

TRUNG TÂM GDTX QUẢNG ĐIỀN**ĐỀ CƯƠNG ÔN THI HỌC KÌ II****MÔN TOÁN - LỚP 11**

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -5$, $d = 3$.

- Viết số hạng tổng quát của CSC.
- Tìm u_{15} và tính tổng 15 số hạng đầu tiên của CSC.
- Số 100 là số hạng thứ bao nhiêu.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 4$ và $u_4 = 8$.

- Tính u_1 và q .
- Viết số hạng tổng quát của CSN.
- Tính u_7 và tổng 7 số hạng đầu của CSN.

Câu 3. Tính giới hạn các hàm số sau:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 1}{-2n^2 - 1}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 + n - 2)$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{5^n}$

Câu 4. Tính giới hạn các hàm số sau:

- $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+2}{x-2}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 3x + 2)$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

Câu 5. Tìm đạo hàm của các hàm số sau:

- $y = 5 + x - x^2$
- $y = 2x^2 + 3x - 1$
- $y = 8\sqrt{x} + 3x$
- $y = (x+2)(2x-1)$
- $y = \frac{5x-2}{2x+3}$
- $y = (x+4)^4$
- $y = 2\sin x + \tan x$
- $y = 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 6. Chứng minh rằng phương trình $2\sin^3 x - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , O là giao điểm của AC và BD , cạnh bên $SA = SB = SC = SD = 2a$.

- Chứng minh $SO \perp (ABCD)$.
- Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$.
- Tính khoảng cách từ S đến $(ABCD)$
- Tính khoảng cách từ O đến (SAB) .

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ ĐÁP SỐ**Câu 1.**

a) Số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n-1)d = -5 + (n-1).3 = 3n - 8$ với $n \geq 1$

b) $u_{15} = 3.15 - 8 = 37$

Tổng 15 số hạng đầu của CSC là $S_{15} = \frac{15(u_1 + u_{15})}{2} = \frac{15(-5 + 37)}{2} = 240$

c) Giả sử 100 là số hạng thứ k. Khi đó:

$$u_k = u_1 + (k-1).d = 100$$

$$\Leftrightarrow -5 + (k-1).3 = 100$$

$$\Leftrightarrow k = 36$$

Vậy 100 là số hạng thứ 36.

Câu 2.

a) $q = \frac{u_4}{u_3} = \frac{8}{4} = 2$

Ta có $u_3 = u_1.q^2 \Leftrightarrow 4 = u_1.2^2 \Leftrightarrow u_1 = 1$

b) Số hạng tổng quát $u_n = u_1.q^{n-1} = 1.2^{n-1} = 2^{n-1} \quad (n \geq 1)$

c) $u_7 = u_1.q^6 = 1.2^6 = 64$

Tổng 7 số hạng đầu của CSN là $S_7 = \frac{u_1(1-q^7)}{1-q} = \frac{1.(1-2^7)}{1-2} = 127.$

Câu 3.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 1}{-2n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{-2 - \frac{1}{n^2}} = \frac{1}{-2}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 + n - 2) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(1 + \frac{1}{n^3} - \frac{2}{n^4} \right)$

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^3} - \frac{2}{n^4} \right) = 1$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^4 + n - 2) = \lim_{n \rightarrow \infty} n^4 \left(1 + \frac{1}{n^3} - \frac{2}{n^4} \right) = +\infty$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{3}{5} \right)^n + \left(\frac{4}{5} \right)^n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5} \right)^n + \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{5} \right)^n = 0$

Câu 4.

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x+2}{x-2} = \frac{4+2}{4-2} = 3$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{2 - \frac{1}{x^2}} = \frac{1}{2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 3x + 2) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-1 + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right)$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-1 + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = -1$ nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-1 + \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) = -\infty$

$$d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-3)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-3) = 2-3 = -1.$$

Câu 5.

$$a) y' = (5 + x - x^2)' = (5)' + (x)' - (x^2)' = 0 + 1 - 2x = 1 - 2x$$

$$b) y' = (2x^2 + 3x - 1)' = (2x^2)' + (3x)' - (1)' = 4x + 3$$

$$c) y' = (8\sqrt{x} + 3x)' = (8\sqrt{x})' + (3x)' = 8(\sqrt{x})' + 3(x)' = 8 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + 3 \cdot 1 = \frac{4}{\sqrt{x}} + 3$$

$$d) y = (x+2)(2x-1) = (x+2)'(2x-1) + (x+2)(2x-1)' = 1 \cdot (2x-1) + (x+2) \cdot 2 \\ = 2x - 1 + 2x + 4 = 4x + 3$$

Chú ý: Có thể khai triển rồi tính đạo hàm như sau: $((x+2)(2x-1))' = (2x^2 + 3x - 2)' = 4x + 3$

$$e) y' = \left(\frac{5x-2}{2x+3} \right)' = \frac{(5x-2)'(2x+3) - (5x-2)(2x+3)'}{(2x+3)^2} = \frac{5 \cdot (2x+3) - (5x-2) \cdot 2}{(2x+3)^2} \\ = \frac{10x+15 - (10x-4)}{(2x+3)^2} = \frac{19}{(2x+3)^2}$$

$$f) y' = ((x+4)^4)' = 4 \cdot (x+4)' \cdot (x+4)^3 = 4(x+4)^3$$

$$g) y' = (2\sin x + \tan x)' = (2\sin x)' + (\tan x)' = 2\cos x + \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$h) y' = \left(2\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) \right)' = 2 \cdot \left(\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) \right)' = -2 \cdot \left(2x + \frac{\pi}{2} \right)' \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) \\ = -2 \cdot 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = -4\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$$

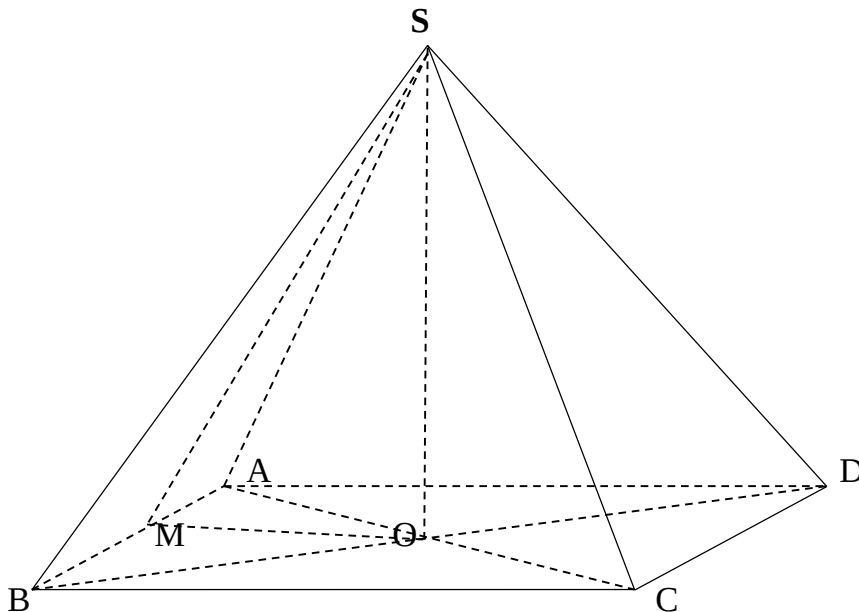
Câu 6.

Xét hàm số $f(x) = 2\sin^3 x - 1$.

Ta có $f(0) = 2 \cdot 0^3 - 1 = -1$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot 1^3 - 1 = 1$. Do đó $f(0) \cdot f\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$

Hàm số $y = f(x) = 2\sin^3 x - 1$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

Do đó phương trình $2\sin^3 x - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(0; 1)$.

Câu 7.

a) Vì tứ giác ABCD là hình vuông nên O là trung điểm của AC $\Rightarrow$ SO là trung tuyến của tam giác SAC. Hơn nữa SA = SC nên tam giác SAC là tam giác cân tại S. Do đó SO cũng là đường cao của tam giác SAC. Suy ra $SO \perp AC$.

Lập luận tương tự, ta có $SO \perp BD$. Do đó $SO \perp (ABCD)$.

b) Ta có $AC \perp SO$ và $AC \perp BD$ (tính chất 2 đường chéo vuông góc của hình vuông)

Nên $AC \perp (SBD)$. Suy ra $(SAC) \perp (SBD)$

c) Vì $SO \perp (ABCD)$ nên $d(S, (ABCD)) = SO$

Áp dụng định lý Pytago vào các tam giác vuông ABC và SOA, ta có:

$$AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Suy ra } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$$

d) Gọi M là trung điểm của AB. Kẻ OH vuông góc với SM (H thuộc SM).

Vì $AB \perp SO$ và $AB \perp OM$ nên $AB \perp (SOM)$, suy ra $AB \perp OH$

Mà $OH \perp SM$ nên OH vuông góc với (SAB).

Do đó $d(O, (SAB)) = OH$

Ta có

$$OM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$$

Xét tam giác vuông SOM, ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2}$

$$\text{Vậy } OH = \sqrt{\frac{7a^2}{30}}$$