

SỞ GD&ĐT LÂM ĐỒNG
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

KỲ THI CHỌN HSG CẤP TỈNH LỚP 12
NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN –THPT
Thời gian: 180 phút



ĐỀ BÀI

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu 1: (2,0 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

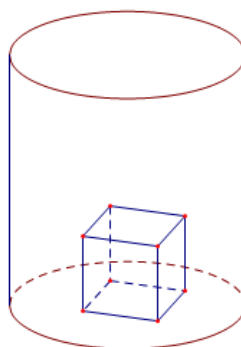
Câu 2: (4,0 điểm)

a) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(5 - 3^x) + x = 0$.

b) Giải phương trình $\cos 2x + 7 \cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7 \sin x) = 8$.

Câu 3: (2,0 điểm)

Một chiếc cốc hình trụ có bán kính đáy bằng 5cm và chiều cao 20cm bên trong có một khối lập phương cạnh 6cm như hình minh họa. Khi đổ nước vào cốc, khối lập phương sẽ nổi $\frac{1}{3}$ thể tích của nó lên trên mặt nước (mặt trên khối lập phương song song với mặt nước). Tính thể tích lượng nước đổ vào cốc để mặt trên của khối lập phương ngang bằng với miệng cốc khi nó nổi lên. (lấy $\pi = 3,14$)



Câu 4: (4,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-2)\sqrt{y-1} - (y-3)\sqrt{x} = 0 \\ x^2 + y^2 - x + 4 = 2y\sqrt{x+3} \end{cases}$$

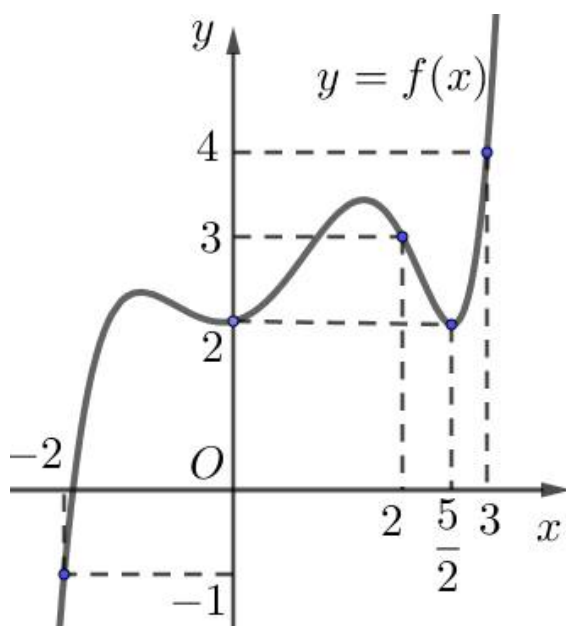
Câu 5: (4,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với mặt đáy một góc 60° , điểm E thuộc cạnh SA và $AE = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng (BCE) cắt SD tại F . Tính thể tích khối đa diện V_{ABCDEF} và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BE .

Câu 6: (2,0 điểm) Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 15 nút, mỗi nút được ghi một số từ 1 đến 15 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn ba nút khác nhau sao cho tổng các số trên ba nút đó là số chẵn. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên ba nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó.

PHẦN RIÊNG CHO THÍ SINH HỆ THPT

Câu 7A. (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(\frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1} + \frac{9}{4}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^m$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt.

Câu 8 A. (2,0 điểm) Cho các số thực không âm thỏa mãn $x + y \leq 1$ và $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{1+4x^2} + \frac{1}{1+4y^2} - \sqrt{1+z}$.

PHẦN RIÊNG CHO THÍ SINH HỆ GDXT

Câu 7B. (2,0 điểm) Tìm hệ số x^7 khi khai triển nhị thức $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$, với $x \neq 0$, biết rằng n là số nguyên dương thỏa $4C_{n+1}^3 + 2C_n^2 = A_n^3$.

Câu 8B. (2,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{9 + 8x - x^2} - \sqrt{7x - x^2}$.

-----HẾT-----

SỞ GD&ĐT LÂM ĐỒNG
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

KỲ THI CHỌN HSG CẤP TỈNH LỚP 12
NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN –THPT

Thời gian: 180 phút



HƯỚNG DẪN GIẢI



Câu 1: (2,0 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 3m = 3(-x^2 + 2x + m)$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + m \leq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq x^2 - 2x, \forall x \in (0; +\infty)$.

Xét $f(x) = x^2 - 2x, x \in (0; +\infty)$.

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$	0	-1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra $m \leq f(x), \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq \min_{(0; +\infty)} f(x) \Leftrightarrow m \leq -1$.

Vậy $m \leq -1$.

Câu 2: (4,0 điểm)

a) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(5 - 3^x) + x = 0$.

Điều kiện: $5 - 3^x > 0 \Leftrightarrow x < \log_3 5$.

Ta có $\log_3(5 - 3^x) + x = 0 \Leftrightarrow \log_3(5 - 3^x) = -x \Leftrightarrow 5 - 3^x = \frac{1}{3^x}$

$$\Leftrightarrow 3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \\ 3^x = \frac{5 - \sqrt{21}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right) \\ x = \log_3 \left(\frac{5 - \sqrt{21}}{2} \right) \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

$$\Rightarrow S = \log_3 \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right) + \log_3 \left(\frac{5 - \sqrt{21}}{2} \right) = \log_3 \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right) \left(\frac{5 - \sqrt{21}}{2} \right) = \log_3 1 = 0.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm là $S = 0$.

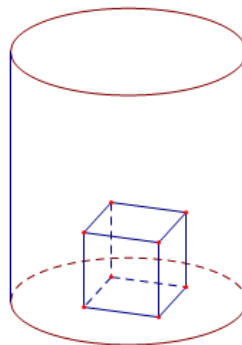
b) Giải phương trình $\cos 2x + 7 \cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7 \sin x) = 8$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \cos 2x + 7 \cos x - \sqrt{3}(\sin 2x - 7 \sin x) &= 8 \Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + 7(\cos x + \sqrt{3} \sin x) = 8 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + 7\left(\frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x\right) &= 4 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 7 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 4 \\ \Leftrightarrow \cos\left(2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right) - 7 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) &= 4 \Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 7 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 4 \\ \Leftrightarrow 2 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 7 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 3 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -3 \text{ (Vô nghiệm)} \end{cases} \\ +) \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) &= \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 3: (2,0 điểm)

Một chiếc cốc hình trụ có bán kính đáy bằng 5cm và chiều cao 20cm bên trong có một khối lập phương cạnh 6cm như hình minh họa. Khi đổ nước vào cốc, khối lập phương sẽ nổi $\frac{1}{3}$ thể tích của nó lên trên mặt nước (mặt trên khối lập phương song song với mặt nước). Tính thể tích lượng nước đổ vào cốc để mặt trên của khối lập phương ngang bằng với miệng cốc khi nó nổi lên. (lấy $\pi = 3,14$)



Lời giải

Khi mặt trên của khối lập phương ngang bằng với miệng cốc thì lượng nước trong cốc cách thành trên 2 cm.

Tổng thể tích lượng nước và phần khối lập phương chìm trong nước là:

$$V_1 = 3,14 \cdot 5^2 \cdot (20 - 2) = 1413 \text{ cm}^3.$$

Thể tích khối lập phương chìm trong nước là $V_2 = 6 \cdot 6 \cdot 4 = 144 \text{ cm}^3$.

Vậy thể tích lượng nước đổ vào cốc là $V = V_1 - V_2 = 1413 - 144 = 1269 \text{ cm}^3$.

Câu 4: (4,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-2)\sqrt{y-1} - (y-3)\sqrt{x} = 0 \\ x^2 + y^2 - x + 4 = 2y\sqrt{x+3} \end{cases}$$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$.

$$\begin{cases} (x-2)\sqrt{y-1} - (y-3)\sqrt{x} = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - x + 4 = 2y\sqrt{x+3} & (2) \end{cases}$$

Cách 1:

Ta thấy $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ thỏa phương trình (1) nhưng không thỏa phương trình (2) nên không phải là nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Xét $\begin{cases} x \neq 2 \\ y \neq 3 \end{cases}$

Ta có: $(1) \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{y-1} = (y-3)\sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y-1}}{(y-1)-2} = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$.

Xét hàm số: $f(t) = \frac{\sqrt{t}}{t-2}$ trên $[0; +\infty) \setminus \{2\}$.

$$f'(t) = \frac{-t-2}{2\sqrt{t}(t-2)^2} < 0 \quad \forall t \in [0; +\infty) \setminus \{2\}.$$

Suy ra hàm số: $f(t) = \frac{\sqrt{t}}{t-2}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $[0; 2); (2; +\infty)$.

Do đó: $\frac{\sqrt{y-1}}{(y-1)-2} = \frac{\sqrt{x}}{x-2} \Leftrightarrow x = y-1 \Leftrightarrow y = x+1$.

Cách 2:

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow x\sqrt{y-1} - 2\sqrt{y-1} - (y-1)\sqrt{x} + 2\sqrt{x} = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x}\sqrt{y-1}(\sqrt{x} - \sqrt{y-1}) + 2(\sqrt{x} - \sqrt{y-1}) = 0 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y-1})(\sqrt{x}\sqrt{y-1} + 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y-1} \quad (\text{do } \sqrt{x}\sqrt{y-1} + 2 > 0 \quad \forall x \geq 0; \forall y \geq 1) \\ &\Leftrightarrow x = y-1 \Leftrightarrow y = x+1. \end{aligned}$$

Thay $y = x+1$ vào phương trình (2) ta được:

$$x^2 + (x+1)^2 - x + 4 = 2(x+1)\sqrt{x+3} \Leftrightarrow 2x^2 + x + 5 = 2(x+1)\sqrt{x+3} \quad (3)$$

Đặt $u = \sqrt{x+3} \Rightarrow u^2 = x+3 \Rightarrow x = u^2 - 3 \quad (u \geq \sqrt{3} \text{ do } x \geq 0)$.

Phương trình (3) trở thành

$$2u^4 - 2u^3 - 11u^2 + 4u + 20 = 0 \Leftrightarrow (u-2)^2(2u^2 + 6u + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ 2u^2 + 6u + 5 = 0 \text{ (VN)} \end{cases}$$

Với $u = 2 \Rightarrow x = 2^2 - 3 = 1 \Rightarrow y = 1+1 = 2$. (thỏa mãn điều kiện)

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Cách 3:

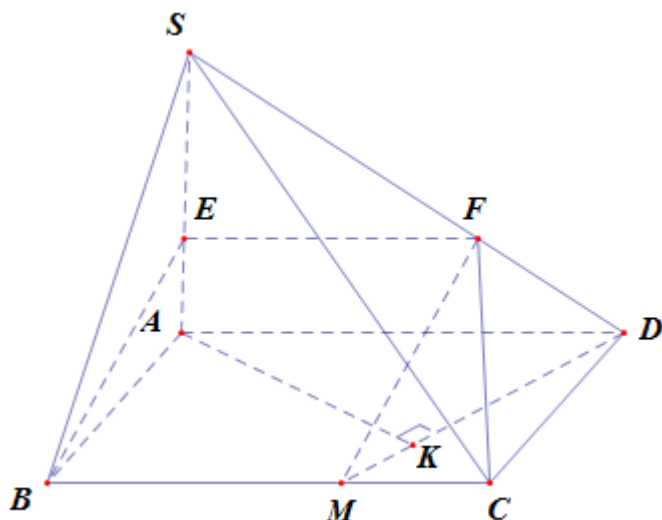
$$(2) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y\sqrt{x+3} + x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-\sqrt{x+3})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\sqrt{x+3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=\sqrt{1+3}=2 \end{cases}$$

Ta thấy $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ thỏa phương trình (1).

Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

Câu 5: (4,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với mặt đáy một góc 60° , điểm E thuộc cạnh SA và $AE = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng (BCE) cắt SD tại F . Tính thể tích khối đa diện V_{ABCDEF} và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BE .



Lời giải

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SB với mặt đáy là góc $SBA \Rightarrow SBA = 60^\circ$.

$$\Delta SAB \text{ vuông tại } A \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}, \quad AE = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{AE}{AS} = \frac{1}{3}.$$

Dựng $F \in SD : EF \parallel AD \Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow EF \subset (BCE) \Rightarrow F = SD \cap (BCE)$ và $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SD} = \frac{2}{3}$.

Theo công thức tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{S.ECF}}{V_{S.ACD}} = \frac{SE}{SA} \cdot \frac{SF}{SD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.ECF} = \frac{4}{9} V_{S.ACD} = \frac{2}{9} V_{S.ABCD}.$$

$$\frac{V_{S.ECB}}{V_{S.ACB}} = \frac{SE}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.ECB} = \frac{2}{3} V_{S.ACB} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Như vậy } V_{S.CBEF} = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9} \right) V_{S.ABCD} = \frac{5}{9} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{ABCDEF} = \frac{4}{9} V_{S.ABCD} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{8\sqrt{3}a^3}{27}.$$

* Tính $d(SD, BE)$:

Trong $(BCFE)$ dựng $FM // EB (M \in BC) \Rightarrow BE // (SMD)$ và $BM = FE = \frac{2}{3}AD = \frac{4a}{3}$

$$\Rightarrow CM = \frac{2a}{3}.$$

Ta có: $d(BE, SD) = d(BE, (SMD)) = d(E, (SMD)) = \frac{SE}{SA} d(A, (SMD)) = \frac{2}{3} d(A, (SMD)).$

Trong $(ABCD)$ dựng $AK \perp MD (K \in MD)$, ta có $AK = AD \cdot \sin \angle ADK = AD \cdot \cos \angle CDM$

$$= 2a \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{2a}{3}\right)^2}} = \frac{6a}{\sqrt{13}}.$$

$$d(A, (SMD)) = \frac{SA \cdot AK}{SK} = \frac{SA \cdot AK}{\sqrt{SA^2 + AK^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{6a}{\sqrt{13}}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + \left(\frac{6a}{\sqrt{13}}\right)^2}} = \frac{6a}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(BE, SD) = \frac{2}{3} d(A, (SMD)) = \frac{4a}{5}.$$

Câu 6: (2,0 điểm) Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 15 nút, mỗi nút được ghi một số từ 1 đến 15 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn ba nút khác nhau sao cho tổng các số trên ba nút đó là số chẵn. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên ba nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = A_{15}^3 = 2730$.

Gọi biến cố B : “Học sinh B mở được cửa phòng học”.

Khi đó, tổng 3 số học sinh B bấm là số chẵn có 3 trường hợp xảy ra:

TH1: Bấm 1 số chẵn và 2 số lẻ $\Rightarrow$ Có $7 \cdot C_8^2 \cdot 3! = 1176$ cách

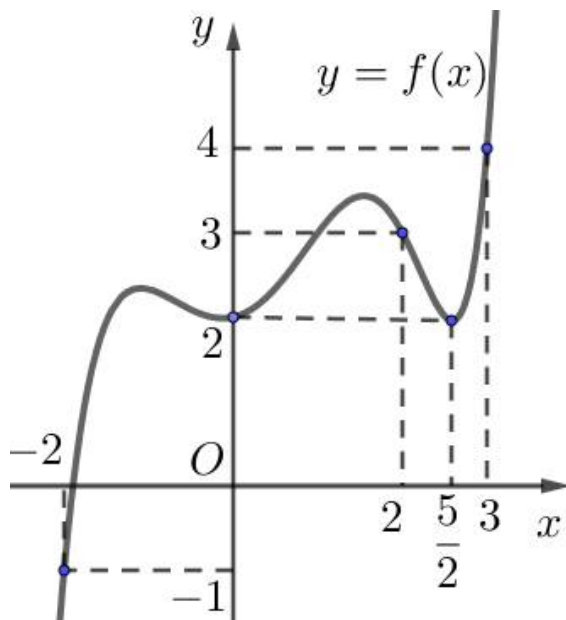
TH2: Bấm 3 số chẵn $\Rightarrow$ Có $A_7^3 = 210$ cách.

Do đó $n(B) = 1386$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{33}{65}.$$

Câu 7A. (2 điểm)

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(\frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1} + \frac{9}{4}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^m$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

Đặt $u = u(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1} + \frac{9}{4}$, phương trình trở thành $f(u) = \left(\frac{3}{2}\right)^m$ (*).

$$\begin{aligned} \text{Có } u'(x) &= \frac{(3x^2 + 2x + 1)(x^2 + 1)^2 - (x^3 + x^2 + x) \cdot 2 \cdot 2x \cdot (x^2 + 1)}{(x^2 + 1)^4} \\ &= \frac{-x^4 - 2x^3 + 2x + 1}{(x^2 + 1)^3} = \frac{(1-x)(1+x)^3}{(x^2 + 1)^3}. \end{aligned}$$

$$u'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của $u = u(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$u'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$u(x)$						
	$\frac{9}{4}$					$\frac{9}{4}$

Từ bảng biến thiên suy ra $u \in [2; 3]$, đồng thời với $u = \frac{9}{4}$ cho ta 1 giá trị x , với mỗi

$u \in [2; 3] \setminus \left\{\frac{9}{4}\right\}$ cho ta 2 giá trị x thỏa mãn.

Phương trình đã cho có ít nhất 3 nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có ít nhất hai nghiệm phân biệt thuộc $[2; 3]$. Dựa vào đồ thị, phương trình (*) có ít nhất hai nghiệm phân biệt thuộc $[2; 3] \Leftrightarrow 2 < \left(\frac{3}{2}\right)^m \leq 3 \Leftrightarrow \log_{\frac{3}{2}} 2 < m \leq \log_{\frac{3}{2}} 3$.

Vậy với $m \in \left(\log_{\frac{3}{2}} 2; \log_{\frac{3}{2}} 3\right]$ thì phương trình $f\left(\frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1} + \frac{9}{4}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^m$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt.

Câu 8 A. (2,0 điểm)

Cho các số thực không âm thỏa mãn $x + y \leq 1$ và $xyz = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

$$\text{thức } P = \frac{1}{1+4x^2} + \frac{1}{1+4y^2} - \sqrt{1+z}.$$

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} 0 < x + y \leq 1 \\ xyz = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \geq 2\sqrt{xy} \\ z = \frac{1}{xy} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy \leq \frac{1}{4} \\ z \geq 4 \end{cases}.$$

$$\text{Với điều kiện trên ta có BĐT } \frac{1}{1+4x^2} + \frac{1}{1+4y^2} \leq \frac{2}{1+4xy}.$$

$$\text{Do đó } P = \frac{1}{1+4x^2} + \frac{1}{1+4y^2} - \sqrt{1+z} \leq \frac{2}{1+4xy} - \sqrt{1+z} = \frac{2}{1+\frac{4}{z}} - \sqrt{1+z}.$$

$$\text{Với } z \geq 4 \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 + \frac{4}{z} \leq 2 \\ -\sqrt{1+z} \leq \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{1+\frac{4}{z}} - \sqrt{1+z} \leq 1 - \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } \max P = 1 - \sqrt{5} \text{ đạt được khi } \begin{cases} x = y = \frac{1}{2} \\ z = 4 \end{cases}.$$

Câu 7B. (2,0 điểm) Tìm hệ số x^7 khi khai triển nhị thức $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n$, với $x \neq 0$, biết rằng n là số

nguyên dương thỏa $4C_{n+1}^3 + 2C_n^2 = A_n^3$

Lời giải

Điều kiện: $n \geq 3$

$$4C_{n+1}^3 + 2C_n^2 = A_n^3 \Leftrightarrow \frac{4 \cdot (n+1)!}{3! \cdot (n-2)!} + \frac{2 \cdot (n!)}{2! \cdot (n-2)!} = \frac{n!}{(n-3)!} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (n+1)}{3 \cdot (n-2)} + \frac{1}{n-2} = 1$$

$$\Leftrightarrow 2(n+1) + 3 = 3(n-2) \Leftrightarrow n = 11$$

Khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^{11}$ có số hạng tổng quát là $C_{11}^k x^{22-3k} \cdot (-2)^k$. Hệ số chứa x^7 tương ứng

với k thỏa mãn $22 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 5$

Vậy hệ số chứa x^7 là: $-C_{11}^5 \cdot 2^5 = -14784$

Câu 8B. (2,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{9 + 8x - x^2} - \sqrt{7x - x^2}$

Lời giải

Điều kiện: $x \in [0; 7]$

$$y' = \frac{4 - x}{\sqrt{9 + 8x - x^2}} - \frac{7 - 2x}{2\sqrt{7x - x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2(4 - x)\sqrt{7x - x^2} = (7 - 2x)\sqrt{9 + 8x - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} (4 - x)(7 - 2x) \geq 0 \\ 4(4 - x)^2(7x - x^2) = (7 - 2x)^2(9 + 8x - x^2) \end{cases}$$

Từ bảng biến thiên suy ra

$$\min y = \sqrt{2} \text{ khi } x = \frac{7}{3}$$

x	0	$\frac{7}{3}$	7
y'	-	0	+
y	3	$\sqrt{2}$	4

Cách khác:

$$\text{Vì } (9 + 8x - x^2) - (7x - x^2) = 9 + x > 0 \quad \forall x \in [0; 7] \Rightarrow y > 0$$

$$y^2 = (x + 1)(9 - x) + x(7 - x) - 2\sqrt{(x + 1)(9 - x)x(7 - x)}$$

$$= (x + 1)(7 - x) + x(9 - x) - 2\sqrt{(x + 1)(7 - x)x(9 - x)} + 2 = y = \left(\sqrt{(x + 1)(7 - x)} - \sqrt{x(9 - x)} \right)^2 + 2 \geq 2$$

$$\text{Vậy } \min y = \sqrt{2} \Leftrightarrow (x + 1)(7 - x) = 9x - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$$