TỔ TOÁN
TRƯỜNG THPT ĐÔNG HÀ

ĐỀ THI THỬ

KIỂM TRA CUỐI KỲ II
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:.. SBD:.....................

Câu 1. Hàm số nào dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$?

A. $y=\frac{x^4}{4}-1$. **B.** $y=\frac{x^4}{4}+2$. **C.** $y=3x^2$. **D.** $y=\frac{1}{4}x^4$.

Câu 2. Biết một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ là $F(x)=x^2+4x+1$. Khi đó, giá trị của hàm số $y=f(x)$ tại $x=3$ là.

A. $f(3)=30$. **B.** $f(3)=22$. **C.** $f(3)=10$. **D.** $f(3)=6$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}$ là hàm số nào sau đây?

A. $3e^x+C$. **B.** $\frac{1}{3}e^{3x}+C$. **C.** $\frac{1}{3}e^x+C$. **D.** $3e^{3x}+C$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}+\sin x$ là :

A. $\ln x-\cos x+C$. **B.** $-\frac{1}{x^2}-\cos x+C$. **C.** $\ln|x|+\cos x+C$. **D.** $\ln|x|-\cos x+C$.

Câu 5. Khi tính nguyên hàm $\int\frac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, bằng cách đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2(u^2-4)\mathrm{d}u$. **B.** $\int (u^2-4)\mathrm{d}u$. **C.** $\int (u^2-3)\mathrm{d}u$. **D.** $\int 2u(u^2-4)\mathrm{d}u$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x-1}$, $f(0)=2017$, $f(2)=2018$. Tính $S=f(3)-f(-1)$.

A. $S=\ln 4035$. **B.** $S=4$. **C.** $S=\ln 2$. **D.** $S=1$.

Câu 7. Cho $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=10$. Kết quả $\int_2^5\left[2-4f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. -32. **B.** -34. **C.** -36. **D.** -40.

Câu 8. Tính tích phân $I=\int_1^e\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx$

A. $I=\frac{1}{e}$ **B.** $I=\frac{1}{e}+1$ **C.** $I=1$ **D.** $I=e$

Câu 9. Cho $\int_4^5\frac{1-2x}{x^2-5x+6}dx=a\ln\frac{3}{2}+b\ln 2$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Mệnh đề nào đúng?

A. $2a+b=11$. **B.** $a+2b=-7$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a-2b=15$.

Câu 10. Cho $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=-1$; $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=5$. Tính $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1;2], f(-1)=8; f(2)=-1$. Tích phân $\int_{-1}^{2} f'(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 7. **C.** -9. **D.** 9.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $f(1)=4$. Tích phân $\int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $x^2f^2(x)+(2x-1)f(x)=xf'(x)-1$, với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ đồng thời thỏa $f(1)=-2$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$

A. $-\frac{\ln 2}{2}-1$. **B.** $-\ln 2-\frac{1}{2}$. **C.** $-\ln 2-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{\ln 2}{2}-\frac{3}{2}$.

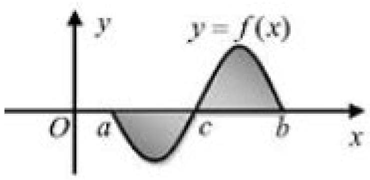
Câu 14. Viết công thức tính diện tích S của hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b\ (a<b)$.

A. $S=\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 15. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ là

A. $S=\frac{7}{3}$. **B.** $S=\frac{8}{3}$. **C.** $S=7$. **D.** $S=8$.

Câu 16. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a, x=b$. Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A. $S=\int_a^b f(x)dx$. **B.** $S=\left|\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx\right|$.

C. $S=-\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$. **D.** $S=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$.

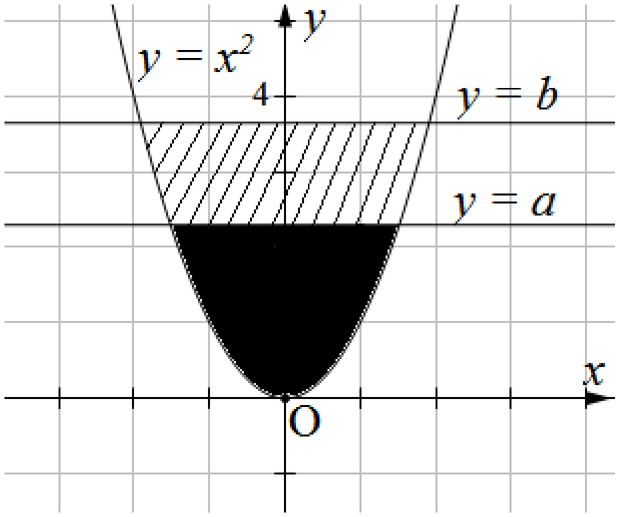
Câu 17. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x$ và đồ thị hàm số $y=x$.

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{81}{12}$. **C.** 11. **D.** $\frac{9}{2}$.

Câu 18. Trong hệ tọa độ Oxy, parabol $y=\frac{x^2}{2}$ chia đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ) bán kính $r=2\sqrt{2}$ thành 2 phần, diện tích phần nhỏ bằng:

A. $2\pi+\frac{3}{4}$. **B.** $2\pi+\frac{4}{3}$. **C.** $2\pi-\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 19. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a$, $y = b$ $(0 < a < b)$ (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1 = S_2$?



A. $b = \sqrt[3]{4}a$. **B.** $b = \sqrt[3]{2}a$. **C.** $b = \sqrt[3]{3}a$. **D.** $b = \sqrt[3]{6}a$.

Câu 20. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\tan x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{4}$ quanh trục hoành là

A. $V = \dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{\pi \ln 2}{2}$. **C.** $V = \dfrac{\pi^2}{4}$. **D.** $V = \dfrac{\pi}{4}$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức $z = \dfrac{z_2}{z_1}$.

A. $z = \dfrac{1}{5} + \dfrac{7}{5}i$. **B.** $z = \dfrac{1}{10} + \dfrac{7}{10}i$. **C.** $z = \dfrac{1}{5} - \dfrac{7}{5}i$. **D.** $z = -\dfrac{1}{10} + \dfrac{7}{10}i$.

Câu 22. Cho số phức $z = 2 + 4i$. Tìm số phức $w = iz + \overline{z}$.

A. $w = 2 + 2i$. **B.** $w = -2 - 2i$. **C.** $w = 2 - 2i$. **D.** $w = -2 + 2i$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5 + 5i$. **B.** $-5i$. **C.** $5 - 5i$. **D.** $-1 + i$.

Câu 24. Cho số phức $w = 3 - 5i$. Tìm số phức z biết $\overline{w} = (3 - 4i)\overline{z}$.

A. $z = \dfrac{11}{25} - \dfrac{27}{25}i$. **B.** $z = -\dfrac{11}{25} + \dfrac{27}{25}i$. **C.** $z = \dfrac{11}{25} + \dfrac{27}{25}i$. **D.** $z = -\dfrac{11}{25} - \dfrac{27}{25}i$.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = m - 1 + 3i$ và $z_2 = 2 - mi$ $(m \in \mathbb{R})$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $z_1.z_2$ là số thực.

A. $m \in \{-2; -3\}$. **B.** $m = \dfrac{2}{5}$. **C.** $m \in \{3; -2\}$. **D.** $m \in \{-3; 2\}$.

Câu 26. Cho số phức $z = 2 + i$. Phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là?

A. 2 và 1. **B.** 1 và 2 **C.** 2 .và i. **D.** i và 2.

Câu 27. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = -4 - 3i$. Tìm a, b.

A. $a = -4$, $b = -3i$. **B.** $a = -4$, $b = 3$. **C.** $a = -4$, $b = -3$. **D.** $a = 4$, $b = 3$.

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn: $(2 - 3i)z + (4 + i)\overline{z} = -(1 + 3i)^2$. Xác định phần thực và phần ảo của z.

A. Phần thực là -2; phần ảo là $5i$.
B. Phần thực là -2; phần ảo là 5.
C. Phần thực là -2; phần ảo là 3.
D. Phần thực là -3; phần ảo là $5i$.

Câu 29. Môđun của số phức $z=(2-3i)(1+i)^4$ là

A. $|z|=-8+12i$.
B. $|z|=\sqrt{13}$.
C. $|z|=4\sqrt{13}$.
D. $|z|=\sqrt{31}$.

Câu 30. Tính mô đun của số phức z biết $(1-2i)z=2+3i$.

A. $|z|=\dfrac{\sqrt{13}}{5}$.
B. $|z|=\dfrac{\sqrt{13}}{5}$.
C. $|z|=\dfrac{\sqrt{33}}{5}$.
D. $|z|=\dfrac{\sqrt{65}}{5}$.

Câu 31. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$. Khi đó $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2$ bằng

A. 2.
B. 4.
C. 1.
D. 0.

Câu 32. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-2z+2=0$ $(z\in\mathbb{C})$. Tính giá trị của biểu thức $P=2|z_1+z_2|+|z_1-z_2|$.

A. $P=3$.
B. $P=2\sqrt{2}+2$.
C. $P=\sqrt{2}+4$.
D. $P=6$.

Câu 33. Gọi z_1,z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Tính $P=z_1^4+z_2^4$.

A. $14i$.
B. $-14i$.
C. 14.
D. 14.

Câu 34. Trên mặt phẳng tạo độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|iz|$ là

A. Đường thẳng $y=2$.
B. Đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$.
C. Đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$.
D. Đường tròn tâm $I(0;\ 1)$.

Câu 35. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3i+5|=2$ và $|iz_2-1+2i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2iz_1+3z_2|$.

A. $\sqrt{313}+16$.
B. $\sqrt{313}$.
C. $\sqrt{313}+8$.
D. $\sqrt{313}+2\sqrt{5}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;1;-2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $A'(4;-1;2)$.
B. $A'(-4;-1;2)$.
C. $A'(4;-1;-2)$.
D. $A'(4;1;2)$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặ cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4$.

A. $I(1;0;-1)$, $R=2$.
B. $I(-1;0;1)$, $R=2$.
C. $I(1;0;-1)$, $R=4$.
D. $I(-1;0;1)$, $R=4$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-3;1;-6)$ và $N(3;5;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính MN.

A. $(S): x^2+(y-3)^2+(z-3)^2=22$.
B. $(S): x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=22$.
C. $(S): x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{22}$.
D. $(S): x^2+(y+3)^2+(z-3)^2=22$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.
B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.
D. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y+z-3=0$ **B.** $2x+y+1=0$ **C.** $x-y+z+3=0$ **D.** $2x+y-1=0$

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-3;-1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC?

A. $x-y+2z+9=0$. **B.** $x-y+2z-9=0$.

C. $2x+3y-6z-19=0$. **D.** $2x+3y+6z-19=0$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) cắt 3 trục tọa độ tại $M(3;0;0)$, $N(0;-4;0)$, $P(0;0;-2)$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $4x-3y-6z-12=0$. **B.** $4x-3y+6z+9=0$.

C. $\frac{x}{3}-\frac{y}{4}-\frac{z}{3}=1$. **D.** $-\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 43. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của (α)

A. $\vec{n}=(2;3;-4)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;4)$. **C.** $\vec{n}=(-2;3;4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;1)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox,Oy,Oz tại A,B,C (A,B,C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{81}{2}$. **B.** $\frac{243}{2}$. **C.** $\frac{81}{6}$. **D.** 243.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z+7=0$ và mặt cầu

$(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z-10=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π. Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?

A. $(6;0;1)$. **B.** $(-3;1;4)$. **C.** $(-2;-1;5)$. **D.** $(4;-1;-2)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng:

$d: \frac{x-3}{-2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+4}{3}$.

A. $\vec{b}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{c}=(3;1;-4)$. **C.** $\vec{d}=(-2;1;-3)$. **D.** $\vec{a}=(-2;-1;3)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x+y-3z-5=0$.

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3t \end{cases}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}$. Gọi Δ là một đường thẳng chứa trong (P), cắt và vuông góc với d. Vectơ $\vec{u}=(a;1;b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=2$. **D.** $S=4$.

Câu 49. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}, \quad \Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$$

A. Δ_1 song song với Δ_2. **B.** Δ_1 chéo với Δ_2. **C.** Δ_1 cắt Δ_2. **D.** Δ_1 trùng với Δ_2.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;2;-5)$, $B(-1;0;2)$. Biết điểm M thuộc Δ sao cho biểu thức $T = |MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất là $T_{\max}$. Khi đó, $T_{\max}$ bằng bao nhiêu?

A. $T_{\max} = 3$ **B.** $T_{\max} = 2\sqrt{6} - 3$ **C.** $T_{\max} = \sqrt{57}$ **D.** $T_{\max} = 3\sqrt{6}$

------------- HẾT -------------

TỔ TOÁN
TRƯỜNG THPT ĐÔNG HÀ

ĐỀ THI THỬ

KIỂM TRA CUỐI KỲ II
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN - Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi

Họ và tên thí sinh:.. SBD:.....................

Câu 1. Hàm số nào dưới đây **không** là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^3$?

A. $y=\dfrac{x^4}{4}-1$. **B.** $y=\dfrac{x^4}{4}+2$. **C.** $y=3x^2$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F\left(x\right)=\int x^3\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}+C$ nên các đáp án A, B, D đều đúng.

Câu 2. Biết một nguyên hàm của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $F\left(x\right)=x^2+4x+1$. Khi đó, giá trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ tại $x=3$ là.

A. $f\left(3\right)=30$. **B.** $f\left(3\right)=22$. **C.** $f\left(3\right)=10$. **D.** $f\left(3\right)=6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F'\left(x\right)=f\left(x\right)\Rightarrow f\left(x\right)=\left(x^2+4x+1\right)'=2x+4$.

$f\left(3\right)=2.3+4=10$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}$ là hàm số nào sau đây?

A. $3e^x+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}e^{3x}+C$. **C.** $\dfrac{1}{3}e^x+C$. **D.** $3e^{3x}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int e^{3x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}e^{3x}+C,$ với C là hằng số bất kì.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}+\sin x$ là :

A. $\ln x-\cos x+C$. **B.** $-\dfrac{1}{x^2}-\cos x+C$. **C.** $\ln\left|x\right|+\cos x+C$. **D.** $\ln\left|x\right|-\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\dfrac{1}{x}+\sin x\right)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x+\int\sin x\mathrm{d}x=\ln\left|x\right|-\cos x+C$.

Câu 5. Khi tính nguyên hàm $\int\dfrac{x-3}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$, bằng cách đặt $u=\sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào?

A. $\int 2\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **B.** $\int\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$. **C.** $\int\left(u^2-3\right)\mathrm{d}u$. **D.** $\int 2u\left(u^2-4\right)\mathrm{d}u$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u=\sqrt{x+1}\Rightarrow x=u^2-1\Rightarrow\mathrm{d}x=2u\,\mathrm{d}u$.

Khi đó $\int \frac{x-3}{\sqrt{x+1}} \mathrm{d}x$ trở thành $\int \frac{u^2-4}{u}.2u\,\mathrm{d}u = \int 2(u^2-4)\,\mathrm{d}u$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $R\setminus\{1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x-1}$, $f(0)=2017$, $f(2)=2018$. Tính $S=f(3)-f(-1)$.

A. $S=\ln 4035$. **B.** $S=4$. **C.** $S=\ln 2$. **D.** $S=1$.

Lời giải

Trên khoảng $(1;+\infty)$ ta có $\int f'(x)dx = \int \frac{1}{x-1}dx = \ln(x-1)+C_1 \Rightarrow f(x)=\ln(x-1)+C_1$.

Mà $f(2)=2018 \Rightarrow C_1=2023$.

Trên khoảng $(-\infty;1)$ ta có $\int f'(x)dx = \int \frac{1}{x-1}dx = \ln(1-x)+C_2 \Rightarrow f(x)=\ln(1-x)+C_2$.

Mà $f(0)=2017 \Rightarrow C_2=2022$.

Vậy $f(x)=\begin{cases}\ln(x-1)+2023 & \text{khi } x>1\\ \ln(1-x)+2022 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Suy ra $f(3)-f(-1)=1$.

Câu 7. Cho $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=10$. Kết quả $\int_2^5 [2-4f(x)]\mathrm{d}x$ bằng:

A. -32. **B.** -34. **C.** -36. **D.** -40.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_2^5 [2-4f(x)]\mathrm{d}x = \int_2^5 2\mathrm{d}x - 4\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 2x\Big|_2^5 + 4\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 6-4.10=-34$.

Câu 8. Tính tích phân $I=\int_1^e \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx$

A. $I=\frac{1}{e}$ **B.** $I=\frac{1}{e}+1$ **C.** $I=1$ **D.** $I=e$

Lời giải

Chọn A

$I=\int_1^e \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)dx = \left(\ln|x|+\frac{1}{x}\right)\Big|_1^e = \frac{1}{e}$.

Câu 9. Cho $\int_4^5 \frac{1-2x}{x^2-5x+6}dx = a\ln\frac{3}{2}+b\ln 2$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Mệnh đề nào đúng?

A. $2a+b=11$. **B.** $a+2b=-7$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a-2b=15$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $I=\int_4^5 \frac{1-2x}{x^2-5x+6}dx$

Ta có: $\frac{1-2x}{(x-2)(x-3)} = \frac{A}{x-2}+\frac{B}{x-3}$

$\Rightarrow 1-2x = A(x-3)+B(x-2)\ (1)$

Chọn $x=3$ thay vào (1) $\Rightarrow B=-5$

Chọn $x=2$ thay vào (1) $\Rightarrow A=3$

$\Rightarrow I=\int_4^5 \frac{3}{x-2}dx-\int_4^5 \frac{5}{x-3}dx = 3\ln(x-2)\Big|_4^5 - 5\ln(x-3)\Big|_4^5 = 3\ln\frac{3}{2}-5\ln 2$

$\Rightarrow a=3, b=-5 \Rightarrow a+2b=3-10=-7$.

Câu 10. Cho $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=-1$; $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=5$. Tính $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$

A. 1. **B.** 4. **<u>C</u>.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x \Rightarrow \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x-\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 5+1=6$

Vậy $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=6$

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $[-1;2]$, $f(-1)=8; f(2)=-1$. Tích phân $\int_{-1}^2 f'(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 7. **<u>C</u>.** -9. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^2 \mathrm{f}'(\mathrm{x})\mathrm{dx}=\mathrm{f}(\mathrm{x})\Big|_{-1}^2=\mathrm{f}(2)-\mathrm{f}(-1)=-1-8=-9.$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $f(1)=4$. Tích phân $\int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$ có giá trị là

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$\int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 x\mathrm{d}f(x)=xf(x)\Big|_0^1-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

$=f(1)-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4-3=1$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $x^2f^2(x)+(2x-1)f(x)=xf'(x)-1$, với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ đồng thời thỏa $f(1)=-2$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$

A. $-\frac{\ln 2}{2}-1$. **B.** $-\ln 2-\frac{1}{2}$. **C.** $-\ln 2-\frac{3}{2}$. **<u>D</u>.** $-\frac{\ln 2}{2}-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 f^2(x) + 2xf(x) + 1 = xf'(x) + f(x) \Leftrightarrow \left(xf(x)+1\right)^2 = \left(xf(x)+1\right)'$

Do đó $\dfrac{\left(xf(x)+1\right)'}{\left(xf(x)+1\right)^2} = 1 \Rightarrow \displaystyle\int \frac{\left(xf(x)+1\right)'}{\left(xf(x)+1\right)^2}dx = \int 1dx \Rightarrow -\frac{1}{xf(x)+1} = x + c \;\; \Rightarrow xf(x)+1 = -\frac{1}{x+c}$

Mặt khác $f(1) = -2$ nên $-2+1 = -\dfrac{1}{1+c} \Rightarrow c = 0 \Rightarrow xf(x)+1 = -\dfrac{1}{x} \Rightarrow f(x) = -\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{x}$

Vậy $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 \left(-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right)dx = \left(-\ln x + \frac{1}{x}\right)\Big|_1^2 = -\ln 2 - \frac{1}{2}$.

Câu 14. Viết công thức tính diện tích S của hình H giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a,\ x = b\ \ (a < b)$.

A. $S = \pi\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S = \displaystyle\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $S = \pi\displaystyle\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S = \displaystyle\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Chọn câu $S = \displaystyle\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 15. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là

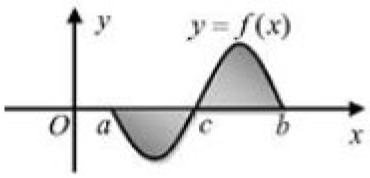
A. $S = \dfrac{7}{3}$. **B.** $S = \dfrac{8}{3}$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 8$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng là $S = \displaystyle\int_1^2 |x^2|\mathrm{d}x = \int_1^2 x^2\mathrm{d}x = \left.\frac{x^3}{3}\right|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$.

Câu 16. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$. Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A. $S = \displaystyle\int_a^b f(x)dx$. **B.** $S = \left|\displaystyle\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx\right|$.

C. $S = -\displaystyle\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$. **D.** $S = \displaystyle\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

Lời giải.

Chọn B

Câu 17. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và đồ thị hàm số $y = x$.

A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{81}{12}$. **C.** 11. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tìm hoành độ giao điểm của hai đường $y = x^2 - 2x$ và $y = x$ ta được x = 0; x = 3.

$$S = \left|\int_0^3 \left(x^2 - 3x\right)dx\right| = \frac{9}{2}.$$

Câu 18. Trong hệ tọa độ Oxy, parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ) bán kính $r = 2\sqrt{2}$ thành 2 phần, diện tích phần nhỏ bằng:

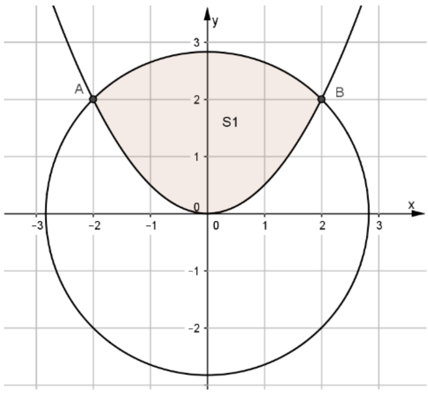
A. $2\pi + \frac{3}{4}$. **B.** $2\pi + \frac{4}{3}$. **C.** $2\pi - \frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 = 8$.

Ta có: $x^2 + y^2 = 8 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{8 - x^2}$.



Parabol chia hình tròn giới hạn bởi đường tròn (C) thành hai phần. Gọi S là phần diện tích giới hạn bởi $y = \sqrt{8 - x^2}$ và parapol $(P): y = \frac{x^2}{2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) $\sqrt{8 - x^2} = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Khi đó ta tính được S như sau.

$$S = \int_{-2}^{2}\left(\sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{2}\right)dx = \int_{-2}^{2}\sqrt{8 - x^2}\,dx - \int_{-2}^{2}\frac{x^2}{2}dx.$$

Tính $I = \int_{-2}^{2}\sqrt{8 - x^2}\,dx$.

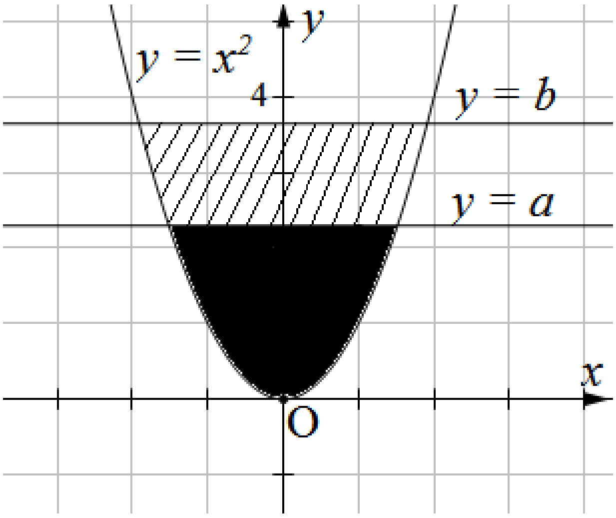
Đặt $t = 2\sqrt{2}\sin x \Rightarrow dt = 2\sqrt{2}\cos x.dx$, ta có.

$$I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\left(8\sqrt{1 - \sin^2 t}.\cos t\right)dt = 4\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\left(1 + \cos 2t\right)dt = \left(4t + 2\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 2\pi + 4.$$

Ta có: $\int\limits_{-2}^{2} \frac{x^2}{2} \mathrm{d}x = \left.\frac{x^3}{6}\right|_{-2}^{2} = \frac{8}{3}$.

Suy ra $S = 2\pi + \frac{4}{3}$.

Câu 19. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = x^2$ và hai đường thẳng $y = a$, $y = b$ $(0 < a < b)$ (hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = a$ (phần tô đen); (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng $y = b$ (phần gạch chéo). Với điều kiện nào sau đây của a và b thì $S_1 = S_2$?



A. $b = \sqrt[3]{4}a$. **B.** $b = \sqrt[3]{2}a$. **C.** $b = \sqrt[3]{3}a$. **D.** $b = \sqrt[3]{6}a$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ với đường thẳng $y = b$ là

$x^2 = b \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{b}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ với đường thẳng $y = a$ là

$x^2 = a \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{a}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = b$ là

$$S = 2\int\limits_0^{\sqrt{b}} \left(b - x^2\right)\mathrm{d}x = 2\left.\left(bx - \frac{x^3}{3}\right)\right|_0^{\sqrt{b}} = 2\left(b\sqrt{b} - \frac{b\sqrt{b}}{3}\right) = \frac{4b\sqrt{b}}{3}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = a$ (phần tô màu đen) là

$$S_1 = 2\int\limits_0^{\sqrt{a}} \left(a - x^2\right)\mathrm{d}x = 2\left.\left(ax - \frac{x^3}{3}\right)\right|_0^{\sqrt{a}} = 2\left(a\sqrt{a} - \frac{a\sqrt{a}}{3}\right) = \frac{4a\sqrt{a}}{3}.$$

Do đó $S = 2S_1 \Leftrightarrow \frac{4b\sqrt{b}}{3} = 2.\frac{4a\sqrt{a}}{3} \Leftrightarrow \left(\sqrt{b}\right)^3 = 2\left(\sqrt{a}\right)^3 \Leftrightarrow \sqrt{b} = \sqrt[3]{2}\sqrt{a} \Leftrightarrow b = \sqrt[3]{4}a$.

Câu 20. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\tan x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ quanh trục hoành là

A. $V=\dfrac{\sqrt{\pi}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{\pi\ln 2}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\pi^2}{4}$. **D.** $V=\dfrac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x=-\pi\ln\left|\cos x\right|\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi\ln 2}{2}$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1=1+2i$, $z_2=3-i$. Tìm số phức $z=\dfrac{z_2}{z_1}$.

A. $z=\dfrac{1}{5}+\dfrac{7}{5}i$. **B.** $z=\dfrac{1}{10}+\dfrac{7}{10}i$. **C.** $z=\dfrac{1}{5}-\dfrac{7}{5}i$. **D.** $z=-\dfrac{1}{10}+\dfrac{7}{10}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $z=\dfrac{z_2}{z_1}=\dfrac{3-i}{1+2i}=\dfrac{1}{5}-\dfrac{7}{5}i$.

Câu 22. Cho số phức $z=2+4i$. Tìm số phức $w=iz+\overline{z}$.

A. $w=2+2i$. **B.** $w=-2-2i$. **C.** $w=2-2i$. **D.** $w=-2+2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $w=iz+\overline{z}=i(2+4i)+2-4i=-2-2i$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1=2-2i$, $z_2=-3+3i$. Khi đó số phức z_1-z_2 là

A. $-5+5i$. **B.** $-5i$. **C.** $5-5i$. **D.** $-1+i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1-z_2=(2-2i)-(-3+3i)=5-5i$.

Câu 24. Cho số phức $w=3-5i$. Tìm số phức z biết $\overline{w}=(3-4i)\overline{z}$.

A. $z=\dfrac{11}{25}-\dfrac{27}{25}i$. **B.** $z=-\dfrac{11}{25}+\dfrac{27}{25}i$. **C.** $z=\dfrac{11}{25}+\dfrac{27}{25}i$. **D.** $z=-\dfrac{11}{25}-\dfrac{27}{25}i$.

Lời giải

Chọn D

$\overline{w}=(3-4i)\overline{z}\Leftrightarrow\overline{z}=\dfrac{3+5i}{3-4i}=-\dfrac{11}{25}+\dfrac{27}{25}i\Rightarrow z=-\dfrac{11}{25}-\dfrac{27}{25}i$.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1=m-1+3i$ và $z_2=2-mi$ $(m\in\mathbb{R})$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $z_1.z_2$ là số thực.

A. $m\in\{-2;-3\}$. **B.** $m=\dfrac{2}{5}$. **C.** $m\in\{3;-2\}$. **D.** $m\in\{-3;2\}$.

Lời giải

Chọn C

$z_1.z_2=(m-1+3i)(2-mi)=2m-2+6i-m^2i+mi+3m=5m-2+(6+m-m^2)i$ là số thực khi

$6+m-m^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m-2\end{array}\right.$.

Câu 26. Cho số phức $z=2+i$. Phần thực và phần ảo của số phức z lần lượt là?

A. 2 và 1. **B.** 1 và 2 **C.** 2 .và i. **D.** i và 2.

Lời giải

Chọn A

Phần thực và phần ảo của số phức $z=2+i$ lần lượt là 2 *và* 1.

Câu 27. Kí hiệu a,b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z=-4-3i$. Tìm a,b.

A. $a=-4$, $b=-3i$. **B.** $a=-4$, $b=3$. **C.** $a=-4$, $b=-3$. **D.** $a=4$, $b=3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn: $(2-3i)z+(4+i)\overline{z}=-(1+3i)^2$. Xác định phần thực và phần ảo của z.

A. Phần thực là -2; phần ảo là $5i$. **B.** Phần thực là -2; phần ảo là 5.

C. Phần thực là -2; phần ảo là 3. **D.** Phần thực là -3; phần ảo là $5i$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$, ta có:

$(2-3i)z+(4+i)\overline{z}=-(1+3i)^2 \Leftrightarrow (2-3i)(a+bi)+(4+i)(a-bi)=8-6i$

$\Leftrightarrow 3a+2b-(a+b)i=4-3i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b=4 \\ a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases}$$

$\Rightarrow z=-2+5i$.

Câu 29. Môđun của số phức $z=(2-3i)(1+i)^4$ là

A. $|z|=-8+12i$. **B.** $|z|=\sqrt{13}$. **C.** $|z|=4\sqrt{13}$. **D.** $|z|=\sqrt{31}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=(2-3i)(1+i)^4=-8+12i \Rightarrow |z|=\sqrt{(-8)^2+12^2}=4\sqrt{13}$.

Câu 30. Tính mô đun của số phức z biết $(1-2i)z=2+3i$.

A. $|z|=\dfrac{\sqrt{13}}{5}$. **B.** $|z|=\dfrac{\sqrt{13}}{5}$. **C.** $|z|=\dfrac{\sqrt{33}}{5}$. **D.** $|z|=\dfrac{\sqrt{65}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

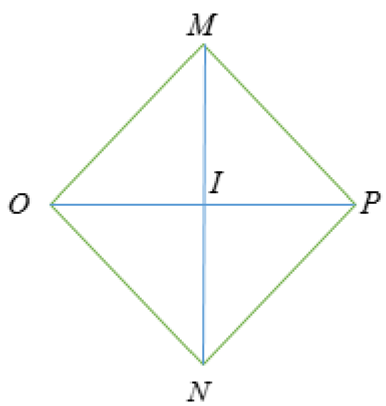
Ta có: $(1-2i)z=2+3i \Leftrightarrow z=\dfrac{2+3i}{1-2i}=-\dfrac{4}{5}+\dfrac{7}{5}i$. Vậy $|z|=\dfrac{\sqrt{65}}{5}$.

Câu 31. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$. Khi đó $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N là hai điểm lần lượt biểu diễn số phức z_1, z_2. Khi đó

$|z_1|=|\overrightarrow{OM}|=1$, $|z_2|=|\overrightarrow{ON}|=1$, $|z_1+z_2|=|\overrightarrow{OP}|$, $|z_1-z_2|=|\overrightarrow{NM}|$ với $OMPN$ là hình bình hành. Tam giác OMN có $OI^2=\dfrac{OM^2+ON^2}{2}-\dfrac{OI^2}{4}\Rightarrow\dfrac{OP^2}{4}=1-\dfrac{MN^2}{4}\Rightarrow OP^2+MN^2=4$

Cách 2: Đặt $z_1=x+yi; z_2=a+bi;\ x,y,a,b\in R$.Từ giả thiết có $x^2+y^2=a^2+b^2=1$

$|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=(x+a)^2+(y+b)^2+(x-a)^2+(y-b)^2$

$|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2x^2+2y^2+2a^2+2b^2=4$

Câu 32. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-2z+2=0$ $(z\in\mathbb{C})$. Tính giá trị của biểu thức $P=2|z_1+z_2|+|z_1-z_2|$.

A. $P=3$. **B.** $P=2\sqrt{2}+2$. **C.** $P=\sqrt{2}+4$. **D.** $P=6$.

Lời giải

Chọn D

$z^2-2z+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=1+i\\z=1-i\end{array}\right.\Rightarrow P=2|2|+|2i|\ =4+2=6$.

Câu 33. Gọi z_1,z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Tính $P=z_1^4+z_2^4$.

A. $14i$. **B.** $-14i$. **C.** -14. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $P=z_1^4+z_2^4=\left(z_1^2+z_2^2\right)^2-2z_1^2z_2^2=\left(S^2-2P\right)^2-2P^2$.

Với $S=2;\ P=5$ nên $P=-14$.

Câu 34. Trên mặt phẳng tạo độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i|=|iz|$ là

A. Đường thẳng $y=2$. **B.** Đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$.

C. Đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** Đường tròn tâm $I(0;\ 1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z-i|=|iz|\Leftrightarrow\ |a+bi-i|=|i(a+bi)|\Leftrightarrow|a+(b-1)i|=|-b+ai|$

$\Leftrightarrow\sqrt{a^2+(b-1)^2}=\sqrt{b^2+a^2}\Leftrightarrow\ -2b+1=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện bài toán là đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 35. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3i+5|=2$ và $|iz_2-1+2i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2iz_1+3z_2|$.

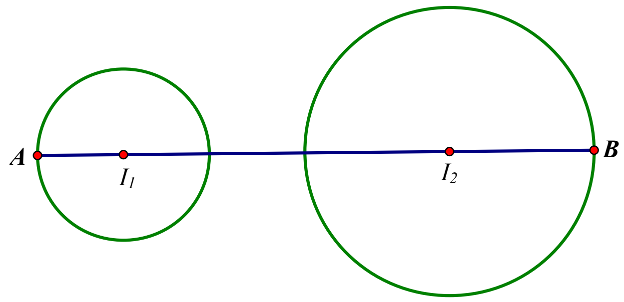
A. $\sqrt{313}+16$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313}+8$. **D.** $\sqrt{313}+2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z_1-3i+5|=2\Leftrightarrow|2iz_1+6+10i|=4\ (1)$; $|iz_2-1+2i|=4\Leftrightarrow|(-3z_2)-6-3i|=12\ (2)$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $2iz_1$, B là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$. Từ (1) và (2) suy ra điểm A nằm trên đường tròn tâm $I_1(-6;-10)$ và bán kính $R_1=4$; điểm B nằm trên đường tròn tâm $I_2(6;3)$ và bán kính $R_2=12$.



Ta có $T=|2iz_1+3z_2|=AB\le I_1I_2+R_1+R_2=\sqrt{12^2+13^2}+4+12=\sqrt{313}+16$.

Vậy $\max T=\sqrt{313}+16$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;1;-2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $A'(4;-1;2)$. **B.** $A'(-4;-1;2)$. **C.** $A'(4;-1;-2)$. **D.** $A'(4;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $H(4;0;-2)$.

$\Rightarrow$ tọa độ điểm đối xứng là $A'(4;-1;-2)$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặ cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4$.

A. $I(1;0;-1)$, $R=2$. **B.** $I(-1;0;1)$, $R=2$.

C. $I(1;0;-1)$, $R=4$. **D.** $I(-1;0;1)$, $R=4$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=2$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-3;1;-6)$ và $N(3;5;0)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính MN.

A. $(S): x^2+(y-3)^2+(z-3)^2=22$. **B.** $(S): x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=22$.

C. $(S): x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{22}$. **D.** $(S): x^2+(y+3)^2+(z-3)^2=22$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;3;-3)$ là trung điểm MN, bán kính $R=\dfrac{MN}{2}=\dfrac{\sqrt{36+16+36}}{2}=\sqrt{22}$ nên phương trình $(S): x^2+(y-3)^2+(z+3)^2=22$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d(I;(P))=3$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y+z-3=0$ **B.** $2x+y+1=0$ **C.** $x-y+z+3=0$ **D.** $2x+y-1=0$

Lời giải

Chọn B

Trung điểm của đoạn AB là $M(-1;1;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;-2;0)$ là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của AB.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là $2(x+1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+1=0$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-3;-1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC?

A. $x-y+2z+9=0$. **B.** $x-y+2z-9=0$.

C. $2x+3y-6z-19=0$. **D.** $2x+3y+6z-19=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và vuông góc với đường thẳng BC nên nhận véctơ $\overrightarrow{CB}=(2;3;6)$ làm véctơ pháp tuyến. Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là:

$2(x-2)+3(y+1)+6(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+6z-19=0$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) cắt 3 trục tọa độ tại $M(3;0;0)$, $N(0;-4;0)$, $P(0;0;-2)$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $4x-3y-6z-12=0$. **B.** $4x-3y+6z+9=0$.

C. $\frac{x}{3}-\frac{y}{4}-\frac{z}{3}=1$. **D.** $-\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình mặt chắn (α): $\frac{x}{3}+\frac{y}{-4}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow (\alpha): 4x-3y-6z-12=0$.

Câu 43. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của (α)

A. $\vec{n}=(2;3;-4)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;4)$. **C.** $\vec{n}=(-2;3;4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$ có một véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_0}=(2;-3;-4)$.

Nhận thấy $\vec{n}=(-2;3;4)=-\overrightarrow{n_0}$, hay $\vec{n}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_0}$.

Do đó véc tơ $\vec{n}=(-2;3;4)$ cũng là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ cắt các tia Ox,Oy,Oz tại A,B,C (A,B,C không trùng với gốc tọa độ). Thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{81}{2}$. **B.** $\frac{243}{2}$. **C.** $\frac{81}{6}$. **D.** 243.

Lời giải

Giả sử $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Mặt phẳng (P) có phương trình: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$ nên $\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Ta có $1=\frac{9}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{a.b.c}}\Rightarrow a.b.c\geq 243$.

$V_{OABC}=\frac{1}{6}a.b.c\geq\frac{243}{6}=\frac{81}{2}$. Vậy thể tích tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{81}{2}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+z+7=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4z-10=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π. Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?

A. $(6;0;1)$. **B.** $(-3;1;4)$. **C.** $(-2;-1;5)$. **D.** $(4;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=\sqrt{15}$.

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến. Ta có $2\pi r=6\pi\Leftrightarrow r=3$.

Do $(Q)//(P)\Rightarrow(Q):x-2y+z+d=0\ \ (d\neq 7)$.

Ta có: $d(I,(Q))=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\frac{|d-1|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=7\ \ (\text{loại})\\ d=-5\ \ (\text{nhận})\end{array}\right.$

Vậy $(Q):x-2y+z-5=0$. Thay tọa độ $(-2;-1;5)$ vào (Q) thấy thỏa mãn.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng: $d:\frac{x-3}{-2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+4}{3}$.

A. $\vec{b}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{c}=(3;1;-4)$. **C.** $\vec{d}=(-2;1;-3)$. **D.** $\vec{a}=(-2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+4}{3}$ nên d nhận vec tơ $\vec{a}=(-2;-1;3)$ là một vec tơ chỉ phương.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):2x+y-3z-5=0$.

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=3+t\\z=3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):2x+y-3z-5=0$ sẽ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{a_d}=(2;1;-3)$

Đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-3t\end{cases}$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi Δ là một đường thẳng chứa trong (P), cắt và vuông góc với d. Vectơ $\vec{u}=(a;1;b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=2$. **D.** $S=4$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-2;1)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;2;-1)$.

Ta có $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;3;6)=3(0;1;2)=3(0;1;2)$.

Nên Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;1;2)$. Vậy $\begin{cases}a=0\\b=2\end{cases}\Rightarrow S=2$.

Câu 49. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

$$\Delta_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3},\quad \Delta_2:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$$

A. Δ_1 song song với Δ_2. **B.** Δ_1 chéo với Δ_2. **<u>C</u>.** Δ_1 cắt Δ_2. **D.** Δ_1 trùng với Δ_2.

Lời giải

Vì $\dfrac{2}{-1}\neq\dfrac{2}{-2}$ nên vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;2;3)$ của đường thẳng Δ_1 không cùng phương với vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;-2;1)$ của Δ_2. Tức là Δ_1 chéo với Δ_2 hoặc Δ_1 cắt Δ_2.

Lấy $M(1;-1;0)\in\Delta_1$, $N(3;3;-2)\in\Delta_2$. Ta có: $\overrightarrow{MN}=(2;4;-2)$.

Khi đó: $\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{MN}=0$. Suy ra $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

Vậy Δ_1 cắt Δ_2.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;2;-5)$, $B(-1;0;2)$. Biết điểm M thuộc Δ sao cho biểu thức $T = |MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất là $T_{\max}$. Khi đó, $T_{\max}$ bằng bao nhiêu?

A. $T_{\max} = 3$ **B.** $T_{\max} = 2\sqrt{6} - 3$ **C.** $T_{\max} = \sqrt{57}$ **D.** $T_{\max} = 3\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (-2;-2;7)$.

Phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = -1 - 2t' \\ y = -2t' \\ z = 2 + 7t' \end{cases}$.

Xét vị trí tương đối của Δ và AB ta thấy Δ cắt AB tại điểm $C\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

$\overrightarrow{AC} = \left(-\frac{4}{3};-\frac{4}{3};\frac{14}{3}\right)$; $\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}$ nên B nằm giữa A và C.

$T = |MA - MB| \le AB$ Dấu bằng xảy ra khi M trùng C. Vậy $T_{\max} = AB = \sqrt{57}$.

------------- **HẾT** -------------