

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)**

**Câu 1.**  $x = 2$  là một nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

- A.  $\sqrt{x-4} + 2x > 3$ . B.  $\frac{x+4}{3} > 1$ . C.  $x+1 < 0$ . D.  $x^2 - x + 1 < 0$ .

**Câu 2.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(2; -1)$ ,  $B(-1; 3)$ . Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  bằng

- A. 5. B.  $\sqrt{5}$ . C. 1. D.  $\sqrt{7}$ .

**Câu 3.** Cho biểu thức  $f(x) = \frac{(x-1)(2-x)}{x+1}$  có bảng xét dấu như sau

|        |           |             |     |     |           |     |     |
|--------|-----------|-------------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $x$    | $-\infty$ | $-1$        | $1$ | $2$ | $+\infty$ |     |     |
| $f(x)$ | $+$       | $\parallel$ | $-$ | $0$ | $+$       | $0$ | $-$ |

Tập nghiệm của bất phương trình  $f(x) > 0$  là

- A.  $(-\infty; -1] \cup [1; 2]$ . B.  $(-1; 1) \cup (2; +\infty)$ . C.  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ . D.  $(-\infty; -1) \cup (1; 2)$ .

**Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình  $|2x| \leq 3$  là

- A.  $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$ . B.  $[-3; 3]$ . C.  $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ . D.  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$ .

**Câu 5.** Số các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{5-m}x + 4$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

**Câu 6.** Tập nghiệm của hệ bất phương trình  $\begin{cases} x-3 < 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$  là

- A.  $[-2; +\infty)$ . B.  $(-\infty; 3)$ . C.  $[-2; 3)$ . D.  $(-2; 3)$ .

**Câu 7.** Cặp số  $(x; y)$  nào là nghiệm của bất phương trình  $x - 3y + 2 \leq 0$ ?

- A.  $(5; 0)$ . B.  $(1; 4)$ . C.  $(-2; -7)$ . D.  $(0; 0)$ .

**Câu 8.** Bất phương trình  $-x^2 - 5x + 14 \geq 0$  có tập nghiệm là

- A.  $[-7; 2]$ . B.  $[-2; 7]$ . C.  $(-\infty; -7] \cup [2; +\infty)$ . D.  $\{-7; 2\}$ .

**Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $AC = b$ ,  $AB = c$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ . B.  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ .  
C.  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \cos C$ . D.  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ .

**Câu 10.** Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{4-x^2}$

- A. 5. B. 3. C. Vô số. D. 4.

**Câu 11.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , vectơ  $\vec{a} = (1; -3)$  vuông góc với vectơ nào dưới đây?

**A.**  $\vec{b} = (3; 1)$ .

**B.**  $\vec{c} = (1; 3)$ .

**C.**  $\vec{u} = (2; -6)$ .

**D.**  $\vec{v} = (0; -3)$ .

**Câu 12.** Với góc  $\alpha$  thỏa mãn  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$  và  $\cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$  thì khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ .

**B.**  $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ .

**C.**  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**D.**  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

**Câu 13. (3,0 điểm)** Giải các bất phương trình sau:

**a)**  $5x - 3 < x + 1$ .

**b)**  $\sqrt{2 - x} \geq 3$ .

**c)**  $|3x + 2| < 1$ .

**Câu 14. (1,0 điểm)** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{2}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 2}}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

**Câu 15. (2,5 điểm)**

**1)** Cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{C} = 30^\circ$ ,  $c = 8$  cm. Tính bán kính  $R$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

**2)** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(4; 2)$ ,  $B(4; -5)$ ,  $C(1; -1)$ .

**a)** Tính tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .

**b)** Cho điểm  $D(m+1; m-1)$ , tìm  $m$  để tam giác  $ABD$  là tam giác vuông cân.

**Câu 16. (0,5 điểm)** Cho ba số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 1$ . Chứng minh rằng

$$\frac{abc}{a^2 + bc} + \frac{abc}{b^2 + ca} + \frac{abc}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{2}.$$

----- Hết -----

**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)**

| Câu    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Đáp án | B | A | D | A | B | C | B | A | C | A  | A  | D  |

**PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

| Câu                   | Lời giải sơ lược                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Điểm       |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>13. (3,0 điểm)</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
| a)                    | $5x - 3 < x + 1 \Leftrightarrow 4x < 4$<br>$\Leftrightarrow x < 1$ .<br>Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < 1$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,5<br>0,5 |
| b)                    | $\sqrt{2 - x} \geq 3 \Leftrightarrow 2 - x \geq 9$<br>$\Leftrightarrow x \leq -7$ .<br>Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq -7$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,5<br>0,5 |
| c)                    | $ 3x + 2  < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 > -1 \\ 3x + 2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < -\frac{1}{3} \end{cases}$<br>$\Leftrightarrow -1 < x < -\frac{1}{3}$ .<br>Vậy nghiệm của bất phương trình là $-1 < x < -\frac{1}{3}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,5<br>0,5 |
| <b>14. (1,0 điểm)</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
|                       | Đề hàm số $y = \frac{2}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi<br>$(m-1)x^2 - 2(m-1)x + 2 > 0$ (*) với $\forall x \in \mathbb{R}$ .<br><ul style="list-style-type: none"> <li>Với <math>m = 1</math> thì (*) trở thành <math>2 &gt; 0</math> nghiệm đúng với <math>\forall x \in \mathbb{R}</math>, suy ra <math>m = 1</math> thỏa mãn.</li> <li>Với <math>m \neq 1</math>, đề (*) nghiệm đúng với <math>\forall x \in \mathbb{R}</math> thì<br/> <math display="block">\begin{cases} m-1 &gt; 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - 2(m-1) &lt; 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m &gt; 1 \\ (m-1)(m-3) &lt; 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m &gt; 1 \\ 1 &lt; m &lt; 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 &lt; m &lt; 3.</math> </li> </ul> Vậy với $1 \leq m < 3$ thì hàm số trên có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ . | 0,5<br>0,5 |
| <b>15. (2,5 điểm)</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |            |
| 1)                    | Áp dụng định lý Sin ta có $\frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{c}{2 \sin C} = \frac{8}{2 \sin 30^\circ} = 8 \text{ cm}.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,5        |
| 2)a)                  | Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -7); \overrightarrow{AC} = (-3; -3).$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,5        |
|                       | $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 21.$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,5        |

|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2)b                   | <p>Ta có <math>\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{21}{7\sqrt{18}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{BAC} = 45^\circ</math>.</p> <p><math>\overrightarrow{AD} = (m-3; m-3)</math>.</p> <p>Nhận xét: <math>\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} m-3 \\ -3 \end{pmatrix} \overrightarrow{AC}</math>, do đó <math>\overrightarrow{AD}</math> và <math>\overrightarrow{AC}</math> cùng phương <math>\Rightarrow \begin{cases} \widehat{BAD} = 45^\circ \\ \widehat{BAD} = 135^\circ \end{cases}</math>.</p> <p>Mà tam giác <math>ABD</math> vuông cân nên <math>\widehat{BAD} = 45^\circ \Rightarrow \frac{m-3}{-3} &gt; 0 \Leftrightarrow m &lt; 3 (*)</math>.</p>                                                                                                                                         | 0,5  |
|                       | <p><math>\overrightarrow{BD} = (m-3; m+4)</math>.</p> <p>Từ (*) suy ra tam giác <math>ABD</math> vuông cân thì chỉ cần tam giác <math>ABD</math> vuông tại <math>B</math> hoặc tại <math>D</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>TH1: Tam giác <math>ABD</math> vuông tại <math>D \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 + (m-3)(m+4) = 0</math></li> </ul> $\Leftrightarrow (m-3)(2m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3, l \\ m = -\frac{1}{2}, t / m \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>TH2: Tam giác <math>ABD</math> vuông tại <math>B \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -7(m+4) = 0 \Leftrightarrow m = -4 (t/m)</math>.</li> </ul> <p>Vậy với <math>m = -\frac{1}{2}</math>, <math>m = -4</math> thì tam giác <math>ABD</math> là tam giác vuông cân.</p> | 0,5  |
| <b>16. (0,5 điểm)</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|                       | <p>Áp dụng bất đẳng thức Cô-si :</p> $\frac{abc}{a^2 + bc} \leq \frac{abc}{2\sqrt{a^2bc}} = \frac{abc}{2\sqrt{ab} \cdot \sqrt{ca}} \leq \frac{abc}{4} \left( \frac{1}{ab} + \frac{1}{ca} \right) = \frac{1}{4}(c+b) \quad (1)$ <p>Tương tự ta có: <math>\frac{abc}{b^2 + ca} \leq \frac{1}{4}(a+c) \quad (2)</math></p> $\frac{abc}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{4}(b+a) \quad (3)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 0,25 |
|                       | <p>Cộng vế với vế của 3 bất đẳng thức (1), (2) và (3) ta được</p> $\frac{abc}{a^2 + bc} + \frac{abc}{b^2 + ca} + \frac{abc}{c^2 + ab} \leq \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{1}{2}.$ <p>Đẳng thức xảy ra khi <math>a = b = c = \frac{1}{3}</math>.</p> <p>Suy ra điều phải chứng minh.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |