

CHỦ ĐỀ 5. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Vị trí tương đối của 2 mặt phẳng:

Cho 2 mp $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ và $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

$$\checkmark \quad (\alpha) // (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$$

$$\checkmark \quad (\alpha) \equiv (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

$$\checkmark \quad (\alpha) \text{ cắt } (\beta) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} \vee \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2} \vee \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$$

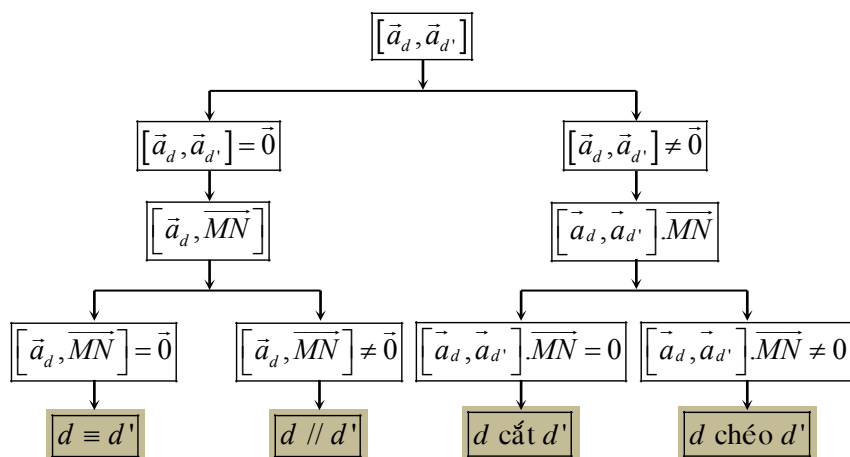
$$\text{Đặc biệt: } (\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3 = 0$$

2. Vị trí tương đối của 2 hai đường thẳng:

Cho 2 đường thẳng: $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ qua M , có VTCP $\vec{a}_d$

$$d': \begin{cases} x = x'_0 + a'_1t' \\ y = y'_0 + a'_2t' \\ z = z'_0 + a'_3t' \end{cases} \text{ qua } N, \text{ có VTCP } \vec{a}_{d'}$$

• Cách 1:



• Cách 2:

$$\text{Xé hệ phương trình: } \begin{cases} x_0 + a_1t = x'_0 + a'_1t' \\ y_0 + a_2t = y'_0 + a'_2t' \quad (*) \\ z_0 + a_3t = z'_0 + a'_3t' \end{cases}$$

✓ Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ và d' cắt nhau

✓ Hệ vô nghiệm $\Leftrightarrow d$ và d' song song hoặc chéo nhau

✓ Hệ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d$ và d' trùng nhau

🚩 Lưu ý: Chỉ sử dụng cách này khi cần xác định giao điểm của d và d' .

☞ Chú ý:

- ✓ d song song $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \notin d' \end{cases}$
- ✓ d trùng $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \in d' \end{cases}$
- ✓ d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \text{ không cùng phương } \vec{a}_{d'} \\ [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \vec{MN} = 0 \end{cases}$
- ✓ d chéo $d' \Leftrightarrow [\vec{a}_d, \vec{a}_{d'}] \cdot \vec{MN} \neq 0$

3. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng:

Cho đường thẳng: $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ và mp $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t & (1) \\ y = y_0 + a_2t & (2) \\ z = z_0 + a_3t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases} (*)$$

- ✓ (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α)
- ✓ (*) có vô nghiệm $\Leftrightarrow d // (\alpha)$
- ✓ (*) vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$

4. Vị trí tương đối của mặt cầu và mặt phẳng:

Cho mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ tâm $I(a;b;c)$ bán kính R và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$.

- Nếu $d(I, (P)) > R$ thì mp (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.
- Nếu $d(I, (P)) = R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau. Khi đó (P) gọi là tiếp diện của mặt cầu (S) và điểm chung gọi là tiếp điểm
- Nếu $d(I, (P)) < R$ thì mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có

phương trình:
$$\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \\ Ax + By + Cz + D = 0 \end{cases}$$

Trong đó bán kính đường tròn $r = \sqrt{R^2 - d(I, (P))^2}$ và tâm H của đường tròn là hình chiếu của tâm I mặt cầu (S) lên mặt phẳng (P) .

5. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ .

Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I, \Delta)$ rồi so sánh với bán kính R .

★ $d(I, \Delta) > R$: Δ không cắt (S)

★ $d(I, \Delta) = R$: Δ tiếp xúc với (S) .

Tiếp điểm J là hình chiếu vuông góc của tâm I lên đường thẳng Δ .

$$\star d(I, \Delta) < R: \Delta \text{ cắt } (S) \text{ tại hai điểm phân biệt } A, B \text{ và } R = \sqrt{d^2 + \frac{AB^2}{4}}$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$; $(\beta): x + y - z + 2 = 0$; $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $(\alpha) \parallel (\gamma)$. B. $(\alpha) \perp (\beta)$. C. $(\gamma) \perp (\beta)$. D. $(\alpha) \perp (\gamma)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$,

$$\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \text{ có một vec tơ pháp tuyến là}$$

- A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$ B. $\vec{n} = (5; -6; -7)$ C. $\vec{n} = (-2; 6; 7)$. D. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + my + z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$. Tìm m, n để $(P) \parallel (Q)$.

- A. $m = \frac{3}{2}; n = -10$. B. $m = -\frac{3}{2}; n = 10$. C. $m = -5; n = 3$. D. $m = 5; n = -3$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - my - 4z - 6 + m = 0$ và $(Q): (m+3)x + y + (5m+1)z - 7 = 0$. Tìm m để $(P) \equiv (Q)$.

- A. $m = -\frac{6}{5}$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = -4$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$.

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = 2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y - 9 = 0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P) \parallel (Oxz)$

(II) $(P) \perp Oy$

Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Cả (I) và (II) đều sai.

B. (I) đúng, (II) sai.

C. (I) sai, (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) đều đúng.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng: $(\alpha): x - 2 = 0$; $(\beta): y - 6 = 0$; $(\gamma): z - 3 = 0$

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\beta) \parallel (Oyz)$. C. $(\gamma) \parallel oz$. D. (α) qua I .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $d \subset (P)$. B. $d \parallel (P)$. C. d cắt (P) . D. $d \perp (P)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}. \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

- A.** $d // (P)$. **B.** $d \subset (P)$. **C.** d cắt (P) . **D.** $d \perp (P)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

- A.** Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

- A.** $(0; 2; 3)$. **B.** $(0; 0; -2)$. **C.** $(0; 0; 2)$. **D.** $(0; -2; -3)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}. \text{ Với giá trị nào của } m \text{ thì } d \text{ cắt } (P)$$

- A.** $m \neq \frac{1}{2}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m \neq -1$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(P): m^2x - 2my + (6 - 3m)z - 5 = 0.$$

Tìm m để $d // (P)$

- A.** $\begin{cases} m = 1 \\ m = -6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 6 \end{cases}$. **D.** $m \in \emptyset$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và

$$d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}. \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

- A.** song song. **B.** trùng nhau. **C.** cắt nhau. **D.** chéo nhau.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -2t \\ y = -5 + 3t \\ z = 4 + t \end{cases}$. Trong các

mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8}$ và $d': \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

- A.** song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 17. Hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:

- A.** trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:

- A.** trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \text{ cắt nhau. Tọa độ giao điểm } I \text{ của } d \text{ và } d' \text{ là}$$

- A.** $I(1; -2; 4)$. **B.** $I(1; 2; 4)$. **C.** $I(-1; 0; -2)$. **D.** $I(6; 9; 1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$; và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn.

C. Mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) .

D. Khoảng cách từ tâm của (S) đến (P) bằng 1.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính R bằng:

- A.** $R = 1$. **B.** $R = 2$. **C.** $R = \frac{2}{3}$. **D.** $R = \frac{2}{9}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 0; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

- A.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$. **B.** $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z - 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(1; 1; 1)$ là:

- A.** $2x - y + 3z - 4 = 0$. **B.** $-x + 2y - 2z + 1 = 0$. **C.** $2x - 2y + z + 7 = 0$.
D. $x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$. Giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) .

A. $\begin{cases} m > 11 \\ m < -19 \end{cases}$. B. $-19 < m < 11$. C. $-12 < m < 4$. D. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -12 \end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H , khi đó H có tọa độ là:

A. $H(-3; -1; -2)$. B. $H(-1; -5; 0)$. C. $H(1; 5; 0)$. D. $H(3; 1; 2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z = 1$. Giá trị của a để (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C)

A. $-\frac{17}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$. B. $-\frac{17}{2} < a < \frac{1}{2}$. C. $-8 < a < 1$. D. $-8 \leq a \leq 1$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

A. 0. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

A. 3. B. 0. C. 1 D. 2.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với d là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5\sqrt{2}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5\sqrt{2}$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ và $(R): -x + 2y + nz = 0$. Tính tổng $m + 2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) // (Q)$

A. -6. B. 1. C. 0. D. 6.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-m}{1} = \frac{y+2m}{3} = \frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz) .

A. $m = \frac{4}{5}$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{12}{17}$.

- Câu 33.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ cắt nhau. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là
- A. $6x+9y+z-8=0$. B. $6x+9y+z+8=0$.
C. $-2x+y+3z-8=0$. D. $6x-9y-z-8=0$.
- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ và $d': \frac{x}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+18}{4}$. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là
- A. $63x+109y+20z+76=0$. B. $63x-109y+20z+76=0$.
C. $63x+109y-20z+76=0$. D. $63x-109y-20z-76=0$.
- Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+7=0$. Biết mp (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có bán kính $r=3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:
- A. $x-y+2z-7=0$. B. $2x-2y+z+17=0$.
C. $2x-2y+z+7=0$. D. $2x-2y+z-17=0$.
- Câu 36.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3 có phương trình là:
- A. $y-2z=0$. B. $y+2z=0$. C. $y+3z=0$. D. $y-3z=0$.
- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 3; -1)$ sao cho mặt cầu cắt đường thẳng (d) có phương trình: $(d) \begin{cases} x=11+2t \\ y=t \\ z=-25-2t \end{cases}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB=16$ là:
- A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=280$. B. $(x+2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=289$.
C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=17$. D. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=289$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(4;1;6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm M , tại hai điểm A, B sao cho $AB=6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:
- A. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=9$. B. $(x+4)^2+(y+1)^2+(z+6)^2=18$.
C. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=18$. D. $(x-4)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=16$.
- Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, cho cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x+2y-z-7=0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π .
- A. $2x+2y-z+17=0$. B. $2x+2y-z-7=0$. C. $2x+2y-z+7=0$. D. $2x+2y-z-19=0$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt cầu.

$(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ Giá trị của m để đường thẳng Δ không cắt mặt cầu (S) là:

- A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$ B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$
C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$ D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$. Giá trị của m để đường thẳng Δ tiếp xúc mặt cầu (S) là:

- A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$ B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$
C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$ D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$. Giá trị của m để đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt là:

- A. $m \in \mathbb{R}$ B. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$
C. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$ D. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc của hệ trục tọa độ, $B(a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$, $A'(0; 0; b)$ ($a > 0, b > 0$). Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Giá trị của tỉ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -1 D. 1 .

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. Giá trị của điểm M trên (S) sao cho $d(M, (P))$ đạt GTNN là:

- A. $(1; 1; 3)$ B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right)$ C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ D. $(1; -2; 1)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 9 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$. Tọa độ điểm M nằm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) đạt giá trị nhỏ nhất là:

- A. $M\left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3}\right)$ B. $M\left(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right)$ C. $M\left(-\frac{29}{3}; \frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right)$ D. $M\left(\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; -\frac{13}{3}\right)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$.

Tọa độ điểm M trên (S) sao cho $d(M, d)$ đạt GTLN là:

A. $(1; 2; -1)$.

B. $(2; 2; -1)$.

C. $(0; 2; -1)$.

D. $(-3; -2; 1)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB lớn nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.

B. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.

D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB nhỏ nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.

D. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z+3}{10}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 2)$, $B(3; 0; 2)$ và mặt cầu $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất là:

A. $x - 4y - 5z + 17 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 7 = 0$.

C. $x - 4y + 5z - 13 = 0$.

D. $3x + 2y + z - 11 = 0$.

C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 8.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	A	C	A	D	A	C	A	A	B	D	A	C	C	A	A	D	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50										
B	D	D	C	A	A	C	A	A	D										

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, Cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$; $(\beta): x + y - z + 2 = 0$; $(\gamma): x - y + 5 = 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** $(\alpha) // (\gamma)$. **B.** $(\alpha) \perp (\beta)$. **C.** $(\gamma) \perp (\beta)$. **D.** $(\alpha) \perp (\gamma)$.

Lời giải.

$(\alpha): x + y + 2z + 1 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (1; 1; 2)$

$(\beta): x + y - z + 2 = 0$ có VTPT $\vec{b} = (1; 1; -1)$

$(\gamma): x - y + 5 = 0$ có VTPT $\vec{c} = (1; -1; 0)$

Ta có $[\vec{a}; \vec{c}] = (2; 2; -2) \neq \vec{0} \Rightarrow (\alpha)$ và (γ) không song song nhau

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\gamma)$

Ta có $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow (\beta) \perp (\gamma)$

Do đó chọn đáp án **A**.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}$;

$\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ có một vec tơ pháp tuyến là

- A.** $\vec{n} = (5; -6; 7)$ **B.** $\vec{n} = (5; -6; -7)$ **C.** $\vec{n} = (-2; 6; 7)$. **D.** $\vec{n} = (-5; -6; 7)$.

Lời giải.

Δ_1 có một VTCP là $u_1 = (2; -3; 4)$,

Δ_2 có một VTCP là $u_2 = (1; 2; -1)$.

Do (P) song song với Δ_1, Δ_2 nên (P) có một VTPT là $\vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-5; 6; 7)$

Do đó chọn đáp án **B**.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + my + z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$. Tìm m, n để $(P) // (Q)$.

- A.** $m = \frac{3}{2}; n = -10$. **B.** $m = -\frac{3}{2}; n = 10$. **C.** $m = -5; n = 3$. **D.** $m = 5; n = -3$.

Lời giải.

$(P): 5x + my + z - 5 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (5; m; 1)$

$(Q): nx - 3y - 2z + 7 = 0$ có VTPT $\vec{b} = (n; -3; -2)$

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow [\vec{a}; \vec{b}] = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 3 = 0 \\ n + 10 = 0 \\ -15 - mn = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = -10 \end{cases}$$

Chọn đáp án **A**.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - my - 4z - 6 + m = 0$ và $(Q): (m+3)x + y + (5m+1)z - 7 = 0$. Tìm m để $(P) \equiv (Q)$.

- A.** $m = -\frac{6}{5}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -4$.

Lời giải.

$$(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{m+3} = \frac{-m}{1} = \frac{-4}{5m+1} = \frac{-6+m}{-7} \left(m \neq -3, -\frac{1}{5} \right) \Leftrightarrow m = -1$$

Chọn đáp án **A**.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ và $(Q): 6x - y - z - 10 = 0$. Tìm m để $(P) \perp (Q)$.

A. $m = 4$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải.

$(P): 2x + my + 2mz - 9 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (2; m; 2m)$

$(Q): 6x - y - z - 10 = 0$ có VTPT $\vec{b} = (6; -1; -1)$

$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 6 + m \cdot (-1) + 2m \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow m = 4$

Chọn đáp án **A**.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): y - 9 = 0$. Xét các mệnh đề sau:

(I) $(P) // (Oxz)$

(II) $(P) \perp Oy$

Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Cả (I) và (II) đều sai.

B. (I) đúng, (II) sai.

C. (I) sai, (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) đều đúng.

Lời giải.

(Oxz) có VTPT $\vec{a} = (0; 1; 0)$

$(P) // (Oxz)$ đúng

Oy có VTCP $\vec{a} = (0; 1; 0)$ cũng là VTPT của (P)

$(P) \perp Oy$ đúng

Chọn đáp án **A**.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng :
 $(\alpha): x - 2 = 0; (\beta): y - 6 = 0; (\gamma): z - 3 = 0$

A. $(\alpha) \perp (\beta)$. **B.** $(\beta) // (Oyz)$. **C.** $(\gamma) // oz$. **D.** (α) qua I .

Lời giải.

$(\alpha): x - 2 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (1; 0; 0)$

$(\beta): y - 6 = 0$ có VTPT $\vec{b} = (0; 1; 0)$

$(\gamma): z + 3 = 0$ có VTPT $\vec{c} = (0; 0; 1)$

A sai vì Oz có VTCP $\vec{u} = (0; 0; 1)$ và $\vec{u} \cdot \vec{c} = 1 \neq 0$

B sai vì $(\beta) // (Oyz)$ sai vì $\vec{b} = (0; 1; 0)$

D sai vì thay tọa độ điểm I vào (α) ta thấy không thỏa mãn nên $I \notin (\alpha)$.

C đúng vì ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d \subset (P)$. **B.** $d // (P)$. **C.** d cắt (P) . **D.** $d \perp (P)$.

Lời giải.

$(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (3; 5; -1)$

$d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ có VTCP $\vec{b} = (4; 3; 1)$

$\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0 \Rightarrow d$ không song song với (P) và $d \not\subset (P)$

$[\vec{a}; \vec{b}] \neq \vec{0} \Rightarrow d$ không vuông góc (P)

Chọn đáp án A.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d // (P)$. B. $d \subset (P)$. C. d cắt (P) . D. $d \perp (P)$.

Lời giải.

$(P): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (3; -3; 2)$

$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b} = (2; 4; 3)$

Ta có $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ A(-1; 3; 3) \in d \Rightarrow d // (P) \\ A \notin (P) \end{cases}$

Chọn đáp án A.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

A. Vô số. B. 1. C. Không có. D. 2.

Lời giải.

$(P): x + y + z - 4 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (1; 1; 1)$

$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b} = (1; 2; -3)$

Ta có $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ A(1; 1; 2) \in d \Rightarrow d \subset (P) \\ A \in P \end{cases}$

Chọn đáp án A.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

A. $(0; 2; 3)$. B. $(0; 0; -2)$. C. $(0; 0; 2)$. D. $(0; -2; -3)$.

Lời giải.

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} x-4t=9 \\ y-3t=9 \\ z-t=1 \\ 3x+5y-z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=-2 \\ t=-3 \end{cases}. \text{ Vậy chọn đáp án A.}$$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+my-3z+m-2=0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=2+4t \\ y=1-t \\ z=1+3t \end{cases}. \text{ Với giá trị nào của } m \text{ thì } d \text{ cắt } (P)$$

A. $m \neq \frac{1}{2}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m \neq -1$.

Lời giải.

$(P): 2x+my-3z+m-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(2;m;-3)$

$$d: \begin{cases} x=2+4t \\ y=1-t \\ z=1+3t \end{cases} \text{ có VTCP } \vec{b}=(4;-1;3)$$

$$d \text{ cắt } (P) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 4 - m + (-3) \cdot 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$$

Chọn đáp án A.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=-3+t \\ z=1+t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(P): m^2x-2my+(6-3m)z-5=0.$$

Tìm m để $d // (P)$

A. $\begin{cases} m=1 \\ m=-6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m=-1 \\ m=6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m=-1 \\ m=6 \end{cases}$. **D.** $m \in \emptyset$.

Lời giải.

Ta có d đi qua $M(2;-3;1)$ và có VTCP $\vec{u}(-1;1;1)$

Và (P) có VTPT $\vec{n}(m^2;-2m;6-3m)$

Để d song song với (P) thì

$$\begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n} \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \\ M \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)m^2 - 2m + 6 - 3m = 0 \\ 2m^2 - 2(-3)m + 6 - 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 - 5m + 6 = 0 \\ 2m^2 - m - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-6 \end{cases}$$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và

$$d': \frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}. \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** cắt nhau. **D.** chéo nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u}=(2;1;4)$ và đi qua $M(1;7;3)$

d' có VTCP $\vec{u}'=(3;-2;1)$ và đi qua $M'(6;-1;-2)$

Từ đó ta có

$$\overrightarrow{MM'}=(5;-8;-5) \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}']=(9;10;7) \neq \vec{0}$$

Lại có $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$

Suy ra d cắt d'

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -2t \\ y = -5 + 3t \\ z = 4 + t \end{cases}$. Trong các

mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song.

B. trùng nhau.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$ và đi qua $M(1; 2; 0)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (-2; 3; 1)$ và đi qua $M'(0; -5; 4)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'} = (-1; -7; 4)$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = (-2; 1; 6) \neq \vec{0}$

Lại có $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 19 \neq 0$

Suy ra d chéo nhau với d' .

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8}$ và $d': \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

A. song song.

B. trùng nhau.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (4; -6; -8)$ và đi qua $M(2; 0; -1)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (-6; 9; 12)$ và đi qua $M'(7; 2; 0)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'} = (5; 2; 1)$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0}$

Lại có $[\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] \neq \vec{0}$

Suy ra d song song với d' .

Câu 17. Hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:

A. trùng nhau.

B. song song.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (12; 6; 3)$ và đi qua $M(-1; 2; 3)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (8; 4; 2)$ và đi qua $M'(7; 6; 5)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'} = (8; 4; 2)$

Suy ra $[\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] = \vec{0}$ và $[\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0}$

Suy ra d trùng với d' .

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ có vị trí

tương đối là:

A. trùng nhau.

B. song song.

C. chéo nhau.

D. cắt nhau.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua $M(1; -2; 4)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (1; -1; 3)$ và đi qua $M'(-1; 0; -2)$

Từ đó ta có

$$\overrightarrow{MM'} = (-2; 2; -6)$$

$$[\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1) \neq \vec{0} \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$$

Suy ra d cắt d' .

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$$d': \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \text{ cắt nhau. Tọa độ giao điểm } I \text{ của } d \text{ và } d' \text{ là}$$

A. $I(1; -2; 4)$.

B. $I(1; 2; 4)$.

C. $I(-1; 0; -2)$.

D. $I(6; 9; 1)$.

Lời giải.

$$\frac{-1+t-1}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-2+3t-4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2+t}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-6+3t}{3}$$

$$\Leftrightarrow t = 2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1; -2; 4)$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$; và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -3; -3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn.

C. Mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu (S) .

D. Khoảng cách từ tâm của (S) đến (P) bằng 1.

Lời giải.

$$(S): (x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+3)^2 = 5 \text{ có tâm } I(2; -3; -3) \text{ và bán kính } R = \sqrt{5}$$

$$d[I; (P)] = \frac{|2 - 2 \cdot (-3) + 2 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1 < R = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow (P) \text{ cắt } (S) \text{ theo giao tuyến là một đường tròn}$$

Chọn đáp án **A**.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính R bằng:

A. $R = 1$.

B. $R = 2$.

C. $R = \frac{2}{3}$.

D. $R = \frac{2}{9}$.

Lời giải.

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Rightarrow R = d[I; (\alpha)] = \frac{|2 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 2$$

Chọn đáp án A.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 0; 2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

Lời giải.

$$(P) \text{ tiếp xúc } (S) \Rightarrow R = d[I; (P)] = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 2 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 1$$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$$

Chọn đáp án A.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 4z - 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(1; 1; 1)$ là:

- A. $2x - y + 3z - 4 = 0$. B. $-x + 2y - 2z + 1 = 0$. C. $2x - 2y + z + 7 = 0$.
D. $x - y + 3z - 3 = 0$.

Lời giải.

(P) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(1; 1; 1) \Rightarrow (P)$ qua $M(1; 1; 1)$ và có VTPT $\overrightarrow{IM}$ với $I(-1; 2; -2)$ là tâm của mặt cầu (S)

Ta có $\overrightarrow{IM} = (2; -1; 3)$

$$\Rightarrow (P): 2x - y + 3z - 4 = 0$$

Chọn đáp án A.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$. Giá trị của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) .

- A. $\begin{cases} m > 11 \\ m < -19 \end{cases}$. B. $-19 < m < 11$. C. $-12 < m < 4$. D. $\begin{cases} m > 4 \\ m < -12 \end{cases}$.

Lời giải.

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ có tâm $I(1; 0; 1)$ và bán kính $R = 3$

$$(P) \text{ cắt mặt cầu } (S) \Leftrightarrow d[I; (P)] < R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} < 3$$

$$\Leftrightarrow |m + 4| < 15 \Leftrightarrow -19 < m < 11$$

Chọn đáp án A.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H , khi đó H có tọa độ là:

- A. $H(-3; -1; -2)$. B. $H(-1; -5; 0)$. C. $H(1; 5; 0)$. D. $H(3; 1; 2)$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm $H \Rightarrow H$ là hình chiếu của I lên (P)

Đường thẳng đi qua $I(1; -2; 1)$ và vuông góc với (P) là $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

$$H(1 + 2t; 3t - 2; 1 + t) \in d$$

$$H \in (P) \Leftrightarrow 2(1 + 2t) + 3(3t - 2) + (1 + t) - 11 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

$$\Rightarrow H(3; 1; 2)$$

Chọn đáp án A.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z = 1$. Giá trị của a để (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C)

A. $-\frac{17}{2} \leq a \leq \frac{1}{2}$. B. $-\frac{17}{2} < a < \frac{1}{2}$. C. $-8 < a < 1$. D. $-8 \leq a \leq 1$.

Lời giải.

$$(S): (x-a)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9 \text{ có tâm } I(a; 2; 3) \text{ và có bán kính } R = 3$$

$$(P) \text{ cắt mặt cầu } (S) \text{ theo đường tròn } (C) \Leftrightarrow d[I; (P)] < R$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2a + 2 + 2 \cdot 3 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} < 3 \Leftrightarrow |2a + 7| < 9 \Leftrightarrow -8 < a < 1$$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

A. 0. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải.

$$\text{Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } M = (0; 1; 2) \text{ và có VTCP } \vec{u} = (2; 1; -1)$$

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I = (1; 0; -2) \text{ và bán kính } R = 2$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MI} = (1; -1; -4) \text{ và } [\vec{u}, \overrightarrow{MI}] = (-5; 7; -3)$$

$$\Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{MI} \cdot [\vec{u}, \overrightarrow{MI}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{498}}{6}$$

Vì $d(I, \Delta) > R$ nên Δ không cắt mặt cầu (S) .

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

A. 3. B. 0. C. 1 D. 2.

Lời giải.

$$\text{Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } M = (-2; 0; 3) \text{ và có VTCP } \vec{u} = (-1; 1; -1)$$

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I = (1; 2; -3) \text{ và bán kính } R = 9$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MI} = (3; 2; -6) \text{ và } [\vec{u}, \overrightarrow{MI}] = (-4; -9; -5)$$

$$\Rightarrow d(I, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{MI} \cdot [\vec{u}, \overrightarrow{MI}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{366}}{3}$$

Vì $d(I, \Delta) < R$ nên Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = \sqrt{10}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 (z+3)^2 = 10$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = 10$.

Lời giải.

Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy , ta có: $I(0; -2; 0)$.

$\overline{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = d(I, Oy) = IM = \sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = 10$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với d là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5\sqrt{2}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5\sqrt{2}$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua $I(-1; 2; -3)$ và có VTCP

$$\vec{u} = (2; 1; -1) \Rightarrow d(A, d) = \frac{|\left[\vec{u}, \overrightarrow{AM} \right]|}{|\vec{u}|} = 5\sqrt{2}$$

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = 50$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ và $(R): -x + 2y + nz = 0$. Tính tổng $m + 2n$, biết rằng $(P) \perp (R)$ và $(P) // (Q)$

A. -6 .

B. 1 .

C. 0 .

D. 6 .

Lời giải.

$(P): x + y + z - 1 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (1; 1; 1)$

$(Q): 2x + my + 2z + 3 = 0$ có VTPT $\vec{b} = (2; m; 2)$

$(R): -x + 2y + nz = 0$ có VTPT $\vec{c} = (-1; 2; n)$

$$(P) \perp (R) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow n = -1$$

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{2}{1} = \frac{m}{1} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow m = 2$$

$$\text{Vậy } m + 2n = 2 + 2(-1) = 0$$

Chọn đáp án A

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ và đường thẳng d :

$\frac{x-m}{1} = \frac{y+2m}{3} = \frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz) .

A. $m = \frac{4}{5}$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = \frac{12}{17}$.

Lời giải.

$$d \cap (P) = A \in (Oyz) \Rightarrow A \left(0; \frac{3}{2}a - 2; a \right)$$

$$A \in d \Rightarrow 0 - m = \frac{\frac{3}{2}a - 2 + 2m}{3} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -2m \\ \frac{3}{2}a - 2 + 2m = -3m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ m = 1 \end{cases}$$

Chọn đáp án A.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ cắt

nhau. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là

A. $6x + 9y + z - 8 = 0$.

B. $6x + 9y + z + 8 = 0$.

C. $-2x + y + 3z - 8 = 0$.

D. $6x - 9y - z - 8 = 0$.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (-2; 1; 3)$ và đi qua $M(1; -2; 4)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (1; -1; 3)$ và đi qua $M'(-1; 0; -2)$

Từ đó ta có

$$\overrightarrow{MM'} = (-2; 2; -6)$$

$$[\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1) \neq \vec{0} \text{ và } [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0$$

Suy ra d cắt d' .

Mặt phẳng (P) chứa d và d' đi qua giao điểm của d và d' ; có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u}']$

Từ phương trình đường thẳng d và d' , ta có:

$$\frac{-1+t-1}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-2+3t-4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2+t}{-2} = \frac{-t+2}{1} = \frac{-6+3t}{3}$$

$$\Leftrightarrow t = 2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1; -2; 4)$.

Khi đó ta có (P) đi qua $I(1; -2; 4)$ và có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{u}'] = (6; 9; 1)$

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là

$$6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ và

$d': \frac{x}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+18}{4}$. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là

A. $63x + 109y + 20z + 76 = 0$.

B. $63x - 109y + 20z + 76 = 0$.

C. $63x + 109y - 20z + 76 = 0$.

D. $63x - 109y - 20z - 76 = 0$.

Lời giải.

d có VTCP $\vec{u} = (3; -1; 4)$ và đi qua $M(-7; 5; 9)$

d' có VTCP $\vec{u}' = (3; -1; 4)$ và đi qua $M'(0; -4; -18)$

Từ đó ta có $\overrightarrow{MM'} = (7; -9; -27)$, $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{u'}$ và $[\vec{u}; \overrightarrow{MM'}] \neq 0$

Suy ra d song song d' . Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và d' .

(P) đi qua $M(-7; 5; 9)$ và có VTPT $\vec{n} = [\vec{u}; \overrightarrow{MM'}] = (63; 109; -20)$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $63(x+7) + 109(y-5) - 20(z-9) = 0 \Leftrightarrow 63x + 109y - 20z + 76 = 0$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 7 = 0$. Biết mp(Q) cắt mặt cầu (S): $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$ theo một đường tròn có bán kính $r = 3$. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x - y + 2z - 7 = 0$.

B. $2x - 2y + z + 17 = 0$.

C. $2x - 2y + z + 7 = 0$.

D. $2x - 2y + z - 17 = 0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$

Gọi M là hình chiếu vuông góc của I lên (Q)

(Q) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$

$$\Rightarrow IM = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$(Q) \parallel (P): 2x - 2y + z + 7 = 0 \Rightarrow (Q): 2x - 2y + z + m = 0 (m \neq 7)$$

$$d[I; (Q)] = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 1 + m|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = IM = 4$$

$$\Leftrightarrow |m + 5| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 \\ m = -17 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (Q): 2x - 2y + z - 17 = 0$$

Chọn đáp án A.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3 có phương trình là:

A. $y - 2z = 0$.

B. $y + 2z = 0$.

C. $y + 3z = 0$.

D. $y - 3z = 0$.

Lời giải.

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = 3$

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 3 = R$

$$\Rightarrow I \in (P)$$

Chọn điểm $M(1; 0; 0) \in Ox \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (0; 2; 1)$

$$\vec{n} = [\vec{a}; \overrightarrow{IM}] = (0; -1; 2)$$

$$(P) \text{ qua } O(0; 0; 0) \text{ và có VTPT } \vec{n} = (0; -1; 2) \Rightarrow (P): y - 2z = 0$$

Chọn đáp án A.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 3; -1)$ sao cho mặt cầu cắt đường thẳng

$$(d) \text{ có phương trình: } (d) \begin{cases} x = 11 + 2t \\ y = t \\ z = -25 - 2t \end{cases} \text{ tại hai điểm } A, B \text{ sao cho } AB = 16 \text{ là:}$$

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 280$.

B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 289$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 17$.

D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua $M(11; 0; -25)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -2)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d) . Có:

$$IH = d(I, AB) = \frac{|\vec{u}, \overrightarrow{MI}|}{|\vec{u}|} = 15 \quad R = \sqrt{IH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 17.$$

Vậy phương trình mặt cầu: $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(4; 1; 6)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) có tâm M , tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 9$.

B. $(x+4)^2 + (y+1)^2 + (z+6)^2 = 18$.

C. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

D. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 16$.

Lời giải.

d đi qua $N(-5; 7; 0)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$; $\overrightarrow{MN} = (-9; 6; -6)$.

Gọi H là chân đường vuông góc vẽ từ M đến đường thẳng $d \Rightarrow MH = d(M, d) = 3$.

Bán kính mặt cầu (S) : $R^2 = MH^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 18$.

$\Rightarrow$ PT mặt cầu (S) : $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = 18$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π .

A. $2x + 2y - z + 17 = 0$.

B. $2x + 2y - z - 7 = 0$.

C. $2x + 2y - z + 7 = 0$.

D. $2x + 2y - z - 19 = 0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$.

Do $(Q) // (P) \Rightarrow (Q): 2x + 2y - z + D = 0 (D \neq -7)$

Đường tròn có chu vi $2\pi.r = 6\pi \Leftrightarrow r = 3 \Rightarrow d(I, (Q)) = d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$

$$\Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 + 2(-2) - 3 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow |-5 + D| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -7 \\ D = 17 \end{cases}$$

Vậy (Q) có phương trình $2x + 2y - z + 17 = 0$

VẬN DỤNG CAO

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt cầu.

$(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ Giá trị của m để đường thẳng Δ không cắt mặt cầu (S) là:

A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 = 0 \quad (1)$$

Để Δ không cắt mặt cầu (S) thì (1) vô nghiệm, hay (1) có $\Delta' < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{2} \\ m < \frac{5}{2} \end{cases}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường

thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+mt \\ z = -2t \end{cases}$. Giá trị của m để đường thẳng Δ tiếp xúc mặt cầu (S) là:

A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 = 0 \quad (1)$$

Để Δ tiếp xúc mặt cầu (S) thì (1) có nghiệm kép, hay (1) có $\begin{cases} \Delta' = 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{15}{2} \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng

$\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+mt \\ z = -2t \end{cases}$. Giá trị của m để đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt là:

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

C. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$

D. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng Δ và mặt cầu (S) ta có

$$(2+t-1)^2 + (1+mt+3)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (1+t)^2 + (4+mt)^2 + (-2t-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (m^2+5)t^2 + 2(5+4m)t + 20 = 0 \quad (1)$$

Để Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt thì (1) có hai nghiệm phân biệt, hay (1) có

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}.$$

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc của hệ trục tọa độ, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ ($a > 0, b > 0$). Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . **Giá trị của tỉ số** $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau là:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. -1 . D. 1 .

Lời giải.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow C(a;a;0) \Rightarrow C'(a;a;b) \Rightarrow M\left(a;a;\frac{b}{2}\right)$$

Cách 1.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MB} = \left(0; -a; -\frac{b}{2}\right); \overrightarrow{BD} = (-a; a; 0) \text{ và } \overrightarrow{A'B} = (a; 0; -b)$$

$$\text{Ta có } \vec{u} = [\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{BD}] = \left(\frac{ab}{2}; \frac{ab}{2}; -a^2\right) \text{ và } [\overrightarrow{BD}; \overrightarrow{A'B}] = (-a^2; -a^2; -a^2)$$

Chọn $\vec{v} = (1; 1; 1)$ là VTPT của $(A'BD)$

$$(A'BD) \perp (MBD) \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} - a^2 = 0 \Leftrightarrow a = b \Rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

Cách 2.

$$AB = AD = BC = CD = a \Rightarrow \begin{cases} A'B = A'D \\ MB = MD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'X \perp BD \\ MX \perp BD \end{cases} \text{ với } X \text{ là trung điểm } BD$$

$$\Rightarrow \left[\widehat{(A'BD)}; \widehat{(MBD)} \right] = \left(\widehat{A'X}; \widehat{MX} \right)$$

$$X\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right) \text{ là trung điểm } BD$$

$$\overrightarrow{A'X} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; -b\right)$$

$$\overrightarrow{MX} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}\right)$$

$$(A'BD) \perp (MBD) \Rightarrow A'X \perp MX$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A'X} \cdot \overrightarrow{MX} = 0$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{b^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = 1$$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+2z+4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$. Giá trị của điểm M trên (S) sao cho $d(M, (P))$ đạt GTNN là:

- A. $(1; 1; 3)$. B. $\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right).$

D. $(1; -2; 1).$

Lời giải.

Ta có: $d(M, (P)) = 3 > R = 2 \Rightarrow (P) \cap (S) = \emptyset.$

Đường thẳng d đi qua I và vuông góc với (P) có pt:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm của d và (S) là: $A\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right), B\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Ta có: $d(A, (P)) = 5 \geq d(B, (P)) = 1. \Rightarrow d(A, (P)) \geq d(M, (P)) \geq d(B, (P)).$

Vậy: $\Rightarrow d(M, (P))_{\min} = 1 \Leftrightarrow M \equiv B.$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $2x - 2y - z + 9 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 100$. Tọa độ điểm M nằm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) đạt giá trị nhỏ nhất là:

A. $M\left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3}\right).$

B. $M\left(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right).$

C. $M\left(-\frac{29}{3}; \frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right).$

D. $M\left(\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; -\frac{13}{3}\right).$

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1).$

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(P): d(I, (P)) = 6 < R$ nên (P) cắt $(S).$

Khoảng cách từ M thuộc (S) đến (P) lớn nhất $\Rightarrow M \in (d)$ đi qua I và vuông góc với (P)

Phương trình $(d): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t. \\ z = 1 - t \end{cases}$

Ta có: $M \in (d) \Rightarrow M(3 + 2t; -2 - 2t; 1 - t)$

Mà: $M \in (S) \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{10}{3} \Rightarrow M_1\left(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right) \\ t = -\frac{10}{3} \Rightarrow M_2\left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3}\right) \end{cases}$

Thử lại ta thấy: $d(M_1, (P)) > d(M_2, (P))$ nên $M\left(-\frac{11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}.$

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}.$

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}.$

D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}.$

Lời giải.

Đường thẳng (Δ) đi qua $M = (1; 1; -2)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; 2; 1)$

Ta có $\overrightarrow{MI} = (0; -1; 2)$ và $[\vec{u}, \overrightarrow{MI}] = (5; -2; -1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (d) . Có: $IH = d(I, AB) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{MI}]}{|\vec{u}|} = \sqrt{5}$.

Xét tam giác IAB , có $IH = R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2IH}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + 5 = 0$.

Tọa độ điểm M trên (S) sao cho $d(M, d)$ đạt GTLN là:

A. $(1; 2; -1)$. **B.** $(2; 2; -1)$. **C.** $(0; 2; -1)$. **D.** $(-3; -2; 1)$.

Lời giải.

Ta có: $d(I, d) = 1 = R$ suy ra (S) tiếp xúc với d và tiếp điểm là $H(2; 2; -1)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên $d \Rightarrow H(2; 2; -1)$.

Đường thẳng IH có pt: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Tọa độ giao điểm của IH và (S) là: $A(0; 2; -1)$, $B \equiv H(2; 2; -1)$.

Ta có: $d(A, (d)) = AH = 2 \geq d(B, (d)) = BH = 0$.

$\Rightarrow d(A, (d)) = 2 \geq d(M, (d)) \geq d(B, (d)) = 0$.

Vậy $M(0; 2; -1)$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3; 3; -3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A , nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB lớn nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$. **B.** $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$. **D.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 3; 5)$, bán kính $R = 10$. Do $d(I, (\alpha)) < R$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B .

Khi đó $AB = \sqrt{R^2 - (d(I, \Delta))^2}$. Do đó, AB lớn nhất thì $d(I, (\Delta))$ nhỏ nhất nên Δ qua H , với

H là hình chiếu vuông góc của I lên (α) . Phương trình $BH: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$

$H \in (\alpha) \Rightarrow 2(2 + 2t) - 2(3 - 2t) + 5 + t + 15 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2; 7; 3)$.

Do vậy $\overrightarrow{AH} = (1; 4; 6)$ là véc tơ chỉ phương của Δ . Phương trình của $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 15 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B . Để độ dài AB nhỏ nhất thì phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

B. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.

C. $\begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 3 \\ z = -3 + 8t \end{cases}$.

D. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z+3}{10}$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$, bán kính $R = 10$. Do $d(I, (\alpha)) < R$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B .

Khi đó $AB = \sqrt{R^2 - (d(I, \Delta))^2}$. Do đó, AB nhỏ nhất thì $d(I, (\Delta))$ lớn nhất nên Δ là đường thẳng nằm trong (α) , qua A và vuông góc với AI . Do đó Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = [\vec{AI}, \vec{n}_\alpha] = (16; 11; -10)$

Vậy, phương trình của Δ : $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;2)$, $B(3;0;2)$ và mặt cầu $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn bán kính nhỏ nhất là:

A. $x - 4y - 5z + 17 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 7 = 0$.

C. $x - 4y + 5z - 13 = 0$.

D. $3x + 2y + z - 11 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$, bán kính $R = 5$. Do $IA = \sqrt{17} < R$ nên AB luôn cắt (S) . Do

đó (α) luôn cắt (S) theo đường tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - (d(I, (\alpha)))^2}$. Để bán kính r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (\alpha))$ lớn nhất.

Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với $\text{mp}(ABC)$.

Ta có $\vec{AB} = (1; -1; -1)$, $\vec{AC} = (-2; -3; -2)$ suy ra (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (-1; 4; -5)$

(α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha = [\vec{n}, \vec{AB}] = (-9 - 6; -3) = -3(3; 2; 1)$

Phương trình $(\alpha): 3(x-2) + 2(y-1) + 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + z - 11 = 0$.