

Câu 1: (2,0 điểm). Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x^2$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
2. Tìm m để đồ thị (C) cắt đường thẳng $d: y = mx$ tại ba điểm phân biệt.

Câu 2: (1,0 điểm). Giải phương trình: $\sin x(\sin x - 1) = \cos x(1 - \cos x)$.

Câu 3: (2,0 điểm). Tính các tích phân:

1. $I = \int_0^{\ln 2} e^x \sqrt{5 - e^x} dx$.
2. $I = \int_2^7 \ln(\sqrt{x+2} + 1) dx$.

Câu 4: (1,0 điểm).

1. Giải phương trình: $\log_{\sqrt{2}}(4x) + \sqrt{\log_2 x + 2} = 10$.
2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của biểu thức: $\left(\frac{2}{\sqrt{x}} + x^2\right)^{15}; (x > 0)$.

Câu 5: (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm

$A(1; 1; -2), B(3; 0; 1), C(-1; 2; 3)$. Lập phương trình mặt phẳng (ABC). Lập phương trình mặt cầu (S) có bán kính $R = 3$, đi qua điểm A và có tâm thuộc trục Oy.

Câu 6: (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, $AC = 2a$. Biết rằng ΔSAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và tính độ dài đoạn thẳng MN với M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC .

Câu 7: (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: x + y - 3 = 0$. Tìm trên d điểm M sao cho từ M có thể kẻ được hai tiếp tuyến đến đường tròn (C) là MA, MB (A, B là hai tiếp điểm) sao cho $S_{\Delta MAB} = 3S_{\Delta IAB}$, với I là tâm của đường tròn (C).

Câu 8: (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1) \\ \sqrt{2y^2 - 4y + 3} = 5 - y + \sqrt{x + 4} \end{cases}; (x, y \in \mathbb{R}).$$

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Lưu ý: Bài thi được chấm theo thang điểm 10, lấy đến 0,25; không quy tròn điểm.

Câu	Nội dung	Điểm
1 (2,0 điểm)	1/ (1,0 điểm)	
	TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = 6x^2 + 6x$.	0,25
	$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$. Ta có $y(0) = 0$; $y(-2) = 8$.	
	Giới hạn.	0,25
	Bảng biến thiên. Đồng biến, nghịch biến. Cực trị.	0,25
	Vẽ đồ thị.	0,25
	2/ (1,0 điểm)	
	Hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là nghiệm của phương trình:	
	$2x^3 + 6x^2 = mx \Leftrightarrow x(2x^2 + 6x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + 6x + m = 0 \quad (*) \end{cases}$	0,25
	Để hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0.	0,25
	Khi đó: $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 2m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$.	0,5
2 (1,0 điểm)	$\sin x(\sin x - 1) = \cos x(1 - \cos x) \Leftrightarrow \sin x + \cos x = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$	0,25
	KL.	0,25
3 (2,0 điểm)	1/ (1,0 điểm)	
	Đặt $u = \sqrt{5 - e^x}$. Tính $e^x dx = -2udu$.	0,25
	Đổi cận: $x = 0$ thì $u = 2$; $x = \ln 2$ thì $u = \sqrt{3}$.	0,25
	Khi đó: $I = \int_{\sqrt{3}}^2 2u^2 du = \frac{2u^3}{3} \Big _{\sqrt{3}}^2 = \frac{16}{3} - 2\sqrt{3}$.	0,5

	KL.	
	2/ (1,0 điểm)	
	Đặt $t = \sqrt{x+2}$. Tính $dx = 2tdt$. Đổi cận: $x = 2$ thì $u = 2$; $x = 7$ thì $u = 3$. Khi đó: $I = \int_2^3 2t \ln(t+1) dt$.	0,25 0,25
	Sử dụng từng phần ta được $I = 16 \ln 2 - 3 \ln 3 - \frac{3}{2}$.	0,5
4 (1,0 điểm)	1/ (0,5 điểm)	
	Đk: $x \geq \frac{1}{4}$. Ta có: $\log_{\sqrt{2}}(4x) + \sqrt{\log_2 x + 2} = 10 \Leftrightarrow 2 \log_2 x + 4 + \sqrt{\log_2 x + 2} - 10 = 0$. Đặt $t = \sqrt{\log_2 x + 2}$, ($t \geq 0$). Phương trình có dạng: $2t^2 + t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{5}{2} \end{cases}$. Với $t = 2$ ta được $\sqrt{\log_2 x + 2} = 2 \Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4$. Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$.	0,25 0,25
	2/ (0,5 điểm)	
	Ta có: $\left(\frac{2}{\sqrt{x}} + x^2\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{15-k} \cdot (x^2)^k = \sum_{k=0}^{15} 2^{15-k} \cdot C_{15}^k \cdot x^{\frac{5k-15}{2}}$. Khi đó xét số hạng không chứa x ta có $\frac{5k-15}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 3$. Vậy số hạng không chứa x là $2^{12} \cdot C_{15}^3$.	0,25 0,25
5 (1,0 điểm)	Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 3)$, $\overrightarrow{AC} = (-2; 1; 5)$; $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-8; -16; 0)$. Do đó $\vec{n} = (1; 2; 0)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) . Do đó (ABC) : $x + 2y - 3 = 0$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S) . Theo giả thiết I thuộc trục Oy nên $I(0; a; 0)$. Do (S) có bán kính $R = 3$ và đi qua A nên $IA = R \Leftrightarrow (a-1)^2 + 5 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -1 \end{cases}$.	0,25 0,25 0,25

	Với $a = 3$ ta có $I(0;3;0)$ nên $(S): x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Với $a = -1$ ta có $I(0; -1;0)$ nên $(S): x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.	0,25
6 (1,0 điểm)	Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB. Theo giả thiết ta có $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Do $AB = a \Rightarrow AD = a\sqrt{3}$. Khi đó $S_{ABCD} = AB \cdot AD = a^2\sqrt{3}$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{2}$. Gọi P là trung điểm của cạnh AH. Do đó $MP \parallel SH$ hay $MP \perp (ABCD)$. Dễ thấy $\triangle MPN$ vuông tại P. Ta có $MP = \frac{1}{2}SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}; PN = \frac{a\sqrt{13}}{4} \Rightarrow MN = a$.	0,25 0,25 0,25 0,25
7 (1,0 điểm)	Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 2$. Ta thấy tứ giác $MAIB$ có góc A và B vuông nên hai góc M và I bù nhau. Theo công thức diện tích, từ $S_{\triangle MAB} = 3S_{\triangle IAB}$ ta được $MA^2 = 3R^2 \Rightarrow MI = 4$. Gọi điểm $M(a;3-a)$. Do $MI = 4$ nên $\begin{cases} a = 1 \\ a = 5 \end{cases}$. Với $a = 1$ ta được $M(1;2)$. Với $a = 5$ ta được $M(5;-2)$.	0,25 0,25 0,25 0,25
8 (1,0 điểm)	Đk: $-4 \leq x \leq 1$. Ta có: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1) \Leftrightarrow 2(y-1)^3 + y-1 = 2(1-x)\sqrt{1-x} + \sqrt{1-x}.$ Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó phương trình trên có dạng: $f(y-1) = f(\sqrt{1-x}) \Leftrightarrow y-1 = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow y = 1 + \sqrt{1-x}.$ Thế vào phương trình còn lại ta được: $\sqrt{3-2x} = 4 - \sqrt{1-x} + \sqrt{x+4} \Leftrightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} - \sqrt{3-2x} + 4 = 0.$ Dễ thấy vế trái là hàm số đồng biến trên $[-4;1]$ nên phương trình trên có nghiệm duy nhất $x = -3$. Khi $x = -3$ ta được $y = 3$. Vậy hệ có nghiệm $(-3;3)$.	0,25 0,25 0,25 0,25

-----Hết-----