

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề 223

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 3 + \frac{1}{x-3}$.

- A. $y = -3$. B. $x = 3$. C. $x = -3$. D. $y = 3$.

Câu 2: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ và đường thẳng $y = 9$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Tính $x_1 + x_2$.

- A. $x_1 + x_2 = 3$. B. $x_1 + x_2 = 0$. C. $x_1 + x_2 = 18$. D. $x_1 + x_2 = 5$.

Câu 3: Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, không có cực trị?

- A. $y = x^3 + 3x^2 - 4x + 1$. B. $y = -x^4 - 4x^2 + 3$. C. $y = x^3 - 3x + 5$. D. $y = \frac{x+4}{x-1}$.

Câu 4: Tìm các khoảng đồng biến hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		+	+	+
y	-2	$+\infty$	-1	$+\infty$	2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

- A. $[-2; 2]$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 6: Tìm điểm cực đại x_{CD} (nếu có) của hàm số $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$.

- A. $x_{CD} = 3$. B. $x_{CD} = 6$.
C. $x_{CD} = \sqrt{6}$. D. Hàm số không có điểm cực đại.

Câu 7: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x) = 0,024x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Tìm liều lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

- A. 20 mg. B. 0,5 mg. C. 2,8 mg. D. 15 mg.

Câu 8: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 20}{x^2 - 5x - 14}$.

- A. $x = -2$ và $x = 7$. B. $x = -2$. C. $x = 2$ và $x = -7$. D. $x = 7$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\sqrt{2+\tan^2 x} = m + \tan x$ có ít nhất một nghiệm thực.

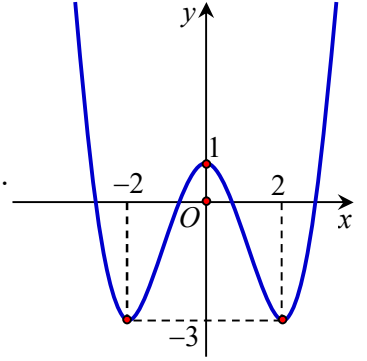
- A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. B. $-1 < m < 1$. C. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. D. $-1 < m < 1$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1-m^2)x + 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung?

- A. $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$. B. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$. C. $-1 < m < 1$. D. $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 11: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + 8x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 8x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$.



Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$. B. $D = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.
C. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty \right)$. D. $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}} |x|$.

- A. $y' = \frac{\ln 3}{x \ln 2}$. B. $y' = \frac{\ln 3}{|x| \ln 2}$. C. $y' = \frac{1}{|x|(\ln 2 - \ln 3)}$. D. $y' = \frac{1}{x(\ln 2 - \ln 3)}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{2^x}{5^{x^2-1}}$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **SAI**?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x > (x^2 - 1) \cdot \log_2 5$. B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1 + \log_2 5} > \frac{x^2 - 1}{1 + \log_5 2}$.
C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_{\frac{1}{3}} 2 > (x^2 - 1) \cdot \log_2 5$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \cdot \ln 2 > (x^2 - 1) \cdot \ln 5$.

Câu 15: Tìm nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1-x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. D. $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 16: Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây **ĐÚNG**?

- A. $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$. B. $\log_m 8m = (3-a)a$. C. $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$. D. $\log_m 8m = (3+a)a$.

Câu 17: Một học sinh giải bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^{-5}$.

Bước 1: Điều kiện $x \neq 0$.

Bước 2: Vì $0 < \frac{2}{\sqrt{5}} < 1$ nên $\left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^{\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \right)^{-5} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \leq 5$.

Bước 3: Từ đó suy ra $1 \leq 5x \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{5}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{1}{5}; +\infty \right)$.

- A. Sai ở bước 1. B. Sai ở bước 2. C. Sai ở bước 3. D. Đúng.

Câu 18: Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x+2}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào **ĐÚNG**?

- A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- C. Hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
- D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19: Với những giá trị nào của x thì đồ thị hàm số $y = 3^{x+1}$ nằm phía trên đường thẳng $y = 27$.

- A. $x > 2$.
- B. $x > 3$.
- C. $x \leq 2$.
- D. $x \leq 3$.

Câu 20: Một loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận một lượng nhỏ Carbon 14 (một đơn vị của Carbon). Khi cây đó chết đi thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận Carbon 14 nữa. Lượng Carbon 14 của nó sẽ phân hủy chậm chạp và chuyển hóa thành Nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm Carbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} \%$. Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc gỗ, người ta thấy lượng Carbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21%. Hãy xác định số tuổi của công trình kiến trúc đó.

- A. 3574 (năm).
- B. 3754 (năm).
- C. 3475 (năm).
- D. 3547 (năm).

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng

$$S = f\left(\frac{1}{2015}\right) + f\left(\frac{2}{2015}\right) + f\left(\frac{3}{2015}\right) + \cdots + f\left(\frac{2013}{2015}\right) + f\left(\frac{2014}{2015}\right)$$

- A. 2014.
- B. 2015.
- C. 1008.
- D. 1007.

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x+1)$.

- A. $\int f(x) dx = \cos(2x+1) + C$.
- B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos(2x+1) + C$.
- C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos(2x+1) + C$.
- D. $\int f(x) dx = -\cos(2x+1) + C$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 10]$ thỏa mãn: $\int_0^{10} f(x) dx = 7$, $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

- A. $P = 10$.
- B. $P = 4$.
- C. $P = 7$.
- D. $P = -4$.

Câu 24: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Tính $F(0)$.

- A. $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 2 + 2$.
- B. $F(0) = -\frac{2}{3} \ln 2 + 2$.
- C. $F(0) = -\frac{2}{3} \ln 2 - 2$.
- D. $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 2 - 2$.

Câu 25: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x \cos x dx$.

- A. $I = 2$.
- B. $I = -2$.
- C. $I = 0$.
- D. $I = 1$.

- Câu 26:** Giả sử $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$; $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a.b$.
- A. $P = 8$. B. $P = -6$. C. $P = -4$. D. $P = -5$.
- Câu 27:** Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \tan x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .
- A. $V = -\pi \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$. B. $V = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$. C. $V = \pi \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$. D. $V = \pi \left(2 - \frac{\pi}{4}\right)$.
- Câu 28:** Một vận động viên đua xe F đang chạy với vận tốc $10(\text{m/s})$ thì anh ta tăng tốc với vận tốc $a(t) = 6t(\text{m/s}^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng tốc. Hỏi quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian $10(\text{s})$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu?
- A. 1100m . B. 100m . C. 1010m . D. 1110m .
- Câu 29:** Cho số phức $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.
- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{15}$. C. 4 . D. 8 .
- Câu 30:** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.
- A. 15 . B. 20 . C. 19 . D. 17 .
- Câu 31:** Tìm điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2+i)\bar{z} = 3+i$.
- A. $(1; -1)$. B. $(1; 2)$. C. $(1; 1)$. D. $(-1; 1)$.
- Câu 32:** Cho số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Tính $z^5 + z^6 + z^7 + z^8$.
- A. 4 . B. 0 . C. $4i$. D. 2 .
- Câu 33:** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.
- A. $z = -1 + i$. B. $z = -2 + 2i$. C. $z = 2 + 2i$. D. $z = 3 + 2i$.
- Câu 34:** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$.
- A. $P = 1 - i$. B. $P = -1 - i$. C. $P = -1$. D. $P = 1 + i$.
- Câu 35:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$, các cạnh bên có chiều dài là $2a$. Tính chiều cao của hình chóp đó theo a .
- A. $a\sqrt{2}$. B. $2a\sqrt{2}$. C. $2a$. D. $a\sqrt{3}$.
- Câu 36:** Khẳng định nào sau đây SAI?
- A. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của một hình tứ diện đều bằng 14 .
- B. Số cạnh của một hình hai mươi mặt đều bằng 30 .
- C. Số mặt của một hình mười hai mặt đều bằng 12 .
- D. Số đỉnh của một hình bát diện đều bằng 8 .

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a .

- A. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{6}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 2$, $AC = \sqrt{5}$ quay xung quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = 2\sqrt{5}\pi$. B. $S_{xq} = 12\pi$. C. $S_{xq} = 6\pi$. D. $S_{xq} = 3\sqrt{5}\pi$.

Câu 40: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

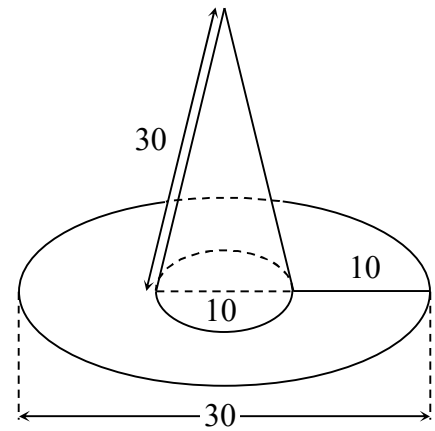
- A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\pi a^2\sqrt{6}}{2}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $\frac{5\pi a^3\sqrt{15}}{18}$. B. $\frac{5\pi a^3\sqrt{15}}{54}$.
C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

Câu 42: Tính diện tích vải cần có để may một cái mũ có hình dạng và kích thước (cùng đơn vị đo) được cho bởi hình vẽ bên (không kể riem, mép)

- A. 350π . B. 400π .
C. 450π . D. 500π .



Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;2;1)$ và $N(1;3;0)$. Tìm giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng Oxz .

- A. $E(2;0;3)$. B. $H(-2;0;3)$. C. $F(2;0;-3)$. D. $K(-2;1;3)$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(1;-2;1)$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B .

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. B. $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$.
C. $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. D. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{1-z}{-2}$ và

$$d': \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 6t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng } d \text{ và } d'.$$

A. d và d' song song với nhau.

B. d và d' trùng nhau.

C. d và d' cắt nhau.

D. d và d' chéo nhau.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$ và $B(2;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B .

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}.$

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}.$

C. $\Delta: x - y + z - 3 = 0.$

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}.$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $(Q): 2y + 3z - 1 = 0.$

B. $(Q): 2x + 3z - 11 = 0.$

C. $(Q): 2y + 3z - 12 = 0.$

D. $(Q): 2y + 3z - 11 = 0.$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ và cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 18 = 0$. Tìm phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) đồng thời (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. $(Q): 2x + 2y - z + 22 = 0.$

B. $(Q): 2x + 2y - z - 28 = 0.$

C. $(Q): 2x + 2y - z - 18 = 0.$

D. $(Q): 2x + 2y - z + 12 = 0.$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-3;2)$, $B(1;0;1)$, $C(2;3;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $3x - y - 3z = 0.$

B. $3x + y + 3z - 6 = 0.$

C. $15x - y - 3z - 12 = 0.$

D. $y + 3z - 3 = 0.$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y + 3z - 11 = 0.$

B. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0.$

C. $(P): x + 2y + z - 14 = 0.$

D. $(P): x + y + z - 6 = 0.$

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	D	B	D	A	D	C	B	D	A	D	C	A	A	C	C	A	D	D	B	B	B	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	A	B	C	B	C	C	D	D	C	B	C	C	B	A	B	A	A	A	D	D	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 3 + \frac{1}{x-3}$.

- A. $y = -3$. B. $x = 3$. C. $x = -3$. **D. $y = 3$.**

Hướng dẫn giải

CHỌN D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(3 + \frac{1}{x-3} \right) = 3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 3$.

Câu 2: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ và đường thẳng $y = 9$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$. Tính $x_1 + x_2$.

- A. $x_1 + x_2 = 3$. **B. $x_1 + x_2 = 0$.** C. $x_1 + x_2 = 18$. D. $x_1 + x_2 = 5$.

Hướng dẫn giải

CHỌN B

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4 - 3x^2 + 5 = 9 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy $x_1 + x_2 = 2 + (-2) = 0$.

Câu 3: Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, không có cực trị?

- A. $y = x^3 + 3x^2 - 4x + 1$. B. $y = -x^4 - 4x^2 + 3$. C. $y = x^3 - 3x + 5$. **D. $y = \frac{x+4}{x-1}$.**

Hướng dẫn giải

CHỌN D

Xét hàm số $y = \frac{x+4}{x-1}$ có $y' = \frac{-5}{(x-1)^2} < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 4: Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 3)$. **D. $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.**

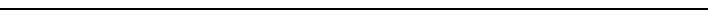
Hướng dẫn giải

CHỌN D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = x^2 - 4x + 3$. Cho $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$						$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$+$	$+$	
y	-2	$+\infty$	$-\infty$	-1	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $[-2; 2]$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

CHỌN B

$f(x) = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ là đường thẳng cùng phương với Ox .

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thì $y = f(x)$ và $y = m$ phải có 3 giao điểm hay $-2 < m < 2$.

Câu 6: Tìm điểm cực đại x_{CD} (nếu có) của hàm số $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$.

A. $x_{CD} = 3$.

B. $x_{CD} = 6$.

C. $x_{CD} = \sqrt{6}$.

D. Hàm số không có điểm cực đại.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$y = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$ có TXĐ: $D = [3; 6]$.

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} + \frac{1}{2\sqrt{6-x}} > 0 \forall x \in D.$$

Vậy hàm số không có cực trị nên không có điểm cực đại.

Câu 7: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức $G(x) = 0,024x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp (x được tính bằng mg). Tìm liều lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.

A. 20 mg.

B. 0,5 mg.

C. 2,8 mg

D. 15 mg.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Bài toán đi tìm $x \in [0; 30]$ để $G(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

$$G(x) = 0,024x^2(30-x) = -\frac{3}{125}x^3 + \frac{18}{25}x^2$$

$$\Rightarrow G'(x) = -\frac{9}{125}x^2 + \frac{36}{25}x$$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 20 \in (0; 30) \end{cases}$$

Ta có: $G(20) = 96$; $G(30) = 0$; $G(0) = 0$.

Vậy $G(x)$ đạt giá trị lớn nhất 96 khi $x = 20$.

Câu 8: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 3x^2 + 20}{x^2 - 5x - 14}$.

A. $x = -2$ và $x = 7$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 2$ và $x = -7$. **D.** $x = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

*TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 7\}$.

*Vì $\lim_{x \rightarrow -2} y = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 3x^2 + 20}{x^2 - 5x - 14} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x^2 - 5x + 10)}{(x+2)(x-7)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 5x + 10}{x-7} = -\frac{8}{3}$ nên đường

thẳng $x = -2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

*Vì $\lim_{x \rightarrow 7^+} y = \lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{x^3 - 3x^2 + 20}{x^2 - 5x - 14} = \lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{(x+2)(x^2 - 5x + 10)}{(x+2)(x-7)} = +\infty$

và $\lim_{x \rightarrow 7^-} y = \lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{x^3 - 3x^2 + 20}{x^2 - 5x - 14} = \lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{(x+2)(x^2 - 5x + 10)}{(x+2)(x-7)} = -\infty$

nên đường thẳng $x = 7$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chú ý: Ta có thể làm trắc nghiệm như sau: Mẫu thức $x^2 - 5x - 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 7 \end{cases}$, trong đó chỉ có nghiệm $x = -2$ cũng là nghiệm trên tử (bị khử) nên $x = -2$ không là TCD. Vậy TCD: $x = 7$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m\sqrt{2 + \tan^2 x} = m + \tan x$ có ít nhất một nghiệm thực.

A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. **B.** $-1 < m < 1$. **C.** $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. **D.** $-1 < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $m\sqrt{2 + \tan^2 x} = m + \tan x \Leftrightarrow m(\sqrt{2 + \tan^2 x} - 1) = \tan x \Leftrightarrow m = \frac{\tan x}{\sqrt{2 + \tan^2 x} - 1}$

Đặt $t = \tan x, t \in \mathbb{R}$. Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 2} - 1}, t \in \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(t) = \frac{2 - \sqrt{2 + t^2}}{\sqrt{2 + t^2}(\sqrt{2 + t^2} - 1)^2}$ và $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2 = \sqrt{2 + t^2} \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{2}$

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t}{\sqrt{t^2 + 2} - 1} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t}{t\left(\sqrt{1 + \frac{2}{t^2}} - \frac{1}{t}\right)} = 1$ và $\lim_{t \rightarrow -\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t}{\sqrt{t^2 + 2} - 1} = -1$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f	-1	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1	

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình đã cho có nghiệm thực khi $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + (1 - m^2)x + 1$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung?

A. $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$.

B. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$.

C. $-1 < m < 1$.

D. $-1 \leq m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $y' = 3x^2 - 8x + (1 - m^2)$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía khác nhau đối với trục tung

$$\Leftrightarrow y' = 0 \text{ có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow 3(1 - m^2) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$$

Câu 11: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^4 + 8x^2 + 1$.

B. $y = x^4 - 8x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho là hàm số chẵn có hệ số $a > 0$ nên loại A và C. Ta lại có $y(2) = -3$ nên loại B.

Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{-2}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.

B. $D = \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right\}$.

C. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty \right)$.

D. $D = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Điều kiện: $3x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}} |x|$

A. $y' = \frac{\ln 3}{x \ln 2}$.

B. $y' = \frac{\ln 3}{|x| \ln 2}$.

C. $y' = \frac{1}{|x|(\ln 2 - \ln 3)}$.

D. $y' = \frac{1}{x(\ln 2 - \ln 3)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $y' = \frac{1}{x \ln \frac{2}{3}} = \frac{1}{x(\ln 2 - \ln 3)}$

Nhớ: $(\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \ln a}$

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{2^x}{5^{x^2-1}}$. Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định sai?

- A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x > (x^2 - 1) \cdot \log_2 5$. B. $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{x}{1 + \log_2 5} > \frac{x^2 - 1}{1 + \log_5 2}$.
- C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \cdot \log_{\frac{1}{3}} 2 > (x^2 - 1) \cdot \log_2 5$. D. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \cdot \ln 2 > (x^2 - 1) \cdot \ln 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $f(x) > 1 \Leftrightarrow \frac{2^x}{5^{x^2-1}} > 1 \Leftrightarrow 2^x > 5^{x^2-1}$.

+ A đúng, vì $2^x > 5^{x^2-1} \Leftrightarrow x > \log_2 5^{(x^2-1)} = (x^2 - 1) \cdot \log_2 5$.

+ B đúng, vì $2^x > 5^{x^2-1} \Leftrightarrow x \log 2 > (x^2 - 1) \cdot \log 5 \Leftrightarrow \frac{x}{\log_2 10} > \frac{x^2 - 1}{\log_5 10} \Leftrightarrow \frac{x}{1 + \log_2 5} > \frac{x^2 - 1}{1 + \log_5 2}$.

+ D đúng, vì lấy $\ln$ hai vế ta có: $2^x > 5^{x^2-1} \Leftrightarrow x \ln 2 > (x^2 - 1) \cdot \ln 5$.

Câu 15: Tìm nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình $\log_3(1 - x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1 - x)$

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. D. $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có:

$$\log_3(1 - x^2) \leq \log_{\frac{1}{3}}(1 - x) \Leftrightarrow \log_3(1 - x^2) \leq \log_3 \frac{1}{1 - x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 > 0 \\ 1 - x^2 \leq \frac{1}{1 - x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \frac{x^3 - x^2 - x}{1 - x} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 < x < 1 \\ x^3 - x^2 - x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x \leq \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ 0 \leq x \leq \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \leq \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \\ 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất là $x = 0$.

Câu 16: Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\log_m 8m = \frac{3 + a}{a}$. B. $\log_m 8m = (3 - a)a$. C. $\log_m 8m = \frac{3 - a}{a}$. D. $\log_m 8m = (3 + a)a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\log_m 8m = \log_m m + \log_m 8 = 1 + \log_m 2^3 = 1 + 3 \log_m 2 = 1 + \frac{3}{a} = \frac{3 + a}{a}.$$

Câu 17: Một học sinh giải bất phương trình $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-5}$.

Bước 1: Điều kiện $x \neq 0$.

Bước 2: Vì $0 < \frac{2}{\sqrt{5}} < 1$ nên $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-\frac{1}{x}} \leq \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^{-5} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \leq 5$

Bước 3: Từ đó suy ra $1 \leq 5x \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{5}$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$S = \left[\frac{1}{5}; +\infty \right).$$

A. Sai ở bước 1. B. Sai ở bước 2. C. Sai ở bước 3. D. Đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Vì } \frac{1}{x} \leq 5 \Leftrightarrow \frac{1-5x}{x} \leq 0 \Leftrightarrow x < 0 \vee x \geq \frac{1}{5}.$$

Câu 18: Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x+2}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

- A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
 D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$y' = (2x-2) \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-2x+2} \ln \frac{3}{4}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y			

Từ bảng biến thiên ta có hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 19: Với những giá trị nào của x thì đồ thị hàm số $y = 3^{x+1}$ nằm phía trên đường thẳng $y = 27$.

- A. $x > 2$. B. $x > 3$. C. $x \leq 2$. D. $x \leq 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } 3^{x+1} > 27 \Leftrightarrow x+1 > 3 \Leftrightarrow x > 2.$$

Câu 20: Một loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận một lượng nhỏ Carbon 14 (một đơn vị của Carbon). Khi cây đó chết đi thì hiện tượng quang hợp cũng sẽ ngưng và nó sẽ không nhận Carbon 14 nữa. Lượng Carbon 14 của nó sẽ phân hủy chậm chạp và chuyển hóa thành Nitơ 14. Gọi $P(t)$ là số phần trăm Carbon 14 còn lại trong một bộ phận của cây sinh trưởng t năm trước đây thì $P(t)$ được cho bởi công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}}$ %. Phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc gỗ, người ta thấy lượng Carbon 14 còn lại trong gỗ là 65,21%. Hãy xác định số tuổi của công trình kiến trúc đó.

- A. 3574 (năm). B. 3754 (năm). C. 3475 (năm). D. 3547 (năm).

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 65,21 \Leftrightarrow \frac{t}{5750} = \log_{0,5} \frac{65,21}{100} \Leftrightarrow t = 5750 \cdot \log_{0,5} \frac{65,21}{100} \Leftrightarrow t = 3547.$$

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng

$$S = f\left(\frac{1}{2015}\right) + f\left(\frac{2}{2015}\right) + f\left(\frac{3}{2015}\right) + \dots + f\left(\frac{2013}{2015}\right) + f\left(\frac{2014}{2015}\right)$$

A. 2014.

B. 2015.

C. 1008.

D. 1007.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } f(1-x) = \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{4}{4 + 2 \cdot 4^x} = \frac{2}{2 + 4^x} \Rightarrow f(1) + f(1-x) = 1$$

$$\text{Do đó: } f\left(\frac{1}{2015}\right) + f\left(\frac{2014}{2015}\right) = 1, f\left(\frac{2}{2015}\right) + f\left(\frac{2013}{2015}\right) = 1, \dots, f\left(\frac{1007}{2015}\right) + f\left(\frac{1008}{2015}\right) = 1 \\ \Rightarrow S = 1007.$$

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x+1)$.

A. $\int f(x) dx = \cos(2x+1) + C$.

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos(2x+1) + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \cos(2x+1) + C$.

D. $\int f(x) dx = -\cos(2x+1) + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int \sin(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int \sin(2x+1) d(2x+1) = -\frac{1}{2} \cos(2x+1) + C$$

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn: $\int_0^{10} f(x) dx = 7$, $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

A. $P = 10$.

B. $P = 4$.

C. $P = 7$.

D. $P = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx = \int_0^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx - \int_2^6 f(x) dx \\ = \int_0^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx - \int_2^6 f(x) dx = \int_0^{10} f(x) dx - \int_2^6 f(x) dx = 7 - 3 = 4$$

Câu 24: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$. Tính $F(0)$.

A. $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 2 + 2$.

B. $F(0) = -\frac{2}{3} \ln 2 + 2$.

C. $F(0) = -\frac{2}{3} \ln 2 - 2$.

D. $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 2 - 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx = -\frac{1}{3} \int \frac{d(1+3\cos x)}{1+3\cos x} = -\frac{1}{3} \ln|1+3\cos x| + C.$$

$$\text{Do } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow F(0) = -\frac{2}{3} \ln 2 + 2.$$

Câu 25: Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x \cos x dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = -2$.

C. $I = 0$.

D. $I = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $u = x \Rightarrow du = dx$, $dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x$.

Suy ra: $I = x \sin x \Big|_0^\pi - \int_0^\pi \sin x dx = \cos x \Big|_0^\pi = -2$.

Câu 26: Giả sử $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$; $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = ab$.

A. $P = 8$.

B. $P = -6$.

C. $P = -4$.

D. $P = -5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = \int_0^2 \frac{x-1}{(x+1)(x+3)} dx = \int_0^2 \left(\frac{-1}{x+1} + \frac{2}{x+3} \right) dx = \left(-\ln|x+1| + 2\ln|x+3| \right) \Big|_0^2 = 2\ln 5 - 3\ln 3$$

Suy ra: $a = 2, b = -3$. Do đó: $P = ab = -6$.

Câu 27: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \tan x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

A. $V = -\pi \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$.

B. $V = \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$.

C. $V = \pi \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$.

D. $V = \pi \left(2 - \frac{\pi}{4} \right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \pi \left(\tan x - x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \pi \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

Câu 28: Một vận động viên đua xe F đang chạy với vận tốc $10(\text{m/s})$ thì anh ta tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t(\text{m/s}^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng tốc. Hỏi quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian $10(\text{s})$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu?

A. 1100m .

B. 100m .

C. 1010m .

D. 1110m .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int 6t dt = 3t^2 + C$; $v(0) = 10 \Rightarrow 3 \cdot 0^2 + C = 10 \Rightarrow C = 10 \Rightarrow v(t) = 3t^2 + 10$

Quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian $10(\text{s})$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc

$$s = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (3t^2 + 10) dt = 1100\text{m}$$

Câu 29: Cho số phức $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

A. $\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{15}$.

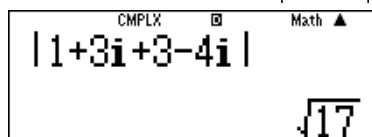
C. 4 .

D. 8 .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z_1 + z_2 = 1 + 3i + 3 - 4i = 4 - i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{17}$.



Bấm máy tính:

Câu 30: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2.$$

A. 15.

B. 20.

C. 19.

D. 17.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases} \Rightarrow A = |-1 + 3i|^2 + |-1 - 3i|^2 = 20.$$

Câu 31: Tìm điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2+i)\bar{z} = 3+i$.

A. $(1; -1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(1; 1)$.

D. $(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1: Giải tự luận.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } (1+i)z + (2+i)\bar{z} = 3+i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + (2+i)(a-bi) = 3+i$$

$$\Leftrightarrow 3a + (2a-b)i = 3+i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ 2a-b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Cách 2: Thay từng đáp án và bấm máy tính.

Câu 32: Cho số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$. Tính $z^5 + z^6 + z^7 + z^8$.

A. 4.

B. 0.

C. $4i$.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017} = i^{2017} = i.$$

$$\text{Suy ra } z^5 + z^6 + z^7 + z^8 = i^5 + i^6 + i^7 + i^8 = i - 1 - i + 1 = 0.$$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.

A. $z = -1 + i$.

B. $z = -2 + 2i$.

C. $z = 2 + 2i$.

D. $z = 3 + 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } |z - 2 - 4i| = |z - 2i| \Leftrightarrow |a - 2 + (b - 4)i| = |a + (b - 2)i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2 + (b-4)^2} = \sqrt{a^2 + (b-2)^2} \Leftrightarrow a + b = 4 \Leftrightarrow b = 4 - a.$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2 + (4-a)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 16} = \sqrt{2(a-2)^2 + 8}.$$

$$\Rightarrow |z| \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow z = 2 + 2i.$$

- Câu 34:** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2$.
- A. $P = 1 - i$. B. $P = -1 - i$. **C. $P = -1$.** D. $P = 1 + i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cách 1: (Tự luận)

$$\text{Ta có } |z_1| = |z_2| = 1 \Rightarrow \begin{cases} z_1 \cdot \bar{z}_1 = |z_1|^2 = 1 \\ z_2 \cdot \bar{z}_2 = |z_2|^2 = 1 \end{cases}$$

$$(z_1 - z_2)(\bar{z}_1 - \bar{z}_2) = |z_1 - z_2|^2 = 1 \Leftrightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1 \cdot \bar{z}_2 + z_2 \cdot \bar{z}_1 = 1 \Leftrightarrow z_1 \cdot \bar{z}_2 + z_2 \cdot \bar{z}_1 = 1$$

$$\text{Từ đó: } \frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2} + \frac{z_2 \cdot \bar{z}_1}{|z_1|^2} = z_1 \cdot \bar{z}_2 + z_2 \cdot \bar{z}_1 = 1.$$

$$\text{Suy ra: } P = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 = \left(\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_1}\right)^2 - 2 = -1.$$

Cách 2: (Trắc nghiệm)

$$\text{Chọn } z_1 = 1, z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ thỏa } |z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 1.$$

$$\text{Bấm máy } P = \left(\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}\right)^2 + \left(\frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i}{1}\right)^2 = -1$$

- Câu 35:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$, các cạnh bên có chiều dài là $2a$. Tính chiều cao của hình chóp đó theo a .
- A. $a\sqrt{2}$. B. $2a\sqrt{2}$. C. $2a$. **D. $a\sqrt{3}$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AC = 2a \Rightarrow AO = a$.

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

- Câu 36:** Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của một hình tứ diện đều bằng 14.
 B. Số cạnh của một hình hai mươi mặt đều bằng 30.
 C. Số mặt của một hình mười hai mặt đều bằng 12.
D. Số đỉnh của một hình bát diện đều bằng 8.

Hướng dẫn giải

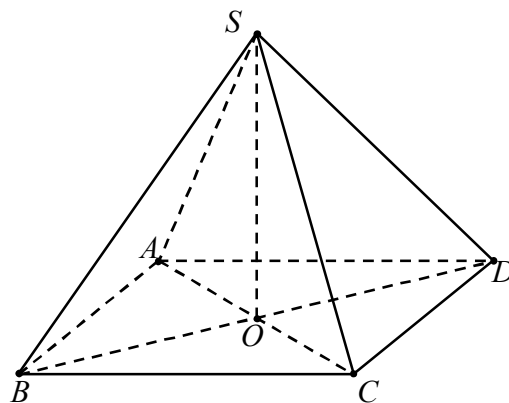
Chọn D.

Hình tứ diện đều có số đỉnh là 4, số cạnh là 6, số mặt là 4 $\Rightarrow$ A đúng.

Hình 20 mặt đều có số cạnh là 30 $\Rightarrow$ B đúng.

Hình 12 mặt đều có số mặt là 12 $\Rightarrow$ C đúng.

Hình bát diện đều có số đỉnh là 6 $\Rightarrow$ D sai.



- Câu 37:** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

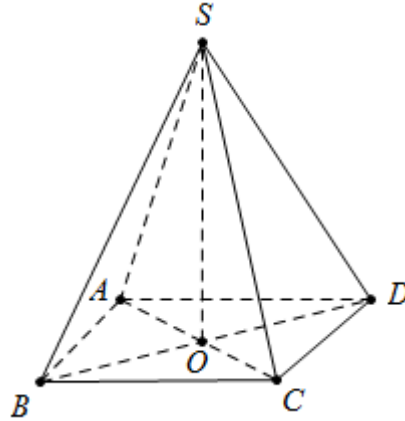
C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi O là tâm của hình vuông. Ta có $SA = SB = SC = SD$ và $OA = OB = OC = OD$ nên SO là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ nên $SO \perp (ABCD)$.



Ta có: $SO^2 = SA^2 - OA^2 = 2a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow SO = a\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Vậy: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{\frac{3}{2}}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a .

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

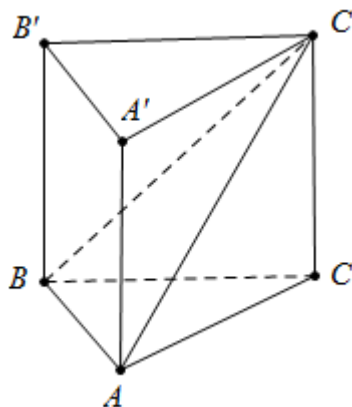
B. $V = a^3\sqrt{6}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Xét $\triangle ABC$ có $\tan 60^\circ = \frac{AB}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow AB = AC\sqrt{3} = a\sqrt{3}$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ACC'A') \Rightarrow (\widehat{BC';(ACC'A')}) = \widehat{BC'A}$.

Bài ra $(\widehat{BC';(ACC'A')}) = 30^\circ \Rightarrow \widehat{BC'A} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{AB}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow AC' = AB\sqrt{3} = 3a \Rightarrow CC'^2 = AC'^2 - AC^2 = 9a^2 - a^2 \Rightarrow CC' = 2a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = CC'.S_{ABC} = CC' \cdot \frac{1}{2} AB.AC = 2a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot a = a^3\sqrt{6}.$$

Câu 39: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=2$, $AC=\sqrt{5}$ quay xung quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 2\sqrt{5}\pi$.

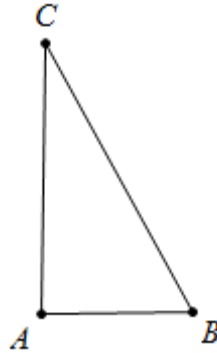
B. $S_{xq} = 12\pi$.

C. $S_{xq} = 6\pi$.

D. $S_{xq} = 3\sqrt{5}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot AB \cdot BC = \pi \cdot 2 \cdot \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2\pi \sqrt{4+5} = 6\pi$.

Câu 40: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

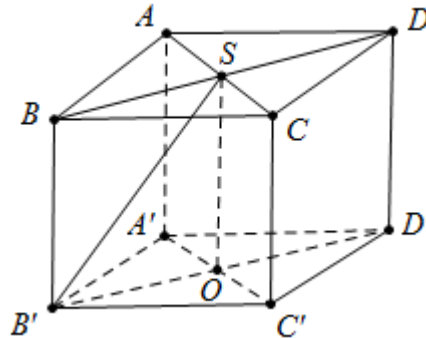
B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Kí hiệu như hình vẽ, ta có $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot OB' \cdot SB'$.

Cạnh $OB' = \frac{A'B'}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ và $SO = AA' = a \Rightarrow SB'^2 = OB'^2 + SO^2 = \frac{a^2}{2} + a^2$

$\Rightarrow SB' = a\sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow S_{xq} = \pi \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot a\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{15}}{18}$.

B. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{15}}{54}$.

C. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$.

D. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

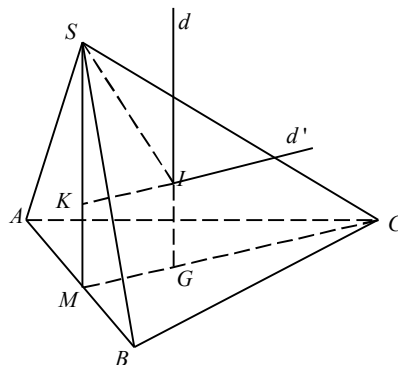
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi M là trung điểm AB , G , K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC , SAB .

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SM \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SM \perp (ABC).$$



Dựng d , d' lần lượt là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , SAB , suy ra $d \perp (ABC)$ tại G , $d' \perp (SAB)$ tại K .

Gọi $I = d \cap d'$ suy ra $IS = IA = IB = IC$, nên I là tâm của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp và có bán kính là IS .

$$\text{Ta có } GMKI \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow KI = GM = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, SK = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Do đó } IS = \sqrt{SK^2 + KI^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{(S)} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{5a^3 \sqrt{15}}{54}.$$

Câu 42: Tính diện tích vải cần có để may một cái mũ có hình dạng và kích thước (cùng đơn vị đo) được cho bởi hình vẽ bên (không kẻ riềm, mép)

A. 350π .

B. 400π .

C. 450π .

D. 500π .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Dựa vào hình vẽ ta cần tính diện tích của hai phần:

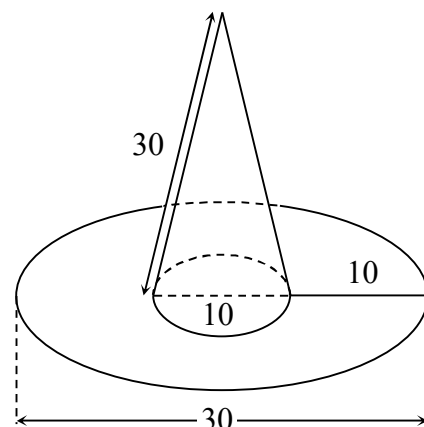
Phần I: Diện tích phần giới hạn bởi hai đường tròn có đường kính là 30 và 10.

$$S_1 = S_{d=30} - S_{d=10} = \pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 5^2 = 200\pi.$$

Phần II: Diện tích hình nón có đường kính hình tròn đáy là 10 và đường sinh là 30.

$$S_2 = \pi \cdot 5 \cdot 30 = 150\pi.$$

Vậy diện tích vải cần là $S = S_1 + S_2 = 350\pi$.



Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;2;1)$ và $N(1;3;0)$. Tìm giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng Oxz .

A. $E(2;0;3)$.

B. $H(-2;0;3)$.

C. $F(2;0;-3)$.

D. $K(-2;1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Đường thẳng } MN \left\{ \begin{array}{l} \text{qua } M(0;2;1) \\ \text{VTCP } \overrightarrow{MN}(1;1;-1) \end{array} \right. \Rightarrow MN : \begin{cases} x = t \\ y = 2 + t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

Phương trình $Oxz : y = 0$. Gọi A là giao điểm của MN và Oxz .

$$A \in MN \Rightarrow A(t; 2+t; 1-t), A \in Oxz \Rightarrow 2+t=0 \Rightarrow t=-2 \Rightarrow A(-2;0;3).$$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(1;-2;1)$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B .

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

B. $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{2}$.

C. $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} \text{qua } A(2;1;3) \\ \text{VTCP } \overrightarrow{AB}(-1;-3;-2) = -(1;3;2) \end{cases} \Rightarrow \Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{1-z}{-2}$ và

$d': \begin{cases} x = 4t \\ y = 1+6t \\ z = -1+4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng d và d' .

A. d và d' song song với nhau.

B. d và d' trùng nhau.

C. d và d' cắt nhau.

D. d và d' chéo nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

d qua $A(2;-4;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{a_d} = (2;3;2)$.

d' qua $B(0;1;-1)$ và có VTCP $\overrightarrow{a_{d'}} = (4;6;4)$.

Ta có $\overrightarrow{a_{d'}} = 2\overrightarrow{a_d}$, thay B vào d ta được: $\frac{-2}{2} = \frac{1+4}{3} = \frac{2}{-2}$ (sai) nên $B \notin d$.

Vậy d và d' song song với nhau.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;2)$, $B(2;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B .

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 2+t \end{cases}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$.

C. $\Delta: x - y + z - 3 = 0$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$\overrightarrow{AB} = (1;-1;1)$. Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $(Q): 2y + 3z - 1 = 0$.

B. $(Q): 2x + 3z - 11 = 0$.

C. $(Q): 2y + 3z - 12 = 0$.

D. $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2).$$

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}_{(P)} = (1; -3; 2)$.

Ta có: $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (0; 8; 12)$, chọn $\vec{n}_{(Q)} = (0; 2; 3)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A , có vtpt $\vec{n}_{(Q)} = (0; 2; 3)$ có pt là:

$$2(y-4) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0.$$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$ và cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 18 = 0$. Tìm phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) đồng thời (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

A. $(Q): 2x + 2y - z + 22 = 0.$

B. $(Q): 2x + 2y - z - 28 = 0.$

C. $(Q): 2x + 2y - z - 18 = 0.$

D. $(Q): 2x + 2y - z + 12 = 0.$

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 5$.

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x + 2y - z + d = 0$, $d \neq -18$.

Vì (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I, (P)) = 5 \Leftrightarrow \frac{|d+3|}{3} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 12 \\ d = -18(l) \end{cases}$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là: $2x + 2y - z + 12 = 0$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -3; 2)$, $B(1; 0; 1)$, $C(2; 3; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $3x - y - 3z = 0.$

B. $3x + y + 3z - 6 = 0.$

C. $15x - y - 3z - 12 = 0.$

D. $y + 3z - 3 = 0.$

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

$$\overrightarrow{AB} = (0; 3; -1), \overrightarrow{AC} = (1; 6; -2), [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -1; -3).$$

Chọn $\vec{n}_{(ABC)} = (0; 1; 3)$ là véc tơ pháp tuyến của (ABC) .

Vậy phương trình mặt phẳng $(ABC): y + 3z - 3 = 0$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại ba điểm A , B , C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y + 3z - 11 = 0.$

B. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0.$

C. $(P): x + 2y + z - 14 = 0.$

D. $(P): x + y + z - 6 = 0.$

Hướng dẫn giải**Chọn B.**

Cách 1:

Gọi $OH \perp (ABC)$ tại H . Ta có:

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2}. \text{ Dấu "}" xảy ra khi và chỉ khi } H \equiv M.$$

Do đó: $\left(\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}\right)_{\min} = \frac{1}{OM^2}$ khi (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ có VTPT $\overrightarrow{OM} = (1; 2; 3)$

Vậy (P) có phương trình: $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Cách 2:

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với $a.b.c \neq 0$.

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ nên ta có phương trình $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$ (1).

Ta có: $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiakopxki ta có: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \leq \sqrt{14\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right)}$.

suy ra $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{\sqrt{14}}{14}$, dấu "=" xảy ra khi $a = 2b = 3c$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = 14 \\ b = 7 \\ c = \frac{14}{3} \end{cases}$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là: $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

-----HẾT-----