

- Họ và tên thí sinh: – Số báo danh :

A. TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7 điểm)

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $A'B'C'D'$ là:

- A. 0. B. AC' . C. BB' . D. AB .

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 3x^3$. Giá trị của $f''(1)$ bằng

- A. 9. B. 12. C. 18. D. 24.

Câu 3: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ bằng

- A. 0. B. $+\infty$. C. -1 . D. 1.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác SAC vuông cân tại A . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 5: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có $f'(2) = 1$ và $g'(2) = 4$. Đạo hàm của hàm số $g(x) - f(x)$ tại điểm $x = 2$ bằng

- A. 0. B. -3 . C. 5. D. 3.

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x} (x > 0)$ là

- A. $\frac{-1}{2\sqrt{x}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{x}}$. C. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $\frac{-1}{\sqrt{x}}$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = 2x - \sqrt{x}$ là

- A. $2 - \frac{1}{x^2}$. B. $2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. C. $2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $2 + \frac{1}{x^2}$.

Câu 8: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2}{(2n - 1)^2}$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $+\infty$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 9: Hàm số nào dưới đây liên tục tại $x = -1$?

- A. $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ B. $f(x) = \frac{x - 1}{x + 1}$
C. $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 2x + 1}$ D. $f(x) = 3x + 3$

Câu 10: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AA' = AC'$
B. $BB' \perp (ABC)$
C. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là hình thang cân.
D. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là hình tam giác.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(1) = 2$. Đạo hàm của hàm số $3f(x)$ tại điểm $x = 1$ bằng

- A. 1. B. -1 . C. 6. D. 5.

Câu 12: $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 1)$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 13: Cho f là hàm số liên tục tại x_0 . Đạo hàm của f tại x_0 là:

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0 + x) - f(x_0)}{x - x_0}$ (nếu tồn tại giới hạn).
B. $f(x_0)$.
C. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ (nếu tồn tại giới hạn).
D. $\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

Câu 14: Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = x^2 + x$ là

- A. 2. B. $2x$. C. $2x + 1$. D. -2 .

Câu 15: Giá trị của $\lim \left(\frac{\pi}{2} \right)^n$ bằng:

- A. $-\infty$ B. 1 C. 0 D. $+\infty$

Câu 16: Cho hai dãy số $(u_n), (v_n)$ thỏa mãn $\lim u_n = -1, \lim v_n = +\infty$. Giá trị của $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng:

- A. 0 B. -1 C. $+\infty$ D. 1

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y = \cot 2x$ là

- A. $\frac{-2}{\sin^2 2x}$. B. $\frac{-1}{\cos^2 2x}$. C. $\frac{2}{\sin^2 2x}$. D. $\frac{1}{\cos^2 2x}$.

Câu 18: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x$ tại điểm $M(1; -1)$ có hệ số góc bằng

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 19: Trong không gian, cho tam giác ABC . Vector $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$ bằng

- A. $\overrightarrow{BA}$ B. $\vec{0}$ C. $\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{CA}$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại C và $SA \perp (ABC)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $SB \perp (ABC)$. B. $AB \perp (SBC)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Câu 21: Trong không gian cho hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ tạo với nhau một góc 60° , $|\vec{u}| = 1$ và $|\vec{v}| = 2$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{3}$. D. 3.

Câu 22: Khẳng định nào sau đây là SAI?

- A. Góc giữa hai đường thẳng trong không gian luôn lớn hơn hoặc bằng 0° và nhỏ hơn hoặc bằng 90° .
B. Nếu hai đường thẳng a và b song song hoặc trùng nhau thì góc giữa chúng bằng 180° .
C. Trong không gian, hai đường thẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng 90° .
D. Vectơ $\vec{a}$ khác vectơ $\vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng d nếu giá của $\vec{a}$ song song hoặc trùng với đường thẳng d .

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y = \cos 3x$ tại $x = \frac{\pi}{2}$ là

- A. 3 B. 0 C. 1 D. -3

Câu 24: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là

- A. $\sin x$. B. $-\sin x$. C. $\cos x$. D. $-\cos x$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x - \sin x$ là

- A. $-\sin x - \cos x$. B. $\cos x - \sin x$. C. $\sin x$. D. $\sin x - \cos x$.

Câu 26: Đạo hàm của hàm số $y = x^2 - 2 \cos x$ là

- A. $2x - 2 \sin x$. B. $x + 2 \sin x$. C. $2x + 2 \cos x$. D. $2x + 2 \sin x$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O có đường chéo $AC = BD = 2a$, $SO \perp (ABCD)$, $SO = OB$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $2a$. B. $\sqrt{3}a$. C. a . D. $\sqrt{2}a$.

Câu 28: Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Có vô số mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
B. Nếu một đường thẳng vuông góc với hai cạnh của một tam giác thì nó vuông góc với cạnh còn lại của tam giác đó.
C. Có ba mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
D. Có hai mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x} (x \neq 0)$. Khi đó $f'(x)$ bằng

- A. $\frac{-1}{2x^2}$. B. $\frac{1}{x^2}$. C. $\frac{-1}{x^2}$. D. $\frac{1}{2x^2}$.

Câu 30: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{x - 2}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 3 . D. -2 .

Câu 31: Đạo hàm của hàm số $y = 2x^3$ tại điểm $x = 2$ bằng

- A. 24 . B. 9 . C. 12 . D. 16 .

Câu 32: Đạo hàm của hàm số $y = (2x + 1)^2$ là

- A. $y' = 2(2x + 1)$. B. $y = 4(2x + 1)$. C. $y' = 2x + 1$. D. $y' = 4x$.

Câu 33: Cho (u_n) là cấp số nhân lùi vô hạn với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Tổng của (u_n) bằng:

- A. 1 . B. 6 . C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 34: Đạo hàm của hàm số $y = (x + 1)x$ là

- A. $2x^2 + 1$. B. $2x + 1$. C. $2x^2 + x$. D. $4x + 1$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SAD) . B. (SAC) . C. (SAB) . D. (SCD) .

B. TỰ LUẬN (3 câu – 3 điểm)

Câu 1: Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^4 - 2\sqrt{x}$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. SA vuông góc với đáy, H là hình chiếu của A lên SO . Chứng minh đường thẳng AH vuông góc với (SBD) .

Câu 3:

a) Cho a và b là các số thực khác 0. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + bx + 2} - 2ax) = 4$. Tìm $a + b$.

b) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ có đồ thị là (C). Tìm những điểm trên trục hoành sao cho từ đó kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số và trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Hết

Giáo viên ra đề

Nguyễn Thị Lan Anh

ĐỀ 1

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	132	209	357	485
1	D	D	C	A
2	A	A	D	A
3	D	C	D	C
4	C	A	B	C
5	D	D	B	A
6	D	D	C	B
7	C	D	C	B
8	B	D	A	A
9	C	B	D	C
10	B	D	B	A
11	C	D	C	C
12	C	A	B	D
13	A	B	C	B
14	B	C	A	A
15	A	D	A	D
16	B	B	A	A
17	C	D	A	B
18	A	C	B	C
19	D	B	A	A
20	B	D	B	A
21	B	A	A	B
22	C	A	D	A
23	A	B	A	D
24	D	B	C	B
25	D	A	C	A
26	C	A	C	D
27	C	A	C	B
28	C	A	C	A
29	B	B	B	A
30	A	A	B	C
31	D	D	C	B
32	C	A	C	C
33	B	A	C	D
34	A	B	B	B
35	A	A	D	D

Phần đáp án tự luận

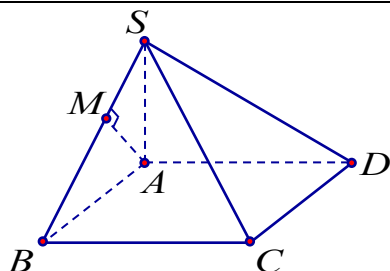
Câu 1: (1 điểm) Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^3 + \frac{2}{x}$.

Đáp án:

$$y' = f'(x) = 3x^2 - \frac{2}{x^2}.$$

Câu 2: (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$. Gọi M là trung điểm SB . Tính góc giữa AM và (SBC) .

Đáp án:

 Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (1). Do $ABCD$ là hình vuông nên $BC \perp AB$ (2).	0.25 điểm
Từ (1), (2) $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$ (3).	0.25 điểm
Theo giả thiết, ta có tam giác SAB cân tại A nên $AM \perp SB$ (4).	0.25 điểm
Từ (3), (4) $\Rightarrow AM \perp (SBC)$. Vậy góc giữa AM và (SBC) là 90° .	0.25 điểm

Câu 3: (1 điểm)

a) Cho a và b là các số thực khác 0. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax - \sqrt{x^2 + bx + 2}) = 4$. Tìm a và b .

b) Cho các hàm số $y = f(x)$; $y = f(x^2)$ và $y = \frac{f(x)}{f(x^2)}$. Hệ số góc các tiếp tuyến của đồ thị ba hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ lần lượt là k_1, k_2, k_3 . Biết $k_1 + 2k_2 = 3k_3 \neq 0$. Tính $f(1)$.

Đáp án:

a) Đề $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax - \sqrt{x^2 + bx + 2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(a - \sqrt{1 + \frac{b}{x} + \frac{2}{x^2}} \right)$ là hữu hạn thì $a = 1$. Khi đó: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + bx + 2}) = 4$	0.25 điểm
$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-bx - 2}{x + \sqrt{x^2 + bx + 2}} = 4.$ $\Leftrightarrow \frac{-b}{2} = 4 \Leftrightarrow b = -8.$	0.25 điểm

b)

$y = f(x) \Rightarrow y' = f'(x) \Rightarrow k_1 = f'(1).$ $y = f(x^2) \Rightarrow y' = 2x \cdot f'(x^2) \Rightarrow k_1 = 2f'(1).$	0.25 điểm
--	-----------

$y = \frac{f(x)}{f(x^2)} \Rightarrow y' = \frac{f'(x).f(x^2) - 2x.f'(x^2).f(x)}{f^2(x^2)}$ $\Rightarrow k_3 = \frac{f'(1).f(1) - 2f'(1).f(1)}{f^2(1)} = \frac{-f'(1)}{f(1)}$	
$k_1 + 2k_2 = 3k_3 \Leftrightarrow f'(1) + 4f'(1) = \frac{-3f'(1)}{f(1)}$ $\Leftrightarrow 5 = \frac{-3}{f(1)} (f'(1) \neq 0)$ $\Leftrightarrow f(1) = \frac{-3}{5}.$	0.25 điểm

ĐỀ 2

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	570	628	746	865
1	C	B	A	C
2	C	B	A	C
3	D	C	B	B
4	D	B	B	B
5	D	A	C	A
6	C	D	A	A
7	B	D	C	C
8	C	B	D	B
9	D	B	C	C
10	B	C	D	A
11	C	A	C	B
12	D	D	A	D
13	C	D	D	A
14	A	C	C	A
15	D	D	C	A
16	A	D	A	B
17	A	D	C	A
18	C	C	D	B
19	C	C	B	D
20	C	D	D	D
21	A	C	A	B
22	B	D	D	A
23	A	A	D	D
24	B	D	C	C
25	A	B	A	C
26	D	B	A	D
27	C	D	B	D
28	B	B	C	A
29	C	A	B	D
30	A	C	C	A
31	A	B	D	C
32	B	A	A	C
33	B	D	A	C

34	B	D	C	C
35	C	B	A	D

Phần đáp án tự luận

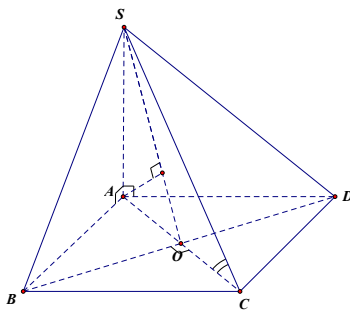
Câu 1: (1 điểm) Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = x^4 - 2\sqrt{x}$.

Đáp án:

$$y' = f'(x) = 4x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Câu 2: (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . SA vuông góc với đáy, H là hình chiếu của A lên SO . Chứng minh đường thẳng AH vuông góc với (SBD) .

Đáp án:

	0.25 điểm
Ta có: $AH \perp SO$; $BD \perp AC$; $BD \perp SA$	0.25 điểm
$\Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AH \subset (SAC)$	0.25 điểm
$\Rightarrow AH \perp (SBD)$	0.25 điểm

Câu 3: (1 điểm)

a) Cho a và b là các số thực khác 0. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + bx + 2} - 2ax) = 4$. Tìm $a + b$.

b) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ có đồ thị là (C) . Tìm những điểm trên trục hoành sao cho từ đó kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số và trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Đáp án:

a) Để $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + bx + 2} - 2ax) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \left(\sqrt{1 + \frac{b}{4x} + \frac{1}{2x^2}} - a \right)$ là hữu hạn thì $a = 1$. Khi đó: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + bx + 2} - 2x) = 4$	0.25 điểm
--	-----------

$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx+2}{\sqrt{4x^2+bx+2}+2x} = 4.$ $\Leftrightarrow \frac{b}{4} = 4 \Leftrightarrow b = 16.$ $\Leftrightarrow a + b = 17.$	0.25 điểm
--	-----------

b)	
Xét điểm $M(m;0) \in Ox$. Đường thẳng d đi qua M, hệ số góc k có phương trình: $y = k(x - m)$. d là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow$ hệ $\begin{cases} -x^3 + 3x + 2 = k(x - m) \\ -3x^2 + 3 = k \end{cases}$ có nghiệm x Thế k vào phương trình thứ nhất, ta được: $3(x^2 - 1)(x - m) - (x^3 - 3x - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (x + 1)(3x^2 - 3(1 + m)x + 3m) - (x + 1)(x^2 - x - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (x + 1)[2x^2 - (3m + 2)x + 3m + 2] = 0 \quad (1)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow k = 0 \\ 2x^2 - (3m + 2)x + 3m + 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$ Để từ M kẻ được ba tiếp tuyến thì (1) phải có nghiệm x, đồng thời phải có 3 giá trị k khác nhau, khi đó (2) phải có hai nghiệm phân biệt khác -1, đồng thời phải có 2 giá trị k khác nhau và khác 0 (2) có hai nghiệm phân biệt khác -1 khi và chỉ khi : $\begin{cases} \Delta = (3m + 2)(3m - 6) > 0 \\ 6m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{2}{3}, m > 2 \\ m \neq -1 \end{cases} \quad (3)$	0.25 điểm
Với điều kiện (3), gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (2), khi đó hệ số góc của ba tiếp tuyến là $k_1 = -3x_1^2 + 3, k_2 = -3x_2^2 + 3, k_3 = 0$. Để hai trong ba tiếp tuyến này vuông góc với nhau $k_1.k_2 = -1$ và $k_1 \neq k_2$ $k_1.k_2 = -1$ $\Leftrightarrow 9(x_1^2 - 1)(x_2^2 - 1) = -1 \Leftrightarrow 9x_1^2x_2^2 - 9(x_1 + x_2)^2 + 18x_1x_2 + 10 = 0 \quad (i)$ Mặt khác theo Định lí Viet $x_1 + x_2 = \frac{3m + 2}{2}; x_1x_2 = \frac{3m + 2}{2}$. Do đó (i) $\Leftrightarrow 9(3m + 2) + 10 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{28}{27}$ thỏa điều kiện (3), kiểm tra lại ta thấy $k_1 \neq k_2$ Vậy, $M\left(-\frac{28}{27}; 0\right)$ là điểm cần tìm.	0.25 điểm