

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI 2018

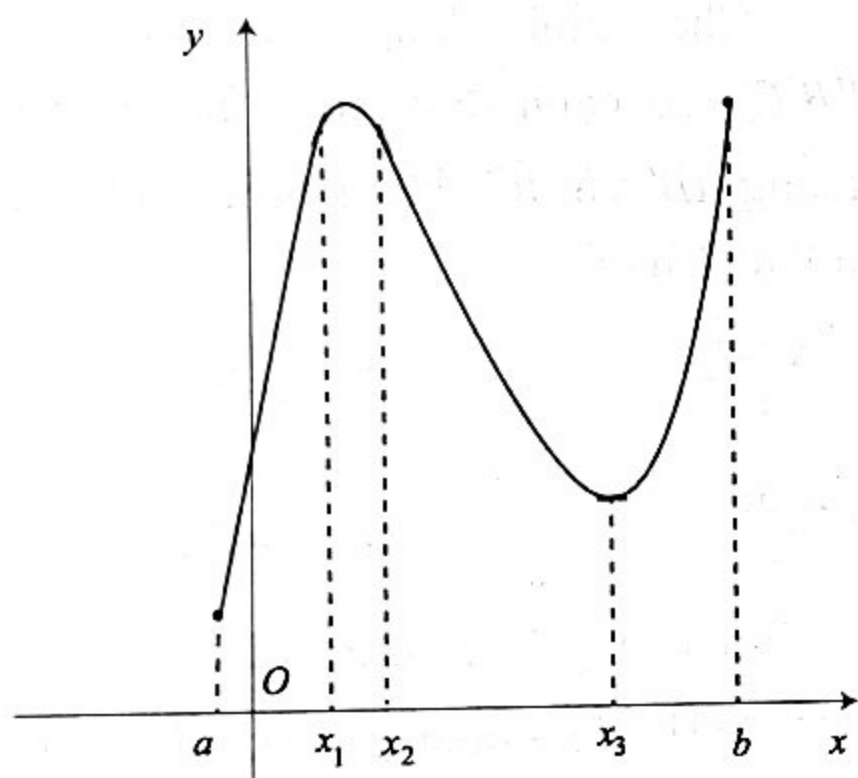
ĐỀ SỐ 6

(Thời gian làm bài: 90 phút)

Câu 1. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và xét hai số phức $\alpha = z^2 + (\bar{z})^2$ và $\beta = 2z\bar{z} + i(z - \bar{z})$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

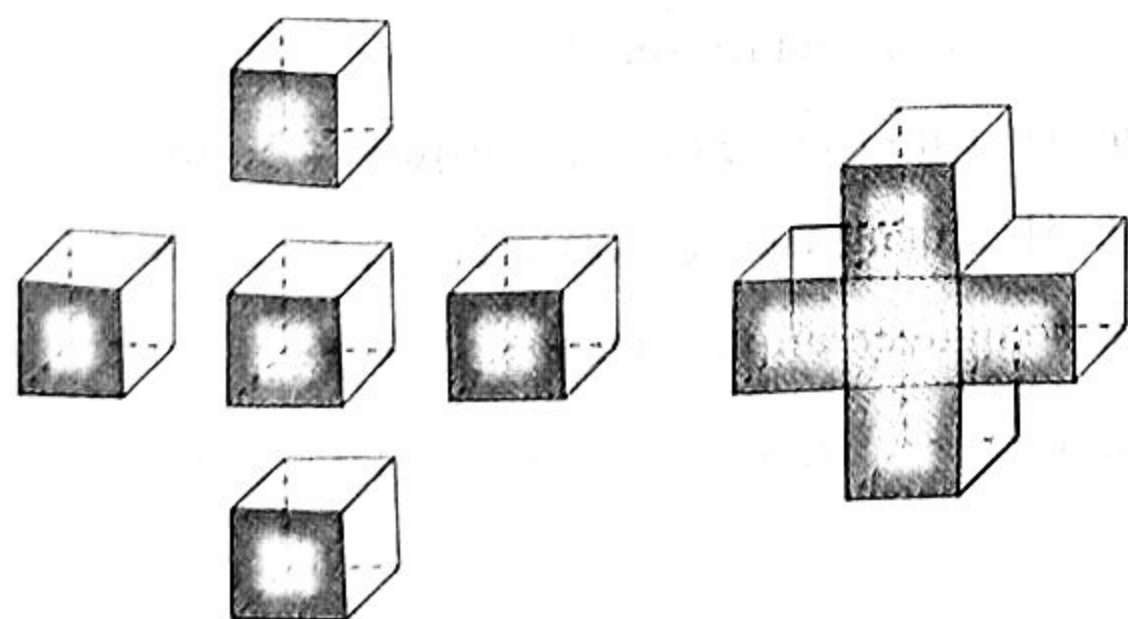
- A. α là số thực, β là số thực.
- B. α là số ảo, β là số thực.
- C. α là số thực, β là số ảo.
- D. α là số ảo, β là số ảo.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trong khoảng $(a; b)$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là sai?



- A. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a; b)$.
- B. $f'(x_1) > 0$.
- C. $f'(x_2) > 0$.
- D. $f'(x_3) = 0$.

Câu 3. Người ta ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập như hình dưới. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập đó.



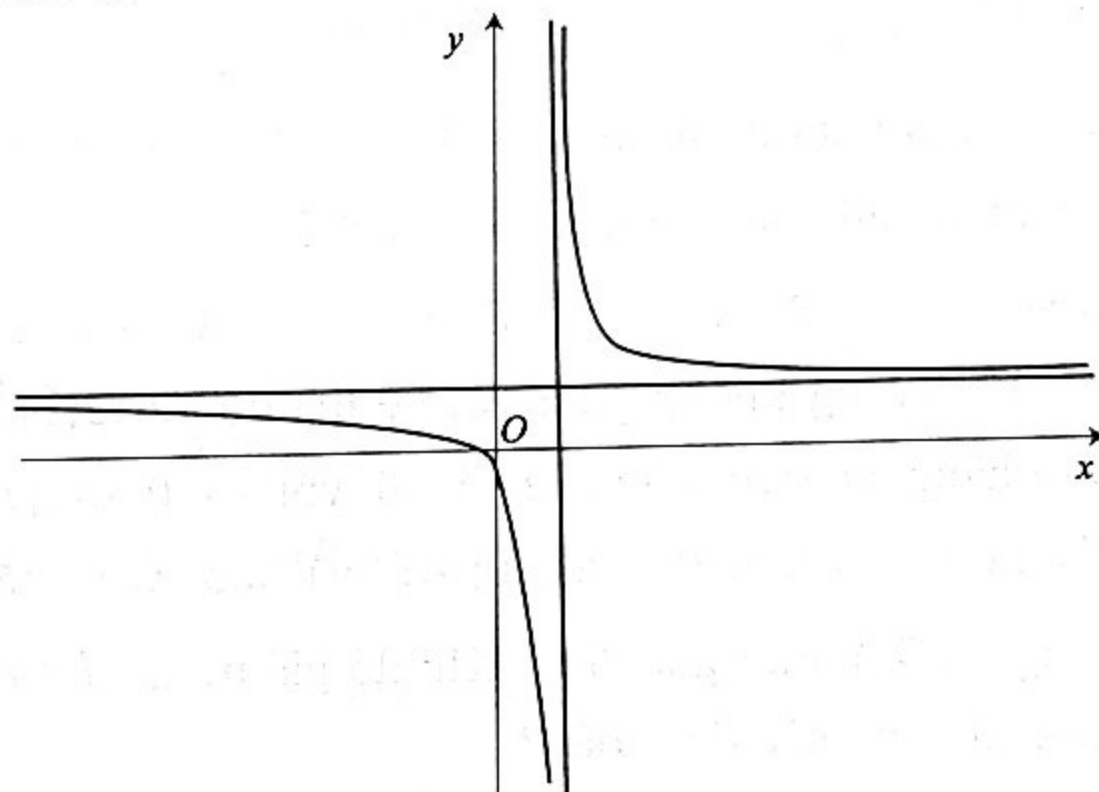
A. $S_{tp} = 20a^2$.

B. $S_{tp} = 12a^2$.

C. $S_{tp} = 30a^2$.

D. $S_{tp} = 22a^2$.

Câu 4.



Cho hàm số $y = \frac{bx - c}{x - a}$ ($a \neq 0$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình trên. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.
- B. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.
- C. $a < 0, b > 0, c - ab < 0$.
- D. $a < 0, b < 0, c - ab > 0$.

Câu 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_2 5} = 4; b^{\log_4 6} = 16; c^{\log_7 3} = 49$. Tính giá trị

$$T = a^{\log_2^2 5} + b^{\log_4^2 6} + 3c^{\log_7^2 3}$$

- A. $T = 126$.
- B. $T = 5 + 2\sqrt{3}$.
- C. $T = 88$.
- D. $T = 3 - 2\sqrt{3}$.

Câu 6. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?

- A. Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^b > b^a$.
- B. Với mọi $a > b > 1$, ta có $\log_a b < \log_b a$.
- C. Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^{a-b} > b^{b-a}$.
- D. Với mọi $a > b > 1$, ta có $\log_a \frac{a+b}{2} < 1$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1), B(-1; 1; 0), C(1; 3; 2)$.

Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ \vec{a} nào dưới đây làm một vectơ chỉ phương?

- A. $\vec{a} = (1; 1; 0)$. B. $\vec{a} = (-2; 2; 2)$.
 C. $\vec{a} = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{a} = (-1; 1; 0)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

- A. $f(x) = 3^x$. B. $g(x) = \log_3 x$.
 C. $h(x) = \frac{1}{x+1}$. D. $k(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$.

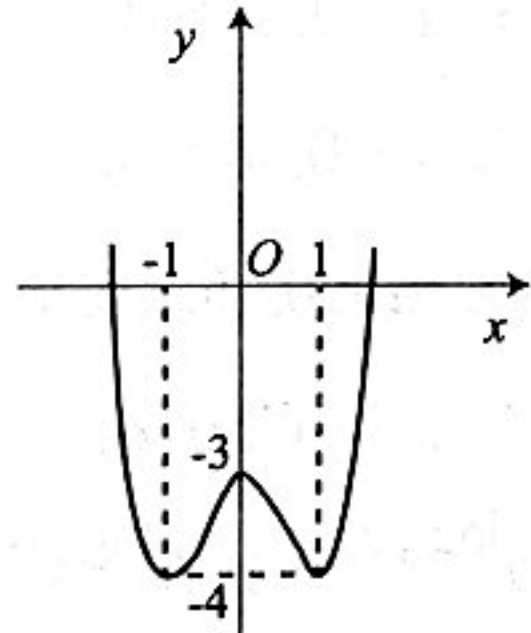
Câu 9. Bất phương trình $(3^x - 1)(x^2 + 3x - 4) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên nhỏ hơn 6?

- A. 9. B. 5. C. 7. D. Vô số.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Khi đó giá trị $a + b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 3)$. B. $(3; 5)$. C. $(5; 8)$. D. $(8; 11)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.



- A. $-4 < m < -3$.
 B. $0 < m < 3$.
 C. $m > 4$.
 D. $3 < m < 4$.

Câu 12. Tính nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = e^x \left(2017 - \frac{2018e^{-x}}{x^5} \right)$$

- A. $\int f(x) = 2017e^x + \frac{2018}{x^4} + C$.
 B. $\int f(x) = 2017e^x + \frac{504,5}{x^4} + C$.
 C. $\int f(x) = 2017e^x - \frac{504,5}{x^4} + C$.
 D. $\int f(x) = 2017e^x - \frac{2018}{x^4} + C$.

Câu 13. Tìm giá trị dương của k để

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(3k+1)x^2+1}}{x} = 9f'(2) \text{ với } f(x) = \ln(x^2+5).$$

- A. $k = 12$. B. $k = 2$. C. $k = 5$. D. $k = 9$.

Câu 14. Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý. Trong bốn mệnh đề dưới đây có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- (I). Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
 (II). Nếu $f'(x_0) = 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0 .
 (III). Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x) > 0$ thì $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .
 (IV). Nếu $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 thì $f''(x) < 0$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- A. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $V = 2\sqrt{3}a^3$.
 C. $V = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $V = 2\sqrt{6}a^3$.

Câu 16. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = 2x^3 - x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $[1; 2]$.

- A. $m > -8$. B. $m \geq -1$. C. $m \leq -8$. D. $m < -1$.

Câu 17. Kết quả (b, c) của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm?

- A. $\frac{7}{12}$. B. $\frac{23}{36}$. C. $\frac{17}{36}$. D. $\frac{5}{36}$.

Câu 18. Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = (x-6)\sqrt{x^2+4}$ trên đoạn $[0; 3]$ có dạng $a - b\sqrt{c}$ với a là số nguyên và b, c là các số nguyên dương. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 4$. B. $S = -2$. C. $S = -22$. D. $S = 5$.

Câu 19. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a + (b-1)i = \frac{1+3i}{1-2i}$. Giá trị nào dưới đây là môđun của z ?

- A. 5. B. 1. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 20. Biết $\int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x+2} dx = \frac{1}{a} + b \ln \frac{3}{2}$ ($a, b > 0$).

Tìm các giá trị k để $\int_8^{ab} dx < \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(k^2+1)x+2017}{x+2018}$.

- A. $k < 0$. B. $k \neq 0$. C. $k > 0$. D. $k \in \mathbb{R}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a, AB = BC = a$. Gọi M là điểm thuộc AB sao cho $AM = \frac{2a}{3}$. Tính khoảng cách d từ điểm S đến đường thẳng CM .

- A. $d = \frac{2a\sqrt{110}}{5}$. B. $d = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.
C. $d = \frac{a\sqrt{110}}{5}$. D. $d = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 22. Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng 4,2m. Trong số các cây đó có 2 cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40cm, 6 cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng loại sơn giả đá, biết giá thuê là 380000/1m² (kể cả vật liệu sơn và phần thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi = 3,14159$).

- A. $\approx 11.833.000$. B. $\approx 12.521.000$.
C. $\approx 10.400.000$. D. $\approx 15.642.000$.

Câu 23. Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

$$d(t) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) + 12, t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

Vào ngày nào trong năm thì thành phố X có nhiều giờ có ánh sáng nhất?

- A. 262. B. 353. C. 80. D. 171.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng

(P): $x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc mặt phẳng (P) có dạng là $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + b = c$. B. $a + b + c = 5$.
C. $a \in (b; c)$. D. $a + b > c$.

Câu 25. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng

$1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

- A. 489888. B. 49888.
C. 48988. D. 4889888.

Câu 26. Cho phương trình

$$8^{x+1} + 8.(0,5)^{3x} + 3.2^{x+3} = 125 - 24.(0,5)^x.$$

Khi đặt $t = 2^x + \frac{1}{2^x}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào dưới đây?

- A. $8t^3 - 3t - 12 = 0$. B. $8t^3 + 3t^2 - t - 10 = 0$.
C. $8t^3 - 125 = 0$. D. $8t^3 + t - 36 = 0$.

Câu 27. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-3; 2), B(1; 1), C(2; -4)$. Gọi $A'(x_1; y_1), B'(x_2; y_2), C'(x_3; y_3)$ lần lượt là ảnh của A, B, C qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -\frac{1}{3}$.

Tính $S = x_1x_2x_3 + y_1y_2y_3$.

- A. $S = 1$. B. $S = -6$. C. $S = \frac{2}{3}$. D. $S = \frac{14}{27}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình

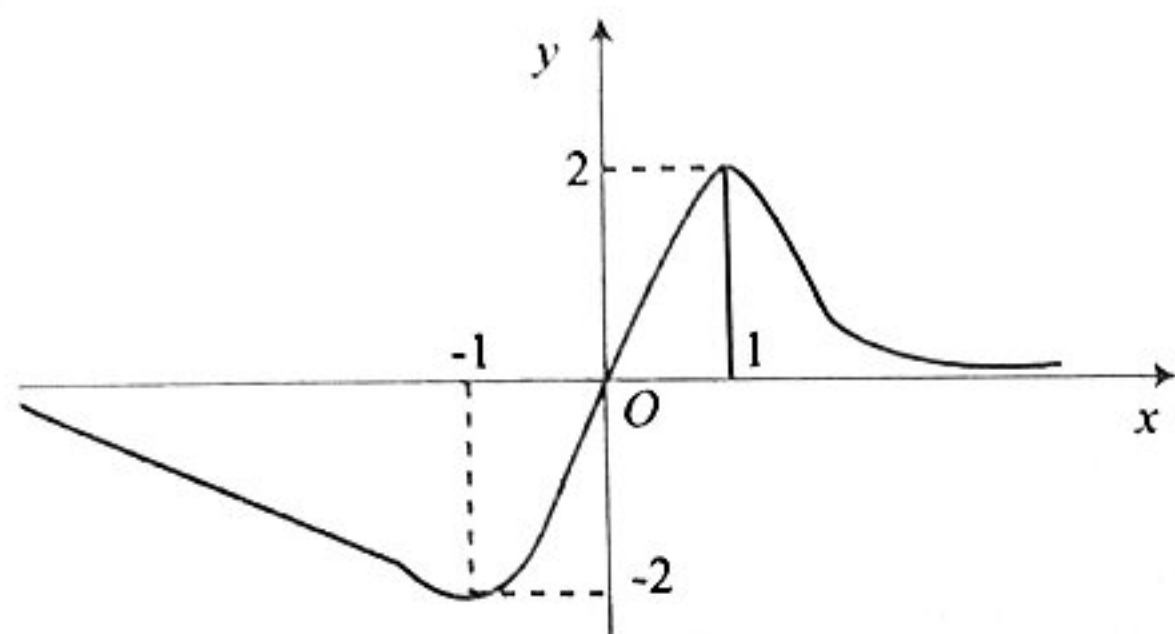
đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của cạnh MN .

- A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$. B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = \sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$. B. $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 1$.
 C. $y \cdot y'' - (y')^2 = 1$. D. $(y')^2 + y \cdot y'' = 1$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị như hình dưới:



Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt dương.

- A. $m > 1$. B. $0 < m < 1$.
 C. $m < 0$. D. $0 < m < 2$.

Câu 31. Giả sử a, b, c là các số nguyên thỏa mãn

$$\int_0^4 \frac{2x^2 + 4x + 1}{\sqrt{2x+1}} dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (au^4 + bu^2 + c) du, \text{ trong đó}$$

$u = \sqrt{2x+1}$. Tính giá trị $S = a + b + c$.

- A. $S = 3$. B. $S = 0$. C. $S = 1$. D. $S = 2$.

Câu 32. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, trục hoành và đường thẳng $x = e$.

Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $S = \frac{\pi}{2}$. B. $S = \frac{\pi}{3}$. C. $S = \frac{\pi}{6}$. D. $S = \pi$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả tính diện tích toàn phần

S_{tp} của khối nón đó có dạng bằng $\frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{b} + c)$

với b và c là hai số nguyên dương và $b > 1$. Tính $b \cdot c$.

- A. $b \cdot c = 5$. B. $b \cdot c = 8$. C. $b \cdot c = 15$. D. $b \cdot c = 7$.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình

$$2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$$

có dạng là đoạn $S = [a; b]$. Giá trị $b - 2a$ thuộc khoảng nào dưới

đây?

- A. $(3; \sqrt{10})$. B. $(-4; 2)$.
 C. $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$. D. $(\frac{2}{9}; \frac{49}{5})$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x+1 = m\sqrt{2x^2+1}$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{6}}{6}$. B. $m < \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 C. $m > \frac{\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 36. Tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$, $f(2) = 2018$. Tính

$$S = f(3) - f(-1).$$

- A. $S = 1$. B. $S = \ln 2$.
 C. $S = \ln 4035$. D. $S = 4$.

Câu 38. Cho A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_0, z_1 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì (O là gốc tọa độ)? Chọn phương án đúng và đầy đủ nhất.

- A. Cân tại O . B. Vuông cân tại O .
 C. Đều. D. Vuông tại O .

Câu 39. Cho hàm $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 11x + \sin x$ và u, v là hai số thỏa mãn $u < v$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $f(u) < f(3v \cdot \log e)$. B. $f(u) > f(3v \cdot \log e)$.
 C. $f(u) = f(v)$. D. Cả 3 khẳng định trên đều sai.

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 2; 2)$, $C(-2; 3; 1)$ và đường

thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Tìm điểm M thuộc d

để thể tích V của tứ diện $MABC$ bằng 3.

A. $M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; -\frac{11}{2}\right); M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(-\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right)$.

C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right)$.

D. $M\left(\frac{3}{5}; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right); M\left(\frac{15}{2}; \frac{9}{4}; \frac{11}{2}\right)$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} & \text{khi } 0 < x < x_0 \\ x^2 + 12 & \text{khi } x \geq x_0 \end{cases}$.

Biết rằng ta luôn tìm được một số dương x_0 và một số thực a để hàm số f có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$. Tính giá trị $S = x_0 + a$.

A. $S = 2(3 - 2\sqrt{2})$. B. $S = 2(1 + 4\sqrt{2})$.

C. $S = 2(3 - 4\sqrt{2})$. D. $S = 2(3 + 2\sqrt{2})$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$.

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 30° . Tính tỉ số $\frac{3V}{a^3}$ biết V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{12}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$, với z là số phức khác 0 và thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tính $2M - m$.

A. $2M - m = \frac{3}{2}$. B. $2M - m = \frac{5}{2}$.

C. $2M - m = 10$. D. $2M - m = 6$.

Câu 46. Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $b < c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC , quanh cạnh AC , quanh cạnh AB , ta được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S_b > S_c > S_a$.

B. $S_b > S_a > S_c$.

C. $S_c > S_a > S_b$.

D. $S_a > S_c > S_b$.

Câu 47. Cho năm số a, b, c, d, e tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0,

biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị $|S|$ với $S = abcde$.

A. $|S| = 42$.

B. $|S| = 62$.

C. $|S| = 32$.

D. $|S| = 52$.

Câu 48. Với giá trị lớn nhất của a bằng bao nhiêu để phương trình $a \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3a \cos^2 x = 2$ có nghiệm?

A. 2. B. $\frac{11}{3}$. C. 4. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 49. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 4n + 3, \forall n \geq 2$. Biết

$$\lim \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018} n}}} = \frac{a^{2019} + b}{c}$$

với a, b, c là các số nguyên dương và $b < 2019$.

Tính giá trị $S = a + b - c$.

A. $S = -1$.

B. $S = 0$.

C. $S = 2017$.

D. $S = 2018$.

Câu 50. Biết luôn có hai số a và b để

$$F(x) = \frac{ax + b}{x + 4} \quad (4a - b \neq 0)$$

là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn:

$$2f^2(x) = (F(x) - 1)f'(x).$$

Khẳng định nào dưới đây đúng và đầy đủ nhất?

A. $a = 1, b = 4$.

B. $a = 1, b = -1$.

C. $a = 1, b \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

D. $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$.

PHẠM TRỌNG THU

(GV THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, Đồng Tháp)

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 6

1A	2C	3D	4B	5C	6A	7D	8B	9C	10A
11D	12B	13C	14A	15D	16B	17C	18A	19D	20B
21C	22A	23D	24B	25A	26C	27D	28B	29A	30C
31D	32B	33A	34C	35D	36B	37A	38C	39B	40D
41A	42B	43C	44D	45B	46A	47C	48D	49B	50C

Câu 1. $\alpha = 2(a^2 - b^2) \in \mathbb{R}$, $\beta = 2(a^2 + b^2) - 2b \in \mathbb{R}$.

Câu 3. Diện tích mỗi mặt khối lập phương: $S_1 = a^2$.

Diện tích toàn phần khối lập phương: $S_2 = 6a^2$.

Diện tích toàn phần khối chữ thập:

$$S_{tp} = 5S_2 - 8S_1 = 22a^2.$$

Câu 4. Dựa vào đồ thị suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = a > 0$ và một tiệm cận ngang $y = b > 0$. Mặt khác, ta thấy dạng đồ thị hàm số là một đường cong đi xuống từ trái sang phải trên các khoảng xác định của nó nên:

$$y' = \frac{c-ab}{(x-a)^2} < 0, \forall x \neq a \Rightarrow c-ab < 0.$$

Câu 5. $T = (a^{\log_2 5})^{\log_2 5} + (b^{\log_4 6})^{\log_4 6} + 3(c^{\log_7 3})^{\log_7 3}$
 $= 4^{\log_2 5} + 16^{\log_4 6} + 3 \cdot 49^{\log_7 3} = 5^2 + 6^2 + 3^3 = 88.$

Câu 6. Khẳng định: Với mọi $a > b > 1$, ta có $a^b > b^a$ là sai ví dụ ta thử $a = 31$, $b = 3$ thì sẽ thấy.

Câu 9. BPT có tập nghiệm là: $S = (-4; 0) \cup (1; +\infty)$.

Do $x \in \mathbb{Z}$ và $x < 6 \Rightarrow x \in \{-3; -2; -1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 10. Phương trình mp (yOz) là $x = 0$. Từ giả

thiết có: $b-1=0$, $a-1=0$ và $\frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + c \cdot 0|}{\sqrt{2+c^2}} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow a=b=1, c=-\sqrt{2} \Rightarrow a+b+c = 2-\sqrt{2} \in (0; 3).$$

Câu 13. $f'(x) = \frac{(x^2+5)'}{x^2+5} = \frac{2x}{x^2+5}$, $f'(2) = \frac{4}{9}$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(3k+1)x^2+1}}{x} = 9f'(2)$

$$\Rightarrow \sqrt{3k+1} = 9 \cdot \frac{4}{9} \Rightarrow k = 5.$$

Câu 15. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và I là trung điểm của $A'C'$. Ta có:

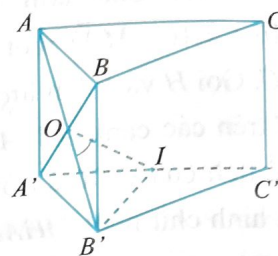
$$\widehat{B'OI} = (\widehat{AB'}, \widehat{BC'}) = 60^\circ.$$

Mặt khác $OB' = \frac{AB'}{2} = \frac{BC'}{2} = OI$ nên $\Delta B'OI$ đều.

Suy ra $AB' = 2OB' = 2B'I = 2\left(\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right) = 2a\sqrt{3}$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều nên tam giác $AA'B'$ vuông tại A' và có

$$AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = \sqrt{12a^2 - 4a^2} = 2a\sqrt{2}.$$



Thể tích của khối lăng trụ đã

cho là: $V = AA' \cdot S_{ABC} = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = 2\sqrt{6}a^3$.

Câu 16. $y' = (3x^2 - 2x + m)2^{x^3-x^2+mx+1} \ln 2$.

ycbt $\Leftrightarrow 3x^2 - 2x + m \geq 0, \forall x \in [1; 2]$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{x \in [1; 2]} g(x) = g(1) = -1, g(x) = -3x^2 + 2x.$$

Câu 17. Nhắc lại: Xác suất của biến cố A được định nghĩa $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$, với $n(A)$ là số phần tử

của A , $n(\Omega)$ là số các kết quả có thể xảy ra của phép thử. Số phần tử của không gian mẫu là

$$n(\Omega) = 36. \text{ Gọi } A \text{ là biến cố " } b^2 - 4c < 0 \text{ ", ta có}$$

$$A = \{(1, 1); \dots; (1, 6); (2, 2); \dots; (2, 6); (3, 3); \dots; (3, 6); (4, 5); (4, 6)\}.$$

Suy ra $n(A) = 17$. Vậy xác suất để phương trình bậc

hai $x^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm là $\frac{17}{36}$.

Câu 18. $0 = f'(x) = \frac{2x^2 - 6x + 4}{\sqrt{x^2 + 4}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 3] \\ x = 2 \in [0; 3] \end{cases}$

$$f(0) = -12, f(3) = -3\sqrt{13}, f(1) = -5\sqrt{5}, f(2) = -8\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow m + M = -12 - 3\sqrt{13} = a - b\sqrt{c}$$

$$\Rightarrow S = a + b + c = -12 + 3 + 13 = 4.$$

Câu 19. $a + bi = \frac{1+3i}{1-2i} + i = \frac{3+4i}{1-2i} = -1 + 2i.$

Từ đó có $a = -1, b = 2 \Rightarrow |z| = \sqrt{5}$.

Câu 20. $\frac{1}{a} + b \ln \frac{3}{2} = \int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{x+2} dx$

$$= \int_0^1 \left(x^2 + \frac{3}{x+2} \right) dx = \frac{1}{3} + 3 \ln \frac{3}{2}$$

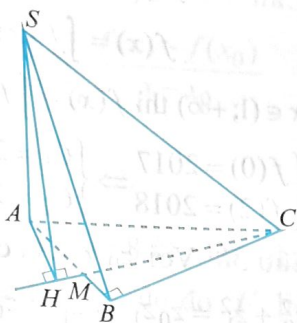
Suy ra: $ab - 8 < k^2 + 1 \Rightarrow 3 \cdot 3 - 8 < k^2 + 1 \Rightarrow k \neq 0$.

Câu 21. Trong mặt phẳng (ABC) , kẻ $AH \perp CM$ tại H .

Ta có:

$$\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ CM \perp AH \end{cases} \Rightarrow CM \perp SH.$$

Do đó khoảng cách d từ điểm S đến đường thẳng CM là độ dài đoạn SH . $\triangle BCM$ vuông tại B có:



$$CM = \sqrt{BC^2 + BM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{3}$$

Từ hai tam giác vuông đồng dạng AHM và CBM , ta

$$\text{suy ra } AH = \frac{AM \cdot BC}{CM} = \frac{a\sqrt{10}}{5}. \triangle SAH \text{ vuông tại } A,$$

$$\text{có: } SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \frac{\sqrt{110}}{5}$$

Câu 22. Tổng diện tích cần phải sơn là:

$$\begin{aligned} S_{xq} &= 2(2\pi r_1 h) + 6(2\pi r_2 h) \\ &= 2[2\pi \cdot (0,2)(4,2)] + 6[2\pi \cdot (0,13) \cdot (4,2)] \\ &\approx 31,1394 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Vậy số tiền chủ nhà phải chi trả để sơn 8 cây cột nhà là $380000 \times 31,1394 \approx 11833000$ đồng.

Câu 23. Để thành phố X có nhiều giờ có ánh sáng nhất thì $\sin\left(\frac{\pi}{182}(t-80)\right) = 1 \Rightarrow t = 171$.

Câu 24. Ta có $\overline{AB} = (-3; -3; 2)$ và mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$, $(P) \perp (Q) \Rightarrow$ mặt phẳng (Q) có VTPT là $\vec{n}_Q = [\vec{n}_P, \overline{AB}] = -4(0; 2; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) là $2y + 3z - 11 = 0$.
 $\Rightarrow a + b + c = 0 + 2 + 3 = 5$.

Câu 25. Xét khai triển $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k$, đạo hàm hai vế được $n(1+x)^{n-1} = \sum_{k=0}^n k C_n^k x^{k-1}$.

Chọn $x=1$ ta được $n \cdot 2^{n-1} = \sum_{k=0}^n k C_n^k$. Kết hợp giả

thiết có $n \cdot 2^{n-1} = 256n \Rightarrow n = 9$. Với $n = 9$ ta có:

$$\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k 2^{9-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{18-3k}$$

Suy ra: $18 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 6$. Vậy số hạng cần tìm là: $2^3 \cdot 3^6 \cdot C_9^6 = 489888$.

Câu 26. PT đã cho viết lại

$$8\left(8x + \frac{1}{8x}\right) + 24\left(2x + \frac{1}{2x}\right) - 125 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2x + \frac{1}{2x} \Rightarrow t^3 = \left(2x + \frac{1}{2x}\right)^3 = 8x + \frac{1}{8x} + 3t$$

Từ đó cho ta $8t^3 - 125 = 0$.

Câu 27. Theo định nghĩa phép vị tự, ta có:

$$\overline{OA'} = -\frac{1}{3}\overline{OA}, \overline{OB'} = -\frac{1}{3}\overline{OB}, \overline{OC'} = -\frac{1}{3}\overline{OC}.$$

Vi $\overline{OA} = (-3; 2)$ nên $\overline{OA'} = \left(1; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow A' \left(1; -\frac{2}{3}\right)$.

Tương tự $B' \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$, $C' \left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

$$\text{Từ đó } S = 1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{14}{27}$$

Câu 28. $N \in d \Rightarrow N(2t-2; t+1; -t+1)$.

Theo giả thiết $A(1; 3; 2)$ là trung điểm của cạnh $MN \Rightarrow M(4-2t; 5-t; t+3)$.

Mà $M \in (P) \Rightarrow t = -2 \Rightarrow N(-6; -1; 3)$. Đường thẳng Δ qua $N(-6; -1; 3)$ và nhận $\overline{NA} = (7; 4; -1)$ là một

$$\text{VTCP, suy ra } \Delta: \frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$$

Câu 29. Ta có:

$$y' = \frac{(1+3x-x^2)'}{2\sqrt{1+3x-x^2}} = \frac{3-2x}{2\sqrt{1+3x-x^2}} \Rightarrow 2yy' = 3-2x$$

Lấy đạo hàm hai vế của đẳng thức trên ta được:
 $2(y' \cdot y' + y'' \cdot y) = -2$ hay $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$.

Câu 30. Phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}} < 2$
 $\Leftrightarrow 2m+1 < 1 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 31. Đặt $u = \sqrt{2x+1} \Rightarrow x = \frac{u^2-1}{2} \Rightarrow udu = dx$,

$$2x^2 + 4x + 1 = \frac{u^4 + 2u^2 - 1}{2}$$

$$\text{Ta được: } \int_0^4 \frac{2x^2 + 4x + 1}{\sqrt{2x+1}} dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (au^4 + bu^2 + c) du,$$

với $a=1, b=2, c=-1 \Rightarrow a+b+c=2$.

Câu 32. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ và trục hoành là:

$$\frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \ln x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$V = \pi \int_1^e \left(\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\right)^2 dx = \pi \int_1^e \ln^2 x d(\ln x) = \frac{\pi}{3}.$$

Câu 33. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, khi đó O, O' lần lượt là đỉnh của khối nón và tâm của đường tròn đáy của khối nón. Khối nón có chiều cao $h = OO' = a$ và bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$. Diện tích toàn phần của khối nón đó

$$S_{tp} = S_{xq} + \pi r^2 = \pi r(l+r) = \pi r(\sqrt{h^2+r^2}+r) = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5}+1).$$

$$\text{Mà } S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{b}+c) \Rightarrow b.c = 5.1 = 5.$$

Câu 34. BPT đã cho tương đương với

$$98 + 28 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^x \leq 351 \sqrt{\left(\frac{2}{7}\right)^x}$$

Đặt $t = \sqrt{\left(\frac{2}{7}\right)^x}$, $t > 0$ thì bất phương trình trên trở

$$\text{thành } 28t^2 - 351t + 98 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{7} \leq t \leq \frac{49}{4}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{7}\right)^2 \leq \left(\frac{2}{7}\right)^x \leq \left(\frac{2}{7}\right)^{-4} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2.$$

Từ đó $b - 2a = 2 - 2(-4) = 10 \in (\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$.

Câu 35. Ta có:

$$x+1 = m\sqrt{2x^2+1} \Leftrightarrow \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}} = m \quad (*)$$

Lập bảng biến thiên hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}$ trên \mathbb{R}

và dựa vào bảng biến thiên đó, (*) có hai nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số

$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}$ tại hai điểm phân biệt tức là

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < m < \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 36. $0 = y' = 4x^3 - 4(m^2+1)x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m^2+1} \end{cases}$

\Rightarrow hàm số đã cho luôn có 3 điểm cực trị với mọi m .

Do hệ số $a = 1 > 0$, nên $x_{CT} = \pm\sqrt{m^2+1}$.

$$\Rightarrow y_{CT} = -(m^2+1)^2 + 2.$$

Vì $(m^2+1)^2 \geq 1 \Rightarrow y_{CT} \leq 1$. Vậy giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất bằng 1 khi $m = 0$.

Câu 37. $x \in (-\infty; 1)$ thì

$$f(x) = \int f'(x) dx = \ln(1-x) + C_1.$$

$$x \in (1; +\infty) \text{ thì } f(x) = \int f'(x) dx = \ln(x-1) + C_2.$$

$$\begin{cases} f(0) = 2017 \\ f(2) = 2018 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 2017 \\ C_2 = 2018 \end{cases}; S = f(3) - f(-1) = 1.$$

Câu 38. Với $z_0 \neq 0$, ta có

$$z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1 \Rightarrow z_1^2 = z_0(z_1 - z_0)$$

$$\Rightarrow |z_1|^2 = |z_0| |z_1 - z_0| \Rightarrow |z_1 - z_0| = \frac{|z_1|^2}{|z_0|} \quad (1)$$

$$\text{Với } z_1 \neq 0, \text{ ta có } z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1 \Rightarrow z_0^2 = z_1(z_0 - z_1)$$

$$\Rightarrow |z_0|^2 = |z_1| |z_0 - z_1| \Rightarrow |z_0 - z_1| = \frac{|z_0|^2}{|z_1|} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có } |z_0 - z_1| = \frac{|z_1|^2}{|z_0|} = \frac{|z_0|^2}{|z_1|}$$

$$\Rightarrow |z_0| = |z_1| = |z_1 - z_0| \Rightarrow OA = OB = AB$$

$\Rightarrow OAB$ là tam giác đều.

Câu 39. $f'(x) = -3x^2 + 4x - 9 + (\cos x - 2) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên \mathbb{R} . Do đó

$$u < v \Rightarrow u < 3v \log e \Rightarrow f(u) > f(3v \log e).$$

Câu 40. Đặt $t = \ln x \Rightarrow t \in (0; 1)$. Từ yêu cầu bài

$$\text{toán có } f'(t) = \frac{4-2m}{(t-2m)^2} > 0, \forall t \in (0; 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < 2 \\ 2m \leq 0 \\ 2m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m < 2 \end{cases}. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow m = 1.$$

Câu 41. $M \in d \Rightarrow M(2t+1; -t-2; 2t+3)$.

Phương trình mp(ABC) là: $x + 2y - 2z - 2 = 0$.

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{9}{2}$.

$$V = 3 \Rightarrow \frac{1}{3} d(M, (ABC)) \cdot S_{ABC} = 3 \Rightarrow d(M, (ABC)) = 2$$

$$\Rightarrow t = -\frac{5}{4} \text{ hoặc } t = -\frac{17}{4}.$$

Câu 42. Với mọi $x_0 > 0$, hàm số có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; x_0) \cup (x_0; +\infty)$.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{a}{2\sqrt{x}} & \text{khi } 0 < x < x_0 \\ 2x & \text{khi } x \geq x_0 \end{cases}.$$

$$f \text{ liên tục tại } x_0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$$

$$\Leftrightarrow a\sqrt{x_0} = x_0^2 + 12 \quad (1)$$

f có đạo hàm tại điểm x_0

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{2\sqrt{x_0}} = 2x_0 \quad (2)$$

Giải hệ (1), (2) được $x_0 = 2$ và $a = 8\sqrt{2}$. Dễ thấy khi đó đạo hàm f' liên tục tại x_0 ; do đó f' liên tục trên $(0; +\infty)$. Vậy $S = x_0 + a = 2(1 + 4\sqrt{2})$.

Câu 43. Gọi r là bán kính của đường tròn (T) , theo giả thiết đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$. nên $4\pi\sqrt{3} = 2\pi r \Rightarrow r = 2\sqrt{3}$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$. Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) là:

$$\frac{|2x_I + y_I - 2z_I + m|}{3} = \frac{|-6 + m|}{3} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 12 \end{cases}$$

Câu 44. Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

Ta có: $SB \perp BC, AB \perp BC \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = \widehat{SBA} = 30^\circ$
 $\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = \widehat{SBA} = 30^\circ$

$$\Rightarrow SA = AB \tan \widehat{SBA} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$V = \frac{1}{3}(2a)^2 \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{9} \Rightarrow \frac{3V}{a^3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

Câu 45. Ta có $P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \left| 1 + \frac{i}{z} \right|$ và

$$1 - \left| \frac{i}{z} \right| \leq \left| 1 + \frac{i}{z} \right| \leq 1 + \left| \frac{i}{z} \right| \text{ nên } 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|}$$

$$\text{Do } |z| \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|} \leq \frac{3}{2}$$

$$\text{từ đó } 2M - m = 2 \cdot \left(\frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Câu 46. Kẻ $AH \perp BC$. Ta có

$$S_b = \pi ca + \pi c^2 = \pi c(a+c), S_c = \pi b(a+b)$$

$$S_a = \pi \cdot AH \cdot b + \pi \cdot AH \cdot c = \pi \cdot AH(b+c) = \pi \cdot \frac{bc}{a} \cdot (b+c)$$

Vì $b < c \Rightarrow S_b > S_c$. Mặt khác

$$a > c \Rightarrow a^2 > c^2, ab > bc$$

$$\Rightarrow a^2 + ab > bc + c^2 \Rightarrow S_c > S_a. \text{ Vậy } S_b > S_c > S_a.$$

Câu 47. Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

$$a + b + c + d + e = a \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 40 \Rightarrow \frac{q^5 - 1}{q - 1} = \frac{40}{a} \quad (1)$$

Dễ thấy năm số $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ tạo thành một

cấp số nhân theo thứ tự đó với công bội $\frac{1}{q}$. Từ giả

$$\text{thiết ta có } 10 = \frac{q^5 - 1}{aq^4(q-1)} \Rightarrow \frac{q^5 - 1}{q-1} = 10aq^4 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $aq^2 = \pm 2$. Lại có $S = a^5 q^{10}$.

Vậy $|S| = 32$.

Câu 48. PT $\Leftrightarrow 2\sin 2x + a \cos 2x = 2 - 2a$.

PT có nghiệm $\Leftrightarrow 2^2 + a^2 \geq (2 - 2a)^2$

$$\Leftrightarrow 3a^2 - 8a \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{8}{3}$$

Câu 49. $u_k = u_{k-1} + 4(k-1) + 3$

$$= u_{k-2} + 4(k-2) + 4(k-1) + 2.3 = \dots$$

$$= u_1 + 4(1+2+\dots+k-1) + 3(k-1)$$

$$= (2k+3)(k-1)$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{u_{kn}}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(2kn+3)(kn-1)}}{n} = k\sqrt{2}. \text{ Do đó}$$

$$\frac{a^{2019} + b}{c} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{4n}} + \sqrt{u_{4^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{4^{2018} n}}}{\sqrt{u_n} + \sqrt{u_{2n}} + \sqrt{u_{2^2 n}} + \dots + \sqrt{u_{2^{2018} n}}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2}(1+4+4^2+\dots+4^{2018})}{\sqrt{2}(1+2+2^2+\dots+2^{2018})}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{2019} - 1}{4 - 1} = \frac{2^{2019} + 1}{3}$$

Từ đó $S = a + b - c = 2 + 1 - 3 = 0$.

Câu 50. $f(x) = F'(x) = \frac{4a-b}{(x+4)^2} = (4a-b)(x+4)^{-2}$

$$\Rightarrow f'(x) = -2(4a-b)(x+4)^{-3} = \frac{-2(4a-b)}{(x+4)^3}$$

Ta có $2f^2(x) = (F(x)-1)f'(x)$

$$\Leftrightarrow \frac{2(4a-b)^2}{(x+4)^4} = \frac{-2(4a-b)[(a-1)x+b-4]}{(x+4)^4}$$

$$\Leftrightarrow 4a-b = -(a-1)x-b+4 \quad (*) \text{ (do } x \neq -4, 4a-b \neq 0)$$

Biểu thức (*) đúng với mọi $x \neq -4$ nên có $a=1, b \in \mathbb{R}$. Do $4a-b \neq 0$ nên $a=1, b \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

PHẠM TRỌNG THƯ

(GV THPT chuyên Nguyễn Quang Diêu, Đồng Tháp)