

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+2)x + m - 1$ có hai điểm cực trị.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$. Tìm môđun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$.

b) Giải bất phương trình $1 + \log_{\sqrt{2}}(x-1) \leq \log_2(x^2 + x - 4)$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{(x^2 + 1) \ln x}{x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + z - 7 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) và viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\sin 2x + \cos 2x + 1 = 4 \cos x$

b) Trong đợt tham quan thực tế khu di tích Xẻo Quýt, Đoàn trường THPT Cao Lãnh 2 cử 30 đoàn viên xuất sắc của 3 khối tham gia. Khối 12 có 6 nam và 4 nữ, khối 11 có 5 nam và 5 nữ, khối 10 có 4 nam và 6 nữ. Chọn mỗi khối 1 đoàn viên làm nhóm trưởng, tính xác suất để trong 3 em làm nhóm trưởng có cả nam và nữ.

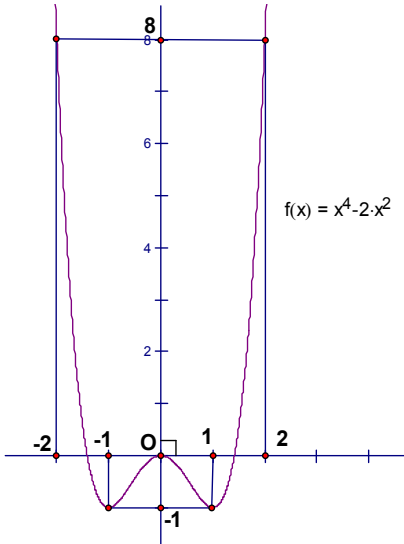
Câu 7 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $AB = 3a, BC = 5a$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' trên mặt phẳng (ABC) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có đỉnh $A(2; -1)$. Giao điểm hai đường chéo AC và BD là điểm $I(1; 2)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADI có tâm là $E\left(-\frac{27}{8}; -\frac{9}{8}\right)$. Biết đường thẳng BC đi qua điểm $M(9; -6)$. Tìm tọa độ đỉnh B, D biết điểm B có tung độ nhỏ hơn 3.

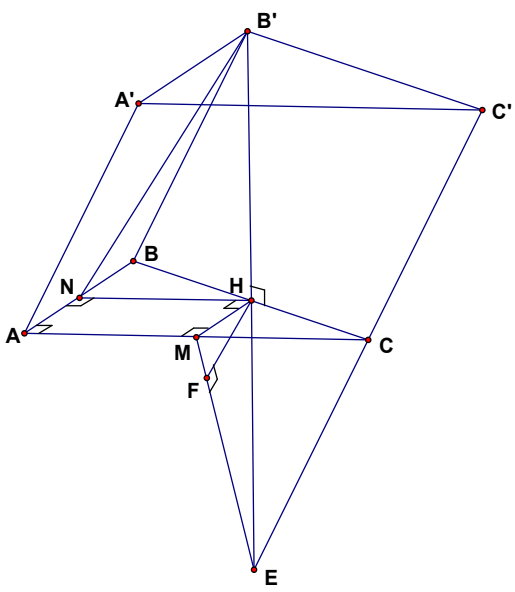
Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $\frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} \leq \frac{2\sqrt{9-x}}{x}$.

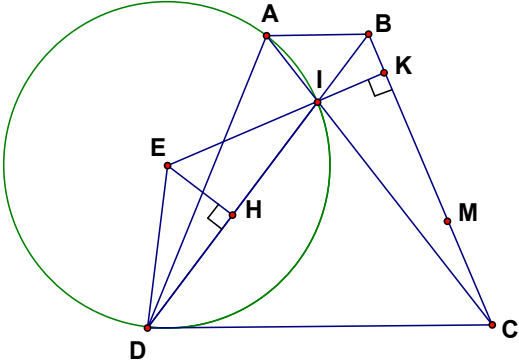
Câu 10 (1,0 điểm). Giải sử a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} + \frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} - \frac{3}{4}(a+b)^2$. / **Hết.**

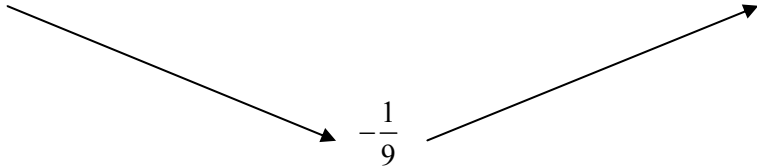
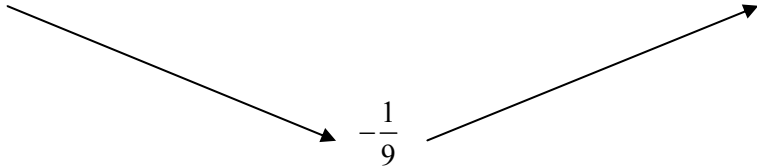
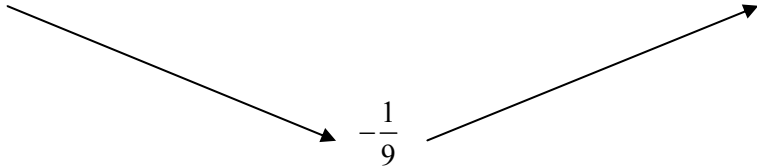
Câu	Đáp án	Điểm																										
1 (1,0đ)	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. - Sự biến thiên Chiều biến thiên $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y = -1 \end{cases}$.	0,25																										
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. Đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ Cực trị: hàm số đạt cực trị tại $x = \pm 1$, $y_{CT} = -1$, đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 0$. Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																										
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>$\swarrow$</td><td>-1</td><td>$\nearrow$</td><td>0</td><td>$\searrow$</td><td>-1</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$		$\swarrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																						
y'		-	0	+	0	-	0	+																				
y	$+\infty$		$\swarrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$																		
Đồ thị: 	0,25																											
2 (1,0đ)	TXĐ: $D = \mathbb{R}$	0,25																										
	Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 3m + 6$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m + 2 = 0 (*)$ Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt	0,25																										

	hay $\Delta' = m^2 - m - 2 > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow m < -1$ hoặc $m > 2$	0,25
3 (1,0đ)	a) Ta có $(1+i)(z-i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3+i)z = -1+3i$ suy ra $z = \frac{-1+3i}{3+i} = \frac{(-1+3i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = i$	0,25
	$w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2} = \frac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i$. Nên $ w = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$	0,25
	b) Điều kiện $x > \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ Bất phương trình đã cho tương đương với $\log_2 2 + \log_2 (x-1)^2 \leq \log_2 (x^2 + x - 4) \Leftrightarrow \log_2 (2x^2 - 4x + 2) \leq \log_2 (x^2 + x - 4)$	0,25
	$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 \leq x^2 + x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0$ $\Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$ Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $2 \leq x \leq 3$.	0,25
4 (1,0đ)	$I = \int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x}{x} dx = \int_1^e x \ln x dx + \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$	0,25
	$A = \int_1^e x \ln x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$ suy ra $A = \left(\frac{x^2 \ln x}{2} \right) \Big _1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \left(\frac{x^2 \ln x}{2} \right) \Big _1^e - \left(\frac{x^2}{4} \right) \Big _1^e = \frac{e^2 + 1}{4}$	0,25
	$B = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$. Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x}$; $x=1 \Rightarrow t=0$; $x=e \Rightarrow t=1$ $B = \int_0^1 t dt = \left(\frac{t^2}{2} \right) \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	0,25
	Vậy $I = \int_1^e \frac{(x^2+1)\ln x}{x} dx = \frac{e^2 + 3}{4}$	0,25
5 (1,0đ)	Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vec tơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (3;2;1)$ Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (3;-4;1)$ Gọi $M = d \cap (P)$. Vì $M \in d$ nên $M(1+3t;2+2t;3+t)$ Suy ra $M \in (P) \Leftrightarrow 3(1+3t) - 4(2+2t) + (3+t) - 7 = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow t = \frac{9}{2} \Leftrightarrow M\left(\frac{29}{2}; 11; \frac{15}{2}\right)$	0,25
	Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) nên (Q) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_p] = (6; 0; -18)$	0,25
	(Q) đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và có VTPT $\vec{n}_Q = [\vec{u}_d, \vec{n}_p] = (6; 0; -18)$ có phương trình là $x - 3z + 8 = 0$	0,25
6 (1,0đ)	a) $\sin 2x + \cos 2x + 1 = 4 \cos x \Leftrightarrow 2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x - 4 \cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x + \cos x - 2) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x + \cos x = 2 \text{ (VN do } 1^2 + 1^2 < 2^2) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$ Vậy nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
	b) Chọn ngẫu nhiên mỗi khối 1 đoàn viên, ta có số phần tử không gian mẫu là: $C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 = 1000$ Gọi biến cố A “Trong 3 em làm nhóm trưởng có cả nam và nữ” Khi đó $\bar{A}$ “Trong 3 em làm nhóm trưởng chỉ có nam hoặc nữ”	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố $\bar{A}$ là: $C_6^1 \cdot C_5^1 \cdot C_4^1 + C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot C_6^1 = 240$ Xác suất biến cố $\bar{A}$ là $P(\bar{A}) = \frac{240}{1000} = 0,24$ Suy ra xác suất biến cố A là: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,24 = 0,76$	0,25
7 (1,0đ)	 Gọi H, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AB Ta có $B'H \perp (ABC)$ và $HN \perp AB$. Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) là $\widehat{B'NH} = 60^\circ$.	0,25
	ΔABC vuông tại A , có $AB = 3a, BC = 5a$. Suy ra $AC = 4a \Rightarrow HN = 2a$ $\Delta B'HN$ vuông tại H có $\widehat{B'NH} = 60^\circ, HN = 2a$. Suy ra	0,25

	$\tan \widehat{B'NH} = \frac{B'H}{HN} = \sqrt{3} \Rightarrow B'H = 2a\sqrt{3}$ Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = B'H.S_{ABC} = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{3a \cdot 4a}{2} = 12\sqrt{3}a^3$ (đvtt)	
	Gọi E là giao điểm của $B'H$ và CC' nên H là trung điểm của $B'E$, Gọi M là trung điểm của AC, F là hình chiếu của H lên ME Ta có: $HF \perp ME$ (1) $AC \perp MH; AC \perp B'H \Rightarrow AC \perp HF$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $HF \perp (ACC'A') \Rightarrow d(H, (ACC'A')) = HF = \frac{1}{2}d(B', (ACC'A'))$	0,25
	$HM = \frac{1}{2}AB = \frac{3a}{2}; HE = B'H = 2\sqrt{3}a$ ΔMHE vuông tại H có đường cao HF; $HF = \frac{HM \cdot HE}{\sqrt{HM^2 + HE^2}} = \frac{6a\sqrt{19}}{19}$ $d(B', (ACC'A')) = 2HF = \frac{12a\sqrt{19}}{19}$ (đvdd)	0,25
8 (1,0đ)	 Gọi H là trung điểm của DI và K là giao điểm của EI và BC Ta chứng minh $EK \perp BC$. Thật vậy ta có $EH \perp DI$, góc $\widehat{DBC} = \widehat{DAC}$ (tính chất hình thang cân) $\widehat{DAC} = \widehat{IEH}$ (góc ở tâm), suy ra $\widehat{DBC} = \widehat{IEH}$ Mặt khác $\widehat{EIH} = \widehat{BIK}$ (đối đỉnh). Do đó $\widehat{BIK} = 90^\circ \Rightarrow EK \perp BC$	0,25
	Ta có $\overrightarrow{EI} = \left(\frac{35}{8}; \frac{25}{8}\right)$, $BC: 7x + 5y - 33 = 0$ $\overrightarrow{AI} = (-1; 3)$, $AC: 3x + y - 5 = 0$ Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} BC: 7x + 5y - 33 = 0 \\ AC: 3x + y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 8)$	0,25
	$B \in BC \Rightarrow B\left(\frac{33-5b}{7}\right), b < 3$. Ta có $IA = IB = \sqrt{10}$ $\Leftrightarrow 37b^2 - 228b + 191 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 (N) \\ b = \frac{191}{37} (L) \end{cases} \Leftrightarrow B(4; 1)$	0,25

	$IC = ID = 2\sqrt{10} \Leftrightarrow \overline{DI} = 2\overline{IB}$. Suy ra $D(-5;4)$	0,25
9	Điều kiện $-1 \leq x \leq 9; x \neq 0$	
(1,0đ)	(1) $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 3x - 2\sqrt{9-x}(x+3+3\sqrt{x+1})}{x(x+3+3\sqrt{x+1})} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{(x+3)^2 - 9(x+1) - 2\sqrt{9-x}(x+3+3\sqrt{x+1})}{x(x+3+3\sqrt{x+1})} \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{(x+3+3\sqrt{x+1})(x+3-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x})}{x(x+3+3\sqrt{x+1})} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{x+3-3\sqrt{x+1}-2\sqrt{9-x}}{x} \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+1}(\sqrt{x+1}-3)+2(1-\sqrt{9-x})}{x} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{x-8}{x} \left(\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}+3} + \frac{2}{1+\sqrt{9-x}} \right) \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{x-8}{x} \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 8$ Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là: $0 < x \leq 8$	0,25
10	Áp dụng BDT Côsi	0,25
(1,0đ)	$\frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} \geq \frac{a^2}{(b+c)^2 + \frac{5}{4}(b+c)^2} = \frac{4a^2}{9(b+c)^2}$ Tương tự $\frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} \geq \frac{4b^2}{9(c+a)^2}$ $\frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} + \frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} \geq \frac{4}{9} \left(\frac{a^2}{(b+c)^2} + \frac{b^2}{(c+a)^2} \right) \geq \frac{2}{9} \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} \right)^2$	
	$= \frac{2}{9} \left(\frac{a^2 + b^2 + c(a+b)}{ab + c(a+b) + c^2} \right)^2 \geq \frac{2}{9} \left(\frac{\frac{(a+b)^2}{2} + c(a+b)}{\frac{(a+b)^2}{4} + c(a+b) + c^2} \right)^2$ $= \frac{2}{9} \left(\frac{2(a+b)^2 + 4c(a+b)}{(a+b)^2 + 4c(a+b) + 4c^2} \right)^2$	0,25
	Vì $a+b+c=1 \Leftrightarrow a+b=1-c$ nên ta có	0,25

$P \geq \frac{2}{9} \left(\frac{2(1-c)^2 + 4c(1-c)}{(1-c)^2 + 4c(1-c) + 4c^2} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2 = \frac{8}{9} \left(1 - \frac{2}{c+1} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2 \quad (1)$													
Xét hàm số $f(c) = \frac{8}{9} \left(1 - \frac{2}{c+1} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2, \quad c \in (0;1)$ $f'(c) = \frac{16}{9} \left(1 - \frac{2}{c+1} \right) \cdot \frac{2}{(c+1)^2} - \frac{3}{2}(c-1)$ $f'(c) = 0 \Leftrightarrow c = \frac{1}{3}$	0,25												
Bảng biến thiên <table><tr><td>c</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>1</td></tr><tr><td>$f'(c)$</td><td>–</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(c)$</td><td colspan="3"></td></tr></table>		c	0	$\frac{1}{3}$	1	$f'(c)$	–	0	+	$f(c)$			
c	0	$\frac{1}{3}$	1										
$f'(c)$	–	0	+										
$f(c)$													
Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(c) \geq -\frac{1}{9}, \quad \text{mọi } c \in (0;1) \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $P \geq -\frac{1}{9},$ dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{3}$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{1}{9},$													

Hết./.