. B	24. B	25. D	26. A	27. D	28. D	29. A	30. D
31. B	32. B	33. B	34. C	35. C	36. C	37. A	38. A	39. C	40. A
41. C	42. B	43. D	44. B	45. C	46. D	47. C	48. B	49. C	50. A
51. C	52. C	53. B	54. C	55. D	56. D	57. D	58. C	59. C	60. C
61. B	62. A	63. B	64. A	65. D	66. C	67. A	68. A	69. A	70. B
71. B	72. D	73. A	74. C	75. C	76. B	77. C	78. A	79. D	80. A
81. B	82. B	83. B	84. B	85. C	86. D	87. B	88. D	89. A	90. A
91. B	92. D	93. D	94. A	95. C	96. C	97. D	98. B	99. C	100. C
101. C	102. B	103. C	104. B	105. D	106. D	107. A	108. A	109. A	110. B
111. D	112. B	113. D	114. B	115. B	116. D	117. D	118. D	119. C	120. C
121. C	122. A	123. B	124. D	125. A	126. A	127. C	128. C	129. A	130. D
131. A	132. D	133. C	134. B	135. D	136. A	137. D	138. C	139. D	140. A
141. C	142. B	143. A	144. B	145. A	146. A	147. B	148. A	149. A	150. B
151. A	152. B	153. B	154. B	155. B	156. B	157. D	158. A	159. A	160. D
161. C	162. C	163. A	164. C	165. D	166. A	167. A	168. D	169. D	170. C
171. A	172. B	173. B	174. B	175. D	176. C	177. A	178. C	179. A	180. D
181. D	182. D	183. D	184. D	185. C	186. B	187. A	188. A	189. D	190. C
191. A	192. D	193. A	194. C	195. B	196. D	197. A	198. A	199. A	200. D
201. D	202. A	203. A	204. B	205. B	206. C	207. A	208. D	209. C	210. C
211. A	212. A	213. A	214. C	215. C	216. C	217. C	218. C	219. A	220. C
221. A	222. A	223. B	224. A	225. A	226. A	227. A	228. C	229. D	230. A
231. B	232. A	233. D	234. A	235. B	236. B	237. A	238. B	239. A	240. C
241. C	242. A	243. A	244. D	245. B	246. B	247. A	248. B	249. A	250. D
251. C	252. A	253. A	254. A	255. A	256. C	257. A	258. A	259. C	260. C
261. A	262. D	263. D	264. A	265. B	266. A	267. A	268. D	269. A	270. D
271. C	272. B	273. B	274. C	275. C	276. D	277. C	278. A	279. D	280. A
281. B	282. C	283. D	284. A	285. A	286. D	287. B	288. B	289. D	290. C
291. A	292. D	293. D	294. D	295. C	296. C	297. D	298. B	299. D	300. A
301. B	302. D	303. B	304. C	305. A	306. C	307. B	308. D	309. C	310. B
311. D	312. B	313. A	314. A	315. C	316. D	317. A	318. B	319. A	320. D
321. C	322. D	323. A	324. B	325. D	326. D	327. A	328. C	329. D	330. A
331. B	332. A	333. C	334. C	335. D	336. C	337. B	338. C	339. B	340. D
341. B	342. B	343. B	344. D	345. B	346. A	347. B	348. D	349. A	350. C
351. B	352. B	353. C	354. D	355. A	356. D	357. C	358. C	359. C	360. B
361. A	362. A	363. D	364. A	365. B	366. C	367. C	368. B	369. A	370. B
371. C	372. D	373. D	374. A	375. B	376. B	377. B	378. B	379. C	380. C
381. C	382. B	383. C	384. D	385. B	386. A	387. A	388. B	389. A	390. B
391. B	392. A	393. A	394. D	395. A	396. C	397. D	398. C	399. B	400. B
401. D	402. B	403. A	404. D	405. A	406. B	407. B	408. B	409. C	410. D

411. B	412. C	413. B	414. B	415. C	416. C	417. C	418. C	419. C	420. A
421. B	422. D	423. A	424. A	425. D	426. D	427. D	428. A	429. D	430. D
431. D	432. C	433. A	434. B	435. D	436. B	437. D	438. A	439. D	440. D
441. D	442. C	443. C	444. B	445. B	446. C	447. B	448. D	449. A	450. B
451. B	452. D	453. B	454. D	455. B	456. B	457. A	458. A	459. A	460. C
461. C	462. B	463. C	464. C	465. D	466. D	467. B	468. D	469. B	470. C
471. A	472. C	473. B	474. D	475. B	476. A	477. A	478. C	479. C	480. D
481. C	482. B	483. C	484. C	485. A	486. D	487. A	488. C	489. A	490. A
491. B	492. D	493. B	494. C	495. D	496. A	497. A	498. D	499. A	500. A
501. D	502. A	503. C	504. A	505. B	506. D	507. B	508. A	509. B	510. B
511. C	512. D	513. D	514. B	515. B	516. A	517. C	518. B	519. A	520. C
521. A	522. A	523. C	524. B	525. D	526. A	527. C	528. C	529. A	530. D
531. D	532. B	533. D	534. D	535. C	536. A	537. D	538. D	539. D	540. C
541. D	542. C	543. B	544. C	545. D	546. C	547. B	548. A	549. A	550. D
551. C	552. D	553. D	554. C	555. C	556. A	557. D	558. D	559. A	560. D
561. D	562. A	563. B	564. B	565. B	566. B	567. D	568. D	569. B	570. C
571. B	572. D	573. C	574. B	575. D	576. A	577. D	578. D	579. A	580. C
581. C	582. A	583. C	584. A	585. C	586. C	587. D	588. C	589. B	590. D
591. B	592. A	593. C	594. C	595. A	596. B	597. B	598. D	599. A	600. A