

ĐỀ LUYỆN TẬP – KỲ THI THPT QUỐC GIA 2015
MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút.

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x^2 - 4$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 15x - 2y = 0$ và tiếp điểm có hoành độ dương.

Câu 2. (1,0 điểm)

- Giải phương trình: $(2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x - 4) + 4\cos^2 x = 3$.
- Tìm số phức z thỏa hệ thức: $|z^2 + \bar{z}| = 2$ và $|z| = 2$.

Câu 3. (0,5 điểm) Giải phương trình: $\log_2(x+2) + 2\log_4(x-5) + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình: $5(1 + \sqrt{1+x^3}) = x^2(4x^2 - 25x + 18)$.

Câu 5. (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^{\ln 4} (1 - x\sqrt{e^x}) dx$.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$ và $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là trung điểm H của đoạn AB . Cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , có $BC = 2AD$, đỉnh $A(-3;1)$ và trung điểm M của đoạn BC nằm trên đường thẳng $d: x - 4y - 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình thang $ABCD$, biết $H(6;-2)$ là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng CD .

Câu 8. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(5;4;-2)$. Tìm tọa độ điểm H trên đường thẳng d sao cho AH vuông góc với d và viết phương trình mặt cầu đi qua điểm A và có tâm là giao điểm của d với mặt phẳng Oxy .

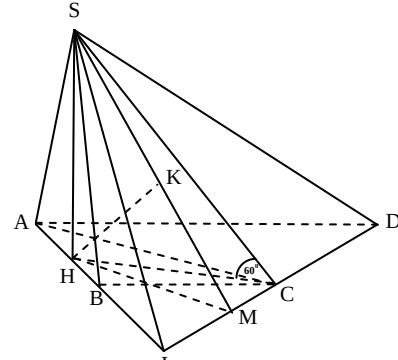
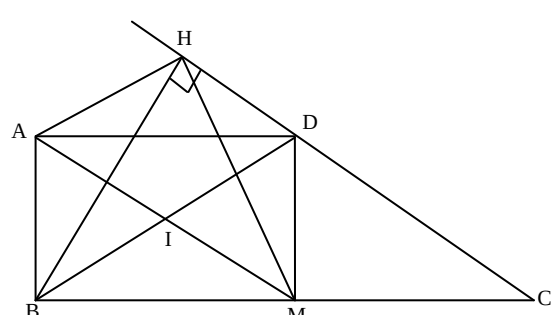
Câu 9. (0,5 điểm) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được chọn từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S , tính xác suất để số được chọn có mặt ít nhất chữ số 1 hoặc chữ số 2.

Câu 10. (1,0 điểm) Cho a, b, c là 3 số thực dương và thỏa $21ab + 2bc + 8ca \leq 12$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN

Câu	Nội dung	Điểm
1a (1,0đ)	Học sinh tự làm	
1b (1,0đ)	Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm ($x_0 > 0$). $f'(x_0) = 6x_0^2 + 12x_0 = \frac{15}{2} \Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow y_0 = -\frac{9}{4}$ Phương trình tiếp tuyến $y = \frac{15}{2}x - 6$	
2a (0,5đ)	$(2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x - 4) + 4\cos^2 x = 3$ $\Leftrightarrow (2\sin x + 1)(3\cos 4x + 2\sin x - 4) + 1 - 4\sin^2 x$ $\Leftrightarrow (2\sin x + 1)(3\cos 4x - 3) = 0$ $\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ hay } x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \text{ hay } x = k\frac{\pi}{2} \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$	
2b (0,5đ)	Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. $ z = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4.$ $ z^2 + \bar{z} = 2 \Leftrightarrow (x^2 - y^2 + x)^2 + (2xy - y)^2 = 4$ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2)^2 + (x^2 + y^2) - 6xy^2 + 2x^3 = 4$ $\Leftrightarrow (4)^2 + (4) - 6x(4 - x^2) + 2x^3 = 4$ $\Leftrightarrow 8x^3 - 24x + 16 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = \pm\sqrt{3} \\ x = -2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}.$ Vậy $z = -2$ hay $z = 1 \pm \sqrt{3}i$.	
3 (0,5đ)	Điều kiện: $x > 5$. $\log_2(x+2) + 2\log_4(x-5) + \log_{\frac{1}{2}} 8 = 0 \Leftrightarrow \log_2(x+2) + \log_2(x-5) = \log_2 8$ $\Leftrightarrow (x+2)(x-5) = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -3 \end{cases}.$ So với điều kiện, phương trình có nghiệm $x = 6$.	
4 (1,0đ)	Điều kiện: $x \geq -1$. $5(1 + \sqrt{1+x^3}) = x^2(4x^2 - 25x + 18)$ $\Leftrightarrow 5 + 5\sqrt{1+x^3} = 4x^4 - 25x^3 + 18x^2$ $\Leftrightarrow 25x^3 + 25 + 5\sqrt{1+x^3} = 4x^4 + 18x^2 + 20$ $\Leftrightarrow 25(x^3 + 1) + 5\sqrt{1+x^3} = (4x^4 + 16x^2 + 16) + 2x^2 + 4$ $\Leftrightarrow (5\sqrt{1+x^3})^2 + 5\sqrt{1+x^3} = (2x^2 + 4)^2 + 2x^2 + 4 \quad (1)$ Hàm số $f(t) = t^2 + t$ đồng biến trên $[0; +\infty)$ nên $(1) \Leftrightarrow f(5\sqrt{1+x^3}) = f(2x^2 + 4)$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{1+x^3} = 2(x^2 + 2)$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{(x+1)(x^2-x+1)} = 2[(x+1) + (x^2-x+1)] \quad (2)$	

	Đặt: $u = \sqrt{x+1} \geq 0$ và $v = \sqrt{x^2 - x + 1} > 0$ (2) thành: $5uv = 2(u^2 + v^2) \Leftrightarrow 2\left(\frac{u}{v}\right)^2 - 5\left(\frac{u}{v}\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{u}{v} = 2 \\ \frac{u}{v} = \frac{1}{2} \end{cases}$ Với $\frac{u}{v} = 2$: $\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2 - x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 4x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases}$ vô nghiệm. Với $\frac{u}{v} = \frac{1}{2}$: $2\sqrt{x+1} = \sqrt{x^2 - x + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 5x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$. Phương trình có hai nghiệm: $x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{2}$.	
5 (1,0đ)	$I = \int_0^{\ln 4} (1 - x\sqrt{e^x}) dx = \ln 4 - \int_0^{\ln 4} x e^{\frac{x}{2}} dx.$ Ta có: $\int_0^{\ln 4} x e^{\frac{x}{2}} dx = 2x\sqrt{e^x} \Big _0^{\ln 4} - \int_0^{\ln 4} 2e^{\frac{x}{2}} dx = (2x\sqrt{e^x} - 4\sqrt{e^x}) \Big _0^{\ln 4} = 4\ln 4 - 4.$ Vậy $I = 4 - 3\ln 4.$	
6 (1,0đ)	• $SH \perp (ABCD) \Rightarrow hc_{(ABCD)}SC = HC$ $\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, HC) = SCH = 60^\circ$ • $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)AB = \frac{3a^2}{2}$ • $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2},$ $SH = HC \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ • $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ (đvtt) • Vẽ $HM \perp DC$ tại $M \Rightarrow DC \perp (SHM)$ Vẽ $HK \perp SM$ tại $K \Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow HK = d(H, (SCD))$ • Gọi $I = AB \cap DC$ • BC là đường trung bình của tam giác $AID \Rightarrow B$ là trung điểm AI. • Ta có $AC \perp CD$ • $HM // AC \Rightarrow \frac{HM}{AC} = \frac{IH}{IA} = \frac{3}{4} \Rightarrow HM = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$ • $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK = \frac{3a\sqrt{65}}{26}.$ 	
7 (1,0đ)	• Từ giả thiết ta có $ABMD$ là hình chữ nhật. Gọi (C) là đường tròn ngoại tiếp $ABMD$. • $BH \perp DH \Rightarrow H \in (C) \Rightarrow HA \perp HM$ (*) • $M \in d: x - 4y - 3 = 0 \Rightarrow M(4m + 3; m)$ • $\overrightarrow{AH} = (9; -3), \overrightarrow{HM} = (4m - 3; m + 2)$ • Ta có: (*) $\Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{HM} = 0$ $\Leftrightarrow 9(4m - 3) - 3(m + 2) = 0 \Leftrightarrow m = 1$ Suy ra: $M(7; 1).$ • $ADCM$ là hình bình hành $\Rightarrow DC$ đi qua $H(6; -2)$ và có một vector chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (10; 0)$ 	

	$\Rightarrow$ Phương trình $DC: y + 2 = 0$. $D \in DC: y + 2 = 0 \Rightarrow D(t; -2)$ $\overrightarrow{AD} = (t + 3; -3), \overrightarrow{MD} = (t - 7; -3)$ $AD \perp DM \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{MD} = 0 \Leftrightarrow (t + 3)(t - 7) + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \Rightarrow D(-2; -2) \\ t = 6 \Rightarrow D(6; -2) \equiv H(\text{loại}) \end{cases}$ - Gọi $I = AM \cap BD \Rightarrow I$ là trung điểm $AM \Rightarrow I(2; 1)$ I là trung điểm $BD \Rightarrow B(6; 4)$ M là trung điểm $BC \Rightarrow C(8; -2)$ - Vậy: $B(6; 4), C(8; -2), D(-2; -2)$.	
8 (1,0đ)	$H \in d \Rightarrow H(t; 1 + 2t; -1 - t)$ với $t \in R$ $\overrightarrow{AH} = (t - 5; 2t - 3; -t + 1)$ d có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; 2; -1)$ $AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow t = 2$ - Vậy: $H(2; 5; -3)$ - Gọi I là tâm mặt cầu (S) cần tìm, ta có: $I = d \cap Oxy \Rightarrow I: \begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-1; -1; 0)$ (S) đi qua $A \Rightarrow$ bán kính $R = IA = \sqrt{65}$ - Phương trình $(S): (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 65$.	
9 (0,5đ)	- Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được chọn từ 0; 1; 2; 3; 4; 5 là: $5 \cdot A_5^3 = 300$ (số). - Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau được chọn từ 0; 3; 4; 5 là: $3 \cdot P_3 = 18$ (số). - Số các số tự nhiên được chọn có mặt ít nhất chữ số 1 hoặc chữ số 2 là: $300 - 18 = 282$ (số). - Xác suất cần tìm: $\frac{282}{300} = \frac{47}{50}$.	
10 (1,0đ)	- Đặt $x = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}, z = \frac{1}{c} \Rightarrow x, y, z > 0, 2x + 8y + 21z \leq 12xyz$ và $S = x + 2y + 3z$. $2x + 8y + 21z \leq 12xyz \Rightarrow z(12xy - 21) \geq 2x + 8y \Rightarrow \begin{cases} z \geq \frac{2x + 8y}{12xy - 21} \\ 12xy - 21 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z \geq \frac{2x + 8y}{12xy - 21} \\ x > \frac{7}{4y} \end{cases}$ - Ta có: $S \geq x + 2y + \frac{2x + 8y}{4xy - 7}$. - Xét hàm số $f(x) = x + 2y + \frac{2x + 8y}{4xy - 7}$ trên $\left(\frac{7}{4y}; +\infty\right)$ $f'(x) = 1 - \frac{14 + 32y^2}{(4xy - 7)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4y} + \frac{\sqrt{32y^2 + 14}}{4y} \in \left(\frac{7}{4y}; +\infty\right)$ - Lập bảng biến thiên cho hàm số $y = f(x)$ ta có:	

$$S \geq f(x) \geq f\left(\frac{7}{4y} + \frac{\sqrt{32y^2 + 14}}{4y}\right) = 2y + \frac{9}{4y} + \frac{\sqrt{32y^2 + 14}}{4y}$$

- Xét hàm số $g(y) = 2y + \frac{9}{4y} + \frac{\sqrt{32y^2 + 14}}{4y}$ trên $(0; +\infty)$

$$g'(y) = \frac{(8y^2 - 9)\sqrt{32y^2 + 14} - 28}{4y^2 \sqrt{32y^2 + 14}} = 0 \Leftrightarrow y = \frac{5}{4} \in (0; +\infty)$$

- Lập bảng biến thiên cho hàm số $z = g(y)$ ta có:

$$S \geq g(y) \geq g\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{15}{2}$$

- Vậy $\min S = \frac{15}{2}$ khi $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{4}{5}$, $c = \frac{3}{2}$.