

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x+m}{\sqrt{mx^2+1}}$ có đúng hai đường tiệm cận ngang?

- (A) $m < 0$. (B) $m \in (-\infty; +\infty)$. (C) $m > 0$. (D) Không tồn tại m .

Lời giải: • Với $m < 0$ thì $\mathfrak{D} = \left(-\frac{1}{\sqrt{-m}}; \frac{1}{\sqrt{-m}}\right)$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

- Với $m = 0$ thì $y = x$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang.
- Với $m > 0$ thì

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+m}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{m}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+m}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1-\frac{m}{x}}{\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}.$$

Suy ra đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang. Vậy $m > 0$. □

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$, $B(-1; 0; 1)$ và điểm M thay đổi trên đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = MA + MB$ là:

- (A) 4. (B) $2\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{6}$. (D) 3.

Lời giải: • $M \in d \Rightarrow M(t; t-1; 1+t)$.

- $MA + MB = \sqrt{(t-1)^2 + t^2 + (t+1)^2} + \sqrt{(t+1)^2 + (1-t)^2 + t^2} = 2\sqrt{3t^2+2} \geq 2\sqrt{2}$.
- Dấu bằng xảy ra khi $t = 0$. Vậy $\min(MA + MB) = 2\sqrt{2}$. □

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đã cho là:

- (A) $\frac{4}{9}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) 4. (D) $\frac{4}{3}$.

Lời giải: □

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(1; 2; -3)$. Đường thẳng AB cắt phẳng tọa độ (Oyz) tại điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Giá trị biểu thức $T = x_M + y_M + z_M$ bằng:

- (A) -4. (B) 4. (C) 2. (D) 0.

Lời giải: • $M \in AB \Rightarrow M(-1+t; t; 1-2t)$.

• $M \in (Oyz) \Rightarrow 1-t=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(0; 1; -1)$. Vậy $T=0$. □

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z+5=0$. Tiếp diện của (S) tại điểm $M(-1; 2; 0)$ có phương trình:

☐ (A) $2x+y=0$.

☐ (B) $x=0$.

☐ (C) $y=0$.

☐ (D) $z=0$.

Lời giải: □

Câu 6. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y=x^2, y=x^3$.

☐ (A) $S=\frac{1}{6}$.

☐ (B) $S=\frac{1}{8}$.

☐ (C) $S=\frac{1}{4}$.

☐ (D) $S=\frac{1}{12}$.

Lời giải: □

Câu 7. Tính tích phân $I=\int_1^2 |x^2-3x+2| dx$:

☐ (A) $I=0$.

☐ (B) $I=2$.

☐ (C) $I=\frac{1}{6}$.

☐ (D) $I=\frac{3}{2}$.

Lời giải: □

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của khối chóp bằng:

☐ (A) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

☐ (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

☐ (C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

☐ (D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải: □

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z+2=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x-y+z+1=0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) :

☐ (A) 60° .

☐ (B) 90° .

☐ (C) 30° .

☐ (D) 120° .

Lời giải: □

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số sau có hai điểm cực trị cách đều trục tung với hàm số $y=x^3-2(m+1)x^2+(4m+1)x$

☐ (A) $m=0$.

☐ (B) $m=1$.

☐ (C) $m=-1$.

☐ (D) $m>-1$.

Lời giải: • $y' = 3x^2 - 4(m+1)x + 4m + 1$.

• $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{4m+1}{3} \end{cases}$

• Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị cách đều trục tung $\Leftrightarrow \frac{4m+1}{3} \neq 1$ và $\left| \frac{4m+1}{3} \right| = 1$.

$\Leftrightarrow \frac{4m+1}{3} = -1 \Leftrightarrow m = -1$. □

Câu 11. Tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$ là:

- (A) $x = -2$. (B) $x = 4$. (C) $x = 2, x = -2$. (D) $x = 2$.

Lời giải: □

Câu 12. Tìm hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, biết rằng đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0; 1)$ và đồ thị có giao điểm của hai tiệm cận là $I(1; -1)$.

- (A) $y = \frac{2x-1}{x-1}$. (B) $y = \frac{x-2}{-x-2}$. (C) $y = \frac{x+1}{1-x}$. (D) $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Lời giải: □

Câu 13. Tập hợp nghiệm của phương trình $\int_0^x \sin 2t dt = 0$ (ẩn x) là:

- (A) $k\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. (C) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. (D) $2k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải: □

Câu 14. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 2, y \geq 0$ và parabol $y = x^2$ bằng:

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{\pi}{2} - 1$. (C) $\frac{\pi}{2}$. (D) $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$.

Lời giải: • Phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{2-x^2} = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

• $S = \int_{-1}^1 |x^2 - \sqrt{2-x^2}| dx = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$. □

Câu 15. Giải phương trình $\int_0^2 (t - \log_2 x) dt = 2\log_2 \frac{2}{x}$ (ẩn x):

- (A) $x \in (0; +\infty)$. (B) $x = 1$. (C) $x \in \{1; 4\}$. (D) $x \in \{1; 2\}$.

Lời giải: • Ta có

$$\int_0^2 (t - \log_2 x) dt = \left(\frac{1}{2} t^2 - t \cdot \log_2 x \right) \Big|_0^2 = 2 - 2 \log_2 x.$$

• Ta có phương trình: $2 - 2 \log_2 x = 2 \log_2 \frac{2}{x}$. PT nghiệm đúng với mọi $x > 0$. $\square$

Câu 16. Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$. Diện tích tam giác AOB (với O là gốc tọa độ) bằng:

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Lời giải: • $y' = 4x^3 - 4x$. Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$

• Đồ thị hàm số có 2 điểm cực tiểu là $A(-1; -2)$ và $B(1; -2)$.

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} AH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2. \quad \square$$

Câu 17. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối tứ diện $ACA'B'$ là:

- (A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (B) $\frac{a^3}{6}$. (C) $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. (D) $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải:

Cách 1:

• Gọi V là thể tích khối lăng trụ. Ta có $V = V_{ACA'B'} + V_{CC'A'B} + V_{B'BAC}$.

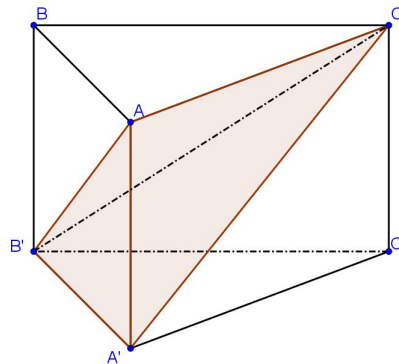
• $V_{CC'A'B} = \frac{1}{3} CC' \cdot S_{A'B'C'} = \frac{1}{3} V$ và $V_{B'BAC} = \frac{1}{3} BB' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} V$.

• Suy ra $V_{ACA'B'} = \frac{1}{3} V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Cách 2:

Gọi H là trung điểm của AB , suy ra $CH \perp (AA'B')$, nên CH là đường cao của hình chóp. Ta có $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{AA'B'} = \frac{1}{2} a^2$. Suy ra

$$V_{ACA'B'} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}. \quad \square$$



Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$. Thể tích hình hộp là:

- (A) $\frac{a^3 \sqrt{2}}{4}$. (B) $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. (C) $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$. (D) $\frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

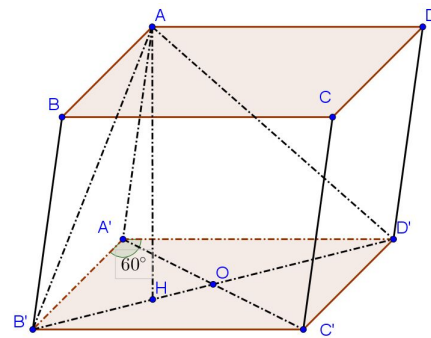
Lời giải:

- Từ giả thiết suy ra $\widehat{AA'B} = \widehat{AA'D'} = \widehat{B'A'D'} = 60^\circ$.
Suy ra $AA' = A'B = A'D' = AB' = B'D' = D'A'$ nên tứ diện $AA'B'D'$ là tứ diện đều.
- $V = 6V_{AA'B'D'}$.
- Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng $A'B'C'D'$, ta có H là trọng tâm $\triangle A'B'C'$.

$$AH = \sqrt{AB'^2 - B'H^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}a.$$

- $V_{AA'B'D'} = \frac{1}{3}AH.S_{A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}a \cdot \frac{1}{2}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.
- Suy ra $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

□



Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2 : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5; -3; 5)$ cắt d_1, d_2 tại B và C . Độ dài đoạn thẳng BC là:

- (A) $2\sqrt{5}$. (B) $\sqrt{19}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) 19.

Lời giải:

- $B \in d_1, C \in d_2$ nên $B(1+b; -1-b; 2b)$ và $C(c; 1+2c; c)$.
- Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2-b; 2b-5)$, $\overrightarrow{AC} = (c-5; 2c+4; c-5)$.
-

$$\begin{aligned} A, B, C \text{ thẳng hàng} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC} \\ &\Leftrightarrow \frac{b-4}{c-5} = \frac{2-b}{2c+4} = \frac{2b-5}{c-5} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3bc - b - 10c - 6 = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $B(2; 0; 2)$ và $C(-1; -1; -1)$. Vậy $BC = \sqrt{19}$. □

Câu 20. Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2\sqrt{x}-3}{x-5\sqrt{x}+4}$?

- (A) $x = 16$. (B) Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
(C) $x = 1$. (D) $x = 1, x = 16$.

Lời giải:

□

Câu 21. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Gọi A là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số và d là đường thẳng đi qua điểm $M(0; 2)$ có hệ số góc bằng k . Tìm k để khoảng cách từ A đến d bằng 1.

- (A) $k = -\frac{3}{4}$. (B) $k = \frac{3}{4}$. (C) $k = -1$. (D) $k = 1$.

Lời giải: • $y' = -3x^2 + 3$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $A(-1; 0)$.
 • $d : y = kx + 2 \Rightarrow d : kx - y + 2 = 0$.
 • $d(A, d) = 1 \Leftrightarrow \frac{|-k + 2|}{\sqrt{1 + k^2}} = 1 \Leftrightarrow k = \frac{3}{4}$. □

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $S(1; 2; 3)$ và các điểm A, B, C thuộc các trục Ox, Oy, Oz sao cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Thể tích hình chóp $S.ABC$ là

- (A) $\frac{343}{12}$
(B) $\frac{343}{18}$
(C) $\frac{343}{36}$
(D) $\frac{343}{6}$

Lời giải: • Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$.

Ta có $\overrightarrow{AS} = (1 - a; 2; 3), \overrightarrow{BS} = (1; 2 - b; 3), \overrightarrow{CS} = (1; 2; 3 - c)$.

• SA, SB, SC đôi một vuông góc $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 0 \\ \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \\ \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 14 \\ 2b + 3c = 14 \\ a + 3c = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = \frac{7}{2} \\ c = \frac{7}{3} \end{cases}$

• $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{343}{36}$. □

Câu 23. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x + 1) < \log_{\frac{1}{3}}(x - 1)$ là:

- (A) $(1; 2)$
(B) $(1; +\infty)$
(C) $(2; +\infty)$
(D) $(3; +\infty)$

Lời giải: □

Câu 24. Tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 5x + 4 \leq 0 \\ x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0 \end{cases}$ là:

- (A) $[-4; 1]$
(B) $[-4; -1]$
(C) $[-1; +\infty)$
(D) $(-\infty; -4]$

Lời giải: • $x^2 + 5x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq -1 \Rightarrow S_1 = [-4; -1]$.

• Xét $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$. Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$

• Bảng biến thiên:

x	-4		-3		-1	
$f'(x)$			+	0	-	
$f(x)$			17			
	10				1	

- Từ bảng biến thiên suy ra $x^3 + 3x^2 - 9x - 10 > 0$ với mọi $x \in [-4; -1]$.
 • Vậy $S = [-4; -1]$. □

Câu 25. Tìm tất cả những điểm thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có khoảng cách đến đường tiệm cận ngang của đồ thị bằng 1.

- (A) $M(-1; 0), N(0; -1)$ (B) $M(-1; 0), N(3; 2)$
(C) $M(3; 2), N(2; 3)$ (D) $M(-1; 0)$

Lời giải:

□

Câu 26. Cho số phức $z = 1 + i + i^2 + i^3 \dots + i^9$. Khi đó:

- (A) $z = i$ (B) $1 + i$ (C) $z = 1 - i$ (D) $z = 1$

Lời giải:

□

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x \sin 2x$. Hãy tính $f\left(\frac{\pi}{4}\right) + f'\left(\frac{\pi}{4}\right) - 1$

- (A) $\frac{\pi}{4} - 1$ (B) 0 (C) $\frac{\pi}{4} + 1$ (D) $\frac{\pi}{4}$

Lời giải:

□

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân đỉnh S . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- (A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ (B) $\frac{a^3}{6}$ (C) $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$

Lời giải:

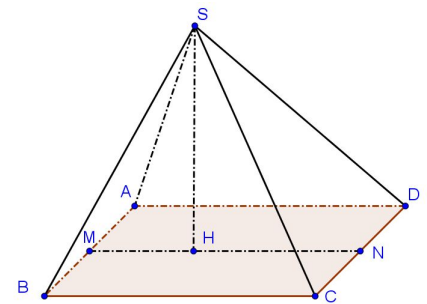
• Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi H là hình chiếu của S trên MN . Ta có : $CD \perp (SMN) \Rightarrow CD \perp SH$ mà $SH \perp MN$ nên $SH \perp (ABCD)$.

• Xét $\triangle SMN$ có $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SN = \frac{a}{2}, MN = a$. Do đó $\triangle SMN$ vuông tại S .

• Suy ra $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{SN^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

• $V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

□



Câu 29. Một đồng cát hình nón cụt có chiều cao $h = 60cm$, bán kính đáy lớn $R_1 = 1m$, bán kính đáy nhỏ $R_2 = 50cm$. Thể tích đồng cát xấp xỉ là

- (A) $11m^2$ (B) $0,1m^2$ (C) $0,11m^2$ (D) $1,1m^2$

Lời giải:

• $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr) \approx 1,1 (m^2)$.

□

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0; 1; 1), B(1; 1; 0), C(1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y - z - 1 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ là

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{9}$

(D) $\frac{1}{6}$

Lời giải: • Giả sử $M(a; b; c)$. Ta có

$$\begin{aligned} MA = MB = MC &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = (a-1)^2 + (b-1)^2 + c^2 \\ a^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = (a-1)^2 + b^2 + (c-1)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2c = 0 \\ 2a - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c. \end{aligned}$$

• $M \in (P) \Leftrightarrow a + b + c = 1$. Suy ra $a = b = c = 1$.

• Vậy $V_{MABC} = \frac{1}{6}$. □

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - \sqrt[3]{3}x^2$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng:

(A) $\sqrt[3]{9}$

(B) 1

(C) 2

(D) $\sqrt{\sqrt[3]{9} + 1}$

Lời giải: □

Câu 32. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)^2 - (\sqrt{3} + 1) \log_3 x - \sqrt{3} = 0$. Khi đó tích $x_1 \cdot x_2$ bằng:

(A) $3^{\sqrt{3}+1}$

(B) $3^{-\sqrt{2}}$

(C) 3

(D) $3^{\sqrt{2}}$

Lời giải: • Đặt $t = \log_3 x$. Ta có phương trình $t^2 - (\sqrt{3} + 1)t - \sqrt{3} = 0$ (1).

• PT (1) có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = \sqrt{3} + 1$ nên PT (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 3^{\sqrt{3}+1}$. □

Câu 33. Với hai số phức bất kỳ z_1, z_2 , khẳng định nào sau đây đúng:

(A) $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

(B) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$

(C) $|z_1 + z_2| \geq |z_1| + |z_2|$

(D) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2| + |z_1 - z_2|$

Lời giải: □

Câu 34. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB = AC = a$, $AA' = \sqrt{2}a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C'$ là

(A) $\frac{4\pi a^2}{3}$

(B) $4\pi a^2$

(C) $12\pi a^2$

(D) $4\sqrt{3}\pi a^2$

Lời giải: • Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C$.

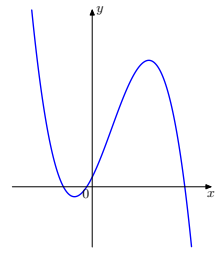
• Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Gọi O là trung điểm của II' . Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C$.

• $R = \frac{1}{2}\sqrt{BC^2 + CC'^2} = a$.

• Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi a^2$. □

Câu 35. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ sau.

Mệnh đề nào sau đây đúng:



- ☐ A $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0$
☐ B $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0$
☐ C $a < 0; b < 0; c < 0; d > 0$
☒ D $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0$

Lời giải:

□

Câu 36. Phương trình $x^3 - \sqrt{1-x^2} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

- ☐ A 3 ☐ B 6 ☒ C 1 ☐ D 2

Lời giải: • PT $\Leftrightarrow x^3 = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^6 + x^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$

- Đặt $t = x^2$, (1) trở thành $t^3 + t - 1 = 0 \quad (2)$.
 • (2) có duy nhất 1 nghiệm dương nên (1) có duy nhất 1 nghiệm.

□

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để bất phương trình có nghiệm đúng với mọi giá trị thực của x :

$$\int_0^x \left(\frac{1}{2}t + 2(a+1)t \right) dt \geq -1$$

- ☒ A $a \in \left[-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right]$ ☐ B $a \in [0; 1]$ ☐ C $a \in [-2; -1]$ ☐ D $a \leq 0$

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^x \left(\frac{1}{2}t + 2(a+1)t \right) dt > -1 \text{ với mọi } x \\
 & \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + 2(a+1)x \geq -1 \text{ với mọi } x \\
 & \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + 2(a+1)x + 1 \geq 0 \text{ với mọi } x \\
 & \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow (a+1)^2 - \frac{1}{4} \leq 0 \\
 & \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq a \leq -\frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

□

Câu 38. Tất cả các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ là:

- ☐ A $y = -1$ ☒ B $y = 1, y = -1$ ☐ C $y = 1$ ☐ D $y = 0$

Lời giải:

□

Câu 39. Số phức z thỏa mãn $|z| + z = 0$. Khi đó:

(A) z là số thuần ảo

(B) Môđun của z bằng 1

(C) z là số thực nhỏ hơn hoặc bằng 0

(D) Phần thực của z là số âm

Lời giải:

□

Câu 40. Cho số phức $z = 1 + i$. Khi đó $|z^3|$ bằng:

(A) $\sqrt{2}$

(B) 1

(C) 4

(D) $2\sqrt{2}$

Lời giải:

□

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} + \frac{1}{27^x} \leq \frac{2}{3}$ là:

(A) $(2; 3)$

(B) $(1; 2)$

(C) $(0; 1)$

(D) $\left\{\frac{1}{3}\right\}$

Lời giải:

□

Câu 42. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn: $|z_1| = |z_2| = 1$. Khi đó $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$ bằng

(A) 4

(B) 0

(C) 2

(D) 1

Lời giải:

□

Câu 43. Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 4cm . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 4\sqrt{3}$. Thể tích khối tứ diện $AOO'B$ là:

(A) $\frac{32}{3}\text{cm}^3$

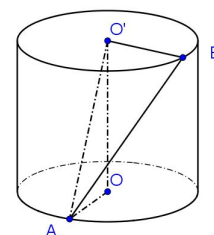
(B) 32cm^3

(C) $\frac{64}{3}\text{cm}^3$

(D) 64cm^3

Lời giải:

- $\triangle$ có $O'AB$ có $O'B = 4, O'A = 4\sqrt{2}, AB = 4\sqrt{3}$ nên $O'B \perp O'A$.
- Lại có $OO' \perp O'B$ nên $O'B \perp (OAO')$. Do đó, $O'B$ là đường cao của tứ diện.
- $S_{OAO'} = 8 (\text{cm}^2)$.
- $V_{B.OAO'} = \frac{1}{3}O'B.S_{OAO'} = \frac{32}{3} (\text{cm}^3)$.



□

Câu 44. Cần xẻ một khúc gỗ hình trụ có đường kính $d = 40\text{cm}$ và chiều dài $h = 3\text{m}$ thành một cái xà hình hộp chữ nhật có cùng chiều dài. Lượng gỗ bỏ đi tối thiểu xấp xỉ là:

(A) $0,014\text{m}^3$

(B) $0,14\text{m}^3$

(C) $1,4\text{m}^3$

(D) 4m^3

Lời giải: • Lượng gỗ bỏ đi nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ thể tích của xà lớn nhất.

• Do chiều cao của xà không đổi nên thể tích xà lớn nhất $\Leftrightarrow$ diện tích đáy lớn nhất $\Leftrightarrow$ đáy là hình vuông.

• Khi đó $V_{\text{gỗ bỏ}} = V_{\text{trụ}} - V_{\text{hp}} = \pi R^2 h - h \cdot \frac{1}{2} R^2 \approx 0,14 (\text{m}^3)$.

□

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -1; 0)$, $B(1; 1; -1)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính lớn nhất có phương trình là:

- (A) $x - 2y + 3z - 2 = 0$ (B) $x - 2y - 3z - 2 = 0$
(C) $x + 2y - 3z + 6 = 0$ (D) $2x - y - 1 = 0$

Lời giải: • Từ giả thiết suy ra (P) đi qua tâm $I(1; -2; 1)$ của mặt cầu (S) .

- $\overrightarrow{AI} = (1; -1; 1)$, $\overrightarrow{BI} = (0; -3; 2)$. Suy ra $\overrightarrow{n_P} = \overrightarrow{AI} \wedge \overrightarrow{BI} = (1; -2; -3)$.
• $(P) : x - 2y - 3z - 2 = 0$. □

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \ln x$. Hãy tính $f(x) + f'(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x}$.

- (A) -1 (B) 1 (C) 0 (D) e

Lời giải: □

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^4 + y^4 = m \end{cases}$$

- (A) $m = 2$ (B) $m \geq 1$ (C) $m \geq 2$ (D) $m \leq 2$

Lời giải: • Thay $y = 2 - x$ vào phương trình (2), ta được $x^4 + (2 - x)^4 = m$. (*)

- Hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow$ PT (*) có nghiệm.
• Đặt $f(x) = x^4 + (2 - x)^4$. Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4(2 - x)^2$.
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 24x^2 + 48x - 32 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	2	$+\infty$

- Từ bảng biến thiên, ta có $m \geq 2$. □

Câu 48. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(e^{\cos 2x} + 1)$ là:

- (A) $y' = \frac{2e^{\cos 2x} \sin 2x}{e^{\cos 2x} + 1}$ (B) $y' = -\frac{2e^{\cos 2x} \sin 2x}{e^{\cos 2x} + 1}$
(C) $y' = \frac{2 \sin 2x}{e^{\cos 2x} + 1}$ (D) $y' = \frac{2 \sin 2x}{e^{\cos 2x} + 1}$

Lời giải: □

Câu 49. Cho hình nón (N) có đỉnh là S , đường tròn đáy là (O) có bán kính R , góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Hình chóp đều $S.ABCD$ có các đỉnh A, B, C, D thuộc đường tròn (O) có thể tích là:

☒ **A** $\frac{2\sqrt{3}R^3}{9}$

☐ **B** $\frac{\sqrt{3}R^3}{3}$

☐ **C** $\frac{2\sqrt{3}R^3}{3}$

☐ **D** $\frac{2R^3}{9}$

Lời giải:

□

Câu 50. Tập hợp giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ có đường tiệm cận là:

☒ **A** $(-\infty; +\infty)$

☐ **B** $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

☐ **C** $(1; +\infty)$

☐ **D** $(-\infty; -1)$

Lời giải:

□