

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2$ trên đoạn $[-1; 3]$.

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Tìm môđun của số phức z , biết $(1-i)z = (2+i)^2 - 5i$.

b) Giải phương trình $16^x - 3 \cdot 4^x - 4 = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^e (2x+1) \ln x dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(3; -2; 3)$. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\cos 2x - 4 \sin x + 5 = 0$.

b) Một tổ học sinh có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để trong 4 học sinh được gọi có cả nam lẫn nữ và số nam không nhiều hơn số nữ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , góc ACB bằng 30° , cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ trọng tâm của tam giác SAC đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ và điểm $M(4; 3)$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(5; 2)$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm P và Q sao cho $\widehat{PMQ} = 60^\circ$. Tìm tọa độ các điểm P và Q .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:
$$\begin{cases} 4x^2 + 2x + y^2 + y + 4xy - 2 = 0 \\ 8\sqrt{1-2x} + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $c \geq 2a$ và $ab + bc = 2c^2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-c} + \frac{c}{c-a}$.

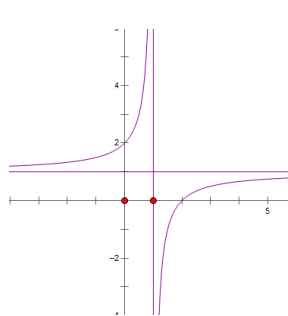
-----HẾT-----

A. HƯỚNG DẪN CHUNG

1. Thí sinh có cách giải khác thì vẫn chấm bình thường, việc phân chia điểm cho từng bước giải của thí sinh theo sự thống nhất toàn tổ toán.

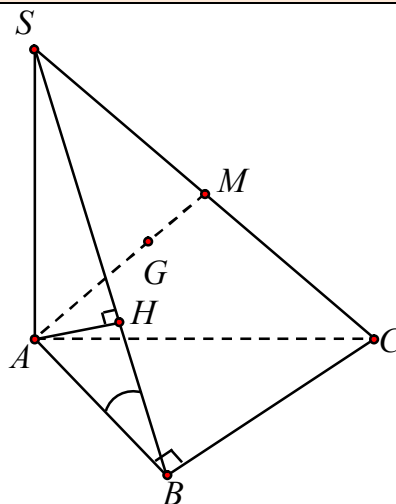
Điểm toàn bài không làm tròn số.

B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu	Nội dung	Điểm																		
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$.	1,0đ																		
	TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Sự biến thiên: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị.	0,25																		
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ nên $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số	0,25																		
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td><td>1</td></tr></table>	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		+		+		y	1		$+\infty$	$-\infty$	1	0,25
	x	$-\infty$		1		$+\infty$														
y'		+		+																
y	1		$+\infty$	$-\infty$	1															
Đồ thị: 	0,25																			
2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2$ trên đoạn $[-1; 3]$.	1,0đ																		
	Hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$. Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 16x$	0,25																		
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 3] \\ x = -2 \notin [-1; 3] \\ x = 2 \in [-1; 3] \end{cases}$	0,25																		
	Tính $f(-1) = 7, f(3) = 9, f(0) = 0, f(2) = -16$.	0,25																		
	Vậy $\max_{[-1; 3]} f(x) = f(3) = 9; \min_{[-1; 3]} f(x) = f(2) = -16$.	0,25																		

3	a) Tìm môđun của số phức z , biết $(1-i)z = (2+i)^2 - 5i$.	0,5đ
	$(1-i)z = (2+i)^2 - 5i \Leftrightarrow (1-i)z = (4+4i+i^2) - 5i$	0,25
	$\Leftrightarrow (1-i)z = 3-i \Leftrightarrow z = \frac{3-i}{1-i} = 2+i$	
	Vậy: $ z = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$	0,25
	b) Giải phương trình $16^x - 3.4^x - 4 = 0$.	0,5đ
	$16^x - 3.4^x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x = -1 \\ 4^x = 4 \end{cases}$	0,25
4	$\Leftrightarrow x = 1$ (vì $4^x > 0$) Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$	0,25
	Tính tích phân $I = \int_1^e (2x+1) \ln x dx$	1,0đ
	Đặt $u = \ln x; dv = (2x+1)dx$, ta có $du = \frac{1}{x}dx; v = x^2 + x$	0,25
	$I = (x^2 + x) \ln x \Big _1^e - \int_1^e (x+1) dx$	0,25
	$= (e^2 + e) - \left[\frac{x^2}{2} + x \right]_1^e$	0,25
	$= (e^2 + e) - \left[\left(\frac{e^2}{2} + e \right) - \frac{3}{2} \right] = \frac{e^2}{2} + \frac{3}{2}$	0,25
5	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 5 = 0$ và điểm $A(3; -2; 3)$. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) .	1,0đ
	Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n} = (2; -1; 2)$	0,25
	d đi qua $A(3; -2; 3)$ và vuông góc với (P) nên d có phương trình $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$	0,25
	Gọi M là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) , ta có: $M \in d: M(3+2t; -2-t; 3+2t)$	0,25
	$M \in (P): 2(3+2t) - (-2-t) + 2(3+2t) = 0 \Leftrightarrow 9t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1$	
	Vậy $M(1; -1; 1)$	0,25

	a) Giải phương trình $\cos 2x - 4\sin x + 5 = 0$.	0,5đ
	$PT \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - 4\sin x + 5 = 0 \Leftrightarrow \sin^2 x + 2\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = -3 \end{cases}$	0,25
	$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ $\sin x = -3$: phương trình vô nghiệm Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
6	b) Một tổ học sinh có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để trong 4 học sinh được gọi có cả nam lẫn nữ và số nam không nhiều hơn số nữ.	0,5đ
	Tổng số học sinh của tổ là $6 + 4 = 10$ Số cách gọi ngẫu nhiên 4 học sinh từ 10 học sinh của tổ là C_{10}^4 (cách).	0,25
	Gọi A là biến cố “trong 4 học sinh được gọi có cả nam lẫn nữ và số nam không nhiều hơn số nữ”. Ta có: $n(A) = C_6^1 C_4^3 + C_6^2 C_4^2 = 114$ Xác suất xảy ra biến cố A là: $P(A) = \frac{19}{35}$	0,25
7	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , góc ACB bằng 30° , cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ trọng tâm của tam giác SAC đến mặt phẳng (SBC) .	1,0đ
	$SA \perp (ABC)$ $\Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên (ABC) $\Rightarrow$ góc giữa SB và (ABC) là $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$	0,25
	ΔABC vuông tại B , $\widehat{ACB} = 30^\circ$ $\Rightarrow BC = AB \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{2}$	0,25
	Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$ (do $(SAB) \perp (SBC)$) $\Rightarrow$ khoảng cách từ A đến (SBC) là $d(A, (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,25
	Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC và M là trung điểm của SC Ta có: $\frac{MG}{MA} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow$ khoảng cách từ G đến (SBC) là $d(G, (SBC)) = \frac{1}{3} d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{6}$	0,25



	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$ và điểm $M(4;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(5;2)$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm P và Q sao cho $\widehat{PMQ} = 60^\circ$. Tìm tọa độ các điểm P và Q.	1,0đ
8	Đường tròn (C) có tâm $I(2;3)$ và bán kính $r = 2$. Tọa độ M thỏa phương trình (C) nên $M \in (C)$.	0,25
	$\widehat{PMQ} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{PIQ} = 120^\circ \Rightarrow d(I, d) = 1$ và các điểm I, M nằm cùng phía với đường thẳng d	0,25
	Đường thẳng d đi qua $A(2;5)$ có dạng $ax + by - 5a - 2b = 0, a^2 + b^2 \neq 0$ $d(I, d) = 1 \Leftrightarrow \frac{ -3a + b }{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1 \Leftrightarrow a(4a - 3b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 4a = 3b \end{cases}$ Với $a = 0 \Rightarrow b = 1$ khi đó ta có $d: y = 0$ Với $4a = 3b$ chọn $a = 3 \Rightarrow b = 4$ khi đó ta có $d: 3x + 4y - 23 = 0$	0,25
	Trong hai đường thẳng $d: y = 0, d: 3x + 4y - 23 = 0$ thì chỉ đường thẳng $d: y = 0$ thỏa điều kiện các điểm I, M nằm cùng phía đối với đường thẳng d. Đường thẳng $d: y = 0$ cắt (C) tại hai điểm $(2 - \sqrt{3}; 2), (2 + \sqrt{3}; 2)$. Vậy $P(2 - \sqrt{3}; 2), Q(2 + \sqrt{3}; 2)$ hoặc $P(2 + \sqrt{3}; 2), Q(2 - \sqrt{3}; 2)$	0,25
9	Giải hệ phương trình sau trên tập số thực: $\begin{cases} 4x^2 + 2x + y^2 + y + 4xy - 2 = 0 & (1) \\ 8\sqrt{1-2x} + y^2 - 9 = 0 & (2) \end{cases}$	1,0đ
	Điều kiện: $x \leq \frac{1}{2}$ $(1) \Leftrightarrow (2x + y)^2 + (2x + y) - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ y + 3 = 1 - 2x \end{cases}$	0,25
	$y = 1 - 2x, y \geq 0$, thay vào (2): $8\sqrt{y} + y^2 - 9 = 0$. Đặt $t = \sqrt{x}, t \geq 0$. Ta có: $t^4 + 8t - 9 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(t^3 + t^2 + t + 9) = 0$ $\Leftrightarrow t = 1 \text{ vì } t^3 + t^2 + t + 9 > 0, \forall t \geq 0.$ $t = 1 \Rightarrow y = 1; x = 0$	0,25

	$y + 3 = 1 - 2x, y \geq -3$, thay vào (2): $8\sqrt{y+3} + y^2 - 9 = 0$. $\sqrt{y+3}(8 + \sqrt{y+3}(y-3)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ 8 + \sqrt{y+3}(y-3) = 0 \end{cases}$ + Với $y = -3 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.	0,25
	+ Xét phương trình $8 + \sqrt{y+3}(y-3) = 0, (y \geq -3)$ Đặt $t = \sqrt{y+3}, t \geq 0 \Rightarrow y = t^2 - 3$ Ta có phương trình $t^3 - 6t + 8 = 0$. Xét $f(t) = t^3 - 6t + 8; t \in [0; +\infty)$ $f'(t) = 3t^2 - 6; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{2}$ Lập bảng biến thiên. Ta có $\min_{[0; +\infty)} f(x) = f(\sqrt{2}) = 8 - 4\sqrt{2} > 0$ suy ra pt vô nghiệm. Vậy hệ đã cho có hai nghiệm là $(0; 1); \left(\frac{1}{2}; -3\right)$.	0,25
	Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $c \geq 2a$ và $ab + bc = 2c^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-c} + \frac{c}{c-a}$.	1,0đ
	Từ giả thiết ta có $\frac{a}{c} \leq \frac{1}{2}, \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} + \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow 0 < \frac{c}{b} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{c} + 1 \right) \leq \frac{3}{4}$	0,25
	Đặt $t = \frac{c}{b} \in \left(0; \frac{3}{4}\right] \Rightarrow \frac{a}{c} = 2t - 1$, ta có $P - \frac{c}{\frac{a}{c} - \frac{b}{c}} + \frac{c}{\frac{b}{c} - 1} + \frac{1}{1 - \frac{a}{c}} = \frac{4t^2 - 8t - 3}{4t^2 - 2t - 2}$	0,25
10	Xét hàm số $f(t) = \frac{4t^2 - 8t - 3}{4t^2 - 2t - 2}, t \in \left(0; \frac{3}{4}\right]$ $f'(t) = \frac{24t^2 + 8t + 10}{(4t^2 - 2t - 2)^2} > 0, \forall t \in \left(0; \frac{3}{4}\right]$ Suy ra f đồng biến trên $\left(0; \frac{3}{4}\right] \Rightarrow \max_{\left(0; \frac{3}{4}\right]} f(t) = f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{5}$	0,25
	Vậy GTLN của biểu thức P là $\frac{27}{5}$ khi $a = \frac{c}{2}, b = \frac{4c}{2}, c$ dương tùy ý.	0,25