

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM.

I. Phần Đại số và Giải tích:

Chương 1: Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác.

1. Hàm số lượng giác

- Tập xác định của hàm số.
- Tính chất tuần hoàn, sự biến thiên, tính chẵn -lẻ của hàm số.
- GTNN, GTLN của hàm số.

2. Phương trình lượng giác

- Phương trình lượng giác cơ bản .
- Một số phương trình lượng giác đơn giản.

Chương 2: Tổ hợp và xác suất .

1. Tổ hợp

- Quy tắc cộng và quy tắc nhân.
- Hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp.
- Nhị thức Niu-tơn.

2. Xác suất

- Khái niệm về biến cố.
- Công thức tính xác suất.

II. Phần Hình học:

Chương 1: Hình học không gian.

1. Giao tuyến của hai mặt phẳng, giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng. Ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng qui.
2. Hai đường thẳng song song.
3. Đường thẳng song song với mặt phẳng.
4. Hai mặt phẳng song song.

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG.

I. Phần Đại số và Giải tích:

TRẮC NGHIỆM

Chương I: Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{1 + \cos x}$ là

- A. $R \setminus \{k\pi / k \in Z\}$ B. $R \setminus \{\pi + k2\pi / k \in Z\}$ C. $R \setminus \left\{ \frac{-\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} / k \in Z \right\}$

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\cos x}$ là

- A. $R \setminus \{k\pi / k \in Z\}$ B. $R \setminus \{k2\pi / k \in Z\}$ C. $R \setminus \left\{ \frac{-\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} / k \in Z \right\}$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \cot(x - \frac{\pi}{4}) + \tan(x - \frac{\pi}{4})$ là

- A. $R \setminus \{k\pi / k \in Z\}$ B. $R \setminus \{k2\pi / k \in Z\}$ C. $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} / k \in Z \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} / k \in Z \right\}$

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\sin^2 x}}$ là

- A. $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi / k \in Z \right\}$ B. R C. $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$ D. $R \setminus \left\{ \pi + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi / k \in Z \right\}$

Câu 5. Hãy chọn câu khẳng định **đúng**. Hàm số $y = \sin^2 x \cos x$ là hàm số

- A. Chẵn B. Lẻ C. Vừa chẵn vừa lẻ D. Không chẵn không lẻ

Câu 6. Hàm số nào sau đây **không** có tính chẵn, lẻ ?

- A. $y = \cos^2 x \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ B. $y = \sin^2 x \cos x$ C. $y = \sin x - \cos x$ D. $y = x \sin x$

Câu 7. Chu kì của hàm số $y = \cos \frac{x}{2}$ là

- A. 2π B. 4π C. π D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 8. Chu kì của hàm số $y = \tan \frac{x}{2}$ là

- A. 2π B. 4π C. π D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 9. Với giá trị nào của x thì hàm số $y = 1 - 2|\sin 2x|$ đạt giá trị nhỏ nhất ?

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ C. $x = k\pi$ D. $x = \frac{k\pi}{2}$

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 7 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ lần lượt là

- A. -2 và 7 B. -2 và 2 C. 5 và 9 D. 4 và 7

Câu 11. Tập giá trị của hàm số $y = 2 + \sqrt{1 - \sin^2 2x}$ là:

- A. $[1; 2]$ B. $[0; 2]$ C. $[1; 3]$ D. $[2; 3]$

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$ lần lượt là

- A. $\sqrt{2}$ và 2 B. 2 và 4 C. $4\sqrt{2}$ và 8 D. $4\sqrt{2} - 1$ và 7

Câu 13. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 + \sin x \cos x$ là

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. Một số khác

Câu 14. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x$ là

- A. 5 B. 7 C. 4 D. Một số khác

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ là

- A. -20 B. -8 C. 0 D. 9

Câu 16. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2\cos x - \cos^2 x$ là

- A. 2 B. 5 C. 0 D. 3

Câu 17. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2\sin x + \cos x + 1}{\sin x - 2\cos x + 3}$ lần lượt là

- A. $\frac{-1}{2}$ và 2 B. $\frac{1}{2}$ và 2 C. -2 và $\frac{-1}{2}$ D. -2 và $\frac{1}{2}$

Câu 18. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(\frac{\pi}{2}; \pi)$?

- A. $y = \sin x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \tan x$ D. $y = \cot x$

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = \tan x - 2$ đi qua điểm nào trong các điểm sau ?

- A. $M(0; 0)$ B. $N(\frac{\pi}{4}; -1)$ C. $P(\frac{3\pi}{4}; -1)$ D. $Q(-\frac{\pi}{4}; -1)$

Câu 20. Phương trình nào sau đây vô nghiệm ?

- A. $\sin x + 3 = 0$ B. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ C. $\tan x + 3 = 0$ D. $3\sin x - 2 = 0$

Câu 21. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm ?

- A. $\sqrt{3}\sin x = 2$ B. $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{2}$ C. $2\sin x + 3\cos x = 1$ D. $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$

Câu 22. Nghiệm dương bé nhất của phương trình: $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$ là?

- A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $x = \frac{\pi}{2}$ C. $x = \frac{3\pi}{2}$ D. $x = \frac{5\pi}{6}$

Câu 23. Phương trình $\tan x = 3\cot x$ có nghiệm là

- A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ B. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi$ C. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\sin(\pi x) = \cos(\frac{\pi}{3} + \pi x)$ là

- A. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{1}{12} + k; k \in \mathbb{Z}$ C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{1}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

Câu 25. Phương trình: $\sqrt{3}\sin 3x + \cos 3x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây ?

- A. $\sin\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ B. $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6}$ C. $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ D. $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

Câu 26. Phương trình $\sin 8x - \cos 6x = \sqrt{3}(\sin 6x + \cos 8x)$ có các họ nghiệm là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{7} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{7} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}$

Câu 27. Phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$ có nghiệm là

- A. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$ B. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ C. $x = \pm\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}$ D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$

Câu 28. Tập nghiệm của phương trình $\sin^{15} x + \cos^{14} x = 1$ là

- A. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ B. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ C. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ D. $\emptyset$

Câu 29. Phương trình $\cos(\pi \cos 2x) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ D. $x = 0$

Câu 30. Phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x + 2 = 0$ có cùng tập nghiệm với phương trình nào?

- A. $4\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$ B. $4\sin^2 x + 5\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$
C. $4\tan^2 x - 5\tan x + 1 = 0$ D. $5\sin 2x + 3\cos 2x = 2$

Câu 31. Phương trình $\cos 5x \cos 3x = \cos 4x \cos 2x$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- A. $\sin x = \cos x$ B. $\cos x = 0$ C. $\cos 8x = \cos 6x$ D. $\sin 8x = \cos 6x$

Câu 32. Số nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x = 1$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 33. Nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0$ với $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ là

- A. $x = \frac{\pi}{3}$ B. $x = \frac{\pi}{4}$ C. $x = \frac{\pi}{6}$ D. $x = \frac{5\pi}{6}$

Câu 34. Nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2}$ B. $x = 0$ C. $x = \pi$ D. $x = \frac{-\pi}{2}$

Câu 35. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^2(2x - \frac{\pi}{4}) - 3\sin(2x - \frac{\pi}{4}) + 2 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ là

- A. $\frac{11\pi}{8}$ B. $\frac{7\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{8}$ D. $\frac{-\pi}{4}$

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + \sin^2 x + 2\cos x + 1 = 0$ thuộc đoạn $[0; 4\pi]$ là

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 37. Nghiệm $x \in (0^\circ; 180^\circ)$ của phương trình $\sin 2x + \sin 4x = \sin 6x$ là

- A. $30^\circ, 60^\circ$ B. $40^\circ, 60^\circ$ C. $45^\circ, 75^\circ, 135^\circ$ D. $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$

Câu 38. Tổng các nghiệm của phương trình $\left(\sin x + \frac{\sin 3x + \cos 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \frac{3 + \cos 2x}{5}$ thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. π C. $\frac{3\pi}{2}$ D. 2π

Câu 39. Các nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\sin^3 x \cdot \cos 3x + \cos^3 x \cdot \sin 3x = \frac{3}{8}$ là

- A. $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}$

Câu 40. Điều kiện để phương trình $3\sin x + m\cos x = 5$ vô nghiệm là

- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m \geq 4 \end{cases}$ B. $m > 4$ C. $m < 4$ D. $-4 < m < 4$

Câu 41. Tìm m để phương trình $5\cos x - m\sin x = m + 1$ có nghiệm.

- A. $m \leq -13$ B. $m \leq 24$ C. $m \leq 12$ D. $m \geq 24$

Câu 42. Tìm m để phương trình $\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 2m\cos^2 x = 0$ có nghiệm.

- A. $m \geq 2$ B. $m \leq 2$ C. $m \leq 4$ D. $m \geq 4$

Câu 43. Tìm m để phương trình $\sin 2x + \cos^2 x = \frac{m}{2}$ có nghiệm.

- A. $\begin{cases} m \leq 1 - \sqrt{5} \\ m \geq 1 + \sqrt{5} \end{cases}$ B. $1 - \sqrt{2} \leq m \leq 1 + \sqrt{2}$ C. $1 - \sqrt{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$ D. $1 - \sqrt{5} \leq m \leq 1 + \sqrt{5}$

Câu 44. Với giá trị nào của m thì phương trình $\cos 2x + \cos x + m + 1 = 0$ có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$

- A. $0 < m \leq 1$ B. $-1 \leq m < 0$ C. $\frac{1}{4} < m \leq 1$ D. $-1 \leq m \leq \frac{1}{8}$

Câu 45. Giá trị của m để phương trình $(3\cos x - 2)(2\cos x + 3m - 1) = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt $x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$ là

- A. $\frac{1}{3} < m < 1$ B. $m < -1$ C. $\begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m > 1 \end{cases}$ D. $\frac{1}{3} < m \leq 1$

Chương II: Tổ hợp và Xác suất

Câu 1. Giả sử một công việc có thể được tiến hành theo 2 phương án A và B. Phương án A có thể thực hiện bằng n cách, phương án B có thể thực hiện bằng m cách. Khi đó, số cách thực hiện công việc là

- A. mn B. $m + n$ C. $\frac{1}{2}mn$ D. $\frac{m+n}{2}$

Câu 2. Giả sử một công việc có thể tiến hành theo 2 công đoạn A và B. Công đoạn A có thể thực hiện bằng n cách, công đoạn B có thể thực hiện bằng m cách. Khi đó, số cách thực hiện công việc là

- A. mn B. $m + n$ C. $\frac{1}{2}mn$ D. $\frac{m+n}{2}$

Câu 3. Một tổ có 4 học sinh nam, 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp học sinh trong tổ thành hàng dọc

- A. $4!5!$ B. $4!+5!$ C. $A_9^4 A_9^5$ D. $9!$

Câu 4. Một tổ có 4 học sinh nam, 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp học sinh trong tổ thành hàng dọc. Sao cho học sinh nam và nữ đứng xen nhau?

- A. $4!5!$ B. $4!+5!$ C. $A_9^4 A_9^5$ D. $9!$

Câu 5. Có bao nhiêu cách xếp 9 người vào một bàn tròn có 9 chỗ ngồi?

- A. $4!5!$ B. $4!+5!$ C. $8!$ D. $9!$

Câu 6. Trên đường tròn cho n điểm (phân biệt, không có 3 điểm nào thẳng hàng). Có bao nhiêu tam giác có đỉnh trong số các điểm đã cho?

- A. n B. C_n^3 C. C_{n-3}^3 D. $\frac{1}{3}C_n^3$

Câu 7. Có bao nhiêu số điện thoại gồm sáu chữ số bất kì?

- A. 10^6 số B. 151200 số C. 6 số D. 6^6 số

Câu 8. Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

- A. 120 B. 216 C. 312 D. 360

Câu 9. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

- A. 42 B. 40 C. 38 D. 36

Câu 10. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và lớn hơn 300.000?

- A. $5!.3!$ B. $5!.2!$ C. $5!$ D. $5!.3$

Câu 11. Cho đa giác lồi 12 cạnh, đường chéo là đoạn thẳng nối 2 đỉnh không kề nhau. Số đường chéo của đa giác lồi là

- A. 121 B. 66 C. 132 D. 54

Câu 12. Từ 5 chữ số 0, 1, 2, 3, 4 viết được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau và phải có mặt chữ số 2?

- A. 27 B. 30 C. 33 D. 36

Câu 13. Từ 5 chữ số 1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 7 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt đúng 3 lần và mỗi chữ số còn lại có mặt đúng một lần?

- A. $7!$ B. $3.5!$ C. $\frac{7!}{3!}$ D. $7!-3!$

Câu 14. Một túi có 20 viên bi khác nhau trong đó có 7 bi đỏ, 8 bi xanh và 5 bi vàng. Số cách lấy 3 viên bi khác màu là

- A.20 B.280 C.6840 D.1140

Câu 15. Gieo đồng thời 3 con súc sắc khác nhau. Tính số khả năng tổng số chấm trên mặt xuất hiện của 3 con súc sắc bằng 10.

- A. 27 B.7 C.42 D.50

Câu 16. Trong mặt phẳng cho 18 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác mà có đỉnh của nó thuộc tập hợp đỉnh đã cho là

- A. A_{18}^3 B. C_{18}^3 C. 6 D. $\frac{18!}{3}$

Câu 17. Gieo 3 đồng tiền khác nhau là một phép thử ngẫu nhiên có không gian mẫu là

- A. {NN, NS, SN, SS} B. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS}
C. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, SNS, NSS, SNN} D. {NNN, SSS, NNS, SSN, NSN, NSS, SNN}

Câu 18. Xét phép thử “gieo một con xúc sắc hai lần”. Gọi N là biến cố “lần đầu xuất hiện mặt năm chấm” thì

- A. $N = \{5;5\}$ B. $N = \{(6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)\}$
C. $N = \{(5;1), (5;2), (5;3), (5;4), (5;5), (5;6)\}$ D. $N = \{(1;1), (1;2), (1;3), (1;4), (1;5), (1;6)\}$

Câu 19. Gieo 3 đồng xu. Tính xác suất để có ít nhất 2 đồng xu lật ngửa?

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{7}{8}$

Câu 20. Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc giống nhau cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6” là

- A. $\frac{1}{12}$ B. $\frac{7}{36}$ C. $\frac{11}{36}$ D. $\frac{5}{36}$

Câu 21. Gieo 2 con súc sắc một xanh, một đỏ. Gọi a là số chấm trên con xanh, b là số chấm trên con đỏ. Tính xác suất để có a chẵn, b lẻ và $a + b = 7$.

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

Câu 22. Một túi có 10 viên bi trong đó có 7 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để trong 3 viên bi đó có ít nhất 1 viên bi vàng.

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{17}{24}$ D. $\frac{19}{26}$

Câu 23. Một hộp có 10 viên bi màu trắng, 20 viên bi màu xanh và 30 viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách để chọn ngẫu nhiên 8 trong số các viên bi thuộc hộp đó để được 8 viên bi cùng màu?

- A. $C_{10}^8 \cdot C_{20}^8 \cdot C_{30}^8$ B. $C_{10}^8 + C_{20}^8 + C_{30}^8$ C. C_{30}^8 D. C_{60}^8

Câu 24. Trong số 100 bóng đèn có 4 bóng bị hỏng và 96 bóng tốt. Tính xác suất để lấy được 2 bóng tốt từ số bóng đã cho.

- A. $\frac{152}{165}$ B. $\frac{24}{25}$ C. $\frac{149}{162}$ D. $\frac{151}{164}$

Câu 25. Có 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên. Tính xác suất để được 2 viên bi xanh.

- A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$

Câu 26. Một người chọn ngẫu nhiên hai chiếc giày từ bốn đôi giày cỡ khác nhau. Xác suất để hai chiếc chọn được tạo thành một đôi là

- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{3}{14}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{5}{28}$

Câu 27. Có 5 bì thư khác nhau và 8 con tem khác nhau. Chọn từ đó ra 3 bì thư và 3 con tem sau đó dán 3 con tem lên 3 bì thư đã chọn. Biết rằng 1 bì thư chỉ dán 1 con tem. Hỏi có bao nhiêu cách dán

- A. $C_5^3 C_8^3$ B. $A_5^3 A_8^3$ C. $3! A_5^3 A_8^3$ D. $3! C_5^3 C_8^3$

Câu 28. Trong 1 bài thi trắc nghiệm khách quan có 20 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Một học sinh không học bài nên làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên mỗi câu một phương án. Tính xác suất để học sinh đó trả lời đúng 10 câu?

- A. $\frac{3^{10}}{4^{20}}$ B. $C_{20}^{10} \frac{3^{10}}{4^{20}}$ C. $\frac{3^{10}}{4^{10}}$ D. $\frac{1}{4^{10}}$

Câu 29. Một hộp chứa 5 viên bi màu trắng, 15 viên bi màu xanh và 35 viên bi màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 7 viên bi. Xác suất để trong số 7 viên bi được lấy ra có ít nhất 1 viên bi màu đỏ là

- A. C_{35}^1 B. $\frac{C_{55}^7 - C_{20}^7}{C_{55}^7}$ C. $\frac{C_{35}^7}{C_{55}^7}$ D. $C_{35}^1 \cdot C_{20}^6$

Câu 30. Tìm n sao cho $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$

- A. $n=10$ B. $n=11$ C. $n=12$ D. $n=13$

Câu 31. Biết hệ số của số hạng thứ ba lớn hơn hệ số của số hạng thứ hai là 9, trong khai triển $(a+b)^n$. Tìm tổng các hệ số.

- A. 64 B. 32 C. 128 D. 16

Câu 32. Gọi $S = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$, thì giá trị của S là bao nhiêu?

- A. $S=0$ B. $S=n$ C. $S=2^n$ D. $S=n^n$

Câu 33. Biết số hạng thứ tư trong khai triển $(5+2x)^{16}$ lớn hơn số hạng thứ ba và thứ năm. Tìm các giá trị x?

- A. $\frac{15}{14} < x < \frac{15}{13}$ B. $\frac{7}{17} < x < \frac{8}{17}$ C. $\frac{3}{7} < x < \frac{5}{8}$ D. $\frac{15}{28} < x < \frac{10}{13}$

Câu 34. Giải bất phương trình $8C_{105}^n < 3C_{105}^{n+1}$

- A. $0 \leq n \leq 20$ B. $0 \leq n \leq 21$ C. $0 \leq n \leq 27$ D. $0 \leq n \leq 25$

Câu 35. Gọi $S = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ thì S là biểu thức nào dưới đây?

- A. $S = (1-2x)^5$ B. $S = (1+2x)^5$ C. $S = (2x-1)^5$ D. $S = (x-1)^5$

Câu 36. Cho $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ thỏa $a_0 + a_1 + \dots + a_n = 729$. Tìm n và số hạng thứ 5.

- A. $n=7; 560x^4$ B. $n=7; 280x^4$ C. $n=6; 240x^4$ D. $n=6; 60x^4$

Câu 37. Tìm hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$

- A. 3003 B. 5005 C. 455 D. 1365

Câu 38. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(1-x)^{12}$

- A. 792 B. -792 C. -924 D. 495

Câu 39. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^8$ là

- A. 56 B. 28 C. 70 D. 8

Câu 40. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^n$ biết tổng các hệ số trong khai triển bằng 1024.

- A. 165 B. 210 C. 252 D. 792

Câu 41. Số hạng thứ ba trong khai triển $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ không chứa x . Tìm x biết số hạng này bằng số hạng thứ 2 trong khai triển $(1 + x^3)^{30}$

- A. $x=1$ B. $x=2$ C. $x=-1$ D. $x=-2$

Câu 42. Tìm n sao cho trong khai triển $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 3\right)^n$ thì tỉ số giữa số hạng thứ tư và số hạng thứ ba bằng $3\sqrt{2}$

- A. $n=5$ B. $n=6$ C. $n=8$ D. $n=10$

Câu 43. Tìm số hạng thứ 13 trong khai triển $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^{15} = C_{15}^0 (\sqrt[3]{3})^{15} + C_{15}^1 (\sqrt[3]{3})^{14} (\sqrt{2}) + \dots + C_{15}^{15} (\sqrt{2})^{15}$

- A. 87360 B. $43680\sqrt{2}$ C. $24570\sqrt[3]{3}$ D. $27027\sqrt{2}$

Câu 44. Tìm các số hạng là số nguyên trong khai triển $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^5$

- A. 48 B. 72 C. 24 D. 60

Câu 45. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$.

- A. $\frac{55}{9}$ B. $\frac{495}{81}$ C. $\frac{220}{27}$ D. $\frac{495}{27}$

Câu 46. Hiệu các hệ số của 2 số hạng thứ ba trong khai triển $(a+b)^{n+1}$ và $(a+b)^n$ bằng 225. Tìm n ?

- A. 125 B. 220 C. 450 D. 225

Câu 47. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển của đa thức $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$

- A. 61204 B. 3160 C. 3320 D. 61268

Câu 48 Tập A gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lấy ngẫu nhiên một số từ tập A , tính xác suất để số lấy ra có mặt chữ số 1 và 3.

- A. $\frac{80}{147}$. B. $\frac{10}{21}$. C. $\frac{106}{147}$. D. $\frac{25}{49}$

Câu 49. Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là

- A. 0,45. B. 0,4. C. 0,48. D. 0,24.

Câu 50. Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4 Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

- A. 0,12. B. 0,7. C. 0,9. D. 0,21.

TỰ LUẬN

Chương I: Hàm số lượng giác và Phương trình lượng giác

Bài 1: Tìm tập xác định của hàm số

$$a / y = \frac{3}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

$$b / y = \frac{\tan x + 1}{\cos x - \cos 3x}$$

$$c / y = \frac{\cot 2x}{1 - \sqrt{\cos 2x + 2}}$$

Bài 2: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của hàm số

$$a / y = 3 - 2|\sin x|$$

$$b / y = \sin^2 x - 3\sin x \cos x + 1$$

$$c / y = \sqrt{5 - 2\cos^2 x \cdot \sin^2 x}$$

$$d / y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3$$

$$e / y = 2\sin^2 x - \cos 2x$$

$$f / y = \sin^4 x + \cos^4 x$$

$$g / y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$$

$$h / y = \frac{1}{\cos^2 x}; x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right]$$

Bài 3: Giải các phương trình sau:

$$a / \sin 2x = \frac{-1}{2}, \text{ với } x \in (0; \pi)$$

$$b / \cos(x + 15^\circ) + 2\cos^2 75^\circ = 1, \text{ với } x \in [-180^\circ; 270^\circ]$$

$$c / \cos^4 \frac{x}{2} - \sin^4 \frac{x}{2} = 1, \text{ với } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$$

$$d / \cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2} \sin 3x, \text{ với } x \in \left(0; \frac{3\pi}{2}\right]$$

Bài 4: Giải các phương trình sau:

$$a / 2\cos^2 x + \cos 2x = 2$$

$$b / 2\sin^2 2x + 2\sin^2 x = 3$$

$$c / \tan \frac{x}{2} + 1 - 2\cot \frac{x}{2} = 0$$

$$d / \frac{2}{\cos x} - \frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{5}{2} = 0$$

$$e / \frac{3}{\sin^2 x} - 2\sqrt{3} \cot x - 6 = 0$$

Bài 5: Giải các phương trình sau:

$$a / \sin x - \cos x = \sqrt{2}$$

$$b / \sin x = \frac{1}{3}(3 - \sqrt{3} \cos x)$$

$$c / \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} \cos\left(x - \frac{4\pi}{3}\right) = 1$$

$$d / \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2\sin 7x$$

$$e / 4\sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f / \sqrt{3} \sin 4x - \sin x = \cos 4x - \sqrt{3} \cos x$$

Bài 6: Giải các phương trình sau:

$$a / 2\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 2$$

$$b / 4\cos^2 2x + 3\sin 2x \cdot \cos 2x + \sin^2 2x = 4$$

$$c / 6\sin x \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) + \sin(2x + 4\pi) - \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \cos x = 3$$

$$d / 2\cos^3 x + \sin x - 3\sin^2 x \cos x = 0$$

Bài 7: Giải các phương trình sau:

$$a / \sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$$

$$b / (2\sin x - \cos x)(1 + \cos x) = \sin^2 x$$

$$c / \sin^2 x - \cos^2 x = \cos 4x$$

$$d / \tan 3x \cdot \cot x = -1$$

$$e / \cos 2x - \sin 4x \cdot \sin 2x - \cos 3x \cos 9x = 1$$

$$f / \sin^2 x + \sin^2 3x = 1$$

$$g / \sin 2x + \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 2 = 0$$

$$h / 8\cos^4 x = 1 + \cos 4x$$

$$i / \sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x$$

$$j / 1 + \cot 2x = \frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 2x}$$

Bài 8: Giải các phương trình sau:

$$a / \cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$$

$$b / 2\sin x(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x$$

$$c / 2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$$

$$d / \sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3} \cos 3x = 2(\cos 4x + \sin^3 x)$$

$$e / \frac{2(\cos^6 x + \sin^6 x) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x} = 0$$

$$f / \frac{(1 - 2 \sin x) \cos x}{(1 + 2 \sin x)(1 - \sin x)} = \sqrt{3}$$

$$g / \frac{(1 + \sin x + \cos 2x) \sin(x + \frac{\pi}{4})}{(1 + \tan x)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos x$$

$$h / \frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \sin 2x$$

Bài 9: Cho ΔABC vuông có $\sin^3 A + \sin A \cdot \sin 2A - 3 \cos^3 A = 0$. Chứng minh rằng ΔABC vuông cân.

Bài 10: Cho ΔABC cân. Biết 1 góc có số đo là nghiệm của phương trình $\cos 2x = \frac{-1}{2}$. Tìm các góc còn lại ?

Bài 11: Tìm m để các phương trình sau có nghiệm.

$$a / \sin 2x - 2m \cos x = 0 \quad \text{với } x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$b) 4 \sin^2 2x + 8 \cos^2 x - 5 + 3m = 0$$

Bài 12:

a/ Cho phương trình $\cos 2x - (2m + 1) \cos x + m + 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

b/ Cho phương trình $(2 \sin x - 1) \cdot (2 \cos 2x + 2 \sin x + m) = 3 - 4 \cos^2 x$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $0 \leq x \leq \pi$.

Chương II: Tổ hợp và Xác suất

Bài 1: Cho 6 chữ số 1,2,3,4,5,6. Hỏi có bao nhiêu cách viết các số:

- | | |
|---|--|
| a. Có 6 chữ số | b. Có 6 chữ số đôi một khác nhau |
| c. Là số lẻ và có 6 chữ số khác nhau | d. Là số chẵn và có 4 chữ số khác nhau |
| e. có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5 | f. Là số lớn hơn 3000 và có 4 chữ số khác nhau |
| g. có 3 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 243 | h. có 3 chữ số khác nhau và không nhỏ hơn 243 |

Bài 2: Cho 6 chữ số 0,1,2,3,4,5. Hỏi có bao nhiêu cách viết các số

- | | |
|--|-------------------------------------|
| a. Có 4 chữ số khác nhau | b. Là số chẵn có 4 chữ số khác nhau |
| c. Là số lớn hơn 2000 và nhỏ hơn 4000 và có 4 chữ số khác nhau | |

Bài 3: Có bao nhiêu cách xếp 2 thầy giáo và 6 học sinh sao cho 2 thầy không đứng cạnh nhau và:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| a. Xếp thành hàng ngang để chụp ảnh | b. Xếp quanh một bàn tròn để ăn liên hoan. |
|-------------------------------------|--|

Bài 4: Một tổ có 12 nữ và 10 nam. Có bao nhiêu cách lập đoàn:

- | | |
|--|---|
| a. Có 5 người. | b. Có 5 người gồm 3 nam và 2 nữ. |
| c. Có 5 người trong đó có ít nhất 1 nữ. | d. Có 5 người trong đó có ít nhất 3 nam. |
| e. Có 5 người trong đó có nhiều nhất 4 nam | f. Có 5 người có ít nhất 1 nam và ít nhất 1 nữ. |
| g. Có 5 người và số nam ít hơn số nữ. | |

Bài 5: Viết khai triển các nhị thức sau:

$$a) (2x + 3y)^5$$

$$b) \left(\frac{1}{2x} - x\right)^8$$

Bài 6: Xét nhị thức $(1+x)^{11}$

- | | |
|--|--|
| a. Viết khai triển của nhị thức | b. Viết số hạng tổng quát của khai triển trên. |
| c. Tìm số hạng thứ 5 trong khai triển. | d. Tìm 2 số hạng chính giữa của khai triển |
| f. Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 | g. Tìm tổng các hệ số của các số hạng |

Bài 7: Xét nhị thức $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{15}$

- Viết khai triển của nhị thức
- Viết số hạng tổng quát của khai triển trên.
- Tìm số hạng không phụ thuộc x
- Tìm hệ số của số hạng chứa x^7
- Tìm 2 số hạng chính giữa của khai triển
- Tìm số hạng chứa x^{12} của khai triển
- Tìm tổng các hệ số của các số hạng

Bài 8: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức:

- $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^{12}$
- $\left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^n$ biết $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$

Bài 9: Xác định n trong khai triển $(x+2)^n$ để số hạng thứ 11 là số hạng có hệ số lớn nhất.

Bài 10: Tìm hệ số lớn nhất của khai triển $(x+y)^n$. biết rằng tổng các hệ số bằng 4096.

Bài 11: Chứng minh đẳng thức:

- $1 + 4C_n^1 + 4^2 C_n^2 + \dots + 4^n C_n^n = 5^n$
- $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + \dots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}$
- $C_n^0 - 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 - \dots + (-1)^n 2^n C_n^n = (-1)^n$
- $3^n (C_n^0 - \frac{1}{3} C_n^1 + \frac{1}{3^2} C_n^2 - \dots + (-1)^n \frac{1}{3^n} C_n^n) = 2^n$
- $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$
- $C_n^k + 4C_n^{k-1} + 6C_n^{k-2} + 4C_n^{k-3} + C_n^{k-4} = C_{n+4}^k$
- $2C_n^k + 5C_n^{k+1} + 4C_n^{k+2} + C_n^{k+3} = C_{n+2}^{k+2} = C_{n+3}^{k+3}$

Bài 12. Tính tổng.

- $S = 2^{2n} C_{2n}^0 + 2^{2n-2} C_{2n}^2 + 2^{2n-4} C_{2n}^4 + \dots + C_{2n}^{2n}$
- $S = 2^{2n-1} C_{2n}^1 + 2^{2n-3} C_{2n}^3 + 2^{2n-5} C_{2n}^5 + \dots + 2C_{2n}^{2n-1}$

Bài 13: Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất của biến cố sau:

- A "Tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo bằng 8".
- B "Tích số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chẵn".
- C "Tổng số chấm trong hai lần gieo là 1 số chia hết cho 9"
- D "Số chấm trong hai lần gieo là giống nhau"
- E "Trong hai lần gieo cả hai lần đều xuất hiện số nguyên tố"
- G "Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 6 chấm"
- H " Ít nhất 1 lần gieo xuất hiện mặt 6 chấm"
- I "Không lần nào xuất hiện mặt 6 chấm"

Bài 14: Gieo đồng thời bốn đồng xu cân đối đồng chất. Tính xác suất của biến cố:

- Bốn đồng xu đều ngửa.
- Có đúng 3 đồng xu lật ngửa.
- Có ít nhất 2 đồng xu lật ngửa.

Bài 15: Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra ba viên bi. Tính xác suất để:

- Ba viên bi lấy ra đều màu đỏ.
- Ba viên bi lấy ra cùng màu.
- Ba viên bi lấy ra có không quá hai màu.
- Ba viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên màu xanh

- Bài 16:** Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ sao cho 4 học sinh này không thuộc quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy? (D-2006)
- Bài 17:** Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ. (B-2005)
- Bài 18:** Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2 (B-2004)

II. Phần Hình học.

TRẮC NGHIỆM ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng

Câu 1. Yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- A. Ba điểm
B. Một điểm và một đường thẳng
C. Hai đường thẳng cắt nhau
D. Bốn điểm

Câu 2. Cho bốn điểm không đồng phẳng, ta có thể xác định được nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ bốn điểm đã cho?

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 6.

Câu 3. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

- A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
B. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
D. Nếu ba điểm phân biệt M, N, P cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

Câu 4. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I. Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BCD)
B. (ABD)
C. (CMN)
D. (ACD).

Câu 5. Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- A. AM (M là trung điểm AB)
B. AN (N là trung điểm của CD)
C. AH (H là hình chiếu của B trên CD)
D. AK (K là hình chiếu của C trên BD)

Câu 6. Cho hình chóp S. ABCD. Gọi I là trung điểm của SD, J là điểm trên cạnh SC và J không trùng với trung điểm SC. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (ABCD) và (AIJ) là

- A. AK (K là giao điểm của IJ và BC)
B. AH (H là giao điểm của IJ và AB)
C. AG (G là giao điểm của IJ và AD)
D. AF (F là giao điểm của IJ và CD)

Câu 7. Cho hình chóp S. ABCD, $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng

- A. SN
B. SC
C. SB
D. SM.

Câu 8. Cho hình chóp S. ABCD. Điểm C' nằm trên cạnh SC. Thiết diện của hình chóp với mp (ABC') là một đa giác có bao nhiêu cạnh?

- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6

Câu 9. Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là một hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện của hình chóp với mp (MNP) là một đa giác có bao nhiêu cạnh?

- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6

Câu 10. Cho tứ diện ABCD. O là một điểm bên trong tam giác BCD. M là một điểm trên AO. I, J là hai điểm trên BC, BD. IJ cắt CD tại K, BO cắt IJ tại E và cắt CD tại H, ME cắt AH tại F. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MIJ) và (ACD) là

- A. KM
B. AK
C. MF
D. KF

Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song

Câu 11. Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau ?

- A. a và b không có điểm chung
B. a và b là hai cạnh của một tứ diện
C. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt
D. a và b không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào

Câu 12. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Câu 13. Hãy chọn câu khẳng định đúng.

- A. Nếu ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng qui.
B. Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến, nếu có, của chúng sẽ song song với cả hai đường thẳng đó.
C. Nếu hai đường thẳng a và b chéo nhau thì có hai đường thẳng p và q song song với nhau mà mỗi đường đều cắt cả a và b .
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng nào sau đây đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

- A. AB B. CD C. $C'D'$ D. SC .

Câu 15. Cho đường thẳng a nằm trên mp (P) , đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a .

Vị trí tương đối của a và b là

- A. chéo nhau. B. cắt nhau. C. song song. D. trùng nhau.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm SA . Mặt (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

- A. Tam giác MBC B. Hình bình hành C. Hình thang vuông D. Hình chữ nhật

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

- A. SD B. SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$)
C. SG (G là trung điểm AB) D. SF (F là trung điểm CD)

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $IJCD$ là hình thang B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$
C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$ D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$)

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$, M, N và P lần lượt là trung điểm AB, AC, CD . Mặt (α) qua MN và P cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T) . Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. (T) là hình chữ nhật B. (T) là tam giác C. (T) là hình bình hành D. (T) là hình thang

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng :

- A. qua I và song song với AB B. qua J và song song với BD
C. qua G và song song với CD D. qua G và song song với BC

Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 21. Cho hai đường thẳng a và b cùng song song với mp (P) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a \parallel b$ B. a và b cắt nhau
C. a và b chéo nhau D. Chưa đủ điều kiện để kết luận vị trí tương đối của a và b

Câu 22. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel mp(ABCD)$ B. $MN \parallel mp(SAB)$ C. $MN \parallel mp(SCD)$ D. $MN \parallel mp(SBC)$

Câu 24. Cho tứ diện ABCD với M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD, BCD. Xét các khẳng định sau: (I) $MN \parallel mp(ABC)$ (II) $MN \parallel mp(BCD)$ (III) $MN \parallel mp(ACD)$ (IV) $MN \parallel mp(ABD)$

Các mệnh đề nào đúng?

A. I, III

B. II, III

C. III, IV

D. I, IV

Câu 25. Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. $mp(P)$ qua BD và song song với SA, $mp(P)$ cắt SC tại K. Chọn khẳng định đúng.

A. $SK = 2KC$

B. $SK = 3KC$

C. $SK = KC$

D. $2SK = 3KC$.

Câu 26. Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O. M là trung điểm của $\overline{OC}$, $mp(P)$ qua M song song với SA và BD. Thiết diện của hình chóp với $mp(P)$ là

A. Hình tam giác

B. Hình bình hành

C. Hình chữ nhật

D. Hình ngũ giác

Câu 27. Cho tứ diện ABCD có $AB = CD$. $mp(P)$ qua trung điểm của AC và song song với AB, CD cắt ABCD theo thiết diện là:

A. Hình tam giác

B. Hình vuông

C. Hình thoi

D. Hình chữ nhật

Câu 28. Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thang đáy lớn là AB. Điểm M là trung điểm CD. $mp(P)$ qua M và song song với BC và SA, $mp(P)$ cắt AB tại N và cắt SB tại P. Nói gì về thiết diện của $mp(P)$ và S. ABCD?

A. là một hình bình hành

B. là một hình thang có đáy lớn là MN

C. là tam giác MNP

D. là một hình thang có đáy nhỏ là NP

Câu 29. Cho tứ diện ABCD. G là trọng tâm $\triangle BCD$, M là trung điểm CD, I là điểm ở trên đoạn AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $AM = (ACD) \cap (ABG)$

B. A, J, M thẳng hàng

C. J là trung điểm của AM

D. $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$

Câu 30. Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình thang ABCD ($AD \parallel BC$). Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mp (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây sai?

A. S, I, J thẳng hàng

B. DM nằm trong mp (SCI)

C. JM nằm trong mp (SAB)

D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$

Hai mặt phẳng song song

Câu 31. Cho bốn mệnh đề sau:

(1) Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β).

(2) Hai đường thẳng nằm trên hai mặt phẳng song song thì song song với nhau.

(3) Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

(4) Có thể tìm được hai đường thẳng song song mà mỗi đường thẳng cắt đồng thời hai đường thẳng chéo nhau cho trước.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề sai?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 32. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- Nếu $a \subset mp(P)$ và $mp(P) \parallel mp(Q)$ thì $a \parallel mp(Q)$. (I)

- Nếu $a \subset mp(P)$, $b \subset mp(Q)$ và $mp(P) \parallel mp(Q)$ thì $a \parallel b$. (II)

- Nếu $a \parallel mp(P)$, $a \parallel mp(Q)$ và $mp(P) \cap mp(Q) = c$ thì $c \parallel a$. (III)

A. Chỉ (I). B. (I) và (III). C. (I) và (II). D. Cả (I), (II) và (III).

Câu 33. Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây ?

A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).

D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

Câu 34. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$. B. $(BDA') \parallel (D'B'C)$.
C. $(BA'D') \parallel (ADC)$. D. $(ACD') \parallel (A'C'B)$.

Câu 35. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O' , không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm AB , xét các khẳng định

$(I): (ADF) \parallel (BCE)$, $(II): (MOO') \parallel (ADF)$, $(III): (MOO') \parallel (BCE)$, $(IV): (ACE) \parallel (BDF)$.

Những khẳng định nào **đúng**?

- A. I . B. I, II . C. I, II, III . D. I, II, III, IV .

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. (NOM) cắt (OPM) . B. $(MON) \parallel (SBC)$.
C. $(PON) \cap (MNP) = NP$. D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

Câu 37. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$. Tính DD' .

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 12.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC . Gọi M là trọng tâm tam giác SAD , N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \frac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \frac{PC}{2}$.

Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC .
B. MN cắt (SBC) .
C. $(MNP) \parallel (SAD)$.
D. $MN \parallel (SBC)$ và $(MNP) \parallel (SBC)$

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK) ?

- A. $(AA'C)$. B. $(A'BC')$. C. (ABC) . D. $(BB'C')$.

Câu 40. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Lấy điểm M trên AB với $AB = 4AM$, điểm N trên DD' với $ND = 3ND'$ và điểm P trên $B'C'$ với $B'C' = 4B'P$. Các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. $mp(MNP)$ song song với $mp(AB'D')$ B. $mp(MNP)$ song song với $mp(AC'D')$
C. MN song song với AP D. Cả ba câu trên đều sai

TỰ LUẬN

ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN.

QUAN HỆ SONG SONG

Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O ; M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SC . Gọi (P) là mặt phẳng qua M, N và B .

1. Tìm giao tuyến của (P) với các mặt phẳng $(SAB), (SBC)$.
2. Tìm giao điểm I của đường thẳng SO với $mp(P)$ và giao điểm K của đường thẳng SD với mặt phẳng (P) .
3. Xác định giao tuyến của (P) với các mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SDC) .

4. Xác định các giao điểm E, F của các đường thẳng DA, DC với mặt phẳng (P) và chứng tỏ 3 điểm E, B, F thẳng hàng.

5. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

Bài 2. Cho hình chóp S. ABCD và M là điểm tùy ý trong tam giác SCD. Biết AB không song song với CD.

1. Xác định: a/ (SMB) $\cap$ (SAC). b/ MB $\cap$ (SAC).

2. Tìm thiết diện của mặt phẳng (MAB) với hình chóp S. ABCD.

3. Chứng minh AB, CD, Δ đồng quy trong đó Δ là giao tuyến của (MAB) và (SCD).

Hai đường thẳng chéo nhau và hai đường thẳng song song

Bài 3. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J tương ứng là trung điểm của BC và AC. M là điểm tùy ý trên cạnh AD.

1. Tìm giao tuyến d của hai mặt phẳng (MIJ) và (ABD).

2. Gọi N là giao điểm của BD và giao tuyến d; K là giao điểm của IN và JM. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ABK) và (MIJ).

Bài 4. Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a, SA = SB = a, SC = SD = $a\sqrt{3}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB; M là một điểm trên cạnh BC sao cho BM = x ($0 < x < a$).

1. Xác định thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (MEF). Thiết diện là hình gì?

2. Tính diện tích thiết diện theo a và x.

Bài 5. Cho tứ diện ABCD. Gọi G là trọng tâm của tứ diện.

1. Chứng minh rằng AG đi qua trọng tâm của tam giác BCD.

2. Gọi I, J, K, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ACD, BCD, ABD.

a/ CMR: IJ // BD

b/ CMR: AK, BJ, CQ, DI đồng quy

Bài 6. Cho hình chóp S. ABC và một điểm M nằm trong tam giác ABC. Các đường thẳng qua M lần lượt song song với các đường thẳng SA, SB, SC cắt các mặt (SBC), (SCA), (SAB) tại A', B', C'.

1. Gọi N là giao điểm của SA' với BC. CMR điểm A, M, N thẳng hàng và từ đó suy ra cách dựng điểm A'.

2. CMR: $\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} = 1$.

Bài 7. Cho hình chóp tứ giác S. ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Gọi M, N, E, F lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SAD. Chứng minh rằng:

1. Bốn điểm M, N, E, F đồng phẳng.

2. Tứ giác MNEF là hình thoi.

3. Ba đường ME, NF, SO đồng quy.

Bài 8. Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, BD; E là một điểm thuộc cạnh AD, không trùng với A, D.

1. Xác định thiết diện của tứ diện khi cắt bởi mặt phẳng (IJE).

2. Tìm vị trí của E trên AD sao cho thiết diện là hình bình hành.

3. Tìm điều kiện của tứ diện ABCD và vị trí của E trên AD sao cho thiết diện là hình thoi.

Bài 9. Cho ΔABC nằm trong (α) . Gọi Bx, Cy là hai nửa đường thẳng song song và nằm về cùng một phía đối với (α) . M, N là hai điểm di động trên Bx, Cy sao cho CN = 2BM

1. C/m đường thẳng MN luôn đi qua một điểm I cố định khi M, N di động.

2. Cho E thuộc đoạn AM sao cho EA = 3EM, IE cắt AN tại F, Q là giao điểm của BE và CF.

Chứng minh: AQ // Bx // Cy và (QMN) chứa một đường thẳng cố định khi M, N di động.

Đường thẳng song song với mặt phẳng

Bài 10. Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thang, đáy lớn AB = 2CD. Gọi M, N, E là trung điểm SB, SC, AB.

1. Chứng minh: MN // (SDE)

2. Xác định giao tuyến d của (AMN) và (ABCD).

3. Gọi I là giao điểm của SD và (AMN). Dựng thiết diện của hình chóp cắt bởi (AMN).

4. Tìm giao điểm Q của BD và mặt phẳng (AMN).

5. Chứng minh giao điểm P của MN và AI luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi M và N di động trên SB, SC sao cho $MN \parallel BC$.

Bài 11. Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên hai đường chéo AC và BF lấy hai điểm M và N sao cho $AM:AC = BN:BF = 1:3$.

1. CMR : DM, EN, AB đồng quy.
2. CMR : $MN \parallel DE$.
3. CMR : $MN \parallel (DCEF)$.

Bài 12. Cho hình chóp S.ABC; G là trọng tâm tam giác ABC; Gọi M, N, P, Q, R, H lần lượt là trung điểm của SA, SC, CB, BA, QN, AG.

1. CMR: S, R, G thẳng hàng và $SG = 2MH = 4RG$.
2. Gọi G' là trọng tâm tam giác SBC. CMR: $GG' \parallel (SAB)$, $GG' \parallel (SAC)$.
3. Mặt phẳng (α) qua GG' và song song với BC. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α)

Bài 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SAD. E là trung điểm của BC.

1. Chứng minh $MN \parallel BD$.
2. Xác định thiết diện của hình chóp S.ABCD khi cắt bởi mặt phẳng (MNE).
3. Gọi H, L lần lượt là các giao điểm của mặt phẳng (MNE) với các cạnh SB và SD. Chứng minh: $LH \parallel BD$.
4. Gọi O là giao của hai đường chéo AC và BD. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (Q) đi qua O và song song với AB và SC. Thiết diện đó là hình gì?

Bài 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, (P) là mặt phẳng qua AM và song song với BD.

1. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (P).
2. Gọi E, F lần lượt là giao điểm của (P) với các cạnh SB và SD. Hãy tìm tỉ số diện tích tam giác SME và tam giác SBC; tỉ số diện tích tam giác SMF và tam giác SCD.
3. Gọi K là giao điểm của ME với CB, J là giao điểm của MF với CD. Chứng minh ba điểm K, A, J nằm trên một đường thẳng song song với EF.
4. Tính tỉ số $\frac{EF}{KJ}$.

Hai mặt phẳng song song

Bài 15. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SA và CD.

1. Chứng minh: $(OEF) \parallel (SBC)$.
2. Gọi M là trung điểm của SD và N là trung điểm của OE. Chứng minh $MN \parallel (SBC)$.
3. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BC và AD. Xác định giao điểm G của EF và mặt phẳng (SIJ). Chứng minh : G là trọng tâm tam giác SAF

Bài 16. Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi M là trung điểm của B'C'.

1. Chứng minh $(AA'M)$ cắt BC tại N và $AN \parallel A'M$.
2. Chứng minh đường thẳng AC' song song với $(BA'M)$.
3. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC) .
4. E là trung điểm của AB. Xác định thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi (α) qua E và song song với A'B và AC'

Bài 17. Cho lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC; ACC' và A'B'C'

1. Chứng minh: $IJ \parallel (ABC')$; $KJ \parallel (BCC'B')$.
2. Chứng minh: $(KIJ) \parallel (BCC'B')$.
3. M, N, P lần lượt là trung điểm của AA', AC và B'C'. Xác định thiết diện của hình lăng trụ cắt bởi mp (MNP)

Bài 18. Cho hình chóp S.ABC, M, N, F lần lượt là trung điểm của AB, AC và SC.

1. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (P) qua MN và song song với AF.
2. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (Q) qua A và song song với (P).

3. Gọi H, K lần lượt là các giao điểm của mp (P) với các cạnh SB và SC, C/m: HM, KN, SA đồng quy (tại D)
4. Giả sử các tam giác SAB và SAC là các tam giác vuông đỉnh A. Chu vi tam giác SBC bằng p . Tính chu vi tam giác DHK.

Bài 19. Cho hình hộp ABCD. A'B'C'D'

1. Chứng minh $(BDA') \parallel (B'D'C)$.
2. C/m đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1 và G_2 của 2 tam giác BDA' và B'D'C và $AG_1 = G_1G_2 = G_2C'$.
3. M là trung điểm của BC. Xác định thiết diện của hình hộp cắt bởi (α) qua M và song song với $(A'BD)$
4. Gọi E và F lần lượt là 2 điểm di động trên 2 cạnh AB và A'D' sao cho $EA = kEB, FD' = kFA'$ (k là số dương) C/m: EF song song với một mặt phẳng cố định.

Bài 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang (đáy lớn là AD), Gọi E, G lần lượt là trọng tâm các tam giác SCD và SAD. M là trung điểm của AB. Điểm F nằm trên đoạn SD sao cho $FD = 2SF$.

1. Chứng minh: $BC \parallel (SME); (EGF) \parallel (SAC)$.
2. Xác định giao tuyến của mặt phẳng (MGF) với mặt phẳng (ABCD) và mặt phẳng (SAC).
3. Gọi I và J lần lượt là 2 điểm trên 2 cạnh SB và AD. Xác định giao điểm K của IJ và mặt phẳng (MGF)

----- HẾT -----