

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

- A. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$.
 B. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.
 C. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$.
 D. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Câu 2. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$. B. $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1$.
 C. $y = \tan x + 2$. D. $y = \sqrt{x^3 + 2x}$.

Câu 3. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		1		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 5)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; 3)$. D. $(0; 4)$.

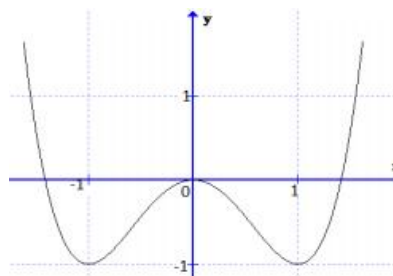
Câu 4. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(1; 3)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 5. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

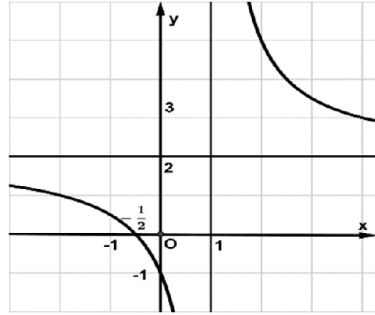


Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 6. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ là



- A. -1. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 7. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của

hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

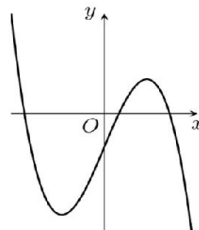
Câu 8. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y					
	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow 1$	$\nearrow 3$	$\searrow -\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 9. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?

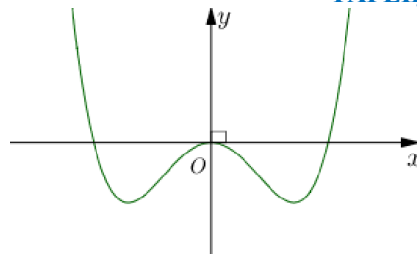


- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 10. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 3]$ và đồng biến trên khoảng $(1; 3)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $f(0) > f(1)$. B. $f(2) < f(3)$. C. $f(-1) = f(1)$. D. $f(-1) > f(3)$.

Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên.



- A. $y = -x^3 + 3x^2$. B. $y = x^3 - 3x^2$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 12. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

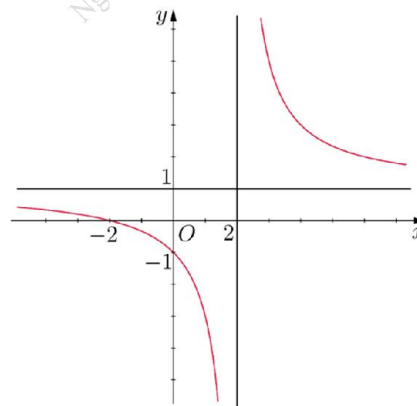
x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		+	+	0
y		$+\infty$	-1	$-\infty$

- A. Đường thẳng $x = 0$ và $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
 B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
 C. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x = 0$.
 D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 13. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là:

- A. $y = 2$. B. $y = \frac{3}{4}$. C. $y = -3$. D. $x = -3$.

Câu 14. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới?



- A. $y = \frac{x+2}{x-2}$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = \frac{x-1}{x-2}$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Câu 15. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		-5	2	-5		$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

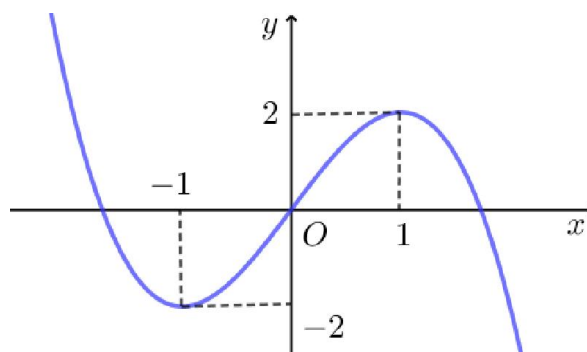
A. $(-5; +\infty)$.

B. $(-3; 0)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(-5; 2)$.

Câu 16. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 17. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ là:

A. $y = 1$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $y = \frac{1}{2}$.

Câu 18. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$						
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+			
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-8	$\searrow$	$-\infty$		$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -8.

B. 5.

C. 3.

D. 1.

Câu 19. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y									
	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

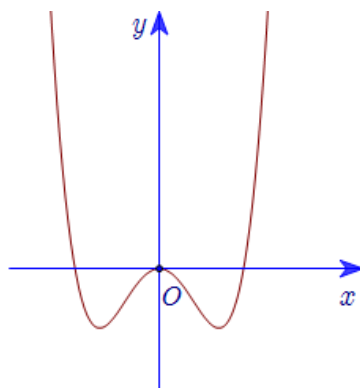
A. $(-2; 2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 20. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau



A. $y = x^3 - 3x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 21. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-3	-2	0	1	3
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	1	-5	0	-3	8

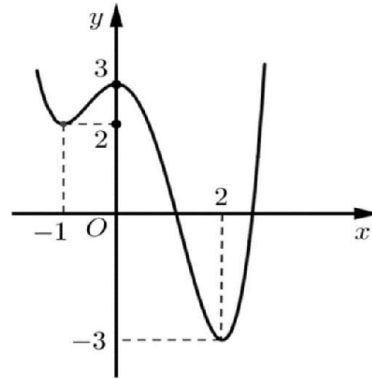
Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 8.

Câu 22. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. B. $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. C. $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$. D. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Câu 23. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $2f(x) = 5$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-1; 2]$.



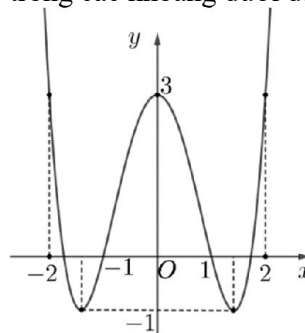
- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 24. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	3	6	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 25. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. (0;1).

B. (-2;-1).

C. (-1;0).

D. (-1;3).

Câu 26. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Xác định số điểm cực trị của đồ thị $y = f(x)$

A. 6.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 27. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Phương trình đường tiệm cận ngang của thị hàm số $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ là

A. $y = 2$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $y = -2$.

Câu 28. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = x^4 + 2x^2 + 5$.

B. $y = -2x^3 - 3x + 5$.

C. $y = -x^4 - x^2$.

D. $y = \frac{x+1}{-x+3}$.

Câu 29. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	4	-2	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

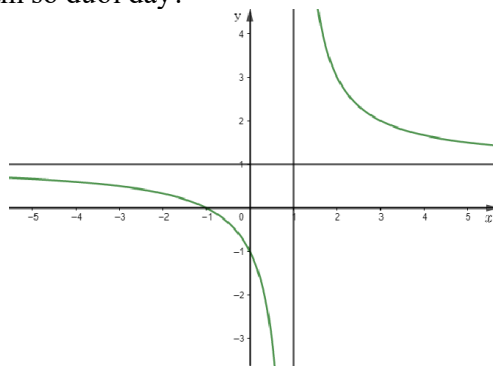
A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Câu 30. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



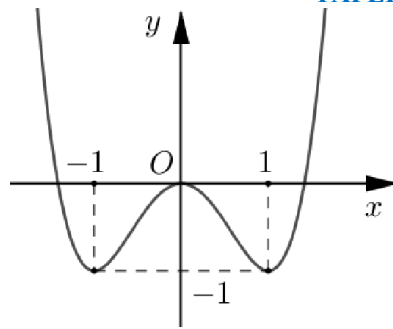
A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$.

Câu 31. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

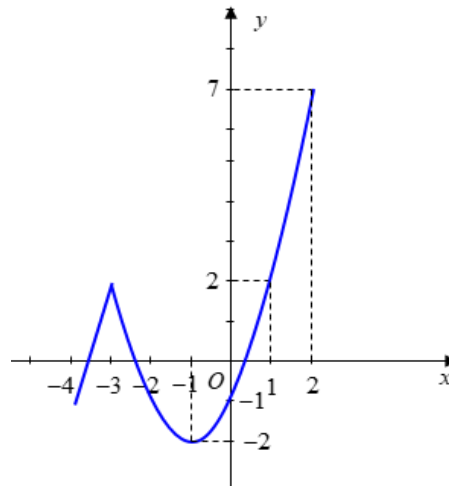


- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 + 2x^2$.

Câu 32. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 33. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-4; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó $\max_{[-4; -1]} f(x) + \min_{[-4; 2]} f(x)$ bằng



- A. 1. B. 0. C. 2. D. 5.

Câu 34. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 4)$. B. $(2; 4)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 35. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên (hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây sai?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	-		+	-
y	5	-2	4	-1

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5. B. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang.
C. Hàm số có hai điểm cực trị. D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2

Câu 36. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào

- A. $(1; +\infty)$ B. $(-\infty; 4)$ C. $(0; 1)$ D. $(4; 5)$

Câu 37. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. (C) không có tiệm cận ngang.
 B. (C) có hai tiệm cận đứng.
 C. (C) không có tiệm cận đứng.
 D. (C) có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

Câu 38. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$ lần lượt là

- A. $x = 2; y = -1$. B. $x = -2; y = 1$. C. $x = 1; y = 2$. D. $x = 2; y = 1$.

Câu 39. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-		+		-	
y	$-\infty$		2		-1		3		2

Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 40. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = (x-1)^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 41. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

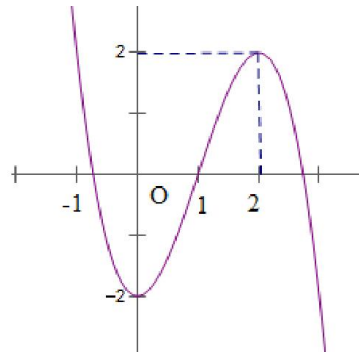
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$							$+\infty$

Diagram showing the behavior of a function y as x approaches $-\infty$ and $+\infty$. The function has a local minimum at $x=1$ with $y=1$ and a local maximum at $x=2$ with $y=2$.

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 42. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; 2)$.

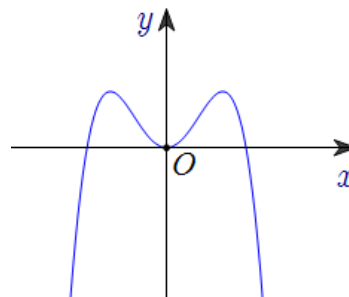
Câu 43. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$ $	$+$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 44. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau:



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^3 - 2x^2$. C. $y = -x^3 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 45. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

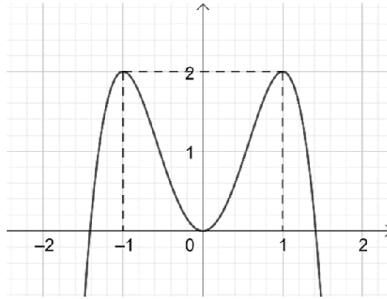
Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $x = 3$. B. $x = -2$. C. $x = 4$. D. $x = -1$

Câu 46. (Chuyên KHTN - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = 1$.

Câu 47. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số bậc bốn có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là



- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

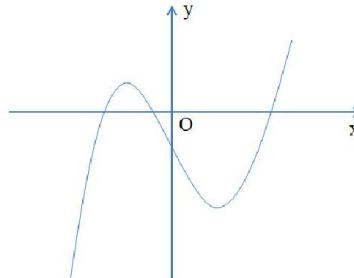
Câu 48. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 49. (Chuyên KHTN - 2021) Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 50. (Chuyên KHTN - 2021) Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A. $(0; 2)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; 0)$. D. $(-1; 4)$.

Câu 51. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1.

B. 4.

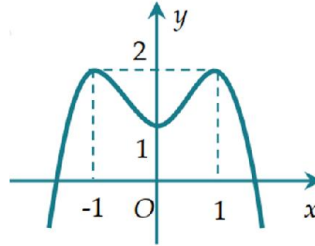
C. -2.

D. 3.

Câu 52. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{4x+5}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $x = \frac{3}{4}$.B. $x = -\frac{5}{4}$.C. $y = -\frac{3}{4}$.D. $y = \frac{3}{4}$.

Câu 53. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?

A. $y = -x^3 - 2x^2$.B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.C. $y = x^4 + 2x^2$.D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

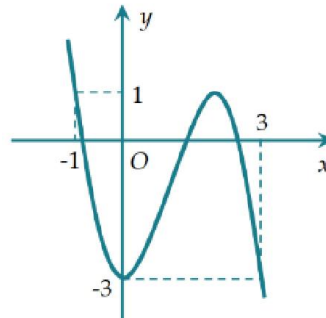
Câu 54. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$			3		-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.B. $(-1; 0)$.C. $(1; +\infty)$.D. $(0; +\infty)$.

Câu 55. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 3]$ bằng

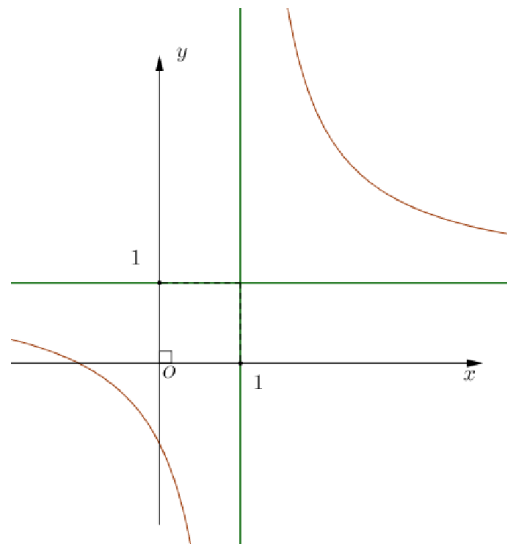
A. -1.

B. 1.

C. -3.

D. 3.

Câu 56. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ trên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào dưới đây



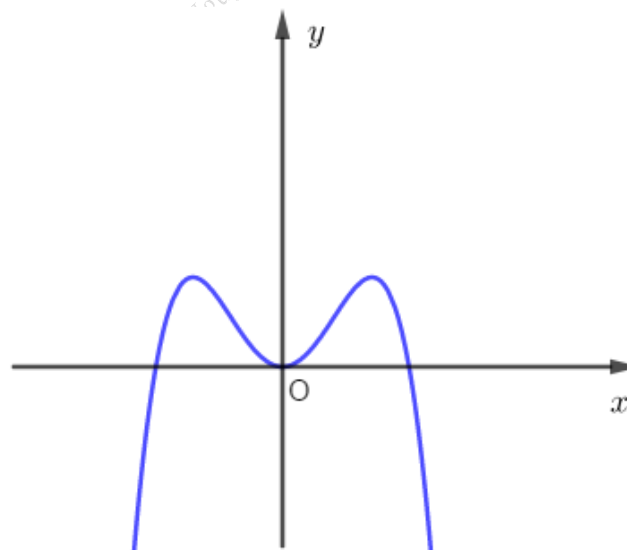
- A. $x=2$. B. $x=0$. C. $y=1$. D. $x=1$.

Câu 57. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như trên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

- A. 1. B. -2. C. 0. D. -1.

Câu 58. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nào dưới đây có dạng hình vẽ trên

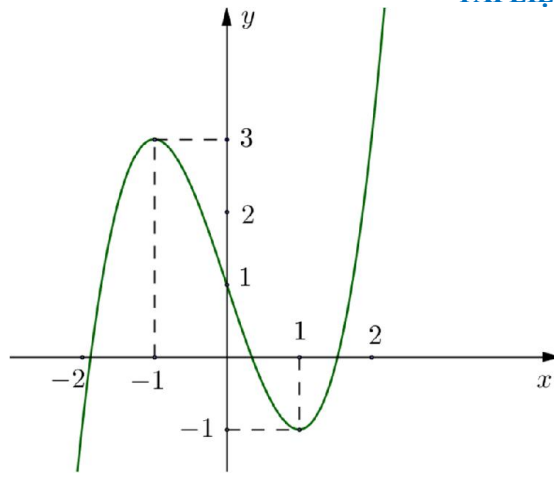


- A. $f(x) = x^4 - 2x^2$. B. $f(x) = -x^4 + 2x^2$.
C. $f(x) = x^4 + 2x^2$. D. $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 59. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^3 - x + 1$. B. $y = x^4 + x^2 + 2$. C. $y = x^3 + x - 2$. D. $y = x^2 + x + 2$.

Câu 60. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 61. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+1}$ là đường thẳng

- A. $y = 1$. B. $y = -\frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = -1$.

Câu 62. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
y		1		1		
	$-\infty$		0		$-\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây

- A. $(0;1)$. B. $(-1;1)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(1;+\infty)$.

Câu 63. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $y = f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 64. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 0. D. -2.

Câu 65. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $y = 0$. B. $y = 3$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

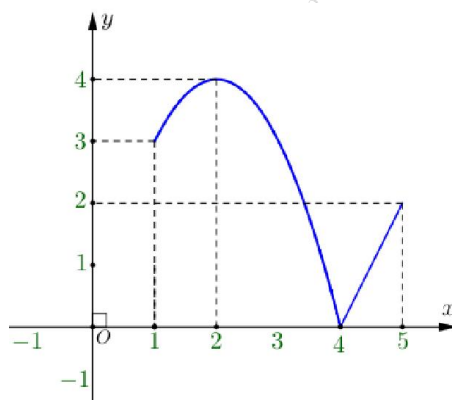
Câu 66. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$ B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 67. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 5]$. Giá trị $M - m$ bằng

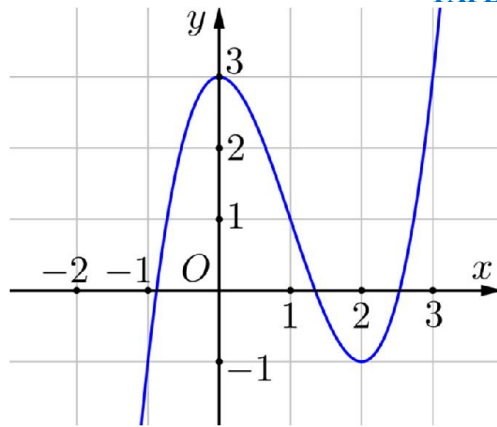


- A. 2. B. 1. C. 4. D. 5.

Câu 68. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ có đường tiệm cận ngang là

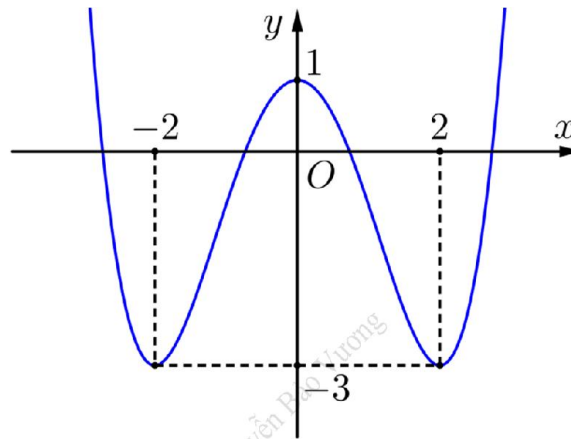
- A. $y = -1$. B. $y = -6$. C. $y = 3$. D. $y = 2$.

Câu 69. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. D. $y = x^3 + 2x^2 + 3$.

Câu 70. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 71. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	-1	1	4	5	6	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$-$

Số điểm cực của hàm số $y = f(x)$ là:

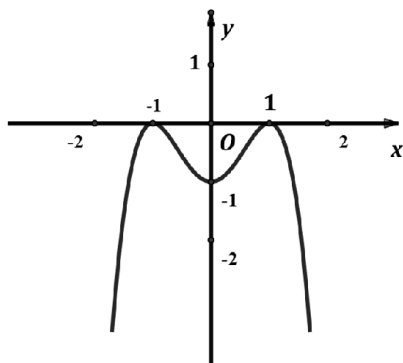
- A. 3. B. 4. C. 2. D. 5.

Câu 72. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x-6}{x+1} \text{ là:}$$

- A. $y = 2$. B. $y = -6$. C. $y = 3$. D. $y = -1$.

Câu 73. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^2 + 2x - 1$ B. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$
 C. $y = -x^4 + x^2 - 1$ D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

Câu 74. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+

y	2	5	-6	2
-----	---	---	----	---

Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -6$.
 C. Hàm số có bốn điểm cực trị.
 D. Hàm số không có cực đại.

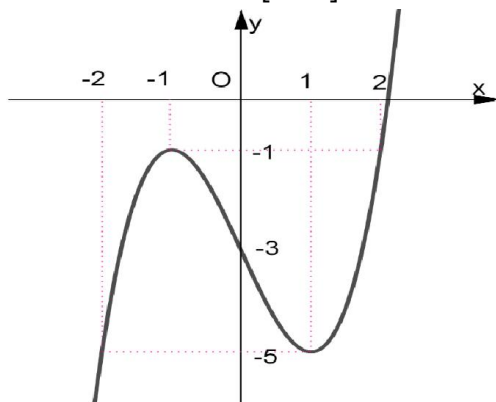
Câu 75. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	4	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào sau đây

- A. $(-1; 1)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 76. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ lần lượt là



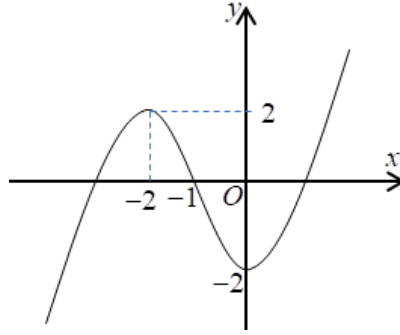
A. -5 và 0.

B. -5 và -1.

C. -1 và 0.

D. -2 và 2.

Câu 77. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.D. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.

Câu 78. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y = -1$ làm tiệm cận ngang?

A. $y = x^4 - x^2 + 2$.B. $y = \frac{x+1}{2+x}$.C. $y = -x^3 + 3x - 1$.D. $y = \frac{x-2}{1-x}$.

Câu 79. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $y = x^3 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 80. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	1		$+\infty$
		$-\infty$	1

Trong các mệnh đề sau về hàm số $y = f(x)$, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

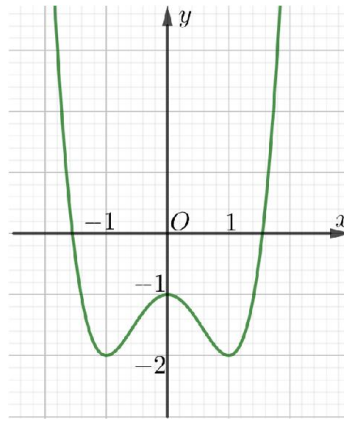
D. Hàm số có một điểm cực trị.

Câu 81. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là đường thẳng nào trong các

đường thẳng sau?

A. $y = -3$.B. $y = -1$.C. $x = -3$.D. $x = 2$.

Câu 82. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



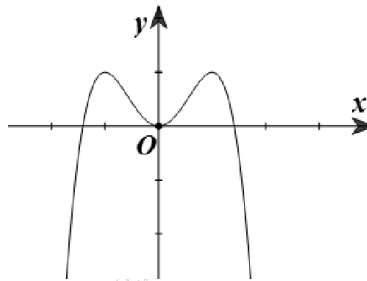
Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

- A. $(-1;0)$. B. $(-2;-1)$. C. $(-1;1)$. D. $(0;1)$.

Câu 83. (Sở Lào Cai - 2021) Hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 84. (Sở Lào Cai - 2021) Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = -x^3 + 2x$. B. $y = -x^4 - 4x^2$. C. $y = x^3 - 2x$. D. $y = -x^4 + 4x^2$.

Câu 85. (Sở Lào Cai - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là:

- A. $(0;1)$. B. $(1;0)$. C. $(0;-1)$. D. $(1;1)$.

Câu 86. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

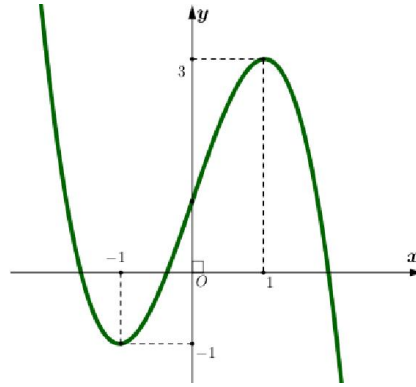
Câu 87. (Sở Lào Cai - 2021) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{2x+1}$ là:

- A. $x = -\frac{1}{2}$. B. $y = 1$. C. $x = 2$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 88. (Sở Lào Cai - 2021) Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

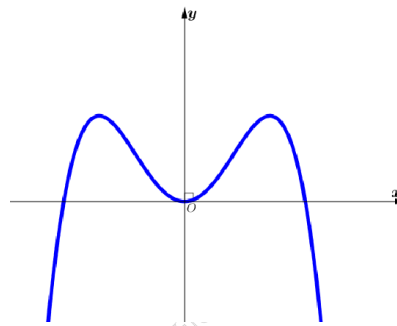
- A. $y = \tan x$. B. $y = 3x^3 + 2$. C. $y = \frac{4x+1}{x-3}$. D. $y = 3x^4 - 1$.

Câu 89. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 3$ là:



- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 90. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 91. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	1	4	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 92. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$				2	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -3 . B. -2 . C. 2 . D. 3 .

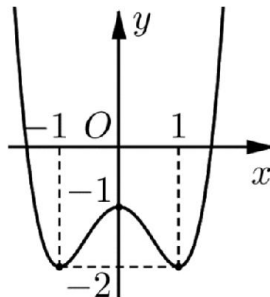
Câu 93. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 1. C. 5. D. -1.

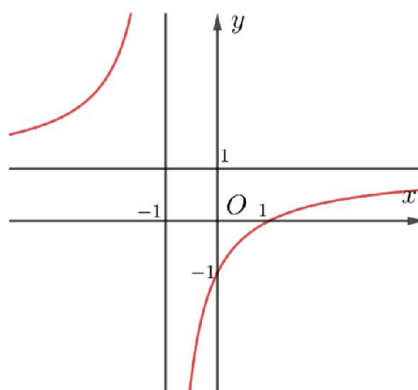
Câu 94. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 95. (Sở Yên Bái - 2021) Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x-1}$. D. $y = \frac{3x-1}{x+1}$.

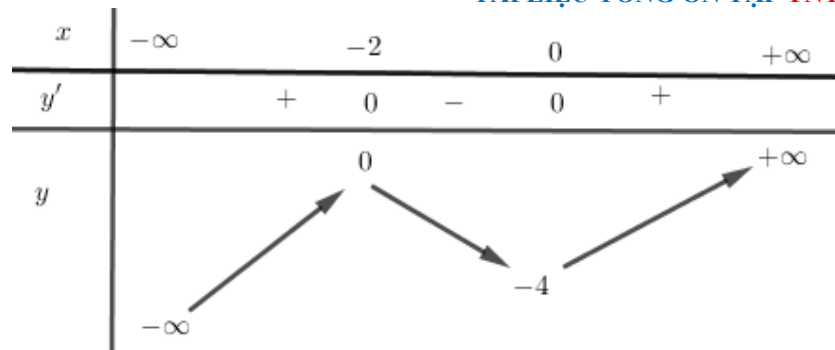
Câu 96. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				2		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 97. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-1; 0)$.

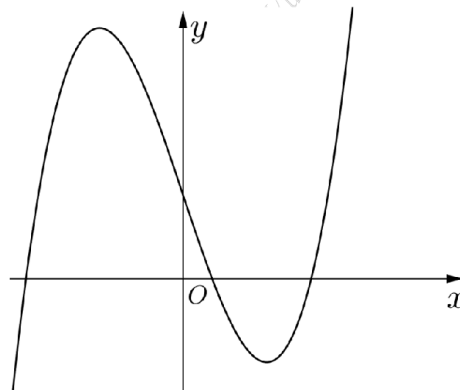
Câu 98. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Số nghiệm phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là:

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 99. (Sở Tuyên Quang - 2021) Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^3 + 3x + 1$.

Câu 100. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
 B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 C. Hàm số có đúng một cực trị.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 101. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$							

The graph illustrates the function $f(x)$ with its critical points and behavior at the boundaries. The function has a local maximum at $x=1$ with a value of 4 and a local minimum at $x=3$ with a value of 3 . The function approaches $-\infty$ as x approaches $-\infty$ and $+\infty$.

- A. $(3; +\infty)$. B. $(1; 3)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 102. (Sở Tuyên Quang - 2021) Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$ là:

- A. $y = 2$ B. $y = 3$ C. $y = -1$ D. $x = 1$

Câu 103. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0			2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			5		1		$+\infty$
		-2					

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng

- A. $y_{CT} = 5$. B. $y_{CT} = -2$. C. $y_{CT} = 1$. D. $y_{CT} = 2$.

Câu 104. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

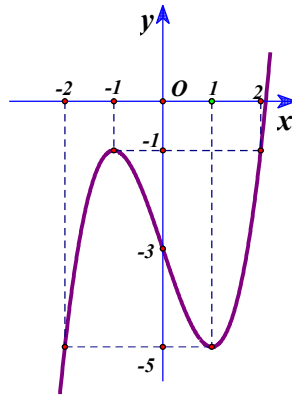
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				4				$+\infty$

The graph shows a function $f(x)$ with a local maximum at $x = -1$ (value 4) and a local minimum at $x = 1$ (value -1). The function approaches $+\infty$ as x approaches $-\infty$ and $+\infty$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 105. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A. $m = -5, M = 0$. B. $m = -1, M = 0$. C. $m = -5, M = -1$. D. $m = -2, M = 2$.

Câu 106. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 107. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

Câu 108. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

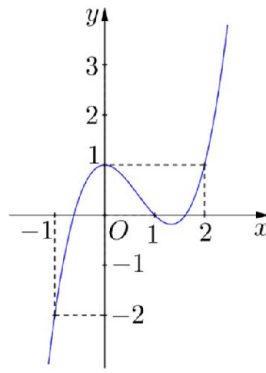
Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A. Hàm số không đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.
 C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$.
 D. Giá trị cực đại của hàm số là $y = 2$.

Câu 109. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có phương trình là

- A. $x = 1; y = -2$. B. $x = -2; y = 1$. C. $x = 2; y = 1$. D. $x = 1; y = 1$.

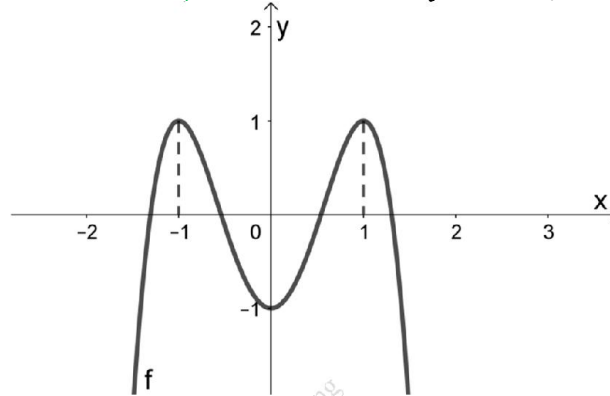
Câu 110. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 2$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 111. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ.



- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
C. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 112. (THPT Quý Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

x	$-\infty$	0	1	2	4	$+\infty$				
y'		-	0	+		-	0	+	0	+

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 113. (THPT Quý Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 114. (THPT Quý Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
C. Hàm số không có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất.
D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 115. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{1-2x}$ là đường thẳng

A. $y = 5$.

B. $y = -\frac{5}{2}$.

C. $y = 0$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 116. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; -1)$.

Câu 117. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

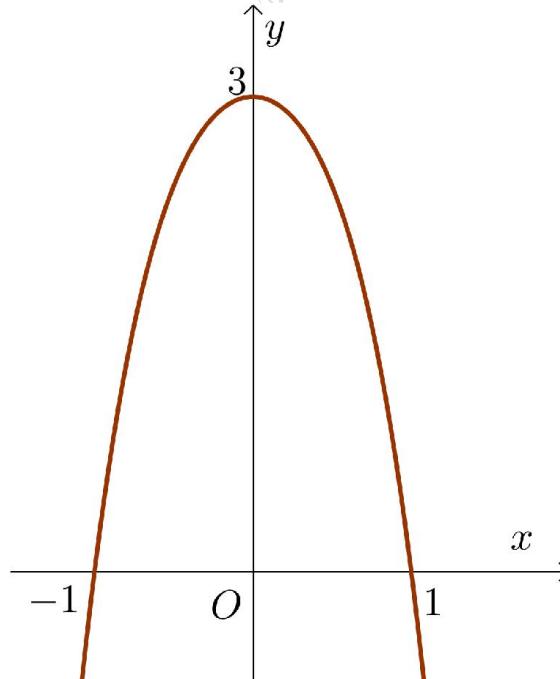
A. $x = -1$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 118. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên.



A. $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

B. $y = -x^2 + 2x + 3$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 119. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho có số điểm cực trị là:

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 4.

Câu 120. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		1		2	
	$-\infty$							$-\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-3; -2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 121. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Với a, b là số thực dương và $a \neq 1$, khi đó $\log_a b^3$ bằng

- A. $6 \log_a b$. B. $\frac{-3}{2} \log_a b$. C. $\frac{2}{3} \log_a b$. D. $\frac{3}{2} \log_a b$.

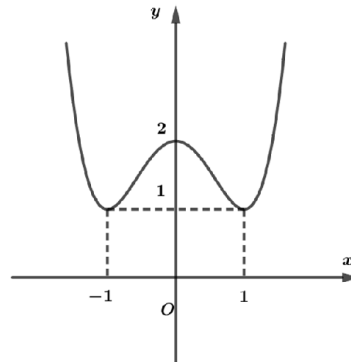
Câu 122. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		0		4	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 0$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Câu 123. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x-1}{x+2}$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. D. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

Câu 124. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{2x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 125. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$			2			$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

- A. 4. B. 0. C. 3. D. 2.

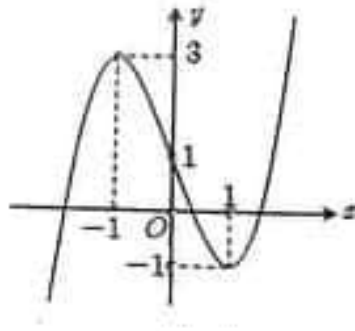
Câu 126. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đó là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 127. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt là:



- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 128. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = -2$. D. $x = -3$.

Câu 129. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$								

Phương trình $f(x) = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 130. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K , có

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng.

Câu 131. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	3	2	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 132. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$									
	$-\infty$		2		-1		3		$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$.
- B. $(1; +\infty)$.
- C. $(-\infty; 0)$.
- D. $(0; 1)$.

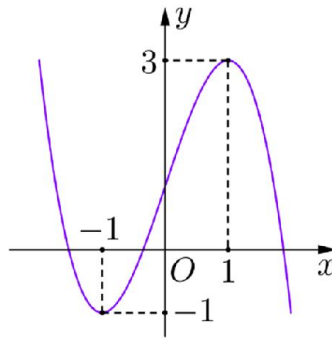
Câu 133. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		2		$+\infty$
			-1		

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = 2$.
- B. $x = -3$.
- C. $x = -1$.
- D. $x = 0$.

Câu 134. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?

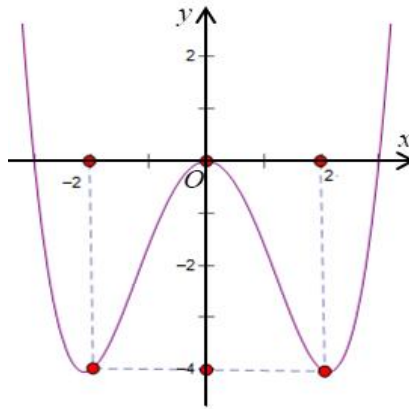


- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 135. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{2x-4}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang tương ứng là $x = a$, $y = b$. Khi đó $a.b$ bằng

- A. 3. B. -3. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 136. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hàm trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0,5$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 137. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{2-3x}{x-4}$ có tiệm cận ngang là

- A. $x = 4$. B. $y = 3$. C. $y = 2$. D. $y = -3$.

Câu 138. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 139. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		2	

Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 2$ là

- A. 0. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 140. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$+$	
$f(x)$	0	1	$-\infty$	$ $	-1	10

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

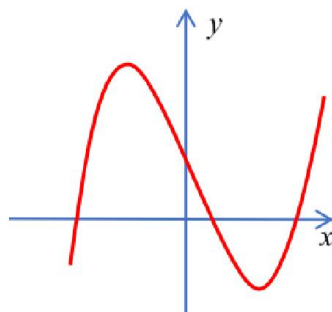
Câu 141. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		-3	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

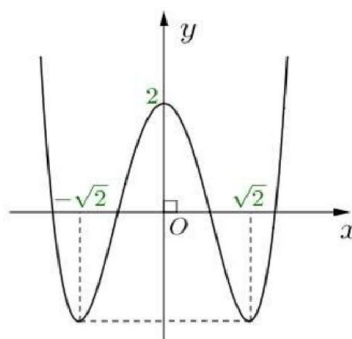
- A. 1. B. -2. C. 3. D. -3.

Câu 142. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 12x + 2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x - 2$. D. $y = x^3 - 12x + 2$.

Câu 143. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(\sqrt{2}; +\infty)$. D. $(0; \sqrt{2})$.

Câu 144. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận:

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 145. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ là đường thẳng nào sau đây?

A. $y=1$.B. $y=1$.C. $x=2$.D. $x=1$.

Câu 146. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên, có bao nhiêu cực trị.

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$	
y'	-	0	+	-	0	+
y						

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 147. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình $2f(x) = 3$ có bao nhiêu nghiệm

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
y'	-	0	+	+
y	$+\infty$	-2	$+\infty$	$+\infty$

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

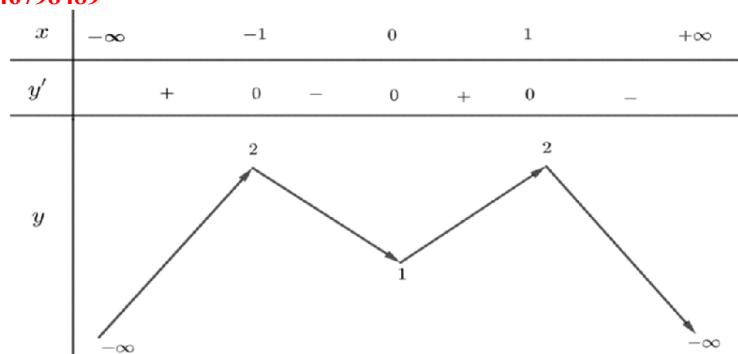
Câu 148. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-3	-5	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

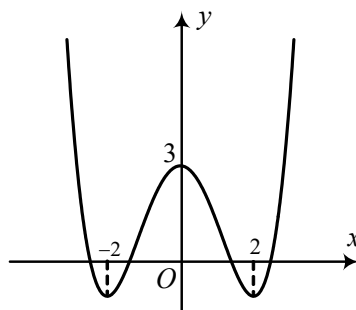
A. $x=1$.B. $x=-3$.C. $x=-5$.D. $x=-2$.

Câu 149. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

Câu 150. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 151. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-2; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 152. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-4		0		$-\infty$

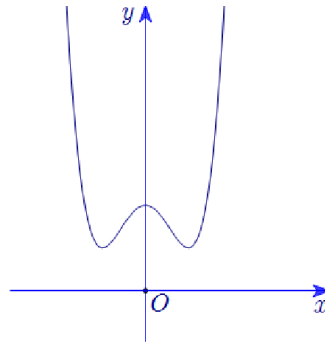
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-4; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 153. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$

- A. $x = -1$. B. $y = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

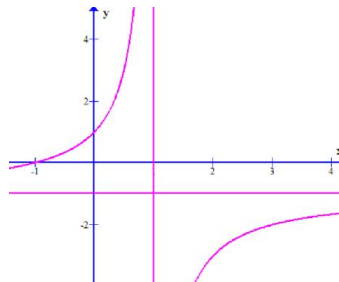
Câu 154. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 155. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{-x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

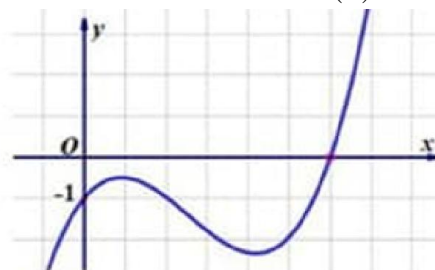
Câu 156. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{6-3x}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 157. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(-1; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; +\infty)$.

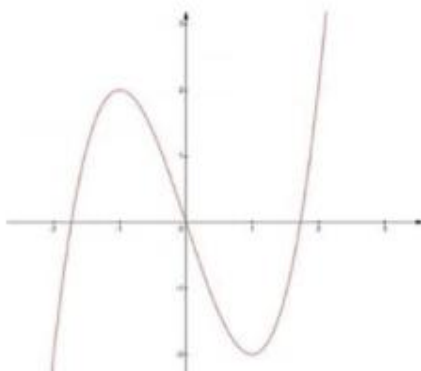
Câu 158. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 159. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 2x$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = -x^3 - 3x$.

Câu 160. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 3$. B. $x = 4$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 161. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-2; 3)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 162. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

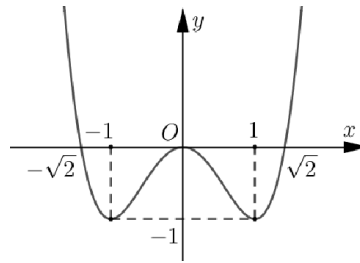
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 163. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ là

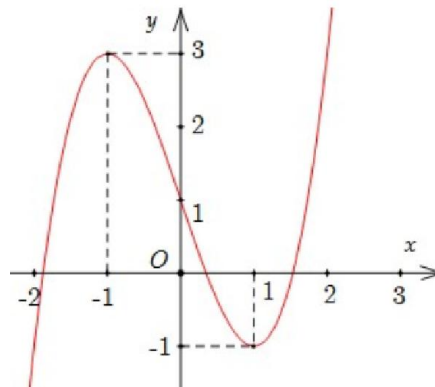
- A. $y = 1$. B. $y = \frac{3}{2}$. C. $y = 2$. D. $y = 3$.

Câu 164. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = x^3 - 2x^2 + x$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 165. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hàm đó là

- A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = -x^3 - 3x + 1$.

Câu 166. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 167. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		3	-1	3		



Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2021$ tại bao nhiêu điểm?

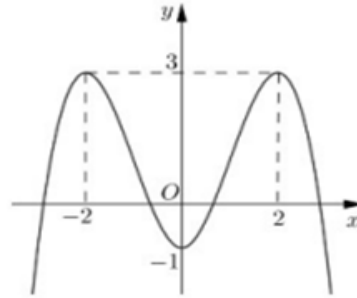
- A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

Câu 168. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
 B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 169. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Đường cong sau là đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. B. $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 8x^2 - 1$. D. $y = -x^4 - 8x^2 - 1$.

Câu 170. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

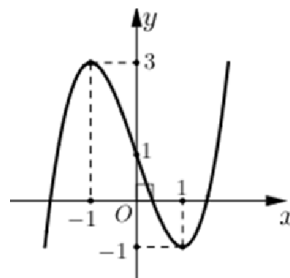
A. 5. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. -5.

Câu 171. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			$\frac{4}{27}$		0		$+\infty$
	$-\infty$						

A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{27}$.

Câu 172. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như đường cong ở hình bên dưới?

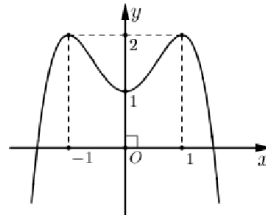


A. $f(x) = x^3 - 3x + 1$. B. $f(x) = x^3 - 3x - 1$. C. $f(x) = -x^3 + 3x + 1$. D. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 173. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{2x-1}{x+3}$ là

A. $x = -3$. B. $y = 2$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $y = -\frac{1}{3}$.

Câu 174. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{3}{2}$ là



A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 175. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.B. $(-2; 2)$.C. $(-2; +\infty)$.D. $(0; 2)$.

Câu 176. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-		+	-	
$f(x)$	$+\infty$	-3	$-\infty$	8	5

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 177. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0		-
$f(x)$	$+\infty$	2	5	$-\infty$

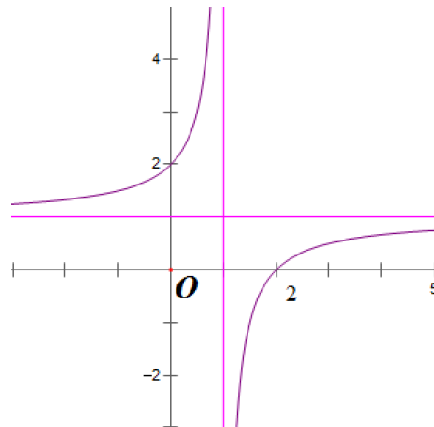
A. -1.

B. 3.

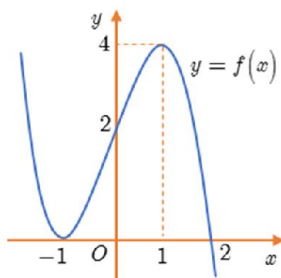
C. 2.

D. 5.

Câu 178. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.D. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

Câu 179. (Trung Tâm Thanh Tường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 4)$. D. $(0; 2)$.

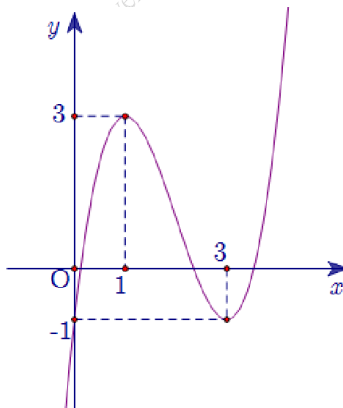
Câu 180. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; -1)$

Câu 181. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



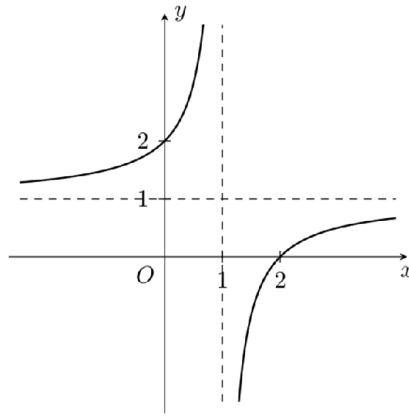
Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$. B. $y = 3$. C. $x = 3$. D. $y = -1$.

Câu 182. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ là

- A. $x-1=0$. B. $x-2=0$. C. $y-1=0$. D. $y+1=0$.

Câu 183. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$. C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. D. $y = -x^4 + 5x^2 - 4$.

Câu 184. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty; +\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$		
y'	-		+	0	-	0	+
y	$+\infty$			3		1	3

Giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên $[1; 5]$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 185. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-5			3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		3	$\nearrow$	
					5	$\searrow$
						$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 5)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 5)$. D. $(-5; 3)$.

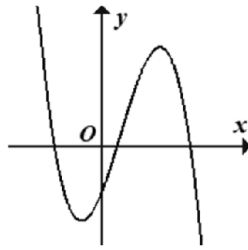
Câu 186. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-5	0	1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	+

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 187. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 2x^2 + 5x - 3$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + x + 3$.

C. $y = -x^3 - 2x^2 + 2$.

D. $y = x^3 - 2x - 2$.

Câu 188. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	4	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là

A. 0.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Nguyễn Bảo Vương

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.A	5.A	6.A	7.A	8.B	9.D	10.B
11.D	12.D	13.C	14.A	15.B	16.C	17.C	18.B	19.B	20.D
21.D	22.A	23.B	24.B	25.C	26.B	27.D	28.B	29.C	30.A
31.B	32.C	33.B	34.C	35.A	36.C	37.D	38.A	39.C	40.D
41.D	42.B	43.D	44.A	45.D	46.A	47.C	48.A	49.C	50.A
51.B	52.C	53.D	54.A	55.B	56.D	57.D	58.B	59.C	60.C
61.A	62.D	63.D	64.A	65.D	66.C	67.C	68.D	69.C	70.A
71.A	72.A	73.D	74.A	75.C	76.B	77.A	78.D	79.A	80.A
81.C	82.A	83.D	84.B	85.A	86.A	87.D	88.B	89.D	90.D
91.C	92.C	93.C	94.A	95.A	96.C	97.D	98.B	99.C	100.D
101.B	102.A	103.C	104.B	105.C	106.B	107.A	108.A	109.B	110.A
111.C	112.D	113.D	114.D	115.C	116.D	117.C	118.D	119.B	120.B
121.D	122.B	123.C	124.B	125.D	126.B	127.D	128.C	129.C	130.D
131.A	132.B	133.B	134.B	135.A	136.A	137.D	138.A	139.C	140.A
141.D	142.D	143.D	144.C	145.A	146.C	147.D	148.A	149.A	150.B
151.C	152.D	153.A	154.C	155.B	156.C	157.A	158.A	159.B	160.B
161.D	162.B	163.C	164.B	165.C	166.A	167.A	168.B	169.B	170.B
171.B	172.A	173.B	174.C	175.D	176.D	177.C	178.A	179.B	180.C
181.C	182.C	183.C	184.C	185.D	186.B	187.A	188.D		

Nguyễn Bảo Vương

ĐÁP ÁN MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D . Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

- A. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$.
 B. $f(x) \geq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.
 C. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$.
 D. $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa giá trị lớn nhất của hàm số trên một khoảng.

Câu 2. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$.
 B. $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1$.
 C. $y = \tan x + 2$.
 D. $y = \sqrt{x^3 + 2x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4x + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ba hàm số còn lại đều có tập xác định khác $\mathbb{R}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		1		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 5)$.
 B. $(3; +\infty)$.
 C. $(-1; 3)$.
 D. $(0; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 4. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

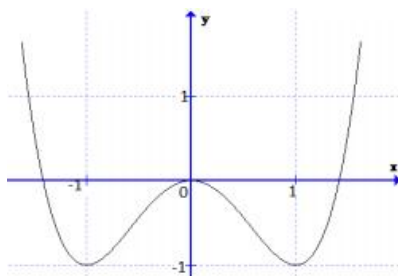
- A. $(3; +\infty)$.
 B. $(1; 3)$.
 C. $(-\infty; 4)$.
 D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào BBT ta thấy: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 5. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

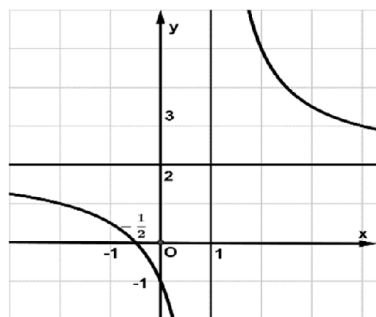
Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào đths ta thấy: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 6. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ là



- A.** -1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào đths ta thấy: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 0]$ là -1.

Câu 7. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của

hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$?

- A.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Do đó Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 8. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

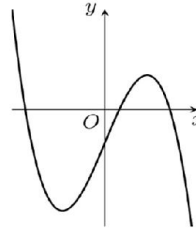
D. 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có 1 điểm cực tiểu là $x = 0$.

Câu 9. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?



A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x - 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm bậc 3 với $a < 0$ nên $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 10. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 3]$ và đồng biến trên khoảng $(1; 3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(0) > f(1)$.

B. $f(2) < f(3)$.

C. $f(-1) = f(1)$.

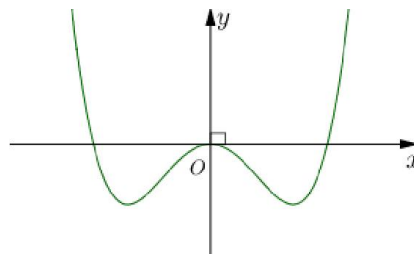
D. $f(-1) > f(3)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$ cho nên $f(2) < f(3)$.

Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên.



A. $y = -x^3 + 3x^2$.

B. $y = x^3 - 3x^2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị trên là của hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$, với $a > 0$. Do đó chọn đáp án D.

Câu 12. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	0	$+\infty$	$-\infty$	-1	$-\infty$

A. Đường thẳng $x=0$ và $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x=0$.

D. Đồ thị hàm số có duy nhất đường tiệm cận đứng là $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào BBT ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ nên $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 13. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là:

A. $y=2$.

B. $y = \frac{3}{4}$.

C. $y = -3$.

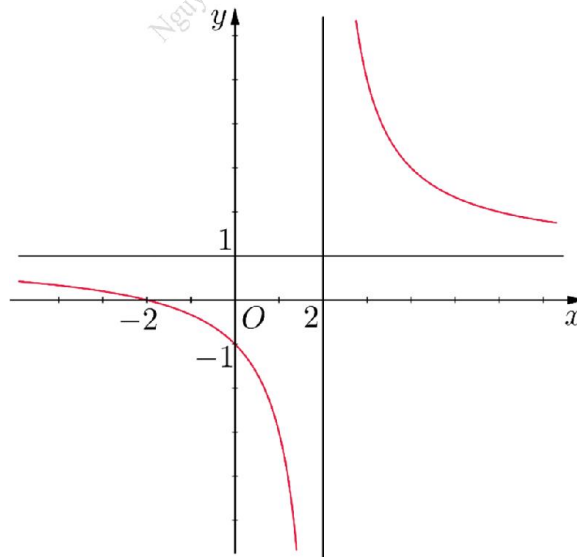
D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-2}{4-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x\left(3-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{4}{x}-1\right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left(3-\frac{2}{x}\right)}{\left(\frac{4}{x}-1\right)} = -3 \Rightarrow \text{Tiệm cận ngang: } y = -3$$

Câu 14. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới?



A. $y = \frac{x+2}{x-2}$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$, đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ và $(0;-1)$.

Vậy hàm số cần xác định là $y = \frac{x+2}{x-2}$.

Câu 15. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$			2			-5		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-5; +\infty)$. B. $(-3; 0)$. C. $(2; 4)$. D. $(-5; 2)$.

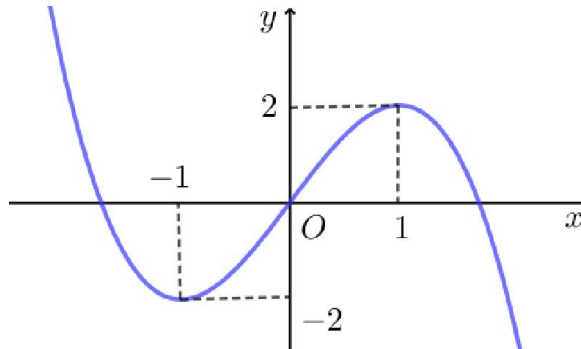
Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-3; 0) \cup (3; +\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-3; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Vậy ta chọn phương án **B**.

Câu 16. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

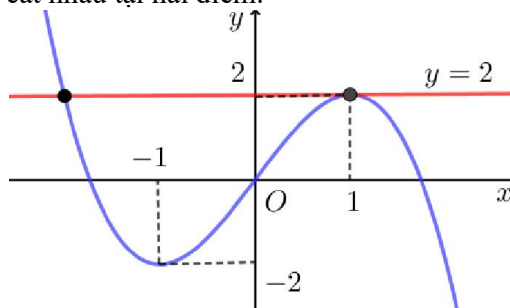
Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = 2$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Dựa vào hình vẽ, hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm.



Vậy phương trình $f(x) = 2$ có hai nghiệm.

Câu 17. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ là:

A. $y = 1$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $y = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ là: $2x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Câu 18. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-8	$-\infty$		$+\infty$	5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -8 .

B. 5 .

C. 3 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3 \Leftrightarrow f(x) = 5$

Câu 19. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y									
	$-\infty$		3		2		3		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

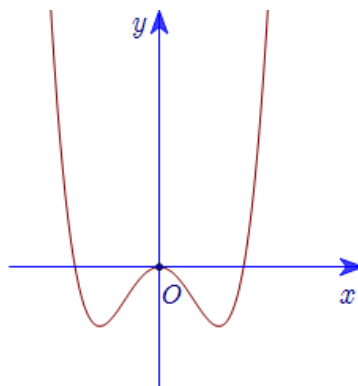
Lời giải

Chọn B

♦ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và $(-\infty; -2)$

nên ta chọn đáp án B.

Câu 20. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau



A. $y = x^3 - 3x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a > 0$. Do đó chọn đáp án $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 21. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-3	-2	0	1	3			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	1							8

Đường biến thiên của hàm số $f(x)$ được vẽ dưới đây:

x	-3	-2	0	1	3
$f(x)$	1	-5	0	-3	8

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 8.

Câu 22. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

B. $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

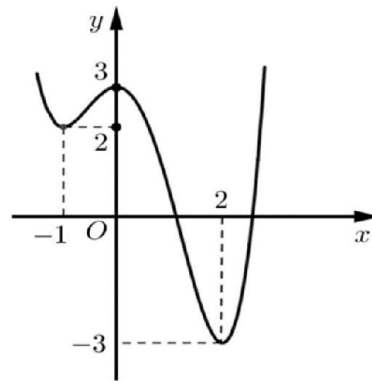
D. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$

Câu 23. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $2f(x) = 5$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-1; 2]$.



A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $2f(x) = 5 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$

Số nghiệm của phương trình (1) trên bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = \frac{5}{2}$.

Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ tại 4 điểm phân biệt, trong đó có 2 điểm trên đoạn $[-1; 2]$

Nên phương trình $2f(x) = 5$ có 2 nghiệm trên đoạn $[-1; 2]$.

Câu 24. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	3	6	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

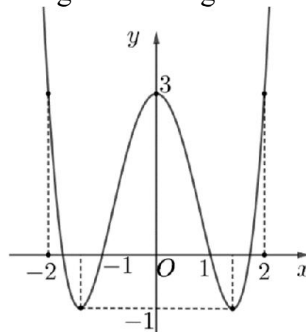
- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và f' có 5 lần đổi dấu nên hàm số $y = f(x)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 25. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



- A. $(0;1)$. B. $(-2;-1)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số, ta thấy trên khoảng $(-1;0)$ đồ thị hàm số có chiều đi lên nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 26. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Xác định số điểm cực trị của đồ thị $y = f(x)$

- A. 6. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 27. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Phương trình đường tiệm cận ngang của thị hàm số $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = -2 \Rightarrow y = -2$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 28. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = x^4 + 2x^2 + 5$. B. $y = -2x^3 - 3x + 5$. C. $y = -x^4 - x^2$. D. $y = \frac{x+1}{-x+3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $y = -2x^3 - 3x + 5$.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = -6x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = -2x^3 - 3x + 5$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 29. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

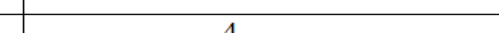
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

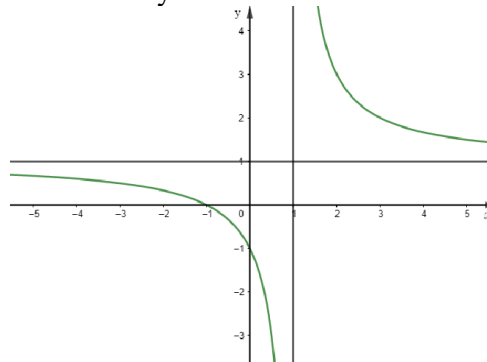
Chọn C

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					

Ta có: $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$.

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = 2$. Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có ba nghiệm.

Câu 30. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{x}{x-1}$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$.

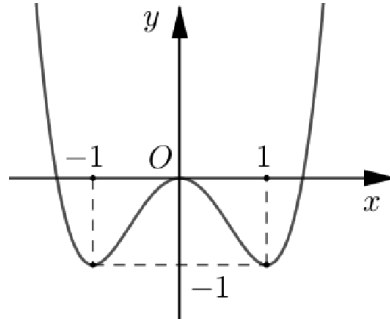
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có: Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$, hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$.

Từ đó, ta xác định được hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 31. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn B

- ♦ Dựa vào đồ thị ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ suy ra $a > 0$, do đó loại đáp án **A**.
- ♦ Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0$, do đó loại đáp án **D**.
- ♦ Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên $c = 0$, do đó loại đáp án **C**.

Câu 32. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

- A.** 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

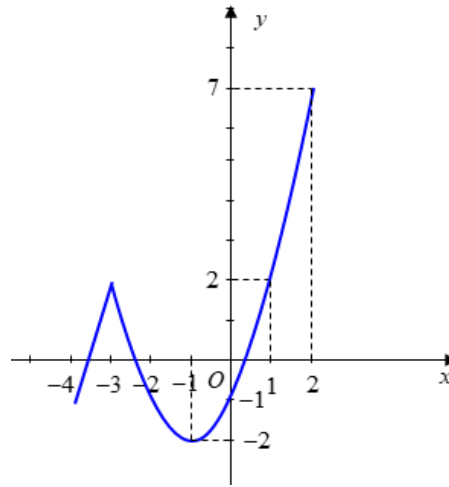
Chọn C

$$2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}.$$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$.

Quan sát đồ thị ta thấy có 3 giao điểm. Vậy phương trình trên có 3 nghiệm.

Câu 33. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-4; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó $\max_{[-4; -1]} f(x) + \min_{[-4; 2]} f(x)$ bằng



A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy $\max_{[-4;-1]} f(x) = 2$ và $\min_{[-4;2]} f(x) = -2 \Rightarrow \max_{[-4;-1]} f(x) + \min_{[-4;2]} f(x) = 0$.

Câu 34. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (3;4).

B. (2;4).

C. (1;3).

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu của đạo hàm ta có hàm số đồng biến trên các khoảng (1;3) và (4; $+\infty$).

Câu 35. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên (hình vẽ bên). Khẳng định nào sau đây sai?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	-		+	-
y	5	-2	4	-1

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.

B. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2

Lời giải

Chọn A

♦ Vì không tồn tại $x_0 \in TXD : f(x_0) = 5$

Câu 36. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	-
y	$+\infty$	4	5	$-\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

$y' = (x-1)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Câu 41. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				2				$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

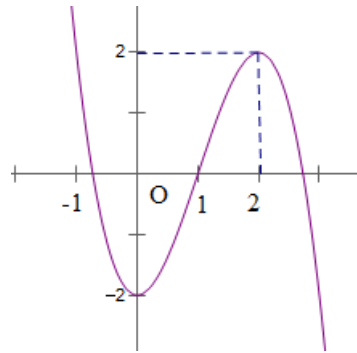
Lời giải

Chọn D

Ta có: $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f(x) = \frac{5}{2}$ có hai nghiệm phân biệt.

- Câu 42. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

- Câu 43. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$ $	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

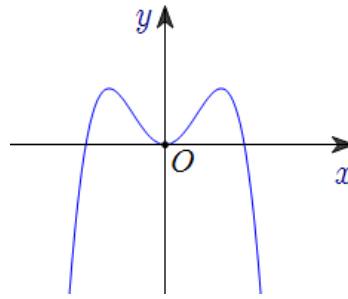
- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Lời giải

Chọn D

♦ Hàm số đã cho có đạo hàm đổi dấu tại 3 điểm nên có 3 cực trị.

Câu 44. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau:



A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = x^3 - 2x^2$.

C. $y = -x^3 + 2x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta nhận thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a < 0$. Do đó nhận đáp án $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 45. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $x = 3$.

B. $x = -2$.

C. $x = 4$.

D. $x = -1$

Lời giải

Chọn B

Theo bảng biến thiên, dấu của đạo hàm đổi từ dương (+) sang âm (-) khi x đi qua $x_0 = -1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 46. (Chuyên KHTN - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = 1$.

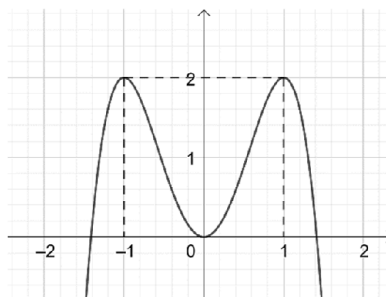
Lời giải

Chọn B

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty$ suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 47. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số bậc bốn có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là



A. 2.

B. 1.

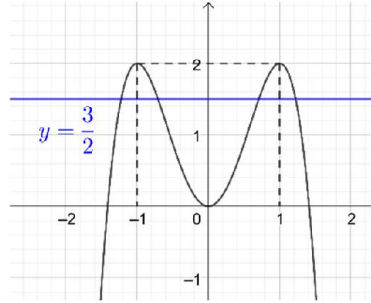
C. 4.
Lời giải

D. 3.

Chọn A

$$2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}.$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và $y = \frac{3}{2}$.



Từ đồ thị suy ra số nghiệm của phương trình là 4.

Câu 48. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

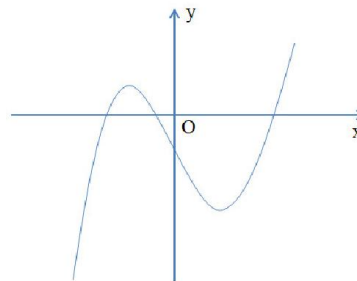
A. $(-2; 1)$.B. $(1; +\infty)$.C. $(-3; 0)$.D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

Câu 49. (Chuyên KHTN - 2021) Hàm số nào sau đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?

A. $y = -x^3 + 3x - 1$.B. $y = x^3 - 3x + 1$.C. $y = x^3 - 3x - 1$.D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn C

+ Vì đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải nên hệ số $a > 0$ suy ra loại A, D.

+ Vì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên loại B.

Câu 50. (Chuyên KHTN - 2021) Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $(0; 2)$.B. $(1; 0)$.C. $(0; 0)$.D. $(-1; 4)$.

Lời giải

Chọn A

$$y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y'' = 6x.$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2.$$

Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(0; 2)$.

Câu 51. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1 .

B. 4 .

C. -2 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn B

♦ Nhìn vào bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

♦ Giá trị cực đại là: 4

Câu 52. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{4x+5}$ có đường tiệm cận

ngang là

A. $x = \frac{3}{4}$.

B. $x = -\frac{5}{4}$.

C. $y = -\frac{3}{4}$.

D. $y = \frac{3}{4}$.

Lời giải

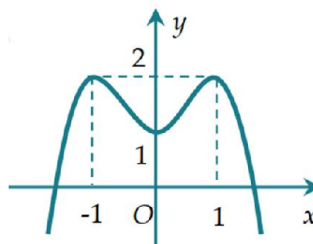
Chọn C

Hàm số xác định khi $x \neq -\frac{5}{4}$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4-3x}{4x+5} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{4}{x} - 3}{4 + \frac{5}{x}} = -\frac{3}{4}.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{4x+5}$ có đường tiệm cận ngang là $y = -\frac{3}{4}$.

Câu 53. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



A. $y = -x^3 - 2x^2$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 + 2x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đồ thị hàm số đã cho có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$

$$y' = 4ax^3 + 2bx$$

Từ đồ thị, ta có:
$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có dạng đường cong như hình vẽ.

Câu 54. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(1; +\infty)$.

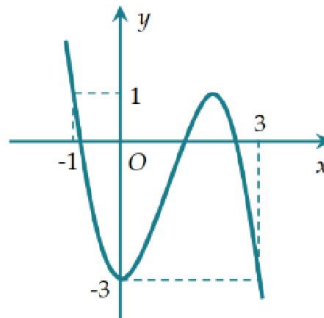
D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

♦ Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng $(0; 1)$.

Câu 55. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 3]$ bằng

A. -1 .

B. 1 .

C. -3 .

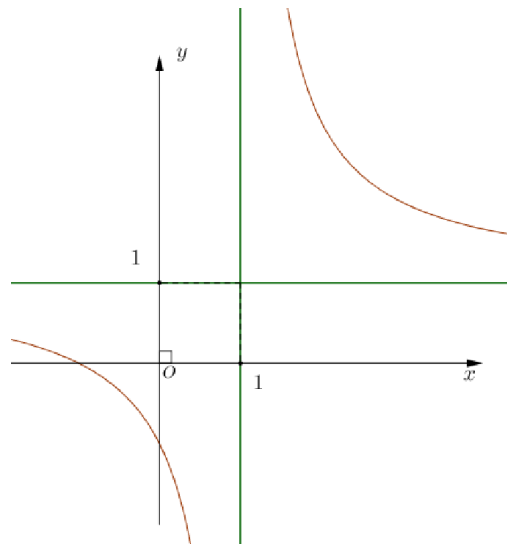
D. 3 .

Lời giải

Chọn B

♦ Dựa vào hình vẽ ta thấy: Trên $[-1; 3]$ hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 1 , tại $x = -1$.

Câu 56. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ trên. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào dưới đây



- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $y = 1$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 57. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như trên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	$+\infty$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$		

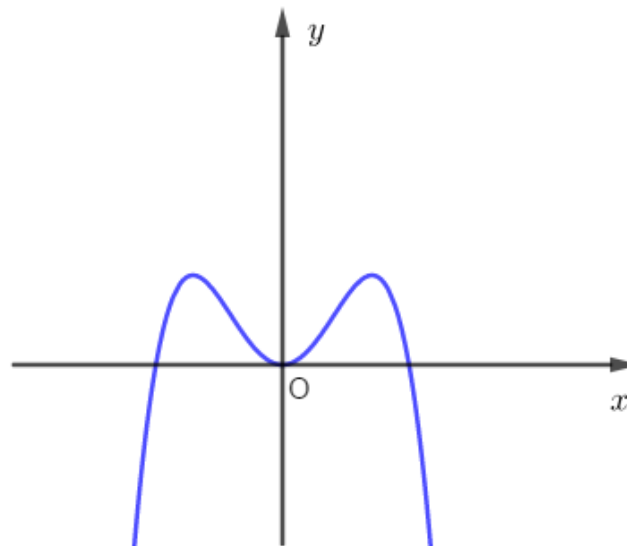
- A. 1. B. -2. C. 0. D. -1.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -1 .

Câu 58. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nào dưới đây có dạng hình vẽ trên



- A. $f(x) = x^4 - 2x^2$. B. $f(x) = -x^4 + 2x^2$.
 C. $f(x) = x^4 + 2x^2$. D. $f(x) = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có $a < 0$, đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị và đi qua $O(0;0)$ nên chọn $f(x) = -x^4 + 2x^2$.

Câu 59. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = x^3 - x + 1$.

B. $y = x^4 + x^2 + 2$.

C. $y = x^3 + x - 2$.

D. $y = x^2 + x + 2$.

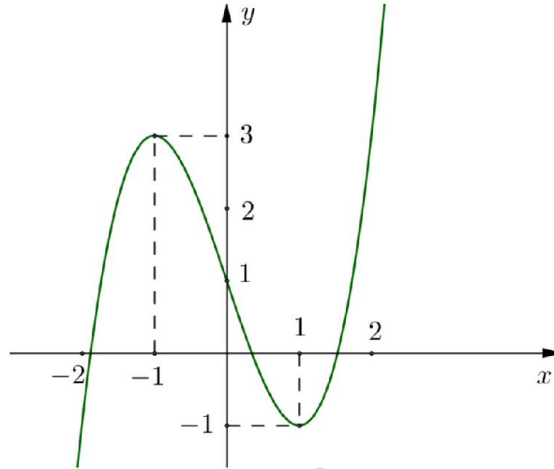
Lời giải

Chọn C

Trên $(-\infty; +\infty)$, hàm số trùng phương và hàm số bậc hai vừa đồng biến vừa nghịch biến.

Với hàm số $y = x^3 + x - 2$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 60. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = x^4 - 2x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Hình dáng đồ thị của hàm số bậc ba nên loại phương án B.

Giả sử hàm số có dạng: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Từ đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$ suy ra loại phương án A.

Do hàm số đạt cực trị tại 2 điểm ± 1 nên ± 1 phải là nghiệm của phương trình $y' = 0$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. có: $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 3 \\ x = 1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}$ nên đồ thị có hai điểm cực trị $A(-1; 3), B(1; -1)$. Căn cứ vào đồ thị ta chọn C.

Câu 61. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+1}$ là đường thẳng

A. $y = 1$.

B. $y = -\frac{1}{2}$.

C. $y = \frac{1}{2}$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có :

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{2x+1} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{1}{x}} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{2x+1} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{1}{x}} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y=1 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Câu 62. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	1	0	1	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây

- A. $(0;1)$. B. $(-1;1)$. C. $(-\infty;1)$. **D. $(1;+\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 63. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $y = f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 4. B. 3. C. 2. **D. 1.**

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu trên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực đại là $x = 0$.

Câu 64. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$.** B. $-\frac{1}{2}$. C. 0. D. -2.

Lời giải

Chọn A

Câu 65. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y = 0$.

B. $y = 3$.

C. $y = 1$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn D.

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y = -1$.

Câu 66. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$					1			$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; 2)$.

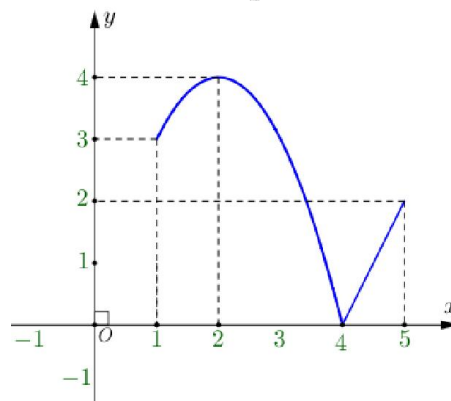
D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$ suy ra đáp án đúng là **C**.

Câu 67. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 5]$. Giá trị $M - m$ bằng



A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra $M = 4; m = 0$ do đó $M - m = 4$.

Câu 68. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 6}{x + 1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y = -1$.

B. $y = -6$.

C. $y = 3$.

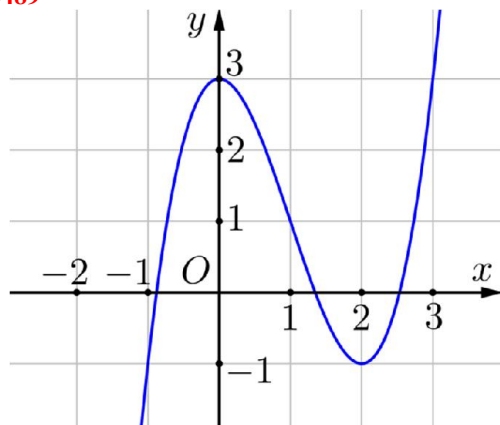
D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ suy ra đường $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 69. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. D. $y = x^3 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

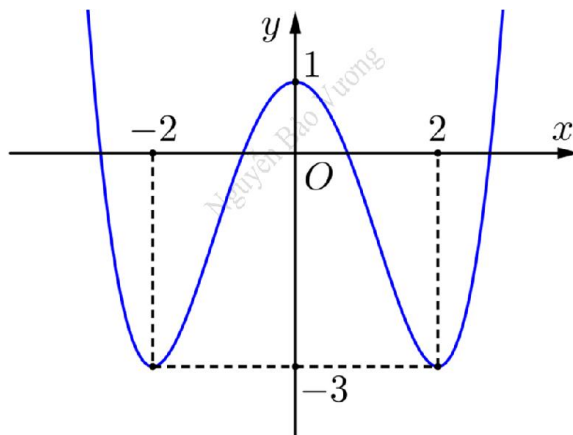
Chọn C

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị đã cho là hàm bậc ba có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$ suy ra loại đáp án A, B.

Mà đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2; -1)$ nên loại đáp án D.

Vậy đồ thị hàm số trong hình vẽ là $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Câu 70. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

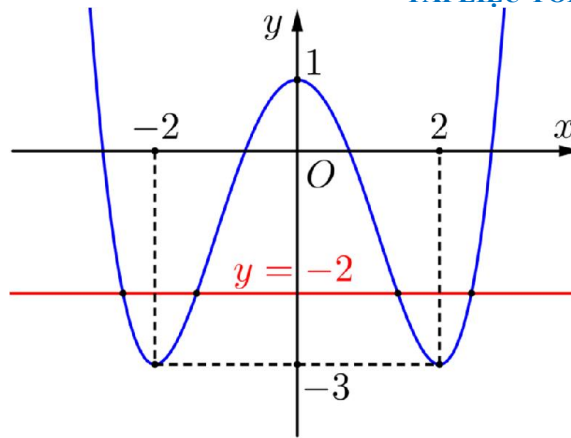
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$ (*).

Vẽ đường thẳng $y = -2$, ta được



Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y = -2$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên số nghiệm của phương trình (*) là 4.

Câu 71. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:

x	$-\infty$	-1	1	4	5	6	$+\infty$					
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$-$

Số điểm cực của hàm số $y = f(x)$ là:

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm đổi dấu khi qua các điểm $x = -1; x = 4; x = 5$ nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 72. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là:

A. $y = 2$.

B. $y = -6$.

C. $y = 3$.

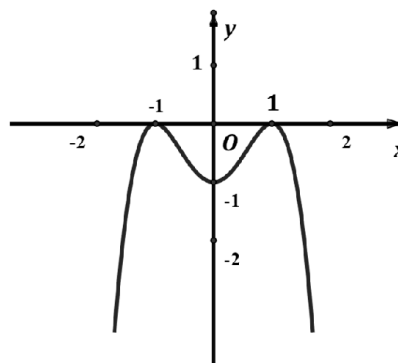
D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-6}{x+1} = 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 73. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^2 + 2x - 1$

B. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$

C. $y = -x^4 + x^2 - 1$

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

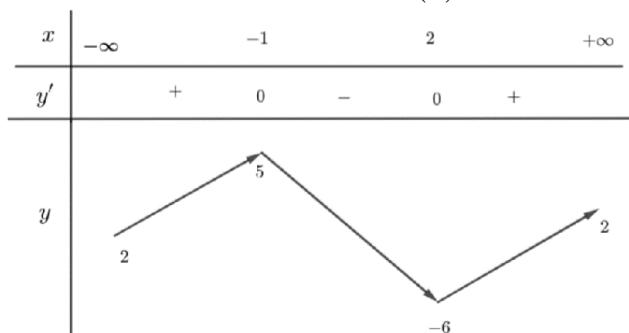
Lời giải

Chọn D

Ta có $y = -x^4 + 2x^2 - 1 \Rightarrow y' = -4x^3 + 4x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Câu 74. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$, có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng

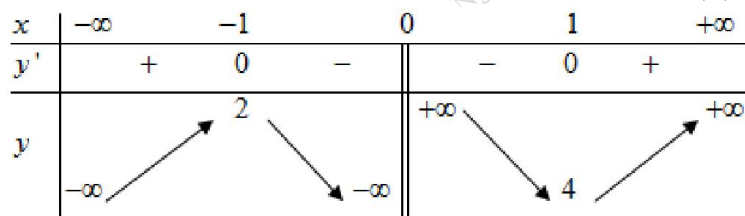
- A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -6$.
- C.** Hàm số có bốn điểm cực trị.
- D.** Hàm số không có cực đại.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 75. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



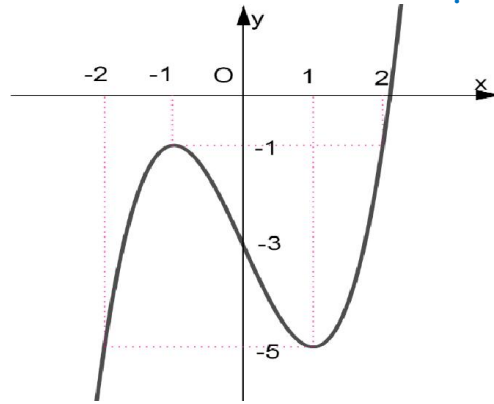
Hàm số nghịch biến trong khoảng nào sau đây

- A.** $(-1; 1)$.
- B.** $(4; +\infty)$.
- C.** $(0; 1)$.
- D.** $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 76. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ lần lượt là



A. -5 và 0.

B. -5 và -1.

C. -1 và 0.

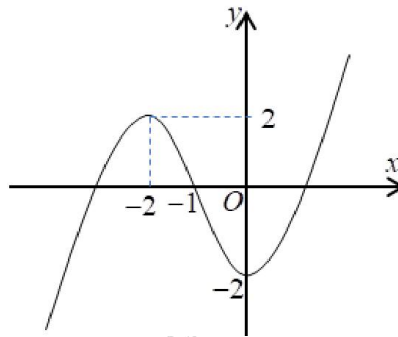
D. -2 và 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số suy ra $\min_{[-2;2]} f(x) = -5$; $\max_{[-2;2]} f(x) = -1$.

Câu 77. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

A. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.D. $y = -x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có hệ số bậc ba dương ($\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$) nên loại C, D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 0)$ nên chọn A.

Câu 78. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y = -1$ làm tiệm cận ngang?

A. $y = x^4 - x^2 + 2$.B. $y = \frac{x+1}{2+x}$.C. $y = -x^3 + 3x - 1$.D. $y = \frac{x-2}{1-x}$.

Lời giải

Chọn D

Loại đáp án A, C vì đồ thị của 2 hàm số trên không có tiệm cận ngang.

Loại đáp án B vì đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2+x}$ có tiệm cận ngang $y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x+2} = 1$.

Chọn đáp án D vì đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ có tiệm cận ngang $y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{1-x} = -1$.

Câu 79. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $y = x^3 + 1$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 80. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

Trong các mệnh đề sau về hàm số $y = f(x)$, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số có một điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

Quan sát bảng biến thiên thấy:

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Hàm số không xác định tại $x = 1$ và $y' < 0$ với $\forall x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 81. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $y = -3$.

B. $y = -1$.

C. $x = -3$.

D. $x = 2$.

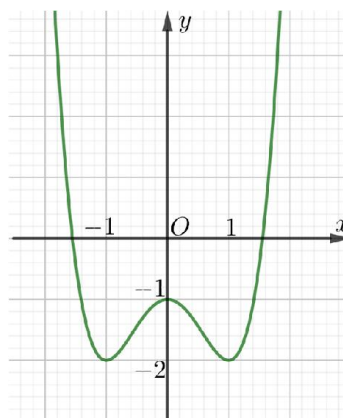
Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -3^+} y = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2-x}{x+3} = +\infty; \lim_{x \rightarrow -3^-} y = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2-x}{x+3} = -\infty$

$\Rightarrow x = -3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 82. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

A. $(-1; 0)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát hình vẽ ta thấy hàm số đồng biến trong các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Do đó đáp án A đúng.

Câu 83. (Sở Lào Cai - 2021) Hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 2.

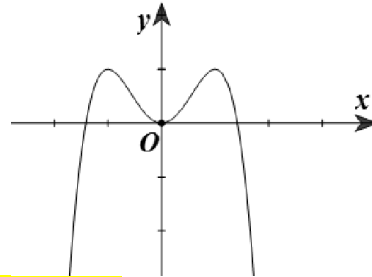
C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 84. (Sở Lào Cai - 2021) Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = -x^3 + 2x$.

B. $y = -x^4 - 4x^2$.

C. $y = x^3 - 2x$.

D. $y = -x^4 + 4x^2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta suy ra hàm số có dạng: $y = ax^4 + bx^2$ với $a < 0$.

Câu 85. (Sở Lào Cai - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là:

A. $(0;1)$.

B. $(1;0)$.

C. $(0;-1)$.

D. $(1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Cho $x = 0 \Rightarrow y = 1$ suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$.

Câu 86. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 87. (Sở Lào Cai - 2021) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{2x+1}$ là:

A. $x = -\frac{1}{2}$.

B. $y = 1$.

C. $x = 2$.

D. $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 88. (Sở Lào Cai - 2021) Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

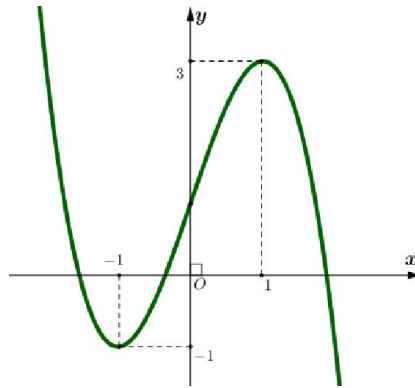
- A. $y = \tan x$. B. $y = 3x^3 + 2$. C. $y = \frac{4x+1}{x-3}$. D. $y = 3x^4 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Với $y = 3x^3 + 2$, ta có $y' = 9x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $y = 3x^3 + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 89. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x) = 3$ là:

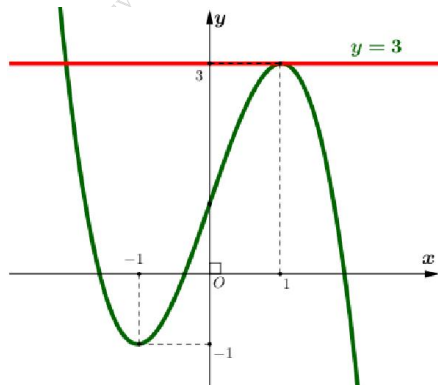


- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

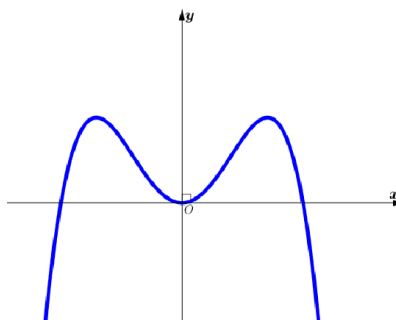
Chọn D

Xét phương trình: $f(x) = 3$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$.



Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 3$ cắt đường cong tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 3$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 90. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 với hệ số $a < 0$. Nên ta chọn đáp án D

Câu 91. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	1	4	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 92. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			2		$-\infty$
		-3				

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -3 . B. -2 . C. 2 . D. 3 .

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2 .

Câu 93. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

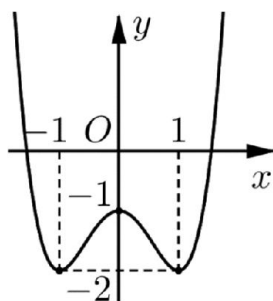
- A. 3 . B. 1 . C. 5 . D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và giá trị cực đại $y = 5$.

Câu 94. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$.

B. $(-1; 1)$.

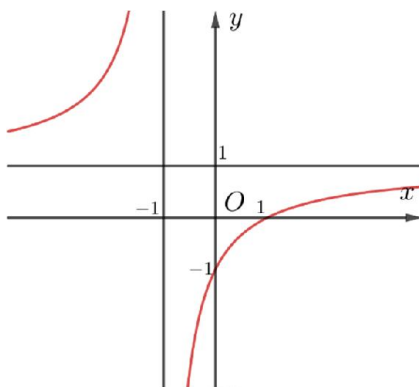
C. $(-\infty; -1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 95. (Sở Yên Bái - 2021) Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{3x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = -1 \Rightarrow$ Loại **B, C**

Đồ thị có đường tiệm cận ngang $y = 1 \Rightarrow$ Loại **D**.

Câu 96. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				2		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

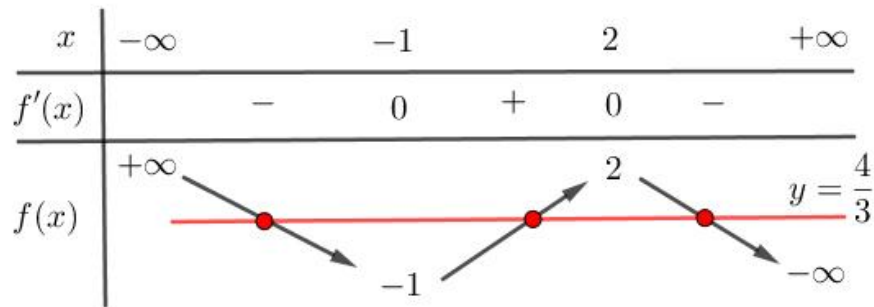
D. 1.

Lời giải

Chọn C

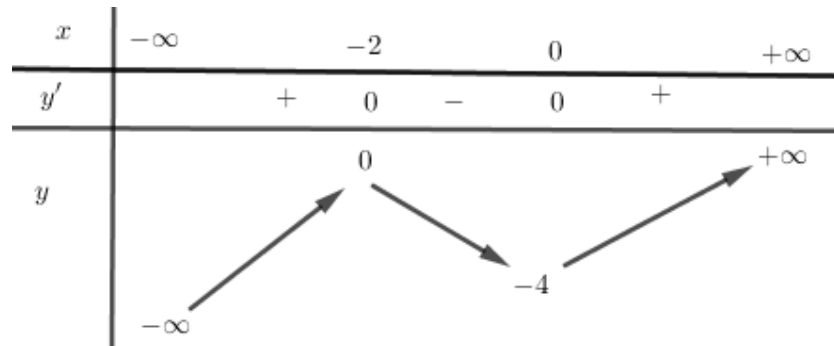
Ta có phương trình $3f(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{4}{3}$.

$\Rightarrow$ số nghiệm của phương trình cũng chính là số giao điểm của hai đường $\begin{cases} y = f(x) \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$



Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow$ Số nghiệm là 3 nghiệm.

Câu 97. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)$.

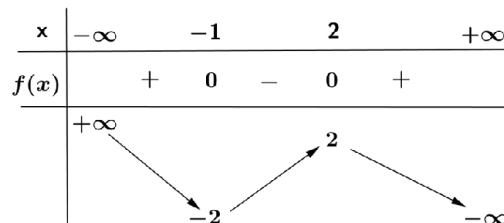
D. $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 98. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Số nghiệm phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là:

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

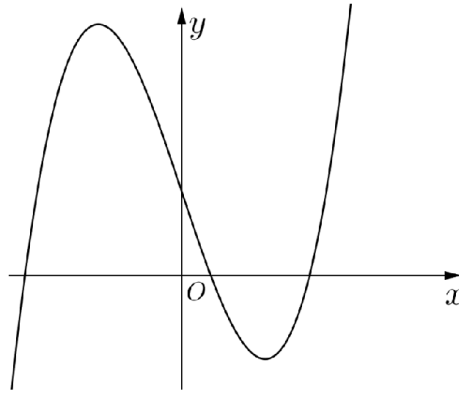
Lời giải

Chọn B

Ta có: $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ suy ra số nghiệm phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là 1

Câu 99. (Sở Tuyên Quang - 2021) Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ đồ thị của hàm số ta có hàm số có dạng $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) thỏa

$$\text{mãn } \begin{cases} a > 0 \\ d > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$$

Suy ra hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ thỏa mãn.

Câu 100. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+	
y	$+\infty$		0		-1		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
 B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
 C. Hàm số có đúng một cực trị.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, nhận thấy đạo hàm y' của hàm số chỉ đổi dấu một lần khi x đi qua $x_0 = 1$ nên hàm số chỉ có một cực trị duy nhất, do đó phương án D sai.

Câu 101. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$		4		3		4	$-\infty$

- A. $(3; +\infty)$. B. $(1; 3)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

A. $y = 2$

B. $y = 3$

C. $y = -1$

D. $x = 1$

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

$f(x)$		5		1		$+\infty$
	-2					

A. $y_{CT} = 5$.

B. $y_{CT} = -2$.

C. $y_{CT} = 1$.

D. $y_{CT} = 2$.

Chọn C

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

The graph of the function $f(x)$ is shown below the table. It is a continuous curve that starts at $+\infty$ as $x \rightarrow -\infty$, decreases to a local maximum at $x = -1$, increases to a local minimum at $x = 0$, decreases to another local maximum at $x = 1$, and finally increases to $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$. The curve is symmetric about the y-axis.

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

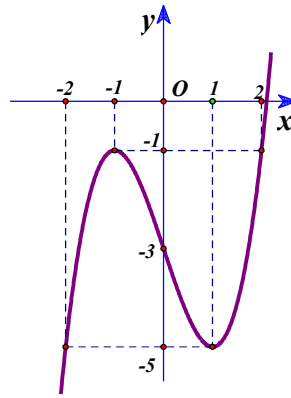
D. $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 105. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A. $m = -5, M = 0$. B. $m = -1, M = 0$. C. $m = -5, M = -1$. D. $m = -2, M = 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy trên đoạn $[-2; 2]$ có $m = -5, M = -1$.

Câu 106. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và dấu của đạo hàm cho bởi bảng sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm, ta được hàm số $f(x)$ có 3 cực trị.

Câu 107. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 108. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y		2	-1	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số không đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.
 C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$.

D. Giá trị cực đại của hàm số là $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 109. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có

phương trình là

A. $x = 1; y = -2$.

B. $x = -2; y = 1$.

C. $x = 2; y = 1$.

D. $x = 1; y = 1$.

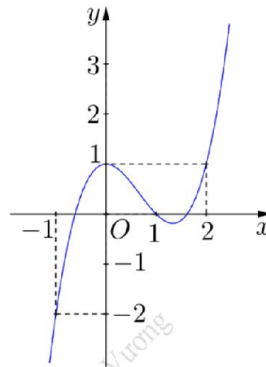
Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow TCN : y = 1$

$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow TCD : x = -2$.

Câu 110. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

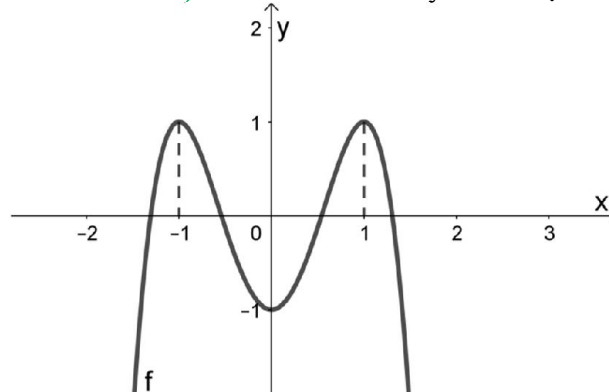
D. 0.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = 2$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra phương trình $f(x) = 2$ có 1 nghiệm.

Câu 111. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ.



A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0; -1)$ nên loại A.

Vì đồ thị hàm số có điểm cực trị là $(1; 1); (-1; 1)$ nên loại B,

D.

Vậy đáp án là C.

Câu 112. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

x	$-\infty$	0	1	2	4	$+\infty$			
y'		-	0	+	-	0	+	0	+

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy y' đổi dấu từ “+” sang “-” khi qua điểm $x = 1$ và hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 113. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị ta chọn đáp án

D.

Câu 114. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho có:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Đạo hàm $y' = \frac{5}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$.

Nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó và hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Đối chiếu với các phương án ta thấy A đúng, B đúng, C đúng, D sai.

Câu 115. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{1-2x}$ là đường thẳng

A. $y = 5$.

B. $y = -\frac{5}{2}$.

C. $y = 0$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5}{1-2x} = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{5}{1-2x}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$

Câu 116. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$

Vậy chọn đáp án D

Câu 117. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = -1$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

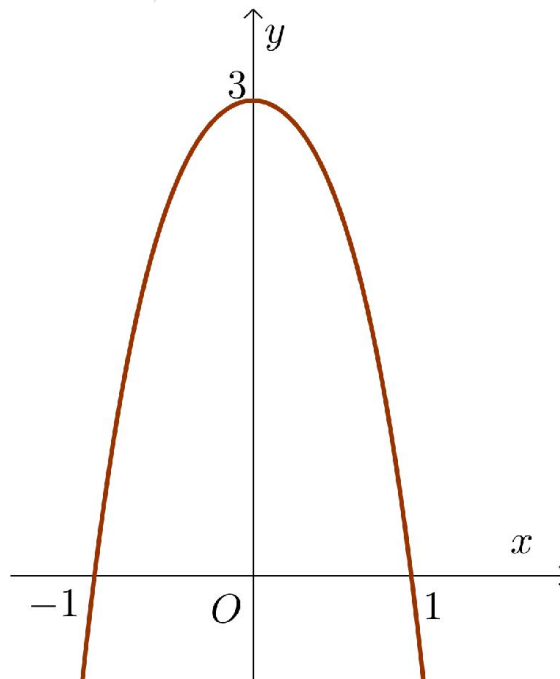
D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là: $x = 1$.

Câu 118. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên.



A. $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

B. $y = -x^2 + 2x + 3$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn D

Đây là hình dáng đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có một cực trị hoặc hàm bậc hai

Đồ thị hàm số có một điểm cực trị duy nhất là $A(0;3)$ và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt là $B(1;0), C(-1;0)$

Câu 119. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho có số điểm cực trị là:

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Do y' đổi dấu qua $x = -1$ và $x = 1$ nên hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

Câu 120. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		1		2	

$-\infty$ $\nearrow$ $\searrow$ 1 $\nearrow$ $\searrow$ $-\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-3; -2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; 3)$.

Mà $(-3; -2) \subset (-\infty; -1)$ nên chọn **B**.

Câu 121. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Với a, b là số thực dương và $a \neq 1$, khi đó $\log_a b^3$ bằng

- A. $6 \log_a b$. B. $\frac{-3}{2} \log_a b$. C. $\frac{2}{3} \log_a b$. D. $\frac{3}{2} \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a b^3 = \frac{3}{2} \log_a b$

Câu 122. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		0	4		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

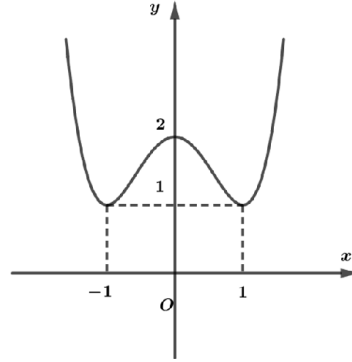
- A. $x = 0$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$

Câu 123. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x-1}{x+2}$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. D. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty \Rightarrow$ loại A, B.

Dựa đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đạt có 3 điểm cực trị $A(-1;1)$, $B(1;1)$, $C(0;2)$.

Xét phương án C ta có: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow y = x^4 - 2x^2 + 2$ có 3

điểm cực trị $(-1;1)$, $(1;1)$, $(0;2) \Rightarrow$ chọn C.

Câu 124. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+1}{2x+1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} \frac{-x+1}{2x+1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{-x+1}{2x+1} = +\infty \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{-x+1}{2x+1}.$$

Câu 125. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		2	2	2	

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

- A. 4. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3.$$

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 3$ cắt nhau tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) - 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 126. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực tiểu của hàm số đó là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

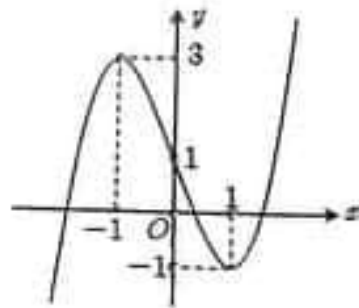
D. 3.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có hai điểm cực tiểu $x = -1$ và $x = 1$.

Câu 127. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt là:



A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình tương đương: $f(x) = m - 1$.

Dựa vào đồ thị phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$$-1 < m - 1 < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4 \Leftrightarrow m \in \{1; 2; 3\}.$$

Vậy có ba giá trị nguyên.

Câu 128. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = -2$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn C

Theo bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

Câu 129. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$								

Diagram showing the behavior of $f(x)$ relative to the critical points 3, 5, and 7. Arrows indicate the function increases from $-\infty$ to 3, decreases from 3 to 5, increases from 5 to 7, and decreases from 7 to $+\infty$.

Phương trình $f(x) = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

x	$-\infty$	3	5	7	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$									

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy phương trình đường thẳng $f(x) = 4$ cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt nên phương trình có tất cả là 2 nghiệm thực.

Câu 130. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K , có

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa, ta thấy đồ hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 131. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	3	2	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 132. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	3	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-3; -1) \cup (1; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-3; -1)$ và $(1; +\infty)$. Chọn đáp án B.

Câu 133. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

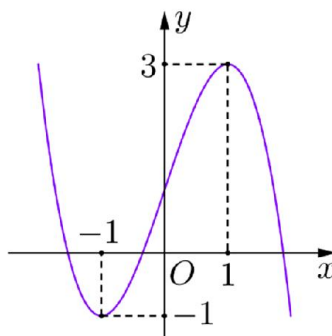
- A. $x = 2$. B. $x = -3$. C. $x = -1$. D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại -3

Câu 134. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 3)$ nên hàm số cần tìm là $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 135. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{2x-4}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang tương ứng là $x = a$, $y = b$. Khi đó $a.b$ bằng

- A. 3. B. -3. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-2}{2x-4} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-2}{2x-4} = +\infty$$

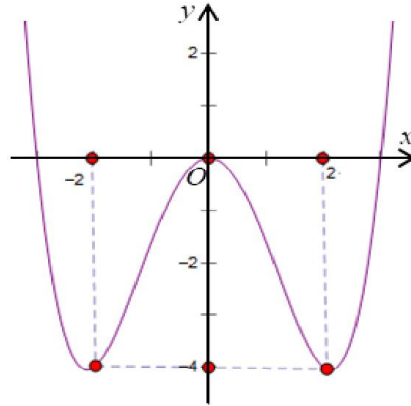
$\Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 2$ làm tiệm cận đứng $\Rightarrow a = 2$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-2}{2x-4} = \frac{3}{2}$$

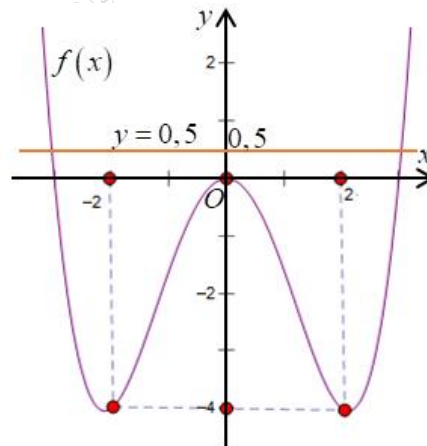
$\Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ làm tiệm cận ngang $\Rightarrow b = \frac{3}{2}$

$$\text{Vậy } a.b = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3.$$

Câu 136. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hàm trùng phương $y = f(x)$ có đồ thị hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0,5$ là

A. 2.**B.** 1.**C.** 3.**D.** 4.**Lời giải****Chọn A**

Vẽ đồ thị hai hàm số: $y = f(x)$ và $y = 0,5$ lên cùng một hệ trục tọa độ. Ta thấy đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x) = 0,5$ có 2 nghiệm thực.

Câu 137. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{2-3x}{x-4}$ có tiệm cận ngang là

A. $x = 4$.**B.** $y = 3$.**C.** $y = 2$.**D.** $y = -3$.**Lời giải****Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-3x}{x-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-3x}{x-4} = -3.$$

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = -3$.

Câu 138. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Phát biểu nào sau đây

đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số đã cho luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 139. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		2			
	$-\infty$			-1			$-\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ là

- A. 0.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 2.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$.

Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x) = 2$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Câu 140. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	0	1	10	10

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 2.

Lời giải

Chọn A

- ♦ Ta có tiệm cận ngang: $y = 0$ và $y = 10$
- ♦ Tiệm cận đứng: $x = 1$
- ♦ Tổng có 3 đường tiệm cận.

Câu 141. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1.

B. -2.

C. 3.

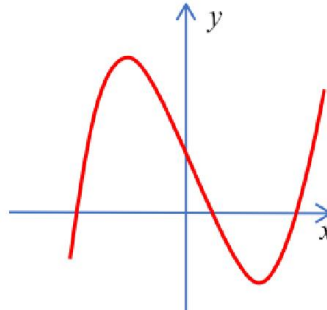
D. -3.

Lời giải

Chọn D

♦ Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y = -3$.

Câu 142. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 12x + 2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x - 2$. D. $y = x^3 - 12x + 2$.

Lời giải

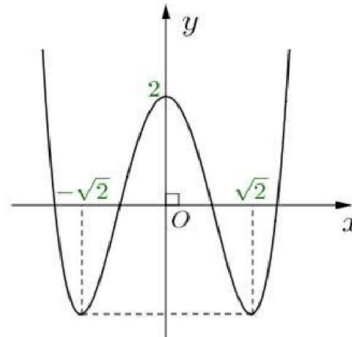
Chọn D

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$

(do $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = +\infty$ nếu $a > 0$). Loại A, B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên chọn D.

Câu 143. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(\sqrt{2}; +\infty)$.

D. $(0; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn D

♦ Trong đoạn $(0; \sqrt{2})$, đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; \sqrt{2})$

Câu 144. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận:

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{2}{x}} = 1 \Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Và $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x-1}{x+2} = +\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 145. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ là đường thẳng nào sau đây?

A. $y=1$.

B. $y=1$.

C. $x=2$.

D. $x=1$.

Lời giải

Chọn A

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x-1} = 1$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x-1} = 1$) nên $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 146. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên, có bao nhiêu cực trị.

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$	
y'	-	0	+	-	0	+
y						

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy, hàm số có 3 điểm cực trị là $x=-1; x=2; x=4$.

Câu 147. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phương trình $2f(x) = 3$ có bao nhiêu nghiệm

x	$-\infty$	-3	0	$+\infty$
y'	-	0	+	+
y	$+\infty$	-2	$+\infty$	$+\infty$

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x) = 3 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có ba nghiệm.

Câu 148. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-3	-5	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 1$.

B. $x = -3$.

C. $x = -5$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 149. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$		

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

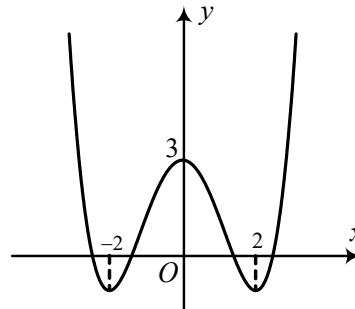
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số dạng hình chữ M nên là hàm số trùng phương với $a < 0$.

Như vậy $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 150. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}$ (1)

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{5}{2}$.

Do hai đồ thị có 4 giao điểm nên (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 151. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-2;1)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(-1;2)$. D. $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 152. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	-4	0	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty;-2)$. B. $(-4;0)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 153. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$

- A. $x = -1$. B. $y = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

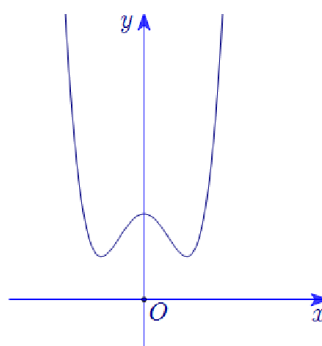
Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \text{đường thẳng } x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Câu 154. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

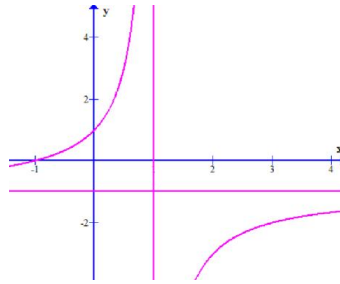
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Câu 155. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{-x-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

- ♦ Dựa vào đồ thị ta thấy tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow$ loại đáp án C và D
- ♦ Tiệm cận ngang $y = -1 \Rightarrow$ loại đáp án A
- ♦ Chọn: đáp án B

Câu 156. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{6-3x}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa :

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{6-3x} = +\infty \text{ (hoặc } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-3}{6-3x} = -\infty) \text{ nên đường thẳng } x = 2 \text{ là TCD của ĐTHS.}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{6-3x} = \frac{-1}{3} \text{ nên đường thẳng } y = \frac{-1}{3} \text{ là TCN của ĐTHS.}$$

Câu 157. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(-1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

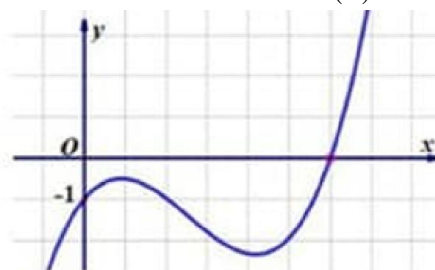
D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

- ♦ Ta có: $y' = \frac{2}{(1-x)^2} > 0$ nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 158. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

A. 3.

B. 2.

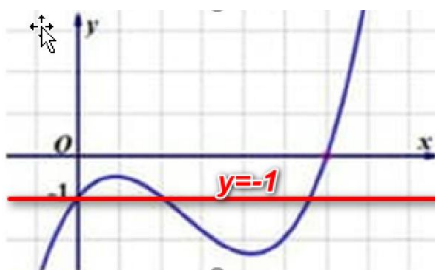
C. 4.

D. 1.

Lời giải

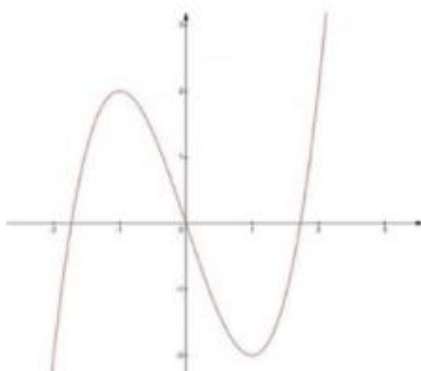
Chọn A

Số nghiệm phương trình $f(x) = -1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = -1$.



Từ đồ thị suy ra phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 159. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 2x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = -x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hệ số $a > 0$ nên loại 2 đáp án A và D.
Vì hàm số có 2 cực trị trái dấu nên đáp án B thỏa mãn.

Câu 160. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 3$.

B. $x = 4$.

C. $x = -2$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT suy ra hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 4$.

Câu 161. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-2; 3)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Câu 162. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: Dựa vào bảng xét dấu, có hai giá trị của x là -2 và 3 có sự thay đổi dấu của f' nên f có hai cực trị.

Câu 163. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ là

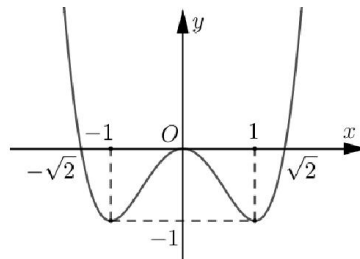
- A. $y = 1$. B. $y = \frac{3}{2}$. C. $y = 2$. D. $y = 3$.

Lời giải

Chọn C

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x-1} = 2$ nên suy ra tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 164. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = x^3 - 2x^2 + x$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

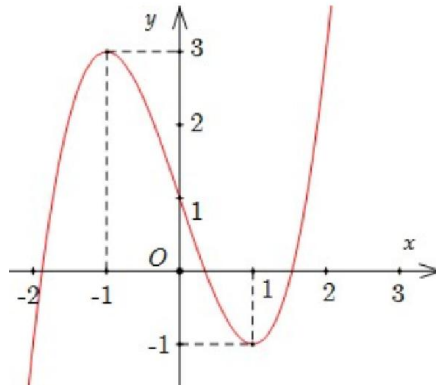
Chọn B

Dựa vào đồ thị nhận thấy đây là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ nên loại đáp án A.

Ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$, do đó loại đáp án D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 0 nên $d = 0$, do đó loại đáp án C.

Câu 165. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hàm đó là

- A.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **B.** $y = x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên $a > 0$. Do đó, ta loại phương án **A**, **D**.

Và đồ thị có hai cực trị nên phương trình $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt.

Kiểm tra y' ở hai phương án còn lại ta chọn đáp án là **C**.

Câu 166. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Theo BBT thì hàm số đổi dấu hai lần nên có hai điểm cực trị.

Câu 167. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2021$ tại bao nhiêu điểm?

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

- ♦ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -2021$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 168. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số

$$y = \frac{2x+1}{x+1} \text{ là đúng?}$$

- A.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

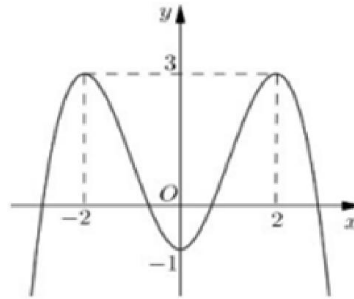
- ♦ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

♦ $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \in D.$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$ $-\infty$	2

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 169. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Đường cong sau là đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1.$ **B.** $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1.$ **C.** $y = -x^4 + 8x^2 - 1.$ **D.** $y = -x^4 - 8x^2 - 1.$

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị suy ra hàm số đạt cực trị tại 3 điểm $x = 0; x = 2; x = -2$ nên loại đáp án **A**.
 Phương án D, hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số a, b cùng dấu chỉ có 1 cực trị nên loại.
 Tại $x = 2$ thì $y = 3$ trong hai phương án B, C chỉ có hàm $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1$ thỏa mãn.

Câu 170. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A.** 5. **B.** $\frac{1}{3}.$ **C.** $-\frac{1}{3}.$ **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{3\}$

$y = \frac{3x-1}{x-3} \Rightarrow y' = \frac{-8}{(x-3)^2}$, hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định.

Do đó $\max_{[0;2]} y = y(0) = \frac{1}{3}$.

Câu 171. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
y'		0	0	
y		$\frac{4}{27}$	0	

A. 1

B. 0

C. $\frac{1}{3}$.

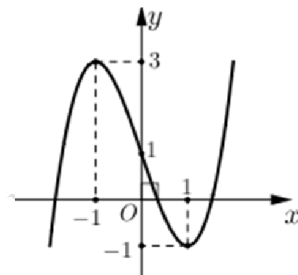
D. $\frac{4}{27}$.

Lời giải:

Chọn **B.**

Quan sát bảng biến thiên, giá trị cực tiểu bằng 0.

Câu 172. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như đường cong ở hình bên dưới?



A. $f(x) = x^3 - 3x + 1$. B. $f(x) = x^3 - 3x - 1$. C. $f(x) = -x^3 + 3x + 1$. D. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn **A.**

Dựa vào dáng điệu đồ thị và các đáp án, nhận thấy hình vẽ đã cho là đồ thị của hàm số bậc ba, có hệ số $a > 0$, có hai điểm cực trị $x = \pm 1$, đồng thời đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1. Do đó chọn đáp án **A.**

Câu 173. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{2x-1}{x+3}$ là

A. $x = -3$.

B. $y = 2$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $y = -\frac{1}{3}$.

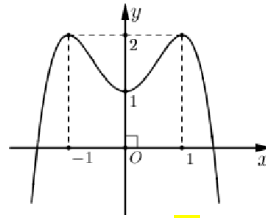
Lời giải

Chọn **B**

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+3} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+3} = 2$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$

Câu 174. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{3}{2}$ là



A. 2.

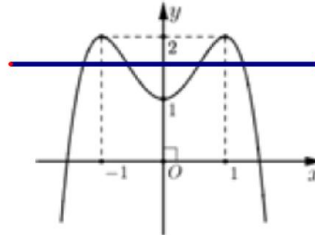
B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn C



Dựa vào đồ thị hàm số ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{3}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Vậy phương trình $f(x) = \frac{3}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 175. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.B. $(-2; 2)$.C. $(-2; +\infty)$.D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 176. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		+	-
$f(x)$	$+\infty$	-3	8	5

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5 \Rightarrow y = 5$ là TCN

$\lim_{x \rightarrow (-4)^+} y = -\infty \Rightarrow x = -4$ là TCD

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 177. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	-
$f(x)$	$+\infty$	2	5	$-\infty$

A. -1.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

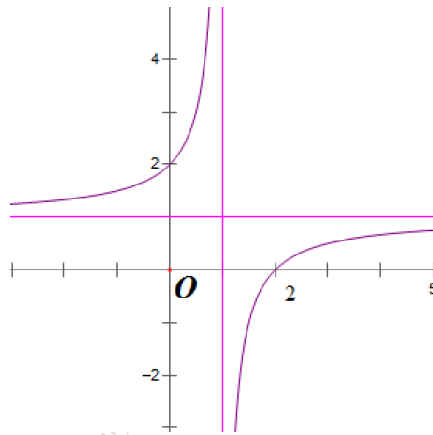
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$

$\Rightarrow$ giá trị cực tiểu là $y(-1) = 2$

Câu 178. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

Lời giải

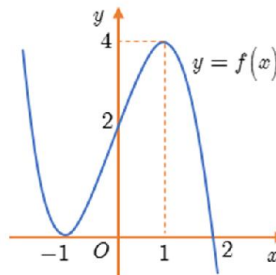
Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có: tiệm cận đứng là $x = 1$, tiệm cận ngang là $y = 1$ nên loại phương án C và

D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$ nên chọn

A.

Câu 179. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 2)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; 4)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Theo đồ thị hàm số, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 180. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

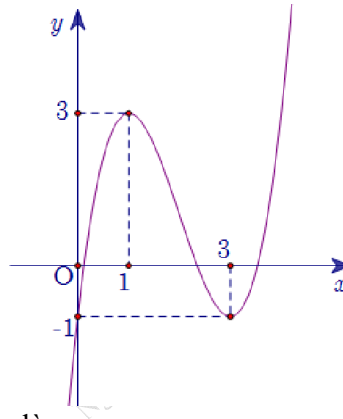
- A. $(0;1)$. B. $(-1;1)$. C. $(-1;0)$. D. $(-\infty;-1)$

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 181. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x=1$. B. $y=3$. C. $x=3$. D. $y=-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=3$.

Câu 182. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ là

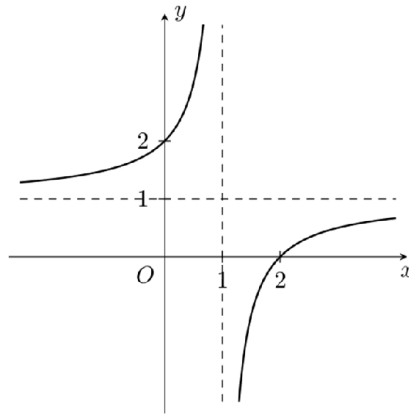
- A. $x-1=0$. B. $x-2=0$. C. $y-1=0$. D. $y+1=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = 1 \Rightarrow y-1=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 183. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$. C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. D. $y = -x^4 + 5x^2 - 4$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số trên có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nên loại A, D.

Ta có $y(0) = 2$ nên loại B.

Câu 184. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty; +\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$		
y'	-		+	0	-	0	+
y	$+\infty$		1	3	1	3	

Giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên $[1; 5]$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất của $y = f(x)$ trên $[1; 5]$ bằng 3.

Câu 185. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-5			3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	3		5	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; 5)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 5)$. D. $(-5; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên: Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-5; 3)$.

Câu 186. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-5	0	1	3	5	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 2.

C. 4.

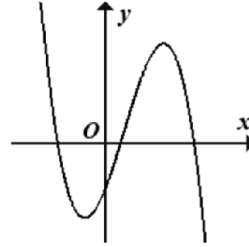
D. 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa theo BBT thì hàm số đổi dấu từ âm sang dương 2 lần nên có 2 điểm cực trị.

Câu 187. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 2x^2 + 5x - 3$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + x + 3$.

C. $y = -x^3 - 2x^2 + 2$.

D. $y = x^3 - 2x - 2$.

Lời giải

Chọn A

♦ Chọn A vì hệ số của x^3 và hệ số tự do phải là số âm.

Câu 188. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	4	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là

A. 0.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

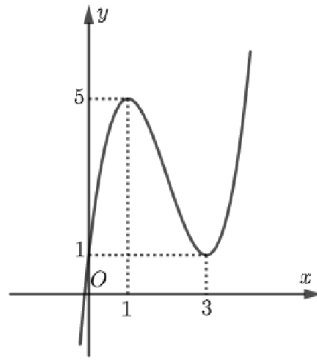
Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = -2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = -2$ là 2 nên số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là 2.

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 2. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.
- Câu 3. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .
A. $AB = 10\sqrt{2}$. **B.** $AB = 2\sqrt{5}$. **C.** $AB = 3\sqrt{2}$. **D.** $AB = 2\sqrt{3}$.
- Câu 4. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$. Điểm cực đại của hàm số là
A. $x = 0$ **B.** $(0; 2021)$ **C.** $x = -1$ **D.** $x = 1$
- Câu 5. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ là
A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4
- Câu 6. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 7. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1; 2]$ bằng:
A. 0. **B.** 2. **C.** $\frac{14}{27}$. **D.** -7.
- Câu 8. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0
- Câu 9. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$ với mọi số thực x . Số điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.
- Câu 10. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



- A. $m > 5, 0 < m < 1$. B. $m < 1$. C. $m = 1, m = 5$. D. $1 < m < 5$.

Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

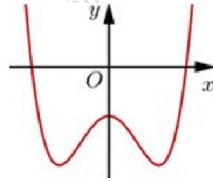
Câu 12. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Tổng các giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng bao nhiêu?

- A. 49. B. -49. C. -45. D. 45.

Câu 13. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 14. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .



- A. $a < 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$. C. $a > 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 15. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 9.

Câu 16. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2020}x^4 - \frac{1}{2020}x^2 + 2021$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng:

- A. $2021 - \frac{1}{8080}$. B. 2020. C. $2021 - \frac{1}{4040}$. D. 2021.

Câu 17. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 18. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 19. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^4 - 4x^2 + 2|$ với đường thẳng $y = 2$ là

A. 4.

B. 2.

C. 8.

D. 5.

Câu 20. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 21. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x$ bằng

A. -4.

B. $-\frac{33}{8}$.

C. -5.

D. -6.

Câu 22. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x) = x^3$ có đồ thị (C_1) và hàm số $g(x) = 3x^2 + k$ có đồ thị (C_2) . Có bao nhiêu giá trị của k để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 23. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 24. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Hàm số $f(x) = x^4(x-1)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 0.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 2.

Câu 25. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là

A. $\max_{[0;2]} f(x) = 9$.B. $\max_{[0;2]} f(x) = 1$.C. $\max_{[0;2]} f(x) = 0$.D. $\max_{[0;2]} f(x) = 64$.

Câu 26. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.B. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y = 1$.C. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.D. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ có trục đối xứng là trục Ox .

Câu 27. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		-	
y	0	2	$+\infty$	1

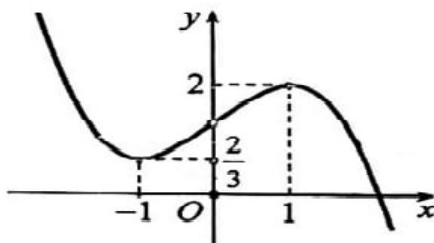
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 28. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 9]$.

- A. $\max_{[1;9]} y = 10$. B. $\max_{[1;9]} y = 6$. C. $\max_{[1;9]} y = 12$. D. $\max_{[1;9]} y = -6$.

Câu 29. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x + 2021) = 1$



- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 30. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^{2020}(x-1)^{2021}(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 31. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

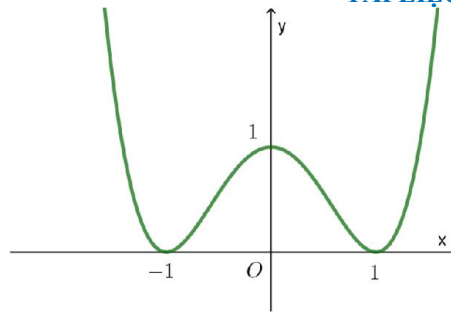
Câu 32. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

- A. 20. B. 0. C. 4. D. -16.

Câu 33. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$ là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 34. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên



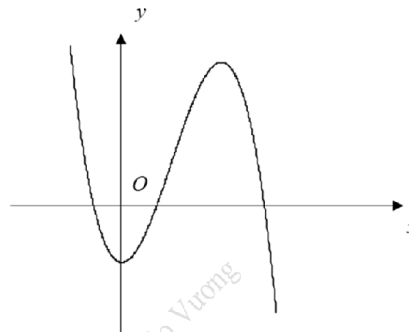
Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0$. B. $a > 0, b > 0$. C. $a < 0, b < 0$. D. $a < 0, b > 0$.

Câu 35. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 36. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là



- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 37. (Chuyên KHTN - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. 0. B. -4. C. -2. D. 2.

Câu 38. (Chuyên KHTN - 2021) Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 39. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

- A. 3. B. 32. C. 31. D. 33.

Câu 40. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 0)$?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 41. (Chuyên KHTN - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên $(0; +\infty)$ bằng

- A. 24 B. 6. C. 12. D. 4.

Câu 42. (Chuyên KHTN - 2021) Biết rằng đường thẳng $y = 1 - 2x$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B .

Độ dài đoạn AB bằng

- A. $\sqrt{20}$ B. 20. C. 15. D. $\sqrt{15}$.

Câu 43. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 44. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	3	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực đại của hàm số là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 45. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là

- A. 40 và -41. B. 40 và 8. C. 15 và -41. D. 41 và -40.

Câu 46. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ trên đoạn $[-3; 3]$

- A. $\max_{[-3;3]} f(x) = 1$. B. $\max_{[-3;3]} f(x) = 20$. C. $\max_{[-3;3]} f(x) = 17$. D. $\max_{[-3;3]} f(x) = 10$.

Câu 47. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -3$.

Câu 48. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 49. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 50. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Đồ thị hàm số có bao nhiêu $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 51. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - x^2 + 13$ trên $[-2; 3]$ là phân số tối giản có dạng $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 59. B. 53. C. 55. D. 57.

Câu 52. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

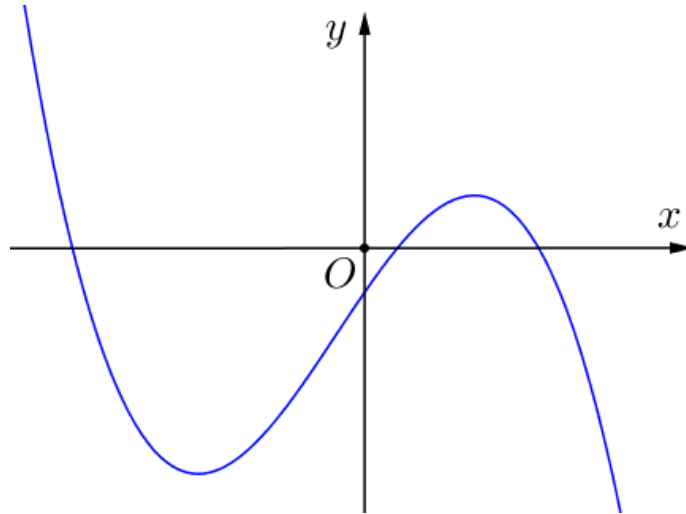
A. $(-1;1)$.

B. $(-\infty;1)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(-\infty;-1)$.

Câu 53. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 54. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 55. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $m \leq 1$.

B. $m \leq -3$.

C. $m < 1$.

D. $m < -3$.

Câu 56. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $y = 4x^2 - 2$ có đồ thị (P_1) và hàm số $y = 1 - x^2$ có đồ thị (P_2) . Tìm số giao điểm của hai đồ thị (P_1) và (P_2) .

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Câu 57. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x$ trên $[0;2]$.

A. $\max_{x \in [0;2]} y = 2$.

B. $\max_{x \in [0;2]} y = 0$.

C. $\max_{x \in [0;2]} y = -2$.

D. $\max_{x \in [0;2]} y = 1$.

Câu 58. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tìm điểm cực đại của hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$

A. $x_{CD} = -\sqrt{2}$.

B. $x_{CD} = 0$.

C. $x_{CD} = \pm\sqrt{2}$.

D. $x_{CD} = \sqrt{2}$.

Câu 59. (Sở Lào Cai - 2021) Gọi M và m là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$.

Giá trị $5M - 3m$ bằng

A. 8.

B. 10.

C. 4.

D. 3.

Câu 60. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 61. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 62. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2 x (x+1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 63. (Sở Yên Bái - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và đồ thị $y = x^2 - 1$ là

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 64. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	-3	4	-1	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 65. (Sở Tuyên Quang - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

- A. $\max_{[1;5]} f(x) = 2$. B. $\max_{[1;5]} f(x) = 2\sqrt{2}$. C. $\max_{[1;5]} f(x) = 3\sqrt{2}$. D. $\max_{[1;5]} f(x) = \sqrt{2}$.

Câu 66. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x^2(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. B. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.
C. $f(x)$ có hai điểm cực trị. D. $f(x)$ không có cực trị.

Câu 67. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ với trục hoành là

- A. 3. B. 0. C. 4. D. 2.

Câu 68. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$.

- A. $m=0$. B. $m=-5$. C. $m=-2$. D. $m=-4$.

Câu 69. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 70. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4 (x-2)^5 (x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 3. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 71. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 0.

- Câu 72. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$.
- A. -4. B. $-\frac{25}{6}$. C. -5. D. -2.

- Câu 73. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Xét các khẳng định sau:

i) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thì tồn tại $\alpha \in [-1; 1]$ thỏa mãn

$$f(x) \geq f(\alpha) \quad \forall x \in [-1; 1]$$

ii) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thì tồn tại $\alpha \in [-1; 1]$ thỏa mãn

$$f(x) \leq f(\alpha) \quad \forall x \in [-1; 1]$$

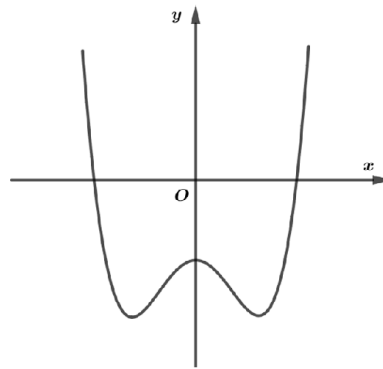
iii) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thỏa mãn $f(-1)f(0) < 0$ thì tồn tại $\gamma \in [-1; 1]$

thỏa mãn $f(\gamma) = 0$

Số khẳng định đúng là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

- Câu 74. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Trong ba số a, b, c có bao nhiêu số âm?



- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

- Câu 75. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-3; 1]$ thỏa mãn $f(-3) = 1; f(0) = 2; f(1) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2 < f(-2) < 3$. B. $1 < f(-2) < 2$. C. $f(-2) > 3$. D. $f(-2) < 1$.

- Câu 76. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Gọi n là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $g(x) = x^3 - 4x - 2$ và $f(x) = x - 2$. Tính n .

- A. $n = \pm\sqrt{5}$. B. $n = 5$. C. $n = 2$. D. $n = 3$.

- Câu 77. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

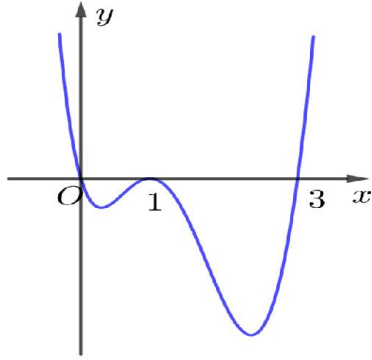
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

- Câu 78. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{3x-1}{x-3} \text{ trên đoạn } [0; 2].$$

Tích $M.m^2$

- A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{5}{9}$ C. $\frac{25}{9}$ D. $\frac{25}{3}$

- Câu 79. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng:
- A. 1. B. -23. C. -24. D. -8.
- Câu 80. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.
- 
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?
- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.
- Câu 81. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Cho điểm $I(-2; 2)$ và A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Tính diện tích S của tam giác IAB .
- A. $S = 10$. B. $S = \sqrt{10}$. C. $S = \sqrt{20}$. D. $S = 20$.
- Câu 82. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$. Khi đó $M + m$ bằng?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.
- Câu 83. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau
- | | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | 2 | 4 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | + | + |
- Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.
- Câu 84. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4-x^2} + m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là
- A. $m = 2\sqrt{2}$. B. $m = -\sqrt{2}$. C. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $m = \sqrt{2}$.
- Câu 85. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và đường thẳng $y = 4$ là
- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 86. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		-2	1	$+\infty$	3	$+\infty$

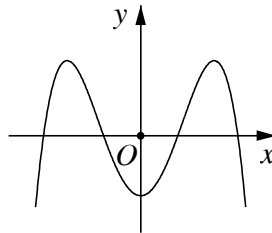
Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 87. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)^2 (x^2 - 3x + 2)x^{2021}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 88. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a < 0, b < 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 89. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính $m + M$?

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 90. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 91. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ trên

khoảng $(0; +\infty)$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 3. D. 2.

Câu 92. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2			1	2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 93. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x+3}{x-1}$$
 tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

- A. 3. B. 6. C. 1. D. 2.

Câu 94. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm

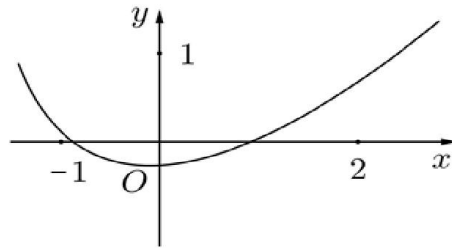
$$số y = \frac{2x-m^2}{x+1}$$
 trên $[1;2]$ bằng 0.

- A. 1. B. Vô số. C. 2. D. 0.

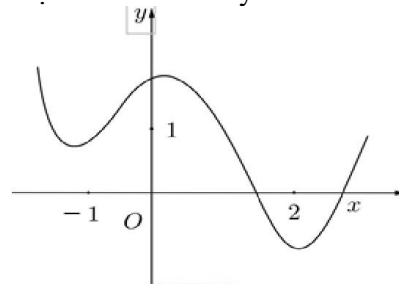
Câu 95. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$. D. $\left(-3; \frac{1}{3}\right)$.

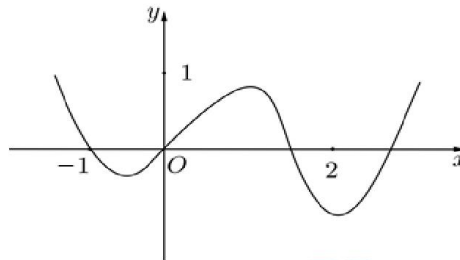
Câu 96. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho bốn đồ thị hàm số dưới đây.



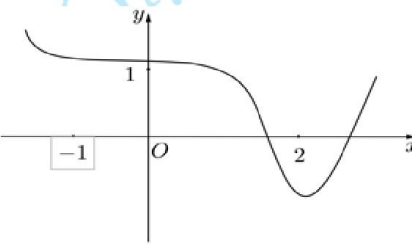
Hình 1



Hình 2



Hình 3

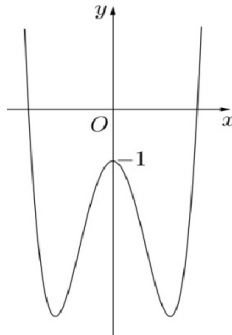


Hình 4

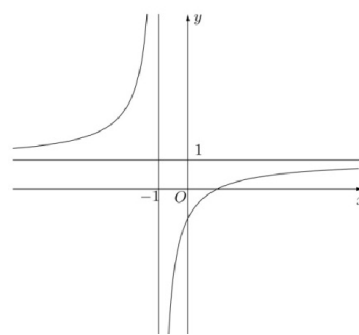
Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0) = 0$, $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình trên?

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

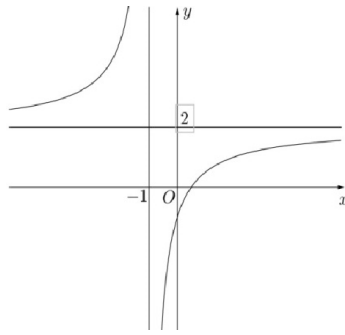
Câu 97. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



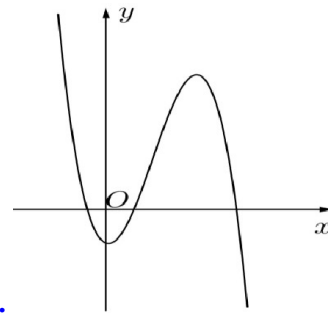
A.



B.



C.



D.

Câu 98. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là M, m . Khi đó kết quả nào sau đây đúng?

- A. $M - m = 4$. B. $3M - m = 5$. C. $M + m = -2$. D. $7M + m = 0$.

Câu 99. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3(x-2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

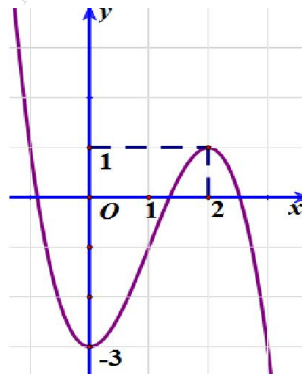
Câu 100. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 101. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 0. B. -9. C. $-\frac{2}{3}$. D. -1.

Câu 102. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 5 = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 103. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x - 3$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. $\frac{311}{27}$. B. -7. C. -1. D. 5.

Câu 104. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2021}(x-1)^2(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 6. D. 1.

Câu 105. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số

$$(C): y = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1} \text{ và đường thẳng } d: y = -x + 5 \text{ là}$$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 106. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Gọi M, N là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên $[0; 2]$. Khi đó $M + N$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 107. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x - 2)(x + 3)^4(1 - 2x)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 108. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 1$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - 1$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

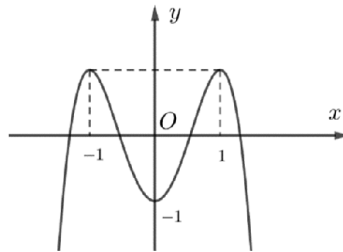
Câu 109. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 7$ đạt cực đại tại

- A. $x = 3$. B. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$. D. $x = -1$.

Câu 110. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = x + 2$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 111. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) + 1}$ là

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 112. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 0 B. 20 C. -16 D. 4

Câu 113. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là?

- A. $(1; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(1; -2)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 114. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

- A. -26. B. 3. C. -24. D. -2.

Câu 115. (Trung Tâm Thanh Tường - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 116. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ với trục hoành là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 117. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 118. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 119. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x^2-1)(x-3)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là:

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 1.

Câu 120. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ và trục hoành là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Câu 121. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-5	0	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	2

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 122. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ bằng

- A. $\frac{15}{4}$. B. 3. C. $-\frac{37}{4}$. D. $-\frac{13}{4}$.

Câu 123. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $y = x^3 - 6x - m$ thỏa mãn $\max_{[-1;0]} y = 10$, với m là tham số thực. Khi đó m thuộc khoảng

- A. $(4; +\infty)$. B. $(1; 4)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(-3; 1)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.A	5.A	6.B	7.A	8.B	9.B	10.A
11.C	12.B	13.D	14.B	15.B	16.A	17.A	18.C	19.D	20.A
21.A	22.A	23.A	24.A	25.A	26.A	27.B	28.A	29.B	30.C
31.A	32.D	33.D	34.A	35.B	36.C	37.C	38.B	39.C	40.D
41.C	42.D	43.A	44.B	45.A	46.C	47.B	48.A	49.D	50.C
51.C	52.D	53.D	54.C	55.C	56.A	57.A	58.B	59.B	60.A
61.C	62.D	63.D	64.A	65.B	66.A	67.C	68.D	69.D	70.C
71.A	72.A	73.D	74.D	75.B	76.D	77.A	78.D	79.C	80.B
81.A	82.A	83.B	84.D	85.B	86.D	87.B	88.D	89.D	90.B
91.C	92.C	93.D	94.C	95.D	96.B	97.C	98.D	99.B	100.C
101.D	102.B	103.D	104.B	105.B	106.D	107.A	108.C	109.D	110.A
111.D	112.B	113.D	114.B	115.A	116.B	117.D	118.A	119.B	120.C
121.B	122.D	123.C							

Nguyễn Bảo Vương

ĐÁP ÁN MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	0	+	
y	$+\infty$								$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho có 1 cực trị.

Câu 2. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Và: $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty \end{cases}$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận đứng là $x = 3$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 3. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 10\sqrt{2}$. B. $AB = 2\sqrt{5}$. C. $AB = 3\sqrt{2}$. D. $AB = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$

$$y' = -3x^2 + 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;5), B(2;9) \Rightarrow \overline{AB} = (2;4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 4. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$. Điểm cực đại của hàm số là

- A. $x = 0$ B. $(0;2021)$ C. $x = -1$ D. $x = 1$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y = x^4 - 2x^2 + 2021 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Hệ số $a = 1 > 0$ nên dáng điệu đồ thị hình chữ W, điểm cực đại của hàm số là $x = 0$.

Câu 5. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ là

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Lời giải

Chọn A

$$y = \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0; \lim_{x \rightarrow 1} y = \infty.$$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1; y = 0$.

Câu 6. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 3$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm : $x^3 + x^2 - 2x + 2 = x^2 - 2x + 3 \Leftrightarrow x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$
Vậy số giao điểm của 2 đồ thị là 1.

Câu 7. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1; 2]$ bằng:

- A. 0. B. 2. C. $\frac{14}{27}$. D. -7.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [1; 2] \\ x = -1 \notin [1; 2] \end{cases}$$

$$y(1) = -2$$

$$y(2) = 2$$

$$\max_{[1;2]} y = 2$$

$$\min_{[1;2]} y = -2$$

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên $[1; 2]$ bằng 0.

Câu 8. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } x^2 - 2020x - 2021 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2021 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} y = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x-2021)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x-2021} = \frac{-1}{2022}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2021^+} y = \lim_{x \rightarrow 2021^+} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2021^-} y = \lim_{x \rightarrow 2021^-} \frac{x+1}{x^2 - 2020x - 2021} = -\infty$$

Suy ra đường thẳng $x = 2021$ là tiệm cận đứng
 Vậy hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng.

Câu 9. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$ với mọi số thực x .

Số điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (bội 2)} \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

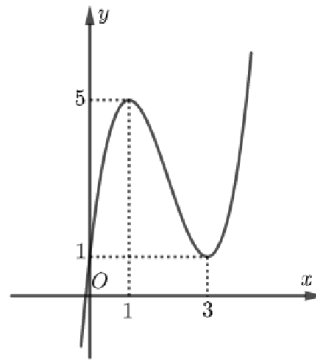
x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$-$	0
f							

$-\infty$

$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho có 1 cực đại.

Câu 10. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



A. $m > 5$, $0 < m < 1$.

B. $m < 1$.

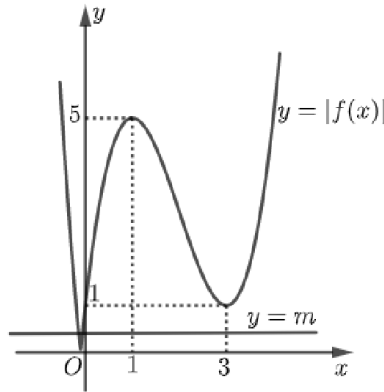
C. $m = 1$, $m = 5$.

D. $1 < m < 5$.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ chính là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = |f(x)| \\ y = m \end{cases}$.



Vậy để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì $m > 5$, $0 < m < 1$.

Câu 11. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Qua $x = 1$, đạo hàm của hàm số không đổi dấu, nên hàm số chỉ có 2 điểm cực trị.

Câu 12. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Tổng các giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng bao nhiêu?

- A. 49. B. -49. C. -45. D. 45.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = x^2 + 4x - m$$

$$\text{Để hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \text{ thì } y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 + m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -4$$

$$\text{Vì } m \in [-10; 10]; m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-10; -9; \dots; -4\}$$

$$\text{Do đó tổng các giá trị của } m \text{ bằng } (-10) + (-9) + \dots + (-4) = -\frac{(10+4) \cdot 7}{2} = -49$$

Câu 13. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Tập xác định } D = [0; 2]$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} \text{ với } x \in (0; 2).$$

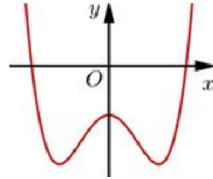
$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	2
y'	+	0	-
y		1	

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Câu 14. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .



A. $a < 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn B

Khi x dần về $+\infty$ thì đồ thị đi lên nên $a > 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0$. Suy ra $b < 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Câu 15. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $4f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{m}{4}$.

Nhận xét: số nghiệm của phương trình đã cho chính là số giao điểm của đường thẳng $y = -\frac{m}{4}$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Do đó, phương trình $4f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -2 < -\frac{m}{4} < 1 \Leftrightarrow -4 < m < 8$

Vậy $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Câu 16. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2020}x^4 - \frac{1}{2020}x^2 + 2021$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng:

A. $2021 - \frac{1}{8080}$.

B. 2020.

C. $2021 - \frac{1}{4040}$.

D. 2021.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{2020}x^4 - \frac{1}{2020}x^2 + 2021$ liên tục trên $[-1;1]$.

$$f'(x) = \frac{1}{2020}(4x^3 - 2x)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \vee x = 0 \vee x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(-1) = f(1) = 2021$$

$$f(0) = 2021$$

$$f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2021 - \frac{1}{8080}$$

$$\text{Vậy } \min_{x \in [-1;1]} f(x) = 2021 - \frac{1}{8080}$$

Câu 17. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số } y = \frac{x+3}{x^3-3x}$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pm\sqrt{3}\}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{x^3-3x} = 0 \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là } y = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x = -\sqrt{3}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \Rightarrow \text{đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là } x = \sqrt{3}$$

$$\text{Vậy đồ thị hàm số } y = \frac{x+3}{x^3-3x} \text{ có 4 đường tiệm cận.}$$

Câu 18. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$$f'(x) = (x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1), \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Số điểm cực đại của hàm số đã cho là}$$

A. 4.

B. 3.

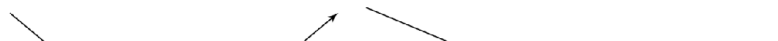
C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=0 \\ x-1=0 \\ x^2-4=0 \\ x^2-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \\ x=1 \\ x=2 \end{cases} \text{ . Bảng biến thiên}$$

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$							

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $f(x)$ có một điểm cực đại.

- Câu 19. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^4 - 4x^2 + 2|$ với đường thẳng $y = 2$ là
- A. 4. B. 2. C. 8. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm của hai đồ thị là số nghiệm của phương trình

$$|x^4 - 4x^2 + 2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 4x^2 + 2 = 2 \\ x^4 - 4x^2 + 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy hai đồ thị cắt nhau tại 5 điểm.

- Câu 20. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi qua các điểm $x = -3, x = -2$ và $x = 1$ nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

- Câu 21. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x$ bằng

- A. -4 . B. $-\frac{33}{8}$. C. -5 . D. -6 .

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x) = \cos 2x - 5 \cos x = 2 \cos^2 x - 5 \cos x - 1$ đặt $t = \cos x, t \in [-1; 1]$.

Khi đó

$$f(t) = 2t^2 - 5t - 1$$

$$\bullet f'(t) = 4t - 5$$

$$\bullet f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4} \notin [-1; 1]$$

$$\Rightarrow f(-1) = 6, f(1) = -4$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min f(x) = -4$

Câu 22. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x) = x^3$ có đồ thị (C_1) và hàm số $g(x) = 3x^2 + k$ có đồ thị (C_2) . Có bao nhiêu giá trị của k để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là nghiệm của phương trình:

$$x^3 = 3x^2 + k \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = k (*).$$

Để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung thì phương trình $(*) \Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $h(x) = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = k$ tại đúng hai điểm.

Bảng biến thiên của $h(x) = x^3 - 3x^2$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $h(x) = x^3 - 3x^2$ cắt đường thẳng $y = k$ tại đúng hai điểm $k = -4; k = 0$.

Câu 23. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; \pm\sqrt{3}\}$

• $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{x^3-3x} = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 0$

• $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -\sqrt{3}$

• $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = \sqrt{3}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 24. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Hàm số $f(x) = x^4(x-1)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 0.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Có $f(x) = x^6 - 2x^5 + x^4 \Rightarrow f'(x) = 6x^5 - 10x^4 + 4x^3$,

$\Rightarrow f'(x) = x^3(6x^2 - 10x + 4) = x^3(x-1)(6x-4)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Nhận xét $x = 0; x = 1; x = \frac{2}{3}$ đều là nghiệm bội lẻ nên $f'(x)$ đổi dấu qua nghiệm.

Vậy hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 25. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A.** $\max_{[0;2]} f(x) = 9$. **B.** $\max_{[0;2]} f(x) = 1$. **C.** $\max_{[0;2]} f(x) = 0$. **D.** $\max_{[0;2]} f(x) = 64$.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = 4x^3 - 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 2) \\ x = 1 \\ x = -1 \notin (0; 2) \end{cases}$$

$$f(0) = 1; f(1) = 0; f(2) = 9. \text{ Vậy } \max_{[0;2]} f(x) = 9.$$

Câu 26. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Đồ thị hàm số $y = x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.
B. Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y = 1$.
C. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.
D. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ có trục đối xứng là trục Ox .

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^3$, $y' = 3x^2 \Rightarrow y'' = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0$.

Khi đó tâm đối xứng có tọa độ $(0; 0)$.

Câu 27. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		-	
y	0		$+\infty$	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ suy ra đồ thị có tiệm cận ngang $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ suy ra đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 2$ không suy ra tiệm cận.

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 28. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 9]$.

A. $\max_{[1;9]} y = 10$.

B. $\max_{[1;9]} y = 6$.

C. $\max_{[1;9]} y = 12$.

D. $\max_{[1;9]} y = -6$.

Lời giải

Chọn A

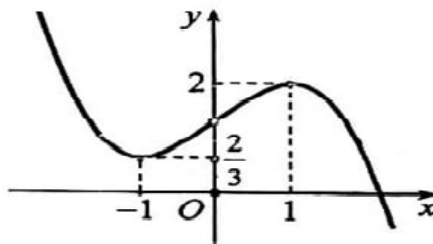
♦ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Xét hàm số trên đoạn $[1; 9]$.

♦ Ta có $y' = \frac{x^2 - 9}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \notin [1; 9] \end{cases}$

♦ $y(1) = 10$; $y(3) = 6$; $y(9) = 10$.

♦ Vậy $\max_{[1;9]} y = 10$.

Câu 29. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x + 2021) = 1$



A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = f(x + 2021)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái 2021 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x + 2021) = 1$ là số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$. Theo hình vẽ bên ta có số nghiệm là ba.

Câu 30. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x + 1)^{2020} (x - 1)^{2021} (2 - x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = (x + 1)^{2020} (x - 1)^{2021} (2 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	-	0	+	0	-

The graph shows a function $f(x)$ plotted against x . The x-axis is marked with $-\infty$, -1 , 1 , 2 , and $+\infty$. The y-axis is labeled $f(x)$. The function has a local minimum at $x = -1$ and a local maximum at $x = 2$. The function is decreasing on $(-\infty, -1)$, increasing on $(-1, 2)$, and decreasing on $(2, +\infty)$.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$

Câu 31. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0 -	0 +	0 -	

Vậy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 32. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 20.

B. 0.

C. 4.

D. -16.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} f(-3) = -16 \\ f(-1) = 4 \\ f(1) = 0 \\ f(3) = 20 \end{cases} \Rightarrow \min_{[-3;3]} f(x) = -16.$$

Câu 33. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$ là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

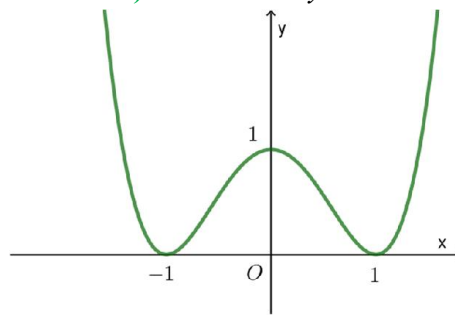
$$\diamond y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(2x-1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x-1}{x+1}$$

$$\diamond \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.}$$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-1}{x+1} = \infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 34. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0$.

B. $a > 0, b > 0$.

C. $a < 0, b < 0$.

D. $a < 0, b > 0$.

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị có bề lõm quay lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $a.b < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 35. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

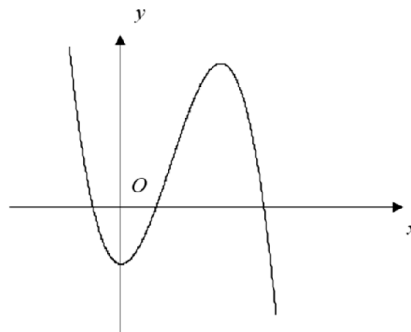
Chọn B

Số điểm cực trị của hàm số là nghiệm đơn của phương trình $f'(x) = 0$.

$$\Leftrightarrow x(x+1)(x-2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{cases} \text{ với } x=0, x=-1 \text{ là nghiệm đơn.}$$

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 36. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là



A. 1.

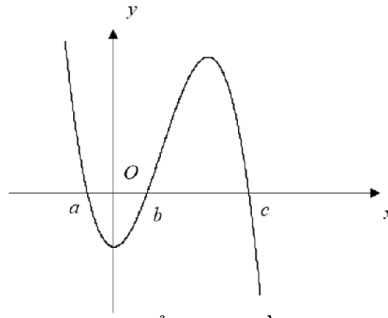
B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C



♦ Từ đồ thị đã cho, ta giả sử hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành lần lượt là a, b, c ($a < b < c$).

♦ Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$		$\nearrow CD$		$\searrow CT$		$\nearrow CD$		$\searrow -\infty$
	$-\infty$							$-\infty$

♦ Từ đó ta suy ra hàm số $f(x)$ đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 37. (Chuyên KHTN - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. 0.

B. -4.

C. -2.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$♦ y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có: $y(0) = 2; y(2) = -2; y(3) = 2$

Vậy $\min_{[0;3]} y = y(2) = -2$

Câu 38. (Chuyên KHTN - 2021) Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$♦ \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}} = -1.$$

Vậy đồ thị có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1; y = 1$.

♦ Mặt khác ta lại có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} y = -\infty$.

Suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

♦ Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Câu 39. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 3.

B. 32.

C. 31.

D. 33.

Lời giải

Chọn C

♦ Đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow x^3 - 12x + 1 = m$ (1) có 3 nghiệm phân biệt.

♦ Gọi $g(x) = x^3 - 12x + 1$

♦ Ta có: $g' = 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

♦ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
g'	$+$	0	$-$	0	$+$
g	$-\infty$	17	-15	$+\infty$	

♦ Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì $-15 < m < 17$.

Vậy m có 31 giá trị nguyên.

Câu 40. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 0)$?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là (C) .

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm. Suy ra phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là

$$y = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 \quad (d).$$

Vì (d) đi qua điểm $A(1; 0)$ nên $(3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 = 0$

$$(3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + x_0^3 - 3x_0^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow (3x_0^2 - 6x_0)(1 - x_0) + (x_0 - 1)(x_0^2 - 2x_0 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)(-2x_0^2 + 4x_0 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ -2x_0^2 + 4x_0 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 1.$$

Suy ra có 1 tiếp tuyến với (C) đi qua điểm A .

Câu 41. (Chuyên KHTN - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{16}{x}$ trên $(0; +\infty)$ bằng

A. 24

B. 6.

C. 12.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y = x^2 + \frac{16}{x} \Rightarrow y' = 2x - \frac{16}{x^2} = \frac{2x^3 - 16}{x^2} = \frac{2(x^3 - 8)}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 2.$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	12	$+\infty$

Từ BBT ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 12.

- Câu 42. (Chuyên KHTN - 2021)** Biết rằng đường thẳng $y = 1 - 2x$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B .
Độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{20}$ B. 20. C. 15. D. $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1 - 2x$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$:

$$1 - 2x = \frac{x-2}{x-1} \Rightarrow -2x^2 + 2x + 1 = 0 \quad (1).$$

Giả sử $A(x_1; 1 - 2x_1); B(x_2; 1 - 2x_2) \Rightarrow x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (1).

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; -2(x_2 - x_1))$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{5(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{5[(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2]} = \sqrt{5\left[1 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right]} = \sqrt{15}.$$

- Câu 43. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ là

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x + 1 = x^3 - 3x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm là 3.

- Câu 44. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	1	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+

Số điểm cực đại của hàm số là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào việc đạo hàm đổi dấu từ + sang - thì hàm số sẽ đạt cực đại.
Khi đó hàm số có 2 cực đại.

- Câu 45. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021)** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là

A. 40 và -41. B. 40 và 8. C. 15 và -41. D. 41 và -40.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[-4; 4]$.

$$\text{Ta có } y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Lại có } f(-4) = -41; f(-1) = 40; f(3) = 8; f(4) = 15.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-4;4]} f(x) = f(-1) = 40; \min_{[-4;4]} f(x) = f(-4) = -41.$$

Câu 46. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10 \text{ trên đoạn } [-3; 3]$$

- A. $\max_{[-3;3]} f(x) = 1$. B. $\max_{[-3;3]} f(x) = 20$. C. $\max_{[-3;3]} f(x) = 17$. D. $\max_{[-3;3]} f(x) = 10$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(-3) = -35 \\ f(-1) = 17 \\ f(2) = -10 \\ f(3) = 1 \end{cases} \text{ suy ra } \max_{[-3;3]} f(x) = 17.$$

Câu 47. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x \text{ suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } y'' = 6x - 6; y''(2) = 6 > 0 \text{ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại } x = 2.$$

Câu 48. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ

$$\text{thị hàm số } y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} \text{ là}$$

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Tập xác định: } D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = 2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = -2.$$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y = 2$ và $y = -2$.

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}} = -\infty$$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 4 đường tiệm cận.

Câu 49. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx-c} (a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên

như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'		+	+
y		$+\infty$	2
	2	$-\infty$	

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b \quad (1).$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty \Rightarrow \frac{c}{b} = 3 \Rightarrow c = 3b \quad (2).$$

$$\text{Đồ thị hàm số giao với } Ox \text{ tại điểm } M\left(\frac{1}{a}; 0\right) \Rightarrow a > 0 \quad (3)$$

Do $a > 0$ nên từ (1) $\Rightarrow b > 0$ và từ (2) $\Rightarrow c > 0$.

Vậy các số a, b, c đều là số dương.

Câu 50. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Đồ thị hàm số có bao nhiêu $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = [-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ suy ra đường thẳng $y = 0$ là đường tiệm cận ngang.

Ta lại có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \end{cases}$ suy ra đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 51. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - x^2 + 13$ trên $[-2; 3]$ là phân số tối giản có dạng $\frac{a}{b}$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 59.

B. 53.

C. 55.

D. 57.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 2x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$f(0) = 13, f(-2) = 25, f(3) = 85, f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}, f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}.$$

$$\Rightarrow \min_{[-2; 3]} f(x) = f\left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4} \Rightarrow a = 51, b = 4 \Rightarrow a + b = 55.$$

Câu 52. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = x^4 - 2x^2 + 2021 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$

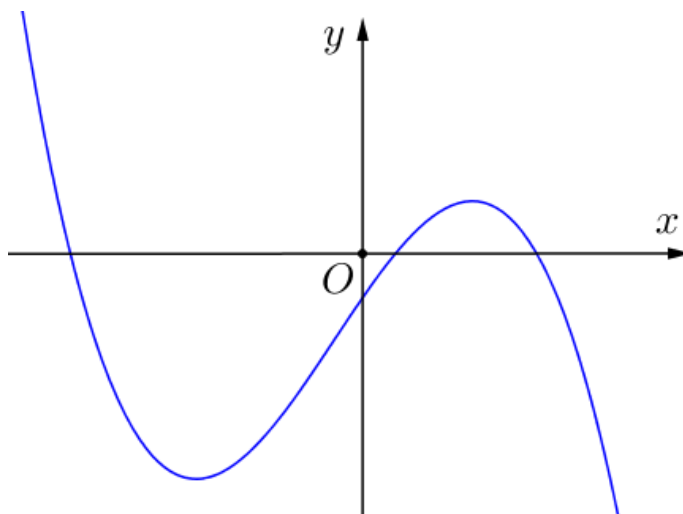
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	2020	2021	2020	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Nên chọn D

Câu 53. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra $a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Đồ thị có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục tung nên $\frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c > 0$.

Mặt khác, dựa vào đồ thị, suy ra tổng hai điểm cực trị của hàm số âm, do đó $-\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 54. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

Nhận xét $x=0$ là nghiệm kép, $x=1$ là nghiệm đơn và $x=-2$ là nghiệm bội lẻ. Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 55. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2-m}{x+1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $m \leq 1$.

B. $m \leq -3$.

C. $m < 1$.

D. $m < -3$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{m-1}{(x+1)^2}$. Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

Câu 56. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $y = 4x^2 - 2$ có đồ thị (P_1) và hàm số $y = 1 - x^2$ có đồ thị (P_2) . Tìm số giao điểm của hai đồ thị (P_1) và (P_2) .

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Lập phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P_1) và (P_2)

$$\begin{aligned} 4x^2 - 2 &= 1 - x^2 \\ \Leftrightarrow 5x^2 &= 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{15}}{5} \\ x = -\frac{\sqrt{15}}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

Vì phương trình có hai nghiệm phân biệt nên hai đồ thị hàm số cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Câu 57. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x$ trên $[0; 2]$.

A. $\max_{x \in [0; 2]} y = 2$.

B. $\max_{x \in [0; 2]} y = 0$.

C. $\max_{x \in [0; 2]} y = -2$.

D. $\max_{x \in [0; 2]} y = 1$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \supset [0; 2]$

$$y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \end{cases}$$

$$y(1) = 2; y(0) = 0; y(2) = -2.$$

Suy ra $\max_{x \in [0; 2]} y = 2$ tại $x = 1$.

Câu 58. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tìm điểm cực đại của hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 - 3$

A. $x_{CD} = -\sqrt{2}$.

B. $x_{CD} = 0$.

C. $x_{CD} = \pm\sqrt{2}$.

D. $x_{CD} = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 2x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$							$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên điểm cực đại của hàm số là $x_{CD} = 0$.

Câu 59. (Sở Lào Cai - 2021) Gọi M và m là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 4]$.

Giá trị $5M - 3m$ bằng

A. 8.

B. 10.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \supset [0; 4]$.

Ta có $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$, với mọi $x \in (0; 4)$ mà hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 4]$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[0; 4]$

$\Rightarrow M = f(4) = \frac{7}{5}$ và $m = f(0) = -1$.

Vậy $5M - 3m = 10$.

Câu 60. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3 - x^2 = -x^2 + 5x \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-\sqrt{5}; 0; \sqrt{5}\}.$$

Từ đây suy ra có 3 giao điểm của 2 đồ thị hàm số.

Câu 61. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$

$$\text{Xét } x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (TM) \\ x = -2 & (L) \end{cases}$$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x} = -\infty \Rightarrow x = 0$ là 1 tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận.

Câu 62. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2 x(x+1)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 x(x+1)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=0 \\ x=-1 \end{cases}.$$

Xét thấy $f'(x)$ đổi dấu qua 2 điểm $x=0$ và $x=-1$ vậy hàm số $f(x)$ có 2 cực trị.

- Câu 63. (Sở Yên Bái - 2021)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và đồ thị $y = x^2 - 1$ là
A. 2 **B. 3** **C. 1** **D. 4**

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và đồ thị $y = x^2 - 1$ là:

$$x^4 - 3x^2 + 2 = x^2 - 1 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm giữa 2 đồ thị hàm số là 4.

- Câu 64. (Sở Yên Bái - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	-3	4	-1	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

- A. 4.** **B. 5.** **C. 3.** **D. 6.**

Lời giải

Chọn A

- *Tiệm cận đứng:*

$$\text{Xét phương trình: } f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$$

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(x) = -2$ có 2 nghiệm phân biệt nên ĐTHS $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có

2 tiệm cận đứng.

- *Tiệm cận ngang:*

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{1}{-3+2} = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \text{ nên ĐTHS } y = \frac{1}{f(x)+2} \text{ có 2 tiệm cận ngang}$$

Vậy ĐTHS đã cho có 4 tiệm cận đứng và ngang.

- Câu 65. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1; 5]$ bằng

- A.** $\max_{[1;5]} f(x) = 2.$ **B.** $\max_{[1;5]} f(x) = 2\sqrt{2}.$ **C.** $\max_{[1;5]} f(x) = 3\sqrt{2}.$ **D.** $\max_{[1;5]} f(x) = \sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số: $y = f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$ trên đoạn $[1; 5]$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = \sqrt{5-x} \Leftrightarrow x = 3 \in [1; 5]$$

$$f(1) = f(5) = 2; f(3) = 2\sqrt{2} \Rightarrow \max_{[1;5]} f(x) = 2\sqrt{2}.$$

- Câu 66. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x^2(x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?
- A.** $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. **B.** $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.
C. $f(x)$ có hai điểm cực trị. **D.** $f(x)$ không có cực trị.

Lời giải

Chọn A

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta được hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

- Câu 67. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ với trục hoành là
- A.** 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} \\ x = -\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2}} \\ x = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} \\ x = -\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2}} \end{cases}$$

Vậy có 4 giao điểm.

- Câu 68. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$.
- A.** $m=0$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

$$\text{Giải } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1;1] \\ x = 2 \notin [-1;1] \end{cases}$$

Tính $y(-1) = -4, y(1) = -2, y(0) = 0$.

Suy ra $m = \min_{[-1;1]} f(x) = y(-1) = -4$.

- Câu 69. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		0		$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

- Câu 70. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là
- A. 3. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có quy tắc khi xét dấu đa thức: Qua nghiệm bội chẵn không đổi dấu, Qua nghiệm bội lẻ bị đổi dấu. Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow$ khoảng cuối dấu $(+)$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Đạo hàm bị đổi dấu 2 lần khi qua $x = -3$ và $x = 2$ nên hàm số có 2 cực trị.

- Câu 71. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x$ là
- A. 3. B. 2. C. 4. D. 0.

Lời giải

Chọn A

♦ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ và đường thẳng $y = x$ là $x^3 - 3x^2 + 3 = x$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

♦ Vậy tổng hoành độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là: $T = -1 + 1 + 3 = 3$.

- Câu 72. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$.
- A. -4 . B. $-\frac{25}{6}$. C. -5 . D. -2 .

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$.

$$f'(x) = \frac{-x^2 + 4}{x^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \notin \left[\frac{3}{2}; 4\right] \\ x = 2 \in \left[\frac{3}{2}; 4\right] \end{cases}.$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{25}{6}.$$

$$f(2) = -4.$$

$$f(4) = -5.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$ là -4 .

Câu 73. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Xét các khẳng định sau:

i) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thì tồn tại $\alpha \in [-1; 1]$ thỏa mãn

$$f(x) \geq f(\alpha) \quad \forall x \in [-1; 1]$$

ii) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thì tồn tại $\alpha \in [-1; 1]$ thỏa mãn

$$f(x) \leq f(\alpha) \quad \forall x \in [-1; 1]$$

iii) Nếu hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ thỏa mãn $f(-1)f(0) < 0$ thì tồn tại $\gamma \in [-1; 1]$

thỏa mãn $f(\gamma) = 0$

Số khẳng định đúng là

A. 3.

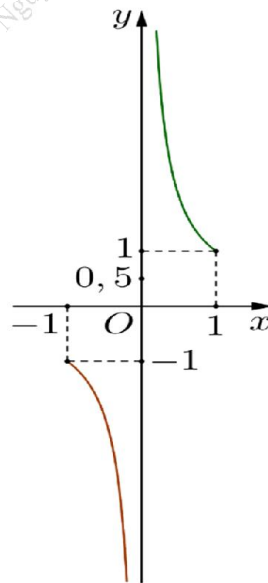
B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D



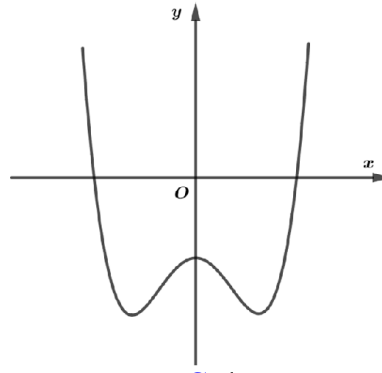
$$\text{Xét hàm số } y = f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } 0 < x \leq 1 \\ 0,5 & \text{khi } x = 0 \\ \frac{1}{x} & \text{khi } -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

+ Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$ nên khẳng định i) và khẳng định ii) sai.
 + $f(-1) = -1$; $f(1) = 1$ nên $f(-1)f(1) < 0$ nhưng không tồn tại $\gamma \in [-1;1]$ thỏa mãn $f(\gamma) = 0 \rightarrow$ khẳng định iii) sai.
 Vậy trong các khẳng định trên, không có khẳng định nào đúng.

Câu 74. (THPT Quốc Gia 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Trong ba số a, b, c có bao nhiêu số âm?



A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn DTa có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

+ Đồ thị hàm số giao Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.+ Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.Vậy có 2 số âm trong a, b, c .

Câu 75. (THPT Quốc Gia 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-3;1]$ thỏa mãn $f(-3) = 1$; $f(0) = 2$; $f(1) = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2 < f(-2) < 3$.B. $1 < f(-2) < 2$.C. $f(-2) > 3$.D. $f(-2) < 1$.

Lời giải

Chọn BVì hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-3;1]$ do đó $-2 < 0$ mà $f(0) = 2 < f(-2)$ nên A sai;tương tự $f(1) = 3 < f(-2)$ nên C sai; $f(-2) < 1 = f(-3) \Rightarrow$ D sai.Hơn nữa, xét phương án B: $f(-3) = 1 < f(-2) < 2 = f(0) \Rightarrow$ B đúng.

Câu 76. (THPT Quốc Gia 1 - Bắc Ninh - 2021) Gọi n là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $g(x) = x^3 - 4x - 2$ và $f(x) = x - 2$. Tính n .

A. $n = \pm\sqrt{5}$.B. $n = 5$.C. $n = 2$.D. $n = 3$.

Lời giải

Chọn DPhương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 4x - 2 = x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$. Do đó số giao

điểm của hai đồ thị của hai hàm số đã cho là 3.

Câu 77. (THPT Quốc Gia 1 - Hà Nội - 2021) Đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Số điểm chung của hai đồ thị hàm số đã cho bằng số nghiệm phương trình hoành độ giao điểm của chúng.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x^2 - 2x + 3 = x^2 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình hoành độ giao điểm có ba nghiệm, suy ra số điểm chung của hai đồ thị đã cho là ba.

Câu 78. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{3x-1}{x-3} \text{ trên đoạn } [0; 2].$$

Tích $M.m^2$

A. $\frac{-5}{3}$

B. $\frac{-5}{9}$

C. $\frac{25}{9}$

D. $\frac{25}{3}$

Lời giải

Chọn D

$$y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0 \quad \forall x \in [0; 2]. \text{ Hàm số nghịch biến trên } (0; 2)$$

$$M = f(0) = \frac{1}{3}; m = f(2) = -5 \text{ suy ra } M.m^2 = \frac{25}{3}$$

Câu 79. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng:

A. 1.

B. -23.

C. -24.

D. -8.

Lời giải

Chọn C

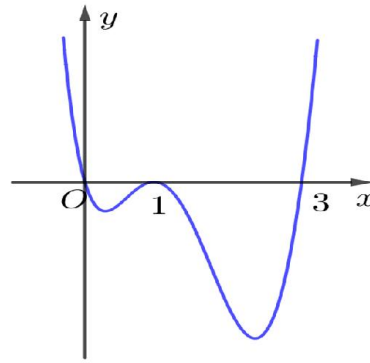
$$\text{Ta có } f'(x) = x^4 - 10x^2 + 1 = 4x^3 - 20x = 4x(x^2 - 5).$$

$$\text{Suy ra: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-3; 2) \\ x = -\sqrt{5} \in (-3; 2) \\ x = \sqrt{5} \notin (-3; 2) \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } f(-3) = -8, f(-\sqrt{5}) = -24, f(0) = 1, f(2) = -23.$$

$$\text{Do đó: } \min_{[-3; 2]} f(x) = f(-\sqrt{5}) = -24.$$

Câu 80. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ và $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 81. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho điểm $I(-2; 2)$ và A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. Tính diện tích S của tam giác IAB .

- A. $S = 10$. B. $S = \sqrt{10}$. C. $S = \sqrt{20}$. D. $S = 20$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = -x^3 + 3x^2 - 4 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Suy ra hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; -4), B(2; 0)$.

Xét tam giác IAB có $IA = 2\sqrt{10}; IB = 2\sqrt{5}; AB = 2\sqrt{5}$, suy ra $IB^2 + AB^2 = IA^2 = 40$ nên tam giác IAB vuông cân tại B .

Do đó $S_{IAB} = \frac{1}{2} IB \cdot AB = 10$.

Câu 82. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$. Khi đó $M + m$ bằng?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số đã cho là $D = [-1; 1]$.

$$y' = \frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}, y(-1) = 0, y(1) = 0, y\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{-1}{2}, y\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

Do đó $M = \frac{1}{2}, m = \frac{-1}{2}, M + m = 0$

Câu 83. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua bốn giá trị $-2, 0, 2, 4$ nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 84. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2} + m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là

A. $m = 2\sqrt{2}$.

B. $m = -\sqrt{2}$.

C. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $m = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = x + \sqrt{4 - x^2} + m$.

Tập xác định $D = [-2; 2]$.

$$f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = \frac{\sqrt{4 - x^2} - x}{\sqrt{4 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \in [-2; 2].$$

$$f(-2) = -2 + m; f(2) = 2 + m; f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + m.$$

$$\text{Giá trị lớn nhất của hàm số là } 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 2\sqrt{2} + m = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow m = \sqrt{2}.$$

Câu 85. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và đường thẳng $y = 4$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đồ thị là

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}.$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt nên 2 đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Câu 86. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			1		$+\infty$	$+\infty$
		-2		3		
			$-\infty$			

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang $y = -2$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ trường hợp này không có đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận.

Câu 87. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)^2 (x^2 - 3x + 2)x^{2021}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

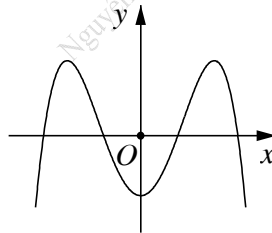
Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ xét dấu $f'(x)$ suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	-	0	+

Câu 88. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < 0, b < 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số hướng xuống dưới $\Rightarrow a < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b > 0$.

Ta có $y(0) < 0 \Rightarrow c < 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 89. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính $m + M$?

A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 2x - 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -\frac{1}{3} \notin [0; 2] \end{cases}$

$$y(0) = 2; y(1) = 1; y(2) = 4$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là $m = 1$.

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - x^2 - x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là $M = 4$.

Vậy $m + M = 5$.

Câu 90. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có $y' = 3x^2 - 6x$

YCBT $\Leftrightarrow y' < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ nên chọn B.

Câu 91. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng

A. -3.

B. -1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có: $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; +\infty) \\ x = 1 \in (0; +\infty) \end{cases}$$

♦ Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	3	$+\infty$

♦ Suy ra $\min_{(0; +\infty)} f(x) = 3$.

Câu 92. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$				-2				1				2				3				$+\infty$
$f'(x)$			-		0		+		0		-				+		0		+		

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

♦ Đề x_0 là điểm cực trị của $f(x)$ khi và chỉ khi $x_0 \in \text{TXĐ}$; $f'(x_0) = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu qua x_0 .

♦ Qua bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 93. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 3.

B. 6.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ có các đường tiệm cận là $x=1, y=2$

Do vậy đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ hình chữ nhật diện tích bằng $|1 \cdot 2| = 2$.

Câu 94. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x-m^2}{x+1}$ trên $[1;2]$ bằng 0.

A. 1.

B. Vô số.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục trên $[1;2]$.

Ta có: $y' = \frac{2+m^2}{(x+1)^2} > 0 \forall x \neq -1$.

Khi đó $\max_{[1;2]} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 0 = \frac{4-m^2}{3} \Leftrightarrow 4-m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Câu 95. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hàm số $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.B. $(-\infty; -3)$.C. $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$.D. $\left(-3; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

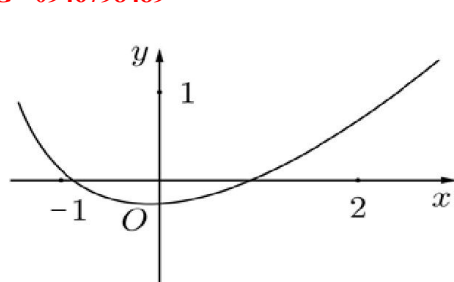
Ta có: $y' = 3x^2 + 8x - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

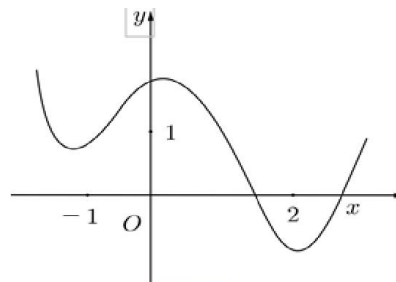
x	$-\infty$	-3	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	19	$\frac{13}{27}$	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trên $\left(-3; \frac{1}{3}\right)$.

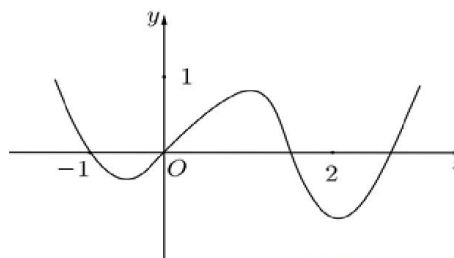
Câu 96. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho bốn đồ thị hàm số dưới đây.



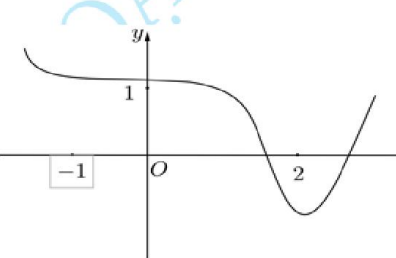
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0) = 0$, $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình trên?

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Lời giải

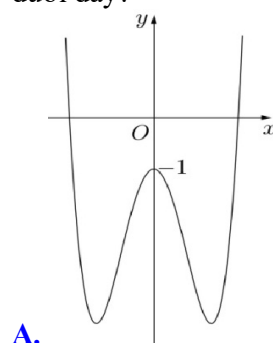
Chọn B

Vì $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 2)$. Do đó Hình 1 và Hình 3 không thỏa mãn.

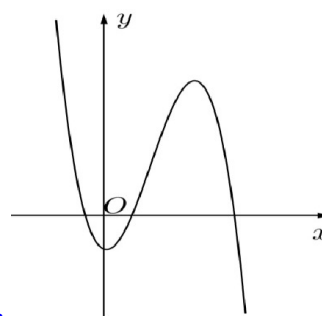
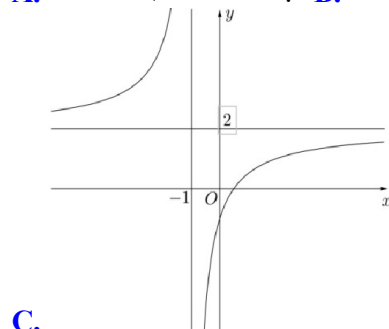
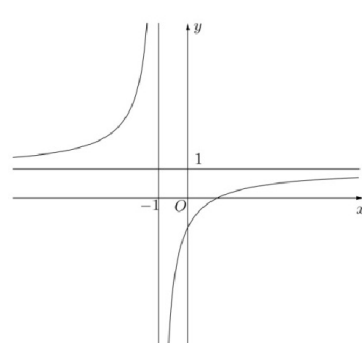
Vì $f'(0) = 0$ nên $x = 0$ là cực trị của hàm số. Do đó Hình 4 không thỏa mãn.

Vậy Hình 2 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 97. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



B.



Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$) nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Phương án A là đồ thị hàm bậc 4 và phương án D là đồ thị hàm bậc 3 nên không thỏa mãn.

Phương án B đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 1$ nên không thỏa mãn.

Do đó chọn đáp án **C**.

Câu 98. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x - 1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu là M, m . Khi đó kết quả nào sau đây đúng?

A. $M - m = 4$.

B. $3M - m = 5$.

C. $M + m = -2$.

D. $7M + m = 0$.

Lời giải

Chọn D

♦ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

♦ $y' = -3x^2 - 6x + 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

♦ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$				4		$-\infty$
			-28				

♦ Ta có: $M = 4, m = -28$. Vậy $7M + m = 0$.

Câu 99. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3(x-2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^3(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		f_{CB}		f_{CT}		$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 100. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = [1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = 1$;

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} = \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x-1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} = \frac{1}{2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} = 0.$$

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 101. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$

bằng

- A. 0. B. -9. C. $-\frac{2}{3}$. D. -1.

Lời giải

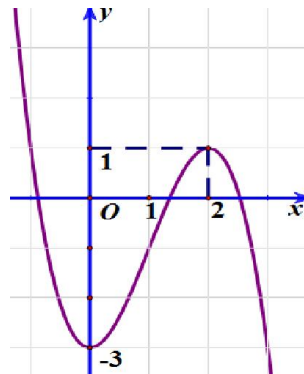
Chọn D

$$\text{Đặt } y = \frac{x^2 - 3x}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{(2x-3)(x+1) - (x^2 - 3x)}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -3 \notin [0; 2] \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(0) = 0 \\ y(2) = -\frac{2}{3} \Rightarrow \min_{[0; 2]} y = y(1) = -1 \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

Câu 102. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



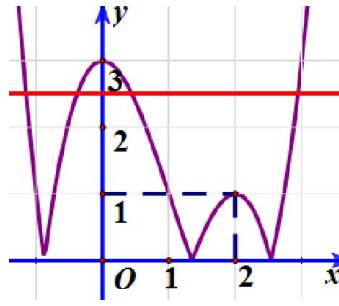
Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 5 = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2|f(x)| - 5 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{5}{2}$, biến đổi đồ thị và quan sát ta thấy phương trình trên có 4 nghiệm.



Câu 103. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x - 3$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $\frac{311}{27}$.

B. -7 .

C. -1 .

D. 5 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 + 4x - 7$.

$$\text{Giải } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 2] \\ x = -\frac{7}{3} \notin [-1; 2] \end{cases}.$$

Tính $y(1) = -7$, $y(2) = -1$, $y(-1) = 5$.

Suy ra $\max_{[-1; 2]} y = y(-1) = 5$.

Câu 104. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2021}(x-1)^2(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 .

B. 2 .

C. 6 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Do $x = 1$ là nghiệm bội chẵn, $x = 0, x = -2$ là các nghiệm bội lẻ nên $f'(x)$ đổi dấu khi qua các nghiệm $x = 0, x = -2$.

Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 105. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số

$(C): y = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1}$ và đường thẳng $d: y = -x + 5$ là

A. 0 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x^3 + x - 2}{x - 1} = -x + 5 \Leftrightarrow x^3 + x - 2 = (x - 1)(-x + 5) \quad (\text{với } x \neq 1).$$

$$\Leftrightarrow x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện ta được $x = -3$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1}$ và đường thẳng $d: y = -x + 5$ là 1 .

Câu 106. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Gọi M, N là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên $[0; 2]$. Khi đó $M + N$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 6. **D. 2.**

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$.

♦ $y(0) = 1; y(2) = 3; y(1) = -1$.

♦ $\max_{[0; 2]} f(x) = M = 3; \min_{[0; 2]} f(x) = N = -1$.

♦ Vậy $M + N = 2$.

Câu 107. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x - 2)(x + 3)^4(1 - 2x)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 1. **D. 0.**

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 3)^4(1 - 2x)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -3 \end{cases}$.

Trong đó $x = -3$ là nghiệm bội chẵn nên $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x = -3$.

Vậy hàm số chỉ có cực trị tại $x = 2$ và $x = \frac{1}{2}$.

Câu 108. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 1$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - 1$ là

- A. 4. B. 3. **C. 2.** D. 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$-x^4 + 4x^2 + 1 = x^2 - 1 \Leftrightarrow -x^4 + 3x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2} \\ x^2 = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2} < 0(vn) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}} \\ x = -\sqrt{\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}} \end{cases}$$

Vậy có 2 giao điểm.

Câu 109. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 7$ đạt cực đại tại

- A. $x = 3$. B. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$. **D. $x = -1$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	-34	$+\infty$	

Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 7$ đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 110. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = x + 2$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

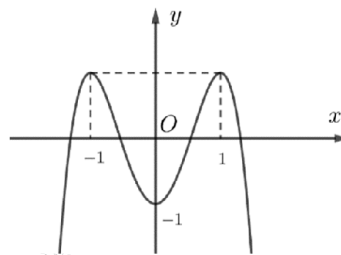
Chọn A

♦ Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = x + 2$ là số nghiệm thực của phương trình hoành độ.

♦ Ta có: $x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

♦ Vậy có 3 giao điểm.

Câu 111. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+1}$ là

A. 2

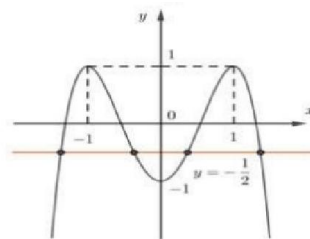
B. 1

C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn D



♦ Xét $2f(x)+1=0 \Rightarrow f(x)=-\frac{1}{2}$ (*).

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường $y = -\frac{1}{2}$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình (*) có 4 nghiệm,

suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+1}$ 4 tiệm cận đứng.

Câu 112. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 0

B. 20

C. -16

D. 4

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có $y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Khi đó $f(-1) = 4; f(1) = 0; f(-3) = -16; f(3) = 20$. Kết luận $\max_{[-3;3]} y = 20$.

Câu 113. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là?

A. $(1; 0)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(1; -2)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: $y' = 3x^2 - 3$.

♦ $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

♦ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		↗ 2		↘ -2		↗ $+\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$

Câu 114. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ trên đoạn $[-2; 2]$ là:

A. -26.

B. 3.

C. -24.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{cases}$.

Ta có $y(-1) = 3; y(-2) = -4; y(2) = -24$.

Vậy $\min_{x \in [-2; 2]} y = -24; \max_{x \in [-2; 2]} y = 3$.

Câu 115. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Suy ra: $y(0) = 2, y(1) = 0, y(2) = 4$.

Vậy $y_{\max} = y(2) = 4$.

Câu 116. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ với trục hoành là

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^4 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ với trục hoành là 3.

Câu 117. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm qua 3 nghiệm $x = -2, x = 1, x = 2$ đổi dấu nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 118. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{3}{x^4}}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là TCN.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4} = +\infty \Rightarrow x = 2 \text{ là TCD}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{\sqrt{x+3}}{x^2-4} = -\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là TCD}$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 119. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x^2-1)(x-3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là:

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-1)(x-3)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$									

Căn cứ BBT ta thấy số điểm cực trị dương của hàm số $y = f(x)$ là 2 nên số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là 5. Chọn đáp án B.

Câu 120. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ và trục hoành là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 4x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là 4.

Câu 121. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-5	0	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	2

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

Vậy tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 122. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ bằng

- A. $\frac{15}{4}$. B. 3. C. $-\frac{37}{4}$. D. $-\frac{13}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$

• $y' = 4x^3 - 10x$

• $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$

BBT

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{10}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			$+\infty$
				</			

Dựa theo BBT thì giá trị cực tiểu của hàm số là $-\frac{13}{4}$.

Câu 123. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $y = x^3 - 6x - m$ thỏa mãn $\max_{[-1;0]} y = 10$, với m

là tham số thực. Khi đó m thuộc khoảng

A. $(4; +\infty)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(-\infty; -3)$.

D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có $y' = 3x^2 - 6 < 0$ với $\forall x \in [-1; 0]$

$\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$

$\Rightarrow \max_{[-1;0]} y = y(-1) = -m + 5$

Mặt khác, $\max_{[-1;0]} y = 10 \Rightarrow -m + 5 = 10 \Leftrightarrow m = -5$.

Vậy $m = -5 \in (-\infty; -3)$.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) (m là tham số thực). Tổng bình phương các giá trị của m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho $OA \perp OB$ bằng
- A. 3. B. 12. C. 5. D. 4.
- Câu 2. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 + x - m)^2$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng
- A. $\frac{23}{4}$. B. $-\frac{23}{4}$. C. $\frac{41}{4}$. D. $\frac{23}{2}$.
- Câu 3. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C) . Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x - 9y + 2021 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1, d_2
- A. $\frac{32}{\sqrt{82}}$. B. $\frac{16}{\sqrt{82}}$. C. $4\sqrt{2}$. D. $8\sqrt{2}$.
- Câu 4. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Gọi S tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân. Tổng bình phương các phần tử của S bằng
- A. 2. B. 4. C. 8. D. 6.
- Câu 5. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(1 - 2x) + 1$ đồng biến trên khoảng

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.
- Câu 6. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi
- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.
- Câu 7. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021)** Cho hàm số $y = \frac{ax - 1}{bx + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	-1	$+\infty$	-1

Hỏi trong ba số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 8. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Biết $\min_{[-3;0]} \left(-\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m \right) = 2$, giá trị của m bằng

- A. -2 . B. 23 . C. 2 . D. -19 .

Câu 9. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$?

- A. 0. B. 3. C. vô số. D. 4.

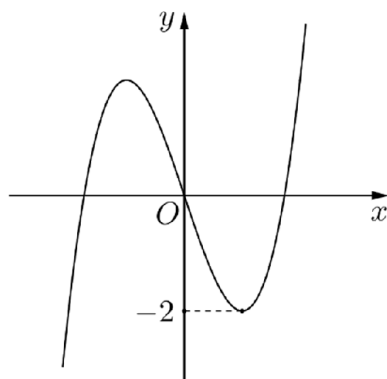
Câu 10. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					
		4		$+\infty$	
	$-\infty$		-3		

Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(3x)$ là

- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $x = 2$. C. $y = -3$. D. $x = -\frac{2}{3}$.

Câu 11. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

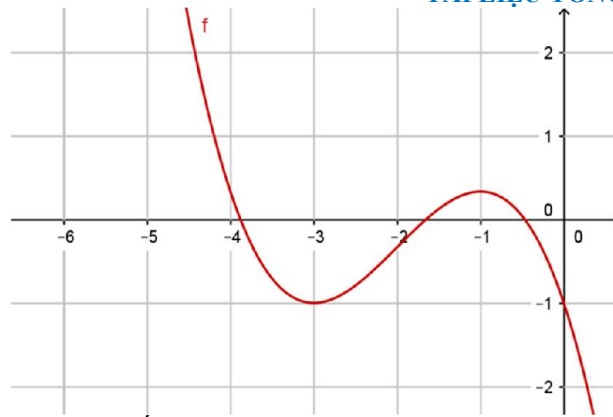


- A. 0. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 12. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Gọi S là tập hợp giá trị nguyên không âm của m để hàm số $y = \frac{\ln x - 10}{\ln x - m}$ đồng biến trên $(1; e^3)$. Số phần tử của S bằng

- A. 7. B. 6. C. 8. D. 9.

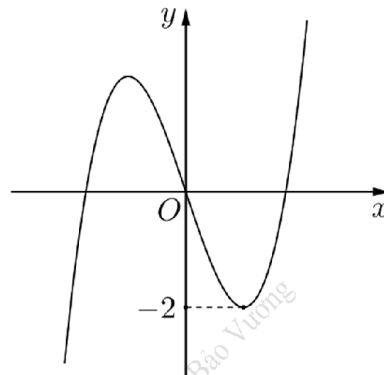
Câu 13. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 14. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

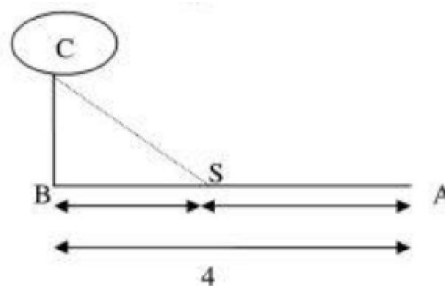


- A. 0. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 15. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = 3x + m\sqrt{x^2 + 1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 5. B. 7. C. 2. D. 1.

Câu 16. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất?



- A. $\frac{10}{4}$ km. B. $\frac{15}{4}$ km. C. $\frac{19}{4}$ km. D. $\frac{13}{4}$ km.

Câu 17. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho bất phương trình $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn -2021 để bất phương trình đã cho có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$?

A. 2021.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2022.

Câu 18. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^4 - m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ

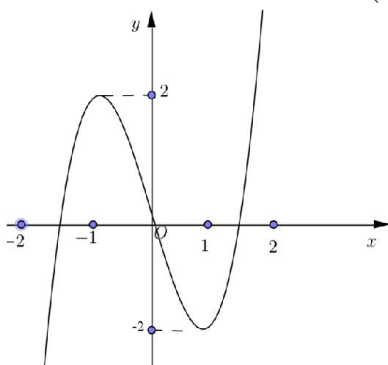
A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = 1$.

Câu 19. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hình vẽ



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5.

B. 7.

C. 9.

D. 3.

Câu 20. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$
		$-\infty$	

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - 1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 21. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 4)$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-2; 1)$.

Câu 22. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 3)x - 1$ có hai điểm cực trị.

A. $-5 < m < -1$.

B. $1 < m < 5$.

C. $-5 < m < 1$.

D. $-1 < m < 5$.

- Câu 23. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4)$.
- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 24. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y = 3$. Khi đó đồ thị hàm số $y = -3f(x) + 11$ có một tiệm cận ngang là:
- A. $y = -4$. B. $y = 3$. C. $y = 2$. D. $y = 1$
- Câu 25. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021)** Gọi m_0 là số thực sao cho phương trình $|x^3 - 12x| = m_0$ có ba nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 4\sqrt{3}$. Biết rằng m_0 có dạng $a\sqrt{3} + b$ với $a; b$ là các số hữu tỷ. Tính $4a^2 + 8b$:
- A. 106. B. 115. C. 113. D. 101.
- Câu 26. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- A. 1. B. 3. C. 5. D. 2.
- Câu 27. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^4 - 8x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 18. Tổng tất cả các phần tử của S bằng
- A. -2. B. 9. C. 7. D. 0.
- Câu 28. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số $y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại
- A. 18. B. 17. C. 36. D. 35.
- Câu 29. (Chuyên KHTN - 2021)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$
- A. Vô số. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 30. (Chuyên KHTN - 2021)** Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là
- A. $\{1\}$. B. $\{-1; -3\}$. C. $\{3\}$. D. $\{1; 3\}$.
- Câu 31. (Chuyên KHTN - 2021)** Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - m^2x + 8$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?
- A. 3. B. 5. C. 4. D. 6.
- Câu 32. (Chuyên KHTN - 2021)** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.
- A. $1 < m < \frac{3}{2}$. B. $4 < m < 5$. C. $3 < m < 4$. D. $2 < m < \frac{5}{2}$.
- Câu 33. (Chuyên KHTN - 2021)** Cho hàm số $y = mx^3 + mx^2 - (m+1)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- A. $\frac{-3}{4} < m < 0$. B. $\frac{-3}{4} \leq m \leq 0$. C. $m \leq 0$. D. $m \leq \frac{-3}{4}$.

Câu 34. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

- A. 2. B. 5. C. 4. D. 0.

Câu 35. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{8}{3}x^3 + 2\ln x - mx$ đồng biến trên $(0;1)$?

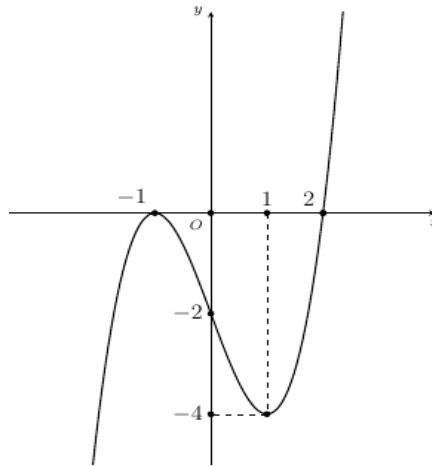
- A. 5. B. 6. C. 10. D. Vô số.

Câu 36. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ (m là tham số). Để

$\min_{x \in [-1;1]} f(x) = \frac{1}{3}$ thì $m = \frac{a}{b}$, ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b > 0$). Tổng $a+b$ bằng

- A. -10. B. 10. C. 4. D. -4.

Câu 37. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

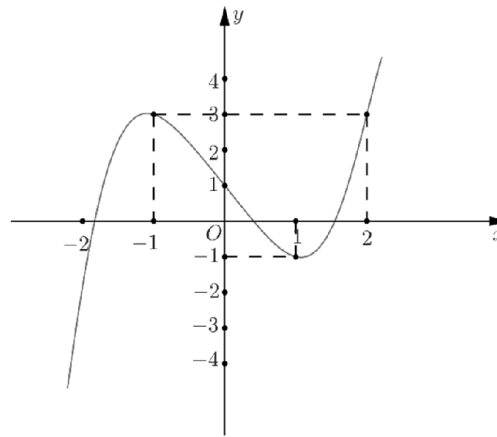


- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.
 B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.
 C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.
 D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 38. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2021; 2021)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

- A. 2022. B. 2021. C. 2020. D. 4041.

Câu 39. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng 2021.



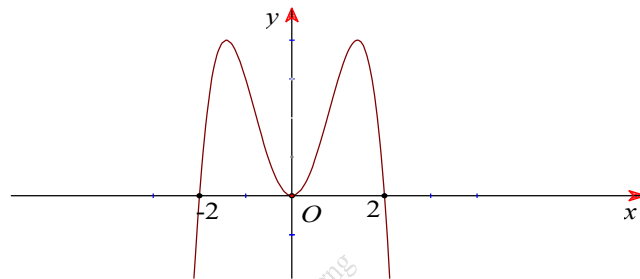
A. 2022.

B. 2023.

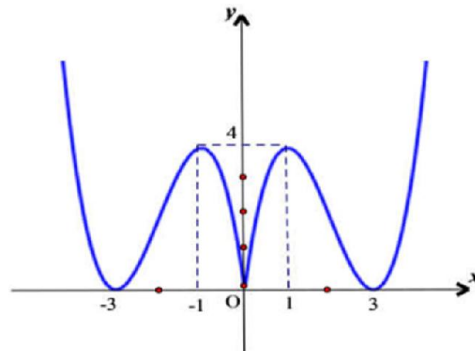
C. 2021.

D. 2000.

Câu 40. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(x^2 + 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.B. $(0; 1)$.C. $(0; +\infty)$.D. $(-1; 1)$.

Câu 41. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $f(x) + \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \cdot \frac{1}{f(x)} = \sqrt{9-x^2} - \frac{1}{x-3}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7.

B. 10.

C. 8.

D. 9.

Câu 42. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Số tham số m nguyên nằm trong khoảng $(-2020; 2021)$ để hàm số $y = \frac{3x-m-5}{mx-2}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 4032.

B. 4034.

C. 2019.

D. 2020.

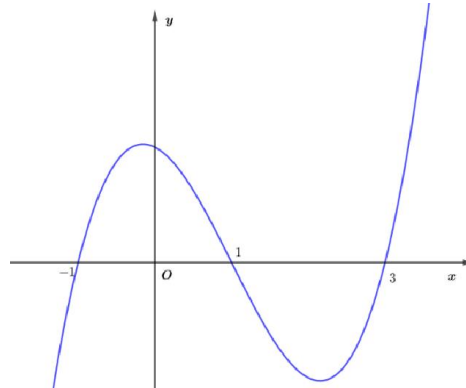
Câu 43. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + 3m-2$ đồng biến trên khoảng $(2; 5)$.

A. $m \leq 5$.B. $m < 5$.C. $m < 1$.D. $m \leq 1$.

Câu 44. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x) = (m-2)x^3 + x^2 - (m+1)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng ba điểm cực trị?

- A. 37. B. 35. C. 36. D. 34.

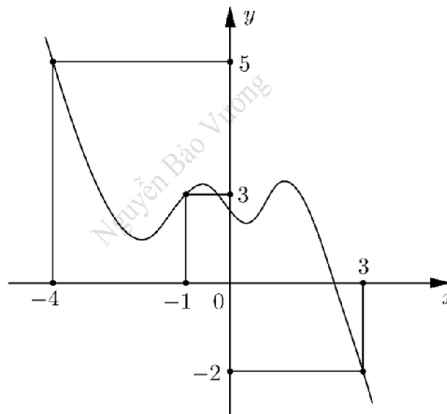
Câu 45. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x^2 + 1)$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 46. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $f(x)$, biết $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$ trên đoạn $[-4; 3]$ là. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $m = g(-1)$. B. $m = g(-4)$. C. $m = g(3)$. D. $m = g(-3)$.

Câu 47. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 24 \ln x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

- A. 2034. B. 2032. C. 2035. D. 2033.

Câu 48. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hàm số $y = (x+m)^3 - 3(x+m) + 1 + n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và giá

trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng 4. Tính $m + n$

- A. $m + n = 0$. B. $m + n = 2$. C. $m + n = -1$. D. $m + n = 1$.

Câu 49. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng

nhau. Giá trị của m là?

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $-\frac{1}{4}$.

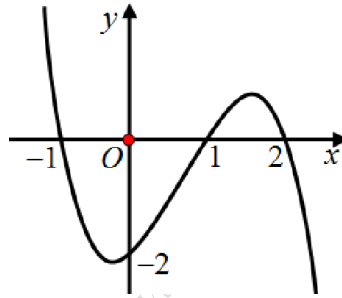
Câu 50. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Biết đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{7x-8}{x^2+1}$ có hai điểm cực trị. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng qua hai điểm cực trị bằng

- A. $\frac{16}{\sqrt{113}}$. B. $\frac{8}{\sqrt{53}}$. C. $\frac{16}{\sqrt{53}}$. D. $\frac{8}{\sqrt{113}}$.

Câu 51. (Sở Yên Bái - 2021) Có một giá trị m_0 của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2m - 3$, đạt giá trị lớn nhất bằng 10 trên đoạn $[-1; 3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m_0^2 - m_0^3 > 0$. B. $m_0 - m_0^2 = 0$. C. $2m_0 - 3 < 0$. D. $m_0^2 - 3m_0 < 0$.

Câu 52. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(e^x - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(\ln 2; 4)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(\ln 2; \ln 4)$.

Câu 53. (Sở Tuyên Quang - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \frac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

- A. 4040. B. 2019. C. 2018. D. 4036.

Câu 54. (Sở Yên Bái - 2021) Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-3x+2}$

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 55. (Sở Yên Bái - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương không quá 2021 của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - (m+2)x^2 + (m+5)x - 4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành.

- A. 2016. B. 2021. C. 2020 D. 2017.

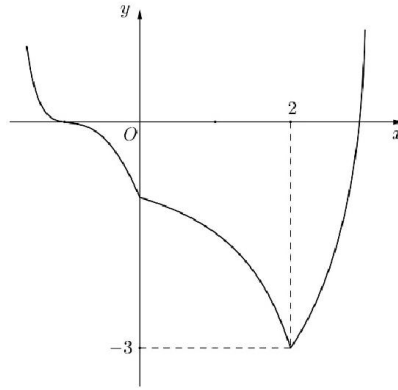
Câu 56. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = |3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - m|$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị?

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.

Câu 57. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$.

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $1 \leq m < 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $m > 2$.

Câu 58. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2f(x) + x^2 > 4x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1; 3)$.

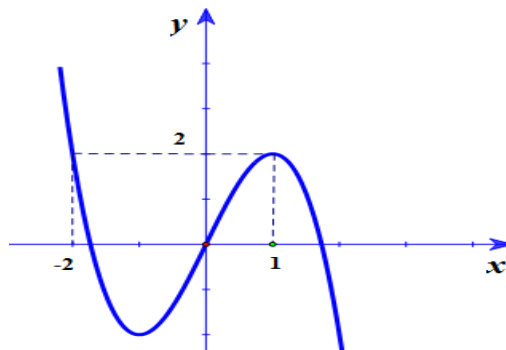


- A. $m < -3$. B. $m < 5$. C. $m < -10$. D. $m < -2$.

Câu 59. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho bất phương trình $x^2 - 2x \leq |x - 2| + ax - 6$. Gọi a là giá trị dương nhỏ nhất để bất phương trình có nghiệm thì a gần nhất với số nào sau đây

A. 2,2. B. 2,6. C. 1,6. D. 2,5.

Câu 60. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(1 - f(x)) = 2$?



- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 61. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính $m_1 \cdot m_2$.

- A. 6. B. -15. C. 12. D. -20.

Câu 62. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của tập S :

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 63. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (1-m)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. 6. B. 5. C. Vô số. D. 7.

Câu 64. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

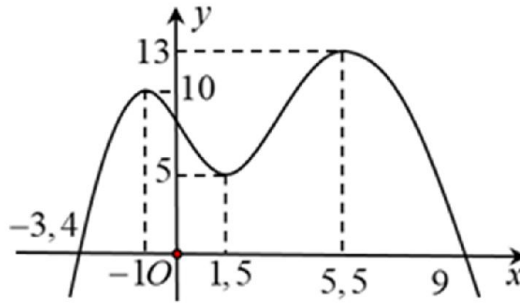
A. $m \leq -\frac{1}{4}$.

B. $m < 0$.

C. $m > 0$.

D. $-\frac{1}{4} \leq m < 0$.

- Câu 65. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ và $f'(x) < 0 \forall x \in (-\infty; 3,4) \cup (9; +\infty)$



Đặt $g(x) = f(x) - mx + 5$ với $m \in \mathbb{N}$. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y = g(x)$ có đúng 2 điểm cực trị?

A. 8.

B. 11.

C. 9.

D. 10.

- Câu 66. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - 2mx^2 + (m-5)x + 2021$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

- Câu 67. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+

Hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-1; 3)$.

- Câu 68. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Gọi S là tập hợp các số nguyên m để phương trình $x^3 - (2m+1)x^2 + 2(3m-2)x - 8 = 0$ có ba nghiệm lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0.

B. -2.

C. 3.

D. -1.

- Câu 69. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$.

A. $\frac{1}{2} < m < 2$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $m \leq 2$.

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

- Câu 70. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$			
$f(x)$	1		1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 71. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$?

A. Có vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 72. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$ (m là tham số). Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$.

B. $-1 < m < 7$.

C. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

D. $-1 \leq m \leq 7$.

Câu 73. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (2-m)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$.

B. $0 < m < 2$.

C. $m < 0$.

D. $m > 2$.

Câu 74. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2$ (m là tham số). Tìm m để hàm số có hai điểm cực trị.

A. $-1 \leq m \leq 2$.

B. $-1 < m < 2$.

C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$.

Câu 75. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$. Tìm m để

$$\max_{x \in [0;2]} f(x) + \min_{x \in [0;2]} f(x) = -5.$$

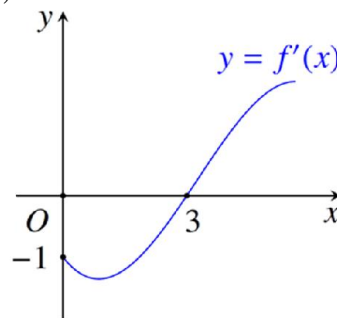
A. $m = -4$

B. $m = -8$

C. $m = 4$

D. $m = 8$

Câu 76. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $[0; +\infty)$. Biết $f(0) = 0$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Phát biểu nào sau đây đúng?

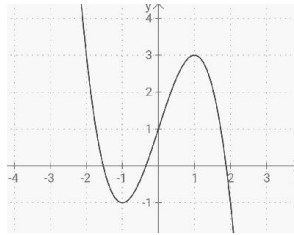
A. $f(3) < f''(3) < f'(3)$.

B. $f'(3) < f(3) < f''(3)$.

C. $f(3) < f'(3) < f''(3)$.

D. $f''(3) < f(3) < f'(3)$.

Câu 77. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ là:

- A. 1. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 78. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2021]$ để đường thẳng $y = 3mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ tại ba điểm phân biệt là

- A. 1. B. 2021. C. 670. D. 2020.

Câu 79. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + (m^2 - 5)x^2 + 2021$ có ba điểm cực trị là.

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 7.

Câu 80. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2$. Tổng bình phương các giá trị m để hàm số có ba cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số có bán kính bằng 4, gần với số nguyên nào nhất trong các số nguyên sau?

- A. 8. B. 9. C. 16. D. 7.

Câu 81. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Tập hợp các giá trị m để phương trình $\sqrt{2x^2 + mx + 5} - x = 3$ có đúng một nghiệm có dạng $\left(\frac{a}{b}; +\infty\right)$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản;

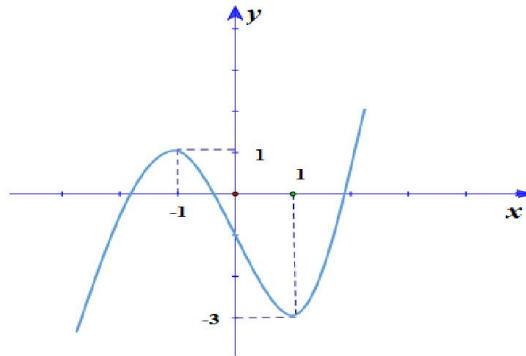
$a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$). Giá trị $a^2 - 25b^2$ bằng

- A. 11. B. 304. C. 74. D. 214.

Câu 82. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m - 6)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 83. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x + 2|)$.

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 5.

Câu 84. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^3 + 3x^2 + m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$. C. $-5 \leq m < -1$. D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$

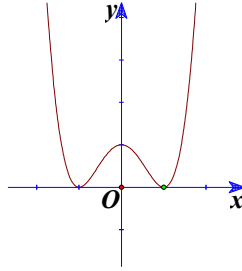
Câu 85. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D = (2; +\infty)$ là

- A. $-2 \leq m \leq -1$. B. $m \leq -1$. C. $m < -1$. D. $m \leq 0$.

Câu 86. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Hàm số $y = \frac{x-m^2}{x-4}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$ khi

- A. $-2 \leq m \leq 2$. B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 87. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho đồ thị của hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$. B. $a > 0; b > 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$.
C. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac > 0$. D. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac < 0$.

Câu 88. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Số các giá trị nguyên của m trên khoảng $(-2021; 2021)$ sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3mx + m$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

- A. 2019. B. 2022. C. 2021. D. 2020.

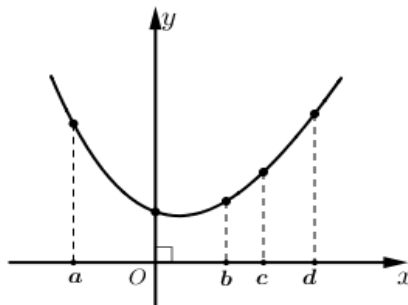
Câu 89. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

$$f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2020 \text{ với } g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số $y = f(1-x) + 2020x + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(4; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(0; 3)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 90. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho $f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S = \{f'(a), f'(b), f'(c), f'(d), f'(0)\}$. Phần tử lớn nhất trong tập hợp S là:



- A. $f'(a)$. B. $f'(b)$. C. $f'(0)$. D. $f'(d)$.

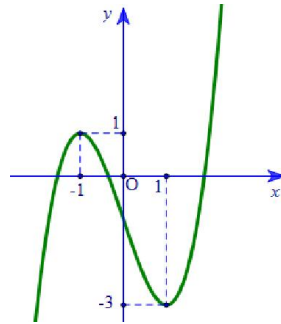
Câu 91. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-4}{x^2 - m^2x}$ có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 92. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Biết đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; 3)$, $B(3; -1)$. Tính giá trị $f(2)$.

- A. $f(2) = -1$. B. $f(2) = 1$. C. $f(2) = 2$. D. $f(2) = 0$.

Câu 93. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x) - 1| = 3$ bằng

- A. 5. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 94. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để qua

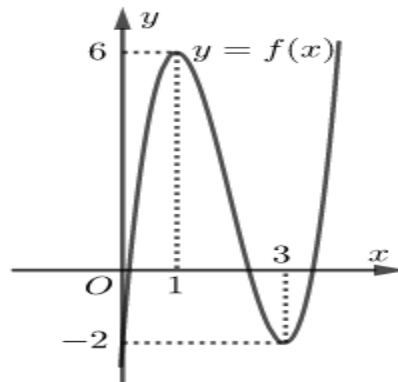
$A(0; m)$ kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$

- A. 11. B. 9. C. 10. D. 12.

Câu 95. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+2}$. Gọi S là tập hợp tất các giá trị của m để $\max_{[-1; 2]} |f(x)| = 10$. Tổng các phần tử của tập S là

- A. 6. B. -2. C. 20. D. 2.

Câu 96. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị.



- A. 7. B. 6. C. 8. D. 5.

Câu 97. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f(x)$	1	10	-8	6

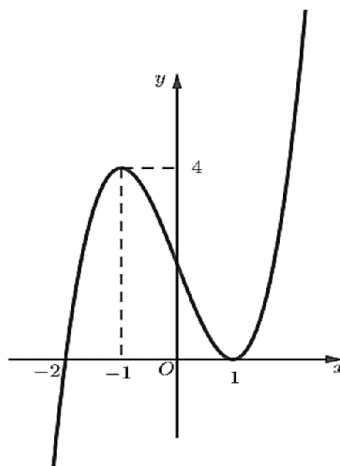
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x) - 2| = m$ có đúng 5 nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 98. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 1} - mx$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị của các phần tử thuộc S bằng

- A. 15. B. 12. C. 14. D. 9.

Câu 99. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Hàm số $y = |f(x) - 3|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 4. B. 3. C. 7. D. 5.

Câu 100. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-5}{x+2m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ là

- A. $\left[-\frac{5}{2}; -1\right]$. B. $\left[-\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\frac{5}{2}; -2\right]$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.A	5.B	6.B	7.C	8.C	9.C	10.A
11.C	12.C	13.A	14.C	15.B	16.D	17.D	18.D	19.C	20.C
21.D	22.B	23.D	24.C	25.A	26.D	27.C	28.A	29.D	30.A
31.C	32.D	33.B	34.A	35.B	36.D	37.C	38.A	39.A	40.B
41.D	42.A	43.A	44.A	45.B	46.A	47.A	48.A	49.D	50.B.C
51.D	52.D	53.C	54.C	55.D	56.A	57.B	58.C	59.B	60.A
61.B	62.C	63.A	64.A	65.C	66.D	67.C	68.C	69.D	70.C
71.D	72.A	73.B	74.D	75.D	76.C	77.D	78.B	79.A	80.A
81.B	82.C	83.B	84.D	85.B	86.A	87.A	88.D	89.A	90.D
91.A	92.B	93.D	94.C	95.D	96.D	97.A	98.C	99.D	100.A

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) (m là tham số thực). Tổng bình phương các giá trị của m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho $OA \perp OB$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

♦ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là

$$\frac{x^2+mx-1}{x-1}=m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2+mx-1=mx-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ g(x)=x^2+m-1=0 \end{cases}.$$

♦ Đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ g(1) = m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \setminus \{0\}$.

♦ Gọi $A(x_1; m), B(x_2; m)$. Khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } OA \perp OB \Leftrightarrow x_1 x_2 + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Vậy tổng bình phương các giá trị của m để đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm

A, B sao cho $OA \perp OB$ bằng $\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 3$.

Câu 2. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x^2 + x - m)^2$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** $-\frac{23}{4}$. **C.** $\frac{41}{4}$. **D.** $\frac{23}{2}$.

Lời giải

Chọn A

♦ Đặt $f(x) = x^2 + x - m$. Ta có: $f'(x) = 2x + 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

x	-2	$-\frac{1}{2}$	2
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-m+2$	$-m-\frac{1}{4}$	$-m+6$

♦ Trường hợp 1: $-m - \frac{1}{4} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$

$$\text{Ta có: } \min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -m - \frac{1}{4} \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = \left(-m - \frac{1}{4}\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{4}(n) \\ m = \frac{7}{4}(l) \end{cases}$$

♦ Trường hợp 2: $-m + 6 < 0 \Leftrightarrow m > 6$

$$\text{Ta có } \min_{x \in [-2; 2]} f(x) = -m + 6 \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = (-m + 6)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4(l) \\ m = 8(n) \end{cases}$$

♦ Trường hợp 3: $-m - \frac{1}{4} \leq 0 \leq -m + 6 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq m \leq 6$

Ta có $\min_{x \in [-2; 2]} f(x) = 0 \Rightarrow \min_{x \in [-2; 2]} y = 0$. Suy ra $-\frac{1}{4} \leq m \leq 6$ không thỏa yêu cầu bài toán.

$$\text{Vậy } m \in \left\{-\frac{9}{4}; 8\right\} \Rightarrow S = \frac{23}{4}.$$

Câu 3. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C) . Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x - 9y + 2021 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1, d_2

A. $\frac{32}{\sqrt{82}}$.

B. $\frac{16}{\sqrt{82}}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $8\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

♦ Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến d với đồ thị (C) .

Ta có $y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow$ hệ số góc tiếp tuyến tại điểm M là $y'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0$.

Mà tiếp tuyến d vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = \frac{1}{9}x + \frac{2021}{9}$ nên $y'(x_0) = -\frac{1}{k} = -9$.

$$\text{Khi đó } 3x_0^2 - 6x_0 - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{cases}.$$

♦ Như vậy

Phương trình tiếp tuyến d_1 tại điểm $M(3; 0)$ là $d_1: 9x + y - 27 = 0$.

Phương trình tiếp tuyến d_2 tại điểm $M(-1; 4)$ là $d_2: 9x + y + 5 = 0$.

$$\text{Mặt khác } d_1 // d_2 \text{ nên } d(d_1; d_2) = \frac{32}{\sqrt{82}}.$$

Câu 4. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Gọi S tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân. Tổng bình phương các phân tử của S bằng

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

***Nhận xét:** Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân $\Leftrightarrow 8a + b^3 = 0$

Đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân

$$\Leftrightarrow 8a + b^3 = 0 \Leftrightarrow 8 + (-2m^2)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$$

Tổng bình phương các phân tử của S bằng 2.

Câu 5. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Hàm số $y = f(1-2x) + 1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -2f'(1-2x)$.

$$\text{Hàm số đồng biến khi } y' > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 1-2x < 0 \\ 1 < 1-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \\ x < 0 \end{cases}$$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ và $(-\infty; 0)$.

Câu 6. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{3}{2}$.

C. $m = -2$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$

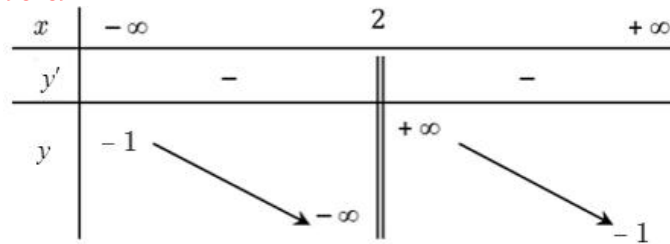
Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x + m, (a = 3, b = -6, c = m, \Delta = 36 - 12m).$$

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

$$\text{Theo đề bài } x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}. (\text{nhận})$$

Câu 7. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hỏi trong ba số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Cho $x = 0 \Rightarrow y = \frac{-1}{c} < 0 \Leftrightarrow c > 0$.

Đường tiệm cận đứng $x = \frac{-c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b \Rightarrow b < 0$ (do $c > 0$).

Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{b} = -1 \Leftrightarrow a = -b \Rightarrow a > 0$ (do $b < 0$).

Khi đó $\begin{cases} b < 0 \\ a > 0. \\ c > 0 \end{cases}$

Câu 8. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Biết $\min_{[-3;0]} \left(-\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m \right) = 2$, giá trị của m bằng

A. -2.

B. 23.

C. 2.

D. -19.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + m$ trên $[-3;0]$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[-3;0]$.

Ta có $f'(x) = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 < 0, \forall x \in [-3;0]$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

$\Rightarrow \min_{[-3;0]} f(x) = f(0) = m \Rightarrow m = 2$.

Câu 9. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$y = \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$?

A. 0.

B. 3.

C. vô số.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

+ Đặt $t = \sqrt{1-x}$ ta có: $t' = \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}$ là hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$

+ Yêu cầu bài toán trở thành: tìm các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{t+1}{t+m}$ nghịch biến

trên khoảng $(1;2) \Leftrightarrow \begin{cases} f'(t) < 0 \\ -m \notin (1;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ -m \leq 1 \\ -m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ -1 \leq m < 1 \end{cases}$. Vậy có vô số giá trị nguyên của

tham số m .

Câu 10. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					
	$-\infty$	4	-3	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(3x)$ là

A. $x = \frac{2}{3}$.

B. $x = 2$.

C. $y = -3$.

D. $x = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3f'(3x)$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3f'(3x) = 0 \Leftrightarrow f'(3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -1 \\ 3x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

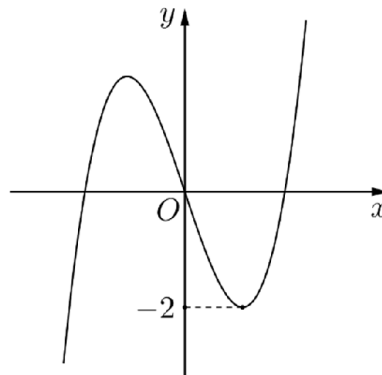
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$	
$f'(3x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(3x)$	$-\infty$	CD	CT	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(3x)$ là $x = \frac{2}{3}$.

Câu 11. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.

Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 0.

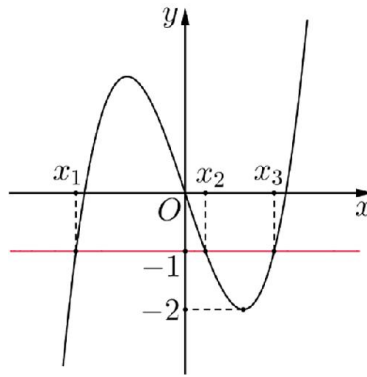
B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ suy ra $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$ với $x_1 < 0 < x_2 < x_3$

Ta có: $f(x^2) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x^2) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x_1 & (1) \\ x^2 = x_2 & (2) \\ x^2 = x_3 & (3) \end{cases}$

Vì $x_1 < 0 < x_2 < x_3$ nên phương trình (1) vô nghiệm; mỗi phương trình (2) và (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có 4 nghiệm.

Câu 12. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Gọi S là tập hợp giá trị nguyên không âm của m để hàm số $y = \frac{\ln x - 10}{\ln x - m}$ đồng biến trên $(1; e^3)$. Số phần tử của S bằng

- A. 7. B. 6. C. 8. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Ta xét trường hợp $m = 10$, khi đó $y = 1$ là hàm hằng nên không thỏa mãn đề bài.

Với $m \neq 10$, đặt $t = \ln x$, hàm số đã cho trở thành $y = g(t) = \frac{t-10}{t-m}$ (1), là hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Nhận thấy $t = \ln x$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$, nên với $x \in (1; e^3)$, suy ra $t \in (0; 3)$.

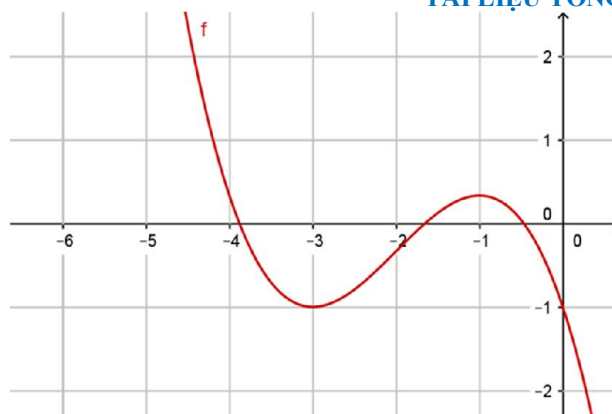
Do đó, yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số (1) đồng biến trên $(0; 3)$.

$$\Leftrightarrow g'(t) = \frac{10-m}{(t-m)^2} > 0, \forall t \in (0; 3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10-m > 0 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq m < 10 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

Suy ra tập $S = \{0; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Vậy S có 8 phần tử.

Câu 13. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

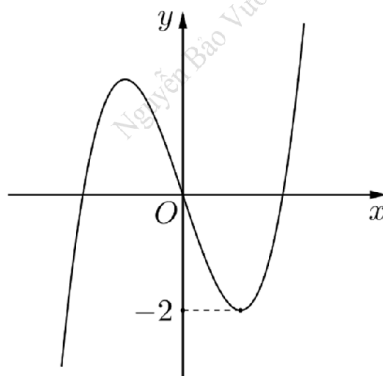
Dựa vào giá trị của đồ thị với trục tung ta có $d < 0$, dựa vào dáng của đồ thị suy ra $a < 0$.

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$ dựa vào đồ thị ta có phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt âm suy ra

$$\begin{cases} \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0 \end{cases}$$

Câu 14. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.

Phương trình $f(x^2) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 0.

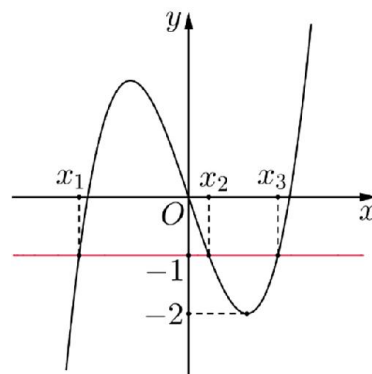
B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ suy ra $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$ với $x_1 < 0 < x_2 < x_3$

$$\text{Ta có: } f(x^2)+1=0 \Leftrightarrow f(x^2)=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=x_1 & (1) \\ x^2=x_2 & (2) \\ x^2=x_3 & (3) \end{cases}$$

Vì $x_1 < 0 < x_2 < x_3$ nên phương trình (1) vô nghiệm; mỗi phương trình (2) và (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x^2)+1=0$ có 4 nghiệm.

Câu 15. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x)=3x+m\sqrt{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5.

B. 7.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

♦ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

♦ Ta có: $f'(x) = 3 + \frac{mx}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{3\sqrt{x^2+1} + mx}{\sqrt{x^2+1}}$.

♦ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+1} + mx \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

♦ Ta có: $3\sqrt{x^2+1} + mx \geq 0 \Leftrightarrow mx \geq -3\sqrt{x^2+1}$.

♦ Nếu $x > 0$ thì $m \geq \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}$.

Xét $g(x) = \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}$ có $g'(x) = \frac{3}{x^2\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x > 0$ suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$;

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x} = -3; \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x} = -\infty.$$

Suy ra $m \geq \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}, \forall x > 0 \Leftrightarrow m \geq -3$ (1).

♦ Nếu $x < 0$ thì $m \leq \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}$.

Xét $g(x) = \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}$ có $g'(x) = \frac{3}{x^2\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x < 0$ suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$;

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x} = 3; \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x} = +\infty.$$

Suy ra $m \leq \frac{-3\sqrt{x^2+1}}{x}, \forall x < 0 \Leftrightarrow m \leq 3$ (2).

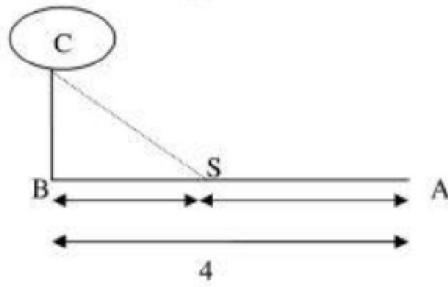
♦ Nếu $x = 0$ thì $0.m \geq -3$ luôn đúng với mọi m (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi $m \in [-3; 3]$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. Vậy có 7 giá trị nguyên của m .

Câu 16. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4 km. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới mặt

đất mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất?



A. $\frac{10}{4}$ km.

B. $\frac{15}{4}$ km.

C. $\frac{19}{4}$ km.

D. $\frac{13}{4}$ km.

Lời giải

Chọn D

Đặt $SA = x$ km ($0 \leq x \leq 4$)

Chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là

$$T = SA \cdot 3000 + SC \cdot 5000 = 1000 \left[3x + 5\sqrt{(4-x)^2 + 1^2} \right] = 1000 \left[3x + 5\sqrt{x^2 - 8x + 17} \right]$$

$$T' = 1000 \left[3 + \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2 - 8x + 17}} \right]$$

$$T' = 0 \Leftrightarrow \frac{5(2x-8)}{2\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 8x + 17} = -5(x-4)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ 9[(x-4)^2 + 1] = 25(x-4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ (x-4)^2 = \frac{9}{16} \Leftrightarrow x = \frac{13}{4} \end{cases}$$

$$\text{Mà } T(0) = 5000\sqrt{17}; T(4) = 17000; T\left(\frac{13}{4}\right) = 16000$$

Vậy chi phí mắc dây điện từ A qua S rồi đến C ít tốn kém nhất khi $SA = \frac{13}{4}$ km.

Câu 17. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho bất phương trình $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2-x) \leq 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn -2021 để bất phương trình đã cho có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$?

A. 2021.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2022.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } \sqrt{x^2 - 2x + 2} = t \ (t \in [1; 2]) \Rightarrow x(2-x) = 2-t^2$$

$$\text{Bất phương trình trở thành: } m(t+1) + 2 - t^2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 - 2}{t+1}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2 - 2}{t+1} \text{ trên } [1; 2]$$

$$f'(t) = \frac{2t^2 + 2t + 2}{(t+1)^2} > 0, \forall t \in [1; 2]$$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[1; 2]$

$$\Rightarrow \max_{t \in [1; 2]} g(t) = g(2) = \frac{2}{3}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow m \leq \max_{t \in [1; 2]} g(t) \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}$$

Do m nguyên không nhỏ hơn -2021 nên $m \in \{-2021; -2020; \dots; 0\}$.

Vậy có 2022 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^4 - m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m).$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}.$$

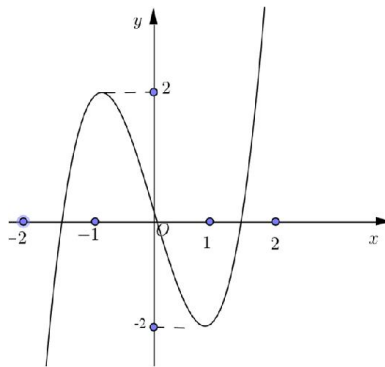
Để đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì $m > 0$.

Khi đó tọa độ các điểm cực trị là $A(0; 2m^4 - m)$, $B(\sqrt{m}; 2m^4 - m^2 - m)$, $C(-\sqrt{m}; 2m^4 - m^2 - m)$.

$$\text{Ta có } A \in Oy. \text{ Để } B, C \in Ox \text{ thì } 2m^4 - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 2m^3 - m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}.$$

Do $m > 0$ nên ta được $m = 1$.

Câu 19. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hình vẽ



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 5. B. 7. C. 9. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x_1 \in (-2; -1) \\ f(x) = x_2 \in (-1; 1) \\ f(x) = x_3 \in (1; 2) \end{cases}$$

Mà phương trình $f(x) = m, m \in (-2; 2)$ luôn có 3 nghiệm phân biệt nên phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt

Câu 20. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)-1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $f^2(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = 1 \end{cases}$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Vậy phương trình $f(x) = 1$ có một nghiệm $x = a$ với $a > -\frac{1}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = -1 \end{cases}$.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$\frac{3}{2}$

Vậy phương trình $f(x) = -1$ có một nghiệm $x = b$ với $b < -\frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x)-1}$ có đường hai đường tiệm cận đứng.

Câu 21. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(2;4)$. B. $(4;+\infty)$. C. $(1;2)$. D. $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

$$y' = -2f'(3-2x).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x = -3 \\ 3-2x = -1 \\ 3-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y						

Vậy hàm số $y = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 22. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m^2-4m+3)x - 1$ có hai điểm cực trị.

- A. $-5 < m < -1$. B. $1 < m < 5$. C. $-5 < m < 1$. D. $-1 < m < 5$.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có: $y' = 2x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 4m + 3$.

♦ Hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m^2-4m+3)x - 1$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình

$$2x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 4m + 3 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - 2(m^2 - 4m + 3) > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 6m - 5 > 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5.$$

Câu 23. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4)$.

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định trên $(-\infty; -4)$ khi $m \geq -4$ (1)

$$y' = \frac{-2m-4}{(x-m)^2}, \forall x \neq m.$$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$ khi $y' > 0, \forall x \in (-\infty; -4) \Leftrightarrow -2m-4 > 0 \Leftrightarrow m < -2$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $-4 \leq m < -2$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3\}$.

Câu 24. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y = 3$. Khi đó đồ thị hàm số $y = -3f(x) + 11$ có một tiệm cận ngang là:

A. $y = -4$.

B. $y = 3$.

C. $y = 2$.

D. $y = 1$

Lời giải

Chọn C

Theo đề ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 3$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (-3f(x) + 11) = -3.3 + 11 = 2.$$

Vậy đồ thị hàm số $y = -3f(x) + 11$ có một tiệm cận ngang là: $y = 2$.

Câu 25. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Gọi m_0 là số thực sao cho phương trình $|x^3 - 12x| = m_0$ có ba nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 4\sqrt{3}$. Biết rằng m_0 có dạng $a\sqrt{3} + b$ với $a; b$ là các số hữu tỷ. Tính $4a^2 + 8b$:

A. 106.

B. 115.

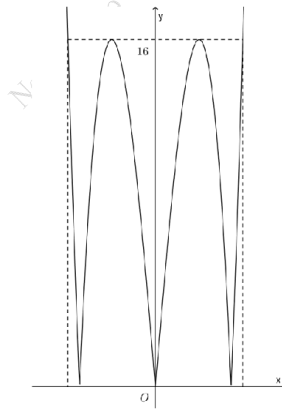
C. 113.

D. 101.

Lời giải

Chọn A

Vẽ đồ thị hàm số $y = |x^3 - 12x|$



Do đó với mọi $m \in (0; 16)$ thì phương trình đã cho luôn có ba nghiệm dương phân biệt $x_1; x_2; x_3$

$$(x_1 < x_2 < x_3) \text{ thỏa mãn: } \begin{cases} -x_1^3 + 12x_1 = m_0 \\ -x_2^3 + 12x_2 = m_0 \\ x_3^3 - 12x_3 = m_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-x_1)^3 - 12(-x_1) - m_0 = 0 \\ (-x_2)^3 - 12(-x_2) - m_0 = 0 \\ x_3^3 - 12x_3 - m_0 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow -x_1; -x_2; x_3$ là ba nghiệm của phương trình $x^3 - 12x - m_0 = 0$

$$\Rightarrow -x_1 - x_2 + x_3 = 0 \Rightarrow x_3 = x_1 + x_2$$

$$\text{Mà } x_1 + x_2 + x_3 = 1 + 4\sqrt{3} \Rightarrow x_3 = \frac{1 + 4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow m_0 = \left(\frac{1 + 4\sqrt{3}}{2}\right)^3 - 12\left(\frac{1 + 4\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{97}{8}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}; b = \frac{97}{8} \Rightarrow 4a^2 + 8b = 106.$$

Câu 26. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = \frac{mx+9}{x+m} \text{ luôn nghịch biến trên khoảng } (-\infty; 1).$$

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

♦ Để hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $y' < 0 \forall x \in (-\infty; 1)$.

$$y' = \frac{m^2 - 9}{(x+m)^2}$$

$$\text{Để hàm số luôn nghịch biến trên khoảng } (-\infty; 1) \text{ thì } \begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq -1.$$

Vậy có 2 giá trị m nguyên thỏa ycbt

Câu 27. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^4 - 8x^2 + m|$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 18. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -2.

B. 9.

C. 7.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = |x^4 - 8x^2 + m| = |(x^2 - 4)^2 - 16 + m|$.

Đặt $t = (x^2 - 4)^2$, vì $x \in [-1; 3]$ suy ra $t \in [0; 25]$.

Khi đó $y = f(t) = |t - 16 + m|$.

Ta có $\max_{x \in [-1; 3]} f(x) = \max_{t \in [0; 25]} f(t) = \max \{|m - 16|; |m + 9|\}$.

Trường hợp 1 : $\begin{cases} |m - 16| > |m + 9| \\ |m - 16| = 18 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$

Trường hợp 2 : $\begin{cases} |m - 16| < |m + 9| \\ |m + 9| = 18 \end{cases} \Leftrightarrow m = 9.$

Trường hợp 3 : $\begin{cases} |m - 16| = |m + 9| \\ |m + 9| = 18 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$

Vậy $S = \{-2, 9\} \Rightarrow \sum S = 7$

Câu 28. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho hàm số $y = -2x + 2 + a\sqrt{x^2 - 4x + 5}$ có cực đại

A. 18.

B. 17.

C. 36.

D. 35.

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có: hàm số trên xác định trên R

$$y' = -2 + a \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}; y'' = \frac{a}{\sqrt{(x^2 - 4x + 5)^3}}$$

Trường hợp 1: $a = 0$ thì $y' = -2 < 0$ nên hàm số trên không có cực trị

Trường hợp 2: $a \neq 0$, vì dấu của y'' chỉ phụ thuộc vào a nên hàm số có cực đại thì trước hết $y'' < 0 \Leftrightarrow a < 0$. Khi đó hàm số có cực đại $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có nghiệm

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)^2 + 1} = a(x-2) \quad (1)$

Đặt $t = x - 2$ thì phương trình (1) trở thành

$$at = 2\sqrt{t^2 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ (a^2 - 4)t^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ t^2 = \frac{4}{a^2 - 4} \end{cases}$$

$$\text{Để (1) có nghiệm thì } a^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 2 \\ a < -2 \end{cases}$$

Mà do $y'' < 0 \Leftrightarrow a < 0$ nên ta thu được $a < -2$

Với số nguyên a thuộc đoạn $[-20; 20]$ thì $a \in [-20; -3]$.

Câu 29. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow y' = x^2 - 2mx + m + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 2$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m .

Câu 30. (Chuyên KHTN - 2021) Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

A. $\{1\}$.

B. $\{-1; -3\}$.

C. $\{3\}$.

D. $\{1; 3\}$.

Lời giải

Chọn A

Xét $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 3x^2 - 4mx + m^2$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên $y'(1) = 0$

$$\text{Suy ra } 3 - 4m + m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Thử lại

Với $m = 1$ ta có $y = x^3 - 2x^2 + x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y'' = 6x - 4$.

Suy ra $y'(1) = 0, y''(1) = 2 > 0$. Do đó hàm số đó đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Với $m = 3$ ta có $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow y'' = 6x - 12$.

Suy ra $y'(1) = 0, y''(1) = -6 < 0$. Do đó hàm số đó **không** đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Vậy với $m = 1$ thì hàm số đó đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 31. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - m^2x + 8$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 2mx - m^2, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = -\frac{m}{3} \end{cases}.$$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Trường hợp 1: $m > 0 \Rightarrow y_{ct} = y(m) = -m^3 + 8 > 0 \Leftrightarrow m < 2$. Vậy $0 < m < 2 \Rightarrow$ có 1 giá trị nguyên $m = 1$.

Trường hợp 2: $m < 0 \Rightarrow y_{ct} = y\left(-\frac{m}{3}\right) = \frac{5}{27}m^3 + 8 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{6}{\sqrt[3]{5}}$. Vậy $-\frac{6}{\sqrt[3]{5}} < m < 0 \Rightarrow$ có 3

giá trị nguyên của m là $\{-3; -2; -1\}$.

Vậy tổng số có 4 giá trị nguyên của m .

Câu 32. (Chuyên KHTN - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

A. $1 < m < \frac{3}{2}$.

B. $4 < m < 5$.

C. $3 < m < 4$.

D. $2 < m < \frac{5}{2}$.

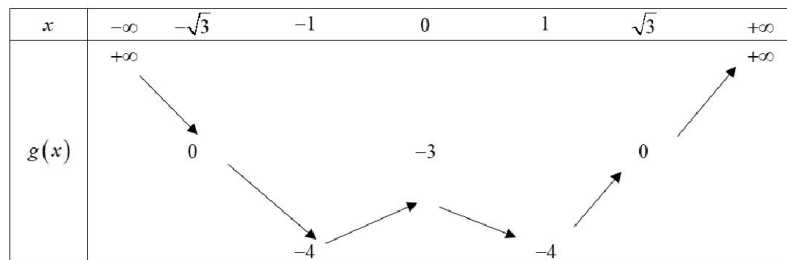
Lời giải

Chọn D

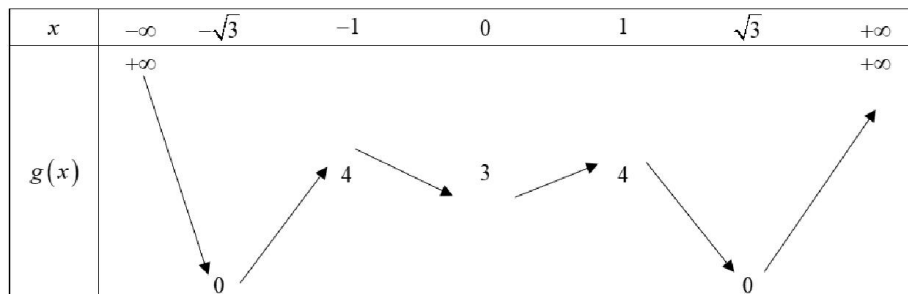
Xét $g(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ có tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$g'(x) = 4x^3 - 4x$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$



Đồ thị hàm số $f(x) = |x^4 - 2x^2 - 3|$ là:



Để phương trình $|x^4 - 2x^2 - 3| = 2m - 1$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt.

$\Leftrightarrow 3 < 2m - 1 < 4$

$\Leftrightarrow 4 < 2m < 5$

$\Leftrightarrow 2 < m < \frac{5}{2}$

Câu 33. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $y = mx^3 + mx^2 - (m+1)x + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\frac{-3}{4} < m < 0$.

B. $\frac{-3}{4} \leq m \leq 0$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \leq \frac{-3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3mx^2 + 2mx - m - 1$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3mx^2 + 2mx - m - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (1).$

TH1: $m = 0 \Rightarrow y' = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Với $m = 0$, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

TH2: $m \neq 0$.

$$\text{BPT (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 - 3m(-m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4m^2 + 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -\frac{3}{4} \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq m < 0.$$

Vậy $-\frac{3}{4} \leq m \leq 0$.

Câu 34. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

♦ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có: $y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$.

$$\text{Hàm số nghịch biến trên khoảng } (-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -m \geq 1 \\ -m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m \leq -1 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{-1;1\}$.

Câu 35. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{8}{3}x^3 + 2\ln x - mx$ đồng biến trên $(0;1)$?

A. 5.

B. 6.

C. 10.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

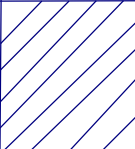
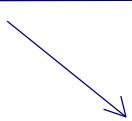
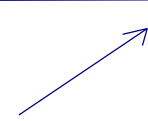
TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 8x^2 + \frac{2}{x} - m$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in (0;1)$

$$\Leftrightarrow 8x^2 + \frac{2}{x} - m \geq 0 \quad \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow h(x) = 8x^2 + \frac{2}{x} \geq m \quad \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow m \leq \min_{(0;1)} h(x).$$

Xét hàm $h(x) = 8x^2 + \frac{2}{x} \quad \forall x \in (0;1)$. Ta có $h'(x) = 16x - \frac{2}{x^2} \Rightarrow h'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	1
h'(x)	-	0	+
h(x)			

Từ BBT $\Rightarrow m \leq 6$, kết hợp với m nguyên dương ta được $m \in \{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 36. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ (m là tham số). Để

$\min_{x \in [-1;1]} f(x) = \frac{1}{3}$ thì $m = \frac{a}{b}$, ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b > 0$). Tổng $a+b$ bằng

A. -10.

B. 10.

C. 4.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có $f'(x) = \frac{4+m}{(x+2)^2}$.

♦ Trường hợp 1: Với $m < -4$ thì $f'(x) < 0$

Khi đó $\min_{x \in [-1;1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(1) = \frac{2-m}{3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = 1$ (loại).

♦ Trường hợp 2: Với $m = -4$. Khi đó $f(x) = 2$ là hàm không đổi (không thỏa đề bài).

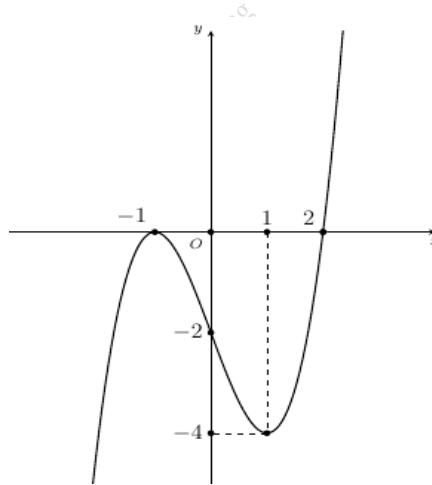
♦ Trường hợp 3: Với $m > -4$ thì $f'(x) > 0$.

Khi đó $\min_{x \in [-1;1]} f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow f(-1) = -2 - m = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{7}{3}$

♦ Theo đề bài suy ra $a = -7, b = 3$.

♦ Vậy $a+b = -4$.

Câu 37. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $g(x) = f(x^2 - 2) \Rightarrow g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{cases}$$

♦ Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có $f'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

♦ Mặt khác, $f'(x^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 > 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

$f'(x^2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 < 2 \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$

♦ Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f'(x^2 - 2)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $g'(x) > 0 \forall x \in (-1; 0)$. Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

♦ Vậy C là mệnh đề sai.

Câu 38. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2021; 2021)$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 2019$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

A. 2022.

B. 2021.

C. 2020.

D. 4041.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1) = 0$.

$\Delta' = 9(2m+1)^2 - 36m(m+1) = 9 \Rightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases}$

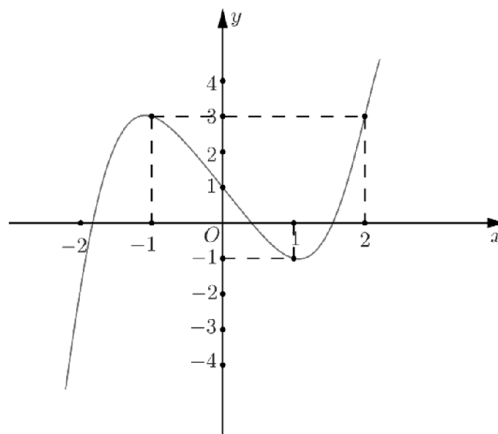
Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	m		$m+1$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty) \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow m+1 \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 1$.

$m \in (-2021; 2021) \Rightarrow m \in \{-2020; -2019; \dots; 0; 1\} \Rightarrow$ có 2022 giá trị m thỏa mãn ycbt.

Câu 39. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng 2021.



Lời giải

Chọn A

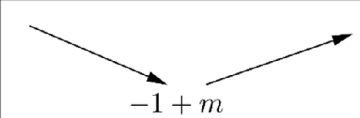
Đặt $u = 2x^3 + x - 1 \Rightarrow u' = 6x^2 + 1 > 0$ với $\forall x$

$$\Rightarrow x \in [0; 1] \Leftrightarrow u \in [-1; 2]$$

Xét $g(x) = f(u) + m$ với $u \in [-1; 2] \Rightarrow g'(x) = u' \cdot f'(u)$

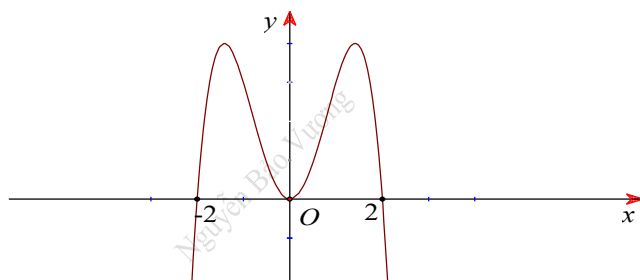
$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow u' \cdot f'(u) = 0 \Leftrightarrow f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = 1$$

BBT:

u	-1	1	2
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$			

$$\Rightarrow -1 + m = 2021 \Leftrightarrow m = 2022.$$

Câu 40. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(x^2 + 1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

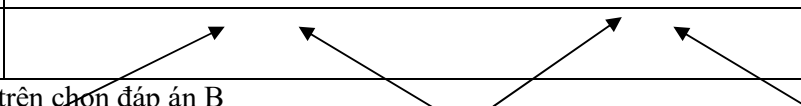
Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta suy ra:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \text{ hoặc } x = 0 \text{ hoặc } x = 2$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < -2 \text{ hoặc } x > 2$$

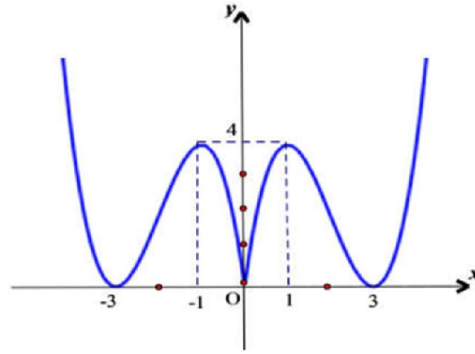
$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0 \text{ hoặc } 0 < x < 2.$$

$$g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = -2 \\ x^2 + 1 = 0 \\ x^2 + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	-
$g(x)$					

Từ BBT trên chọn đáp án B

Câu 41. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $f(x) + \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \cdot \frac{1}{f(x)} = \sqrt{9-x^2} - \frac{1}{x-3}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 7.

B. 10.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $-3 \leq x < 3$.

Ta có: $f(x) + \sqrt{\frac{3+x}{3-x}} \cdot \frac{1}{f(x)} = \sqrt{9-x^2} - \frac{1}{x-3}$

$$\Leftrightarrow f(x) + \frac{\sqrt{9-x^2}}{3-x} \cdot \frac{1}{f(x)} = \sqrt{9-x^2} + \frac{\sqrt{9-x^2}}{3-x} \cdot \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$$

Câu 42. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Số tham số m nguyên nằm trong khoảng $(-2020; 2021)$ để hàm số $y = \frac{3x-m-5}{mx-2}$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

A. 4032.

B. 4034.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải

Chọn A

TH1: $m = 0$; hàm số trở thành $y = \frac{3x-5}{-2}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, nên loại $m = 0$;

TH2: $m \neq 0$; ĐKXD $x \neq \frac{2}{m}$; $y' = \frac{m^2 + 5m - 6}{(mx-2)^2}$

để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $\begin{cases} m^2 + 5m - 6 > 0 \\ \frac{2}{m} \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -6 \\ \frac{2}{m} \leq 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -6 \\ \frac{2-m}{m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -6) \cup (1; +\infty) \\ m \in (-\infty; 0) \cup [2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -6) \cup [2; +\infty).$$

Vì $m \in (-2020; 2021)$ nên $m \in \{-2019, -2018, \dots, -7\} \cup \{2, 3, \dots, 2020\}$. Có 4032 số m nguyên.

Câu 43. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + 3m - 2$ đồng biến trên khoảng $(2; 5)$.

A. $m \leq 5$.B. $m < 5$.C. $m < 1$.D. $m \leq 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m-1 \end{cases}$.

* Với $m-1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$ ta có $y' \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$. Vậy với $m \leq 1$ (thỏa mãn)

* Với $m > 1$. Ta có bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$	$-\sqrt{m-1}$	0	$\sqrt{m-1}$	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0

Để thỏa mãn ta có $\sqrt{m-1} \leq 2 \Leftrightarrow m \leq 5$. Khi đó ta có $1 < m \leq 5$

Vậy $m \leq 5$.

Câu 44. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x) = (m-2)x^3 + x^2 - (m+1)x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng ba điểm cực trị?

A. 37.

B. 35.

C. 36.

D. 34.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 3(m-2)x^2 + 2x - (m+1)$

• Với $m = 2$ ta có: $f'(x) = 2x - 3$

Dễ thấy hàm số đạt cực trị tại $x = \frac{3}{2}$. Khi đó hàm số đã cho có một điểm cực trị dương nên hàm số $y = f(|x|)$ có đúng ba điểm cực trị.

$\Rightarrow m = 2$ thỏa mãn.

• Với $m \neq 2$:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Hàm số $f(x) = (m-2)x^3 + x^2 - (m+1)x + 1$ có đúng một điểm cực trị dương $\Leftrightarrow f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 \leq 0 < x_2$

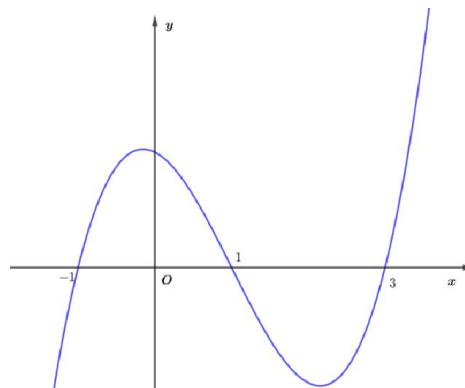
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ -\frac{2}{3(m-2)} > 0 \\ -(m+1)(m-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Kết hợp $m = 2$ ta được $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$

Do m nguyên nằm trong khoảng $(-20; 20)$ nên $m \in \{-19; -18; \dots; -1; 2; 3; \dots; 19\}$.

Vậy có 37 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x^2 + 1)$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn BTa có: $y' = 2x.f'(x^2 + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = 1 \\ x^2 + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

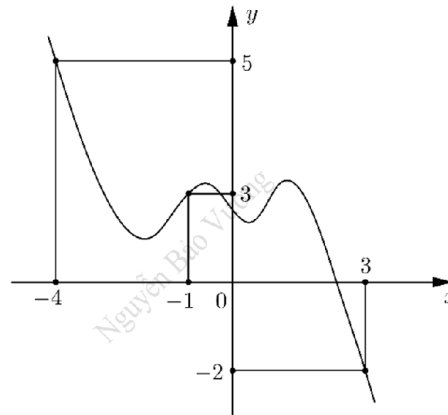
Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$			0			$\sqrt{2}$			$+\infty$
y'		-		0	+		0	-		0	+

Hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 khi đạo hàm của hàm số đó đổi dấu dương (+) sang âm (-) khi đi qua điểm x_0 .

Vậy hàm số $y = f(x^2 + 1)$ có 1 cực đại.

Câu 46. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $f(x)$, biết $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$ trên đoạn $[-4; 3]$ là m . Kết luận nào sau đây đúng?

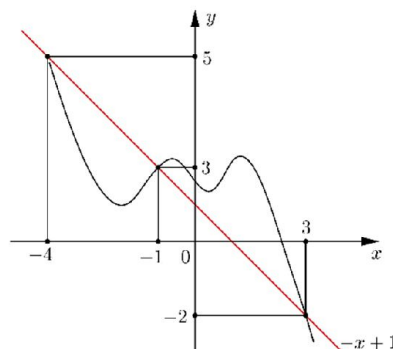
A. $m = g(-1)$.B. $m = g(-4)$.C. $m = g(3)$.D. $m = g(-3)$.

Lời giải

Chọn ATa có: $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$

$$\Rightarrow g'(x) = 2f'(x) + 2(x-1)$$

$$\text{Xét } g'(x) = 2f'(x) + 2(x-1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - (-x+1) = 0 \Leftrightarrow x = -4; x = -1; x = 3$$



⇒ Ta có BBT:

x	$-\infty$	-4	-1	3	$+\infty$		
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$							

⇒ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$ trên đoạn $[-4; 3]$ là: $g(-1)$

Câu 47. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2021; 2021]$ để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 24 \ln x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 2034.

B. 2032.

C. 2035.

D. 2033.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = x^3 - 3x^2 + mx + 24 \ln x \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + m + \frac{24}{x}$.

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m + \frac{24}{x} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty).$$

Xét $3x^2 - 6x + m + \frac{24}{x} \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 6x - \frac{24}{x} \Leftrightarrow m \geq \max_{(0; +\infty)} f(x)$ với

$$f(x) = -3x^2 + 6x - \frac{24}{x}.$$

Ta

có

$$f'(x) = -6x + 6 + \frac{24}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2 + x + 2) = 0.$$

Suy ra $x = 2$ hoặc $x^2 + x + 2 = 0$ (vô nghiệm).

Bảng biến thiên

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	-12	$-\infty$

Suy ra $m \geq -12$, so với điều kiện ta có $m \in [-12; 2021]$.

Vậy có 2034 số nguyên m thỏa đề.

Câu 48. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hàm số $y = (x+m)^3 - 3(x+m) + 1 + n$. Biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và giá

trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ bằng 4. Tính $m+n$

A. $m+n=0$.

B. $m+n=2$.

C. $m+n=-1$.

D. $m+n=1$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 3(x+m)^2 - 3 = 3(x+m+1)(x+m-1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - m = x_2 \\ x = -1 - m = x_1 \end{cases}$$

Đề hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ thì $x_1 \leq 0 < 2 \leq x_2$ hay

$$\begin{cases} 3 \cdot y'(0) \leq 0 \\ 3 \cdot y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) \leq 0 \\ y'(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 3 \leq 0 \\ 3(2+m)^2 - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \leq 0 \\ (2+m)^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -1 \leq 2+m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 1 \\ -3 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1 \quad (1)$$

$$\text{Với } m = -1 \text{ thì } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1] \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(0) = n+3, y(1) = n+1, y(-1) = n-1 \Rightarrow \max_{[-1; 1]} y = n+3 = 4 \Rightarrow n = 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) vào (2)} \Rightarrow m+n=0.$$

Câu 49. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là?

A. $-\frac{2}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1.

D. $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 6x - 3m \text{ và } y'' = 6x + 6,$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1, y(-1) = 1 + 4m \Rightarrow U(-1; 1 + 4m).$$

Từ giả thiết suy ra hàm số có hai điểm cực trị và điểm uốn nằm trên trục hoành, nên

$$1 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}.$$

Câu 50. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Biết đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{7x-8}{x^2+1}$ có hai điểm cực trị. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng qua hai điểm cực trị bằng

A. $\frac{16}{\sqrt{113}}$.

B. $\frac{8}{\sqrt{53}}$.

C. $\frac{16}{\sqrt{53}}$.

D. $\frac{8}{\sqrt{113}}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Gọi } A \text{ và } B \text{ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số } y = f(x) = \frac{7x-8}{x^2+1}.$$

$$y' = \frac{-7x^2 + 16x + 7}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{7} + \frac{\sqrt{113}}{7} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{113}}{2} - 4 \Rightarrow A\left(\frac{8}{7} + \frac{\sqrt{113}}{7}; \frac{\sqrt{113}}{2} - 4\right) \\ x = \frac{8}{7} - \frac{\sqrt{113}}{7} \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{113}}{2} - 4 \Rightarrow B\left(\frac{8}{7} - \frac{\sqrt{113}}{7}; -\frac{\sqrt{113}}{2} - 4\right) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \overline{AB} = \left(\frac{-2\sqrt{113}}{7}; -\sqrt{113} \right), \text{ suy ra một vectơ pháp tuyến của đường thẳng } AB \text{ là}$$

$$\vec{n} = (7; -2).$$

$$\text{Đường thẳng } AB \text{ có phương trình là } 7x - 2y - 16 = 0.$$

$$\text{Suy ra: } d(O, AB) = \frac{16}{\sqrt{53}}.$$

Câu 51. (Sở Yên Bái - 2021) Có một giá trị m_0 của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 3x + 2m - 3$, đạt giá trị lớn nhất bằng 10 trên đoạn $[-1; 3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m_0^2 - m_0^3 > 0$. B. $m_0 - m_0^2 = 0$. C. $2m_0 - 3 < 0$. **D. $m_0^2 - 3m_0 < 0$.**

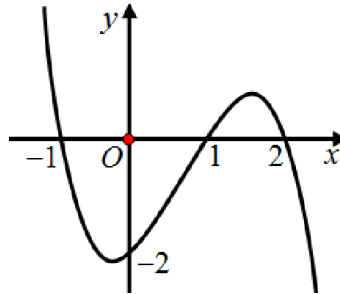
Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y' > 0; \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Rightarrow \max_{[-1;3]} y = y(3) = 2m + 6 = 10 \Leftrightarrow m = 2 \Rightarrow m_0 = 2 \Rightarrow m_0^2 - 3m_0 = -2 < 0$$

Câu 52. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(e^x - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(\ln 2; 4)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. **D. $(\ln 2; \ln 4)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y = f(e^x - 3) \Rightarrow y'_x = (e^x - 3)' \cdot f'(e^x - 3) = e^x \cdot f'(e^x - 3)$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số } y = f(e^x - 3) \text{ nghịch biến} \Leftrightarrow y'_x < 0 \Leftrightarrow f'(e^x - 3) < 0$$

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có:

$$f'(e^x - 3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < e^x - 3 < 1 \\ e^x - 3 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < e^x < 4 \\ e^x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln 2 < x < \ln 4 \\ x > \ln 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số } y = f(e^x - 3) \text{ nghịch biến trên khoảng } (\ln 2; \ln 4).$$

Câu 53. (Sở Tuyên Quang - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số

$$y = \frac{2x - m}{x - 1} \text{ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó?}$$

- A. 4040. B. 2019. **C. 2018.** D. 4036.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = \frac{-2 + m}{(x - 1)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi $-2 + m > 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Vậy có 2018 giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$.

Câu 54. (Sở Yên Bái - 2021) Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2}$

- A. 0. B. 3. **C. 1.** D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hay $x = 2$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = -\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{(x-1)(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{(x-2)(\sqrt{x+3}+2)} = -\frac{1}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{(x-1)(x-2)} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{(x-1)(x-2)} = -\infty \end{array} \right. \Rightarrow \text{đồ thị có tiệm cận đứng } x = 2$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 55. (Sở Yên Bái - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương không quá 2021 của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - (m+2)x^2 + (m+5)x - 4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành.

A. 2016.

B. 2021.

C. 2020

D. 2017.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+2)x + m+5$. Hàm số có hai cực trị khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 11 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành khi và chỉ khi

$x^3 - (m+2)x^2 + (m+5)x - 4 = 0$ (*) có 3 nghiệm phân biệt.

$$\text{Mặt khác (*)} \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - (m+1)x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ g(x) = x^2 - (m+1)x + 4 = 0 \end{cases}$$

Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt khi $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 15 > 0 \\ -m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \vee m > 3 \\ m \neq 4 \end{cases} \Rightarrow m \in \{5; \dots; 2020; 2021\}.$$

Do đó có 2017 giá trị m thỏa mãn.

Câu 56. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $y = |3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - m|$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị?

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = 3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x - m$.

$$f'(x) = 12x^3 - 24x^2 - 12x + 24$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		$13 - m$		$+\infty$
		$-19 - m$		$8 - m$	

Hàm số $f(x)$ có 3 cực trị.

Hàm số đã cho có 7 cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow 8 - m < 0 < 13 - m \Leftrightarrow 8 < m < 13.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 57. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = \frac{mx-1}{m-4x} \text{ nghịch biến trên khoảng } \left(-\infty; \frac{1}{4}\right).$$

A. $-2 \leq m \leq 2$.

B. $1 \leq m < 2$.

C. $-2 < m < 2$.

D. $m > 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = \frac{mx-1}{m-4x}$. TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{m}{4}\right\}$

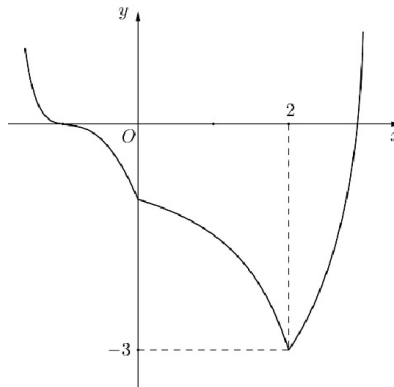
$$y' = \frac{m^2 - 4}{(m - 4x)^2}$$

Hàm số $y = \frac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \frac{m}{4} \geq \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Câu 58. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2f(x) + x^2 > 4x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1; 3)$.



A. $m < -3$.

B. $m < 5$.

C. $m < -10$.

D. $m < -2$.

Lời giải

Chọn C

$$2f(x) + x^2 > 4x + m \Leftrightarrow 2f(x) + \underbrace{(x^2 - 4x)}_{g(x)} > m, \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in (-1; 3) \quad (*)$$

Ta thấy $\min_{(-1;3)} f(x) = -3$ khi $x = 2$.

Hàm số $g(x) = x^2 - 4x$, dễ thấy $\min_{(-1;3)} g(x) = -4$ cũng tại $x = 2$.

Do đó $\min_{(-1;3)} [2f(x) + g(x)] = -10$ tại $x = 2$. Do vậy $(*)$ xảy ra khi $m < -10$.

Câu 59. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho bất phương trình $x^2 - 2x \leq |x - 2| + ax - 6$. Gọi a là giá trị dương nhỏ nhất để bất phương trình có nghiệm thì a gần nhất với số nào sau đây

A. 2, 2.

B. 2, 6.

C. 1, 6.

D. 2, 5.

Lời giải

Chọn B

Trường hợp 1 : $x \in [2; +\infty)$ khi đó bất phương trình đã cho trở thành

$$x^2 - (a+3)x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow a \geq x + \frac{8}{x} - 3 \geq 4\sqrt{2} - 3 \approx 2,65 \quad \forall x \in [2; +\infty) \quad \text{VTPT } \vec{n} = (2; -1; -2), \text{ dấu}$$

"=" xảy ra khi $x = 2\sqrt{2}$.

Trường hợp 2: $x \in (-\infty; 2)$ khi đó bất phương trình đã cho trở thành

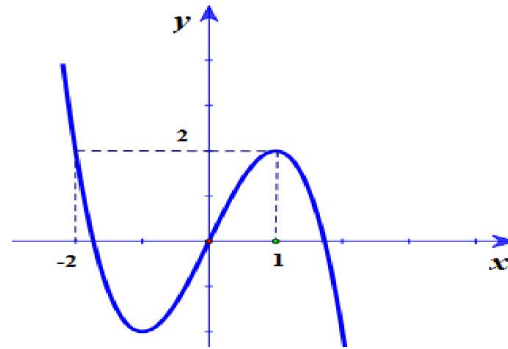
$$x^2 - (a+1)x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq x + \frac{4}{x} - 1 \text{ khi } x \in (0; 2) & (1) \\ a \leq x + \frac{4}{x} - 1 \text{ khi } x \in (-\infty; 0) & (2) \end{cases}$$

Giải (1) $x + \frac{4}{x} \geq 4 \Rightarrow x + \frac{4}{x} - 1 \geq 3 \Rightarrow a \geq 3$.

Giải (2) $a \leq x + \frac{4}{x} - 1 \Leftrightarrow a \leq -2\sqrt{x \cdot \frac{4}{x}} - 1 = -5$.

Vậy giá trị dương nhỏ nhất của a gần nhất với 2,6

Câu 60. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(1 - f(x)) = 2$?



A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $1 - f(x) = t$ khi đó ta có hàm số $f(t) = 2$ có 2 giao điểm $t = -2; t = 1$

Với $t = -2 \Leftrightarrow 1 - f(x) = -2 \Leftrightarrow f(x) = 3$ phương trình có 1 nghiệm

Với $t = 1 \Leftrightarrow 1 - f(x) = 1 \Leftrightarrow f(x) = 0$ phương trình có 3 nghiệm.

Vậy phương trình $f(1 - f(x)) = 2$ có 4 nghiệm.

Câu 61. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

A. 6.

B. -15.

C. 12.

D. -20.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$y' = 6x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = m - 1 \\ x = 1; y = m - 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

$-\infty$

$m-1$

$m-2$

$+\infty$

Vậy $B(0; m-1)$, $C(1; m-2)$.

$$\overrightarrow{BC} = (1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{2}.$$

(BC) đi qua $B(0; m-1)$ và nhận $\vec{n} = (1; 1)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình

$$1(x-0) + 1(y-m+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - m + 1 = 0.$$

$$d(O; BC) = \frac{|1-m|}{\sqrt{2}}.$$

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} d(O; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{|1-m|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 2 \Leftrightarrow |1-m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m=4 \\ 1-m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ m=5 \end{cases}.$$

Vậy $m_1, m_2 = -15$.

Câu 62. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. Tìm số phần tử của tập S :

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-m}{2} \right\}.$$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m^2-4}{(2x+m)^2}. \text{ Hàm số nghịch biến trên khoảng } (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0; 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ 0 \leq m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{0; 1\} \Rightarrow$ có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 63. (THPT Quê Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y = x^3 + x^2 + (1-m)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

A. 6.

B. 5.

C. Vô số.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 2x + 1 - m.$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (1; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 1 - m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 + 2x + 1 \geq m, \forall x \in (1; +\infty).$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 1$; $f'(x) = 6x + 2 > 0, \forall x \in (1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Bảng biến thiên của hàm số:

x	1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	6	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (1; +\infty)$ khi $\min f(x) \geq m \Rightarrow m \leq 6$. Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Câu 64. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m \leq -\frac{1}{4}$.

B. $m < 0$.

C. $m > 0$.

D. $-\frac{1}{4} \leq m < 0$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $D = \mathbb{R}, y' = mx^2 - 2(m+1)x + (m-2)$

TH1: $m = 0$; $y' = -2x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$, nên loại $m = 0$;

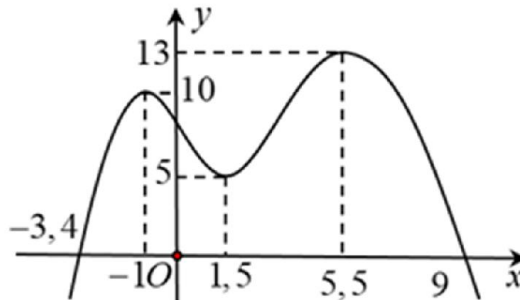
TH2: $m \neq 0$; $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ (m+1)^2 - m(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 4m+1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{4}$

để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $\begin{cases} m^2 + 5m - 6 > 0 \\ \frac{2}{m} \notin (1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -6 \\ \frac{2}{m} \leq 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \vee m < -6 \\ \frac{2-m}{m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -6) \cup (1; +\infty) \\ m \in (-\infty; 0) \cup [2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -6) \cup [2; +\infty)$.

Vì $m \in (-2020; 2021)$ nên $m \in \{-2019, -2018, \dots, -7\} \cup \{2, 3, \dots, 2020\}$. Có 4032 số m nguyên.

Câu 65. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ và $f'(x) < 0 \forall x \in (-\infty; 3,4) \cup (9; +\infty)$



Đặt $g(x) = f(x) - mx + 5$ với $m \in \mathbb{N}$. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y = g(x)$ có đúng 2 điểm cực trị?

A. 8.

B. 11.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

$g'(x) = f'(x) - m \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = m(1)$

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $d: y = m \left(d // Ox, d \cap Oy = (0; m) \right)$.

Để hàm số của đúng 2 điểm cực trị khi $\begin{cases} m \in \mathbb{N} \\ 10 \leq m < 13 \Leftrightarrow m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12\} \\ m \leq 5 \end{cases}$.

Vậy có 9 giá trị của m .

Câu 66. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - 2mx^2 + (m-5)x + 2021$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $D = \mathbb{R}$ và $y' = mx^2 - 4mx + m - 5$.

TH1: $m = 0 \Rightarrow y' = -5 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = 0$ nhận.

TH2: Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = 4m^2 - m(m-5) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 3m^2 + 5m \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -\frac{5}{3} \leq m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{3} \leq m < 0$. Do m nguyên nên $m = -1$.

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số thực của m thỏa là $m = 0, m = -1$.

Câu 67. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g(x) = f(3 - 2^x) \Rightarrow g'(x) = -2^x \cdot \ln 2 \cdot f'(3 - 2^x)$.

Hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến $\Leftrightarrow g'(x) = -2^x \cdot \ln 2 \cdot f'(3 - 2^x) \geq 0$

Suy ra $f'(3 - 2^x) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq 3 - 2^x \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2^x \leq 8 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$.

Vậy $x \in [0; 3] \supset (0; 2)$ thì hàm số $g(x) = f(3 - 2^x)$ đồng biến.

Câu 68. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Gọi S là tập hợp các số nguyên m để phương trình $x^3 - (2m+1)x^2 + 2(3m-2)x - 8 = 0$ có ba nghiệm lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. B. -2. C. 3. D. -1.

Lời giải

Chọn C

Giả sử x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của phương trình đã cho.

Ta có: $x^3 - (2m+1)x^2 + 2(3m-2)x - 8 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

Đồng nhất hệ số hai vế ta được: $x_1x_2x_3 = 8$.

Do x_1, x_2, x_3 lập thành cấp số nhân nên $x_2^2 = x_1x_3 \Leftrightarrow x_2^3 = x_1x_2x_3 \Leftrightarrow x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$.

Thay nghiệm $x_2 = 2$ vào phương trình ban đầu ta được:

$$2^3 - (2m+1)2^2 + 2(3m-2)2 - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \in \mathbb{Z}.$$

Thử lại: thay $m = 3$ vào phương trình ban đầu được $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy $S = \{3\}$ nên có tổng các phần tử bằng 3.

Câu 69. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - 4mx$ đồng biến trên đoạn $[1; 4]$.

- A. $\frac{1}{2} < m < 2$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m \leq 2$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - 4m$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - 4m \geq 0, \forall x \in [1; 4]$$

$$\Leftrightarrow 2m(x+2) \leq x^2 + 2x, \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow 2m(x+2) \leq x(x+2), \forall x \in [1; 4] \Leftrightarrow m \leq \frac{x}{2}, \forall x \in [1; 4]$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{[1; 4]} \left(\frac{x}{2} \right) = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } m \leq \frac{1}{2}.$$

Câu 70. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	$\parallel$	+	
$f(x)$			$+\infty$	$\parallel$	1
	1	↗		↘	
			$-\infty$		

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(0) = -\frac{4}{c} > 0 \Rightarrow c < 0$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $x = -\frac{c}{b} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \frac{a}{b} > 0 \Rightarrow a > 0$.

Vậy trong các số a, b, c có 2 số dương.

Câu 71. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$?

- A. Có vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \tan x$.

Do $x \in \left(-\frac{\pi}{4}; 0\right) \Rightarrow t \in (-1; 0)$ và hàm số $t = \tan x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$.

Khi đó: $y = \frac{t-2}{t-m}$ với $t \in (-1; 0)$

$$y' = \frac{-m+2}{(t-m)^2}$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; 0\right) \Leftrightarrow$ Hàm số $y = \frac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(-1; 0)$

$$\Leftrightarrow y' > 0 \forall t \in (-1; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 > 0 \\ m \notin (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m < 2 \\ m \leq -1 \end{cases}.$$

Do m là số nguyên dương $\Rightarrow m = 1$

Câu 72. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -x + m$ (m là tham số). Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

- A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $-1 < m < 7$. C. $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$. D. $-1 \leq m \leq 7$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm là $\frac{2x+2}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 + (1-m)x + 2 + m = 0(1) \end{cases}$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai

$$\text{ng nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 6m - 7 > 0 \\ 1^2 + (1-m)1 + 2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}.$$

Câu 73. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (2-m)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

- A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$. B. $0 < m < 2$. C. $m < 0$. D. $m > 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4mx^3 - 2(2-m)x = 2x[2mx^2 - (2-m)]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 - (2-m) = 0 \end{cases}$$

Hàm số $y = mx^4 - (2-m)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi $\frac{2-m}{m} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2$.

Câu 74. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2$ (m là tham số). Tìm m để hàm số có hai điểm cực trị.

- A. $-1 \leq m \leq 2$. B. $-1 < m < 2$. C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m + 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Câu 75. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$. Tìm m để

$$\max_{x \in [0;2]} f(x) + \min_{x \in [0;2]} f(x) = -5.$$

A. $m = -4$

B. $m = -8$

C. $m = 4$

D. $m = 8$

Lời giải.

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

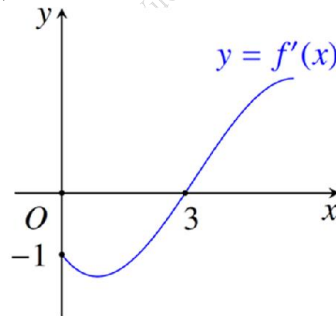
$$y' = f'(x) = \frac{4+m}{(x+2)^2}$$

Ta có $y = f(x) = \frac{2x-m}{x+2}$ luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến trên $[0;2]$ với $\forall m \neq -4$, nên GTLN hoặc GTNN luôn đạt tại $x=0$ hoặc $x=2$.

$$\text{Vậy: } \max_{x \in [0;2]} f(x) + \min_{x \in [0;2]} f(x) = -5 \Leftrightarrow f(0) + f(2) = -5 \Leftrightarrow \frac{-m}{2} + \frac{4-m}{4} = -5 \Leftrightarrow m = 8.$$

Câu 76. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $[0; +\infty)$.

Biết $f(0) = 0$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f(3) < f''(3) < f'(3)$.

B. $f'(3) < f(3) < f''(3)$.

C. $f(3) < f'(3) < f''(3)$.

D. $f''(3) < f(3) < f'(3)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Lập bảng biến thiên của $f(x)$ trên $[0; +\infty)$:

x	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	0	-	0
$f(x)$	0		$+\infty$

$f(3)$

Từ bảng biến thiên ta thấy: $f(3) < 0 = f'(3)$.

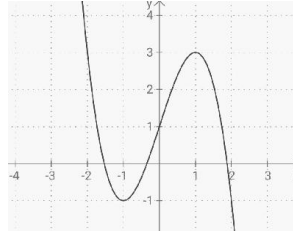
♦ Lập bảng biến thiên của $f'(x)$ trên $[0; +\infty)$:

x	0	a	3	$+\infty$
$f''(x)$	0	-	0	+
$f'(x)$	-1	$f'(a)$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy: $f''(3) > 0 = f'(3)$.

Vậy: $f(3) < f'(3) < f''(3)$.

Câu 77. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: $4f^2(x) - 9 = 0 \Leftrightarrow f^2(x) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{3}{2} \\ f(x) = -\frac{3}{2} \end{cases}$

♦ Dựa vào đồ thị ta thấy: đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ tại 3 giao điểm và cắt

đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ tại 1 giao điểm

♦ Vậy phương trình $4f^2(x) - 9 = 0$ có 4 nghiệm thực

Câu 78. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Số giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2021]$ để đường thẳng $y = 3mx + 1$ cắt đồ thị hàm

số $y = x^3 - 3x + 3$ tại ba điểm phân biệt là

A. 1.

B. 2021.

C. 670.

D. 2020.

Lời giải

Chọn B

♦ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = 3mx + 1$ là $x^3 - 3x + 3 = 3mx + 1 \Leftrightarrow x^3 + 2 = 3x(m+1)$ (1).

Nếu $x = 0$ thì (1) không thỏa mãn.

Nếu $x \neq 0$ ta có (1) $\Leftrightarrow \frac{x^3 + 2}{x} = 3(m+1)$.

♦ Xét hàm số $g(x) = \frac{x^3 + 2}{x}$ với $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có $g'(x) = \frac{2x^3 - 2}{x^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \frac{x^3 + 2}{x}$ với $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$ $	$- \ 0 \ +$	
$g(x)$	$+\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

♦ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = 3mx + 1$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3(m+1) > 3 \Leftrightarrow m+1 > 1 \Leftrightarrow m \in (0; +\infty)$.

Kết hợp với điều kiện $m \in [-2020; 2021]$ ta được $m \in (0; 2021]$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 2021\}$.

Câu 79. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + (m^2 - 5)x^2 + 2021$ có ba điểm cực trị là.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

♦ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

♦ Ta có $y' = 4x^3 + 2(m^2 - 5)x = 2x[2x^2 + (m^2 - 5)]$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{m^2 - 5}{2} \quad (1) \end{cases}$$

♦ Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (1)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow -\frac{m^2 - 5}{2} > 0 \Leftrightarrow m^2 - 5 < 0 \Leftrightarrow m \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5}). \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

Câu 80. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2$. Tổng bình phương các giá trị m để hàm số có ba cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số có bán kính bằng 4, gần với số nguyên nào nhất trong các số nguyên sau?

A. 8.

B. 9.

C. 16.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 4mx$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow m > 0$

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0; 2)$; $B(-\sqrt{m}; 2 - m^2)$; $C(\sqrt{m}; 2 - m^2)$

Ta có: $AB = \sqrt{m + m^4} = AC$; $BC = 2\sqrt{m}$

$$\Rightarrow \cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{m^3 - 1}{m^3 + 1} \Rightarrow \sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}} = \frac{2m\sqrt{m}}{m^3 + 1}$$

$$\text{Mà } BC = 2R \sin \widehat{BAC} \Leftrightarrow 2\sqrt{m} = 2.4 \cdot \frac{2m\sqrt{m}}{m^3 + 1} \Leftrightarrow m^3 - 8m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \approx -2,889 & (\text{loại}) \\ m \approx 2,764 & (\text{thỏa mãn}) \\ m \approx 0,125 & (\text{thỏa mãn}) \end{cases}$$

Vậy tổng bình phương các giá trị m là $2,764^2 + 0,125^2 \approx 7,655$.

- Câu 81. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Tập hợp các giá trị m để phương trình $\sqrt{2x^2 + mx + 5} - x = 3$ có đúng một nghiệm có dạng $\left(\frac{a}{b}; +\infty\right)$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản; $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$). Giá trị $a^2 - 25b^2$ bằng
- A.** 11. **B.** 304. **C.** 74. **D.** 214.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{2x^2 + mx + 5} - x = 3$ (1)

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + mx + 5} = x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ 2x^2 + mx + 5 = (x + 3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x^2 + (m - 6)x - 4 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Vì phương trình (2) có $a.c = -4 < 0$ nên luôn có hai nghiệm $x_1 < 0 < x_2$.

Vì $x_2 \geq -3$ nên x_2 là một nghiệm của (1). Do đó để (1) có nghiệm duy nhất thì

$$x_1 < -3$$

$$\Leftrightarrow \frac{-m + 6 - \sqrt{\Delta}}{2} < -3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\Delta} > 12 - m$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 12m + 52} > 12 - m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - m < 0 \\ 12 - m \geq 0 \\ m^2 - 12m + 52 > (12 - m)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 12 \\ m \leq 12 \\ m > \frac{23}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{23}{3}.$$

Từ đó $a = 23; b = 3$ hay $a^2 - 25b^2 = 304$.

- Câu 82. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m - 6)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ là
- A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2mx + m - 6$.

$$y' \leq 0, \forall x \in [0; 2] \Leftrightarrow 3x^2 - 2mx + m - 6 \leq 0, \forall x \in [0; 2].$$

$$\Leftrightarrow (-2x + 1)m \leq 6 - 3x^2, \forall x \in [0; 2] \quad (1)$$

+ Trường hợp 1: $0 \leq x < \frac{1}{2}$ thì $-2x + 1 > 0$ nên

$$(1) \Leftrightarrow m \leq \frac{-3x^2 + 6}{-2x + 1}, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m \leq \frac{3x^2 - 6}{2x - 1}, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right). \quad (2)$$

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{3x^2 - 6}{2x - 1}, \text{ ta có } g'(x) = \frac{6(x^2 - x + 2)}{(2x - 1)^2} > 0, \forall x \in \left[0; \frac{1}{2}\right)$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{2}$
$g'(x)$	+	
$g(x)$		

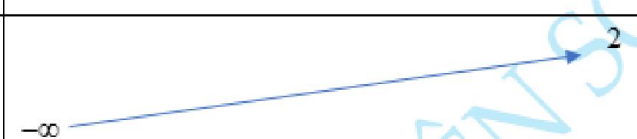
Khi đó, (2) $\Leftrightarrow m \leq 6$.

+ Trường hợp 2: $\frac{1}{2} < x \leq 2$ thì $-2x+1 < 0$ nên

$$(1) \Leftrightarrow m \geq \frac{-3x^2+6}{-2x+1}, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right] \Leftrightarrow m \geq \frac{3x^2-6}{2x-1}, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right]. \quad (3)$$

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{3x^2-6}{2x-1}, \text{ ta có } g'(x) = \frac{6(x^2-x+2)}{(2x-1)^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right].$$

Bảng biến thiên:

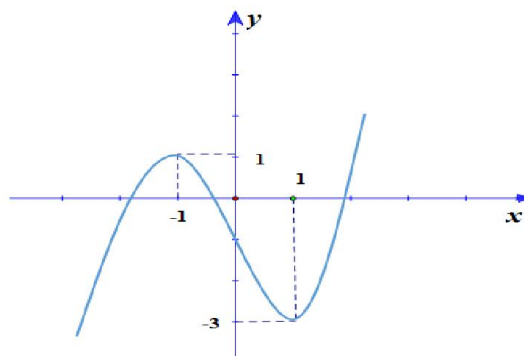
x	$\frac{1}{2}$	2
$g'(x)$	+	
$g(x)$		

Khi đó, (3) $\Leftrightarrow m \geq 2$.

Kết hợp (2) và (3) ta có giá trị m cần tìm là $2 \leq m \leq 6$.

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2; 3; 4; 5; 6 \Rightarrow$ Có 5 giá trị nguyên.

Câu 83. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x+2|)$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Tính tiền hàm số $y = f(x)$ sang trái hai đơn vị ta được hàm số $y = f(x+2)$

Đồ thị hàm số $y = f(|x+2|)$ có được gồm 2 phần.

Phần 1: Là phần đồ thị $y = f(x+2)$ nằm phía bên phải Oy .

Phần 2: Là phần đồ thị đối xứng qua Oy .

Khi đó đồ thị hàm số sẽ có 1 điểm cực trị.

Câu 84. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1} \text{ có đúng một tiệm cận đứng?}$$

- A. $\begin{cases} m \leq -4 \\ m > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$ C. $-5 \leq m < -1$ D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$.

+ Nếu $f(1) = 0 \Rightarrow m = -5$. Khi đó $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 = (x-1)(x+2)^2$ nên

$$y = \frac{x-1}{f(x)} = \frac{1}{(x-2)^2}. \text{ Như vậy, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng } x = 2.$$

+ Nếu $m \neq -5$ thì đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi $f(x)$ có đúng 1 nghiệm thực khác 1.

Xét $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$ có $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x+2)$ và hàm số đạt cực đại tại

$$x = -2, f(-2) = m + 5; \text{ hàm số đạt cực tiểu tại } x = 0, f(0) = m + 1.$$

Để $f(x) = x^3 + 3x^2 + m + 1$ có đúng 1 nghiệm thực khi

$$\begin{cases} f(-2) < 0 \\ f(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 5 < 0 \\ m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng khi $\begin{cases} m \leq -5 \\ m > -1 \end{cases}$.

Câu 85. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D = (2; +\infty)$ là

- A. $-2 \leq m \leq -1$ B. $m \leq -1$ C. $m < -1$ D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định trên $D = (2; +\infty)$.

Ta có $y' = m + \frac{m+1}{2\sqrt{x-2}}$

YCBT

$$\Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m + \frac{m+1}{2\sqrt{x-2}} \leq 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x-2}} \right) \leq -\frac{1}{2\sqrt{x-2}}, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1}, \forall x \in (2; +\infty)$$

Ta có $2\sqrt{x-2}+1 > 1, \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1} > -1, \forall x \in (2; +\infty)$

Do đó, $m \leq -1$ là giá trị cần tìm.

Câu 86. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Hàm số $y = \frac{x-m^2}{x-4}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 4)$ và $(4; +\infty)$ khi

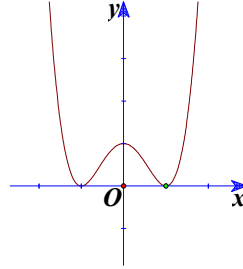
- A. $-2 \leq m \leq 2$ B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$ D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

Ta có $y' = \frac{-4+m^2}{(x-4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0 \Leftrightarrow -4+m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.**Câu 87. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho đồ thị của hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$.

B. $a > 0; b > 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$.

C. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac > 0$.

D. $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac < 0$.

Lời giải

Chọn A♦ Quan sát dáng điệu đồ thị ta thấy $a > 0$, đồ thị có 3 cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.♦ Đồ thị tiếp xúc với trục hoành nên tại $x_1 > 0$ ta có

$$\begin{cases} ax_1^4 + bx_1^2 + c = 0 \\ 4ax_1^3 + 2bx_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax_1^4 + bx_1^2 + c = 0 \\ x_1^2 = \frac{-b}{2a} \end{cases} \Rightarrow a \cdot \left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b \cdot \frac{-b}{2a} + c = 0 \Rightarrow \frac{4ac - b^2}{4a} = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0.$$

Câu 88. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Số các giá trị nguyên của m trên khoảng $(-2021; 2021)$ sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 3mx + m$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là:

A. 2019.

B. 2022.

C. 2021.

D. 2020.

Lời giải

Chọn DTập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 3m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 3m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$\Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x, \forall x \in (0; +\infty) (*)$

Mà hàm số $g(x) = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1 \geq -1, \forall x \in (0; +\infty)$ nên $\Leftrightarrow (*) m \leq -1$.

Kết hợp với m nguyên trên khoảng $(-2021; 2021)$ nên $m \in \{-2020; -1999; \dots; -1\}$

Vậy có 2020 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.**Câu 89. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

$f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2020$ với $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số $y = f(1-x) + 2020x + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(0; 3)$.

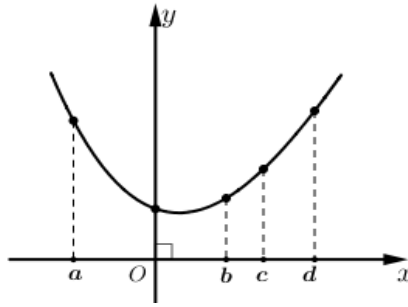
D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn A

- ♦ Do $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2020 \Rightarrow f'(1-x) = x(3-x)g(1-x) + 2020$.
- ♦ Ta có đạo hàm của hàm số $y = f(1-x) + 2020x + 2021$ là
 $y' = -f'(1-x) + 2020 = -x(3-x)g(1-x) - 2020 + 2020 = -x(3-x)g(1-x)$.
- ♦ Khi đó $y' \leq 0 \Leftrightarrow x(3-x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$, do $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
 Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 90. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho $f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S = \{f'(a), f'(b), f'(c), f'(d), f'(0)\}$. Phần tử lớn nhất trong tập hợp S là:



- A. $f'(a)$. B. $f'(b)$. C. $f'(0)$. D. $f'(d)$.

Lời giải

Gọi α, β lần lượt là góc tạo bởi tiếp tuyến tại c, d .

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(c) = \tan \alpha \\ f'(d) = \tan \beta \Rightarrow 0 < f'(c) < f'(d) \\ \alpha < \beta \end{cases}$$

Vậy phần tử lớn nhất trong tập hợp S là: $f'(d)$.

Câu 91. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-4}{x^2 - m^2x}$$

có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-4}{x^2 - m^2x} = 0$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-4}{x^2 - m^2x} = -\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận đứng là $x = 0$.

Để $y = \frac{x-4}{x^2 - m^2x} = \frac{x-4}{x(x-m^2)}$ có đúng hai đường tiệm cận thì

$$\begin{cases} x - m^2 = x - 4 \\ m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m = 0 \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 92. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Biết đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; 3), B(3; -1)$. Tính giá trị $f(2)$.

- A. $f(2) = -1$. B. $f(2) = 1$. C. $f(2) = 2$. D. $f(2) = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

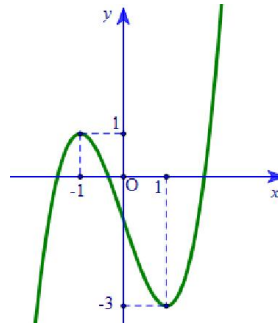
$$\text{Theo bài ra ta có : } \begin{cases} f(1) = 3 \\ f(3) = -1 \\ f'(1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 3 \\ 27a + 9b + 3c + d = -1 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases}.$$

Giải hệ phương trình ta được $a = 1, b = -6, c = 9, d = -1$.

Hàm số đã cho có dạng $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

Suy ra $f(2) = 1$.

Câu 93. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x) - 1| = 3$ bằng

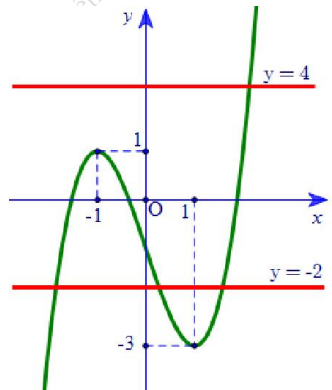
A. 5.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } |f(x) - 1| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 1 = 3 \\ f(x) - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 4 \\ f(x) = -2 \end{cases}.$$

Số nghiệm của phương trình $|f(x) - 1| = 3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với hai đường thẳng $y = 4, y = -2$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $f(x) = 4$ có 1 nghiệm, $f(x) = -2$ có 3 nghiệm.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $|f(x) - 1| = 3$ là 4.

Câu 94. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để qua

$A(0; m)$ kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$

A. 11.

B. 9.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{x-2}{x+2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}; y' = \frac{4}{(x+2)^2}.$$

Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị là:

$$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0). \text{ Do tiếp tuyến đi qua } A(0; m) \text{ nên } y_A - y_0 = y'(x_0)(x_A - x_0) \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow m - \frac{x_0 - 2}{x_0 + 2} = \frac{4}{(x_0 + 2)^2}(0 - x_0)$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{-4x_0}{(x_0 + 2)^2} + \frac{x_0 - 2}{x_0 + 2}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{x_0^2 - 4x_0 - 4}{(x_0 + 2)^2} \quad (2)$$

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{x^2 - 4x - 4}{(x + 2)^2}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}; y' = \frac{8x^2 + 16x}{(x + 2)^4}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{8x^2 + 16x}{(x + 2)^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in D \\ x = -2 \notin D \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1

Để phương trình (2) có đúng 2 nghiệm thì đồ thị hàm số $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x - 4}{(x + 2)^2}$

tại 2 điểm

$$\Leftrightarrow m \in (-1; 1) \cup (1; +\infty)$$

$$\text{Mà } m \in [-10; 10] \Rightarrow m \in \{0; 2; 3; \dots; 10\}$$

Vậy có 10 giá trị m .

Câu 95. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+2}$. Gọi S là tập hợp tất các giá trị

của m để $\max_{[-1; 2]} |f(x)| = 10$. Tổng các phần tử của tập S là

A. 6.

B. -2.

C. 20.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

♦ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$, đạo hàm $f'(x) = \frac{2-m}{(x+2)^2}$.

♦ Nhận xét hàm số $f(x) = \frac{x+m}{x+2}$ luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định.

♦ Ta có $f(-1) = m-1$, $f(2) = \frac{m+2}{4}$, $\max_{[-1; 2]} |f(x)| = 10$.

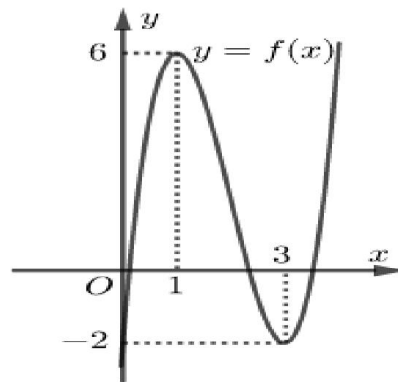
$$\diamond \text{ TH1: } \begin{cases} \left| \frac{m+2}{4} \right| \geq |m-1| (1) \\ \left| \frac{m+2}{4} \right| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m=38(1) \\ m=-42(1) \end{cases} \end{cases}$$

$$\diamond \text{ TH2: } \begin{cases} \left| \frac{m+2}{4} \right| \leq |m-1| (2) \\ |m-1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m=11(n) \\ m=-9(n) \end{cases} \end{cases}$$

♦ Suy ra $S = \{-11; 9\}$.

♦ Vậy tổng các phần tử của tập S là 2.

Câu 96. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = |f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị.



A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

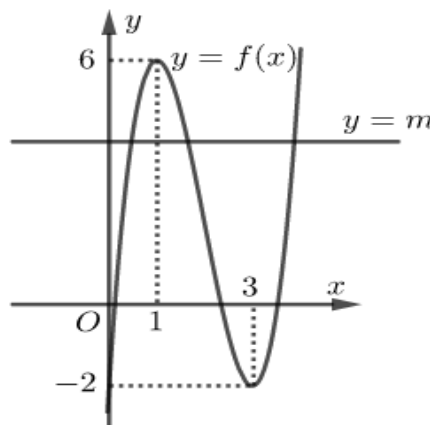
Chọn D

♦ Từ đồ thị ta nhận thấy hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

♦ Hàm số $g(x) = |f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

♦ Thật vậy: $f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = m$.

♦ Số nghiệm của phương trình $f(x) - m = 0$ là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y = f(x) \\ y = m \end{cases}$.



♦ Phương trình $f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt khi: $-2 < m < 6$.

♦ Vì $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 97. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f(x)$		10	-8	6

Diagram showing the function values: $f(x)$ starts at 1 for $x = -\infty$, increases to 10 at $x = -1$, decreases to -8 at $x = 3$, and increases to 6 at $x = +\infty$.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x) - 2| = m$ có đúng 5 nghiệm phân biệt?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

♦ Đặt $g(x) = f(x) - 2$. Dựa vào bảng biến thiên $y = f(x)$ ta có

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$g(x)$		8	-10	4

Diagram showing the function values: $g(x)$ starts at -1 for $x = -\infty$, increases to 8 at $x = -1$, decreases to -10 at $x = 3$, and increases to 4 at $x = +\infty$.

♦ Suy ra $|g(x)| = |f(x) - 2|$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$ g(x) $		8	10	4

Diagram showing the function values: $|g(x)|$ starts at 1 for $x = -\infty$, increases to 8 at $x = -1$, decreases to 0 at $x = 3$, and increases to 4 at $x = +\infty$.

♦ Ta có $|f(x) - 2| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số

$y = |g(x)| = |f(x) - 2|$ và $y = m$. Suy ra số nghiệm phương trình $|f(x) - 2| = m$ chính là số giao điểm của 2 đồ thị $y = |g(x)| = |f(x) - 2|$ và $y = m$.

♦ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy 2 đồ thị $y = |g(x)| = |f(x) - 2|$ và $y = m$ có 5 giao điểm khi $1 \leq m < 4$.

♦ Suy ra để phương trình $|f(x) - 2| = m$ có đúng 5 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $1 \leq m < 4$.

♦ Vì m là số nguyên nên $m \in \{1; 2; 3\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên m cần tìm.

Câu 98. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ để hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 1} - mx$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng giá trị của các phần tử thuộc S bằng

A. 15.

B. 12.

C. 14.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$y = \sqrt{4x^2 + 1} - mx \Rightarrow y' = \frac{4x}{\sqrt{4x^2 + 1}} - m$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4x}{\sqrt{4x^2+1}} \leq m, \forall x$

$$f(x) = \frac{4x}{\sqrt{4x^2+1}} \Rightarrow f'(x) = \frac{4}{(4x^2+1)\sqrt{4x^2+1}} > 0$$

BBT của hàm $f(x)$

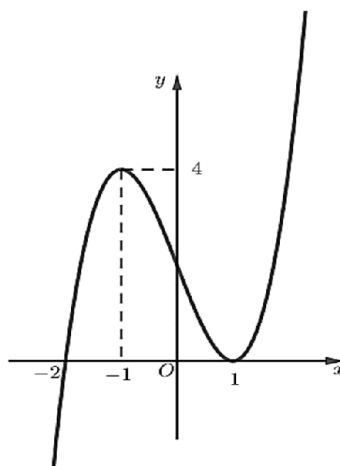
x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$		2

Dựa vào BBT ta có hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $m \geq 2$

$$\text{Vì } m \in [-5; 5] \Rightarrow m \in \{2; 3; 4; 5\} \Leftrightarrow S = 14$$

Câu 99. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.

Hàm số $y = |f(x) - 3|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		4		0		$+\infty$
$f(x)-3$	$-\infty$		1		-3		$+\infty$
$ f(x)-3 $	$+\infty$		1		3		$+\infty$

Vậy hàm số $y = |f(x) - 3|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 100. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$y = \frac{x-5}{x+2m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ là

- A. $\left(-\frac{5}{2}; -1\right]$. B. $\left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\frac{5}{2}; -2\right]$.

Lời giải

Chọn A

$$y = \frac{x-5}{x+2m} \Rightarrow y' = \frac{2m+5}{(x+2m)^2}$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (-\infty; 2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+5 > 0 \\ -2m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{5}{2} \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < m \leq -1.$$

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2m(m+1)x + 2m^3 + m^2 + 1}{x - m}$ có đồ thị (C_m) (m là tham số thực). Gọi A là điểm thỏa mãn vừa là điểm cực đại của (C_m) ứng với một giá trị m vừa là điểm cực tiểu của (C_m) ứng với giá trị khác của m . Giá trị của a để khoảng cách từ A đến đường thẳng $(d): x - (a+1)y + a = 0$ đạt giá trị lớn nhất là

- A. $a = 3$ B. $a = -3$ C. $a = \frac{10}{3}$ D. $a = -\frac{10}{3}$

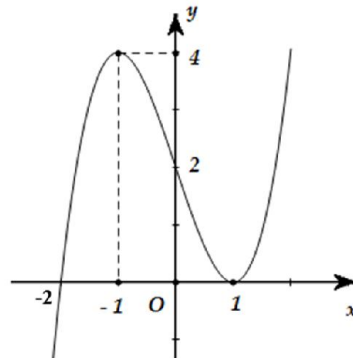
Câu 2. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-2		3		-1		$+\infty$

Phương trình $2f\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}\right) + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

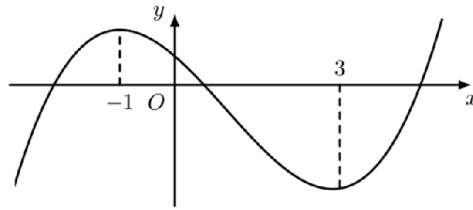
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 3. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)}$ là



- A. 4. B. 3 C. 2. D. 5

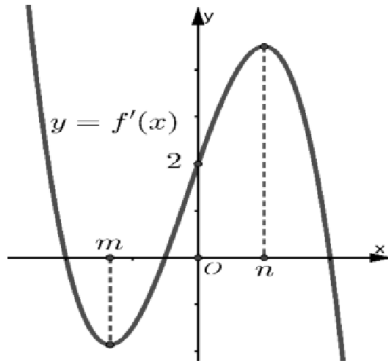
Câu 4. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f((x-1)^2 + m)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 10.

Câu 5. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a \neq 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f'(f(x) - 2x)$ bằng

- A. 7. B. 10. C. 14. D. 6.

Câu 6. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2m}{x+2}$ (m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = 2$. Số phần tử của S bằng

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 7. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	0	1	0

Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - m}$ có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng 3. Chọn đáp án đúng.

- A. $0 < m \leq 1$. B. $0 \leq m \leq 1$. C. $0 < m < 1$. D. $m = 0$.

Câu 8. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; 3)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 9. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		2		5	$-\infty$

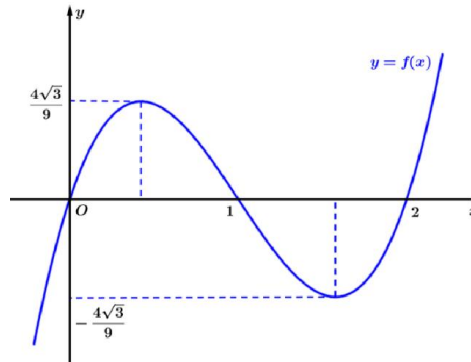
Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = [f(2x^2 + x)]^2$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 10. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - m - 6)x^3 + (m - 3)x^2 - 2x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 11. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(\left|\sqrt{4-x^2} - |x^2-1|\right|\right) = \frac{1}{2021}$ là



- A. 24. B. 14. C. 12. D. 10.

Câu 12. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho hàm số bậc bốn trùng phương $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-1		1		-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{x^4} [f(x) - 1]^4$ là

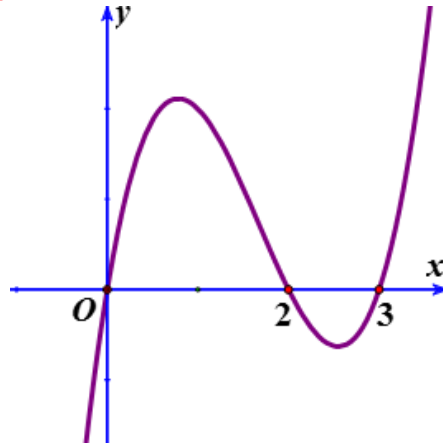
- A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 13. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho đồ thị $(C): y = \frac{x}{x-1}$. Đường thẳng d đi qua điểm

$I(1;1)$, cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Khi diện tích tam giác MAB , với $M(0;3)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn AB bằng

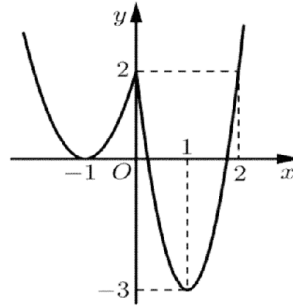
- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 14. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Giả sử $f(x)$ là đa thức bậc 4. Đồ thị của hàm số $y = f'(1-x)$ được cho như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



- A. $(-2;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(1;2)$. D. $(0;1)$.

Câu 15. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hai hàm số $u(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$ và $f(x)$, trong đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(u(x)) = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

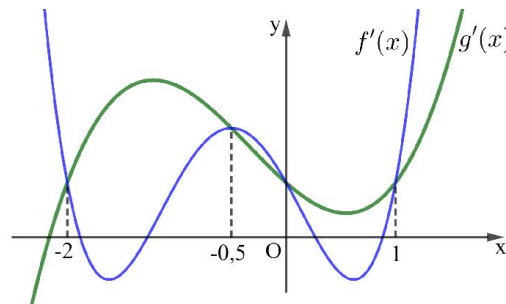


- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 16. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)e^x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-2020; 2021]$ để hàm số $g(x) = f(\ln x) - mx^2 + 4mx - 2$ nghịch biến trong $(e; e^{2020})$.

- A. 2018. B. 2020. C. 2021. D. 2019.

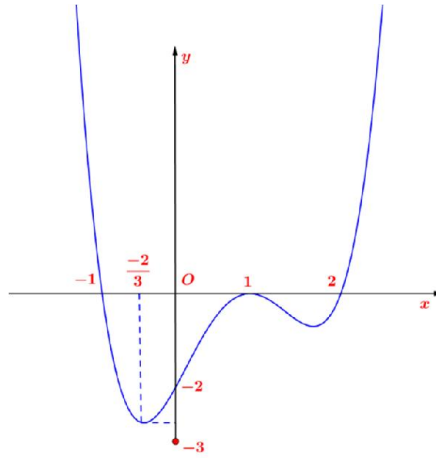
Câu 17. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho các hàm số $y = f(x)$; $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị các đạo hàm $f'(x)$; $g'(x)$ (đồ thị hàm số $y = g'(x)$ là đường đậm hơn) như hình vẽ.



Hàm số $h(x) = f(x-1) - g(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 18. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên R và có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Đặt $g(x) = f(f'(x) - 1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$. Số phần tử của tập S là

A. 8

B. 6

C. 10

D. 9

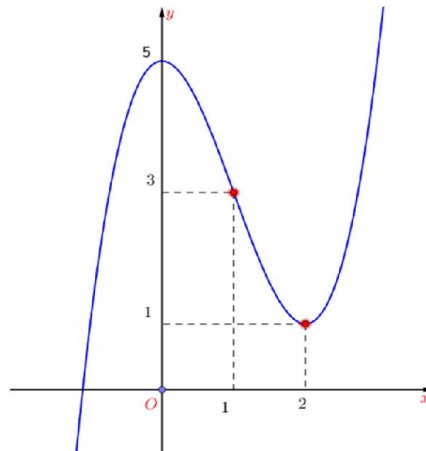
Câu 19. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Xét hàm số $g(x) = 12f(x^2) + 2x^6 - 15x^4 + 24x^2 + 2019$. Khẳng định đúng là

A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$ C. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-2; -1)$.D. Hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực tiểu

Câu 20. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right| + 2\right) = f\left(\sqrt{(m+2)^2 + 4}\right) \text{ có nghiệm?}$$

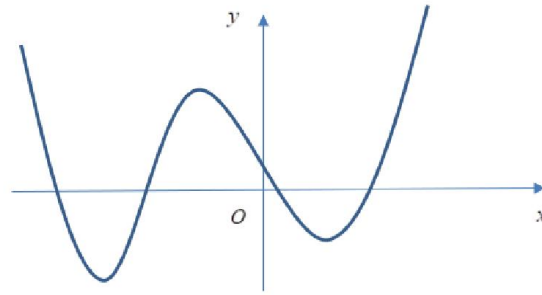
A. 3.

B. 5.

C. 4.

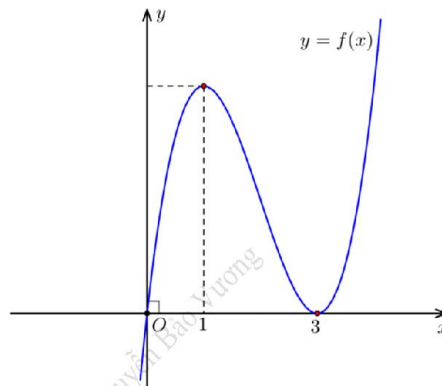
D. 2.

Câu 21. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi (C_1) và (C_2) lần lượt là đồ thị của hai hàm số $y = f''(x) \cdot f(x) - [f'(x)]^2$ và $y = 2021^x$. Số giao điểm của (C_1) và (C_2) là



- A. 1 B. 0 C. 2 D. 4

Câu 22. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 cực trị.

- A. $m \geq \frac{1}{4}$. B. $m \leq 1$. C. $m < 1$. D. $m > \frac{1}{4}$.

Câu 23. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hai hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và $g(x) = x + \frac{4}{x^2}$. Trên đoạn $[1; 4]$, hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có cùng giá trị nhỏ nhất và đạt tại cùng một điểm. Biết rằng điểm $A(1; 4)$ thuộc đồ thị của hàm số $f(x)$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$.

- A. $\max_{[1;4]} f(x) = 9$. B. $\max_{[1;4]} f(x) = 23$. C. $\max_{[1;4]} f(x) = 11$. D. $\max_{[1;4]} f(x) = 19$.

Câu 24. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2 + 2x + 2$ và điểm M di chuyển trên (P) . Gọi $(d_1), (d_2)$ là các đường thẳng đi qua M sao cho (d_1) song song với trục tung và $(d_1), (d_2)$ đối xứng nhau qua tiếp tuyến của (P) tại M . Biết rằng khi M di chuyển trên (P) thì (d_2) luôn đi qua một điểm cố định $I(a; b)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $3a + 2b = 0$. B. $a + b = 0$. C. $ab = -1$. D. $5a + 4b = 0$.

Câu 25. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	2	-3	$+\infty$		

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2 - 4x) = m + 5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. 12. B. 14. C. 11. D. 13.

Câu 26. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $-10 < m < 10$ và hàm số $y = f(x^2 + 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 1.

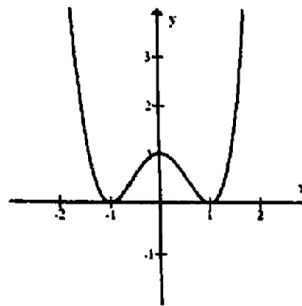
Câu 27. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị thực của m để hàm số $y = mx^9 + (m^2 - 3m + 2)x^6 + (2m^3 - m^2 - m)x^4 + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. Vô số. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 28. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{5}m^2x^5 - \frac{8}{3}mx^3 - (m^2 - m - 20)x + 1$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 7. B. 9. C. 8. D. 10.

Câu 29. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



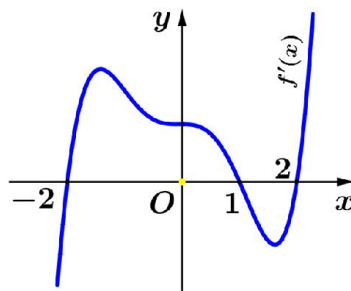
Số nghiệm thực của bất phương trình $\sqrt{2f^2(x^3 - 3x^2 + 4) + 8} \leq f(x^3 - 3x^2 + 4) + 2$ là

- A. 6. B. 4. C. 5. D. Vô số.

Câu 30. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Biết hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại $x = 1$ và $x = 2021$. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt?

- A. 4037. B. 2019. C. 4001. D. 2021.

Câu 31. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-2) < f(2) = 0$, đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x) = \left| f(x) + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 5. B. 7. C. 6. D. 4.

Câu 32. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$		

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \frac{(x-2)^4}{[f(x+1)]^3}$ là

- A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

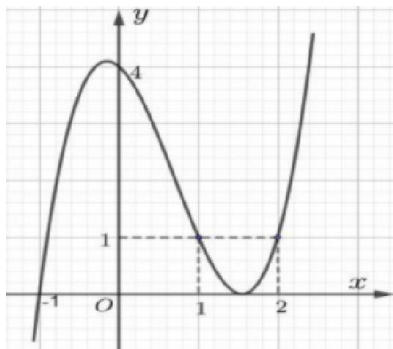
Câu 33. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = 2(m+1)x^3 + 3(m^2 - 5m - 4)x^2 - 6(3m^2 - 6m - 19)x - 32\sqrt{(x+1)^3} + 1$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. Số phần tử của tập hợp S là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 34. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx - c \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ với a, b, c là các số thực dương, biết $f(1) = -3, f(5) = 2$. Xét hàm số $g(t) = |3f(3-2t) + 2f(3t-2) + m|$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m sao cho $\max_{t \in [-1;1]} g(t) = 10$. Số phần tử của S là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4

Câu 35. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm trên khoảng $(-\pi; 4\pi)$ của phương trình $f(2|\cos 2x|) = 1$ là



- A. 48. B. 29. C. 31. D. 40.

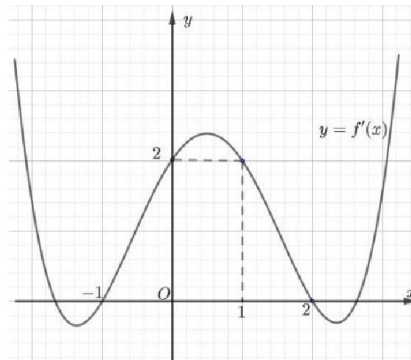
Câu 36. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0
$f(x)$						

Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{(f(x+1)-4)\sqrt{x^2-4}}$ là

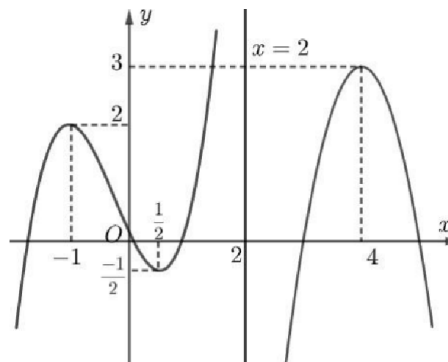
- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 37. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số tham số m nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ biết $g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + (x^3 + 3x - m)^2(-2x^3 - 6x + 2m - 6)$.



- A. 23. B. 21. C. 5. D. 17.

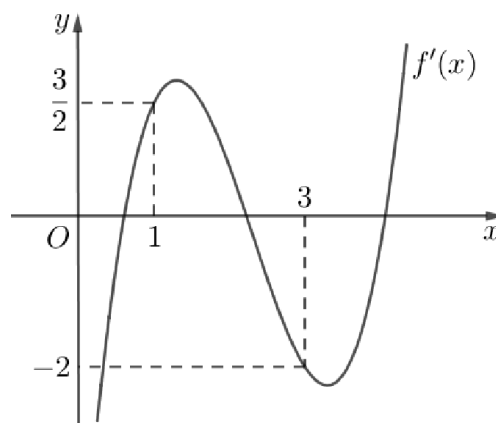
Câu 38. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|2x-1|+2)$ là

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 39. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^4) - 2x^3 + 1$ là

- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

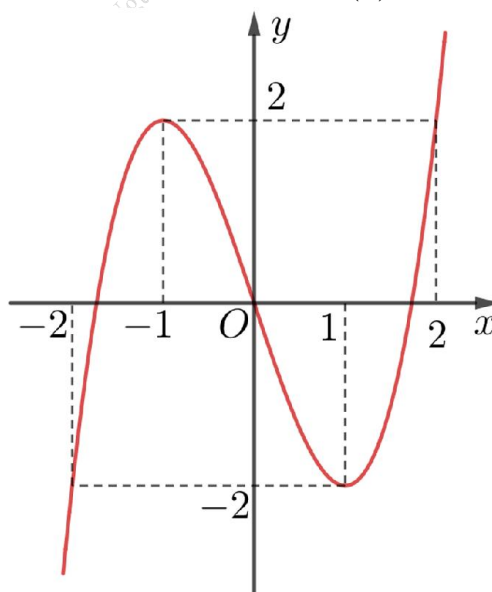
Câu 40. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x^2 + 2mx + m + 1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m > -10$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 6. B. 7. C. 9. D. 8.

Câu 41. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 - 4x - 2$. Gọi S là tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 15. Tổng S thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-25; -15)$. B. $(-14; 1)$. C. $(1; 8)$. D. $(8; 12)$.

Câu 42. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hình vẽ.

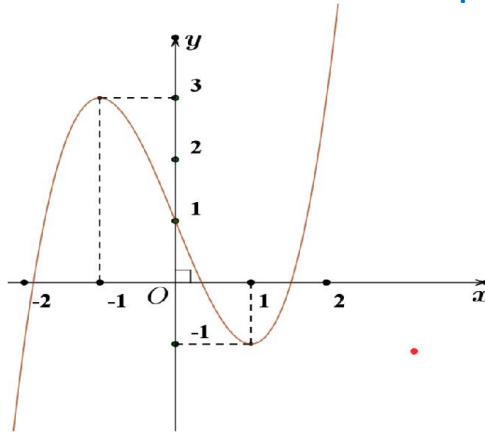


Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{4 + 2f(\cos x)}) = m$ có nghiệm

$$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 43. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $f(x)$. Biết $f'(x)$ là hàm bậc 3. Có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10, 10]$ để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 2021$ có đúng 1 cực trị?

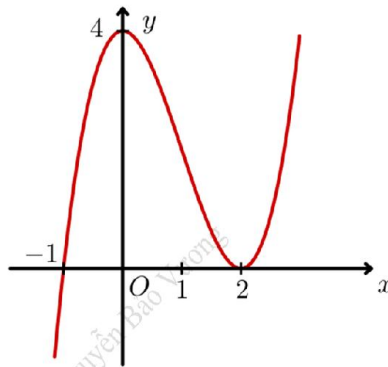
A. 20.

B. 16.

C. 15.

D. 18.

Câu 44. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ có đồ thị (C) của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Đặt $g(x) = f(f'(x))$, $h(x) = f'(f(x))$. Tổng số điểm cực trị của $g(x)$ và $h(x)$ là:

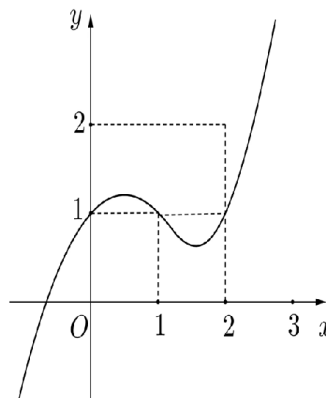
A. 12.

B. 11.

C. 8.

D. 13.

Câu 45. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{9}x^3$ là

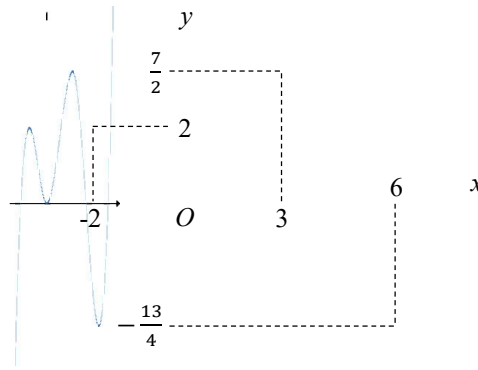
A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 46. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = \frac{1}{2}m - 5$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

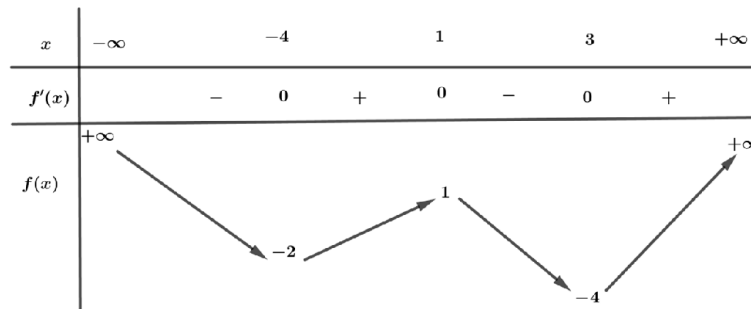
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 47. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $f(x) = |2x^2 + (a+4)x + b + 3|$. Đặt $M = \max_{[-2;3]} f(x)$. Khi

M đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $T = a + 4b$ là

- A. -42. B. -41. C. 41. D. 42.

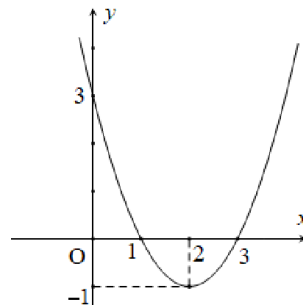
Câu 48. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $|f(f(x))| = 2$ là

- A. 4. B. 5. C. 9. D. 7.

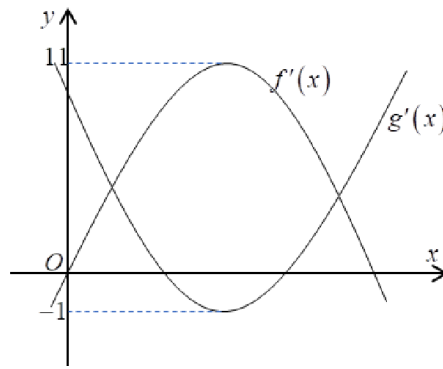
Câu 49. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ)



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 50. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có một phần đồ thị biểu diễn đạo hàm $f'(x)$ và $g'(x)$ như hình vẽ.

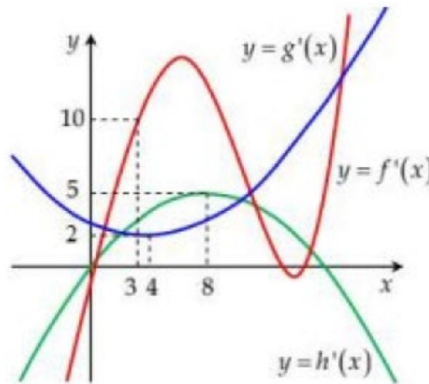


Biết rằng hàm số $y = h(x) = f(x) - g(x) - a^2x + 2021$ luôn tồn tại một khoảng đồng biến $(\alpha; \beta)$. Số giá trị nguyên dương của a thỏa mãn là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

- Câu 51. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f(f^{k-1}(x))$ với k là số tự nhiên lớn hơn 1. Tìm số nghiệm của phương trình $f^6(x) = 0$.
A. 729. B. 365. C. 730. D. 364.

- Câu 52. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Cho ba hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$. Đồ thị của ba hàm số $y = f'(x)$, $y = g'(x)$, $y = h'(x)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $k(x) = f(x+7) + g(5x+1) - h\left(4x + \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-\frac{5}{8}; 0\right)$. B. $\left(\frac{5}{8}; +\infty\right)$. C. $\left(\frac{3}{8}; 1\right)$. D. $\left(-\frac{3}{8}; 1\right)$.

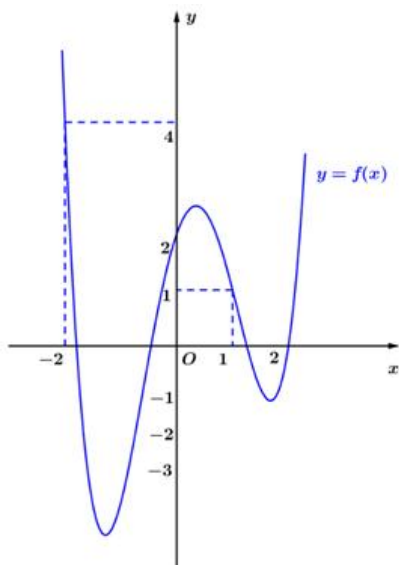
- Câu 53. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	1	2	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ là

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.

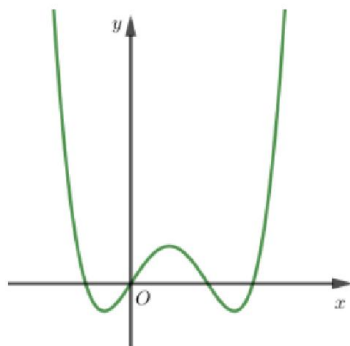
- Câu 54. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 4x + 3) - 3(x - 2)^2 + \frac{1}{2}(x - 2)^4$ là

- A. 3. B. 7. C. 4. D. 5.

Câu 55. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Biết đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ được cho bởi hình vẽ bên dưới. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục hoành

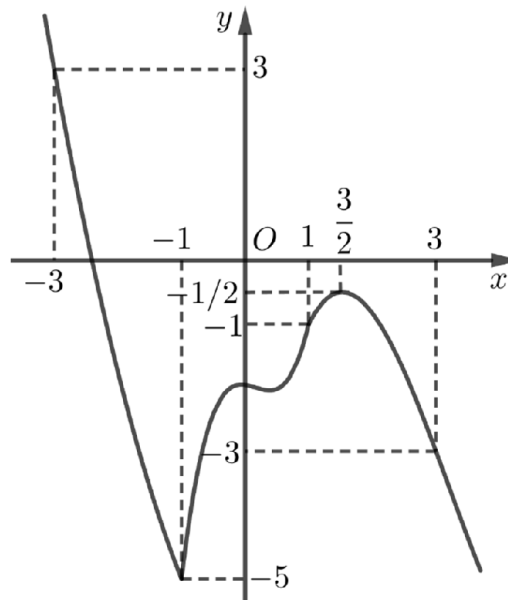


- A. 4. B. 0. C. 6. D. 2.

Câu 56. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 2)^2(x^2 - x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S ?

- A. 154. B. 17. C. 213. D. 153.

Câu 57. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục và có đồ thị như hình vẽ



Xét hàm số $g(x) = f(x-2m) + \frac{1}{2}(2m-x)^2 + 2020$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 4)$. Số phần tử của S bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. Vô số.

Câu 58. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4; 4]$ như sau:

x	-4	-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$										
	-4		4		2		3		-3	
										1

Có bao nhiêu giá trị của tham số $m \in [-4; 4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(|x|^3 + 3|x|) + f(m)$ trên $[-1; 1]$ bằng $\frac{11}{2}$?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

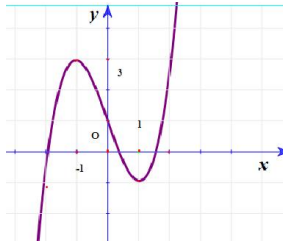
Câu 59. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho $A = \{n \in \mathbb{Z} | 0 \leq n \leq 20\}$ và F là tập hợp các hàm số $f(x) = x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2$ có $m \in A$. Chọn ngẫu nhiên một hàm số $f(x)$ từ F . Tính xác suất để đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục Ox .

- A. $\frac{18}{21}$. B. $\frac{19}{20}$. C. $\frac{9}{10}$. D. $\frac{19}{21}$.

Câu 60. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Xét hàm số $f(x) = |x^2 + ax + b|$, với a, b là tham số. Với M là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$. Khi M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được, tính $a + 2b$.

- A. 5. B. -5. C. -4. D. 4.

Câu 61. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = [xf'(x-1)]^2$ là



- A. 9. B. 7. C. 6. D. 5.

Câu 62. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	+	-	0	+

Hàm số $y = 3f(2x-1) - 4x^3 + 15x^2 - 18x + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(3; +\infty)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$. D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 63. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{1+x^2}$. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $xf(x) - \frac{1 + \sqrt{4x+m-1}}{f(-1 - \sqrt{4x+m-1})} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 64. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $f(x) = (1-m^3)x^3 + 3mx^2 + (3m^2 - 2m + 2)x + m^3 + 2m$ với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2020; 2021]$ sao cho $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [2020; 2021]$?

- A. 2023. B. 2022. C. 2021. D. 2020.

Câu 65. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Tập hợp các giá trị m để phương trình $f\left(f\left(\frac{2\sin x + 1}{2}\right)\right) = f(m)$ có nghiệm là đoạn $[a; b]$. Khi đó giá trị $4a^2 + 8b$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(7; \frac{23}{2}\right)$. B. $(-2; 5)$. C. $\left(\frac{43}{3}; \frac{39}{2}\right)$. D. $\left(\frac{37}{3}; \frac{65}{4}\right)$.

Câu 66. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(2 - e^x) - \frac{1}{3}e^{3x} + 3e^{2x} - 5e^x + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $(1; 3)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-4; -3)$.

Câu 67. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 2}{2x + 1}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $2021f(\sqrt{3x^2 - 18x + 28}) - m\sqrt{3x^2 - 18x + 28} \geq m + 4042$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2; 4]$.

A. 673.

B. 808.

C. 135.

D. 898.

Câu 68. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $f(x)$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là :

A. 7.

B. 9.

C. 3.

D. 5.

Câu 69. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-1	3	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(2^{3x^4 - 4x^2 + 2}) + 1 = 0$ là

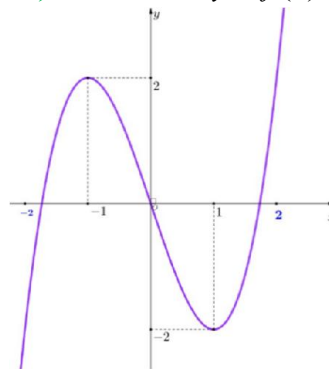
A. 2.

B. 3.

C. 6.

D. 5.

Câu 70. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc 3, có đồ thị như sau:



Phương trình $f^2(\sin x + \cos x) + 1 = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) f(\sin x + \cos x) - \sin 2x$ có bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $\left[-\frac{5\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$?

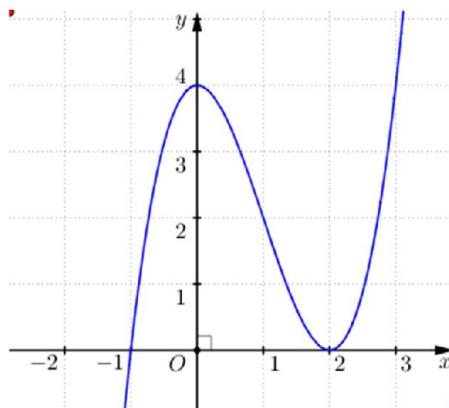
A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

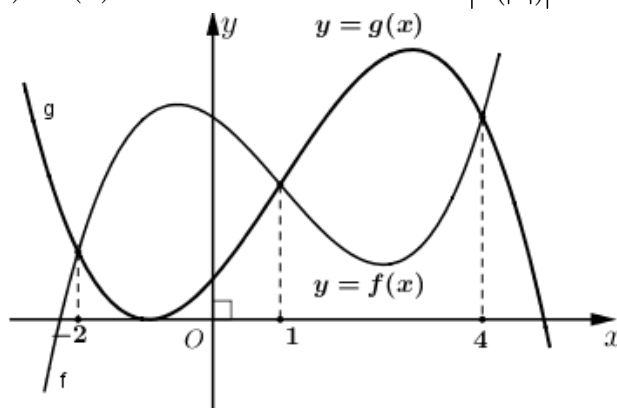
Câu 71. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như bên dưới



Số nghiệm phương trình $2f(x+1-\sqrt{6x+3})=1$ là

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 72. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho $f(x), g(x)$ là các hàm đa thức bậc 3 có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt $h(x) = f(x) - g(x)$. Số điểm cực trị của hàm số $|h(|x|)|$ là

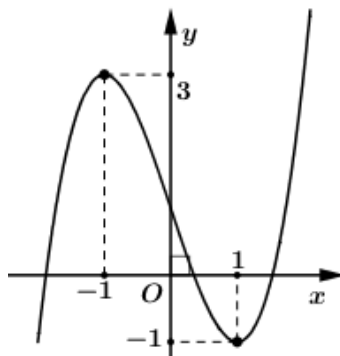


- A. 7. B. 7. C. 3. D. 9.

Câu 73. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}mx + m - 8, x \in \mathbb{R}$ với m là một hằng số khác 0. Biết rằng phương trình $f(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của k thỏa mãn phương trình $f(x) = k$ có 3 nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 34. C. 6. D. 34.

Câu 74. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đặt $g(x) = |f(x^2)|$. Số nghiệm của phương trình $g(x) \cdot [2g(x) - 1] = 0$ là

- A. 11. B. 10. C. 13. D. 12.

Câu 75. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $f(x) = |x^3 - 15x + 2m| + 12x - m$. Giá trị nhỏ

nhất của $M = \max_{[-2;3]} f(x)$ bằng

A. 36.

B. 9.

C. 25.

D. 27.

Câu 76. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(2x^2 + 3) - 2| = 5$ có bao nhiêu nghiệm?

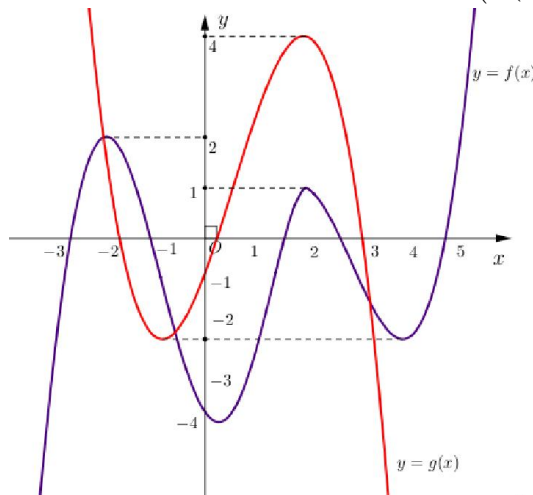
A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Câu 77. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai hàm $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Khi đó tổng số nghiệm của phương trình $f(g(x)) = 0$ và $g(f(x)) = 0$ là



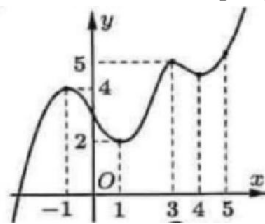
A. 25.

B. 22.

C. 21.

D. 26.

Câu 78. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Khi đó hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = 3f(\log_2 x - 1) + x^3 - 9x^2 + 15x + 1$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng:



A. 54.

B. 7.

C. 33.

D. 3.

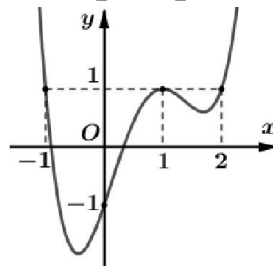
Câu 79. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	3	5	$-\infty$

Hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

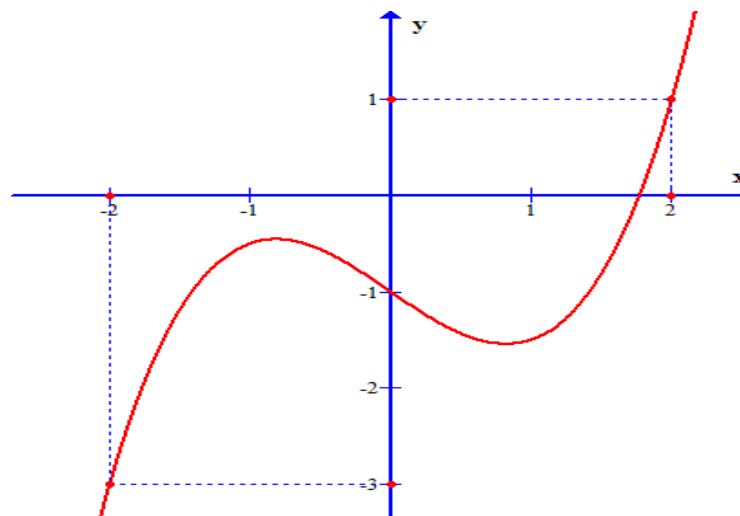
- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 2x + 1$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ bằng



- A. $f(0) - 1$. B. $f(1)$. C. $f(2) - 1$. D. $f(-1) + 2$

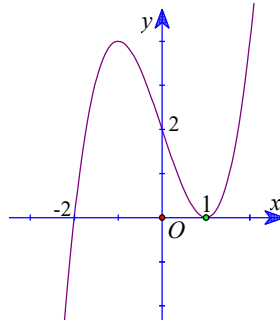
Câu 81. Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x) = \left| 2f(x^2 + x) - x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 82. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[-5; 3]$ bằng



- A. $f(-2)$. B. $f(1)$. C. $f(-4)$. D. $f(2)$.

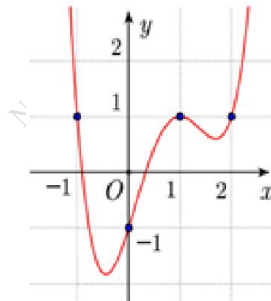
Câu 83. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	m	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1		$+\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^2) - x^2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 5. D. 7

Câu 84. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = -f(2x-1) + 2x$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng



- A. $-f(1) + 2$. B. $-f(-1)$. C. $-f(2) + 3$. D. $-f(3) + 4$.

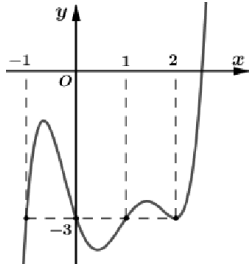
Câu 85. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = -\frac{1}{\ln 2}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-4	-1	$-\infty$

Hàm số $g(x) = \left| f(-x^2) - x^2 + \frac{2x^2}{\ln 2} \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 86. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x-1) + 6x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ bằng

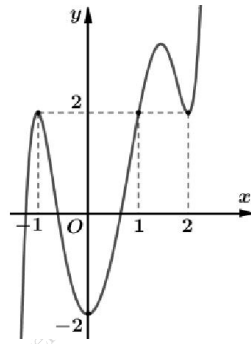


- A. $f\left(\frac{1}{2}\right)$. B. $f(0)+3$. C. $f(1)+6$. D. $f(3)+12$.

Câu 87. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 + 2x$ và $f(0) = 1$. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f^3(x^2 - 2x - 3)$ là

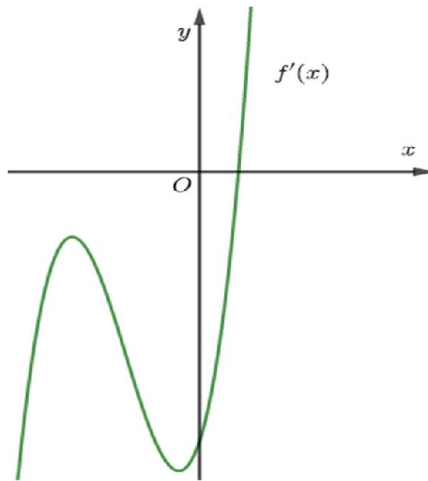
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 88. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x+1) - 4x - 3$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 1\right]$ bằng



- A. $f(0)$. B. $f(-1)+1$. C. $f(2)-5$. D. $f(1)-3$.

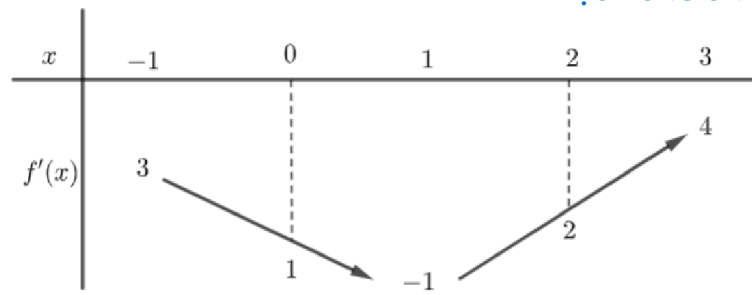
Câu 89. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau



Biết $f(0) = 0$. Hỏi hàm số $g(x) = \left| \frac{1}{3}f(x^3) - 2x \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 90. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Trên $[-4; 2]$ hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ đạt giá trị lớn nhất bằng?

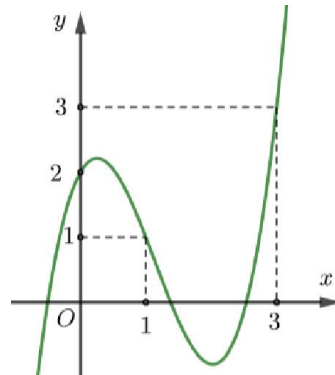


- A. $f(2) - 2$. B. $f\left(\frac{1}{2}\right) + 2$. C. $f(2) + 2$. D. $f\left(\frac{3}{2}\right) - 1$.

Câu 91. Cho hàm số $f(x)$ và có $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(|x|^3) - |x|$ là

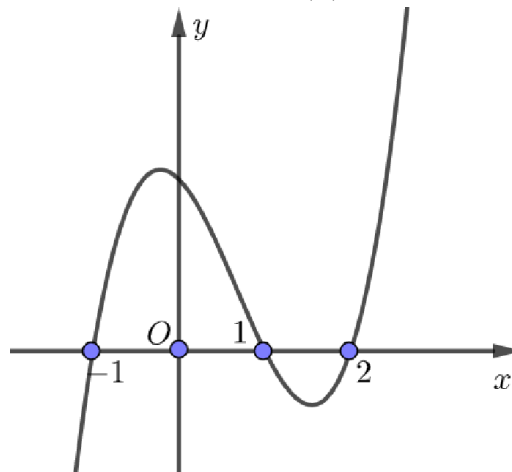
- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 92. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên $[-2; 4]$, gọi x_0 là điểm mà tại đó hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \ln(x^2 + 8x + 16)$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó x_0 thuộc khoảng nào?



- A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

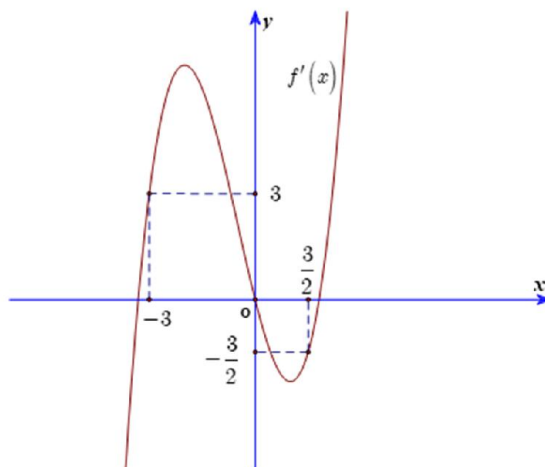
Câu 93. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $g(x) = (|x| + |x^2 - 1|)$ có bao nhiêu điểm cực đại

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 7.

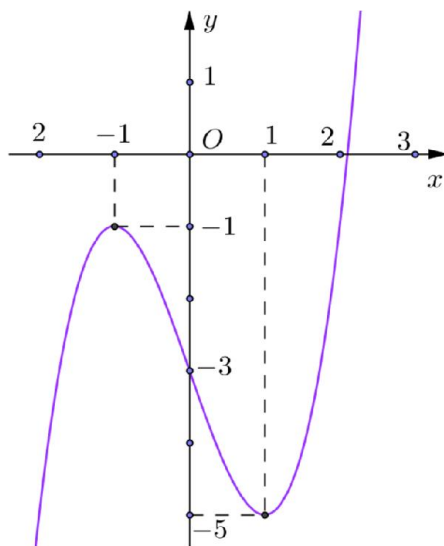
Câu 94. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f(0) = 0$, $f(-3) = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{19}{4}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = |4f(x) + 2x^2|$ giá trị lớn nhất của $g(x)$ trên $\left[-2; \frac{3}{2}\right]$ là

- A. 2. B. $\frac{39}{2}$. C. 1. D. $\frac{29}{2}$.

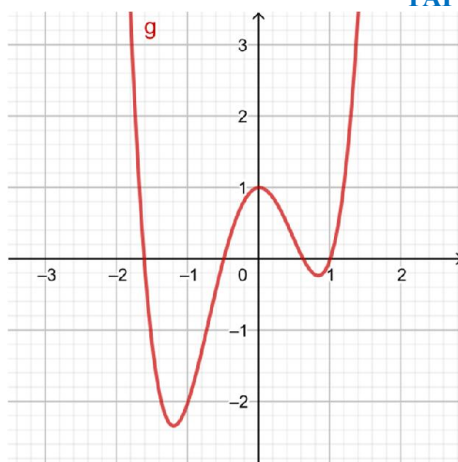
Câu 95. Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ đồ thị như sau:



Hàm số $g(x) = |f(x^3) - x^3 - x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

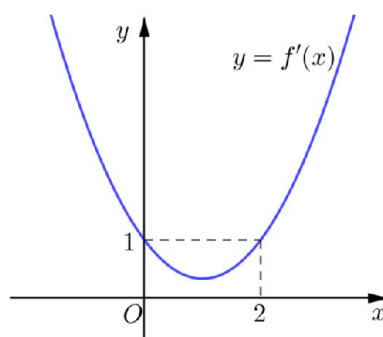
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 96. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(x) + \frac{x^2}{2} - x$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0; 1]$ là



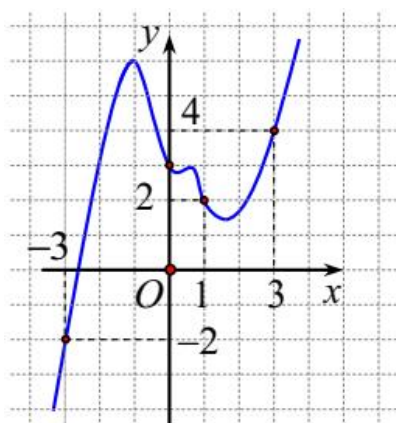
- A. $f(0)$. B. $f(1) + \frac{1}{2}$. C. $f(1) - \frac{1}{2}$. D. $f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{3}{8}$.

Câu 97. Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(e^x + 1) - x - m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

- A. $m > f(2)$. B. $m > f(2) - 1$. C. $m < f(1) - \ln 2$. D. $m > f(1) + \ln 2$.
- Câu 98.** Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng



- A. $f(0) - 1$. B. $f(-3) - 4$. C. $2f(1) - 4$. D. $f(3) - 16$.
- Câu 99.** Cho hàm số $y = f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - |x|)$

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 7.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.A	5.A	6.C	7.C	8.A	9.C	10.B
11.D	12.C	13.B	14.D	15.C	16.B	17.D	18.C	19.A	20.B
21.B	22.D	23.C	24.D	25.C	26.C	27.B	28.B	29.B	30.A
31.A	32.C	33.D	34.B	35.B	36.D	37.A	38.C	39.C	40.C
41.A	42.A	43.D	44.C	45.B	46.B	47.B	48.D	49.B	50.C
51.B	52.C	53.C	54.A	55.B	56.D	57.C	58.B	59.D	60.C
61.B	62.B	63.D	64.B	65.D	66.C	67.A	68.A	69.C	70.B
71.B	72	73.D	74.D	75.D	76.A	77.C	78.C	79.A	80.C
81.D	82.A	83.C	84.C	85.D	86.C	87.B	88.D	89.B	90.A
91.C	92.D	93.A	94.D	95.A	96.C	97.A	98.C	99.A	

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO-Phần 1

Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2m(m+1)x + 2m^3 + m^2 + 1}{x - m}$ có đồ thị (C_m) (m là tham số thực). Gọi A là điểm thỏa mãn vừa là điểm cực đại của (C_m) ứng với một giá trị m vừa là điểm cực tiểu của (C_m) ứng với giá trị khác của m . Giá trị của a để khoảng cách từ A đến đường thẳng $(d): x - (a+1)y + a = 0$ đạt giá trị lớn nhất là

- A. $a = 3$ B. $a = -3$ C. $a = \frac{10}{3}$ D. $a = -\frac{10}{3}$

Lời giải**Chọn D**

$$y = \frac{x^2 - 2m(m+1)x + 2m^3 + m^2 + 1}{x - m} = \frac{(x-m)^2 - 2m^2(x-m) + 1}{x - m} \quad (\text{Điều kiện } x \neq m)$$

$$y = f(x) = x - m + \frac{1}{x - m} - 2m^2$$

$$\Rightarrow y' = 1 - \frac{1}{(x-m)^2} = 0 \Leftrightarrow (x-m)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - m = 1 \\ x - m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m+1 \Rightarrow y(m+1) = 1 + 1 - 2m^2 = 2 - 2m^2 \\ x = m-1 \Rightarrow y(m-1) = -1 - 1 - 2m^2 = -2 - 2m^2 \end{cases}$$

Khi đó $A(x_0, y_0)$ thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases} x_0 = m_1 + 1 = m_2 - 1 \\ y_0 = 2 - 2m_1^2 = -2 - 2m_2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 - m_2 = -2 \\ m_1^2 - m_2^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 - m_2 = -2 \\ (m_1 - m_2)(m_1 + m_2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 - m_2 = -2 \\ m_1 + m_2 = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = -\frac{3}{2} \\ m_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{1}{2} \\ y_0 = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

$$\text{Với } (d): x - (a+1)y + a = 0 \text{ thì } d(A; (d)) = \frac{\left| -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}(a+1) + a \right|}{\sqrt{a^2 + 2a + 2}} = \frac{\left| \frac{7}{2}a + 2 \right|}{\sqrt{a^2 + 2a + 2}}$$

$$\text{Xét hàm } g(a) = \frac{(7a+4)^2}{a^2 + 2a + 2} \Rightarrow g'(a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{7} \\ a = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{10}{3}$	$-\frac{4}{7}$	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$				58		49

	49	0
--	----	---

$g(x)_{\max}$ tại $a = -\frac{10}{3}$ nên $d(A, (d))_{\max}$ tại $a = -\frac{10}{3}$

Câu 2. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-2		3		-1		$+\infty$

Phương trình $2f\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}}\right) + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{2}} = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. Đặt $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = t$, $t \in [-1; 1]$.

Phương trình tương đương: $f(t) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = t_1 \in (-\infty; -1) \text{ (loại)} \\ t = t_2 \in (-1; 0) \end{cases}$.

Với $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$, ta có bảng biến thiên của t như sau:

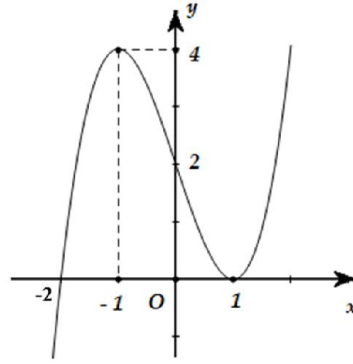
x	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$
t		0	1	0	-1	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $t = t_2$ có 3 nghiệm $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$.

Câu 3. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên

$\mathbb{R}$. Đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)}$

là



A. 4.

B. 3

C. 2.

D. 5

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{x^2 + x - 2}{f^2(x) - f(x)} = \frac{(x-1)(x+2)}{f(x)[f(x)-1]}.$$

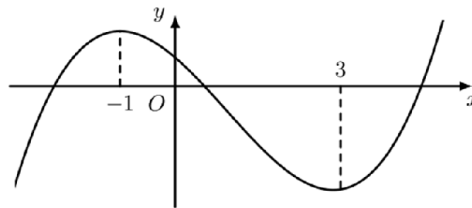
$$\text{Xét phương trình } f(x)[f(x)-1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Với } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (\text{kep}) \\ x = -2 (\text{don}) \end{cases} \Rightarrow x = 1 \text{ là TCD, } x = -2 \text{ không là TCD.}$$

$$\text{Với } f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_1 \in (0; 1) \\ x = x_2 \in (-2; -1) \end{cases} \Rightarrow x = 0, x = x_1, x = x_2 \text{ đều là các đường TCD.}$$

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường TCD.

Câu 4. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f((x-1)^2 + m)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số

$$y = f((x-1)^2 + m)$$

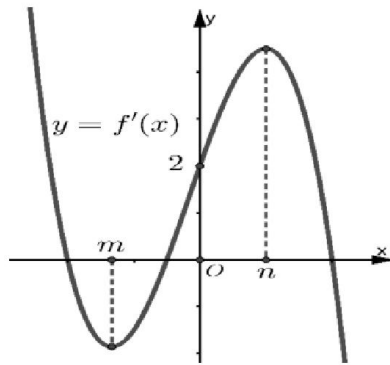
$$\bullet y' = 2(x-1)f'((x-1)^2 + m)$$

$$\bullet y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ (x-1)^2 + m = -1 \\ (x-1)^2 + m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ (x-1)^2 = -1-m \\ (x-1)^2 = 3-m \end{cases}$$

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì $-1-m \leq 0 < 3-m \Leftrightarrow -1 \leq m < 3 \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}$

Vậy tổng các phân tử của S là 2.

Câu 5. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a \neq 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng $e > n$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f'(f(x) - 2x)$ bằng

A. 7.

B. 10.

C. 14.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (f(x) - 2x)' \cdot f''(f(x) - 2x) = (f'(x) - 2) \cdot f''(f(x) - 2x)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) - 2 = 0 \\ f''(f(x) - 2x) = 0 \end{cases}$$

$+ f'(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2$ có 3 nghiệm.

$$+ f''(f(x) - 2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) - 2x = m \quad (1) \\ f(x) - 2x = n \quad (2) \end{cases}$$

Xét phương trình (1): $f(x) - 2x = m (m < 0)$, đặt $g(x) = f(x) - 2x \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 < m \\ x = 0 \\ x = x_2 > n \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$x_1 < m$	0	$x_2 > n$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm.

Xét phương trình (2): $f(x) - 2x = n (n < e)$, đặt $h(x) = f(x) - 2x \Rightarrow h'(x) = f'(x) - 2$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 < m \\ x = 0 \\ x = x_2 > n \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$x_1 < m$			0	$x_2 > n$			$+\infty$
$h'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$h(x)$									

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm.

Vậy hàm số $y = f'(f(x) - 2x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 6. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{x+2m}{x+2}$ (m là tham số). Gọi S là

tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = 2$. Số phần tử của S bằng

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = \frac{2-2m}{(x+2)^2}, \forall x \neq -2$.

Nếu $m = 1 \Rightarrow f(x) = 1, \forall x \neq -2$, khi đó $\max_{[1;3]} |f(x)| = \min_{[1;3]} |f(x)| = 1$

$$= \left| \frac{1+2m}{3} \right| + \left| \frac{3+2m}{5} \right|.$$

Nếu $m \neq 1$ ta có $f(x)$ là hàm số đơn điệu trên đoạn $[1;3]$, $f(1) = \frac{1+2m}{3}, f(3) = \frac{3+2m}{5}$.

+) Nếu $f(1) \cdot f(3) \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq m \leq -\frac{1}{2}$ thì $\min_{[1;3]} |f(x)| = 0, \max_{[1;3]} |f(x)| = f(1)$ hoặc

$$\max_{[1;3]} |f(x)| = f(3). \text{ Do đó } \max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \frac{1+2m}{3} \right| = 2 \\ \left| \frac{3+2m}{5} \right| = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{2}, m = -\frac{7}{2} \\ m = \frac{7}{2}, m = -\frac{13}{2} \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện xét thì không có giá trị m .

$$+) \text{ Nếu } f(1) \cdot f(3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ thì } \min_{[1;3]} |f(x)| + \max_{[1;3]} |f(x)| = |f(1)| + |f(3)|$$

$$= \left| \frac{1+2m}{3} \right| + \left| \frac{3+2m}{5} \right|. \text{ Do đó } \max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{1+2m}{3} \right| + \left| \frac{3+2m}{5} \right| = 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{3}{2} \\ \frac{1+2m}{3} + \frac{3+2m}{5} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{11}{4} \\ m = 1 \text{ (loại do } m \neq 1) \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ \frac{1+2m}{3} + \frac{3+2m}{5} = 2 \end{cases}$$

Vậy S có hai phần tử $m = 1, m = -\frac{11}{4}$.

Câu 7. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y			1		
	0				0

Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - m}$ có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng 3. Chọn đáp án đúng.

A. $0 < m \leq 1$.

B. $0 \leq m \leq 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f^2(x) - m} = \frac{1}{-m}$ vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$. Do đó:

Nếu $m = 0$ thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - m}$ không có tiệm cận ngang.

Mặt khác phương trình $f^2(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Nếu $m \neq 0$ thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - m}$ có một tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{-m}$.

+ $m < 0$: Phương trình $f^2(x) - m = 0$ vô nghiệm vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

$$+ m > 0: f^2(x) - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{m} \\ f(x) = -\sqrt{m} \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = -\sqrt{m}$ vô nghiệm với $\forall m > 0$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $f(x) = \sqrt{m}$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Vậy $0 < m < 1$ thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - m}$ có 3 tiệm cận.

Câu 8. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện

$$\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}.$$
 Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A.** $(-2; 2)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - xy + 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{x^2 + 3}{x}$ thay vào $2x + 3y - 14 \leq 0$ ta có bất phương trình

$$2x + 3 \frac{x^2 + 3}{x} - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{9}{5}.$$
 Thay $y = \frac{x^2 + 3}{x}$ vào $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$ ta có

$$P = 3x^2 \frac{x^2 + 3}{x} - x \left(\frac{x^2 + 3}{x} \right)^2 - 2x^3 + 2x = 3x(x^2 + 3) - \frac{x^4 + 6x^2 + 9}{x} - 2x^3 + 2x = \frac{5x^2 - 9}{x}.$$

$$P' = \frac{5x^2 - 9}{x^2} > 0, \forall x \in \left[1; \frac{9}{5} \right].$$
 Suy ra $P = \frac{5x^2 - 9}{x}$ đồng biến trên $\left[1; \frac{9}{5} \right]$.

$$\text{Vậy } \underset{\left[1; \frac{9}{5} \right]}{\text{Max}} P = P\left(\frac{9}{5}\right) = 4; \underset{\left[1; \frac{9}{5} \right]}{\text{Min}} P = P(1) = -4. \text{ Suy ra } \underset{\left[1; \frac{9}{5} \right]}{\text{Max}} P + \underset{\left[1; \frac{9}{5} \right]}{\text{Min}} P = 0.$$

Câu 9. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	2	5	$-\infty$	

Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = [f(2x^2 + x)]^2$ là

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } g'(x) = \left([f(2x^2 + x)]^2 \right)' = 2f(2x^2 + x)(4x + 1)f'(2x^2 + x).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2x^2 + x) = 0 \\ 4x + 1 = 0 \\ f'(2x^2 + x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + x = a \quad (a > 1) \\ x = -\frac{1}{4} \\ 2x^2 + x = 1 \\ 2x^2 + x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8a}}{4} \quad (a > 1) \\ x = -\frac{1}{4} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vì $a > 1$ nên có thứ tự các nghiệm của $g'(x) = 0$ là:

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1+8a}}{4} < x_2 = -1 < x_3 = -\frac{1}{4} < x_4 = \frac{1}{2} < x_5 = \frac{-1 + \sqrt{1+8a}}{4}.$$

Vậy $g'(x) = 0$ có 5 nghiệm đơn như trên suy ra $g'(x)$ đổi dấu khi x chạy qua các nghiệm đơn.

Với $0 \in \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right) (0 \in (x_3; x_4))$. Xét $g'(0) = 2 \cdot f(0) f'(0) > 0$. Suy ra $g'(x) > 0$ trên khoảng

$\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ hay khoảng $(x_3; x_4)$. Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Ta có hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $g(x) = [f(2x^2 + x)]^2$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $g(x) = [f(2x^2 + x)]^2$ có 2 điểm cực đại là $x = x_2 = -1$ và $x = x_4 = \frac{1}{2}$.

Câu 10. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - m - 6)x^3 + (m - 3)x^2 - 2x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3(m^2 - m - 6)x^2 + 2(m - 3)x - 2$.

$$\text{TH1: Xét } m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Với $m = 3$ thì $y' = -2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy $m = 3$ nhận.

Với $m = -2$ thì $y' = -10x - 2$ suy ra hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Vậy $m = -2$ loại.

TH2: Xét $m^2 - m - 6 \neq 0$.

Điều kiện để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

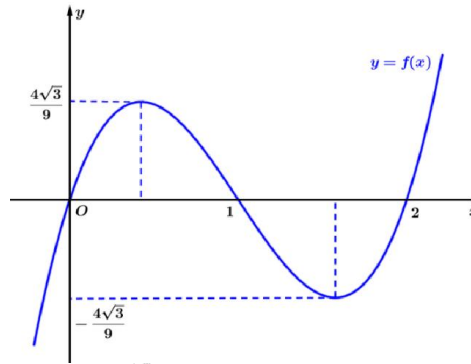
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3(m^2 - m - 6) < 0 \\ \Delta' = (m-3)^2 - 3(m^2 - m - 6)(-2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 3 \\ 7m^2 - 12m - 27 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 3 \\ -\frac{9}{7} \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{7} \leq m < 3.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $m \in \{-1, 0, 1, 2, 3\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 11. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(\left|\sqrt{4-x^2} - |x^2-1|\right|\right) = \frac{1}{2021}$ là



A. 24.

B. 14.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Chọn D

$$y = g(x) = f\left(\left|\sqrt{4-x^2} - |x^2-1|\right|\right) \text{ với } g(x) = \frac{1}{2021}$$

Ta đặt: $t = \sqrt{4-x^2}, \forall x \in [-2; 2]$ thì suy ra $y = g(t) = f\left(\left|t - |t^2-3|\right|\right), \forall t \in [0; 2]$

$$\text{Suy ra: } h(t) = t - |t^2-3| = \begin{cases} t^2 + t - 3, t \in [0; \sqrt{3}] \\ -t^2 + t + 3, t \in [\sqrt{3}; 2] \end{cases}$$

Từ đó ta có BBT của hàm số $h(t)$ như hình vẽ bên:

t	0	$\sqrt{3}$	2
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	-3	$\sqrt{3}$	1

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$. Từ
$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f(0) = 1 \\ f'(\pm 1) = 0 \\ f(\pm 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \\ c = 1 \end{cases}.$$
 Suy ra $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Khi đó $y = \frac{1}{x^4} [2x^4 - 4x^2]^4 = 2^4 x^4 (x^2 - 2)^4$. Có $y' = 2^4 \cdot 4 \cdot x^3 \cdot (x^2 - 2)^3 \cdot (3x^2 - 2)$.

Và $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (nghiệm bội lẻ); $x = \pm\sqrt{2}$ (nghiệm bội lẻ); $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

Do đó, hàm số y có 5 cực trị.

Câu 13. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho đồ thị $(C): y = \frac{x}{x-1}$. Đường thẳng d đi qua điểm

$I(1;1)$, cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Khi diện tích tam giác MAB , với $M(0;3)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{6}$.B. $\sqrt{10}$.C. $2\sqrt{3}$.D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua điểm $I(1;1)$ với hệ số góc k có phương trình $y = k(x-1) + 1$.

Phương trình hoành độ điểm chung của đường thẳng d và đồ thị (C) là: $\frac{x}{x-1} = k(x-1) + 1(1)$

Ta có: $\frac{x}{x-1} = k(x-1) + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ kx^2 - 2kx + k - 1 = 0(2) \end{cases}$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Điều này xảy ra khi $\begin{cases} \Delta' = k^2 - k(k-1) > 0 \\ k \cdot 1^2 - 2k \cdot 1 + k - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow k > 0$.

Với điều kiện đó, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lý Vi-et: $x_1 + x_2 = 2; x_1 x_2 = \frac{k-1}{k}$

Ta có: $A(x_1; kx_1 - k + 1), B(x_2; kx_2 - k + 1)$ nên:

$$AB = \sqrt{(k^2 + 1)(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(k^2 + 1)[(x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2]} = \sqrt{(k^2 + 1)(2^2 - 4 \frac{k-1}{k})} = \sqrt{(k^2 + 1) \cdot \frac{4}{k}}$$

Gọi H là chân đường cao kẻ từ M của tam giác MAB , ta có $MH = d(M, d) = \frac{|k+2|}{\sqrt{k^2 + 1}}$.

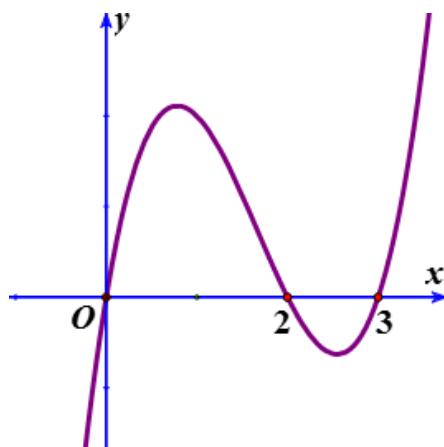
Diện tích tam giác MAB :

$$S = \frac{1}{2} MH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{|k+2|}{\sqrt{k^2 + 1}} \cdot \sqrt{(k^2 + 1) \cdot \frac{4}{k}} = |k+2| \sqrt{\frac{1}{k}} = \sqrt{\frac{(k+2)^2}{k}} = \sqrt{k + \frac{4}{k} + 4} \geq \sqrt{8}$$

Diện tích tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất khi $k = \frac{4}{k}, k > 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Khi đó $AB = \sqrt{(2^2 + 1) \cdot \frac{4}{2}} = \sqrt{10}$.

Câu 14. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Giả sử $f(x)$ là đa thức bậc 4. Đồ thị của hàm số $y = f'(1-x)$ được cho như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-2;1)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(1;2)$.

D. $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 1 - x \Rightarrow f(t) = f(1 - x) \Rightarrow f'(t) = -f'(1 - x)$

Ta có $f'(t) = 0 \Rightarrow f'(1 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$

$f'(t) > 0 \Leftrightarrow f'(1 - x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2 < x < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t > 1 \\ -2 < t < -1 \end{cases}$

BBT của $f(t)$

t	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$			
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(t)$								

Mặt khác $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 3)$

Nên $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 3) = 0 \end{cases}$

Ta có $f'(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = 1 \\ x^2 - 3 = -1 \\ x^2 - 3 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{2} \\ x = \pm 1 \end{cases}$

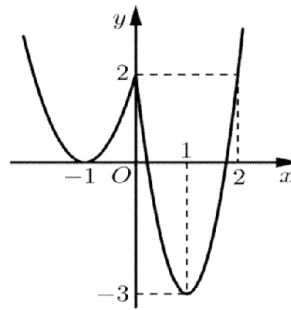
$$f'(x^2-3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3 > 1 \\ -2 < x^2-3 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \\ -\sqrt{2} < x < -1 \\ 1 < x < \sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$2x$		-	-	-	-	+	+	+	+
$f'(x^2-3)$		+	0	-	0	+	0	-	0
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0

Dựa vào bảng xét dấu $g'(x)$ suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;1)$ suy ra đáp là **D.**

Câu 15. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Cho hai hàm số $u(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$ và $f(x)$, trong đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(u(x)) = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?



A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = u(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$$

$$u'(x) = \frac{\sqrt{x^2+3} - \frac{x(x+3)}{\sqrt{x^2+3}}}{x^2+3} = \frac{3-3x}{\sqrt{x^2+3}(x^2+3)}$$

$$u'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$u'(x)$		+	0
$u(x)$		-	
	-1	2	1

Dựa vào BBT, ta có $u(x) \in (-1; 2]$.

Phương trình $f(u(x)) = m$ trở thành $f(t) = m$, $t \in (-1; 2]$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta có:

- + Khi $m = 2$: phương trình $f(t) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow$ phương trình $f(u(x)) = m$ có 2 nghiệm phân biệt.
- + Khi $m = 1$: phương trình $f(t) = 1$ có 3 nghiệm $t_1 \in (-1; 0), t_2 \in (0; 1), t_3 \in (1; 2) \Rightarrow$ phương trình $f(u(x)) = m$ có 4 nghiệm phân biệt.
- + Khi $m \in \{0; -1; -2\}$: phương trình $f(t) = m$ có 2 nghiệm $t_1 \in (0; 1), t_2 \in (1; 2) \Rightarrow$ phương trình $f(u(x)) = m$ có 3 nghiệm phân biệt.
- + Khi $m = -3$: phương trình $f(t) = m$ có 1 nghiệm $t = 1 \Rightarrow$ phương trình $f(u(x)) = m$ có 1 nghiệm.
- Vậy $m \in \{0; -1; -2\}$.

- Câu 16. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)e^x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $[-2020; 2021]$ để hàm số $g(x) = f(\ln x) - mx^2 + 4mx - 2$ nghịch biến trong $(e; e^{2020})$.
- A. 2018. B. 2020. C. 2021. D. 2019.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = \frac{1}{x} f'(\ln x) - 2mx + 4m = \frac{1}{x} (\ln x + 1) e^{\ln x} - 2mx + 4m = \ln x + 1 - 2mx + 4m$

Hàm số nghịch biến trong khoảng $(e; e^{2020})$ khi và chỉ khi $\ln x + 1 - 2mx + 4m \leq 0, \forall x \in (e; e^{2020})$

$$\Leftrightarrow 2m \geq \frac{\ln x + 1}{x - 2}, \forall x \in (e; e^{2020}).$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{\ln x + 1}{x - 2}, x \in (e; e^{2020})$

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{\frac{1}{x}(x+1) - \ln x - 1}{(x-2)^2} = \frac{1 - x \ln x}{x(x-2)^2}, x \in (e; e^{2020})$$

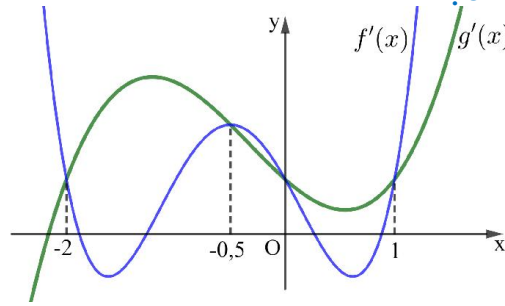
$$g'(x) < 0, \forall x \in (e; e^{2020})$$

BBT

x	e	e^{2020}
$g'(x)$	—	
$g(x)$	$\frac{2}{e-2}$	

Quan sát bảng biến thiên ta có $2m \geq \frac{2}{e-2} \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{e-2} \Rightarrow m \geq 2$. Vậy có 2020 giá trị nguyên của tham số m .

- Câu 17. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Cho các hàm số $y = f(x); y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị các đạo hàm $f'(x); g'(x)$ (đồ thị hàm số $y = g'(x)$ là đường đậm hơn) như hình vẽ.



Hàm số $h(x) = f(x-1) - g(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

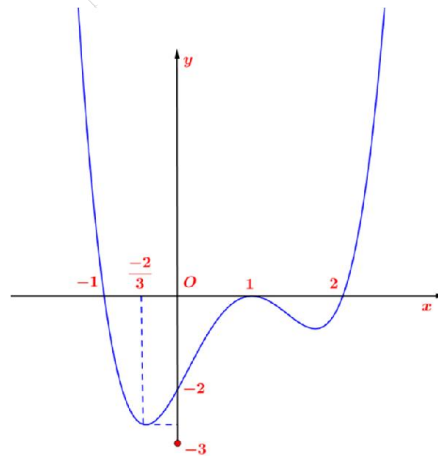
Ta có: $h'(x) = f'(x-1) - g'(x-1)$

Dựa vào hình vẽ ta có hàm số $h(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow h'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x-1) < g'(x-1)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x-1 < -\frac{1}{2} \\ 0 < x-1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < \frac{1}{2} \\ 1 < x < 2 \end{cases}$$

Do đó hàm số $h(x)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và $(1; 2)$.

Câu 18. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên R và có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.

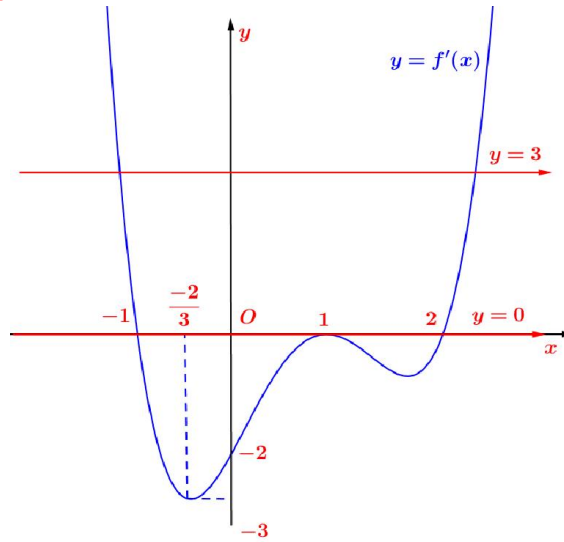


Đặt $g(x) = f(f'(x) - 1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$. Số phần tử của tập S là

- A. 8 B. 6 C. 10 D. 9

Lời giải

Chọn C



♦ Ta có: $g(x) = f(f'(x) - 1) \Rightarrow g'(x) = f''(x) \cdot f'(f'(x) - 1)$

$$\text{Phương trình } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'(f'(x) - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f''(x) = 0 \\ f'(x) - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f''(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \\ f'(x) - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f''(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \\ f'(x) = 3 \end{cases}$$

Ta có đồ thị $y = f'(x)$ có cực trị tại $\begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{2}{3} \\ x = x_0 \in (1; 2) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} f''(1) = 0 \\ f''(-\frac{2}{3}) = 0 \\ f''(x_0) = 0 \end{cases} \Rightarrow f''(x) = 0 \text{ có 3 nghiệm } \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{2}{3} \\ x = x_0 \end{cases} \text{ cùng với } x = 1 \text{ là nghiệm bội chẵn}$$

Tại phương trình $f'(x) = 0$ ta thấy có 2 nghiệm bội lẻ $x = -1, x = 2$ và nghiệm bội chẵn $x = 1$

Tại phương trình $f'(x) = 3$ ta thấy có 2 nghiệm mà đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị $y = f(x)$ đó là hai điểm $x = x_1 \in (-\infty; -1)$ và $x = x_2 \in (2; +\infty)$

Vậy từ đó ta thấy phương trình $g'(x) = 0$ tổng cộng có tất cả 10 nghiệm.

Câu 19. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Xét hàm số $g(x) = 12f(x^2) + 2x^6 - 15x^4 + 24x^2 + 2019$. Khẳng định đúng là

A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$

C. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-2; -1)$.D. Hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực tiểu

Lời giải

Chọn A

♦ Đầu tiên từ BBT trên ta có được: $f'(x) = a(x+1)(x-1)(x-4)$

♦ Từ đó hàm số trên tương đương với:

$$g(x) = 12f(x^2) + 2x^6 - 15x^4 + 24x^2 + 2019$$

$$\Rightarrow g'(x) = 24xf'(x^2) + 12x^5 - 60x^3 + 48x$$

$$= 12x[(x^2+1)(x^2-1)(x^2-4) + (x^2-1)(x^2-4)]$$

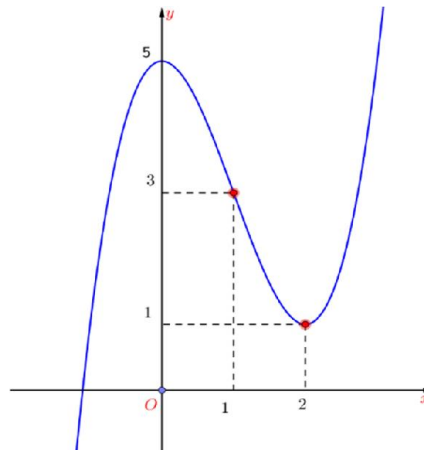
$$= 12x(x^2-1)(x^2-4)(x^2+2)$$

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}$. Từ đó ta có bảng biến thiên hàm $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2		-1		0		1		2		$+\infty$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$												$+\infty$

Từ BBT ta kết luận A đúng.

Câu 20. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$f\left(\left|\frac{3\sin x - \cos x - 1}{2\cos x - \sin x + 4}\right| + 2\right) = f\left(\sqrt{(m+2)^2 + 4}\right) \text{ có nghiệm?}$$

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1, -1 \leq \cos x \leq 1$ nên suy ra $2 \cos x - \sin x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Đặt } t = \frac{3 \sin x - \cos x - 1}{2 \cos x - \sin x + 4} \Rightarrow t(2 \cos x - \sin x + 4) = 3 \sin x - \cos x - 1$$

$$\Leftrightarrow (2t+1) \cos x - (t+3) \sin x = -(4t+1).$$

$$\text{Phương trình trên có nghiệm khi } (2t+1)^2 + (t+3)^2 \geq (4t+1)^2 \Leftrightarrow \frac{-9}{11} \leq t \leq 1 \Rightarrow 2 \leq |t| + 2 \leq 3.$$

Nhìn vào hình trên ta thấy hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên $[2; 3]$ nên phương trình

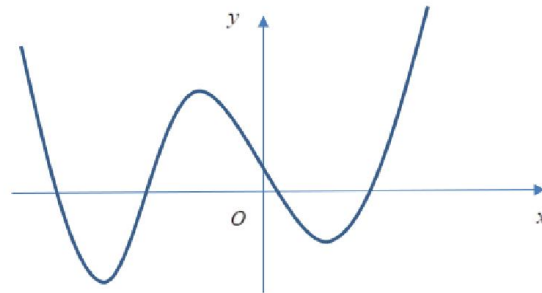
$$f\left(\left|\frac{3 \sin x - \cos x - 1}{2 \cos x - \sin x + 4}\right| + 2\right) = f\left(\sqrt{(m+2)^2 + 4}\right) \text{ hay phương trình } f(|t| + 2) = f\left(\sqrt{(m+2)^2 + 4}\right) \text{ có}$$

nghiệm khi và chỉ khi phương trình $|t| + 2 = \sqrt{(m+2)^2 + 4}$ có nghiệm t thỏa mãn điều kiện

$$2 \leq |t| + 2 \leq 3 \Leftrightarrow 2 \leq \sqrt{(m+2)^2 + 4} \leq 3 \Rightarrow m^2 + 4m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{5} \leq m \leq 2 + \sqrt{5}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có tất cả 5 giá trị m thỏa mãn.

Câu 21. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi (C_1) và (C_2) lần lượt là đồ thị của hai hàm số $y = f''(x) \cdot f(x) - [f'(x)]^2$ và $y = 2021^x$. Số giao điểm của (C_1) và (C_2) là



A. 1

B. 0

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn B

Số giao điểm (C_1) và (C_2) là nghiệm của phương trình

$$f''(x) \cdot f(x) - [f'(x)]^2 = 2021^x (*)$$

Từ đồ thị ta thấy $f(x)$ cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2; x_3; x_4$

nên phương trình $f(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1; x_2; x_3; x_4$

$$\Rightarrow f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$$

$$\text{Nếu } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \\ x = x_4 \end{cases} \text{ thay vào } (*) \text{ ta thấy vế trái âm, vế phải dương nên phương trình } (*) \text{ vô}$$

nghiệm

Nếu $f(x) \neq 0$ nên ta có phương trình ta có phương trình $(*)$ tương đương với

$$\frac{f''(x) \cdot f(x) - [f'(x)]^2}{[f(x)]^2} = \frac{2021^x}{[f(x)]^2} \Leftrightarrow \left(\frac{f'(x)}{f(x)} \right)' = \frac{2021^x}{[f(x)]^2}$$

Ta có:

$$f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$$

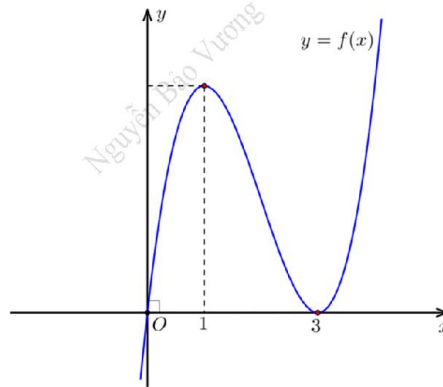
$$\Rightarrow f'(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) \left[\frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \frac{1}{x-x_3} + \frac{1}{x-x_4} \right]$$

$$\Rightarrow f'(x) = f(x) \left[\frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \frac{1}{x-x_3} + \frac{1}{x-x_4} \right] \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \frac{1}{x-x_3} + \frac{1}{x-x_4}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } \left(\frac{f'(x)}{f(x)} \right)' &= \left(\frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \frac{1}{x-x_3} + \frac{1}{x-x_4} \right)' \\ &= - \left(\frac{1}{(x-x_1)^2} + \frac{1}{(x-x_2)^2} + \frac{1}{(x-x_3)^2} + \frac{1}{(x-x_4)^2} \right) < 0 \end{aligned}$$

Mà $\frac{2021^x}{[f(x)]^2} > 0$ nên phương trình $\left(\frac{f'(x)}{f(x)} \right)' = \frac{2021^x}{[f(x)]^2}$ vô nghiệm, do đó phương trình (*) vô nghiệm.

Câu 22. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 cực trị.

A. $m \geq \frac{1}{4}$.

B. $m \leq 1$.

C. $m < 1$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } g(x) = f^2(x) + f(x) + m \Rightarrow g'(x) = 2f(x)f'(x) + f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Ta có: $f'(x) = 0 \Rightarrow$ có hai nghiệm là $x = 0; x = 3$ và $f(x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ có một nghiệm là $x = a < 0$
nên hàm số $g(x)$ có ba cực trị. Do đó đồ thị hàm số $h(x) = |f^2(x) + f(x) + m|$ có đúng 3 cực
trị thì phương trình $f^2(x) + f(x) + m = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta = 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Câu 23. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho hai hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và $g(x) = x + \frac{4}{x^2}$. Trên đoạn $[1; 4]$, hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có cùng giá trị nhỏ nhất và đạt tại cùng một điểm. Biết rằng điểm $A(1; 4)$ thuộc đồ thị của hàm số $f(x)$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$.

- A.** $\max_{[1;4]} f(x) = 9$. **B.** $\max_{[1;4]} f(x) = 23$. **C.** $\max_{[1;4]} f(x) = 11$. **D.** $\max_{[1;4]} f(x) = 19$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$; $g'(x) = 1 - \frac{8}{x^3}$

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{8}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Ta có: $g(1) = 5$; $g(2) = 3$; $g(4) = \frac{17}{4} \Rightarrow \min_{[1;4]} g(x) = 3$ tại $x = 2$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(2) = 0 \\ -\frac{2a}{6} = 2 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 + 4a + b = 0 \\ a = -6 \\ 8 + 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 12 \\ c = -5 \end{cases}$$

Khi đó, $f'(x) = 3x^2 - 12x + 12 = 3(x - 4)^2 \geq 0$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow \max_{[1;4]} f(x) = f(4) = 11$.

Câu 24. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = x^2 + 2x + 2$ và điểm M di chuyển trên (P) . Gọi $(d_1), (d_2)$ là các đường thẳng đi qua M sao cho (d_1) song song với trục tung và $(d_1), (d_2)$ đối xứng nhau qua tiếp tuyến của (P) tại M . Biết rằng khi M di chuyển trên (P) thì (d_2) luôn đi qua một điểm cố định $I(a; b)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $3a + 2b = 0$. **B.** $a + b = 0$. **C.** $ab = -1$. **D.** $5a + 4b = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(m; m^2 + 2m + 2)$.

Vì (d_1) đi qua M và song song với trục tung nên (d_1) có phương trình: $x = m$.

Gọi Δ là tiếp tuyến của (P) tại M , ta có phương trình của Δ :

$$y = (2m + 2)(x - m) + m^2 + 2m + 2 \Leftrightarrow (2m + 2)x - y - m^2 + 2 = 0.$$

Gọi $A = \Delta \cap Oy \Rightarrow A(0; 2 - m^2)$.

Gọi d đi qua A và vuông góc với Δ , ta có phương trình của d :

$$x + (2m + 2)y - (2m + 2)(2 - m^2) = 0.$$

$$\text{Gọi } B = d \cap d_1 \Rightarrow B\left(m; \frac{(2m + 2)(2 - m^2) - m}{2m + 2}\right).$$

Gọi C đối xứng B qua $\Delta \Rightarrow A$ là trung điểm đoạn BC .

$$\text{Suy ra } C\left(-m; \frac{-2m^3 - 2m^2 + 5m + 4}{2m + 2}\right).$$

Đường thẳng (d_2) đối xứng với (d_1) qua Δ nên (d_2) đi qua M và C .

$$\overrightarrow{CM} = \left(2m; \frac{4m^3 + 8m^2 + 3m}{2m + 2}\right), \text{ chọn } \vec{u} = (4m + 4; 4m^2 + 8m + 3) \text{ là một vectơ chỉ phương của } d_2.$$

Suy ra vectơ pháp tuyến của d_2 là $\vec{n} = (4m^2 + 8m + 3; -4m - 4)$.

$$\text{Suy ra phương trình } (d_2): (4m^2 + 8m + 3)(x - m) + (-4m - 4)(y - m^2 - 2m - 2) = 0.$$

Ta có:

$$(4m^2 + 8m + 3)(x - m) + (-4m - 4)(y - m^2 - 2m - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)4m^2 + (8x - 4y + 13)m + 3x - 4y + 8 = 0. \text{ Phương trình này nghiệm đúng với mọi } m \in \mathbb{R}$$

$$\text{khi và chỉ khi } \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 8x - 4y + 13 = 0 \\ 3x - 4y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra đường thẳng } d_2 \text{ luôn đi qua điểm cố định } I\left(-1; \frac{5}{4}\right) \Rightarrow a = -1; b = \frac{5}{4}.$$

$$\text{Suy ra } 5a + 4b = 0.$$

Câu 25. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-2	2	-3	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2 - 4x) = m + 5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ là

A. 12.

B. 14.

C. 11.

D. 13.

Lời giải

Chọn C

$$\diamond \text{ Ta có: } 3f(x^2 - 4x) = m + 5 \Leftrightarrow f(x^2 - 4x) = \frac{m + 5}{3}.$$

$$\diamond \text{ Xét hàm số } g(x) = f(x^2 - 4x), \text{ ta có: } g'(x) = (2x - 4)f'(x^2 - 4x).$$

$$\diamond \text{ Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-4)f'(x^2-4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4=0 \\ f'(x^2-4x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=2-\sqrt{2} \\ x=2+\sqrt{2} \\ x=0 \\ x=4 \end{cases}$$

♦ Trong đó, nghiệm $x=2$ là nghiệm bội ba.

♦ Ta có: $g(2-\sqrt{2}) = g(2+\sqrt{2}) = f(-2) = 2$; $g(0) = -3$; $g(2) = f(-4) = -2$.

♦ Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	$2-\sqrt{2}$	2	$2+\sqrt{2}$	4	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	-3	2	-2	2	-3	$+\infty$

♦ Để phương trình $3f(x^2-4x) = m+5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ thì $-2 < \frac{m+5}{3} < 2 \Leftrightarrow -11 < m < 1$.

Câu 26. (Chuyên KHTN - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $-10 < m < 10$ và hàm số $y = f(x^2 + 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 5.

B. 4.

C. 6

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Xét $y = g(x) = f(x^2 + 2x + m)$

Ta có: $y' = g'(x) = 2(x+1)f'(x^2 + 2x + m)$

Vì $x+1 > 0 \forall x \in (0;1)$ nên để hàm số $y = f(x^2 + 2x + m)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $f'(x^2 + 2x + m) > 0 \forall x \in (0;1)$, do hàm số $x^2 + 2x + m$ luôn đồng biến trên $(0;1)$ nên

Đặt $t = x^2 + 2x + m$. Vì $x \in (0;1)$ nên $t \in (m; m+3)$

$$\text{Dựa vào bảng xét dấu của } f'(x) \text{ ta có: } \begin{cases} m+3 \leq -2 \\ m \geq 0 \\ m+3 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m = 0 \end{cases}$$

Mà $-10 < m < 10$ nên $m = \{-9; -8; -7; -6; -5; 0\}$

Vậy có tất cả 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 27. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị thực của m để hàm số $y = mx^9 + (m^2 - 3m + 2)x^6 + (2m^3 - m^2 - m)x^4 + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. Vô số.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } y' &= 9mx^8 + 6(m^2 - 3m + 2)x^5 + 4(2m^3 - m^2 - m)x^3 \\ &= x^3(9mx^5 + 6(m^2 - 3m + 2)x^2 + 4(2m^3 - m^2 - m)) \end{aligned}$$

Để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Mặt khác ta thấy $y' = 0$ có nghiệm bội lẻ $x = 0$, do đó để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì phương trình

$$9mx^5 + 6(m^2 - 3m + 2)x^2 + 4(2m^3 - m^2 - m) = 0 \text{ có nghiệm } x = 0$$

$$\Rightarrow 2m^3 - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{2} \\ m = 0 \end{cases}$$

Thử lại:

Với $m = 0 \Rightarrow y' = 12x^5$ (không thỏa mãn).

Với $m = 1 \Rightarrow y' = 9x^8 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn).

Với $m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y' = -\frac{9}{2}x^8 + \frac{45}{2}x^5$ (không thỏa mãn).

Vậy có 1 giá trị của m .

Câu 28. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{5}m^2x^5 - \frac{8}{3}mx^3 - (m^2 - m - 20)x + 1$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7.

B. 9.

C. 8.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{2}{5}m^2x^5 - \frac{8}{3}mx^3 - (m^2 - m - 20)x + 1.$$

$$\Rightarrow f'(x) = 2m^2x^4 - 8mx^2 - m^2 + m + 20$$

Để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì

$$f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2m^2x^4 - 8mx^2 - m^2 + m + 20 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Đặt $t = x^2, t \geq 0$ ta có: $2m^2t^2 - 8mt - m^2 + m + 20 \geq 0$ (*), $\forall t \geq 0$ nên ta có các trường hợp sau:

+) TH1: $m = 0$: khi đó bpt (*) trở thành $20 \geq 0$ (đúng $\forall t \geq 0$)

Nên $m = 0$ thỏa mãn.

$$\text{+) TH2: } \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = 64m^2 + 8m^4 - 8m^3 - 160m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - m - 12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -3 \leq m \leq 4 \end{cases}.$$

$$+) \text{ TH3: } \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = 64m^2 + 8m^4 - 8m^3 - 160m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - m - 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Khi đó: Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $2m^2t^2 - 8mt - m^2 + m + 20 = 0$ có hai nghiệm phân

$$\text{biệt thỏa mãn } t_1 < t_2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} S < 0 \\ P \geq 0 \end{cases}$$

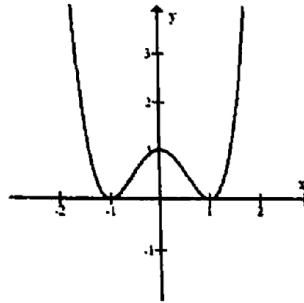
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{m} < 0 \\ \frac{-m^2 + m + 20}{2m^2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -m^2 + m + 20 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -4 \leq m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m < 0.$$

Kết hợp điều kiện ta có: $-4 \leq m < -3$

Vậy để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì

$$\begin{cases} -3 \leq m \leq 4 \\ -4 \leq m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 4, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}.$$

Câu 29. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm thực của bất phương trình $\sqrt{2f^2(x^3 - 3x^2 + 4) + 8} \leq f(x^3 - 3x^2 + 4) + 2$ là

A. 6.

B. 4.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = f(x^3 - 3x^2 + 4)$$

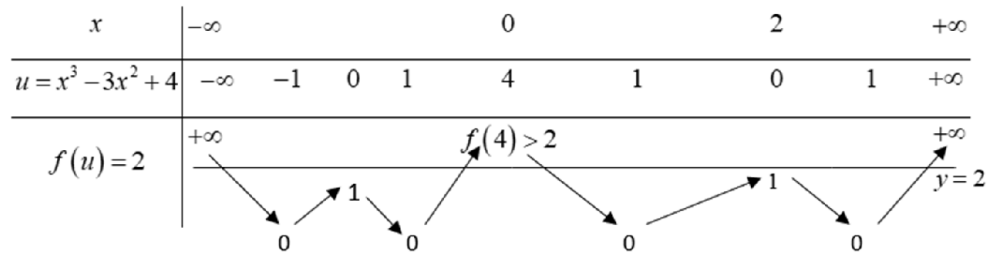
$$\text{BPT} \Leftrightarrow \sqrt{2t^2 + 8} \leq t + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t + 2 \geq 0 \\ 2t^2 + 8 \leq t^2 + 4t + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -2 \\ t = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$$

$$\text{Với } t = 2 \text{ thì } f(x^3 - 3x^2 + 4) = 2$$

Sử dụng phương pháp ghép trục ta có BBT:



Vậy bất phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 30. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Biết hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại $x=1$ và $x=2021$. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x) = f(m)$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 4037.

B. 2019.

C. 4001.

D. 2021.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Do hàm số có 2 điểm cực trị là: $x_1 = 1$ và $x_2 = 2021$.

$$\text{Nên: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = 2022 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} = 2021 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3033a \\ c = 6063a \end{cases}$$

Xét phương trình: $f(x) = f(m)$

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = am^3 + bm^2 + cm + d$$

$$\Leftrightarrow a(x^3 - m^3) + b(x^2 - m^2) + c(x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow a(x^3 - m^3) - 3033a(x^2 - m^2) + 6063a(x - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - m)(x^2 + mx + m^2 - 3033x - 3033m + 6063) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - m = 0 \\ x^2 + mx + m^2 - 3033x - 3033m + 6063 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Để phương trình $f(x) = f(m)$ có 3 nghiệm phân biệt thì pt(*) có 2 nghiệm phân biệt khác m .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = (m - 3033)^2 - 4(m^2 - 3033m + 6063) > 0 \\ m^2 + (m - 3033)m + m^2 - 3033m + 6063 \neq 0 \end{cases}$$

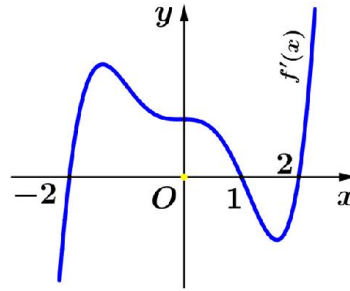
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6063m + 3033^2 - 4m^2 + 4 \cdot 3033m - 4 \cdot 6063 > 0 \\ m^2 + (m - 3033)m + m^2 - 3033m + 6063 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1009 < m < 3031 \\ m \neq 2021; m \neq 1 \end{cases}$$

Vậy: $m \in (-1009; 3031) \setminus \{1; 2021\}$ có 4037 giá trị m nguyên.

----- Hết -----

Câu 31. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-2) < f(2) = 0$, đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x) = \left| f(x) + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 5.

B. 7.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

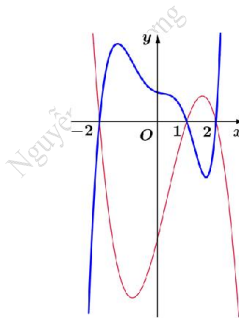
Chọn A

Xét hàm số $h(x) = f(x) + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x$

Ta có $h'(x) = f'(x) + x^3 - x^2 - 4x + 4 = f'(x) - (1-x)(x^2 - 4)$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (1-x)(x^2 - 4)$

Vẽ đồ thị hàm số $y = (1-x)(x^2 - 4)$ lên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị $f'(x)$ thì hai đồ thị này cắt nhau tại 3 điểm $x = 1; x = \pm 2$



Mà $h(-2) = f(-2) - \frac{28}{3} < 0$, (do $f(-2) < 0$); $h(1) = f(1) + \frac{23}{12}$,

$h(2) = f(2) + \frac{2}{3} > 0$, do $f(2) = 0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$							$+\infty$

$y = 0$

Từ bảng biến thiên suy đồ thị hàm số $h(x)$ có 3 điểm cực trị và cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt nên đồ thị hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 cực trị.

Câu 32. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \frac{(x-2)^4}{[f(x+1)]^3}$ là

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm là $x = -1$; $x = 0$; $x = 1$

$\Rightarrow f'(x)$ có dạng $f'(x) = kx(x-1)(x+1) = k(x^3 - x)$, với $k \in \mathbb{R}$ và $k \neq 0$

$\Rightarrow f(x) = k\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + C\right)$, C là một hằng số

Mà đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua $(1; 3)$ và $(0; -1) \Rightarrow \begin{cases} k\left(-\frac{1}{4} + C\right) = 3 \\ kC = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -16 \\ C = \frac{1}{16} \end{cases}$

$$\Rightarrow f(x) = -16\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{16}\right) = -4x^4 + 8x^2 - 1$$

$$\Rightarrow f(x+1) = -4(x+1)^4 + 8(x+1)^2 - 1$$

$$\Rightarrow f(x+1) = -4(x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1) + 8(x^2 + 2x + 1) - 1$$

$$\Rightarrow f(x+1) = -4x^4 - 16x^3 - 16x^2 + 3 \Rightarrow f'(x+1) = -16x^3 - 48x^2 - 32x$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = \frac{4(x-2)^3 [f(x+1)]^3 - (x-2)^4 \cdot 3[f(x+1)]^2 \cdot f'(x+1)}{[f(x+1)]^6}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{4(x-2)^3 f(x+1) - 3(x-2)^4 f'(x+1)}{[f(x+1)]^4} = \frac{(x-2)^3 [4f(x+1) - 3(x-2)f'(x+1)]}{[f(x+1)]^4}$$

$$\text{Do đó: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \\ 4f(x+1) - 3(x-2)f'(x+1) = 0 \end{cases}$$

Phương trình: $4f(x+1) - 3(x-2)f'(x+1) = 0$

$$\Leftrightarrow 4(-4x^4 - 16x^3 - 16x^2 + 3) - 3(x-2)(-16x^3 - 48x^2 - 32x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -16x^4 - 64x^3 - 64x^2 + 12 - 3(-16x^4 - 16x^3 + 64x^2 + 64x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -16x^4 - 64x^3 - 64x^2 + 12 + 48x^4 + 48x^3 - 192x^2 - 192x = 0$$

$$\Leftrightarrow 32x^4 - 16x^3 - 256x^2 - 192x + 12 = 0 \Leftrightarrow 8x^4 - 4x^3 - 64x^2 - 48x + 3 = 0$$

Xét hàm số $h(x) = 8x^4 - 4x^3 - 64x^2 - 48x + 3$

Ta có: $h'(x) = 32x^3 - 48x^2 - 128x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$ với $x_1 < -1 < 0 < x_2 < 1 < 2 < x_3$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	-1	0	x_2	1	x_3	$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	$h(x_1)$	-1	3	$h(x_2)$	-105	$h(x_3)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $h(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

Mà $h(2) = -233 \Rightarrow x = 2$ không là nghiệm của phương trình $h(x) = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình $g'(x) = 0$ có 5 nghiệm phân biệt

Vậy hàm số $g(x) = \frac{(x-2)^4}{[f(x+1)]^3}$ có 5 điểm cực trị.

Câu 33. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = 2(m+1)x^3 + 3(m^2 - 5m - 4)x^2 - 6(3m^2 - 6m - 19)x - 32\sqrt{(x+1)^3} + 1$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. Số phần tử của tập hợp S là

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 6 \cdot [(m+1)x^2 + (m^2 - 5m - 4)x - 8\sqrt{x+1} - 3m^2 + 6m + 19]$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty) \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (-1; +\infty)$

$$(m+1)x^2 + (m^2 - 5m - 4)x - 8\sqrt{x+1} - 3m^2 + 6m + 19 \geq 0, \forall x \in (-1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow [x-3] \cdot \left[(m+1)x + m^2 - 2m - 1 - \frac{8}{\sqrt{x+1} + 2} \right] \geq 0 \Leftrightarrow (x-3) \cdot g(x) \geq 0, \forall x \in (-1; +\infty)$$

$$\text{Với } g(x) = (m+1)x + m^2 - 2m - 1 - \frac{8}{\sqrt{x+1} + 2}$$

$$\text{ĐK cần: } g(3) = 0 \Leftrightarrow 3(m+1) + m^2 - 2m - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$$

ĐK đủ:

Với $m = 0$ ta có

$$f'(x) = (x-3) \left(x - 1 - \frac{8}{\sqrt{x+1} + 2} \right) =$$

$$(x-3) \left[(x-3) + \left(2 - \frac{8}{\sqrt{x+1} + 2} \right) \right] = (x-3) \left[(x-3) + \frac{2(\sqrt{x+1} - 2)}{\sqrt{x+1} + 2} \right]$$

$$= (x-3)^2 \left[1 + \frac{2}{(\sqrt{x+1} + 2)^2} \right] \geq 0, \forall x \in (-1; +\infty) \Rightarrow m = 0 \text{ thỏa mãn}$$

Với $m = -1$ ta có

$$f'(x) = (x-3) \left(2 - \frac{8}{\sqrt{x+1} + 2} \right) = (x-3) \cdot \frac{2(\sqrt{x+1} - 2)}{\sqrt{x+1} + 2} = \frac{2(x-3)^2}{(\sqrt{x+1} + 2)^2} \geq 0, \forall x \in (-1; +\infty)$$

$\Rightarrow m = -1$ thỏa mãn.

Câu 34. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx - c \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ với a, b, c là các số thực dương, biết $f(1) = -3, f(5) = 2$. Xét hàm số $g(t) = |3f(3-2t) + 2f(3t-2) + m|$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m sao cho $\max_{[-1;1]} g(t) = 10$. Số phần tử của S là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = ax^3 + bx - c \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ xác định trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } f(-x) = -ax^3 - bx - c \ln(-x + \sqrt{1+x^2}) = -ax^3 - bx - c \ln\left(\frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}}\right)$$

$$= -ax^3 - bx + c \ln(x + \sqrt{1+x^2}) = -f(x), \text{ suy ra } f(x) \text{ là hàm số lẻ} \Rightarrow f(-5) = -f(5)$$

$$\text{Mặt khác ta lại có: } f'(x) = 3ax^2 + b - \frac{c}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\text{Xét hàm số } h(t) = 3f(3-2t) + 2f(3t-2) + m, \text{ có } h'(x) = -6f'(3-2t) + 6f'(3t-2)$$

$$\begin{aligned}
 h'(t) &= 6[f'(3t-2) - f'(3-2t)] = 6 \left[3a[(3t-2)^2 - (3-2t)^2] + c \left[\frac{1}{\sqrt{1+(3-2t)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1+(3t-2)^2}} \right] \right] \\
 &= 6 \left(\sqrt{1+(3t-2)^2} - \sqrt{1+(3-2t)^2} \right) \left[3a \left(\sqrt{1+(3t-2)^2} + \sqrt{1+(3-2t)^2} \right) + c \right] \\
 h'(x) &= 0 \Leftrightarrow \sqrt{1+(3t-2)^2} - \sqrt{1+(3-2t)^2} = 0 \Leftrightarrow (3t-2)^2 = (3-2t)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3t-2=3-2t \\ 3t-2=2t-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Do $h(1) = 3f(1) + 2f(1) = 5f(1) = -15$; $h(-1) = 3f(5) + 2f(-5) = f(5) = 2$

Do đó $A = \max_{[-1;1]} g(t) = m+2$, $B = \min_{[-1;1]} g(t) = m-15$

Ta có $\max_{[-1;1]} g(t) = \max\{|m-15|, |m+2|\}$

Trường hợp 1:

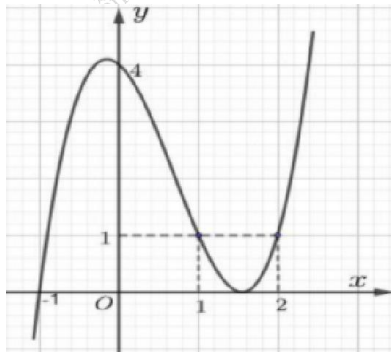
$$\begin{cases} |m-15| \geq |m+2| \\ \max_{[-1;1]} g(t) = |m-15| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m-15| \geq |m+2| \\ |m-15| = 10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} |m+2| > |m-15| \\ \max_{[-1;1]} g(t) = |m+2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m+2| > |m-15| \\ |m+2| = 10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 8.$$

Vậy có 2 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = 5, m = 8$.

Câu 35. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm trên khoảng $(-\pi; 4\pi)$ của phương trình $f(2|\cos 2x|) = 1$ là



A. 48.

B. 29.

C. 31.

D. 40.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2|\cos 2x|$

Vì $x \in (-\pi; 4\pi)$ nên $t \in [0; 2]$

Phương trình trở thành: $f(t) = 1$.

Từ đồ thị hàm số ta suy ra phương trình $f(t) = 1$ có các nghiệm thuộc $[0; 2]$ là $\begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$.

$$\text{Với } t = 1 \Leftrightarrow |\cos 2x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pm\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pm\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

$$\text{Với } x \in (-\pi; 2\pi) \Rightarrow \begin{cases} -\pi < \frac{\pi}{6} + k\pi < 4\pi \\ -\pi < \frac{-\pi}{6} + k\pi < 4\pi \\ -\pi < \frac{\pi}{3} + k\pi < 4\pi \\ -\pi < \frac{-\pi}{3} + k\pi < 4\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{6} < k < \frac{23}{6} \\ -\frac{5}{6} < k < \frac{25}{6} \\ -\frac{4}{3} < k < \frac{11}{3} \\ -\frac{2}{3} < k < \frac{13}{3} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ phương trình có 20 nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; 4\pi)$.

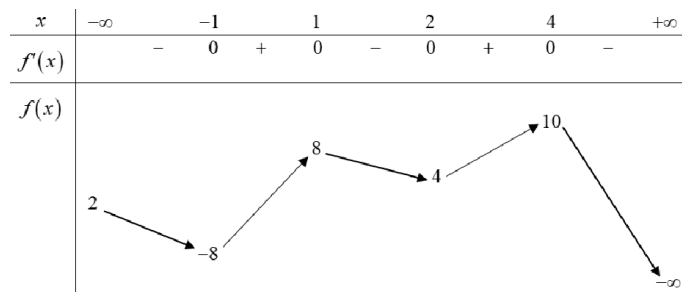
$$\text{Với } t = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

$$\text{Với } x \in (-\pi; 2\pi) \Rightarrow \begin{cases} -\pi < k\pi < 4\pi \\ -\pi < \frac{\pi}{2} + k\pi < 4\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < k < 4 \\ -\frac{3}{2} < k < \frac{7}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ phương trình có 9 nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; 4\pi)$.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 29 nghiệm.

Câu 36. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:



Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{(f(x+1)-4)\sqrt{x^2-4}}$ là

A. 5.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \\ f(x+1) \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \vee x > 2 \\ f(x+1) \neq 4 \end{cases}$$

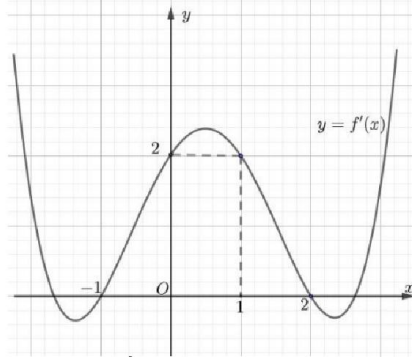
$$\text{Xét } f(x+1) = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = \alpha \in (-1; 1) \\ x+1 = 2 \\ x+1 = \beta \in (4; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha - 1 \in (-2; 0) & (l) \\ x = 1 & (l) \\ x = \beta - 1 \in (3; +\infty) & (n) \end{cases}$$

Khi đó:

$+/\lim_{x \rightarrow -2^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow (\beta-1)^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow (\beta-1)^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có 3 tiệm cận đứng.

$+/\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang.

Câu 37. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số tham số m nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$ biết $g(x) = 3f(-x^3 - 3x + m) + (x^3 + 3x - m)^2(-2x^3 - 6x + 2m - 6)$.



A. 23.

B. 21.

C. 5.

D. 17.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} g(x) &= 3f(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^2(-x^3 - 3x + m - 3) \\ &= 3f(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^3 - 6(-x^3 - 3x + m)^2 \end{aligned}$$

Ta có

$$g'(x) = -9(x^2 + 1)f'(-x^3 - 3x + m) - 18(x^2 + 1)(-x^3 - 3x + m)^2 + 36(x^2 + 1)(-x^3 - 3x + m)$$

Để hàm số nghịch biến trên $(-1; 2)$

$$g'(x) \leq 0 \forall x \in (-1; 2) \Leftrightarrow f'(-x^3 - 3x + m) + 2(-x^3 - 3x + m)^2 - 4(-x^3 - 3x + m) \geq 0 \forall x \in (-1; 2) \quad \text{Đ}$$

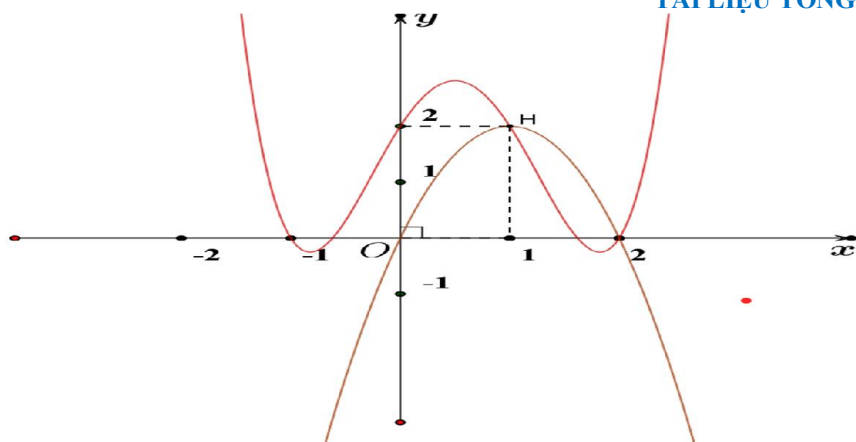
$$\Leftrightarrow f'(-x^3 - 3x + m) \geq -2(-x^3 - 3x + m)^2 + 4(-x^3 - 3x + m) \forall x \in (-1; 2)$$

Đặt $t = -x^3 - 3x + m$. Với $x \in (-1; 2)$

$$t' = -3x^2 - 3 < 0 \forall x \in (-1; 2) \Rightarrow t \in (m - 14; m + 4)$$

Xét bất phương trình (1) $f'(t) \geq -2t^2 + 4t$ (1)

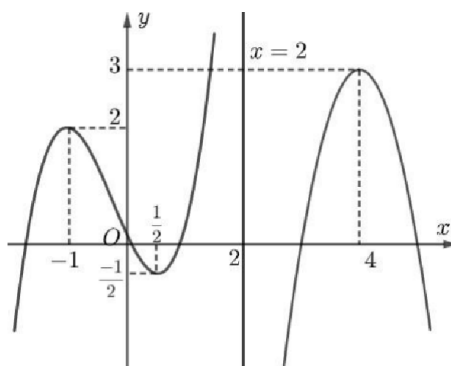
Đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -2t^2 + 4t$ trên cùng hệ trục tọa độ



$$\text{Để (1) luôn đúng} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (m-14, m+4) \\ t \leq 1 \\ t \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \in (m-14, m+4) \\ t \leq 1 \\ t \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+4 \leq 1 \\ m-14 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 16 \end{cases}.$$

Do $m \in [-20; 20]$ nên số giá trị của m là $(-3+20)+1+(20-16)+1=23$.

Câu 38. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|2x-1|+2)$ là

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$g(x) = f(|2x-1|+2) \Rightarrow g'(x) = \frac{2(2x-1)}{|2x-1|} f'(|2x-1|+2)$$

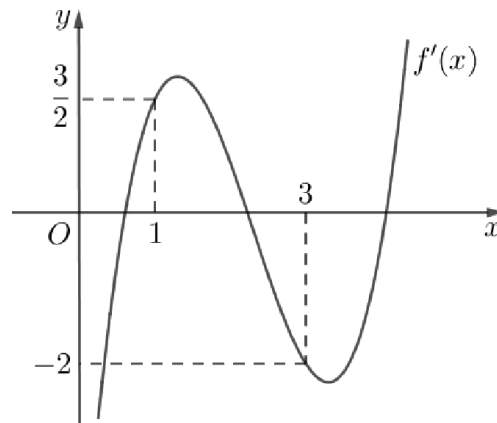
Ta có

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(|2x-1|+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |2x-1|+2 = -1 (VN) \\ |2x-1|+2 = \frac{1}{2} (VN) \Leftrightarrow |2x-1|+2 = 4 \\ |2x-1|+2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow |2x-1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = 2 \\ 2x-1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$g'(x)$ không xác định tại $x = \frac{1}{2}$ và $g'(x)$ đổi dấu tại $x = \frac{1}{2}$, nhưng tại $x = \frac{1}{2}$ thì $g(x)$ không xác định (vì $f(x)$ kxd tại $x=2$). Vậy hàm số có 2 điểm cực trị là $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{3}{2}$.

Câu 39. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^4) - 2x^3 + 1$ là

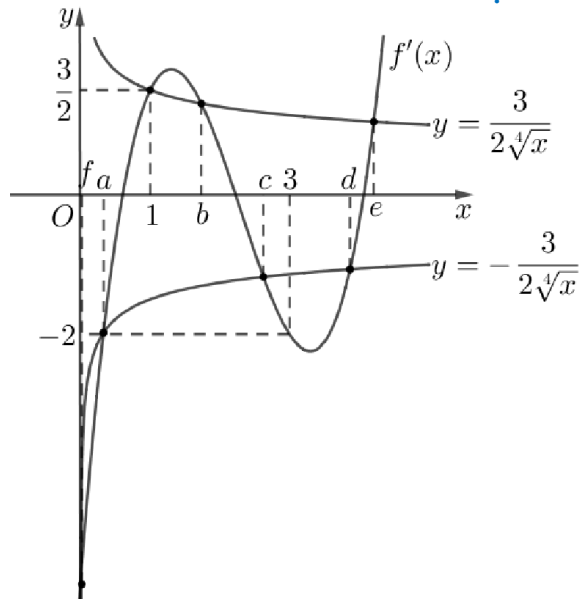
- A. 3. B. 6. **C. 4.** D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g(x) = f(x^4) - 2x^3 + 1 \Rightarrow g'(x) = 4x^3 \cdot f'(x^4) - 6x^2 = 2x^2 \cdot [2x \cdot f'(x^4) - 3]$

$$\text{Xét } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ f'(x^4) = \frac{3}{2x} \quad (*) \end{cases}$$



$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ f'(x^4) = -\frac{3}{2\sqrt[4]{x^4}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x^4 = f \vee x^4 = a \vee x^4 = c \vee x^4 = d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[4]{f} \\ x = -\sqrt[4]{a} \\ x = -\sqrt[4]{c} \\ x = -\sqrt[4]{d} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ f'(x^4) = \frac{3}{2\sqrt[4]{x^4}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^4 = 1 \vee x^4 = b \vee x^4 = e \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \sqrt[4]{b} \\ x = \sqrt[4]{e} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt[4]{d}$	$-\sqrt[4]{c}$	$-\sqrt[4]{a}$	$-\sqrt[4]{f}$	0	1	$\sqrt[4]{b}$	$\sqrt[4]{e}$	$+\infty$		
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$												

Vậy hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu.

Câu 40. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x^2 + 2mx + m+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m > -10$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 6.

B. 7.

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $g(x) = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi $f(x)$ có đúng 2 điểm cực trị dương, hay phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x-1)(x^2 + 2mx + m+1) = 0$ có đúng 2 nghiệm bội lẻ dương.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x^2 + 2mx + m + 1 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Xét các trường hợp

+ Trường hợp (*) có 1 nghiệm dương khác 1 và 1 nghiệm bằng 0, hay $\begin{cases} m+1=0 \\ -2m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$.

+ Trường hợp (*) có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm dương khác 1, hay

$$\begin{cases} 1+2m+m+1 \neq 0 \\ m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -\frac{2}{3} \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m < -1.$$

Vậy với $m \leq -1$ thì $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Vì $m > -10$ nên $m \in \{-9; -8; \dots; -1\}$, có 9 giá trị.

Câu 41. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 - 4x - 2$. Gọi S là tổng tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = g(x) = |f^2(x) - 2f(x) + m|$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 3]$ bằng 15. Tổng S thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-25; -15)$.

B. $(-14; 1)$.

C. $(1; 8)$.

D. $(8; 12)$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = f(x) = 2x^2 - 4x - 2$ có $f'(x) = 4x - 4$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = -4$

Xét hàm số $h(x) = f^2(x) - 2f(x) + m$ có $h'(x) = 2f'(x)[f(x) - 1]$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 1 \end{cases}$$

☞ Với $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow h(1) = m + 24$

☞ Với $f(x) = 1 \Leftrightarrow x = 1 \pm a$, với $a > 0$. $\Rightarrow h(1 \pm a) = m - 1$

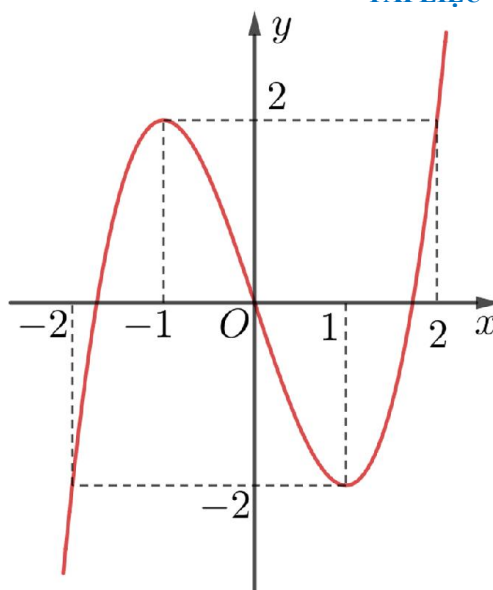
Tại $x = -1 \Rightarrow h(-1) = m + 8$; tại $x = 3 \Rightarrow h(3) = m + 8$

Khi đó $B = \max_{[-1; 3]} h(x) = m + 24$; $b = \min_{[-1; 3]} h(x) = m - 1$.

$$\text{Mà } \max_{[-1; 3]} g(x) = 15 \Leftrightarrow \frac{|B+b| + |B-b|}{2} = 15 \Leftrightarrow |2m+23| + 25 = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -9 \\ m = -14 \end{cases}$$

Vậy tổng các giá trị của m là $-23 \in (-25; -15)$.

Câu 42. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{4+2f(\cos x)}\right)=m$ có nghiệm

$$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

A. 4.

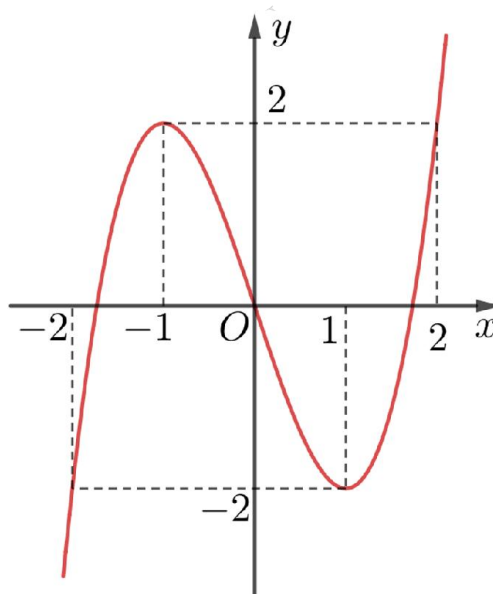
B. 5.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A



Đặt $t = \cos x$, với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$.

Từ đồ thị suy ra $f(t) \in (-2; 0) \Rightarrow 4 + 2f(t) \in (0; 4) \Rightarrow u = \sqrt{4 + 2f(t)} \in (0; 2)$.

Ta có $f(u) = m$ với $u \in (0; 2)$.

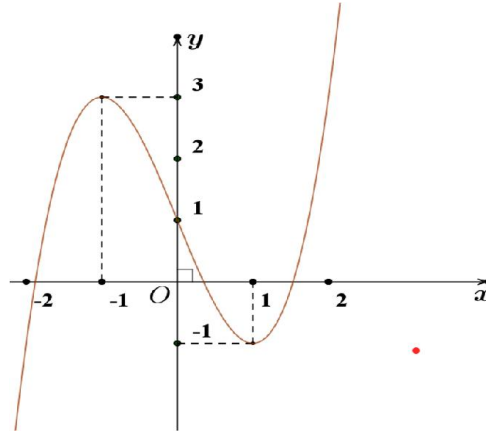
Phương trình đã cho có nghiệm $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi phương trình $f(u) = m$ có nghiệm

$$u \in (0; 2) \Leftrightarrow -2 \leq m < 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho hàm số $f(x)$. Biết $f'(x)$ là hàm bậc 3. Có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10, 10]$ để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 2021$ có đúng 1 cực trị?

A. 20.

B. 16.

C. 15.

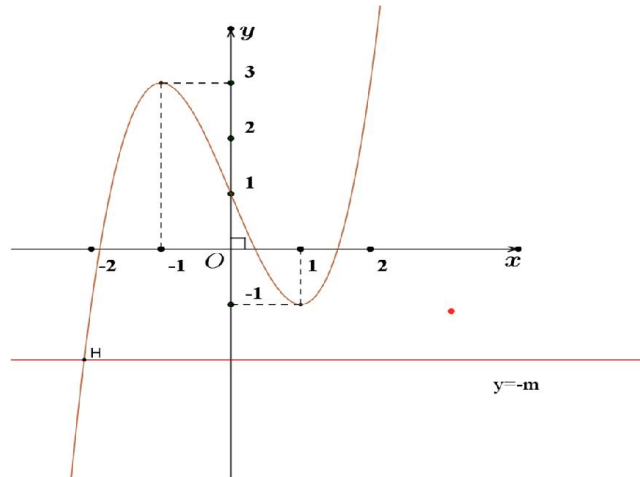
D. 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x) = f'(x) + m \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -m$ (1)

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường $d: y = -m$

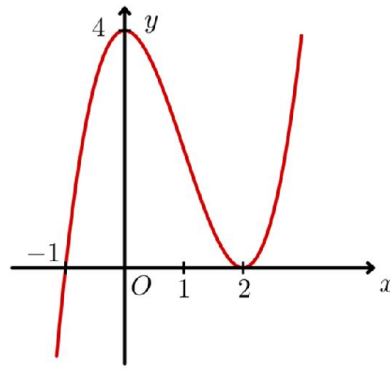


Dựa vào đồ thị trên. Để $g(x)$ có đúng 1 cực trị thì điều kiện là

$$\begin{cases} m \in [-10, 10] \\ m < -1 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, -10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2\}$$

Số giá trị của m là 16.

Câu 44. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ có đồ thị (C) của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Đặt $g(x) = f(f'(x))$, $h(x) = f'(f(x))$. Tổng số điểm cực trị của $g(x)$ và $h(x)$ là:

A. 12.

B. 11.

C. 8.

D. 13.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx \Rightarrow f'(x) = x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$

$$\text{Ta lại có: } \begin{cases} f'(0) = 4 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ -1 + 3a - 2b + 4 = 0 \\ 8 + 12a + 4b + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 3a - 2b = -3 \\ 12a + 4b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}$$

hay $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x$, $f'(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \rightarrow f''(x) = 3x^2 - 6x$

$$f''(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

• Tìm số cực trị của hàm số: $g(x) = f(f'(x))$

$$\text{Ta có: } g'(x) = f''(x) \cdot f'(f'(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f''(x) = 0 \\ f'(f'(x)) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ f'(x) = -1 \\ f'(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \\ x = x_4 \end{cases}$$

với x_1 là nghiệm của phương trình $f'(x) = -1$

và x_2, x_3, x_4 là ba nghiệm của phương trình $f'(x) = 2$, $x_1 < x_2 < 0 < x_3 < 2 < x_4$

Bảng xét dấu $y = g'(x)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	0	x_3	2	x_4	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

nhìn vào bảng trên, hàm số $g(x) = f(f'(x))$ có 3 cực trị

• Tìm số cực trị của hàm số $h(x) = f'(f(x))$

BBT của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{11}{4}$	4	$+\infty$

Ta có: $h'(x) = f'(x) \cdot f''(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \\ x = x_4 \end{cases}$

Với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $f(x) = 0$, x_3, x_4 là nghiệm của phương trình $f(x) = 2$

và $x_3 < x_1 < -1 < x_2 < x_4 < 2$

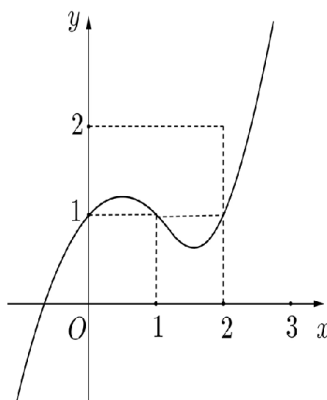
Bảng xét dấu $y = h'(x)$

x	$-\infty$	x_3	x_1	-1	x_2	x_4	2	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0

nhìn vào bảng trên, hàm số $h(x) = f'(f(x))$ có 5 cực trị

Vậy tổng có 8 cực trị.

Câu 45. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{9}x^3$ là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

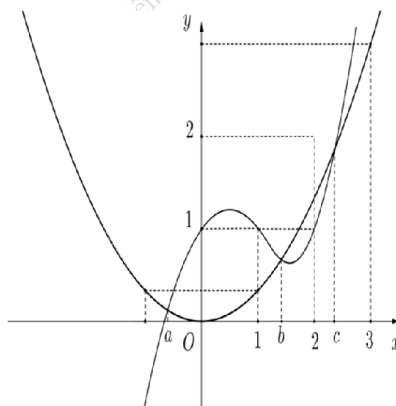
♦ Ta có $g'(x) = f'(x) - \frac{1}{3}x^2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{1}{3}x^2 \quad (1).$$

♦ Vẽ parabol $(P): y = \frac{1}{3}x^2$. Ta thấy (P) đi qua các điểm $\left(-1; \frac{1}{3}\right), (0; 0), \left(1; \frac{1}{3}\right), \left(2; \frac{4}{3}\right), (3; 3)$.

Parabol này cắt đồ thị $y = f'(x)$ tại các điểm có hoành độ lần lượt là $a \in (-1; 0), b \in (1; 2)$

và $c \in (2; +\infty)$. Suy ra (1) có các nghiệm là: $x = a, x = b, x = c$.

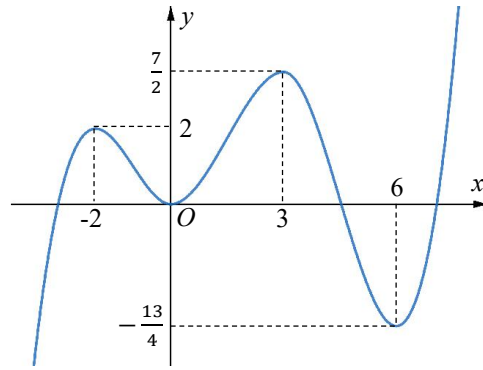


♦ Bảng biến thiên của hàm $g(x) = f(x) - \frac{1}{9}x^3$ như sau:

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$
	-	0	+	0	-

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 46. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = \frac{1}{2}m - 5$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

♦ Đặt: $g(x) = f(2x^3 - 6x + 2)$; $g'(x) = (6x^2 - 6) \cdot f'(2x^3 - 6x + 2)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 - 6 = 0 & (1) \\ f'(2x^3 - 6x + 2) = 0 & (2) \end{cases}$$

+ Giải (1): $6x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

+ Giải (2): $f'(2x^3 - 6x + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - 6x + 2 = -2 \\ 2x^3 - 6x + 2 = 0 \\ 2x^3 - 6x + 2 = 3 \\ 2x^3 - 6x + 2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [-1; 2] \\ x = 1 \text{ (nghiệm kép)} \\ x \approx -1,87 \notin [-1; 2] \\ x \approx 0,34 \\ x \approx 1,53 \\ x \approx -1,64 \notin [-1; 2] \\ x \approx -0,16 \\ x \approx 1,81 \\ x = -1 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên của $g(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$

x	-1	-0.16	0.34	1	1,53	1,81	2
$g'(x)$	0	+	0	-	0	+	0
$g(x)$							

Số nghiệm của phương trình $f(2x^3 - 6x + 2) = \frac{1}{2}m - 5$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $g(x) = f(2x^3 - 6x + 2)$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}m - 5$.

Kẻ đường thẳng $y = \frac{1}{2}m - 5$ trên cùng bảng biến thiên của $g(x)$. Điều kiện để đường thẳng

$y = \frac{1}{2}m - 5$ cắt đồ thị hàm số $g(x) = f(2x^3 - 6x + 2)$ tại 6 điểm phân biệt là:

$$0 < \frac{1}{2}m - 5 < 2 \Leftrightarrow 10 < m < 14. \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{11; 12; 13\}$$

Vậy có 3 số nguyên m thỏa mãn ycbt.

Câu 47. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $f(x) = |2x^2 + (a+4)x + b + 3|$. Đặt $M = \max_{[-2;3]} f(x)$. Khi

M đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $T = a + 4b$ là

A. -42.

B. -41.

C. 41.

D. 42.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } g(x) = 2x^2 + (a+4)x + b + 3 \Rightarrow g'(x) = 4x + a + 4.$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow x = -1 - \frac{a}{4}.$$

$$g(-2) = -2a + b + 3; \quad g(3) = 3a + b + 33; \quad g\left(-1 - \frac{a}{4}\right) = b + 3 - \frac{(a+4)^2}{8}.$$

$$\Rightarrow M = \max \left\{ |-2a + b + 3|; |3a + b + 33|; \left| b + 3 - \frac{(a+4)^2}{8} \right| \right\}$$

$$= \max \left\{ |-2a + b + 3|; |3a + b + 33|; \left| \frac{(a+4)^2}{8} - b - 3 \right| \right\}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} M \geq |-2a+b+3| \\ M \geq |3a+b+33| \\ M \geq \left| \frac{(a+4)^2}{8} - b - 3 \right| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}M \geq \left| -a + \frac{1}{2}b + \frac{3}{2} \right| \\ \frac{1}{2}M \geq \left| \frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{33}{2} \right| \\ M \geq \left| \frac{(a+4)^2}{8} - b - 3 \right| \end{cases}$$

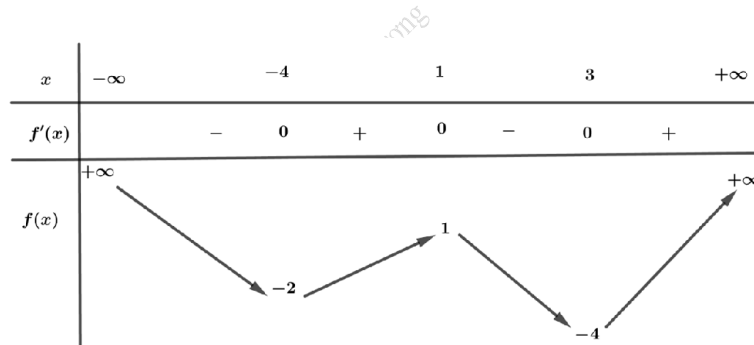
$$\Rightarrow 2M \geq \left| -a + \frac{1}{2}b + \frac{3}{2} \right| + \left| \frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{33}{2} \right| + \left| \frac{(a+4)^2}{8} - b - 3 \right|$$

$$\geq \left| -a + \frac{1}{2}b + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b + \frac{33}{2} + \frac{(a+4)^2}{8} - b - 3 \right| = \left| \frac{1}{8}a^2 + \frac{3}{2}a + 17 \right| \geq \frac{25}{2} \Rightarrow M \geq \frac{25}{4}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} |-2a+b+3| = |3a+b+33| = \left| \frac{(a+4)^2}{8} - b - 3 \right| = \frac{25}{4} \\ a = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = -\frac{35}{4} \end{cases}$$

Câu 48. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $|f(f(x))| = 2$ là

A. 4.

B. 5.

C. 9.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } |f(f(x))| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(f(x)) = 2 \\ f(f(x)) = -2 \end{cases}.$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

$$f(f(x)) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \ (a \in (-\infty; -4)) \\ f(x) = b \ (b \in (3; +\infty)) \end{cases}.$$

$$f(f(x)) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -4 \\ f(x) = d \ (d \in (1;3)) \\ f(x) = e \ (e \in (3;+\infty)) \end{cases}.$$

$f(x) = a \ (a \in (-\infty; -4))$ vô nghiệm.

$f(x) = b \ (b \in (3; +\infty))$ có 2 nghiệm.

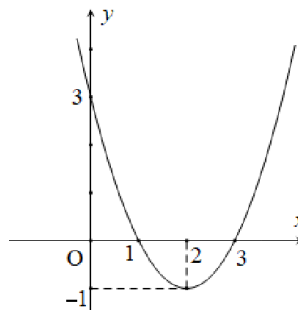
$f(x) = -4$ có 1 nghiệm.

$f(x) = d \ (d \in (1;3))$ có 2 nghiệm.

$f(x) = e \ (e \in (3; +\infty))$ có 2 nghiệm.

$\Rightarrow |f(f(x))| = 2$ có 7 nghiệm.

Câu 49. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) (như hình vẽ)



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

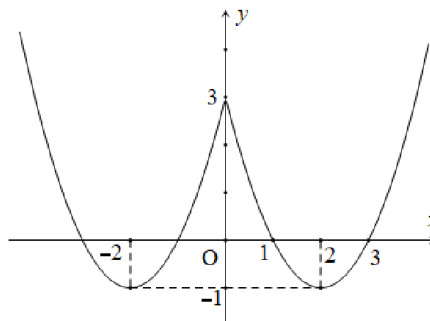
Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $f^2(|x|) + (m-2)f(|x|) + m-3 = 0$.

$$\text{Nhận thấy } 1 - (m-2) + (m-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(|x|) = -1 \\ f(|x|) = 3-m \end{cases}.$$

Từ đồ thị hàm số $f(x)$, suy ra đồ thị hàm số $f(|x|)$ như sau:



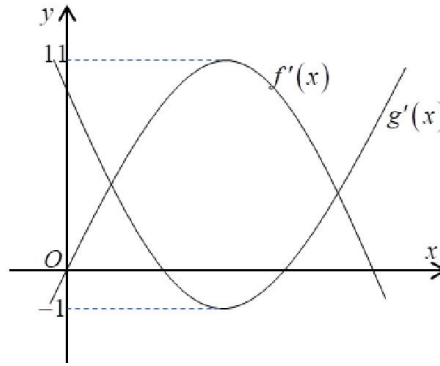
Với $f(|x|) = -1$, ta được 2 nghiệm x .

Đề phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt, tức là phương trình $f(|x|) = 3 - m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Hay $-1 < 3 - m < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{1; 2; 3\}$.

Như vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 50. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có một phần đồ thị biểu diễn đạo hàm $f'(x)$ và $g'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng hàm số $y = h(x) = f(x) - g(x) - a^2x + 2021$ luôn tồn tại một khoảng đồng biến $(\alpha; \beta)$.

Số giá trị nguyên dương của a thỏa mãn là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = h'(x) = f'(x) - g'(x) - a^2$.

Hàm số $y = h(x)$ đồng biến khi $y' \geq 0 \Leftrightarrow f'(x) - g'(x) - a^2 \geq 0 \Leftrightarrow f'(x) \geq g'(x) + a^2$

Đồ thị hàm số $y = g'(x) + a^2$ là đồ thị hàm số $y = g'(x)$ tịnh tiến lên phía trên a^2 đơn vị.

Hàm số $y = h(x) = f(x) - g(x) - a^2x + 2021$ luôn tồn tại một khoảng đồng biến $(\alpha; \beta)$ khi

$$a^2 < 11 \Leftrightarrow -3 \leq a \leq 3.$$

Mà $a \in \mathbb{Z}_+^*$, suy ra: $a \in \{1; 2; 3\}$.

Câu 51. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f(f^{k-1}(x))$ với k là số tự nhiên lớn hơn 1. Tìm số nghiệm của phương trình $f^6(x) = 0$.

- A. 729. B. 365. C. 730. D. 364.

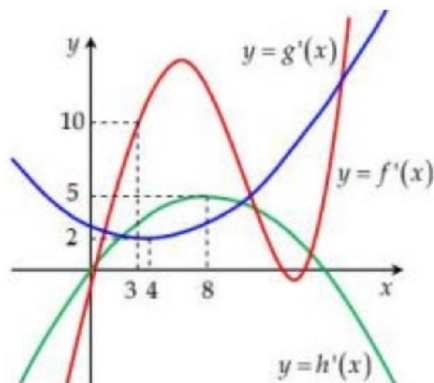
Lời giải

Chọn A

Công thức: Số nghiệm của phương trình $f^k(x) = 0$ là $u_k = u_1 + \frac{n^k - n}{n - 1}$ với u_1 là số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ và n là bậc của $f(x)$.

Áp dụng ta được số nghiệm là $2 + \frac{3^6 - 3}{2} = 365$.

Câu 52. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho ba hàm số $y = f(x), y = g(x), y = h(x)$. Đồ thị của ba hàm số $y = f'(x), y = g'(x), y = h'(x)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $k(x) = f(x+7) + g(5x+1) - h\left(4x + \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-\frac{5}{8}; 0\right)$. B. $\left(\frac{5}{8}; +\infty\right)$. C. $\left(\frac{3}{8}; 1\right)$. D. $\left(-\frac{3}{8}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $k'(x) = f'(x+7) + 5g'(5x+1) - 4h'\left(4x + \frac{3}{2}\right)$.

$$\text{Khi } x \in \left(\frac{3}{8}; 1\right) \text{ thì } \begin{cases} 7.375 < x+7 < 8 \\ 2.875 < 5x+1 < 6 \\ 3 < 4x + \frac{3}{2} < 5.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(x+7) > 10 \\ g'(5x+1) > 2 \Rightarrow 5g'(5x+1) > 10 \\ h'\left(4x + \frac{3}{2}\right) < 5 \Rightarrow -4h'\left(4x + \frac{3}{2}\right) > -20 \end{cases}.$$

Do đó $k'(x) = f'(x+7) + 5g'(5x+1) - 4h'\left(4x + \frac{3}{2}\right) > 0, \forall x \in \left(\frac{3}{8}; 1\right)$.

Hàm số $k(x) = f(x+7) + g(5x+1) - h\left(4x + \frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên $\left(\frac{3}{8}; 1\right)$.

Câu 53. (THPT Quê Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	1	2	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ là

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ (1).

Đặt $t = 2\sin x + 1$.

$t' = 2\cos x$.

$t' = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Vì $x \in \left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ nên $x \in \left\{0; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{9\pi}{2}\right\}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$
t'		+ 0	- 0	+ 0	- 0	+ 0
t	1	$\nearrow$ 3	$\searrow$ -1	$\nearrow$ 3	$\searrow$ -1	$\nearrow$ 3

Phương trình (1) trở thành $f(t) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = a \in (1; 3) \\ t = b \in (3; +\infty) \end{cases}$.

Căn cứ bảng biến thiên ta có

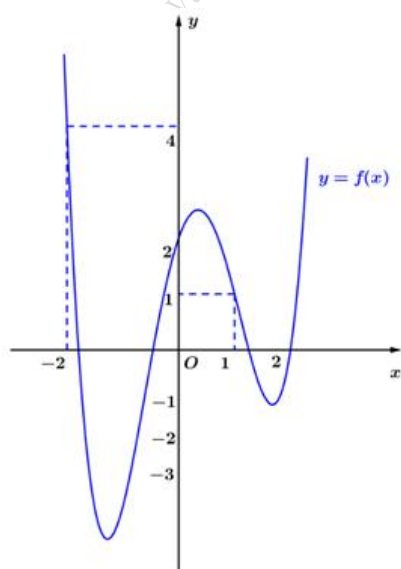
+ Với $t = -1$ phương trình (1) có 2 nghiệm.

+ Với $t = a$ phương trình (1) có 5 nghiệm.

+ Với $t = b$ phương trình (1) vô nghiệm.

Vậy phương trình có 7 nghiệm.

Câu 54. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 4x + 3) - 3(x - 2)^2 + \frac{1}{2}(x - 2)^4$ là

A. 3.

B. 7.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

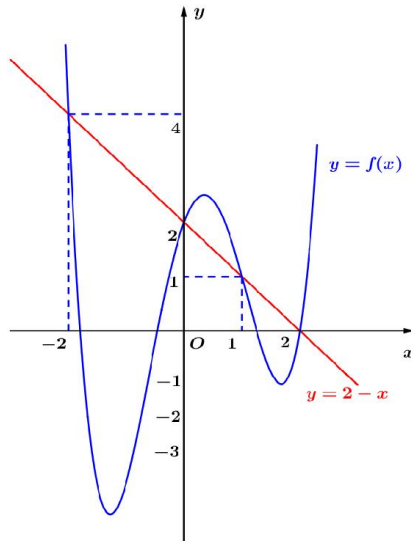
Ta có: $g(x) = f(x^2 - 4x + 3) - 3(x - 2)^2 + \frac{1}{2}(x - 2)^4$

$g'(x) = f'(x^2 - 4x + 3) \cdot 2(x - 2) - 6(x - 2) + 2(x - 2)^3$

$= (x - 2)(2f'(x^2 - 4x + 3) - 6 + 2(x - 2)^2)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(1n_0) \\ f'(x^2 - 4x + 3) = 3 - (x - 2)^2 (*) \end{cases}$$

$$(*) f'(x^2 - 4x + 3) = 3 - (x - 2)^2 \Leftrightarrow f'(x^2 - 4x + 3) = 3 - x^2 + 4x - 4 = -(x^2 - 4x + 3) + 2$$



Đặt: $t = x^2 - 4x + 3$ suy ra phương trình trở thành: $f'(t) = -t + 2$

x	$-\infty$	$2-\sqrt{3}$	$2-\sqrt{2}$	1	2	3	$2+\sqrt{2}$	$2+\sqrt{3}$	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Phương trình trên tương ứng với tương giao giữa đồ thị $y = f'(t)$ và đường thẳng $y = -t + 2$

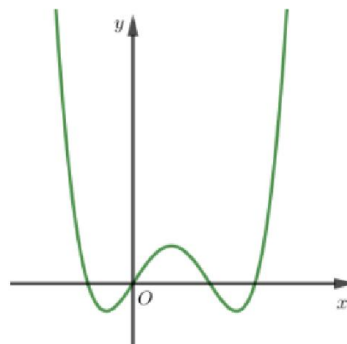
Dựa vào hình vẽ trên, ta thấy phương trình có 3 nghiệm là $t = 0, t = 1, t = 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 3 = 1 \\ x^2 - 4x + 3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x^2 - 4x + 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, x = 3 \\ x = 2 - \sqrt{2}; x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{3}; x = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Từ đó, ta có bảng biến thiên của hàm $g(x)$ như sau:

Dựa vào BBT trên, ta kết luận hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực đại

Câu 55. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Biết đồ thị hàm số bậc bốn $y = f(x)$ được cho bởi hình vẽ bên dưới. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x) = [f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x)$ và trục hoành



A. 4.

B. 0.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y = g(x)$ và Ox là:

$$[f'(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) \cdot f''(x) - [f'(x)]^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = 0$$

Ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 .

Giả sử $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$, $a \neq 0, x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

Ta có: $f'(x) = a(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) + a(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4) + a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4) + a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

Ta có: $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \frac{1}{x-x_3} + \frac{1}{x-x_4}$

Ta có: $\left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{(x-x_1)^2} - \frac{1}{(x-x_2)^2} - \frac{1}{(x-x_3)^2} - \frac{1}{(x-x_4)^2} = 0$ vô nghiệm.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = g(x)$ và trục hoành bằng 0.

Câu 56. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(x^2-x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của S ?

A. 154.

B. 17.

C. 213.

D. 153.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = (x-2)^2(x^2-x) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \\ x=0 \end{cases}$. Với $x=2$ là nghiệm kép, $x=1, x=0$ là

nghiệm đơn. Do đó hàm số $f = f(x)$ đạt cực trị tại $x=1, x=0$.

Đặt $g(x) = f\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + m\right) \Rightarrow g'(x) = (x-6)f'\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$. Khi đó:

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ \frac{1}{2}x^2 - 6x + m = 2 \\ \frac{1}{2}x^2 - 6x + m = 0(1) \\ \frac{1}{2}x^2 - 6x + m = 1(2) \end{cases}$. Giả sử x_0 là nghiệm của phương trình (1) thì

$\frac{1}{2}x_0^2 - 6x_0 + m = 0$ do đó x_0 không thể là nghiệm của phương trình (2) hay nói cách khác phương

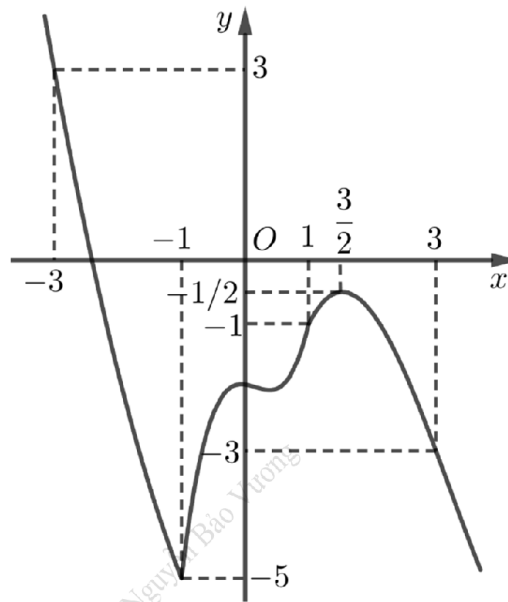
trình (1), (2) không có nghiệm chung. Vì vậy, để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2 - 6x + m\right)$ có 5 điểm cực trị thì

phương trình (1), (2) có hai nghiệm phân biệt khác 6 hay

$$\begin{cases} \Delta_1 > 0 \\ \Delta_2 > 0 \\ \frac{1}{2}.6^2 - 6.6 + m \neq 0 \\ \frac{1}{2}.6^2 - 6.6 + m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - \frac{m}{2} > 0 \\ 9 - \left(\frac{m-1}{2}\right) > 0 \\ m \neq 18, m \neq 19 \end{cases} \Leftrightarrow m < 18 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}^+} m \in \{1, 2, \dots, 17\}.$$

Vậy tổng các giá trị của m là: $1 + 2 + \dots + 17 = 153$.

Câu 57. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục và có đồ thị như hình vẽ



Xét hàm số $g(x) = f(x - 2m) + \frac{1}{2}(2m - x)^2 + 2020$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 4)$. Số phần tử của S bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

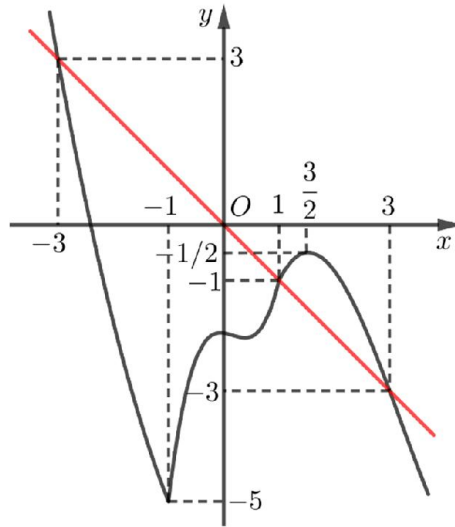
D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = f'(x - 2m) + (x - 2m)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -t \quad (t = x - 2m) \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m - 3 \\ x = 2m + 1 \\ x = 2m + 3 \end{cases}$$



Từ đồ thị suy ra $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2m+3 \\ 2m-3 < x < 2m+1 \end{cases}$

Vậy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 4)$ khi

$$\begin{cases} 2m+3 \leq 3 \\ 2m-3 \leq 3 \\ 2m+1 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ \frac{3}{2} \leq m \leq 3 \end{cases}$$

Vì m nguyên dương nên $m = 2; m = 3$.

Câu 58. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4; 4]$ như sau:

x	-4	-3	-1	0	2	4
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	-4	4	2	3	-3	1

Có bao nhiêu giá trị của tham số $m \in [-4; 4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(|x|^3 + 3|x|) + f(m)$ trên $[-1; 1]$ bằng $\frac{11}{2}$?

A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(-x) = g(x)$ nên $g(x)$ chẵn hay đồ thị của hàm số $y = g(x)$ đối xứng qua trục tung.

$$\Rightarrow \max_{[-1;1]} g(x) = \max_{[0;1]} g(x) = \max_{[0;1]} [f(x^3 + 3x) + f(m)] = \max_{[0;1]} [f(x^3 + 3x)] + f(m).$$

Xét hàm số $y = f(x^3 + 3x)$ trên $[0; 1]$.

$$\text{Đặt } t = x^3 + 3x \Rightarrow t \in [0; 4] \Rightarrow \max_{[0;1]} y = \max_{[0;4]} f(t) = 3.$$

$$\text{Khi đó } \max_{[-1;1]} g(x) = 3 + f(m) = \frac{11}{2} \Leftrightarrow f(m) = \frac{5}{2}.$$

Vậy có 4 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 59. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho $A = \{n \in \mathbb{Z} | 0 \leq n \leq 20\}$ và F là tập hợp các hàm số $f(x) = x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2$ có $m \in A$. Chọn ngẫu nhiên một hàm số $f(x)$ từ F . Tính xác suất để đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục Ox .

A. $\frac{18}{21}$.

B. $\frac{19}{20}$.

C. $\frac{9}{10}$.

D. $\frac{19}{21}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A = \{n \in \mathbb{Z} | 0 \leq n \leq 20\} \Rightarrow |A| = 21 \Rightarrow |\Omega| = |F| = 21$ (do $m \in A$).

Xét hàm số: $f(x) = x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2(2m^2 - 5)x + 6$.

Cách 1: Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành:

$$x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)[x^2 + (2m^2 - 3)x + 4m^2] = 0 \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ g(x) = x^2 + (2m^2 - 3)x + 4m^2 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Để đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục Ox thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ phải cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2

$$\text{nghiệm phân biệt } x \neq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(2)} > 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m^2 - 3)^2 - 16m^2 > 0 \\ 4 + 2(2m^2 - 3) + 4m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^4 - 28m^2 + 9 > 0 \\ 8m^2 - 2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > \frac{7 + 2\sqrt{10}}{2} \approx 6,6 \\ m^2 < \frac{7 - 2\sqrt{10}}{2} \approx 0,3 \\ m \neq \pm \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}; m \in \{0; 1; 2; \dots; 20\}} m \in \{0; 3; 4; \dots; 20\}.$$

Vậy số hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục Ox là 19.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{19}{21}$.

Cách 2: Xét hàm số: $f(x) = x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2(2m^2 - 5)x + 6$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2(2m^2 - 5)x + 6 = 0 \quad (1').$$

Để đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị thì (1') phải có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m^4 - 20m^2 + 7 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > \frac{5 + 3\sqrt{2}}{2} \approx 4,6 \\ m^2 < \frac{5 - 3\sqrt{2}}{2} \approx 0,4 \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}; m \in \{0; 1; 2; \dots; 20\}} m \in \{0; 3; 4; \dots; 20\}.$$

Khi đó (1) có 2 nghiệm $x_M; x_N$. Theo Viét ta có: $x_M + x_N = \frac{10 - 4m^2}{3}; x_M x_N = 2$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $M(x_M; y_M); N(x_N; y_N)$ của đồ thị hàm số là

$$y = \left[4 - \frac{2}{9}(2m^2 - 5)^2 \right] x - \frac{28}{3}m^2 + \frac{10}{3} \quad (d).$$

$$\text{Đặt } 4 - \frac{2}{9}(2m^2 - 5)^2 = a; \quad -\frac{28}{3}m^2 + \frac{10}{3} = b; \quad m^2 = t.$$

Hai điểm cực trị nằm về 2 phía của trục hoành, suy ra:

$$y_M \cdot y_N < 0 \Leftrightarrow (ax_M + b)(ax_N + b) < 0 \Leftrightarrow a(x_M x_N) + ab(x_M + x_N) + b^2 < 0.$$

$$\Leftrightarrow 2a + ab \cdot \frac{2(5-2t)}{3} + b^2 < 0 \Leftrightarrow 224t^4 - 752t^3 + 2064t^2 - 1040t + 188 > 0 \quad (2).$$

Sử dụng CASIO - FX 580 giải được (2) đúng với $\forall t \in \mathbb{R}$.

Vậy số hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục Ox là 19.

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P = \frac{19}{21}.$$

Câu 60. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Xét hàm số $f(x) = |x^2 + ax + b|$, với a, b là tham số. Với M là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1; 3]$. Khi M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được, tính $a + 2b$.

A. 5.

B. -5.

C. -4.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Theo bài ra, ta có: } \begin{cases} M \geq f(-1) \\ M \geq f(3) \\ M \geq f(1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M \geq |-a+b+1| \\ M \geq |3a+b+9| \\ 2M \geq 2|a+b+1| = |-2a-2b-2| \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra: } 4M \geq |-a+b+1| + |3a+b+9| + |-2a-2b-2| \geq |-a+b+1+3a+b+9-2a-2b-2| \\ \Leftrightarrow 4M \geq 8 \Leftrightarrow M \geq 2.$$

Điều kiện cần để $M = 2$ là $|-a+b+1| = |3a+b+9| = |-a-b-1| = 2$ và $-a+b+1, 3a+b+9, -a-b-1$ cùng dấu $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} -a+b+1 = 3a+b+9 = -a-b-1 = 2 \\ -a+b+1 = 3a+b+9 = -a-b-1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Ngược lại, với $\begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$ thì $f(x) = |x^2 - 2x - 1|$.

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 2x - 1$ trên đoạn $[-1; 3]$.

Ta có: $g'(x) = 2x - 2$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [-1; 3]$.

Do M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ nên

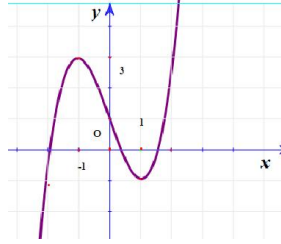
$$M = \max \{|g(-1)|; |g(3)|; |g(1)|\} = 2.$$

Từ đó suy ra với $\begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $a + 2b = -4$.

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO-Phần 2

Câu 61. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = [xf(x-1)]^2$ là



A. 9.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải**Chọn B**

♦ Đặt: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Ta có: đồ thị giao với trục Oy tại điểm $(0;1) \Rightarrow d = 1$.

♦ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $(-1;3); (1;-1)$ nên

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ a + b + c + 1 = -1 \\ -a + b - c + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = 1 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 1.$$

$$\Rightarrow f(x-1) = (x-1)^3 - 3(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3 \Rightarrow f'(x-1) = 3x^2 - 6x.$$

$$\diamond g(x) = [xf(x-1)]^2 \Rightarrow g'(x) = 2xf(x-1)[f(x-1) + xf'(x-1)].$$

$$\Rightarrow g'(x) = 2x(x^3 - 3x^2 + 3)(4x^3 - 9x^2 + 3).$$

$$\text{Suy ra } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 - 3x^2 + 3 = 0 \\ 4x^3 - 9x^2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \approx 2,532 \\ x \approx 1,347 \\ x \approx -0,879 \\ x \approx 2,076 \\ x \approx 0,694 \\ x \approx -0,52 \end{cases}$$

$g'(x)$ là phương trình bậc 7 và có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 62. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = 3f(2x-1) - 4x^3 + 15x^2 - 18x + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(3; +\infty)$. B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$. D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta đặt: $y = g(x) = f(2x-1) - 4x^3 + 15x^2 - 18x + 1$.

$$\Rightarrow g'(x) = 6f'(2x-1) - 12x^2 + 30x - 18 = 6[f'(2x-1) - 2x^2 + 5x - 3].$$

$$\text{Có } f'(2x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1=2 \\ 2x-1=3 \\ 2x-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{3}{2} \\ x=2 \\ x=\frac{5}{2} \end{cases}.$$

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	−	0	+	0	+	0	−	0	+
$f'(2x-1)$	−	0	+	0	+	0	−	0	+
$-2x^2+5x-3$	−	0	+	0	−	−	−	−	−
$g'(x)$	−	0	+	0	?	−	?	?	?

Từ đó, ta có bảng xét dấu như sau:

Dựa vào bảng xét dấu trên, ta kết luận hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 63. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x) = x + \sqrt{1+x^2}$. Số giá trị nguyên

của tham số m để phương trình $xf(x) - \frac{1 + \sqrt{4x+m-1}}{f(-1 - \sqrt{4x+m-1})} = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f(x) = x + \sqrt{1+x^2} \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $f(x) = x + \sqrt{1+x^2}$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Mặt khác, ta lại có: } f(-x) = -x + \sqrt{1+x^2} = \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{f(x)}.$$

$$\text{Nên phương trình tiếp theo tương đương với: } xf(x) - \frac{1 + \sqrt{4x+m-1}}{f(-1 - \sqrt{4x+m-1})} = 0.$$

$$\Leftrightarrow xf(x) - (1 + \sqrt{4x+m-1})f(1 + \sqrt{4x+m-1}) = 0.$$

$$\Leftrightarrow xf(x) = (1 + \sqrt{4x+m-1})f(1 + \sqrt{4x+m-1}).$$

Đến đây ta xét hàm đặc trưng $y = g(t) = tf(t) = t(t + \sqrt{t^2+1}) = t^2 + t\sqrt{t^2+1}$.

Có $g'(t) = 2t + \sqrt{t^2+1} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2+1}} > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên suy ra $g(t)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow g(x) = g(1 + \sqrt{4x+m-1}) \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{4x+m-1} \Leftrightarrow \sqrt{4x+m-1} = x-1.$$

Do $\sqrt{4x+m-1} \geq 0$ nên suy ra $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 4x+m-1 = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ m = x^2 - 6x + 2 \end{cases}.$

Xét hàm $y = p(x) = x^2 - 6x + 2, \forall x \geq 1 \Rightarrow p'(x) = 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (nhận).

Ta có BBT của hàm $p(x)$ như sau:

x	1	3	$+\infty$
$p'(x)$	-	0	+
$p(x)$	-3	-7	$+\infty$

Dựa vào BBT trên để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $m \in (p(3); p(1)] \Leftrightarrow m \in (-7; -3]$.

Như vậy, ta kết luận có tất cả 4 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 64. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $f(x) = (1-m^3)x^3 + 3mx^2 + (3m^2 - 2m + 2)x + m^3 + 2m$ với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2020; 2021]$ sao cho $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [2020; 2021]$?

A. 2023.

B. 2022.

C. 2021.

D. 2020.

Lời giải

Chọn B

$$f(x) = (1-m^3)x^3 + 3mx^2 + (3m^2 - 2m + 2)x + m^3 + 2m \geq 0 \quad \forall x \in [2020; 2021]$$

$$\Leftrightarrow (x+m)^3 + 2(x+m) \geq (mx)^3 + 2mx \quad \forall x \in [2020; 2021] \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t, f'(t) = 3t^2 + 2 > 0 \quad \forall t$

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên (1) suy ra

$$x+m \geq mx \quad \forall x \in [2020; 2021] \Leftrightarrow m \leq \frac{x}{x-1} \quad \forall x \in [2020; 2021] \Leftrightarrow m \leq \frac{2021}{2020}.$$

Vậy trên đoạn $[-2020; 2021]$ có 2022 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 65. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Tập hợp các giá trị m để phương trình $f\left(f\left(\frac{2\sin x + 1}{2}\right)\right) = f(m)$ có nghiệm là đoạn $[a; b]$. Khi đó giá trị $4a^2 + 8b$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(7; \frac{23}{2}\right)$.

B. $(-2; 5)$.

C. $\left(\frac{43}{3}; \frac{39}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{37}{3}; \frac{65}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 6x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		1	↘		$+\infty$
				0			

Ta có: $\frac{2 \sin x + 1}{2} = \sin x + \frac{1}{2} \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ suy ra $f\left(\frac{2 \sin x + 1}{2}\right) \in [0; 1]$ nên

$$f\left(f\left(\frac{2 \sin x + 1}{2}\right)\right) \in [0; 1].$$

Phương trình $f\left(f\left(\frac{2 \sin x + 1}{2}\right)\right) = f(m)$ có nghiệm

$$\Leftrightarrow 0 \leq f(m) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^3 - 3m^2 + 1 \geq 0 \\ 2m^3 - 3m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}.$$

Vậy $4a^2 + 8b = 4 \cdot \frac{1}{4} + 8 \cdot \frac{3}{2} = 13$.

Câu 66. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	+	

Hàm số $y = f(2 - e^x) - \frac{1}{3}e^{3x} + 3e^{2x} - 5e^x + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(-3; 0)$.

D. $(-4; -3)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $y' = -e^x \cdot f'(2 - e^x) - e^{3x} + 6e^{2x} - 5e^x = e^x [-f'(2 - e^x) - e^{2x} + 6e^x - 5]$.

Đặt $t = 2 - e^x$, ta được:

$$y' = (2 - t) [-f'(t) - (2 - t)^2 + 6(2 - t) - 5] = (2 - t) [-f'(t) - t^2 - 2t + 3].$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2 - t) [-f'(t) - t^2 - 2t + 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ f'(t) = -t^2 - 2t + 3 \end{cases}$$

- ♦ Hàm số $g(x) = -x^2 - 2x + 3$ là parabol có trục đối xứng $x = -1$ và cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ $\begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$. Suy ra $f'(t) = -t^2 - 2t + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$.

♦ Bảng xét dấu:

t	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$2-t$		+	+	+	-
$-f'(t) = -t^2 - 2t + 3$	-	0	+	0	-
y'	-	0	+	0	+

Dựa vào bảng xét dấu $y' > 0, \forall x \in (-3; 0)$.

- Câu 67. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 2}{2x + 1}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $2021f(\sqrt{3x^2 - 18x + 28}) - m\sqrt{3x^2 - 18x + 28} \geq m + 4042$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2; 4]$.

A. 673.

B. 808.

C. 135.

D. 898.

Lời giải

Chọn A

- ♦ Đặt $u = \sqrt{3x^2 - 18x + 28} = \sqrt{3(x-3)^2 + 1} = \sqrt{3(x-2)(x-4) + 4}$ do đó ta có với $\forall x \in [2; 4]$ thì $u \in [1; 2]$.

- ♦ Biến đổi BPT ta được $2021f(u) - m.u \geq m + 4042 \Leftrightarrow 2021[f(u) - 2] \geq m(u + 1)$.

- ♦ Ta có $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 2}{2x + 1}$ nên $f(u) - 2 = \frac{u^2 + 5u + 2}{2u + 1} - 2 = \frac{u^2 + u}{2u + 1}$ do vậy bất phương trình được

$$\text{biến đổi tiếp } \frac{2021(u^2 + u)}{2u + 1} \geq m(u + 1) \Leftrightarrow m \leq \frac{2021u}{2u + 1}.$$

- ♦ Lúc này yêu cầu bài toán tương đương $m \leq \frac{2021u}{2u + 1}, \forall u \in [1; 2] \Leftrightarrow m \leq \min_{u \in [1; 2]} g(u)$.

- ♦ Xét hàm số $g(u) = \frac{2021u}{2u + 1}, u \in [1; 2]$ ta có $g'(u) = \frac{2021}{(2u + 1)^2} > 0, \forall u \in [1; 2]$ do vậy hàm số

$$g(u) \text{ tăng trên đoạn } [1; 2]. \text{ Vì vậy } \min_{u \in [1; 2]} g(u) = \frac{2021u}{2u + 1} = g(1) = \frac{2021}{3}.$$

- ♦ Kết hợp với m là các số nguyên dương ta được $m \in \{1; 2; 3; \dots; 673\}$.

Vậy tìm được 673 số nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 68. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho hàm số $f(x)$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là :

A. 7.

B. 9.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $y' = (2x - 2)f'(x^2 - 2x)$.

$$y' = 0 \Rightarrow (2x - 2)f'(x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$

x	$-\infty$	a	-1	b	0	c	1	d	$+\infty$
y	$+\infty$		-3		2		-1		$+\infty$

$$\text{Ta có } f'(x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = d \in (1; +\infty) \end{cases} (*)$$

Nhận xét phương trình $x^2 - 2x = m \Leftrightarrow x^2 - 2x - m = 0$:

+) Có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi: $1 + m > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

+) Có nghiệm kép khi và chỉ khi: $1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$ khi đó nghiệm kép $x = 1$.

+) Có nghiệm $x = 1$ khi và chỉ khi: $-1 - m = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Suy ra (*) có 6 nghiệm (đơn) phân biệt và khác $x = 1$. Do đó $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn.

Vậy: $y = f(x^2 - 2x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 69. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-1	3	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(2^{3x^4-4x^2+2})+1=0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

$$f(2^{3x^4-4x^2+2})+1=0 \Leftrightarrow f(2^{3x^4-4x^2+2})=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{3x^4-4x^2+2}=2 & (1) \\ 2^{3x^4-4x^2+2}=a \ (a < -1) & (2) \\ 2^{3x^4-4x^2+2}=b \ (b > 5) & (3) \end{cases}$$

Giải (1):

$$2^{3x^4-4x^2+2}=2 \Leftrightarrow 3x^4-4x^2+2=1 \Leftrightarrow 3x^4-4x^2+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=1 \\ x^2=\frac{1}{3} \end{cases}$$

Suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình (2) vô nghiệm.

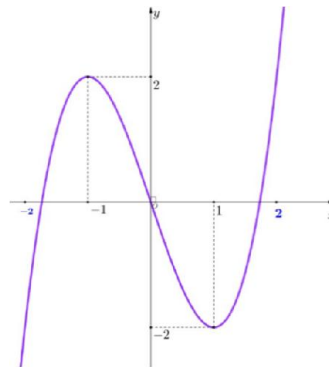
Phương trình (3)

$$2^{3x^4-4x^2+2}=b \Leftrightarrow 3x^4-4x^2+2=\log_2 b \Leftrightarrow 3x^4-4x^2+2-\log_2 b=0 \quad (4)$$

Phương trình (4) có hai nghiệm trái dấu nên phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác với 4 nghiệm của (1)

Vậy, phương trình đã cho có 6 nghiệm

Câu 70. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc 3, có đồ thị như sau:



Phương trình $f^2(\sin x + \cos x) + 1 = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) f(\sin x + \cos x) - \sin 2x$ có bao nhiêu nghiệm

thực thuộc đoạn $\left[-\frac{5\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$?

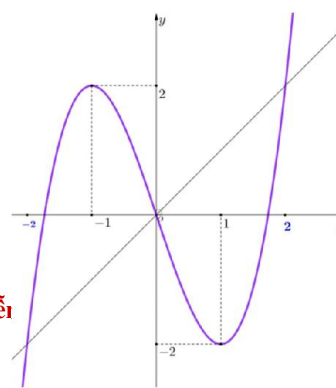
A. 1.

B. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn B



$$y = t$$

$$f^2(\sin x + \cos x) + 1 = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) f(\sin x + \cos x) - \sin 2x = 0 (*)$$

$$\text{Đặt } t = \sin x + \cos x$$

$$\text{Ta có } x \in \left[-\frac{5\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right] \Rightarrow t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$$

$$y = f'(t)$$

$$\text{Phương trình } (*) \Leftrightarrow f^2(t) - 2t.f(t) + t^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (f(t) - t)^2 = 0 \Leftrightarrow f(t) = t$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm nghiệm của phương trình $f(t) = t_{(1)}$ với $t \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

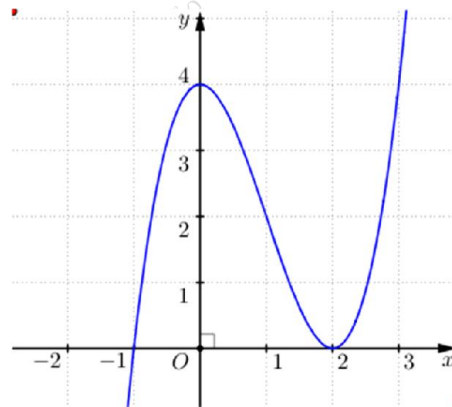
Từ đồ thị hàm số của phương trình (1) có 1 nghiệm $t = 0 \Leftrightarrow \sin x + \cos x = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$x \in \left[-\frac{5\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right] \Rightarrow -\frac{5\pi}{4} \leq -\frac{\pi}{4} + k\pi \leq \frac{5\pi}{4} \Rightarrow -1 \leq k \leq \frac{3}{2}; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{-1; 0; 1\} \Rightarrow 3n_0.$$

Câu 71. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như bên dưới



Số nghiệm phương trình $2f\left(x+1-\sqrt{6x+3}\right)=1$ là

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = x+1-\sqrt{6x+3}, x \geq -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } t' = 1 - \frac{3}{\sqrt{6x+3}} = 0 \Leftrightarrow x = 1. \text{ Khi đó bảng biến thiên của hàm số là}$$

x	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
t'	$-$	0	$+$
t	$\frac{1}{2}$	-1	$+\infty$

Phương trình đã cho trở thành $f(t) = \frac{1}{2}$. Dựa và đồ thị ta thấy phương trình có 3 nghiệm là

$$\begin{cases} t = a \in (-1; 0) \\ t = b \in (1; 2) \\ t = c \in (2; 3) \end{cases}$$

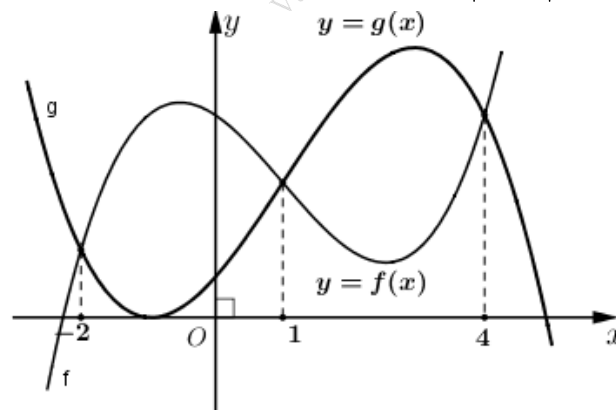
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $t = x + 1 - \sqrt{6x + 3}$ ta có

Phương trình $t = a \Leftrightarrow x + 1 - \sqrt{6x + 3} = a$ có 2 nghiệm và phương trình

$t = b \Leftrightarrow x + 1 - \sqrt{6x + 3} = b$ có 1 nghiệm và Phương trình $t = c \Leftrightarrow x + 1 - \sqrt{6x + 3} = c$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $2f(x + 1 - \sqrt{6x + 3}) = 1$ có 4 nghiệm.

Câu 72. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho $f(x), g(x)$ là các hàm đa thức bậc 3 có đồ thị như hình vẽ bên. Đặt $h(x) = f(x) - g(x)$. Số điểm cực trị của hàm số $|h(|x|)|$ là



A. 7.

B. 7.

C. 3.

D. 9.

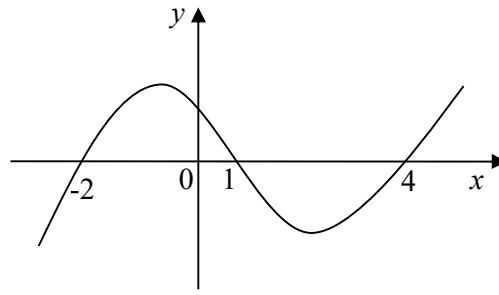
Lời giải

Chọn A

Theo đồ thị của $f(x), g(x)$ thì hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-2, 1, 4$

nên $h(x) = a(x + 2)(x - 1)(x - 4)$ với $a > 0$ (do hệ số của x^3 của $f(x)$ dương còn hệ số của x^3 của $g(x)$ âm).

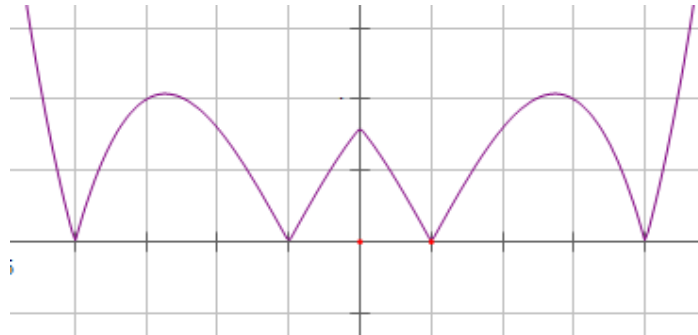
$\Rightarrow$ đồ thị của $y = h(x)$ có dạng:



$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = |h(|x|)|$ được vẽ dựa trên đồ thị hàm số $y = h(x)$ như sau:

+ Bước 1: Giữ nguyên phần đồ thị bên phải trục tung, bỏ phần bên trái rồi lấy đối xứng phần bên phải trục tung qua trục tung.

+ Từ đồ thị có được qua bước 1, giữ nguyên phần đồ thị trên trục hoành, lấy đối xứng với phần đồ thị dưới trục hoành.



Từ đó suy ra số điểm cực trị của hàm số $|h(|x|)|$ là 7.

Câu 73. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}mx + m - 8, x \in \mathbb{R}$ với m là một hằng số khác 0. Biết rằng phương trình $f(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của k thỏa mãn phương trình $f(x) = k$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 3.

B. 34.

C. 6.

D. 34.

Lời giải

Chọn D

Ta có: hệ số $a = 1 > 0$ và $f(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị và 1 điểm thuộc trục hoành.

$$f'(x) = 3x^2 - \frac{m}{2}. f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{m}{6}} (m > 0).$$

$$\text{Trường hợp 1: } \left(\sqrt{\frac{m}{6}}\right)^3 - \frac{1}{2}m\sqrt{\frac{m}{6}} + m - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 24 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$m = 24: f(x) = x^3 - 12x + 16.$$

$$f(x) = k \text{ có 3 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow k \in (0; 32).$$

Có 31 giá trị nguyên của k thỏa mãn.

$$\text{Trường hợp 1: } -\left(\sqrt{\frac{m}{6}}\right)^3 + \frac{1}{2}m\sqrt{\frac{m}{6}} + m - 8 = 0 \Leftrightarrow m = 6 \text{ (thỏa mãn).}$$

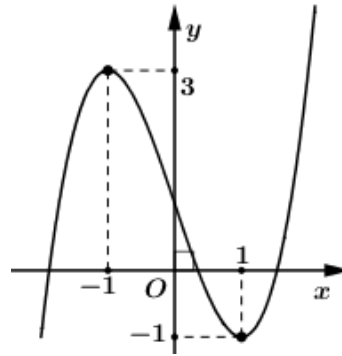
$$m = 6: f(x) = x^3 - 3x - 2.$$

$$f(x) = k \text{ có 3 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow k \in (-4; 0).$$

Có 3 giá trị nguyên của k thỏa mãn.

Vậy có 34 giá trị nguyên của k thỏa mãn.

Câu 74. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm đa thức $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đặt $g(x) = |f(x^2)|$. Số nghiệm của phương trình $g(x) \cdot [2g(x) - 1] = 0$ là

A. 11.

B. 10.

C. 13.

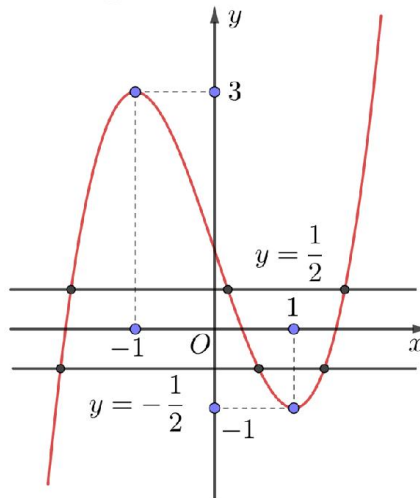
D. 12.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } g(x) \cdot [2g(x) - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = 0 \\ g(x) = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |f(x^2)| = 0 \\ |f(x^2)| = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^2) = 0 & (1) \\ f(x^2) = \frac{1}{2} & (2) \\ f(x^2) = -\frac{1}{2} & (3) \end{cases}$$

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra



$$+) (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = a < -1 \\ x^2 = b \in (0; 1) \\ x^2 = c > 1 \end{cases} \text{ Suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.}$$

$$+) (2) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = d < -1, (d \neq a) \\ x^2 = e \in (0; 1), (e \neq b) \\ x^2 = f > 1, (f \neq c) \end{cases} \text{ Suy ra phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt khác 4 nghiệm}$$

phân biệt của phương trình (1).

$$+) (3) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = m < -1, (m \neq d, a) \\ x^2 = n \in (0; 1), (n \neq e, b) \\ x^2 = p > 1, (p \neq f, c) \end{cases} \text{ Suy ra phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt khác 4 nghiệm}$$

phân biệt của phương trình (1) và 4 nghiệm phân biệt của phương trình (2).

Vậy phương trình $g(x) \cdot [2g(x) - 1] = 0$ có tất cả 12 nghiệm.s

Câu 75. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $f(x) = |x^3 - 15x + 2m| + 12x - m$. Giá trị nhỏ nhất của $M = \max_{[-2;3]} f(x)$ bằng

A. 36.

B. 9.

C. 25.

D. 27.

Lời giải

Chọn B

Đặt $a = \max_{[-2;3]} f(x)$

Ta có $f(x) \leq a, \forall x \in [-2;3]$ và điều kiện $a + m - 12x \geq 0, \forall x \in [-2;3]$

$$\Leftrightarrow |x^3 - 15x + 2m| + 12x - m \leq a, \forall x \in [-2;3]$$

$$\Leftrightarrow |x^3 - 15x + 2m| \leq a + m - 12x, \forall x \in [-2;3]$$

$$\Leftrightarrow -a - m + 12x \leq |x^3 - 15x + 2m| \leq a + m - 12x, \forall x \in [-2;3]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -x^3 + 27x - 3m \\ a \geq x^3 - 3x + m \\ a \geq -m + 12x \end{cases}, \forall x \in [-2;3] \quad (*)$$

Xét hàm $g(x) = -x^3 + 27x - 3m$ trên đoạn $[-2;3]$

Ta có $g'(x) = -3x^2 + 27$

BBT của hàm $g(x)$

x	-2				3
$g'(x)$				+	
$g(x)$					$54 - 3m$

Xét hàm $h(x) = x^3 - 3x + m$ trên đoạn $[-2;3]$

Ta có $h'(x) = 3x^2 - 3$

BBT của hàm $h(x)$

x	-2		-1		1		3
$h'(x)$		+	0	-	0	+	
$h(x)$			$m + 2$				$m + 18$

$$\text{Hệ (*)} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 54 - 3m \\ a \geq m + 18 \\ a \geq 36 - m \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp 1: } \min a = m + 18 \text{ nếu } \begin{cases} m + 18 \leq 54 - 3m \\ m + 18 \leq 36 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m \leq 36 \\ 2m \leq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 9$$

$$\text{Trường hợp 2: } \min a = 36 - m \text{ nếu } \begin{cases} 36 - m \leq 54 - 3m \\ 36 - m \leq m + 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq 18 \\ 2m \geq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m = 9$$

$$\text{Trường hợp 3: } \min a = 54 - 3m \text{ nếu } \begin{cases} 54 - 3m \leq 36 - m \\ 54 - 3m \leq m + 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 9 \\ m \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 9$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $M = \max_{[-2;3]} f(x)$ bằng 27

Câu 76. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(2x^2 + 3) - 2| = 5$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Gọi $g(x) = f(2x^2 + 3) - 2$. Ta có: $g'(x) = 4x \cdot f'(2x^2 + 3)$.

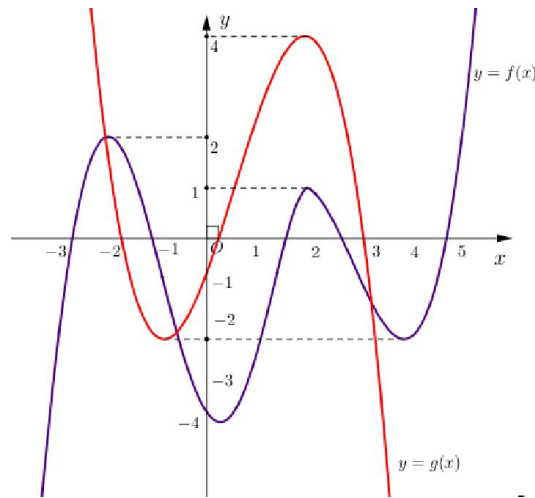
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + 3 = -1 \Leftrightarrow x = 0 \\ 2x^2 + 3 = 3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$		
g'		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$		-5		$+\infty$

Mà $|g(x)| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = 5 \\ g(x) = -5 \end{cases}$. Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm.

Câu 77. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hai hàm $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Khi đó tổng số nghiệm của phương trình $f(g(x)) = 0$ và $g(f(x)) = 0$ là



A. 25.

B. 22.

C. 21.

D. 26.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } g(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -2 & (1) \\ f(x) = \alpha, (\alpha \in (0; 1)) & (2) \\ f(x) = 3 & (3) \end{cases}$$

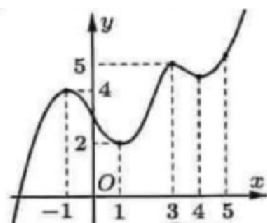
Dựa vào đồ thị hàm số $g(x)$ suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm; phương trình (2) có 5 nghiệm và phương trình (3) có 1 nghiệm. Vậy phương trình $g(f(x)) = 0$ có 10 nghiệm.

$$\text{Ta có } f(g(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = -3 & (4) \\ g(x) = -1 & (5) \\ g(x) = 1 & (6) \\ g(x) = a, (a \in (1; 2)) & (7) \\ g(x) = b, (b \in (4; 5)) & (8) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số $g(x)$ suy ra phương trình (4) có 1 nghiệm; phương trình (5); (6); (7) mỗi phương trình có 3 nghiệm và phương trình (8) có 1 nghiệm. suy ra phương trình $f(g(x)) = 0$ có 11 nghiệm.

Vậy tổng số nghiệm của phương trình $f(g(x)) = 0$ và $g(f(x)) = 0$ là 21.

Câu 78. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Khi đó hiệu của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = 3f(\log_2 x - 1) + x^3 - 9x^2 + 15x + 1$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng:



A. 54.

B. 7.

C. 33.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

+ Xét hàm số $g(x) = f(\log_2 x - 1)$. Đặt $t = \log_2 x - 1, t \in [-1; 1]$. Ta có: $\begin{cases} \max_{[1;4]} g(x) = g(1) = 4 \\ \min_{[1;4]} g(x) = g(4) = 2 \end{cases} \quad (1)$

+ Xét hàm số $k(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$ có $\begin{cases} \max_{[1;4]} k(x) = k(1) = 8 \\ \min_{[1;4]} k(x) = k(4) = -19 \end{cases} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} \max_{[1;4]} h(x) = h(1) = 20 \\ \min_{[1;4]} h(x) = h(4) = -13 \end{cases} \Rightarrow \max_{[1;4]} h(x) - \min_{[1;4]} h(x) = 33$

Câu 79. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	3	5	$-\infty$

Hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } g'(x) = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3 = 0 \\ f'(x^3 - 3x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x^3 - 3x = a > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = p > 2 \end{cases}$$

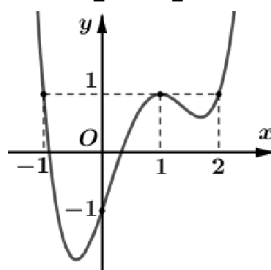
Bảng biến thiên hàm $g(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	p	$+\infty$		
$g'(x)$		0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$							

Vậy: Hàm số $g(x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Giá trị nhỏ nhất

của hàm số $g(x) = f(2x) - 2x + 1$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ bằng



A. $f(0)-1$.

B. $f(1)$.

C. $f(2)-1$.

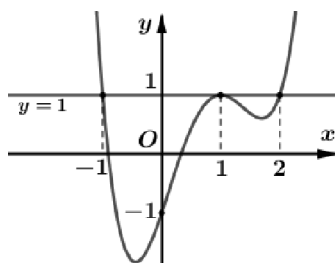
D. $f(-1)+2$

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x) = f(2x) - 2x + 1$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

Ta có $g'(x) = 2f'(2x) - 2, g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2x) = 1 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ chính là số giao điểm giữa đồ thị của hàm số $f'(2x)$ và đường thẳng $y = 1$.

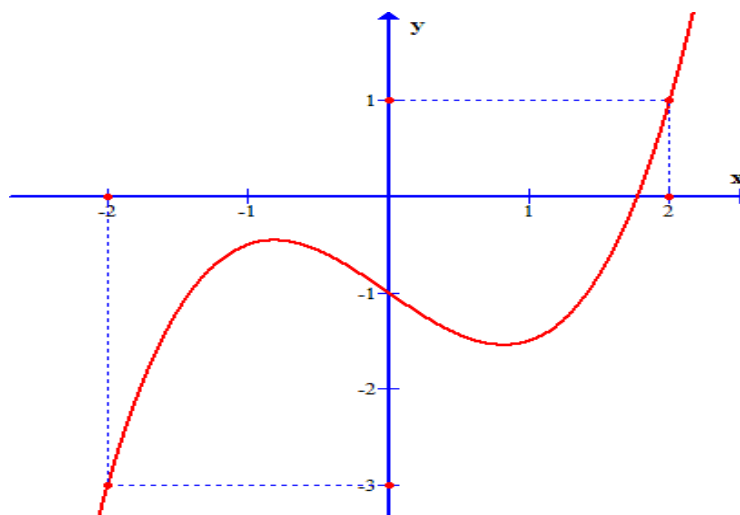


Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên

x	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
$g'(x)$	-	0	0
$g(x)$	$g(\frac{1}{2}) = f(-1) + 2$	$g(\frac{1}{2}) = f(1)$ $g(1) = f(2) - 1$	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 2x + 1$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ bằng $g(1) = f(2) - 1$.

Câu 81. Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x) = |2f(x^2 + x) - x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } h(x) = 2f(x^2 + x) - x^4 - 2x^3 + x^2 + 2x = 2f(x^2 + x) - (x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x).$$

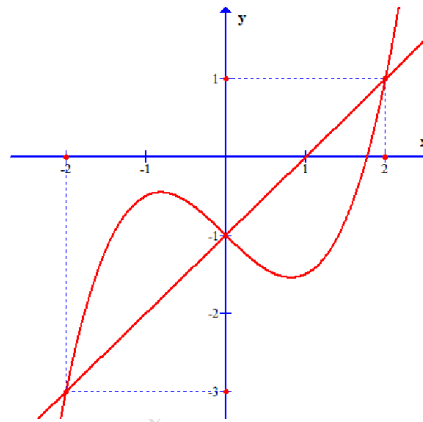
$$\Rightarrow h'(x) = 2(2x+1)f'(x^2 + x) - 2(2x+1)(x^2 + x) + 2(2x+1).$$

$$\Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=0 \\ f'(x^2 + x) - (x^2 + x) + 1 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Đặt $t = x^2 + x$. Khi đó phương trình (*) trở thành $f'(t) - t + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow f'(t) = t - 1$$

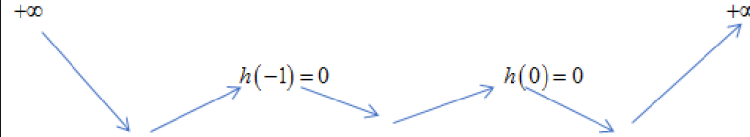
Ta vẽ đồ thị hai hàm số $y = f'(t)$ và $y = t - 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ



Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(t) > t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < t < 0 \\ t > 2 \end{cases}$.

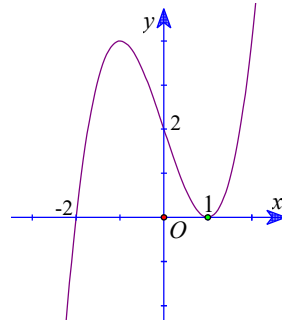
$$\text{Khi đó: } \begin{cases} -2 < x^2 + x < 0 \\ x^2 + x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ x < -2 \vee 1 < x \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	$+\infty$	
$2x+1$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	$ $	$+$	
$f'(t)-t+1$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$							$+\infty$
$g(x)$								Ox

Vậy hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 82. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$ trên đoạn $[-5; 3]$ bằng



A. $f(-2)$.

B. $f(1)$.

C. $f(-4)$.

D. $f(2)$.

Lời giải

Chọn A

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} f'\left(\frac{x}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = -2 \\ \frac{x}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{2}\right) < 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} < -2 \Leftrightarrow x < -4.$$

Bảng biến thiên

x	-5		-4		2		3
$g'(x)$		-	0	+	0	+	
$g(x)$							

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-5; 3]$ bằng $g(-4) = f(-2)$.

Câu 83. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	m	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1		$+\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^2) - x^2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. 7

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } h(x) = f(x^2) - x^2 \Rightarrow h(0) = 0.$$

$$\text{Ta có } h'(x) = 2xf'(x^2) - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 1 \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $t = f'(x)$ ta có phương trình $f'(x) = 1$ có duy nhất một nghiệm và nghiệm đó dương. Gọi x_0 là nghiệm của phương trình $f'(x) = 1$.

$$\text{Suy ra } f'(x^2) = 1 \Leftrightarrow x^2 = x_0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{x_0}.$$

$$\text{Ta có } y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty \Rightarrow a > 0.$$

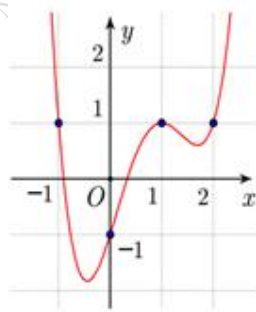
$$\text{Khi đó } h(x) = f(x^2) - x^2 \text{ là hàm bậc 8 và } \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$$

Lập bảng biến thiên của $h(x)$ ta có

x	$-\infty$	$-\sqrt{x_0}$	0	$\sqrt{x_0}$	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+	0	-
$h(x)$	$+\infty$		0		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 84. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = -f(2x-1) + 2x$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng



A. $-f(1) + 2.$

B. $-f(-1).$

C. $-f(2) + 3.$

D. $-f(3) + 4.$

Lời giải

Chọn C

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2f'(2x-1) + 2 = 0 \Leftrightarrow f'(2x-1) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = -1 \\ 2x-1 = 1 \\ 2x-1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(2x-1) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 < -1 \\ 2x-1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	1	$\frac{3}{2}$	2
$g'(x)$	+	0	+	0
$g(x)$	$g(0)$		$g\left(\frac{3}{2}\right)$	$g(2)$

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên $[0; 2]$ bằng $g\left(\frac{3}{2}\right) = -f(2) + 3$.

Câu 85. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = -\frac{1}{\ln 2}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-4	-1	$-\infty$

Hàm số $g(x) = \left| f(-x^2) - x^2 + \frac{2x^2}{\ln 2} \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

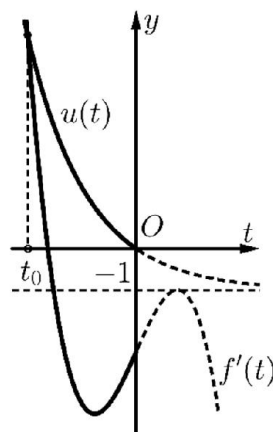
Từ bảng biến thiên, ta tìm được $f'(x) = -\frac{3}{4}x^3 + \frac{9}{4}x - \frac{5}{2}$.

Đặt $h(x) = f(-x^2) - x^2 + \frac{2x^2}{\ln 2}$. Ta có $h(0) = f(0) + \frac{1}{\ln 2} = 0$.

$$h'(x) = -2x \cdot f'(-x^2) - 2x + 2x \cdot 2^{x^2} = -2x[f'(-x^2) + 1 - 2^{x^2}],$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(-x^2) = 2^{x^2} - 1 (*) \end{cases}$$

Đặt $t = -x^2$, $t \leq 0$. Phương trình (*) trở thành: $f'(t) = u(t)$, với $u(t) = 2^{-t} - 1$



Từ đồ thị ta thấy phương trình $f'(t) = u(t) \Leftrightarrow t = t_0$, với $t_0 < -1$.

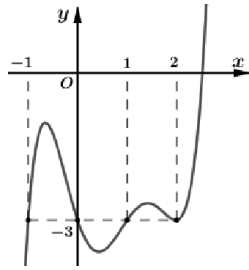
Từ đó, phương trình (*) $\Leftrightarrow -x^2 = t_0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-t_0}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{-t_0}$	0	$\sqrt{-t_0}$	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$					

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 86. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x-1) + 6x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ bằng



A. $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

B. $f(0) + 3$.

C. $f(1) + 6$.

D. $f(3) + 12$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2x - 1 \Rightarrow t \in [0; 3]$, xét hàm số $h(t) = f(t) + 3t + 3$ trên $[0; 3]$.

Ta có $h'(x) = f'(x) + 3$, $h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$.

$h'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > -3 \Leftrightarrow x \in (1; 3)$

$h'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) < -3 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$

Ta có bảng biến thiên sau

t	0	1	2	3		
$h'(t)$	0	-	0	+	0	+
$h(t)$						

Ta có $\min_{[0;3]} h(t) = h(1) = f(1) + 6$.

Câu 87. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 + 2x$ và $f(0) = 1$. Số điểm cực tiểu của hàm số

$$g(x) = f^3(x^2 - 2x - 3) \text{ là}$$

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f(x) = \int (4x^3 + 2x) dx = x^4 + x^2 + C \text{ và } f(0) = 1 \Rightarrow C = 1.$$

$$\text{Do đó ta có: } f(x) = x^4 + x^2 + 1 > 0, \forall x.$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = 3(2x - 2) \cdot f^2(x^2 - 2x - 3) \cdot f'(x^2 - 2x - 3).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \\ 4(x^2 - 2x - 3)^3 + 2(x^2 - 2x - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

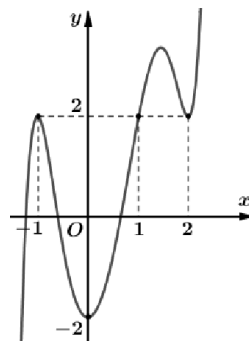
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = g(x)$ có hai cực tiểu.

Câu 88. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Giá trị nhỏ

nhất của hàm số $g(x) = f(2x + 1) - 4x - 3$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 1\right]$ bằng



A. $f(0)$.

B. $f(-1) + 1$.

C. $f(2) - 5$.

D. $f(1) - 3$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2x + 1 \Rightarrow t \in [-2; 3]$, xét hàm số $h(t) = f(t) - 2t - 1$ trên $[-2; 3]$.

$$\text{Ta có } h'(x) = f'(x) - 2, h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 1 \\ t = 2 \end{cases}.$$

$$h'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x) > 2 \Leftrightarrow x \in (1; 3)$$

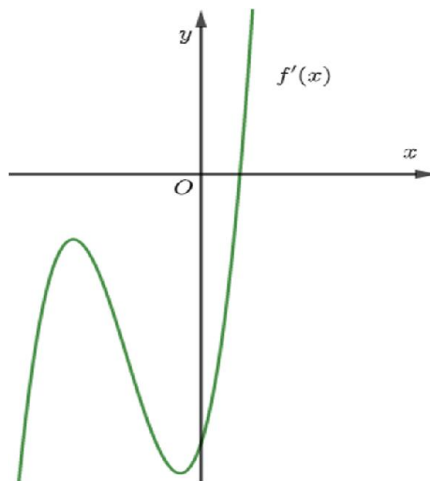
$$h'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) < 2 \Leftrightarrow x \in (-2; 1)$$

Ta có bảng biến thiên sau

t	-2	-1	1	2	3
$h'(t)$	-	0	-	0	+
$h(t)$					

Ta có $\min_{[-3]} h(t) = h(1) = f(1) - 3$.

Câu 89. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau



Biết $f(0) = 0$. Hỏi hàm số $g(x) = \left| \frac{1}{3} f(x^3) - 2x \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } h(x) = \frac{1}{3} f(x^3) - 2x \Rightarrow h'(x) = x^2 f'(x^3) - 2$$

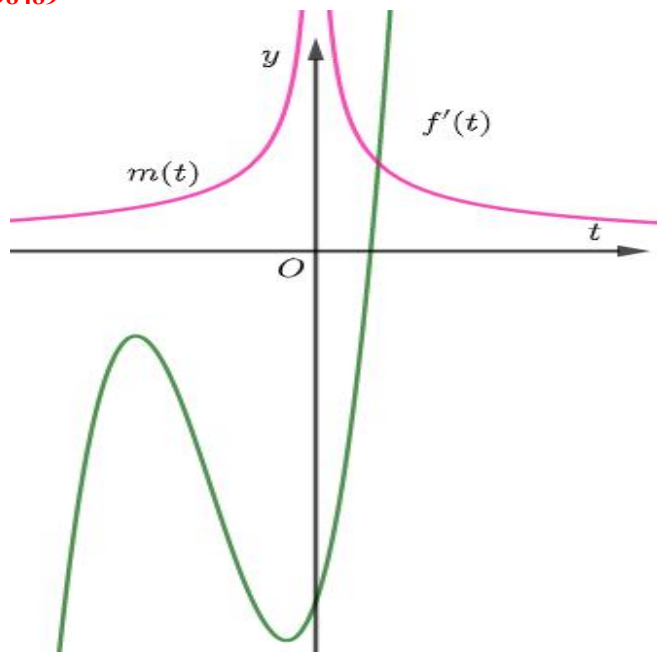
$$\text{Ta có } h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{2}{x^2}, (x \neq 0), (1)$$

$$\text{Đặt } t = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{t}$$

$$\text{Từ (1) ta có: } f'(t) = \frac{2}{\sqrt[3]{t^2}}, (2)$$

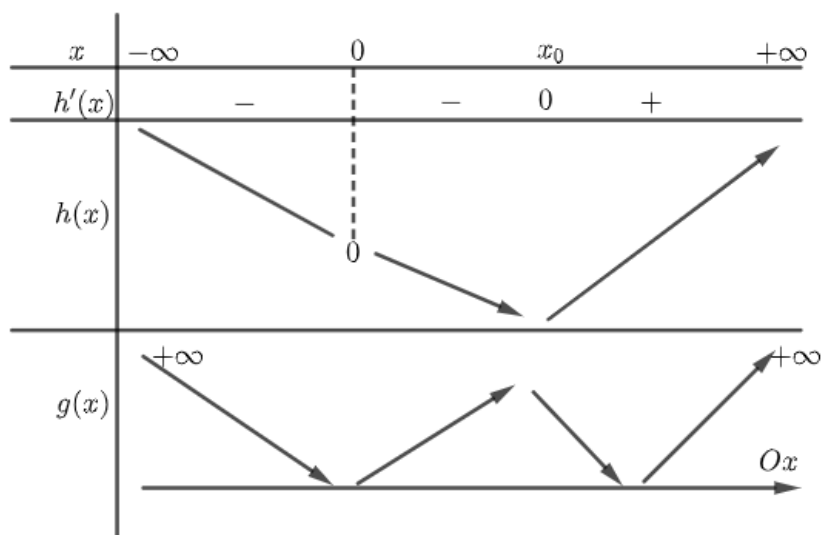
$$\text{Xét } m(t) = \frac{2}{\sqrt[3]{t^2}} \Rightarrow m'(t) = -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{t^5}}$$

Lúc này ta có hình vẽ 2 đồ thị như sau



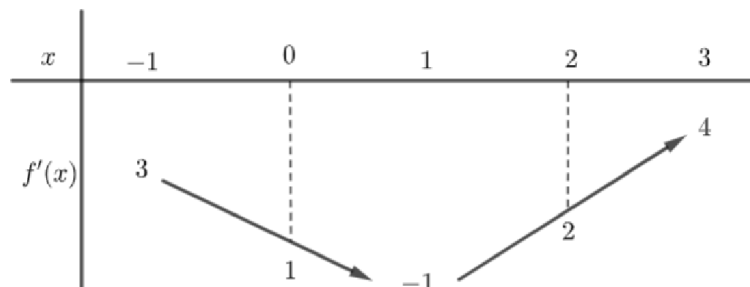
Suy ra pt (2) có 1 nghiệm $t = t_0 > 0 \Rightarrow$ pt (1) có nghiệm $x = \sqrt[3]{t_0} = x_0 > 0$

Bảng biến thiên của $h(x), g(x) = |h(x)|$ như sau



Vậy hàm số $y = g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 90. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Trên $[-4; 2]$ hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ đạt giá trị lớn nhất bằng?



A. $f(2) - 2$.

B. $f\left(\frac{1}{2}\right) + 2$.

C. $f(2) + 2$.

D. $f\left(\frac{3}{2}\right) - 1$.

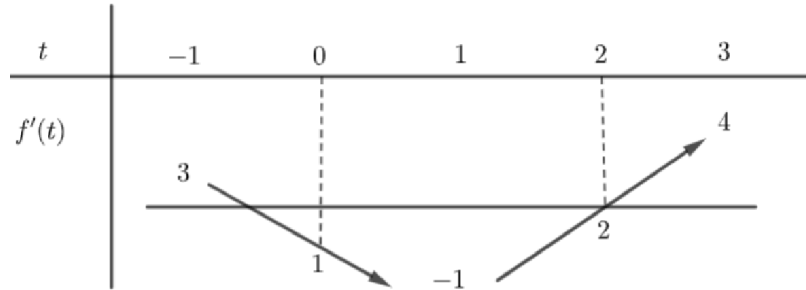
Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x \Rightarrow g'(x) = -\frac{1}{2}f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) = 2.$$

$$\text{Đặt } t = 1 - \frac{x}{2} \Rightarrow t \in [0; 3].$$

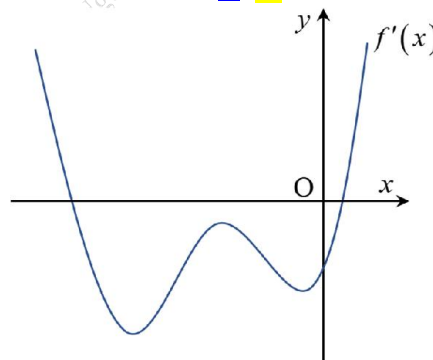
Vẽ đường thẳng $y = 2$ lên cùng một bảng biến thiên ta đượcTa thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $t = 2 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \max_{[-4; 2]} g(x) = g(-2) = f(2) - 2$.**Câu 91.** Cho hàm số $f(x)$ và có $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên.Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(|x|^3) - |x|$ là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.



Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $h(x) = f(x^3) - x$

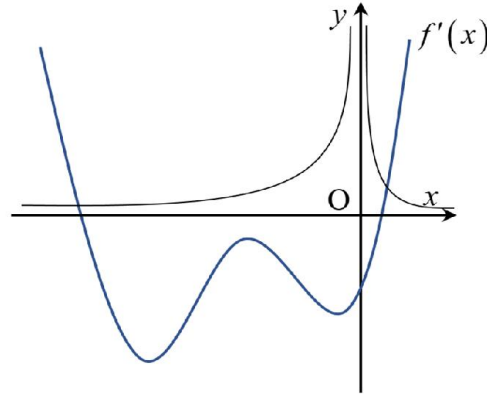
Ta có $h'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 1$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{3x^2} \quad (x \neq 0) \quad (1)$$

Đặt $x^3 = t \Rightarrow x = \sqrt[3]{t} \Rightarrow x^2 = \sqrt[3]{t^2}$.

Khi đó (1) trở thành: $f'(t) = \frac{1}{3\sqrt[3]{t^2}} \quad (2)$

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$, $y = f'(x)$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy , ta được:



Từ đồ thị suy ra phương trình (2) có hai nghiệm $t_1 = a > 0$ và $t_2 = b < 0$.

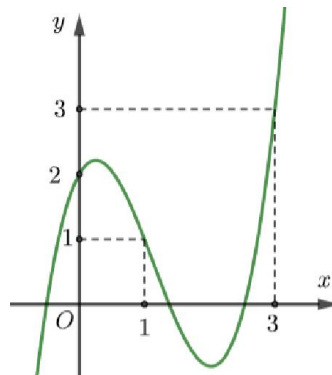
$\Rightarrow (1)$ có hai nghiệm $x = \sqrt[3]{a} > 0$ và $x = \sqrt[3]{b} < 0$.

Bảng biến thiên của $h(x)$, $g(x) = h(|x|)$.

x	$-\infty$	$\sqrt[3]{b}$	0	$\sqrt[3]{a}$	$+\infty$
$h'(x)$	$+$	0	$+$	0	$+$
$h(x)$	$-\infty$	$h(\sqrt[3]{b})$	$h(\sqrt[3]{a})$	$+\infty$	
$h(x)$	$+\infty$	$h(\sqrt[3]{a})$	$h(0)$	$h(\sqrt[3]{a})$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x) = h(|x|) = f(|x|^3) - |x|$ có 1 điểm cực đại.

Câu 92. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên $[-2; 4]$, gọi x_0 là điểm mà tại đó hàm số $g(x) = f\left(\frac{x}{2} + 1\right) - \ln(x^2 + 8x + 16)$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó x_0 thuộc khoảng nào?



A. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

C. $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

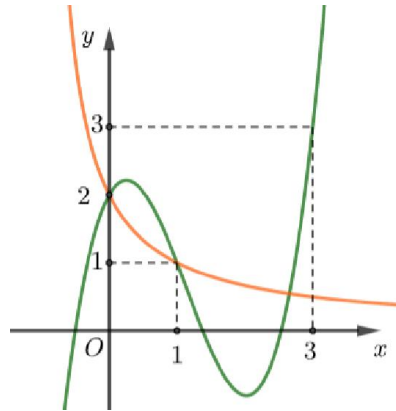
Ta có $g'(x) = \frac{1}{2}f'\left(\frac{x}{2}+1\right) - \frac{2x+8}{x^2+8x+16} = \frac{1}{2}f'\left(\frac{x}{2}+1\right) - \frac{2}{x+4}$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{2}+1\right) = \frac{4}{x+4}$.

Đặt $t = \frac{x}{2}+1 \Rightarrow t \in [0;3]$

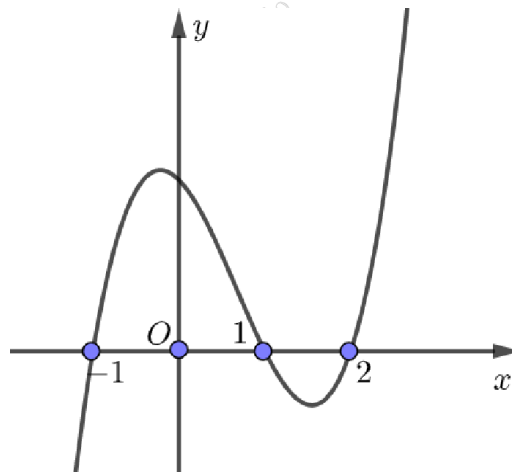
Phương trình trở thành $f'(t) = \frac{4}{2t+2} = \frac{2}{t+1}$.

Vẽ đồ thị $y = \frac{2}{x+1}$ lên cùng một hệ tọa độ ta được:



Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $t = 1 \Rightarrow x = 0$.

Câu 93. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $g(x) = (|x| + |x^2 - 1|)$ có bao nhiêu điểm cực đại

A. 3.

B. 4.

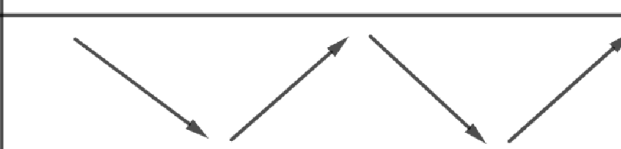
C. 5.

D. 7.

Lời giải

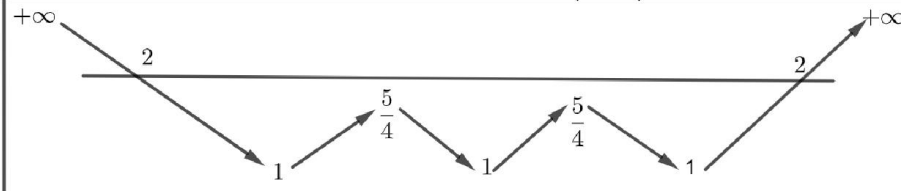
Chọn A

Từ đồ thị của $y = f'(x)$, suy ra bảng biến thiên của $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$								

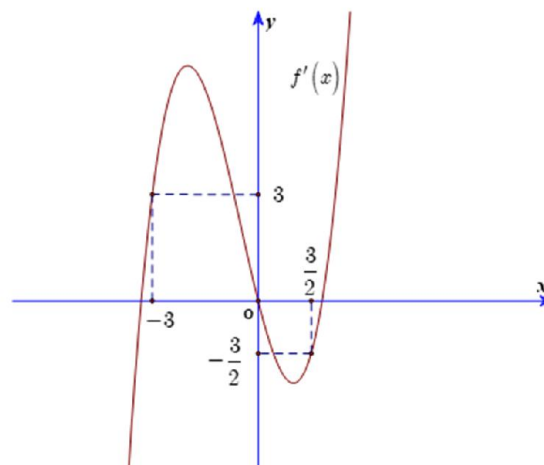
Đặt $u = |x| + |x^2 - 1|$.

Ta có bảng ghép trục sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$ x $	$-x$	$-x$	0	x	x	
$ x^2-1 $	x^2-1	0	$1-x^2$	$1-x^2$	0	x^2-1
u	x^2-x-1	$1-x-x^2$	$1+x-x^2$	x^2+x-1		
u	$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$	$\frac{5}{4}-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$		
u						
$f(u)$						

Vậy hàm số $g(x) = f(|x| + |x^2 - 1|)$ có ba điểm cực đại.

Câu 94. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f(0) = 0$, $f(-3) = f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{19}{4}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = |4f(x) + 2x^2|$ giá trị lớn nhất của $g(x)$ trên $\left[-2; \frac{3}{2}\right]$ là

A. 2.

B. $\frac{39}{2}$.

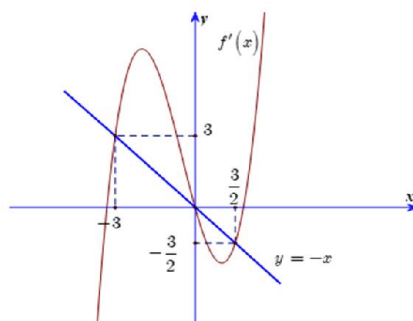
C. 1.

D. $\frac{29}{2}$.**Chọn D****Lời giải**

Xét hàm số $h(x) = 4f(x) + 2x^2$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $f(x)$ là hàm đa thức nên $h(x)$ cũng là hàm đa thức và $h(0) = 4f(0) + 2 \cdot 0 = 0$

Khi đó $h'(x) = 4f'(x) + 4x \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x$.



Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -x$, ta có

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{-3; 0; \frac{3}{2}\right\}$$

Ta có bảng biến thiên như sau:

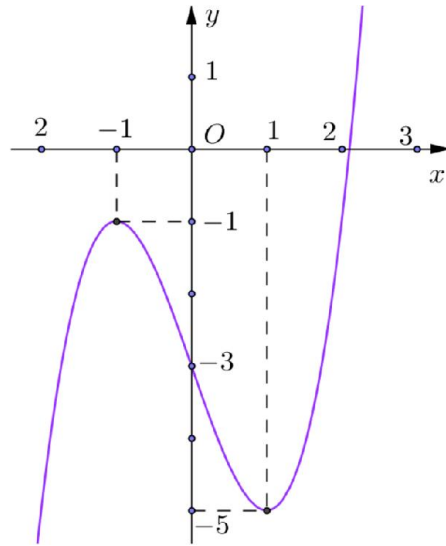
x	$-\infty$	-3	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	-1	0	$-\frac{29}{2}$	$+\infty$

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x) = |h(x)|$ như sau

x	$-\infty$	-3	0	$\frac{3}{2}$	$+\infty$		
$ h(x) $	$+\infty$	0	1	0	$\frac{29}{2}$	0	$+\infty$

Vậy giá trị lớn nhất của $g(x)$ trên $\left[-2; \frac{3}{2}\right]$ là $\frac{29}{2}$.

Câu 95. Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ đồ thị như sau:



Hàm số $g(x) = |f(x^3) - x^3 - x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Do $f(x)$ là hàm bậc bốn và từ đồ thị của $f'(x)$, ta có: $f'(x)$ bậc ba có 2 điểm cực trị là $-1; 1$ nên $f''(x) = a(x^2 - 1)$.

Suy ra $f'(x) = a\left(\frac{x^3}{3} - x\right) + b$.

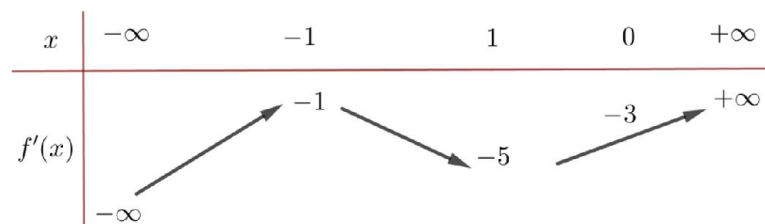
Do $f'(0) = -3$ và $f'(-1) = -1$ nên $\begin{cases} b = -3 \\ a\left(-\frac{1}{3} + 1\right) + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -3 \end{cases}$.

Suy ra $f'(x) = 3\left(\frac{x^3}{3} - x\right) - 3$

Xét hàm số $h(x) = f(x^3) - x^3 - x$, có $h'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 3x^2 - 1$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{3x^2 + 1}{3x^2}. \quad (1)$$

Bảng biến thiên của $f'(x)$



Dựa vào bảng biến thiên ta có

+ Với $x \in (-\infty; 0)$: $f'(x) < 0 \Rightarrow f'(x^3) < 0$, mà $\frac{3x^2 + 1}{3x^2} > 0$ suy ra (1) vô nghiệm trên $(-\infty; 0)$.

+ Trên $(0; +\infty)$: $f'(x) \in (-3; +\infty) \Rightarrow f'(x^3) \in (-3; +\infty)$ đồng biến suy ra $f'(x^3)$ đồng biến mà hàm số $y = \frac{3x^2+1}{3x^2}$ nghịch biến nên phương trình (1) có không quá 1 nghiệm. Mặt khác, hàm số $y = f'(x^3) - \frac{3x^2+1}{3x^2}$ liên tục trên $(0; +\infty)$ và $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[f'(x^3) - \frac{3x^2+1}{3x^2} \right] = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f'(x^3) - \frac{3x^2+1}{3x^2} \right] = +\infty$

Nên (1) có đúng 1 nghiệm $x = x_0 > 0$.

Bảng biến thiên của $h(x)$:

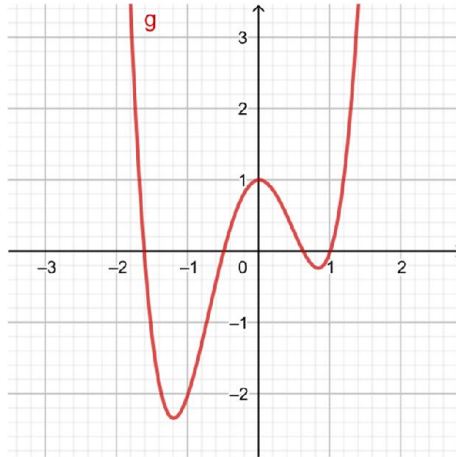
x	$-\infty$		0		x_0		$+\infty$
$h'(x)$		-		-	0	+	
$h(x)$	$+\infty$						$+\infty$

Từ đó ta có $h(x_0) < 0$ nên phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt. Mặt khác

$$g(x) = |h(x)| = \begin{cases} h(x) & \text{khi } h(x) \geq 0 \\ -h(x) & \text{khi } h(x) < 0 \end{cases}$$

Từ đó hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 96. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(x) + \frac{x^2}{2} - x$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0; 1]$ là

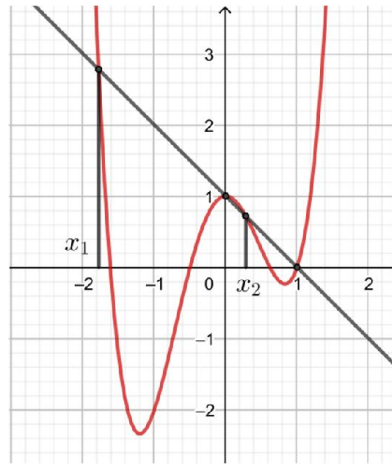


- A. $f(0)$. B. $f(1) + \frac{1}{2}$. **C. $f(1) - \frac{1}{2}$.** D. $f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $h(x) = f(x) + \frac{x^2}{2} - x$. Ta có $h'(x) = f'(x) + x - 1$



$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 & (x_1 < 0) \\ x = 0 \\ x = x_2 & (0 < x_2 < 1) \\ x = 1 \end{cases} \quad (\text{hình vẽ})$$

Ta có bảng biến thiên trên $[0; 1]$ của $h(x)$:

x	0	x_2	1	$+\infty$
$ h(x) $	$h(0)$	$h(x_2)$	$h(1)$	

x	0	x_2	1
y'	0	+	0
y			

Vậy giá trị nhỏ nhất của $h(x)$ trên $[0; 1]$ là $h(1)$ hoặc $h(2)$

Mặt khác, dựa vào hình ta có:

$$\int_0^{x_2} [f'(x) + x - 1] dx < \int_{x_2}^1 [f'(x) + x - 1] dx$$

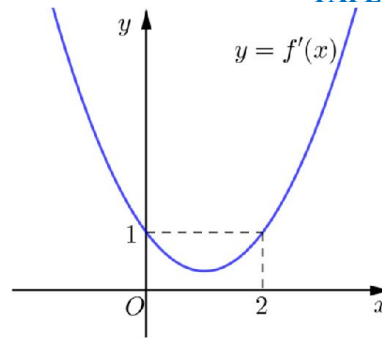
$$\Rightarrow \int_0^{x_2} h'(x) dx < \int_{x_2}^1 -h'(x) dx$$

$$\Rightarrow h(x_2) - h(0) < h(x_2) - h(1)$$

$$\Leftrightarrow h(1) < h(0)$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $h(x)$ trên $[0; 1]$ là $h(1) = f(1) - \frac{1}{2}$.

Câu 97. Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(e^x + 1) - x - m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

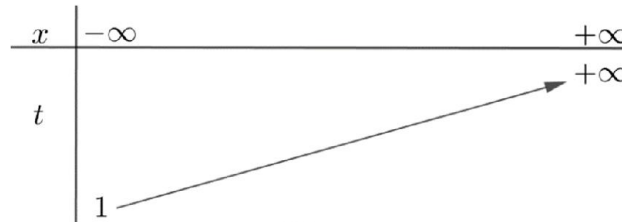
- A.** $m > f(2)$. **B.** $m > f(2) - 1$. **C.** $m < f(1) - \ln 2$. **D.** $m > f(1) + \ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(e^x + 1) - x - m = 0 \Leftrightarrow f(e^x + 1) - x = m$ (1).

Đặt $t = e^x + 1 \Rightarrow t' = e^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên:

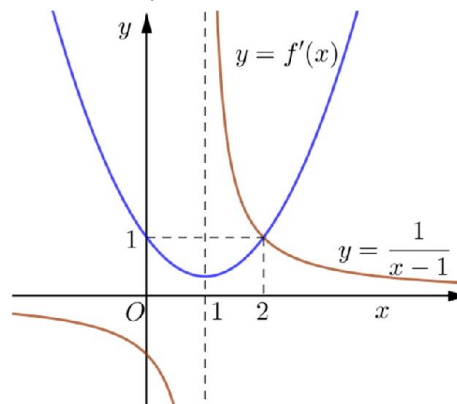


Với $t = e^x + 1 \Rightarrow x = \ln(t-1)$. Ta có: (1) $\Leftrightarrow f(t) - \ln(t-1) = m$ (2).

Khi đó, phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt lớn hơn 1.

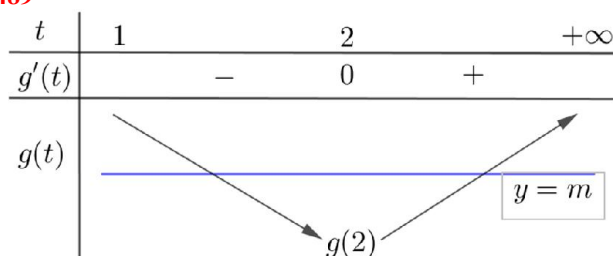
Xét hàm số $g(t) = f(t) - \ln(t-1), \forall t > 1$ ta có:

$$g'(t) = f'(t) - \frac{1}{t-1}, g'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = \frac{1}{t-1}.$$



Dựa vào đồ thị các hàm số $y = f'(x)$ và $y = \frac{1}{x-1}$ ta có: $f'(t) = \frac{1}{t-1} \Leftrightarrow t = 2$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(t)$:

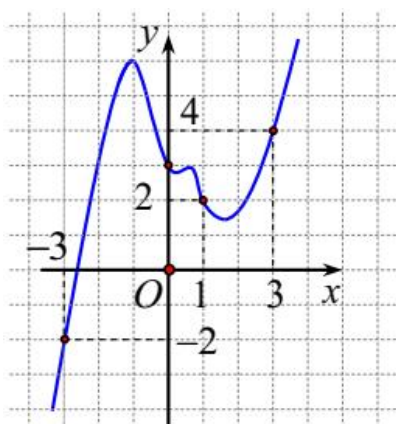


Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $g(t)$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow m > g(2) \Leftrightarrow m > f(2) - \ln 1 \Leftrightarrow m > f(2).$$

Câu 98. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng



A. $f(0) - 1$.

B. $f(-3) - 4$.

C. $2f(1) - 4$.

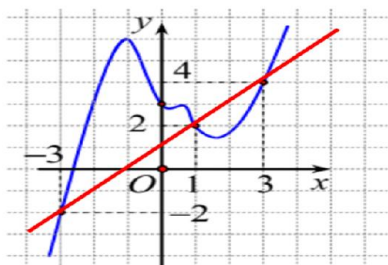
D. $f(3) - 16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 2(x+1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \pm 3 \end{cases}$$



Dựa vào hình vẽ ta có bảng biến thiên

x	-3	1	3		
$g'(x)$	0	+	0	-	0
$g(x)$					

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là $g(1) = 2f(1) - 4$.

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - |x|)$

A. 5.

B. 3.

C. 1.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g(x) = f(x^2 - |x|) = f(|x|^2 - |x|)$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ bằng hai lần số điểm cực trị dương của hàm số $f(x)$ cộng thêm 1.

Xét hàm số

$$h(x) = f(x^2 - x) \Rightarrow h'(x) = (2x-1)f'(x^2 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x^2 - x = -1 \\ x^2 - x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu hàm số $h(x) = f(x^2 - x)$

x	$-\infty$	$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$		
$h'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $h(x) = f(x^2 - x)$ có 2 điểm cực trị dương, vậy hàm số $g(x) = f(x^2 - |x|) = f(|x|^2 - |x|)$ có 5 điểm cực trị.