

Mục lục

1	Phép dời hình và phép đồng dạng	3
1.1	PHÉP TỊNH TIẾN	3
1.1.1	Tóm tắt lí thuyết	3
1.1.2	Các dạng toán và ví dụ mẫu	4
	Dạng 1. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường thẳng d qua một phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.	4
	Dạng 2. Tìm tạo ảnh của đường thẳng d qua một phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.	5
	Dạng 3. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua một phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.	5
	Dạng 4. Tìm tạo ảnh của đường tròn (C') qua một phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.	5
	Dạng 5. Tìm ảnh của một đường cong (P) qua một phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (a; b)$.	5
	Dạng 6. Tìm tạo ảnh của một đường cong (P) qua một phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (a; b)$.	6
	Dạng 7. Xác định véc-tơ tịnh tiến	6
	Dạng 8. Ứng dụng phép tịnh tiến vào các bài toán hình học sơ cấp	6
	Dạng 9. Các bài toán thực tế	6
1.1.3	Bài tập trắc nghiệm	7
1.2	PHÉP QUAY	17
1.2.1	Tóm tắt lí thuyết	17
1.2.2	Các dạng bài tập tự luận	18
	Dạng 1. Cho trước hình (H) . Tìm ảnh của điểm, đoạn thẳng, tam giác, ... liên quan đến hình (H) qua phép quay cho trước.	18
	Dạng 2. Tìm ảnh, tạo ảnh của điểm qua phép quay $Q_{(I, \alpha)}$, với $I(a; b)$.	19
	Dạng 3. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường thẳng qua phép quay $Q_{(I, \alpha)}$, với $I(a; b)$.	19
	Dạng 4. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường tròn qua phép quay $Q_{(I, \alpha)}$, với $I(a; b)$.	20
	Dạng 5. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường cong (H) bất kì (khác dạng 3, 4) qua phép quay $Q_{(I, \alpha)}$, với $I(a; b)$.	21
	Dạng 6. Ứng dụng phép quay để chứng minh các tính chất hình học.	21
	Dạng 7. Ứng dụng phép quay để tìm quỹ tích của điểm	22
	Dạng 8. Các bài toán thực tế	22
1.2.3	Các dạng bài tập trắc nghiệm	25
	Dạng 9. củng cố định nghĩa và tính chất	25
	Dạng 10. Cho trước hình (H) . Tìm các phép quay biến hình (H) thành chính nó.	26
	Dạng 11. Cho trước hình (H) . Tìm ảnh của điểm, đoạn thẳng, tam giác, ... liên quan đến hình (H) qua phép quay cho trước	26
1.3	PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU	33
1.3.1	Tóm tắt lí thuyết	33
1.3.2	Các dạng toán tự luận	33
	Dạng 1. Phân biệt phép biến hình và phép dời hình.	33
	Dạng 2. Tìm ảnh, tạo ảnh của một điểm qua một phép dời hình	34
	Dạng 3. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường thẳng qua một phép dời hình.	35
	Dạng 4. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường tròn qua một phép dời hình.	35

Dạng 5. Tìm ảnh, tạo ảnh của một đường cong bất kỳ qua một phép dời hình.	36
Dạng 6. Sử dụng định nghĩa và các tính chất của phép dời hình để chứng minh các bài toán hình học.	37
Dạng 7. Bài toán quỹ tích – dựng hình	37
Dạng 8. Bài toán min – max	39
1.3.3 Bài tập tự luận	39
1.3.4 Đề kiểm tra tự luận	41
1.3.5 Các dạng toán trắc nghiệm	42
Dạng 9. Phân biệt phép biến hình và phép dời hình	42
Dạng 10. Tìm ảnh và tạo ảnh của một điểm qua một phép dời hình	43
Dạng 11. Tìm ảnh của một đường thẳng qua một phép dời hình	43
Dạng 12. Tìm ảnh, tạo ảnh của hình (H) qua một phép dời hình	44
1.3.6 Bài tập trắc nghiệm	44
1.3.7 Đề kiểm tra trắc nghiệm	48
1.4 PHÉP VỊ TỰ	53
1.4.1 Tóm tắt lý thuyết	53
1.4.2 CÁC DẠNG BÀI TẬP	54
Dạng 1. Tìm ảnh, tạo ảnh của một điểm qua một phép vị tự	54
Dạng 2. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường thẳng qua một phép vị tự	54
Dạng 3. Tìm ảnh, tạo ảnh của một đường tròn qua phép vị tự	54
Dạng 4. Tìm ảnh, tạo ảnh của một đường cong (khác các dạng trên) qua một phép vị tự	55
Dạng 5. Tìm quỹ tích điểm dựa vào phép vị tự	55
Dạng 6. Dựng hình dựa vào phép vị tự	56
Dạng 7. Chứng minh tính chất hình học của hình	56
Dạng 8. Xác định tâm vị tự của hai đường tròn	57
1.4.3 BÀI TẬP KIỂM TRA 45 PHÚT	57
1.4.4 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	57
1.4.5 BÀI TẬP TỰ LUYỆN	60
1.5 PHÉP ĐỒNG DẠNG	64
1.5.1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT	64
1.5.2 CÁC DẠNG BÀI TẬP TỰ LUẬN	64
Dạng 1. Xác định ảnh của một hình qua một phép đồng dạng	65
Dạng 2. Xác định ảnh của một hình qua một phép đồng dạng	65
1.5.3 Các dạng toán	65
Dạng 3. Vận dụng lý thuyết	65
Dạng 4. Phương pháp tọa độ.	66
Dạng 5. Nhận dạng phép đồng dạng, nhận dạng hình	66
1.5.4 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	67

Chương 1

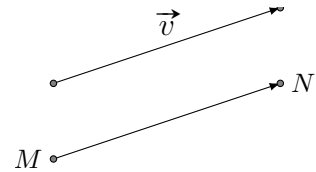
Phép dời hình và phép đồng dạng

1.1 PHÉP TỊNH TIẾN

1.1.1 Tóm tắt lí thuyết

Định nghĩa 1.

Trong mặt phẳng cho véc-tơ $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.

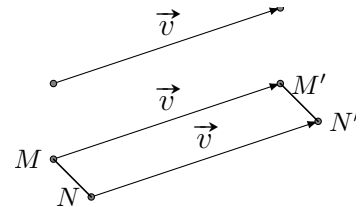


Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ thường được kí hiệu là $T_{\vec{v}}$, $\vec{v}$ được gọi là véc-tơ tịnh tiến. Như vậy, $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

Phép tịnh tiến theo véc-tơ - không chính là phép đồng nhất. (Biến mỗi điểm thành chính nó).

Tính chất 1.

Biến một véc-tơ thành véc-tơ bằng nó. Nếu $T_{\vec{v}}(M) = M'$, $T_{\vec{v}}(N) = N'$ thì $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$. Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó $M'N' = MN$.

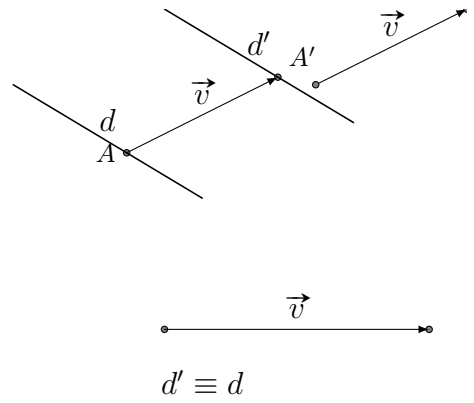


Tính chất 2. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Dựng ảnh đường thẳng d qua $T_{\vec{v}}$.

- Lấy trên d một điểm A .
- Dựng A' là ảnh của A .
- Qua A' dựng đường thẳng cùng phương với d .

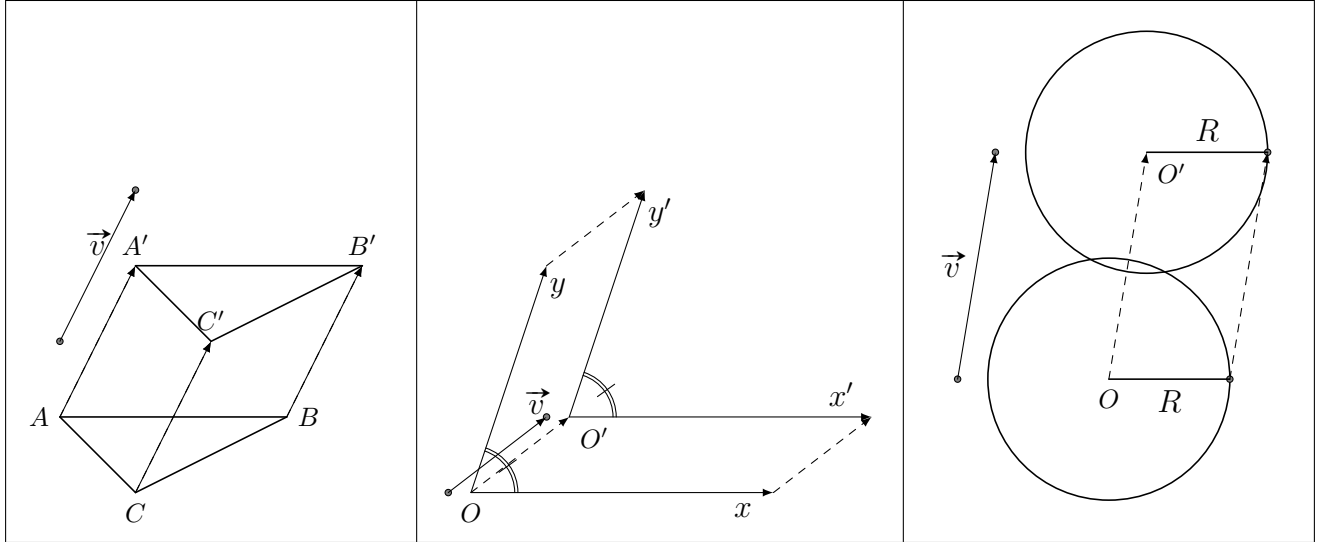
Đặc biệt: $d' \equiv d$ khi và chỉ khi $\vec{v}$ cùng phương với véc-tơ chỉ phương của d (hay $\vec{v}$ có giá song song hoặc trùng với d).



Tính chất 3.

- Biến tam giác thành tam giác bằng nó.

- Biến một góc thành một góc có số đo bằng nó.
- Biến một đường tròn thành một đường tròn có bán kính bằng nó. Cách dựng ảnh của đường tròn
 - Xác định tâm O và bán kính R của (C) .
 - Tìm ảnh O' của O .
 - Dựng (C') có tâm O' và có bán kính $R' = R$.



Tính chất 4. Nếu M' là ảnh của M qua $T_{\vec{v}}$ thì ngược lại M là ảnh của M' qua phép tịnh tiến theo $-\vec{v}$.

Tính chất 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véc-tơ $\vec{v} = (a; b)$. Với mỗi điểm $M(x; y)$ ta có $M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$. Khi đó

$$\overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b. \end{cases}$$

(Tọa độ ảnh = tọa độ điểm + tọa độ véc-tơ tịnh tiến).

1.1.2 Các dạng toán và ví dụ mẫu

Dạng 1. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường thẳng d qua một phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.

Phương pháp

- Lấy M trên d .
- Tìm ảnh M' của M .
- d' là đường thẳng qua M' và song song hoặc trùng d .

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho véc-tơ $\vec{v} = (1; -5)$, đường thẳng $d: 3x + 4y - 4 = 0$ Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.

Dạng 2. Tìm tạo ảnh của đường thẳng d qua một phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$

- Lấy M' trên d' .
- Tìm M sao cho M' là ảnh của M .
- Vậy d' là đường thẳng qua M và song song hoặc trùng d .

Ví dụ 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 1)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , biết d' phương trình $x - 2y = 0$. Viết phương trình d .

Dạng 3. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua một phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$

Phương pháp

- Tìm tâm I và bán kính R' của đường tròn (C) .
- Tìm ảnh I' của I qua phép tịnh tiến này.
- Đường tròn (C') là ảnh của (C) là đường tròn có tâm I' và bán kính $R' = R$.

Ví dụ 3. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (2; -3)$.

Dạng 4. Tìm tạo ảnh của đường tròn (C') qua một phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$

Phương pháp

- Tìm tâm I' và bán kính R' của đường tròn (C') .
- Tìm I sao cho I' là ảnh của I qua phép tịnh tiến này.
- Đường tròn (C) là đường tròn có tâm I và bán kính $R = R'$.

Ví dụ 4. Cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. Viết phương trình đường tròn (C') sao cho (C) là ảnh của (C') qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (2; 3)$.

Dạng 5. Tìm ảnh của một đường cong (P) qua một phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (a; b)$

Phương pháp

- Xét $A(x; y) \in (P)$, ảnh của A là $A'(x'; y')$, ta có $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - a \\ y = y' - b \end{cases}$.
- Do $A(x; y) \in (P)$ nên x, y thỏa mãn phương trình (P) .

- Thay x, y bởi $x'; y'$ ở hệ thức trên ta được một đẳng thức theo $x'; y'$.
- $A'(x'; y')$ thỏa mãn phương trình này nên $A'(x'; y')$ thuộc đường cong (P') .

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho parabol $(P): y = -x^2 + 2x + 1$. Viết phương trình ảnh của (P) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (0; 1)$.

Dạng 6. Tìm tạo ảnh của một đường cong (P) qua một phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (a; b)$

Phương pháp

- Xét $A(x; y) \in (P)$, điểm $A'(x'; y')$ là tạo ảnh của A . Khi đó ta có
$$\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b. \end{cases}$$
- Do $A(x; y) \in (P)$ nên x, y thỏa mãn phương trình (P) .
- Thay x, y bởi x', y' ở hệ thức trên ta được một đẳng thức theo x', y' .
- $A'(x'; y')$ thỏa mãn phương trình này nên $A'(x'; y')$ thuộc đường cong (P') .

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho parabol $(P): y = -x^2 + 2x + 1$. Viết phương trình (P') sao cho qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (1; 1)$ thì (P) là ảnh của (P') .

Dạng 7. Xác định véc-tơ tịnh tiến

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai parabol $(P): y = x^2$ và $(Q): y = x^2 + 2x + 2$. Tìm phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến (Q) thành (P) .

Dạng 8. Ứng dụng phép tịnh tiến vào các bài toán hình học sơ cấp

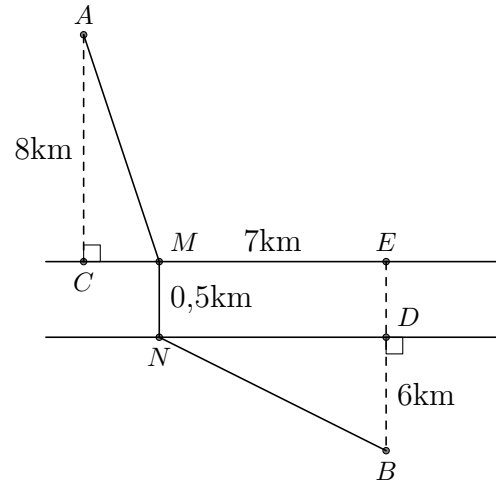
Ví dụ 8. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 72. Gọi A_1, B_1, C_1 là các trung điểm của ba cạnh BC, CA, AB . Gọi I_1, I_2, I_3 tương ứng là các tâm đường tròn nội tiếp của ba tam giác $AB_1C_1, BC_1A_1, CA_1B_1$. Tính diện tích tam giác $\Delta I_1I_2I_3$.

Ví dụ 9. Cho tam giác ABC . Cho hai điểm D, E lần lượt di động trên tia đối của các tia BA, CA sao cho $BD = EC$. Tìm tập hợp trung điểm của DE .

Dạng 9. Các bài toán thực tế

Ví dụ 10.

Hai thị trấn A, B nằm ở hai phía một con sông như hình bên. Người ta muốn dựng một cầu, MN vuông góc với hai bờ sông và 2 đường cao tốc AM, BN . Vị trí M trên bờ sông để tổng độ dài hai đoạn cao tốc AM, BN nhỏ nhất. Biết $CE = 7$ km, $MN = 0,5$ km, $DB = 6$ km. Tính CM .

**1.1.3 Bài tập trắc nghiệm**

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ biến

- A. điểm P thành điểm N . B. điểm N thành điểm P .
C. điểm M thành điểm B . D. điểm M thành điểm N .

Câu 2. Cho tam giác có trọng tâm G . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $T_{\frac{3}{2}\overrightarrow{DG}}(FE) = BC$. B. $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}}(EF) = EF$.
C. $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}}(FD) = AC$. D. $T_{2\overrightarrow{DG}}(AG) = GD$.

Câu 3. Ảnh của điểm $M(0; 1)$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (1; 2)$ là điểm nào?

- A. $M'(2; 3)$. B. $M'(1; 3)$. C. $M'(1; 1)$. D. $M'(-1; -1)$.

Câu 4. Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm $A(1; 3)$ thành điểm $A'(1; 7)$. Tìm tọa độ của véc-tơ tịnh tiến $\vec{v}$?

- A. $\vec{v} = (0; -4)$. B. $\vec{v} = (4; 0)$. C. $\vec{v} = (0; 4)$. D. $\vec{v} = (0; 5)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 2 = 0$. Ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (2; 3)$ có phương trình là

- A. $x - 2y + 6 = 0$. B. $x + 2y + 2 = 0$. C. $2x - y + 2 = 0$. D. $2x + y + 2 = 0$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến biến đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$ thành đường thẳng $d': x + y - 1 = 0$ theo véc-tơ cùng phương với véc-tơ $\vec{i}$. Hãy tìm véc-tơ tịnh tiến

- A. $\vec{v} = (2; 0)$. B. $\vec{v} = (0; 2)$. C. $\vec{v} = (0; -2)$. D. $\vec{v} = (-2; 0)$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}(2; -3)$ biến đường thẳng $d: 2x + 3y - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình:

- A. $d': 3x + 2y - 1 = 0$. B. $d': 2x + 3y + 4 = 0$.
C. $d': 3x + 2y + 1 = 0$. D. $d': 2x + 3y + 1 = 0$.

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ, phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}(3; 1)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' , biết $d': x - 2y = 0$. Khi đó d có phương trình là

- A. $x - 2y - 1 = 0$. B. $x - 2y + 1 = 0$. C. $x + 2y - 1 = 0$. D. $x + 2y + 1 = 0$.

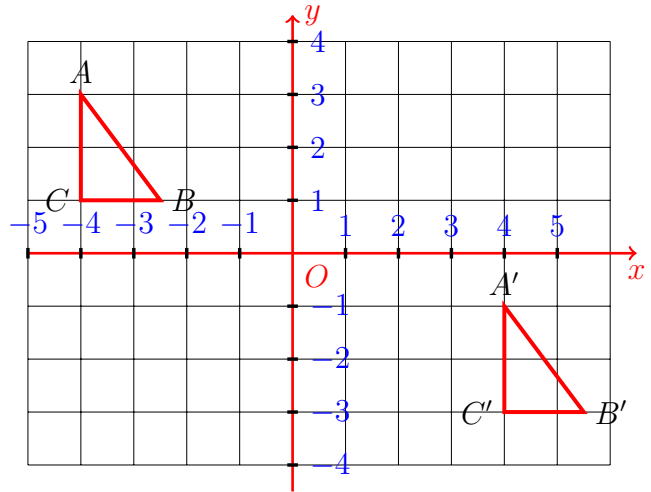
Câu 9. Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm $A(1; 3)$ thành điểm $A'(1; 7)$. Tìm tọa độ của véc-tơ tịnh tiến $\vec{v}$?

- A. $\vec{v} = (0; -4)$. B. $\vec{v} = (4; 0)$. C. $\vec{v} = (0; 4)$. D. $\vec{v} = (0; 5)$.

Câu 10.

Cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{v}$ biết rằng qua $T_{\vec{v}}$ thì $\triangle A'B'C'$ là ảnh của $\triangle ABC$.

- A. $\vec{v} = (8; -4)$. B. $\vec{v} = (-8; 4)$.
C. $\vec{v} = (8; -3)$. D. $\vec{v} = (8; 3)$.



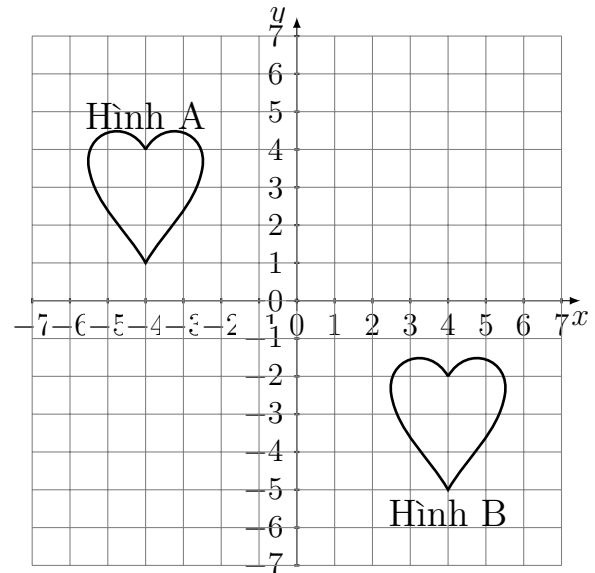
Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (a; b)$ biến đường thẳng $d_1: x + y = 0$ thành $d'_1: x + y - 4 = 0$ và $d_2: x - y + 2 = 0$ thành $d'_2: x - y - 8 = 0$. Tính $m = a + b$

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = 5$. D. $m = -5$.

Câu 12.

Cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{v}$ biết rằng qua $T_{\vec{v}}$ thì hình B là ảnh của hình A.

- A. $\vec{v} = (8; -6)$. B. $\vec{v} = (-8; 6)$.
C. $\vec{v} = (8; -4)$. D. $\vec{v} = (8; 4)$.



Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-3; 1)$ biến parabol $(P): y = -x^2 + 1$ thành parabol $(P'): y = ax^2 + bx + c$. Tính $M = b + c - a$.

- A. $M = -1$. B. $M = 2$. C. $M = 11$. D. $M = -12$.

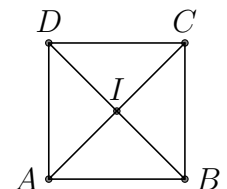
Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đồ thị hàm số $y = \tan x$. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đồ thị đó thành chính nó?

- A. Chỉ có hai phép. B. Có một phép duy nhất.
C. Không có phép nào. D. Có vô số phép.

Câu 15.

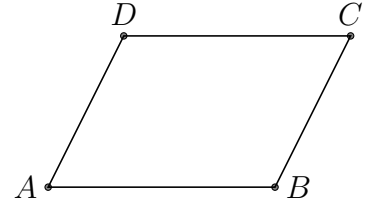
Cho hình vuông $ABCD$ có tâm I . Ta có

- A. $T_{\vec{AI}}(I) = B$. B. $T_{\vec{AI}}(I) = D$.
C. $T_{\vec{AI}}(I) = C$. D. $T_{\vec{AI}}(I) = A$.

**Câu 16.**

Cho hình bình hành $ABCD$. Phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{BA}}$ biến:

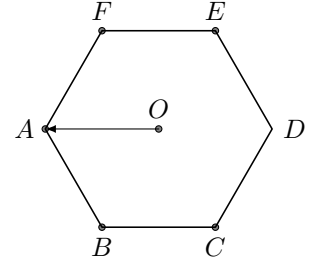
- A. B thành C . B. C thành D .
C. C thành B . D. A thành D .



Câu 17.

Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O , đặt $\vec{v} = \overrightarrow{OA}$. Qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ thì:

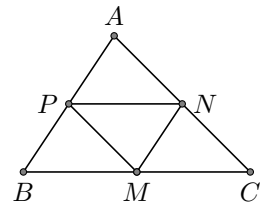
- A. $B \mapsto C$. B. $C \mapsto D$. C. $D \mapsto E$. D. $E \mapsto F$.



Câu 18.

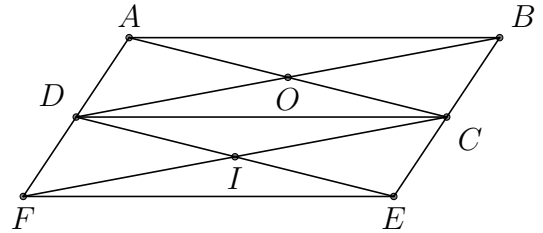
Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ biến

- A. điểm P thành điểm N . B. điểm N thành điểm P .
C. điểm M thành điểm B . D. điểm M thành điểm N .



Câu 19.

Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Gọi E là điểm đối xứng của B qua C ; F là điểm đối xứng của A qua D ; I là tâm của hình bình hành $CDFE$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**



- A. Tam giác IEC là ảnh của tam giác OCB qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{CE}$.
B. Tam giác IEF là ảnh của tam giác OAB qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{BC}$.
C. Tam giác IEF là ảnh của tam giác OCD qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{CE}$.
D. Tam giác IDF là ảnh của tam giác OAD qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{BC}$.

Câu 20. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến M thành M' thì $\vec{v} = \overrightarrow{MM'}$.
B. Phép tịnh tiến là phép đồng nhất khi véc-tơ tịnh tiến là $\vec{0}$.
C. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến M thành M' và N thành N' thì tứ giác $MNM'N'$ là hình bình hành.
D. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến đường tròn $(O; R)$ thành đường tròn $(O; R)$.

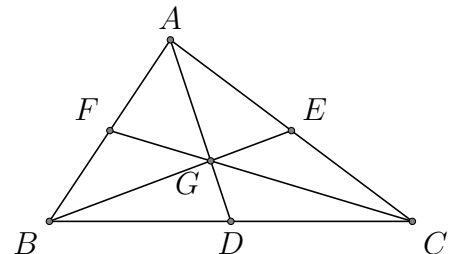
Câu 21. Cho P, Q cố định. Phép biến hình F biến điểm M bất kì thành M_2 sao cho $\overrightarrow{MM_2} = 2\overrightarrow{PQ}$. Lúc đó F là:

- A. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{PQ}$. B. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{MM_2}$.
C. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $2\overrightarrow{PQ}$. D. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}$.

Câu 22.

Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}}(F) = E$. B. $T_{\overrightarrow{DE}}(B) = F$.
C. $T_{2\overrightarrow{DG}}(A) = G$. D. $T_{\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}}(D) = G$.



Câu 23. Qua phép tịnh tiến véc-tơ $\vec{u}$, đường thẳng d có ảnh là đường thẳng d' . Mệnh đề nào đúng.

- A. d' trùng với d khi và chỉ khi d song song với giá $\vec{u}$.
- B. d' trùng với d khi d vuông góc với giá $\vec{u}$.
- C. d' trùng với d khi d cắt đường thẳng chứa $\vec{u}$.
- D. d' trùng với d khi d song song hoặc d trùng với giá $\vec{u}$.

Câu 24. Cho đường tròn $(O; R)$. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến $(O; R)$ thành đường tròn $(O'; R)$

- A. Không có phép nào.
- B. Có một phép duy nhất.
- C. Chỉ có hai phép.
- D. Có vô số phép.

Câu 25. Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng cho trước thành chính nó?

- A. Không có.
- B. Một.
- C. Hai.
- D. Vô số.

Câu 26. Cho bốn đường thẳng a, b, a', b' trong đó $a \parallel a', b \parallel b', a$ cắt b . Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến a và b lần lượt thành a' và b' ?

- A. Không có phép tịnh tiến nào.
- B. Có duy nhất một phép tịnh tiến.
- C. Chỉ có hai phép tịnh tiến.
- D. Có vô số phép tịnh tiến.

Câu 27. Cho đường tròn (C) có tâm I và bán kính R , (C') là ảnh của (C) qua $T_{\vec{v}}$. Chọn mệnh đề **sai**

- A. Bán kính của (C') là $R' = R$.
- B. Tâm của (C') là I' thỏa $\overrightarrow{II'} = \vec{v}$.
- C. Tâm của (C') là I' thỏa $\overrightarrow{I'I} = -\vec{v}$.
- D. Tâm của (C') là I' thỏa $\overrightarrow{II'} = -\vec{v}$.

Câu 28. Cho hình bình hành $ABCD$. Phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}$ biến điểm A thành điểm

- A. A' đối xứng với A qua C .
- B. A' đối xứng với D qua C .
- C. O là giao điểm của AC và BD .
- D. C .

Câu 29. Trong mặt phẳng Oxy cho 2 điểm $A(1; 6)$, $B(-1; -4)$. Gọi C, D lần lượt là ảnh của A và B qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 5)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $ABCD$ là hình thang.
- B. $ABCD$ là hình bình hành.
- C. $ABDC$ là hình bình hành.
- D. Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Câu 30. Cho đường thẳng a cắt hai đường thẳng song song b và b' . Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến đường thẳng a thành chính nó và biến đường thẳng b thành đường thẳng b' ?

- A. Không có phép tịnh tiến nào.
- B. Có một phép tịnh tiến duy nhất.
- C. Chỉ có hai phép tịnh tiến.
- D. Có vô số phép tịnh tiến.

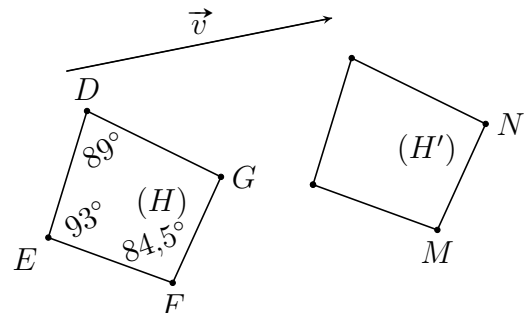
Câu 31. Cho đường tròn (C) có tâm O và đường kính AB . Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm A . Phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$ biến Δ thành:

- A. Đường kính của (C) song song với Δ .
- B. Tiếp tuyến của (C) tại điểm B .
- C. Tiếp tuyến của (C) song song với AB .
- D. Cả 3 đường trên đều không phải.

Câu 32.

Cho hình (H) là tứ giác $DEFG$. Hình (H') là ảnh của hình (H) qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ như hình bên. Tính góc trong N của hình (H') .

- A. $\widehat{N} = 93,5^\circ$.
- B. $\widehat{N} = 92,5^\circ$.
- C. $\widehat{N} = 84,5^\circ$.
- D. $\widehat{N} = 93^\circ$.



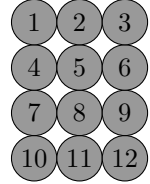
Câu 33. Biết đa giác $DEFG$ biến thành đa giác $D'E'F'G'$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (3; -7)$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (3; -7)$.
 B. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (7; -3)$.
 C. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (-7; 3)$.
 D. $T_{\vec{u}}(D'E'F'G') = DEFG$ với $\vec{u} = (-3; 7)$.

Câu 34.

Có 12 tấm hình tròn như nhau được xếp theo hình bên. Sau một phép tịnh tiến, hình 1 biến thành hình 8. Hỏi ảnh của hình 5 là hình nào?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 9.



Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$ và $\vec{v}_1 = (2; 3)$; $\vec{v}_2 = (2; 1)$; $\vec{v}_3 = (4; 2)$; $\vec{v}_4 = (-6; 3)$. Trong các phép tịnh tiến $T_{\vec{v}_1}$; $T_{\vec{v}_2}$; $T_{\vec{v}_3}$; $T_{\vec{v}_4}$ có bao nhiêu phép biến d thành chính nó.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của điểm $M(0; 1)$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (1; 2)$ là điểm nào?

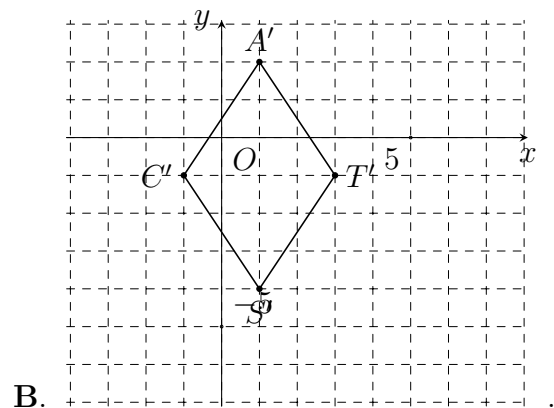
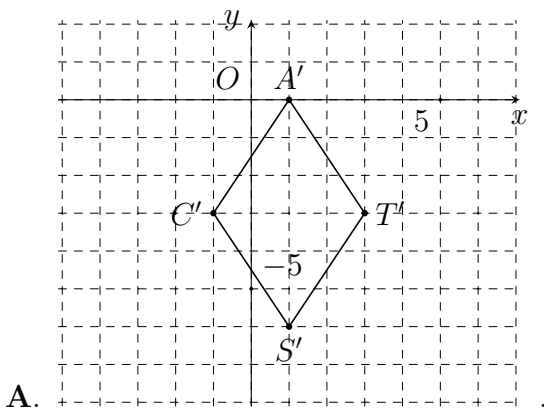
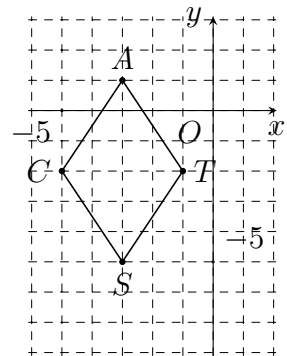
- A. $M'(2; 3)$. B. $M'(1; 3)$. C. $M'(1; 1)$. D. $M'(-1; -1)$.

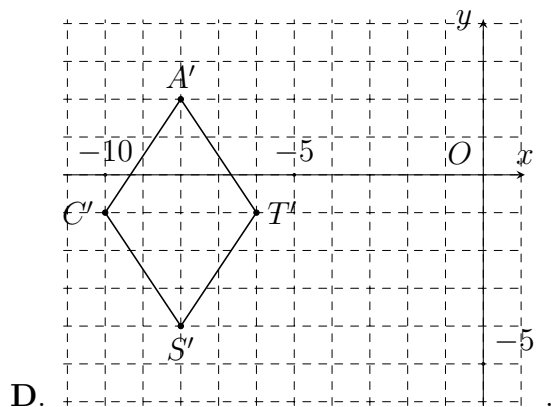
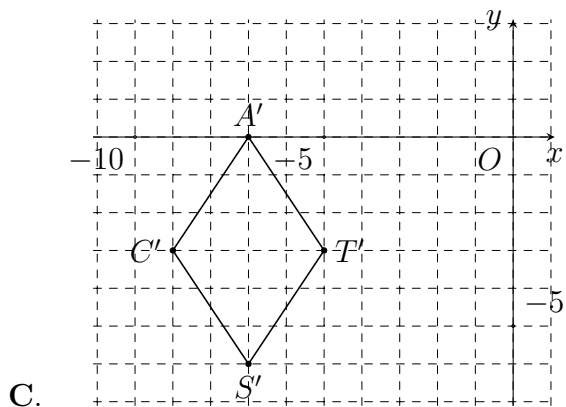
Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm $A(1; 3)$ thành điểm $A'(1; 7)$. Tìm tọa độ của véc-tơ tịnh tiến $\vec{v}$?

- A. $\vec{v} = (0; -4)$. B. $\vec{v} = (4; 0)$. C. $\vec{v} = (0; 4)$. D. $\vec{v} = (0; 5)$.

Câu 38.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thoi $ABCD$ như hình vẽ. Ảnh của hình thoi $ABCD$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (-4; 1)$ là hình thoi $A'B'C'D'$ ở hình nào dưới đây:





Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 1)$ biến điểm $A(0; 2)$ thành A' và biến điểm $B(-2; 1)$ thành B' , khi đó:

- A. $A'B' = \sqrt{5}$. B. $A'B' = \sqrt{10}$. C. $A'B' = \sqrt{11}$. D. $A'B' = \sqrt{12}$.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(2; 4)$, $B(5; 1)$, $C(-1; -2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{BC}}$ biến $\triangle ABC$ thành $\triangle A'B'C'$. Tọa độ trọng tâm của $\triangle A'B'C'$ là:

- A. $(-4; 2)$. B. $(-4; -2)$. C. $(4; -2)$. D. $(4; 2)$.

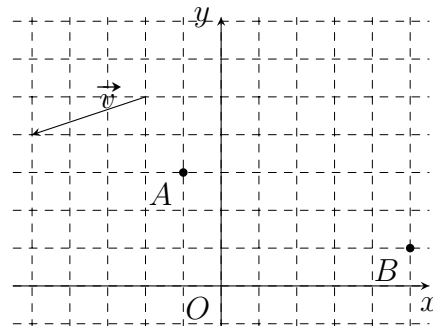
Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết $M'(-3; 0)$ là ảnh của $M(1; -2)$ qua $T_{\vec{u}}$, $M''(2; 3)$ là ảnh của M' qua $T_{\vec{v}}$. Tọa độ $\vec{u} + \vec{v} = ?$

- A. $(3; -1)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-2; -2)$. D. $(1; 5)$.

Câu 42.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm tọa độ của A' , B' là ảnh của A , B qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.

- A. $A'(-4; 1)$, $B'(2; 0)$. B. $A'(-4; 2)$, $B'(2; 0)$.
C. $A'(-1; 2)$, $B'(0; 2)$. D. $A'(2; 2)$, $B'(0; 2)$.



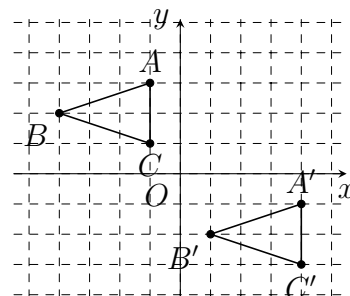
Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , nếu phép tịnh tiến biến điểm $A(3; 2)$ thành điểm $A'(2; 3)$ thì nó biến điểm $B(2; 5)$ thành

- A. Điểm $B'(5; 5)$. B. Điểm $B'(5; 2)$. C. Điểm $B'(1; 1)$. D. Điểm $B'(1; 6)$.

Câu 44.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm công thức phép dời hình f biến $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ sao cho qua f tam giác ABC biến thành tam giác $A'B'C'$.

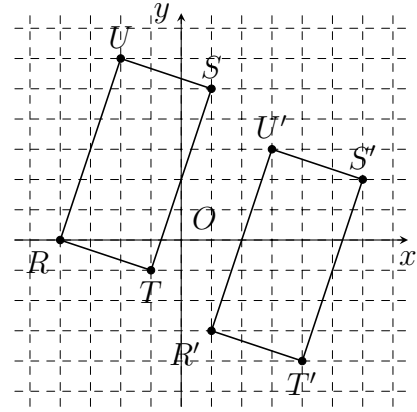
- A. $\begin{cases} x' = x + 5 \\ y' = y - 4 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x' = x - 5 \\ y' = y + 4 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x' = -x + 7 \\ y' = y - 4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x' = x + 5 \\ y' = -y - 4 \end{cases}$.



Câu 45.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , công thức nào sau đây mô tả phép dời hình biến $USTR$ thành $U'S'T'R'$.

- A. $\begin{cases} x' = x + 5 \\ y' = y - 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x' = x - 5 \\ y' = y + 3 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y - 5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 5 \end{cases}$



Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; 1)$ là đường tròn có phương trình

- A. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$. B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$.
 C. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$. D. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (-2; 2)$ là

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$.
 C. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 9$.

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho véc-tơ $\vec{v} = (3; 3)$ và $A(2; 2)$, $B(0; -6)$. Ảnh của đường tròn đường kính AB qua $T_{\vec{v}}$ là

- A. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 17$. B. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 68$.
 C. $(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 17$. D. $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$.

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ và $(C''): x^2 + y^2 + 2x - 8y + 7 = 0$. Tìm véc-tơ $\vec{v}$ để qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ thì (C) biến thành (C') .

- A. $\vec{v} = (-2; 2)$. B. Không tồn tại véc-tơ $\vec{v}$.
 C. $\vec{v} = (2; -2)$. D. $\vec{v} = (-1; 2)$.

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; -2)$, đường thẳng $d: 4x + 3y - 8 = 0$. Phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (1; -3)$ biến đường tròn tâm A và tiếp xúc với d thành đường tròn có phương trình

- A. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 4$. B. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 100$.
 C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 6$. D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ trong đó $A(-1; 1)$, $C(3; 5)$. Viết phương trình ảnh của đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.

- A. $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$. B. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$.
 C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 8$. D. $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 16$.

Câu 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (-4; 2)$ và ba điểm $A(2; -1)$, $B(1; 1)$, $C(-1; 2)$. Viết phương trình Δ là ảnh của đường cao đỉnh A của tam giác ABC qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

- A. $\Delta: 2x - y + 5 = 0$. B. $\Delta: x - 2y - 9 = 0$.
 C. $\Delta: 2x + y - 15 = 0$. D. $\Delta: 2x - y - 15 = 0$.

Câu 53. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x + 3y - 5 = 0$. Gọi d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (-2; 7)$. Tìm tọa độ giao điểm A của d' và Oy .

- A. $A(0; 2)$. B. $A(4; 1)$. C. $A(0; 8)$. D. $A(-1; 4)$.

Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (1; -3)$ và hai điểm $A(-1; 1)$, $B(2; 3)$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng AB qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$.

A. $d': 2x + 3y - 6 = 0$.

B. $d': 2x - 3y - 6 = 0$.

C. $d': 2x - 3y + 6 = 0$.

D. $d': 3x - 2y = 0$.

Câu 55. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (-2; -1)$ biến parabol $(P): y = x^2$ thành parabol (P') có phương trình

A. $y = x^2 + 4x - 5$. B. $y = x^2 + 4x + 4$. C. $y = x^2 + 4x + 3$. D. $y = x^2 - 4x + 5$.

Câu 56. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3,0); B(-2,4); C(-4,5)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1;4)$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Tọa độ trọng tâm G' của tam giác $A'B'C'$ là

A. $G'(0; -7)$. B. $G'(0; 7)$. C. $G'(7; 0)$. D. $G'(-7; 0)$.

Câu 57. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , khi tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x + 1$ theo véc-tơ $\vec{v}$ ta nhận được đồ thị hàm số $y = g(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$. Khi đó véc-tơ $\vec{v}$ có tọa độ là

A. $(1; 2)$. B. $(1; -2)$. C. $(-1; -2)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 58. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - x + y - 7 = 0$. Tìm phương trình đường tròn (a) biết (C) là ảnh của (a) qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}(-2; 3)$.

A. $(a): x^2 + y^2 - x + y - 7 = 0$. B. $(a): \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{15}{2}$.

C. $(a): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 7 = 0$. D. $(a): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 7$.

Câu 59. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến biến đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$ thành đường thẳng $d': x + y - 1 = 0$ theo véc-tơ cùng phương với véc-tơ $\vec{i}$. Đó là phép tịnh tiến theo véc-tơ

A. $\vec{v} = (-2; 0)$. B. $\vec{v} = (0; 2)$. C. $\vec{v} = (0; -2)$. D. $\vec{v} = (2; 0)$.

Câu 60. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến đường thẳng $d: x + y = 0$ thành $d': x + y - 4 = 0$. Biết $\vec{v}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = (1; 1)$. $\vec{v}$ có độ dài bằng

A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 61. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (a; b)$ biến đường thẳng $d_1: x + y = 0$ thành $d'_1: x + y - 4 = 0$ và $d_2: x - y + 2 = 0$ thành $d'_2: x - y - 8 = 0$. Tính $m = a + b$.

A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = 5$. D. $m = -5$.

Câu 62. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$ và $d': x + y - 5 = 0$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u}$ biến đường thẳng d thành d' . Khi đó, độ dài bé nhất của véc-tơ $\vec{u}$ là bao nhiêu?

A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{10}$.

Câu 63. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $OABC$ với $A(-2; 1)$ và B ở trên đường thẳng $(d): 2x - y - 5 = 0$. Điểm C di động trên đường nào sau đây?

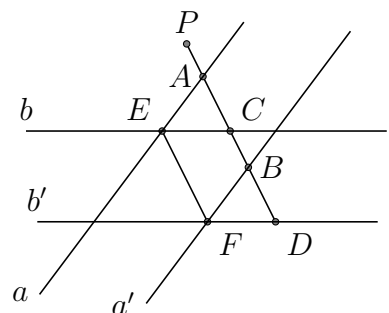
A. $(d'): 2x - y - 10 = 0$. B. $(d'): 2x - y + 2 = 0$.

C. $(d'): 2x - y = 0$. D. $(d'): x - 2y + 1 = 0$.

Câu 64.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các đường thẳng $(a): x - 2y + 3 = 0$, $(a'): x - 2y + 7 = 0$, $(b): x - y + 1 = 0$, $(b'): x - y + 4 = 0$ và điểm $P(1; 1)$. Đường thẳng $x + by + c = 0$ qua P , cắt các đường thẳng (a) , (a') , (b) , (b') tại A , B , C , D sao cho $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Tính $m = b - c$.

A. $m = 5$. B. $m = -4$. C. $m = -3$. D. $m = 4$.



Câu 65. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d: 2x+y+3=0$, $d': 2x+y-1=0$. Có bao nhiêu véc-tơ $\vec{v}$ có độ dài bằng 2 sao cho phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến d thành d' .

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d: x+y+3=0$, $d': x+y+m=0$. Biết có duy nhất một véc-tơ $\vec{v}$ có độ dài bằng $\sqrt{2}$ sao cho phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ biến d thành d' . Chọn khẳng định đúng.

- A. $m \in (4; 6) \cup (-1; 3)$. B. $m \in (4; 9)$.
C. $m \in (0; 4)$. D. $m \in (3; 6)$.

Câu 67. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\Delta: x-2y+3=0$, $d: x+2y-1=0$ và $M(1;0)$. Qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (a; b)$ thì d biến thành chính nó và ảnh của Δ đi qua $M(1;0)$. Tính $m = a + b$.

- A. $m = 1$. B. $m = -4$. C. $m = 2$. D. $m = -5$.

Câu 68. Cho đường tròn (O) , đường thẳng d và hai điểm A, B . Có thể dựng được tối đa bao nhiêu hình bình hành $ABCD$ mà C thuộc đường thẳng d còn D thuộc đường tròn (O) .

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

ĐÁP ÁN

1 A	8 B	15 C	22 C	29 D	36 B	43 D	50 A	57 A	64 A
2 A	9 C	16 B	23 D	30 B	37 C	44 A	51 A	58 B	65 C
3 B	10 A	17 D	24 B	31 B	38 D	45 A	52 A	59 D	
4 C	11 A	18 A	25 D	32 A	39 A	46 C	53 C	60 B	66 A
5 A	12 A	19 B	26 B	33 D	40 B	47 B	54 B	61 A	67 A
6 A	13 D	20 B	27 D	34 C	41 D	48 A	55 C	62 A	
7 B	14 D	21 C	28 D	35 B	42 B	49 A	56 B	63 A	68 A

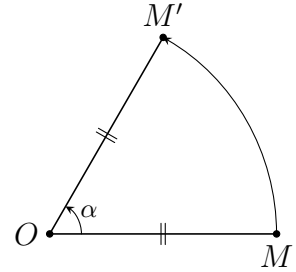
1.2 PHÉP QUAY

1.2.1 Tóm tắt lí thuyết

Định nghĩa

Định nghĩa 1.

Cho điểm O và góc lượng giác α . Phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM' = OM$ và góc lượng giác (OM, OM') bằng α được gọi là phép quay tâm O góc α .



- Điểm O được gọi là tâm quay, còn α được gọi là góc quay của phép quay đó.
- Phép quay tâm O góc α thường được kí hiệu là $Q_{(O,\alpha)}$.

$$Q_{(O,\alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ (OM, OM') = \alpha. \end{cases}$$

Nhận xét 1.

- Chiều dương của phép quay là chiều dương của đường tròn lượng giác nghĩa là chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ.
- Với k là số nguyên ta luôn có
 - +) Phép quay $Q_{(O,2k\pi)}$ là phép đồng nhất.
 - +) Phép quay $Q_{(O,(2k+1)\pi)}$ là phép đối xứng tâm O .
- Góc α là góc lượng giác.

Ví dụ 1.

- Nếu $Q_{(O,\alpha)}(d) = d'$ thì $(d, d') = \alpha$ là mệnh đề sai.
- Nếu $Q_{(O,\alpha)}(M) = M'$ thì $\widehat{MOM'} = \alpha$ là mệnh đề sai.

Tính chất

Tính chất 1. Phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ (hay phép quay là một phép dời hình).

Cụ thể: Nếu $Q_{(O,\alpha)}(A) = A'$ và $Q_{(O,\alpha)}(B) = B'$ thì $A'B' = AB$.

Tính chất 2. Phép quay biến đường thẳng thành đường thẳng, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.

Nhận xét 2. Cho đường thẳng d , $Q_{(O,\alpha)}(d) = d'$ và $k \in \mathbb{Z}$. Khi đó

- Nếu $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$ thì $d' \perp d$.
- Nếu $\alpha = k2\pi$, O tùy ý hoặc $\alpha = k\pi$, $O \in d$ thì $d' \equiv d$.
- Nếu $\alpha = \pi + k2\pi$, $O \notin d$ thì $d' \parallel d$.

$$\text{iv) Nếu } 0 < \alpha < \pi \text{ thì } (d, d') = \begin{cases} \alpha & \text{khi } 0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \pi - \alpha & \text{khi } \frac{\pi}{2} \leq \alpha < \pi. \end{cases}$$

Tính chất 3. $Q_{(O,\alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow Q_{(O,-\alpha)}(M') = M$. (Tính chất này sử dụng cho các bài toán ngược, tìm tạo ảnh).

Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(x; y)$, $M'(x'; y')$ và $Q_{(O,\alpha)}(M) = M'$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha. \end{cases}$$

Đặc biệt

$$\text{i) Nếu } \alpha = \frac{\pi}{2} \text{ thì } \begin{cases} x' = -y \\ y' = x. \end{cases}$$

$$\text{ii) Nếu } \alpha = -\frac{\pi}{2} \text{ thì } \begin{cases} x' = y \\ y' = -x. \end{cases}$$

$$\text{iii) Nếu } \alpha = \pm\pi \text{ thì } \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y. \end{cases}$$

Tổng quát. Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(x; y)$, $M'(x'; y')$, $I(a; b)$ và $Q_{(I,\alpha)}(M) = M'$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} x' - a = (x - a) \cos \alpha - (y - b) \sin \alpha \\ y' - b = (x - a) \sin \alpha + (y - b) \cos \alpha. \end{cases}$$

1.2.2 Các dạng bài tập tự luận

 **Dạng 1.** Cho trước hình (H) . Tìm ảnh của điểm, đoạn thẳng, tam giác, ... liên quan đến hình (H) qua phép quay cho trước.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bước 1. Xác định tâm quay và góc quay theo yêu cầu bài toán.

Bước 2. Áp dụng các kiến thức sau

$$\begin{aligned} \text{i) Nếu } \begin{cases} OA = OA' \\ (OA, OA') = \alpha \end{cases} & \text{ thì } Q_{(O,\alpha)}(A) = A'. \\ \text{ii) Nếu } \begin{cases} Q_{(O,\alpha)}(O) = O \\ Q_{(O,\alpha)}(A) = A' \\ Q_{(O,\alpha)}(B) = B' \end{cases} & \text{ thì } \begin{cases} Q_{(O,\alpha)}(AB) = A'B' \\ Q_{(O,\alpha)}(\triangle OAB) = \triangle OA'B'. \end{cases} \end{aligned}$$

Bước 3. Kết luận

B. VÍ DỤ ÁP DỤNG

Ví dụ 1. Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (các đỉnh ghi theo chiều ngược chiều kim đồng hồ). Xác định ảnh của cạnh CD qua phép quay $Q_{(A, -60^\circ)}$.

Ví dụ 2. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O , (các đỉnh ghi theo chiều ngược chiều kim đồng hồ). Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, DC, CB, BA . Tìm ảnh của tam giác ODN qua phép quay tâm O góc quay -90° .

Ví dụ 3. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O (các đỉnh ghi theo chiều cùng chiều kim đồng hồ). Gọi M, N lần lượt trung điểm của AB, OA . Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép tâm O góc quay 90° .

 **Dạng 2.** Tìm ảnh, tạo ảnh của điểm qua phép quay $Q_{(I, \alpha)}$, với $I(a; b)$.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Loại 1. Tìm ảnh của điểm M .

Cách 1. Dựa vào hình vẽ trong hệ trục tọa độ.

Cách 2. Dựa vào biểu thức tọa độ.

Loại 2. Tìm tạo ảnh của điểm M .

• **Chú ý.** $Q_{(I, \alpha)}(N) = M \Leftrightarrow Q_{(I, -\alpha)}(M) = N$.

B. VÍ DỤ ÁP DỤNG

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(-1; 5)$. Tìm tọa độ điểm B là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay -90° .

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; 4)$. Tìm ảnh của M qua phép quay tâm O , góc quay 30° .

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; 4)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho điểm M là ảnh của N qua phép quay tâm $I(2; 3)$, góc quay 90° .

 **Dạng 3.** Tìm ảnh, tạo ảnh của đường thẳng qua phép quay $Q_{(I, \alpha)}$, với $I(a; b)$.

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Loại 1. Tìm ảnh của đường thẳng d .

Cách 1. Dựa vào tính chất của phép quay.

Cho đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$ và $Q_{(I, \alpha)}(d) = d'$.

i) Nếu $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$) thì $d' \perp d$. Khi đó, phương trình d' có dạng

$$-Bx + Ay + m = 0.$$

ii) Nếu $\alpha = k2\pi$, I tùy ý hoặc $\alpha = k\pi$, $I \in d$ thì $d' \equiv d$.

iii) Nếu $\alpha = \pi + k2\pi$, $I \notin d$ thì $d' \parallel d$. Khi đó, phương trình d' có dạng

$$Ax + By + m = 0, m \neq C.$$

Cách 2. Dựa vào biểu thức tọa độ.

Loại 2. Tìm tạo ảnh của đường thẳng d .

• **Chú ý.** $Q_{(I,\alpha)}(\Delta) = d \Leftrightarrow Q_{(I,-\alpha)}(d) = \Delta$.

B. VÍ DỤ ÁP DỤNG

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 5x - 3y + 15 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - 5y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay 180° .

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - 5y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm $I(-1; 2)$, góc quay -180° .

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay 45° .

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - 5y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ sao cho d là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm $I(-1; 2)$, góc quay -180° .

Dạng 4. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường tròn qua phép quay $Q_{(I,\alpha)}$, với $I(a; b)$.

- Loại 1: Tìm ảnh của đường tròn (C) .

+ *Cách 1:* Dựa vào tính chất của phép quay.

Cho đường tròn $C(A; R)$ và $Q_{(I,\alpha)}((C)) = (C')$, với $C'(A'; R')$.

Khi đó: $R = R'$ và $Q_{(I,\alpha)}(A) = (A')$ (đưa về Dạng 2).

+ *Cách 2:* Dựa vào biểu thức tọa độ.

- Loại 2: Tìm tạo ảnh của đường tròn (C) .

! Chú ý:

• $Q_{(I,\alpha)}((C_1)) = (C)$ thì $Q_{(I,-\alpha)}((C)) = (C_1)$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 9$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O , góc quay 180° .

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm $A(1; -5)$, góc quay -180° .

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C) : (x - 2)^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình đường tròn (C_1) sao cho (C) là ảnh của (C_1) qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

Dạng 5. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường cong (H) bất kì (khác dạng 3, 4) qua phép quay $Q_{(I, \alpha)}$, với $I(a, b)$.

Phương pháp giải

- **Loại 1:** Tìm ảnh của đường cong (H) .
 - Bước 1: Gọi (H') là ảnh của (H) qua phép quay $Q_{(I, \alpha)}$.
 - Bước 2: Với mọi điểm $M(x, y) \in (H)$, $M'(x', y') \in (H')$ sao cho $Q_{(I, \alpha)}(M) = M'$.
 Áp dụng biểu thức tọa độ ta có $\begin{cases} x' = f(x) \\ y' = g(y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = f'(x') \\ y = g'(y') \end{cases}$ (1) (2).
 - Bước 3: Do $M(x, y) \in (H)$ nên thay (1), (2) vào phương trình (H) , biến đổi về phương trình theo x', y' .
 - Bước 4: Do $M'(x', y') \in (H')$ nên suy ra phương trình của (H') .
- **Loại 2** Tìm tạo ảnh của đường cong (H) .
 Lưu ý: $Q_{(I, \alpha)}(H_1) = (H) \Leftrightarrow Q_{(I, -\alpha)}(H) = (H_1)$.

VÍ DỤ ÁP DỤNG

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P) : y = x^2 - 2x + 3$. Tìm ảnh của parabol (P) qua phép quay tâm O , góc quay 180° .

Ví dụ 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường cong $(E) : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Viết phương trình đường cong (E_1) sao cho (E) là ảnh của (E_1) qua phép quay tâm O , góc quay -90° .

Dạng 6. Ứng dụng phép quay để chứng minh các tính chất hình học.

Ví dụ 11. Cho tam giác ABC . Dựng về phía ngoài tam giác đó các tam giác BAE và CAF vuông cân tại A . Gọi I, M, J theo thứ tự là trung điểm của EB, BC, CF . Chứng minh tam giác IMJ vuông cân

Ví dụ 12. Cho tam giác ABC . Dựng về phía ngoài tam giác đó các hình vuông $ABEF$ và $ACIK$. Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng AM vuông góc với FK và $AM = \frac{1}{2}FK$.

Ví dụ 13. Cho tứ giác lồi $ABCD$. Về phía ngoài tứ giác dựng các tam giác đều ABM và CDP . Về phía trong tứ giác, dựng hai tam giác đều BCN và ADK . Chứng minh $MNPK$ là hình bình hành.

Dạng 7. Ứng dụng phép quay để tìm quỹ tích của điểm

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bước 1. Tìm phép quay $Q_{(O, \alpha)}(M) = N$, với M là điểm thay đổi, N là điểm cần tìm quỹ tích, O là điểm cố định, góc α không đổi.

Bước 2. Tìm quỹ tích điểm M .

Bước 3. Do điểm M chạy trên đường (H) nên điểm N chạy trên đường (H') là ảnh của đường (H) qua phép quay $Q_{(O, \alpha)}$.

Bước 4. Vậy quỹ tích điểm N là đường (H') .

Chú ý một số quỹ tích cơ bản

- 1) Nếu $AM = k$, ($k > 0$ không đổi, A cố định) thì M chạy trên đường tròn (C) có tâm A , bán kính $R = k$.
- 2) Nếu $MA = MB$, (A, B cố định) thì M chạy trên đường trung trực của đoạn AB .
- 3) Nếu $\widehat{AMB} = 90^\circ$, (A, B cố định) thì M chạy trên đường tròn đường kính AB .

B. VÍ DỤ ÁP DỤNG

Ví dụ 14. Cho đường tròn (C) tâm O đường kính BC . Điểm A chạy trên đường tròn đó. Dựng về phía ngoài của tam giác ABC hình vuông $ABEF$. Tìm quỹ tích điểm E .

Ví dụ 15. Cho đường thẳng d và một điểm G không nằm trên d . Với mỗi điểm A nằm trên d ta dựng tam giác đều ABC có tâm là G . Tìm quỹ tích điểm B khi A chạy trên d .

Dạng 8. Các bài toán thực tế

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC nhọn. Tìm điểm M bên trong tam giác sao cho $MA + MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 2. Bạn Nam và bạn Minh chơi trò chơi xoay Rubic. Nam đổ Minh khi xoay tầng thứ nhất để lộ ra tầng thứ hai. Hãy xác định góc α tạo bởi giữa cạnh hình vuông tầng 1 và cạnh hình vuông tầng 2 sao cho giao của hai hình vuông đó có chu vi nhỏ nhất.

BÀI TẬP KIỂM TRA

Thời gian làm bài: 45 phút

Bài 1. Cho tam giác đều ABC có tâm O (các đỉnh ghi theo chiều kim đồng hồ). Tìm ảnh của tam giác OAB qua phép quay tâm O góc quay 120° .

Bài 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): (x - 1)^2 + y^2 = 9$.

- Tìm ảnh của d qua phép quay tâm O , góc quay -90° .
- Viết phương trình đường tròn (C_1) sao cho (C) là ảnh của đường tròn (C_1) qua phép quay tâm $B(-2; 3)$, góc quay 180° .

Bài 3. Cho tam giác ABC . Dựng về phía ngoài tam giác các hình vuông $BCIJ$, $ACMN$, $ABEF$ và gọi O , P , Q lần lượt là tâm đối xứng của chúng.

- Gọi D là trung điểm của AB . Chứng minh rằng DOP là tam giác vuông cân đỉnh D .
- Chứng minh AO vuông góc với PQ và $AO = PQ$.

Bài 4. Cho đường tròn (C) và điểm A cố định trên (C) . Gọi M là điểm chạy trên đường tròn đó. Dựng hình vuông $ANMP$. Tìm quỹ tích điểm N .

BÀI TẬP KIỂM TRA

Thời gian: 45 phút

Bài 5. Cho tam giác đều ABC có tâm là O , (các đỉnh ghi theo chiều kim đồng hồ). Tìm ảnh của tam giác OAB qua phép quay tâm O , góc quay 120° .

Bài 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho $d: x - 2y + 3 = 0$ và $(C): (x - 1)^2 + y^2 = 9$.

- Tìm ảnh của d qua phép quay tâm O , góc quay -90° .
- Viết phương trình đường tròn (C_1) sao cho (C) là ảnh của đường tròn (C_1) qua phép quay tâm $B(-2; 3)$, góc quay 180° .

Bài 7. Cho tam giác ABC . Dựng về phía ngoài của tam giác các hình vuông $BCIJ$, $ACMN$, $ABEF$ và gọi O , P , Q lần lượt là tâm đối xứng của chúng.

- Gọi D là trung điểm của AB . Chứng minh rằng DOP là tam giác vuông cân tại đỉnh D .
- Chứng minh AO vuông góc với PQ và $AO = PQ$.

Bài 8. Cho đường tròn (C) và điểm A cố định trên (C) . Gọi M là điểm chạy trên đường tròn đó. Dựng hình vuông $ANMP$. Tìm quỹ tích điểm N .

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1. Cho tam giác đều ABC có tâm là O , (các đỉnh ghi theo chiều kim đồng hồ).

- Tìm ảnh của điểm B , đoạn thẳng BC qua phép quay tâm O góc quay 60° .
- Tìm ảnh của tam giác OAB qua phép quay tâm O góc quay -120° .
- Tìm ảnh của tam giác ABC qua phép quay tâm A góc quay 180° .

Bài 2. Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm là O , (các đỉnh ghi theo chiều kim đồng hồ).

- Tìm ảnh của đoạn thẳng BC , tam giác ABC qua phép quay tâm O góc quay 60° .
- Tìm ảnh của tam giác ABC , tam giác ACD qua phép quay tâm A góc quay 60° .

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(1; -5)$. Tìm tọa độ điểm N là ảnh của điểm M qua phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay 90° .

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3; 4)$. Tìm ảnh của M qua phép quay tâm O , góc quay 60° .

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $P(-3; 2)$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho điểm P là ảnh của Q qua phép quay tâm $I(2; 3)$, góc quay 270° .

Bài 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$.

Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

Bài 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 5x - 2y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay -180° .

Bài 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = y + 3$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm $I(-1; 2)$, góc quay -270° .

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 3y + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm O , góc quay 45° .

Bài 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ sao cho d là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay tâm $I(3; -2)$, góc quay -180° .

Bài 11. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 9$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O , góc quay -180° .

Bài 12. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm $A(2; 0)$, góc quay 270° .

Bài 13. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$. Viết phương trình đường tròn (C_1) sao cho (C) là ảnh của đường tròn (C_1) qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

Bài 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 5 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C_1) sao cho (C) là ảnh của đường tròn (C_1) qua phép quay tâm O , góc quay 180° .

Bài 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y = x^2 - 5x + 3$. Tìm ảnh của (P) qua phép quay tâm $I(1; 2)$, góc quay 180° .

Bài 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 4x$. Tìm ảnh của (P) qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

Bài 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường cong (E) có phương trình $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Viết phương trình đường cong (E_1) sao cho (E) là ảnh của (E_1) qua phép quay tâm O , góc quay -90° .

Bài 18. Cho ba điểm A, B, C thẳng hàng theo thứ tự. Lấy các đoạn thẳng AB, BC làm cạnh, dựng các tam giác đều ABE, BCF nằm cùng về một phía so với đường thẳng AB . Gọi M, N lần lượt là các trung điểm của các đoạn thẳng AF, CE . Chứng minh tam giác BMN đều.

Bài 19. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Dựng bên ngoài $ABCD$ các hình vuông $ABEF$ và $BCGH$. Gọi I, J lần lượt là tâm của hai hình vuông trên. Chứng minh tam giác IOJ cân.

Bài 20. Cho tam giác ABC . Dựng về phía ngoài tam giác các hình vuông $ABDE$ và $ACIJ$ sao cho C, D nằm khác phía với AB . Chứng minh giao điểm của BI và CD nằm trên đường cao AH của tam giác ABC .

Bài 21. Cho tam giác ABC . Dựng bên ngoài tam giác ABC các hình vuông $ABDE$ và $ACFG$. Gọi H là trung điểm BC . Chứng minh $EG = 2AH$.

Bài 22. Cho tam giác ABC . Dựng bên ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE . Gọi K, H lần lượt là chân các đường phân giác trong của các tam giác ABE và ACD kẻ từ A . Gọi I là trung điểm của AK . Chứng minh $HI \perp AK$.

Bài 23. Cho đường tròn (O) và tam giác ABC . Một điểm M thay đổi trên (O) . Gọi M_1 là điểm đối xứng với M qua A , M_2 là điểm đối xứng với M_1 qua B và M_3 là điểm đối xứng với M_2 qua C . Tìm quỹ tích điểm M_3 .

Bài 24. Cho nửa đường tròn đường kính AB . Gọi C là điểm chạy trên nửa đường tròn đó. Trên AC lấy điểm D sao cho $AD = CB$. Qua A kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn rồi lấy $AE = AB$ (E, C cùng thuộc nửa mặt phẳng bờ AB). Tìm quỹ tích điểm D .

1.2.3 Các dạng bài tập trắc nghiệm

Dạng 9. Củng cố định nghĩa và tính chất

Ví dụ 3. Cho phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến điểm M thành M' . Khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'}$ và $(OM, OM') = \varphi$. B. $OM = OM'$ và $(OM, OM') = \varphi$.
C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'}$ và $\widehat{MOM'} = \varphi$. D. $OM = OM'$ và $\widehat{MOM'} = \varphi$.

Ví dụ 4. Cho phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ biến điểm A thành M . Khi đó

- (I) O cách đều A và M .
(II) O thuộc đường tròn đường kính AM .
(III) O nằm trên cung chứa góc φ dựng trên đoạn AM .

Trong các câu trên câu đúng là:

- A. Cả ba câu. B. (I) và (II). C. (I). D. (I) và (III).

Ví dụ 5. Chọn khẳng định sai.

- A. Qua phép quay $Q_{(O;\varphi)}$ điểm O biến thành chính nó.
B. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O , góc quay -180° .
C. Phép quay tâm O góc quay 90° và phép quay tâm O góc quay -90° là hai phép quay giống nhau.
D. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O , góc quay 180° .

Ví dụ 6. Khẳng định nào sau đây đúng về phép quay.

- A. Phép biến hình biến điểm O thành điểm O và điểm M khác điểm O thành điểm M' sao cho $(OM, OM') = \varphi$ được gọi là phép quay tâm O với góc quay.
B. Nếu $Q_{(O;90^\circ)} : M \mapsto M' (M \neq O)$ thì $OM' \perp OM$.
C. Phép quay không phải là một phép dời hình.
D. Nếu $Q_{(O;90^\circ)} : M \mapsto M'$ thì $OM' > OM$.

 **Dạng 10.** Cho trước hình (H) . Tìm các phép quay biến hình (H) thành chính nó.

Ví dụ 7. Cho tam giác đều tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α , $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó?

- A. Một. B. Hai. C. Ba. D. Bốn.

Ví dụ 8. Cho hình vuông tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α , $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến hình vuông trên thành chính nó?

- A. Một. B. Hai. C. Ba. D. Bốn.

Ví dụ 9. Cho hình chữ nhật có O là tâm đối xứng. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α , $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến hình chữ nhật trên thành chính nó?

- A. Không có. B. Hai. C. Ba. D. Bốn.

Ví dụ 10. Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc quay $\alpha \neq k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)?

- A. Không có. B. Một. C. Hai. D. Vô số.

Ví dụ 11. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O như hình bên. Hãy cho biết phép quay nào trong các phép quay dưới đây biến tam giác OAD thành tam giác ODC ?

- A. $Q_{(O; 90^\circ)}$. B. $Q_{(O; -45^\circ)}$. C. $Q_{(O; -90^\circ)}$. D. $Q_{(O; 45^\circ)}$.

Ví dụ 12. Cho tam giác đều ABC . Hãy xác định góc quay của phép quay tâm A biến B thành điểm C .

- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 90^\circ$.
C. $\varphi = -120^\circ$. D. $\varphi = -60^\circ$ hoặc $\varphi = 60^\circ$.

Ví dụ 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng a và b có phương trình lần lượt là $4x + 3y + 5 = 0$ và $x + 7y - 4 = 0$. Nếu có phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ ($0 \leq \varphi \leq 180^\circ$) là:

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

 **Dạng 11.** Cho trước hình (H) . Tìm ảnh của điểm, đoạn thẳng, tam giác,... liên quan đến hình (H) qua phép quay cho trước

Ví dụ 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; 1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc 45° ?

- A. $M'(-1; 1)$. B. $M'(1; 0)$. C. $M'(\sqrt{2}; 0)$. D. $M'(0; \sqrt{2})$.

Ví dụ 15. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $A(3; 0)$. Tìm tọa độ ảnh A' của điểm A qua phép quay $Q_{(O; \frac{\pi}{2})}$.

- A. $A'(0; -3)$. B. $A'(0; 3)$. C. $A'(-3; 0)$. D. $A'(2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.

Ví dụ 16. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $M(2; 0)$ và điểm $N(0; 2)$. Phép quay tâm O biến điểm M thành điểm N , khi đó góc quay của nó là

- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 45^\circ$. C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\varphi = 270^\circ$.

Ví dụ 17. Tìm ảnh của đường thẳng $d: 5x - 3y + 15 = 0$ qua phép quay $Q_{(O; 90^\circ)}$.

- A. $d': x + y + 15 = 0$. B. $d': 3x + 5y + 5 = 0$.
C. $d': 3x + y + 5 = 0$. D. $d': 3x + 5y + 15 = 0$.

Ví dụ 18. Tìm ảnh của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ qua phép quay $Q_{(I; 90^\circ)}$ với $I(3; 4)$.

- A. $(C'): (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$. B. $(C'): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$.
C. $(C'): (x + 5)^2 + (y - 7)^2 = 9$. D. $(C'): (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Ví dụ 19. Cho $I(2; 1)$ và đường thẳng $d: 2x + 3y + 4 = 0$. Tìm ảnh của d qua $Q_{(I; 45^\circ)}$.

- A. $d': -x + 5y - 3 + \sqrt{2} = 0$. B. $d': -x + 5y - 3 = 0$.
C. $d': -x + 5y - 10\sqrt{2} = 0$. D. $d': -x + 5y - 3 + 10\sqrt{2} = 0$.

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Câu 1. Cho ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O . Phép quay nào sau đây biến ngũ giác thành chính nó?

- A. $Q_{(O, 90^\circ)}$. B. $Q_{(O, 72^\circ)}$. C. $Q_{(O, 60^\circ)}$. D. $Q_{(O, 45^\circ)}$.

Câu 2. Trong số các chữ cái và số sau, dãy các chữ cái và số nào mà khi ta thực hiện phép quay tâm A một góc 180° thì ta thu được một phép đồng nhất (A là tâm đối xứng của chữ cái hoặc số đó).

- A. $O, I, 0, 8, S$. B. $X, L, 6, 1, U$. C. $O, Z, V, 9, 5$. D. $H, J, K, 4, 8$.

Câu 3. Cho tam giác ABC , $Q_{(O, 30^\circ)}(A) = A'$, $Q_{(O, 30^\circ)}(B) = B'$, $Q_{(O, 30^\circ)}(C) = C'$ với O khác A, B, C . Khi đó

- A. $\triangle ABC$ đều. B. $\triangle ABC$ cân. C. $\triangle AOA'$ đều. D. $\triangle AOA'$ cân.

Câu 4. Cho tam giác đều ABC có tâm O . Phép quay tâm O , góc quay φ biến tam giác ABC thành chính nó thì φ là

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 5. Chọn 12 giờ làm gốc. Khi kim giờ chỉ 1 giờ đúng thì kim phút đã quay được một góc.

- A. 90° . B. 360° . C. 180° . D. 720° .

Câu 6. Có bao nhiêu phép quay tâm O góc α , $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biến tam giác đều tâm O thành chính nó?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 7. Cho hình vuông tâm O , có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 < \alpha < 2\pi$, biến hình vuông thành chính nó.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 8. Cho $A(3,0)$. Phép quay tâm O và góc quay là 180° biến A thành

- A. $M(-3;0)$. B. $M(3;0)$. C. $M(0;-3)$. D. $M(0;3)$.

Câu 9. Qua phép quay tâm O và góc 90° biến $M(-3;5)$ thành điểm nào?

- A. $M'(3;-5)$. B. $M'(-3;-5)$. C. $M'(-5;3)$. D. $M'(-5;-3)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của điểm $M(-6;1)$ qua phép quay $Q_{(O,-90^\circ)}$ là

- A. $M'(-1;-6)$. B. $M'(1;6)$. C. $M'(-6;-1)$. D. $M'(6;1)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy , qua phép quay $Q_{(O,180^\circ)}$, $M'(3;-2)$ là ảnh của điểm

- A. $M(3;2)$. B. $M(2;3)$. C. $M(-3;2)$. D. $M(-2;-3)$.

Câu 12. Cho điểm $M(1;1)$. Hỏi điểm nào trong các điểm sau là ảnh của M qua phép quay tâm $O(0;0)$ và góc quay 45° ?

- A. $Q(0;\sqrt{2})$. B. $N(\sqrt{2};0)$. C. $P(0;1)$. D. $S(1;-1)$.

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của điểm $M(3;4)$ qua phép quay $Q_{(O;45^\circ)}$ là

- A. $M'\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}; \frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$. B. $M'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$.
C. $M'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. D. $M'\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 14. Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$ là ảnh của đường thẳng Δ qua phép quay $Q_{(O;90^\circ)}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $x + y - 2 = 0$. C. $x + y + 1 = 0$. D. $x + y + 2 = 0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;2)$. Trong bốn điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O góc -45° ?

- A. $C(2\sqrt{2};0)$. B. $K(-2\sqrt{2};0)$. C. $F(0;2\sqrt{2})$. D. $L(0;-2\sqrt{2})$.

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy , cho $Q_{(O,45^\circ)}$. Tìm ảnh của $M(2;2)$.

- A. $M'(2;-2\sqrt{2})$. B. $M'(2\sqrt{2};2)$. C. $M'(0;2\sqrt{2})$. D. $M'(2\sqrt{2};0)$.

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;1)$. Điểm nào sau đây là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc quay 45° ?

- A. $(0;\sqrt{2})$. B. $(-1;1)$. C. $(1;0)$. D. $(\sqrt{2};0)$.

Câu 18. Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3;2)$, $B(-4;5)$, $C(-1;3)$. Tìm tọa độ các điểm A' , B' , C' sao cho A, B, C lần lượt là ảnh của A', B', C' qua phép quay $Q_{(O,90^\circ)}$.

- A. $A'(2;1)$, $B'(5;-4)$, $C'(3;2)$. B. $A'(3;2)$, $B'(4;2)$, $C'(3;-1)$.
C. $A'(2;3)$, $B'(5;4)$, $C'(3;1)$. D. $A'(2;3)$, $B'(5;4)$, $C'(3;-1)$.

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy , tìm phép quay Q biến $A(-1;5)$ thành $B(5;1)$.

- A. $Q_{(O;-90^\circ)}$. B. $Q_{(O;90^\circ)}$.
C. $Q_{(I;-90^\circ)}$ và $I(1;1)$. D. $Q_{(I;30^\circ)}$ và $I(1;1)$.

Câu 20. Cho đường thẳng $d: 3x - y + 1 = 0$, đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau có thể là ảnh của d qua một phép quay 90° ?

- A. $x + y + 1 = 0$. B. $x + 3y + 1 = 0$. C. $3x - y + 2 = 0$. D. $x - y + 2 = 0$.

Câu 21. Cho $d: 2x + y + 2 = 0$. Tìm $Q_{(O,60^\circ)}(d) = d'$.

- A. $d': (\sqrt{3}+2)x + (\sqrt{3}-2)y + 4 = 0$. B. $d': (\sqrt{3}+2)x + (2-\sqrt{3})y - 4 = 0$.
C. $d': (\sqrt{3}-2)x - (2\sqrt{3}+1)y + 4 = 0$. D. $d': (\sqrt{3}-2)x - (1-2\sqrt{3})y - 4 = 0$.

Câu 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Phép quay $Q_{(I,\frac{\pi}{4})}((C)) = (C)$. Khi đó tâm I là

- A. $I(0;0)$. B. $I(2;1)$. C. $I(1;2)$. D. $I(1;1)$.

Câu 23. Trong mặt phẳng Oxy , cho $(C): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{(O, 90^\circ)}$.

A. $(C'): (x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$.

B. $(C'): (x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$.

C. $(C'): (x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$.

D. $(C'): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$.

Câu 24. Trong mặt phẳng Oxy , có phép quay tâm O góc quay α biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M' \left(\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y; \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y \right)$. Tìm α .

A. $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

B. $\alpha = \frac{\pi}{3}$.

C. $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

D. $\alpha = \frac{3\pi}{4}$.

Câu 25. Cho đoạn thẳng $AB = 16$ cm, điểm I thuộc AB sao cho $AB = 4AI$. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB , dựng 2 tam giác vuông cân tại I là IAC và IBD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Khi đó độ dài MN bằng

A. $4\sqrt{10}$ cm.

B. $2\sqrt{10}$ cm.

C. $4\sqrt{5}$ cm.

D. $3\sqrt{5}$ cm.

Câu 26. Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc α với $\alpha \neq k2\pi$ (k là số nguyên)?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Câu 27. Cho tam giác đều tâm O . Với giá trị nào dưới đây của φ thì phép quay $Q_{(O, \varphi)}$ biến tam giác đều thành chính nó?

A. $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

B. $\varphi = \frac{2\pi}{3}$.

C. $\varphi = \frac{3\pi}{2}$.

D. $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Câu 28. Cho tam giác đều ABC . Hãy xác định góc quay của phép quay tâm B biến A thành C .

A. $\varphi = 30^\circ$.

B. $\varphi = 90^\circ$.

C. $\varphi = -120^\circ$.

D. $\varphi = 60^\circ$ hoặc $\varphi = -60^\circ$.

Câu 29. Cho tam giác đều tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha < 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 30. Cho hình vuông tâm O . Xét phép quay Q có tâm quay O và góc quay φ . Với giá trị nào sau đây của φ , phép quay Q biến hình vuông thành chính nó?

A. $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

B. $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

C. $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

D. $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Câu 31. Cho hình vuông tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O và góc quay α với $0 \leq \alpha < 2\pi$ biến hình vuông thành chính nó?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 32. Cho hình chữ nhật tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O và góc quay α với $0 \leq \alpha < 2\pi$ biến hình chữ nhật thành chính nó?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 33. Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (các đỉnh của hình thoi ghi theo chiều kim đồng hồ). Ảnh của cạnh CD qua phép quay $Q_{(A, 60^\circ)}$ là

A. AB .

B. BC .

C. CD .

D. DA .

Câu 34. Cho tam giác đều ABC có tâm O và các đường cao AA', BB', CC' (các đỉnh của tam giác ghi theo chiều quay của kim đồng hồ). Ảnh của đường cao AA' qua phép quay tâm O góc quay 240° là

A. AA' .

B. BB' .

C. CC' .

D. BC .

Câu 35. Cho tam giác ABC vuông tại B và góc $A = 60^\circ$ (các đỉnh của tam giác ghi theo ngược chiều quay của kim đồng hồ). Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác đều ACD . Ảnh của cạnh BC qua phép quay tâm A góc quay 60° là

A. AD .

B. AI với I là trung điểm của CD .

C. CJ với J là trung điểm của AD .

D. KD với K là trung điểm của AC .

Câu 36. Cho hai đường thẳng bất kì d và d' . Có bao nhiêu phép quay biến đường thẳng d thành đường thẳng d' ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 37. Cho phép quay $Q_{(O,\varphi)}$ biến điểm A thành điểm A' và biến điểm M thành điểm M' . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$. B. $(\widehat{OA,OA'}) = (\widehat{OM,OM'}) = \varphi$.
C. $(\widehat{AM,A'M'}) = \varphi$ với $0 \leq \varphi \leq \pi$. D. $AM = A'M'$.

Câu 38. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Phép quay $Q_{(O,\varphi)}$ biến O thành chính nó.
B. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O góc quay -180° .
C. Nếu $Q_{(O,90^\circ)}(M) = M'$ ($M \neq O$) thì $OM' > OM$.
D. Phép đối xứng tâm O là phép quay tâm O góc quay 180° .

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ điểm A' của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay $\frac{\pi}{2}$.

- A. $A'(0;-3)$. B. $A'(0;3)$. C. $A'(-3;0)$. D. $A'(2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ điểm A' của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay $-\frac{\pi}{2}$.

- A. $A'(-3;0)$. B. $A'(3;0)$. C. $A'(0;-3)$. D. $A'(-2\sqrt{3};2\sqrt{3})$.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép quay tâm O biến điểm $A(1;0)$ thành điểm $A'(0;1)$. Khi đó điểm $M(1;-1)$ thành điểm

- A. $M'(-1;-1)$. B. $M'(1;1)$. C. $M'(-1;1)$. D. $M'(1;0)$.

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;0)$ và $N(0;2)$. Phép quay tâm O biến điểm M thành điểm N , khi đó góc quay của nó là

- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 30^\circ$ hoặc $\varphi = 45^\circ$.
C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\varphi = 90^\circ$ hoặc $\varphi = 270^\circ$.

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;2)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của điểm M qua phép quay tâm O góc quay $\varphi = 45^\circ$?

- A. $M_1(-2;2)$. B. $M_2(2;0)$. C. $M_3(2\sqrt{2};0)$. D. $M_4(0;2\sqrt{2})$.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng a và b có phương trình lần lượt là $2x + y + 5 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$. Nếu phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ ($0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$) là

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 54° .

Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng a và b có phương trình lần lượt là $4x + 3y + 5 = 0$ và $x + 7y - 4 = 0$. Nếu phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ ($0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$) là

- A. 135° . B. 60° . C. 90° . D. 54° .

Câu 46. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của điểm $M(-6;1)$ qua phép quay $Q_{(O,-90^\circ)}$ là

- A. $M'(-1;6)$. B. $M'(1;6)$. C. $M'(-6;1)$. D. $M'(6;1)$.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , qua phép quay $Q_{(O,90^\circ)}$, $M'(3;-2)$ là ảnh của điểm

- A. $M(3;2)$. B. $M(2;3)$. C. $M(-3;-2)$. D. $M(-2;-3)$.

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của điểm $M(3;4)$ qua phép quay $Q_{(O,45^\circ)}$ là

- A. $M'\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}; \frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$. B. $M'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$.
C. $M'\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. D. $M'\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-2; 3)$, $A'(1; 5)$, $B(5; -3)$, $B'(7; -2)$. Phép quay tâm $I(x; y)$ biến A thành A' và B thành B' , ta có $x + y$ bằng

- A. -1 . B. -2 . C. -3 . D. đáp án khác.

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d': x - 3y + 1 = 0$ là ảnh của đường thẳng d qua phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$. Khi đó, phương trình đường thẳng d là

- A. $3x + y - 1 = 0$. B. $3x + y - 2 = 0$. C. $3x + y = 0$. D. $3x + y - 3 = 0$.

Câu 51. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C') có tâm $I'(2; -2)$, bán kính $R' = 2$ là ảnh của đường tròn (C) qua phép quay $Q_{(O, 45^\circ)}$. Tìm phương trình của đường tròn (C) .

- A. $x^2 + y^2 + 4\sqrt{2}y + 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4\sqrt{2}x + 4 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 4\sqrt{2}x - 4\sqrt{2}y + 12 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4\sqrt{2}y + 4 = 0$.

Câu 52. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm ảnh của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ qua phép quay $Q_{(I, -90^\circ)}$, với $I(1; 2)$.

- A. $(C'): (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 9$. B. $(C'): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$.
C. $(C'): (x + 5)^2 + (y - 7)^2 = 9$. D. $(C'): (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Câu 53. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm cạnh CD . Tia phân giác của góc $\widehat{BAM}$ cắt BC tại N . Tính độ dài BN .

- A. $\frac{a(\sqrt{5} - 1)}{2}$. B. $\frac{a(\sqrt{2} - 1)}{2}$. C. $\frac{a(\sqrt{6} - 1)}{2}$. D. $\frac{a(\sqrt{7} - 1)}{2}$.

Câu 54. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $3x - 2y - 1 = 0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O góc 180° có phương trình

- A. $3x + 2y + 1 = 0$. B. $-3x + 2y - 1 = 0$.
C. $3x + 2y - 1 = 0$. D. $3x - 2y - 1 = 0$.

ĐÁP ÁN

1 B	7 B	13 B	19 A	25 C	31 D	37 A	43 D	49 C
2 A	8 A	14 C	20 B	26 B	32 C	38 C	44 C	50 A
3 D	9 D	15 A	21 C	27 B	33 B	39 B	45 A	51 A
4 B	10 B	16 C	22 B	28 D	34 B	40 C	46 B	52 D
5 B	11 C	17 A	23 B	29 C	35 D	41 B	47 D	53 A
6 A	12 A	18 C	24 B	30 D	36 D	42 C	48 B	54 B

1.3 PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

1.3.1 Tóm tắt lí thuyết

Định nghĩa

Phép dời hình là phép biến hình không làm thay đổi khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ M, N và giữa hai ảnh M', N' của chúng.

$$\forall M, N \in H: \begin{cases} f(M) = M' \\ f(N) = N' \end{cases} \Rightarrow MN = M'N'.$$

Nhận xét 1.

- Các phép biến hình: Đồng nhất, tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay là các phép dời hình.
- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình thì cũng được một phép dời hình.

Tính chất

Phép dời hình biến:

- Ba điểm không thẳng hàng thành ba điểm không thẳng hàng, ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự giữa ba điểm đó.
- Đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
- Tam giác thành tam giác bằng nó (trực tâm $\xrightarrow{f}$ trực tâm, trọng tâm $\xrightarrow{f}$ trọng tâm).
- Đường tròn $(I; R)$ thành đường tròn $(I'; R')$ thỏa mãn $\begin{cases} I \xrightarrow{f} I' \\ R = R' \end{cases}$.
- Góc thành góc bằng nó.

Định nghĩa hai hình bằng nhau

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình f biến hình này thành hình kia.

1.3.2 Các dạng toán tự luận

Dạng 1. Phân biệt phép biến hình và phép dời hình.

Phương pháp: Để chứng minh một phép biến hình là phép dời hình thì cần nắm chắc tính chất “bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ”. Tức là phải chỉ rõ

$$\forall M, N \in H: \begin{cases} f(M) = M' \\ f(N) = N' \end{cases} \Rightarrow MN = M'N'.$$

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) phép biến hình nào sau đây là phép dời hình?

- Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(y; -x)$.
- Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(2x; y)$.

c) Phép biến hình F_3 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(3x + 1; y - 1)$.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , với α, a, b là những số cho trước. Xét phép biến hình F biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$, trong đó:

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha + a \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha + b \end{cases}$$

Chứng minh: F là phép dời hình.

Dạng 2. Tìm ảnh, tạo ảnh của một điểm qua một phép dời hình

Phương pháp:

Loại 1: Tìm ảnh của điểm M . Cách 1: Dựa vào hình vẽ trực quan (trong hệ trục tọa độ).
Cách 2: Dựa vào biểu thức tọa độ (ưu tiên dùng)

- Phép quay:

Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(x; y)$, $M'(x'; y')$, $I(a; b)$ và $Q_{(I, \alpha)}(M) = M'$.

Khi đó ta có:
$$\begin{cases} x' - a = (x - a) \cos \alpha - (y - b) \sin \alpha \\ y' - b = (x - a) \sin \alpha + (y - b) \cos \alpha \end{cases}$$

- Phép tịnh tiến:

$M(x; y) \xrightarrow{T_{\vec{u}}} M' = T_{\vec{u}}(M) = (x'; y')$ thì $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + a \end{cases}$ với $\vec{u} = (a; b)$.

Loại 2: Tìm tạo ảnh của điểm M .

- Cách làm: Dựa vào biểu thức tọa độ.

- Chú ý: Với phép quay ta có $Q_{(I, \alpha)}(N) = M \Leftrightarrow Q_{(I, -\alpha)}(M) = N$.

Các ví dụ điển hình

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ (Oxy) phép tịnh tiến theo $\vec{v}(1; 3)$ biến điểm $M(3; 1)$ thành điểm M' có tọa độ là:

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng (Oxy) cho phép dời hình:

$$f_1: M(x; y) \mapsto M' = f_1(M) = (x + 2; y - 4);$$

$$f_2: M(x; y) \mapsto M' = f_2(M) = (-x; -y).$$

Tìm tọa độ ảnh của điểm $A(4; -1)$ qua f_1 rồi f_2 .

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (Oxy) , cho điểm $E(4; 5)$. Tìm tạo ảnh của điểm E qua phép dời hình $\begin{cases} x' = x + 2 \\ y' = y + 1 \end{cases}$.

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; 2)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho điểm M là ảnh của N qua phép quay tâm $I(2; 4)$, góc quay 90° .

Dạng 3. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường thẳng qua một phép dời hình.

Phương pháp:

Cách 1: Dùng tính chất

- Nếu phép dời hình là phép tịnh tiến thì d và d' là hai đường thẳng cùng phương.
- Nếu phép dời hình là phép quay thì: Cho đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$ và $Q_{(I, \alpha)}(d) = d'$.
 - + Nếu $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$ thì $d' \perp d$. Khi đó d' có phương trình dạng: $-Bx + Ay + m = 0$.
 - + Nếu $\alpha = k2\pi$, I tùy ý hoặc $\alpha = k\pi$, $I \in d$ thì $d' \equiv d$.
 - + Nếu $\alpha = \pi + k2\pi$, $I \notin d$ thì $d' \parallel d$. Khi đó d' có phương trình dạng: $Ax + By + m = 0$ ($m \neq C$).

Cách 2: Dùng biểu thức tọa độ

Tìm x theo x' , tìm y theo y' rồi thay vào biểu thức tọa độ.

Cách 3: Lấy hai điểm phân biệt (dùng cho phép tịnh tiến)

$M, N \in (H) \mapsto M', N' \in (H')$.

Cách 4: Công thức nhanh phép quay

Trong mp (Oxy) , cho $d: Ax + By + C = 0$.

- + Nếu $Q_{(O, \alpha)}(d) = d'$ và $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$ thì d' có phương trình là: $-Bx + Ay + C \cdot \sin \alpha = 0$.
- + Nếu $Q_{(O, \alpha)}(d) = d'$ và $\alpha = \pi + k2\pi$, $O \notin d$ thì d' có phương trình là: $Ax + By - C = 0$.
- + Nếu $Q_{(I, \alpha)}(d) = d'$ và $\alpha = \pi + k2\pi$, $I(a; b) \notin d$ thì d' có phương trình là

$$Ax + By - 2Aa - 2Bb - C = 0.$$

Ví dụ 1. Trong mp (Oxy) cho phép dời hình

$$f: M(x; y) \mapsto M' = f(M) = (x - 2; y + 2).$$

Tìm ảnh của đường thẳng $(\Delta): x + 2y - 5 = 0$.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay 180° .

Ví dụ 3. Cho đường thẳng $d: 2x + y = 0$ và $\vec{v} = (3; -1)$. Tìm ảnh của d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(0, 90^\circ)}$ và phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

Dạng 4. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường tròn qua một phép dời hình.

Phương pháp:

Loại 1: Tìm ảnh của đường tròn (C)

- **Cách 1:** Dùng tính chất (bán kính đường tròn không đổi)

$$(C): \begin{cases} \text{Tâm } I \\ \text{bán kính: } R \end{cases} \Rightarrow (C'): \begin{cases} \text{Tâm } I' \\ \text{bán kính: } R' = R \end{cases} . \text{ Cần tìm } I'.$$

- **Cách 2:** Dùng biểu thức tọa độ.

Tìm x theo x' , tìm y theo y' rồi thay vào biểu thức tọa độ.

Loại 2: Tìm tạo ảnh của đường tròn (C) .

- Dùng biểu thức tọa độ

- Chú ý với phép quay: $Q_{(I,\alpha)}(C_1) = (C) \Leftrightarrow Q_{(I,-\alpha)}(C) = (C_1)$.

Công thức nhanh: Trong mặt phẳng (Oxy) , cho $(C): (x - A)^2 + (y - B)^2 = R^2$.

- Nếu $Q_{(O,\alpha)}(C) = (C')$ và $\alpha = \pi + k2\pi$ thì

$$(C'): (x + A)^2 + (y + B)^2 = R^2.$$

- Nếu $Q_{(I,\alpha)}(C) = (C')$ và $\alpha = \pi + k2\pi$, $I(a; b)$ thì

$$(C'): (x + A - 2a)^2 + (y + B - 2b)^2 = R^2.$$

- Nếu $Q_{(O,\alpha)}(C) = (C')$ và $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$ thì

$$(C'): (x + B \sin \alpha)^2 + (y - A \sin \alpha)^2 = R^2.$$

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng (Oxy) cho phép dời hình

$$f: M \mapsto M' = f(M) = (x - 3; y + 1).$$

Tìm ảnh của đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 16$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O , góc quay 180° .

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng (Oxy) , tìm tạo ảnh của đường tròn

$$(C'): (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$$

qua phép dời hình $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 3. \end{cases}$

Dạng 5. Tìm ảnh, tạo ảnh của một đường cong bất kỳ qua một phép dời hình.

Dùng biểu thức tọa độ (tìm x theo x' , tìm y theo y' rồi thay vào biểu thức tọa độ).

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng (Oxy) cho phép dời hình

$$f: M \mapsto M' = f(M) = (x - 3; y + 1).$$

Tìm ảnh của elip $(E) : \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng (Oxy) cho phép dời hình

$$f: M(x; y) \mapsto M' = f(M) = (x - 3; y + 1).$$

Tìm tạo ảnh của elip $(E') : \frac{(x' + 3)^2}{3} + \frac{(y' - 1)^2}{2} = 1$.

 **Dạng 6. Sử dụng định nghĩa và các tính chất của phép dời hình để chứng minh các bài toán hình học.**

Phương pháp:

- Để chứng minh tính chất hình học của bài toán, ta cần tìm mối liên hệ giữa các dữ kiện của bài toán với các phép dời hình đã học.
- Để chứng minh hai hình bằng nhau ta cần chỉ ra một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Ví dụ 9. Chứng minh rằng hai tam giác bằng nhau nếu có các đường tròn nội tiếp bằng nhau, đồng thời khoảng cách giữa tâm đường tròn nội tiếp và bàng tiếp của hai tam giác đó cũng bằng nhau.

Ví dụ 10. Cho $\triangle ABC$. Vẽ các tam giác đều ABB' và ACC' nằm phía ngoài $\triangle ABC$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CB' và BC' . Chứng minh các điểm A, I, J hoặc trùng nhau hoặc tạo thành một tam giác đều.

Ví dụ 11. Cho hai $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ có các đường cao AH và $A'H'$ sao cho $AH = A'H'$, $AB = A'B'$, $AC = A'C'$ các góc A, A' đều là góc tù. Chứng minh hai $\triangle ABC$ và $\triangle A'B'C'$ bằng nhau.

 **Dạng 7. Bài toán quỹ tích – dựng hình**

Phương pháp:

- a) Nhắc lại kiến thức về bài toán quỹ tích: Để tìm một tập hợp điểm M thỏa mãn tính chất A ta thường làm theo các bước sau:
- Bước 1: Tìm cách giải:
 - Xác định các yếu tố cố định, không đổi, các tính chất hình học có liên quan đến bài toán
 - Xác định các điều kiện của điểm M .
 - Dự đoán tập hợp điểm.
 - Bước 2: Trình bày
 - Phần thuận: Chứng minh điểm M thuộc hình H .

- Giới hạn: Căn cứ vào các vị trí đặc biệt của điểm M để chứng minh điểm M chỉ thuộc một phần B của hình H (Nếu có)
- Phần đảo: Lấy điểm M bất kỳ thuộc B . Ta chứng minh điểm M thoả mãn các tính chất A .
- Kết luận: Tập hợp các điểm M là hình B . (Nêu rõ hình dạng và cách dựng hình B)

b) Một số dạng quỹ tích cơ bản

- Tập hợp điểm là đường trung trực: Tập hợp các điểm M cách đều hai điểm A, B cho trước là đường trung trực của đoạn thẳng AB .
- Tập hợp điểm là tia phân giác
- Tập hợp các điểm M nằm trong góc xOy khác góc bẹt và cách đều hai cạnh của góc xOy là tia phân giác của góc xOy .
- Tập hợp điểm là đường thẳng, đường thẳng song song

Ta thường gặp các dạng liên quan đến phép tịnh tiến: Cho một hình $\mathcal{H}$, trên hình $\mathcal{H}$ có một điểm M . Tìm quỹ tích của điểm M khi trên hình $\mathcal{H}$ có một điểm A thay đổi. (Thường điểm A chạy trên một đường ($\mathcal{C}$) cho sẵn).

Cách giải:

- Dựa vào các tính chất đã biết, ta tìm ra một véc-tơ cố định nằm trên hình $\mathcal{H}$ (với điều kiện véc-tơ này có phương song song với đường thẳng kẻ qua A).
- Sau đó dựa vào định nghĩa về phép tịnh tiến ta suy ra M là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo véc-tơ cố định.
- Dựa vào tính chất thay đổi của A ta suy ra giới hạn quỹ tích.
- Tập hợp điểm là đường tròn, cung chứa góc
 - Nếu A, B cố định. Thì tập hợp các điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$ là đường tròn đường kính AB (Không lấy các điểm A, B)
 - Nếu điểm O cố định thì tập hợp các điểm M cách O một khoảng không đổi R là đường tròn tâm O bán kính R .
 - Tập hợp các điểm M tạo thành với hai đầu mút của đoạn thẳng AB cho trước một góc $\widehat{MAB} = \alpha$ không đổi ($0 < \alpha < 180^\circ$) là hai cung tròn đối xứng nhau qua AB . Gọi tắt là “cung chứa góc”.

Ví dụ 12. Cho hai điểm phân biệt B, C cố định trên đường tròn (O) tâm O , điểm A di động trên (O) . Chứng minh khi A di động trên (O) thì trực tâm của tam giác ABC di động trên một đường tròn.

Ví dụ 13. Cho hình bình hành $ABCD$ có hai đỉnh A, B cố định, còn đỉnh D chạy trên một đường tròn $(O; R)$. Tìm quỹ tích đỉnh C khi D thay đổi.

Ví dụ 14. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ cùng với hai điểm A, B . Tìm điểm M trên $(O; R)$ và điểm M' trên $(O'; R')$ sao cho $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$.

Ví dụ 15. Cho điểm A và hai đường thẳng d_1, d_2 . Dựng tam giác ABC vuông cân tại A sao cho $B \in d_1, C \in d_2$.

Dạng 8. Bài toán min – max

Cho trước hai điểm A, B và đường thẳng d . Tìm điểm M trên đường thẳng d sao cho $(MA + MB)_{\min}$ **Trường hợp 1:** A, B nằm khác phía so với d (Hình 1). Khi đó $(MA + MB)_{\min}$ khi $M = AB \cap d$.

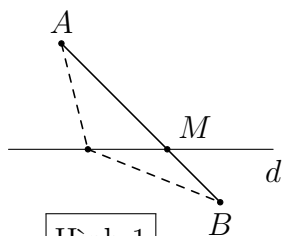
Trường hợp 2: A, B nằm cùng phía so với d (Hình 2). Khi đó thực hiện phép đối xứng trục, ta chuyển về **trường hợp 1** như sau:

- Tìm điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d . Khi đó

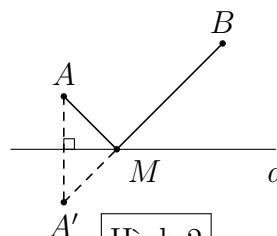
$$MA + MB = MA' + MB \geq A'B \text{ (cố định).}$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi $A'; M; B$ thẳng hàng.

- Dựng $M = A'B \cap d$. Khi đó M chính là điểm cần tìm.



Hình 1



Hình 2

Ngoài ra có trường hợp biến thể là thay đường thẳng d bằng hai đường thẳng song song cách nhau một đoạn cho trước không đổi.

Ví dụ 16. Hai xóm nằm ở hai vị trí A, B cách nhau một con kênh (xem hai bờ kênh là hai đường thẳng song song). Người ta dự kiến xây một cây cầu bắc qua kênh (MN) và làm hai đoạn thẳng AM và BN . Tìm vị trí M, N sao cho $AM + BN$ là ngắn nhất.

Ví dụ 17. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm P , trên tia đối của tia CD lấy điểm Q . Hãy xác định điểm M trên BC và điểm N trên AD sao cho $MN \parallel CD$ và $PN + QM$ nhỏ nhất.

1.3.3 Bài tập tự luận

Bài 1. Trong mặt phẳng (Oxy) cho phép biến hình $f: M(x; y) \mapsto M' = f(M) = (x-3; y+1)$. Chứng minh f là phép dời hình.

Bài 2. Trong mặt phẳng (Oxy) cho hai phép biến hình

$$\begin{aligned} f: M(x; y) &\mapsto M' = f(M) = (y+1; -x); \\ g: M(x; y) &\mapsto M' = g(M) = (x; 3y). \end{aligned}$$

Phép biến hình nào là phép dời hình?

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , xét phép biến hình F biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ sao cho $\begin{cases} x' = a + (x - a) \cos \alpha - (y - b) \sin \alpha \\ y' = b + (x - a) \sin \alpha + (y - b) \cos \alpha \end{cases}$, với a, b, α là những số cho trước.

Chứng minh F là một phép dời hình

Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - y - 3 = 0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm $I(1; 2)$ và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-2; 1)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào?

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (2; 3)$ biến (C) thành đường tròn nào?

Bài 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép dời hình $f: M(x; y) \mapsto M' = f(M) = (x + 1; y - 3)$ và đường thẳng d' có phương trình $2x - 3y - 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d là tạo ảnh của d' qua phép dời hình trên.

Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường hai thẳng $d: 2x - 3y + 3 = 0$ và $d': 2x - 3y - 5 = 0$. Tìm tọa độ $\vec{v}$ có phương vuông góc với d để $T_{\vec{v}}(d) = d'$

Bài 8. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , M là trung điểm của AB , N là trung điểm của OA . Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép quay tâm O góc quay -90°

Bài 9. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , xét phép biến hình $F: M(x; y) \mapsto M'(x'; y') : \begin{cases} x' = -x \\ y' = y + 1. \end{cases}$

- Chứng minh: F là phép dời hình.
- Xác định ảnh của điểm $M(1; 2)$ qua phép biến hình F .
- Xác định phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ qua phép biến hình F .
- Xác định phương trình đường tròn (C') là ảnh của $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ qua phép biến hình F .
- Xác định phương trình Elip (E') là ảnh của $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Bài 10. Trong mặt phẳng (Oxy) cho phép dời hình $f: M(x; y) \mapsto M' = f(M) = (x + 1; y - 2)$.

- Viết phương trình ảnh của mỗi đường trong trường hợp sau:
 - Đường thẳng a có phương trình $3x - 5y + 1 = 0$.
 - Đường thẳng b có phương trình $2x + y + 100 = 0$.
- Viết phương trình đường tròn ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + y - 1 = 0$
- Viết phương trình đường (E) ảnh của $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
- Viết phương trình ảnh của hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.
- Viết phương trình ảnh của parabol $(P): y^2 = 4x$

Bài 11. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = \alpha$, ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) và một điểm M nằm trên cạnh AB . Dựng trên các đường thẳng CB, CA các điểm N, P sao cho $MN = MP$ và đường tròn (AMP) tiếp xúc với MN .

Bài 12. Cho đường thẳng d và một điểm G không nằm trên d . Với mỗi điểm A nằm trên d ta dựng tam giác đều ABC có tâm G . Tìm quỹ tích các điểm B, C khi A di động trên d

Bài 13. Cho hai đường tròn không đồng tâm $(O; R)$ và $(O'; R')$. Điểm A trên $(O; R)$. Xác định điểm M trên $(O; R)$ và điểm N trên $(O'; R')$ sao cho $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OA}$.

Bài 14. Cho đường tròn (O) đường kính AB cố định. Một đường kính MN thay đổi. Các đường thẳng AM và AN cắt các tiếp tuyến tại B lần lượt là P, Q . Tìm quỹ tích trực tâm các tam giác MPQ và NPQ ?

Bài 15. Cho đường tròn (O) , một điểm P cố định và một đoạn thẳng $AB = a$ cố định. Với mỗi điểm M thuộc (O) ta dựng hình bình hành $ABNM$ và gọi Q là điểm đối xứng của N qua P . Tìm tập hợp điểm Q khi M thay đổi trên đường tròn.

1.3.4 Đề kiểm tra tự luận

Bài 1. Trong mp (Oxy) cho hai phép biến hình

- a) $f : M(x; y) \mapsto M' = f(M) = (y; x - 2);$
- b) $g : M(x; y) \mapsto M' = g(M) = (2x; y + 1).$

Phép biến hình nào là phép dời hình?

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , tìm ảnh của đường tròn $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ qua phép biến hình $\begin{cases} x' = x + a = x + 3 \\ y' = y + b = y + 2 \end{cases}$.

Bài 3. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho đường thẳng $d : 3x + y - 9 = 0$. Tìm phép tịnh tiến theo vec tơ $\vec{v}$ có giá song song với Oy biến d thành d' đi qua điểm $A(1; 1)$.

Bài 4. Trong hệ trục tọa độ (Oxy) , xác định tọa độ các đỉnh C và D của hình bình hành $ABCD$ biết $A(-2; 0)$, $B(-1; 0)$ và giao điểm các đường chéo là $I(1; 2)$.

Bài 5. Cho tam giác ABC , dựng ảnh của tam giác ABC qua phép tịnh tiến theo vec tơ $\overrightarrow{BC}$.

Lời giải

Bài 1. (1) là phép dời hình. Thật vậy:

Lấy hai điểm bất kỳ $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ ta có: $MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Xét ảnh của M, N qua phép biến hình f lần lượt được $M'(y_1; x_1 - 2)$, $N'(y_2; x_2 - 2)$.

Ta có: $M'N' = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = MN$.

Vậy f là phép dời hình.

Tương tự: (2) không phải là phép dời hình.

Lấy hai điểm bất kỳ $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$, ta có: $MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Xét ảnh của M, N qua phép biến hình g lần lượt được $M'(2x_1; y_1 + 1)$, $N'(2x_2; y_2 + 1)$.

Ta có: $M'N' = \sqrt{4(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

Để ý rằng, nếu $x_1 \neq x_2$ thì $M'N' \neq MN$.

Vậy phép biến hình g không là phép dời hình (vì có một số điểm không bảo toàn khoảng cách).

Bài 2. Theo định nghĩa ta có biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến là:

$$\begin{cases} x' = x + a = x + 3 \\ y' = y + b = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - 3 \\ y = y' - 2 \end{cases}$$

Thay vào phương trình đường tròn ta có:

$$\begin{aligned} (x + 1)^2 + (y - 3)^2 &= 4 \\ \Leftrightarrow (x' - 3 + 1)^2 + (y' - 2 - 3)^2 &= 4 \\ \Leftrightarrow (x' - 2)^2 + (y' - 5)^2 &= 4 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Vậy ảnh của đường tròn: $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3; 2)$ là đường tròn có phương trình: $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$.

Bài 3. Xác định phép tịnh tiến tức là tìm tọa độ của $\vec{v}$. Để tìm tọa độ của $\vec{v}$ ta có thể giả sử $\vec{v} = (a; b)$, sử dụng các dữ kiện trong giả thiết của bài toán để thiết lập hệ phương trình hai ẩn a, b và giải hệ tìm a, b . Ta có: $\vec{v}$ có giá song song với Oy nên $\vec{v} = (0; k) (k \neq 0)$. Lấy $M(x; y) \in d \Rightarrow 3x + y - 9 = 0 (*)$.

Gọi $M'(x'; y') = T_{\vec{v}}(M) \Rightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = y + k \end{cases}$ thay vào $(*) \Rightarrow 3x' + y' - k - 9 = 0$.

Hay $T_{\vec{v}}(d) = d' : 3x + y - k - 9 = 0$, mà d đi qua $A(1; 1) \Rightarrow k = -5$.

Vậy $\vec{v} = (0; -5)$.

Bài 4.

- Gọi $C(x; y)$ ta có: $\vec{IC} = (x-1; y-2)$, $\vec{AI} = (3; 2)$, $\vec{BI} = (2; -1)$
- Vì I là trung điểm AC nên: $C = T_{\vec{AI}}(I) \Leftrightarrow \vec{IC} = \vec{AI}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow C(4; 4).$
- Vì I là trung điểm BD nên: $D = T_{\vec{BI}}(I) \Leftrightarrow \vec{ID} = \vec{BI}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2 \\ y-2=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow D(3; 1).$

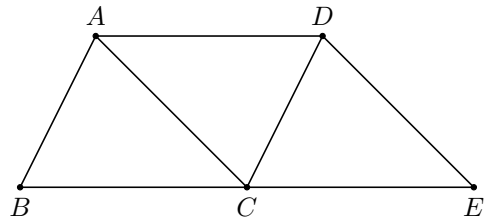
Bài 5.

Ta có $T_{\vec{BC}}(B) = C$.

Để tìm ảnh của điểm A ta dựng hình bình hành $ABCD$.

Do $\vec{AD} = \vec{BC}$ nên $T_{\vec{BC}}(A) = D$, gọi E là điểm đối xứng với B qua C , khi đó $\vec{CE} = \vec{BC}$. Suy ra $T_{\vec{BC}}(C) = E$.

Vậy ảnh của tam giác ABC là tam giác DCE .



1.3.5 Các dạng toán trắc nghiệm

Dạng 9. Phân biệt phép biến hình và phép dời hình

Ví dụ 18. Quy tắc nào dưới đây là phép biến hình?

- Điểm O cho trước đặt tương ứng với O , còn nếu M khác O thì M ứng với M' sao cho $\vec{OM} - \vec{OM'} = \vec{0}$.
- Điểm O cho trước ứng với điểm O , còn M khác O thì M ứng với M' sao cho tam giác OMM' là tam giác vuông cân đỉnh O .
- Điểm O cho trước ứng với điểm O , còn M khác O thì M ứng với M' sao cho tam giác OMM' là tam giác đều.
- Điểm O cho trước đặt tương ứng là với O , còn M khác O thì M ứng với M' sao cho $OM' = 2OM$.

Ví dụ 19. Phép biến hình nào sau đây là một phép dời hình?

- Phép biến mọi điểm M thành điểm M' sao cho O là trung điểm MM' , với O là điểm cố định cho trước.
- Phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng d .

- C. Phép biến mọi điểm M thành điểm O cho trước.
 D. Phép biến mọi điểm M thành điểm M' là trung điểm của đoạn OM , với O là 1 điểm cho trước.

Ví dụ 20. Trong mặt phẳng Oxy , xét hai phép biến hình sau:

- (I) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(-y; x)$.
 (II) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(2x; 2y)$.

Phép biến hình nào trong hai phép biến hình trên là phép dời hình?

- A. Chỉ phép biến hình (I).
 B. Chỉ phép biến hình (II).
 C. Cả hai phép biến hình (I) và (II).
 D. Cả hai phép biến hình (I) và (II) đều không là phép dời hình.

Dạng 10. Tìm ảnh và tạo ảnh của một điểm qua một phép dời hình

Ví dụ 21. Trong hệ tọa độ Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M - 1 \\ y' = y_M + 2 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm $A(1; 2)$ qua phép biến hình F .

- A. $A'(1; 4)$. B. $A'(2; 0)$. C. $A'(1; -2)$. D. $A'(0; 4)$.

Ví dụ 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho 2 điểm $A(1; 6)$; $B(-1; -4)$. Gọi C, D lần lượt là ảnh của A và B qua phép dời hình $\begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M + 5 \end{cases}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. $ABCD$ là hình thang. B. $ABCD$ là hình bình hành.
 C. $ABCD$ là hình chữ nhật. D. Bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

Ví dụ 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho phép dời hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M + 3 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm P có ảnh là điểm $Q(3; 2)$ qua phép biến hình F .

- A. $P(4; 5)$. B. $P(1; 0)$. C. $P(1; 1)$. D. $P(2; -1)$.

Dạng 11. Tìm ảnh của một đường thẳng qua một phép dời hình

Ví dụ 24. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Phép dời hình $F: \begin{cases} x' = x_M + 2 \\ y' = y_M + 3 \end{cases}$ biến d thành đường thẳng d' có phương trình là

A. $2x + y - 10 = 0$.

B. $2x + y + 10 = 0$.

C. $2x + y + 4 = 0$.

D. $2x + y - 4 = 0$.

Ví dụ 25. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Ảnh của đường thẳng AB qua phép quay tâm O góc quay -180° là đường thẳng nào sau đây?

A. CD .B. AD .C. BC .D. AB .

Dạng 12. Tìm ảnh, tạo ảnh của hình (H) qua một phép dời hình

Ví dụ 26. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x + 4y - 11 = 0$. Phép dời hình $F: \begin{cases} x' = x_M + 2 \\ y' = y_M + 3 \end{cases}$ biến (C) thành đường tròn (C') có phương trình là

A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

B. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 16$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$.

D. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

Ví dụ 27. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép dời hình có được khi thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3; 1)$ và phép quay tâm O góc quay 90° .

A. $(C'): (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

B. $(C'): (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 3$.

C. $(C'): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

D. $(C'): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 3$.

1.3.6 Bài tập trắc nghiệm

Câu 55. Xét các mệnh đề sau:

- (I) Phép dời hình biến ba điểm không thẳng hàng thành ba điểm không thẳng hàng.
- (II) Cho hai điểm phân biệt A, B và f là phép dời hình sao cho $f(A) = A, f(B) = B$. Khi đó, nếu M nằm trên đường thẳng AB thì $f(M) = M$.
- (III) Phép dời hình biến đường thẳng thành đường thẳng, tia thành tia, đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn bằng nó, biến góc thành góc bằng nó.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 56. Giả sử phép dời hình f biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Xét các mệnh đề sau:

- (I) Trọng tâm tam giác ABC biến thành trọng tâm tam giác $A'B'C'$.
- (II) Trực tâm tam giác ABC biến thành trực tâm tam giác $A'B'C'$.
- (III) Tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC lần lượt biến thành tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác $A'B'C'$.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 57. Ta nói M là điểm bất động qua phép biến hình f nghĩa là

- A. M không biến thành điểm nào cả. B. M biến thành điểm tùy ý.
C. $f(M) = M$. D. M biến thành điểm xa vô cùng.

Câu 58. Cho hình vuông tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α , $0 < \alpha \leq 2\pi$, biến hình vuông trên thành chính nó?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 59. Cho hình chữ nhật có O là tâm đối xứng. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc quay α , $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 60. Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc quay $\alpha \neq k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 61. Khẳng định nào sau đây đúng về phép quay?

- A. Phép biến hình biến điểm O thành điểm O và điểm M khác điểm O thành điểm M' sao cho $(OM, OM') = \varphi$ được gọi là phép quay tâm O với góc quay φ .
B. Nếu $Q_{(O, 90^\circ)}: M \mapsto M' (M \neq O)$ thì $OM' \perp OM$.
C. Phép quay không phải là một phép dời hình.
D. Nếu $Q_{(O, 90^\circ)}: M \mapsto M' (M \neq O)$ thì $OM' > OM$.

Câu 62. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.
B. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.
C. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng qua tâm.
D. Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

Câu 63. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = -x_M \\ y' = y_M \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm M có ảnh là điểm $N(-3; 1)$ qua phép biến hình F .

- A. $N(3; 1)$. B. $N(-3; 1)$. C. $N(3; -1)$. D. $N(-3; -1)$.

Câu 64. Hãy tìm khẳng định **sai**?

- A. Phép tịnh tiến là phép dời hình. B. Phép đồng nhất là phép dời hình.
C. Phép quay là phép dời hình. D. Phép vị tự là phép dời hình.

Câu 65. Trong mặt phẳng Oxy , ảnh của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 2)$ là đường tròn có phương trình là

- A. $(x+2)^2 + (y+5)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$. D. $(x+4)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 66. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x+2y-1=0$ và véc-tơ $\vec{v} = (2; m)$. Để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó, ta phải chọn m bằng

- A. 2. B. -1. C. 1. D. 3.

Câu 67. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép biến hình f xác định như sau: “Với mỗi điểm $M(x; y)$, ta có $M' = f(M)$ sao cho $M'(x'; y')$ thỏa mãn $x = x'$ và $y' = ax + by$, với a, b là các hằng số”. Khi đó a và b nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây thì f trở thành phép biến hình đồng nhất?

- A. $a = b = 1$. B. $a = 0; b = 1$. C. $a = 1; b = 2$. D. $a = b = 0$.

Câu 68. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , phép dời hình $\begin{cases} x' = x - 3 \\ y' = y + 1 \end{cases}$ biến parabol $(P): y = x^2 + 1$ thành parabol (P') có phương trình là

A. $y = -x^2 - 6x + 5$. B. $y = -x^2 + 6x - 5$.
C. $y = x^2 + 6x + 11$. D. $y = -x^2 - 6x - 7$.

Câu 69. Cho tam giác đều tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay qua tâm O góc quay α , $0 < \alpha \leq 2\pi$ biến tam giác trên thành chính nó?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 70. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M \\ y' = y_M + 1 \end{cases}$. Tính độ dài đoạn thẳng

PQ với P, Q tương ứng là ảnh của hai điểm $A(1; -2), B(-1; 2)$ qua phép biến hình F .

A. $PQ = 2$. B. $PQ = 2\sqrt{5}$. C. $PQ = 10\sqrt{2}$. D. $PQ = 2\sqrt{2}$.

Câu 71. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M \\ y' = -y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường

tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ qua phép biến hình F .

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.
C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Câu 72. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M + 1 \\ y' = y_M - 1 \end{cases}$. Viết phương

trình elip (E') là ảnh của elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ qua phép biến hình F .

- A. $(E'): \frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{(y + 1)^2}{4} = 1$. B. $(E'): \frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{(y - 1)^2}{4} = 1$.
C. $(E'): \frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $(E'): \frac{(x - 1)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 73. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép dời hình có được khi thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 1)$ và phép quay tâm O góc quay 90° .

- A. $(C'): (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 9$. B. $(C'): (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 3$.
C. $(C'): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$. D. $(C'): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 3$.

Câu 74. Trên chiếc đồng hồ treo tường từ lúc 12 giờ đến 17 giờ, kim giờ đã quay 1 góc bao nhiêu độ?

- A. -150° . B. 150° . C. 210° . D. 25° .

Câu 75. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(-2; 0)$, gọi N là ảnh của M qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc -90° và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (-3; 4)$. Tọa độ điểm N là

- A. $(-3; 6)$. B. $(-5; 4)$. C. $(-3; 2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 76. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(2; 1), B(3; -5)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{AB}$ biến điểm A thành điểm có tọa độ nào sau đây?

- A. $(7; -3)$. B. $(1; -6)$. C. $(2; 1)$. D. $(3; -5)$.

ĐÁP ÁN

55 D	58 D	61 B	64 D	67 B	70 B	73 A	76 D
56 D	59 C	62 A	65 B	68 C	71 B	74 A	
57 C	60 B	63 A	66 B	69 C	72 A	75 A	

1.3.7 Đề kiểm tra trắc nghiệm

Câu 77. Trong mặt phẳng Oxy , xét hai phép biến hình sau:

- (I) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(y; -x)$.
- (II) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(2x; y)$.

Phép biến hình nào trong hai phép biến hình trên là phép dời hình?

- A. Chỉ phép biến hình (I).
- B. Chỉ phép biến hình (II).
- C. Cả hai phép biến hình (I) và (II).
- D. Cả hai phép biến hình (I) và (II) đều không là phép dời hình.

Câu 78. Trong hệ trục tọa độ Oxy , xét hai phép biến hình sau:

- (I) Phép biến hình F_1 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x + 1; y + 2)$.
- (II) Phép biến hình F_2 biến mỗi điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(-y; x)$.

Phép biến hình nào trong hai phép biến hình trên là phép dời hình?

- A. Chỉ phép biến hình (I).
- B. Chỉ phép biến hình (II).
- C. Cả hai phép biến hình (I) và (II).
- D. Cả hai phép biến hình (I) và (II) đều không là phép dời hình.

Câu 79. Phép biến hình F là phép dời hình khi và chỉ khi

- A. F biến đường thẳng thành đường thẳng song song với nó.
- B. F biến đường thẳng thành chính nó.
- C. F biến đường thẳng thành đường thẳng cắt nó.
- D. F biến tam giác thành tam giác bằng nó.

Câu 80. Trên chiếc đồng hồ treo tường từ lúc 4 giờ đến 4 giờ 40 phút, kim phút đã quay được một góc bao nhiêu độ?

- A. 40° .
- B. -240° .
- C. 240° .
- D. 120° .

Câu 81. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(1; 2)$, $N(3; -4)$ và $P(0; -4)$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{NP}$ biến điểm M thành điểm có tọa độ nào trong các tọa độ sau?

- A. $(-2; 2)$.
- B. $(-1; 6)$.
- C. $(-4; -2)$.
- D. $(4; 2)$.

Câu 82. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (2; 3)$ biến (C) thành đường tròn (C') có phương trình là

- A. $(x - 3)^2 + y^2 = 25$.
- B. $(x + 1)^2 + (y + 6)^2 = 25$.
- C. $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 25$.
- D. $(x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 25$.

Câu 83. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2; -1)$. Phép quay tâm O góc quay $\frac{\pi}{2}$ biến A thành A' có tọa độ nào trong các tọa độ sau?

- A. $A'(2; 1)$.
- B. $A'(-1; -2)$.
- C. $A'(-2; -1)$.
- D. $A'(1; 2)$.

Câu 84. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x + y - 3 = 0$. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (2; 8)$ biến d thành đường thẳng d' có phương trình là

- A. $d': x + y + 13 = 0$.
- B. $d': x + y - 13 = 0$.
- C. $d': x + y - 7 = 0$.
- D. $d': x + y + 7 = 0$.

Câu 85. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3; -2)$. Phép dời hình bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; -3)$ và phép quay tâm O góc quay 90° biến A thành điểm có tọa độ nào trong các tọa độ sau đây?

- A. $(5; 4)$.
- B. $(-1; 2)$.
- C. $(1; 2)$.
- D. $(-5; -4)$.

Câu 86. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x + 3y - 5 = 0$. Phép quay tâm O góc quay 90° biến d thành đường thẳng d' có phương trình là

- A. $3x + 2y + 1 = 0$. B. $3x - 2y - 5 = 0$. C. $3x - 2y + 5 = 0$. D. $3x + 2y - 1 = 0$.

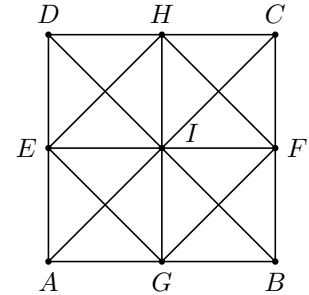
Câu 87. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, DC, BC, AD . Qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc 90° và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{BM}$. Thì ảnh của hình vuông $MBEO$ là

- A. Hình vuông $ECNO$. B. Hình vuông $AMOF$.
C. Hình vuông $ONDF$. D. Hình vuông $ODNF$.

Câu 88.

Cho hình vuông $ABCD$ (như hình vẽ). Phép biến hình nào sau đây biến tam giác DEI thành tam giác CFI .

- A. Phép quay tâm H góc 90° .
B. Phép quay tâm H góc -90° .
C. Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\overrightarrow{EI}$.
D. Phép quay tâm I góc (ID, IC) .



Câu 89. Trong hệ tọa độ Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M - 1 \\ y' = y_M + 2 \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm P có ảnh là điểm $Q(1; 2)$ qua phép dời hình F .

- A. $P(0; 4)$. B. $P(1; 0)$. C. $P(2; 0)$. D. $P(1; -1)$.

Câu 90. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = -x_M \\ y' = y_M \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A có ảnh là điểm $B(-3; -1)$ qua phép dời hình F .

- A. $A(3; -1)$. B. $A(-3; -1)$. C. $A(3; 1)$. D. $A(-3; 1)$.

Câu 91. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M + 2 \\ y' = y_M + 1 \end{cases}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ với P, Q tương ứng là ảnh của hai điểm $M(1; 0), N(-1; 2)$ qua phép dời hình F .

- A. $PQ = 4\sqrt{2}$. B. $PQ = 2\sqrt{2}$. C. $PQ = 3\sqrt{2}$. D. $PQ = \sqrt{2}$.

Câu 92. Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{u} = (3; 1)$ và đường thẳng $d: 2x - y = 0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay $Q_{(O, 90^\circ)}$ và phép tịnh tiến theo $\vec{u}$ là đường thẳng d' có phương trình là

- A. $x + 2y - 5 = 0$. B. $x + 2y + 5 = 0$. C. $2x + y - 7 = 0$. D. $2x + y + 7 = 0$.

Câu 93. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = -x_M \\ y' = y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ qua phép dời hình F .

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Câu 94. Trong mặt phẳng Oxy , cho phép biến hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M - 1 \\ y' = y_M + 2 \end{cases}$. Viết phương trình elip (E') là ảnh của elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ qua phép dời hình F .

A. $(E'): \frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1.$

B. $(E'): \frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1.$

C. $(E'): \frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1.$

D. $(E'): \frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1.$

Câu 95. Cho phép dời hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = x_M - 1 \\ y' = y_M + 2 \end{cases}$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 1 = 0$ qua phép dời hình F .

A. $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 6.$

B. $(C'): x^2 + (y+4)^2 = 6.$

C. $(C'): x^2 + (y-4)^2 = 6.$

D. $(C'): (x-1)^2 + (y+4)^2 = 6.$

Câu 96. Cho phép dời hình F có quy tắc đặt ảnh tương ứng điểm $M(x_M; y_M)$ có ảnh là điểm $M'(x'; y')$ theo công thức $F: \begin{cases} x' = -x_M \\ y' = y_M \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng $d: 2x + 3y - 1 = 0$ qua phép dời hình F .

A. $d': 2x + 3y - 1 = 0.$

B. $d': 2x - 3y + 1 = 0.$

C. $d': 2x - 3y - 1 = 0.$

D. $d': 2x + 3y - 2 = 0.$

Câu 97. Phép quay $Q_{(O; \varphi)}$ biến điểm A thành M . Khi đó

(I) O cách đều A và M .

(II) O thuộc đường tròn đường kính AM .

(III) O nằm trên cung chứa góc φ dựng trên đoạn AM .

Trong các câu trên câu đúng là

A. (I), (II) và (III).

B. (I) và (II).

C. (I).

D. (I) và (III).

Câu 98. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-2; -1)$, phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến parabol $(P): y = x^2$ thành parabol (P') . Khi đó phương trình của (P') là

A. $y = x^2 + 4x + 5.$ B. $y = x^2 + 4x - 5.$ C. $y = x^2 + 4x + 3.$ D. $y = x^2 - 4x + 5.$

Câu 99. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

B. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.

C. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng tâm sẽ được một phép đối xứng tâm.

D. Thực hiện liên tiếp hai phép quay sẽ được một phép quay.

Câu 100.

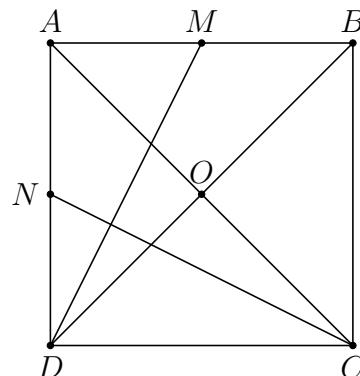
Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AD (hình bên). Theo hình bên thì khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Góc giữa DM và CN bằng 90° .

B. Tam giác ODC là ảnh của tam giác OAB qua phép quay tâm O góc quay 180° .

C. Đường thẳng DM là ảnh của đường thẳng CN qua phép quay tâm O góc quay -90° .

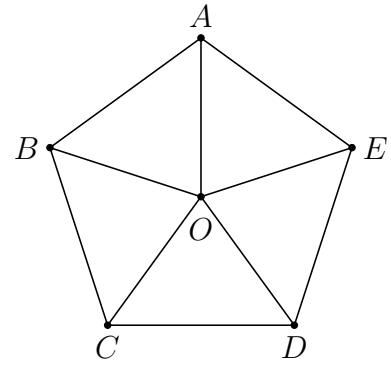
D. Tam giác OBC là ảnh của tam giác OAB qua phép quay tâm O góc quay 90° .



Câu 101.

Cho đa giác đều $ABCDE$ có tâm O như hình bên.
 Hãy cho biết phép biến hình nào biến tam giác OAB thành tam giác OEA ?

- A. $Q_{(O; 72^\circ)}$.
- B. $T_{\overrightarrow{BA}}$.
- C. $Q_{(O; -72^\circ)}$.
- D. $Q_{(A; 144^\circ)}$.



ĐÁP ÁN

77 A	80 B	83 D	86 C	89 C	92 A	95 C	98 C	101 C
78 C	81 A	84 B	87 C	90 A	93 C	96 B	99 A	
79 D	82 A	85 A	88 A	91 B	94 D	97 C	100 D	

1.4 PHÉP VỊ TỰ

1.4.1 Tóm tắt lí thuyết

Định nghĩa phép vị tự

Cho điểm O cố định và một số thực k không đổi, $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' , sao cho $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỉ số k và kí hiệu là $V_{(O,k)}$ (O được gọi là tâm vị tự).

Nhận xét

Phép vị tự biến tâm vị tự thành chính nó.

Phép vị tự tỉ số $k = 1$ chính là phép đồng nhất.

Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -1$ chính là phép đối xứng qua tâm I .

$$M' = V_{(I,k)}(M) \Leftrightarrow M = V_{(I,\frac{1}{k})}(M').$$

Các tính chất

Định lí 1. Nếu phép vị tự tâm I tỉ số k biến hai điểm M và N lần lượt thành hai điểm M' và N' thì $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$ và $M'N' = |k|MN$.

Định lí 2. Phép vị tự biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự của ba điểm đó.

Từ các định lí trên ta có các hệ quả sau

Hệ quả 1. Phép vị tự tỉ số k .

- Biến đường thẳng không qua tâm vị tự thành đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.
- Biến đường thẳng qua tâm vị tự thành chính nó.
- Biến tia thành tia.
- Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài được nhân lên với $|k|$.
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tỉ số đồng dạng là $|k|$.
- Biến góc thành góc bằng nó.

Chú ý

Qua phép $V_{(O,k)}$ đường thẳng d biến thành chính nó khi và chỉ khi đường thẳng d đi qua tâm vị tự O .

Định lí 3. Phép vị tự tỉ số k biến một đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k|R$.

Chú ý

Nếu phép vị tự tâm O tỉ số k biến đường tròn $(I; R)$ thành đường tròn $(I'; R')$ thì $|k| = \frac{R'}{R} \Leftrightarrow k = \pm \frac{R'}{R}$ và $\overrightarrow{OI'} = k\overrightarrow{OI}$.

Tâm vị tự của hai đường tròn

Với hai đường tròn bất kì luôn có một phép vị tự biến đường tròn này thành đường tròn kia. Tâm của phép vị tự này được gọi là tâm vị tự của hai đường tròn.

Nếu tỉ số vị tự $k > 0$ thì tâm vị tự đó gọi là tâm vị tự ngoài, nếu tỉ số vị tự $k < 0$ thì tâm vị tự đó gọi là tâm vị tự trong.

Hai đường tròn có bán kính bằng nhau và khác tâm thì chỉ có một tâm vị tự trong, đó chính là trung điểm của đoạn nối tâm.

Hai đường tròn có bán kính khác nhau thì có một tâm vị tự ngoài và một tâm vị tự trong.

Đường tròn (C) biến thành chính nó khi và chỉ khi đường tròn (C) có tâm là tâm vị tự và tỉ số vị tự $k = \pm 1$.

1.4.2 CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm ảnh, tạo ảnh của một điểm qua một phép vị tự

Ví dụ 1. Tìm ảnh A' của điểm $A(3; 4)$ qua phép vị tự tâm $I(2; 5)$, $k = 2$.

Ví dụ 2. Cho $I(-2; 1)$, $M(1; 1)$, $M'(-1; 1)$, phép vị tự tâm I biến điểm M thành M' có tỉ số k bằng bao nhiêu?

Ví dụ 3. Cho hai điểm $M(-3; 5)$, $M'(4; 6)$. Tìm tâm I phép vị tự biến điểm M thành M' có hệ số $k = 2$.

Ví dụ 4. Cho ba điểm $A(0; 3)$, $B(2; -1)$, $C(-1; 5)$. Tồn tại hay không tồn tại một phép vị tự tâm A tỉ số k để biến B thành C ?

Dạng 2. Tìm ảnh, tạo ảnh của đường thẳng qua một phép vị tự

Ví dụ 5. Cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép vị tự tâm $I(2; 1)$ có tỉ số $k = 2$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x + 2y - 6 = 0$. Hãy viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép vị tự tâm $I(1; 2)$ tỉ số vị tự $k = -2$.

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 5x + 2y - 7 = 0$. Tìm ảnh d' của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

Dạng 3. Tìm ảnh, tạo ảnh của một đường tròn qua phép vị tự

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2; 1)$ tỉ số $k = -\frac{1}{2}$.

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 9$. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm $I(1; 2)$ tỉ số $k = -2$.

Ví dụ 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một phép biến hình T biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ xác định bởi biểu thức tọa độ sau đây
$$\begin{cases} x' = 3x - 4 \\ y' = 3y - 2. \end{cases}$$

a) Chứng minh T là một phép vị tự.

b) Tìm ảnh (C') của đường tròn $(C): x^2 + (y - 1)^2 = 1$ qua phép biến hình T .

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Tìm ảnh (C') của (C) qua phép vị tự tâm $I(-1; 2)$ tỉ số $k = 3$.

 **Dạng 4.** Tìm ảnh, tạo ảnh của một đường cong (khác các dạng trên) qua một phép vị tự

Ví dụ 12. Trong mặt phẳng Oxy cho hai Parabol có phương trình $y = ax^2$ và $y = bx^2$ ($a \neq b$). Chứng minh rằng có một phép vị tự biến Parabol này thành Parabol kia.

Ví dụ 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ có $A(-3; 1)$, $B(0; 2)$, $C(5; 1)$, $D(-4; -2)$. Tìm tỉ số vị tự k của phép vị tự biến C thành I , với I là giao điểm hai đường chéo.

Ví dụ 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$. Tìm ảnh (S') của đường cong $(S): y = \frac{2x + 1}{1 - x}$ qua phép vị tự trên.

 **Dạng 5.** Tìm quỹ tích điểm dựa vào phép vị tự

Ví dụ 15. Tam giác ABC có hai đỉnh B, C cố định, còn đỉnh A chạy trên một đường tròn $(O; R)$. Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABC .

Ví dụ 16. Cho đường tròn (O) và một điểm P nằm trong đường tròn đó. Một đường thẳng thay đổi đi qua P , cắt (O) tại hai điểm A và B . Tìm quỹ tích điểm M sao cho

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}.$$

Dạng 6. Dựng hình dựa vào phép vị tự

Để dựng điểm M , ta có thể xem M như là ảnh của một điểm đã biết qua một phép vị tự, hoặc xem M như là giao của một đường cố định với ảnh của một đường đã biết qua một phép vị tự.

Ví dụ 17. Cho tam giác ABC có hai góc B và C nhọn. Dựng hình chữ nhật $DEFG$ có $EF = 2DE$ với hai đỉnh D, E nằm trên BC và hai đỉnh F, G lần lượt nằm trên AC, AB .

Ví dụ 18. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Hãy dựng hình vuông $MNPQ$, sao cho M, N lần lượt nằm trên cạnh AB, AC và P, Q nằm trên cạnh BC .

Ví dụ 19. Cho nửa đường tròn đường kính AB . Hãy dựng hình vuông có hai đỉnh nằm trên nửa đường tròn, hai đỉnh còn lại nằm trên đường kính AB .

Dạng 7. Chứng minh tính chất hình học của hình

Tìm một phép vị tự với tâm và tỉ số thích hợp. Sử dụng các tính chất của phép vị tự để chứng minh tính chất mà bài toán yêu cầu.

Ví dụ 20. Cho tam giác ABC . Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Gọi I, G, H lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm và trực tâm của tam giác ABC .

- Chứng minh I là trực tâm của tam giác $A'B'C'$.
- Tìm ảnh của $A'B'C'$ qua phép vị tự tâm G tỉ số $k = -2$.
- Chứng minh $\overrightarrow{GH} = -2\overrightarrow{GI}$ (Như vậy khi ba điểm G, H, I không trùng nhau thì chúng nằm trên một đường thẳng, đường thẳng này gọi là đường thẳng Ô-le).
- Gọi I' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$. Chứng minh I' là trung điểm của IH .

Ví dụ 21. Cho đường tròn (O) có đường kính AB . Gọi C là điểm đối xứng của A qua B , PQ là một đường kính thay đổi của (O) . Đường thẳng CQ cắt PA và PB lần lượt tại M, N .

- Chứng minh rằng Q là trung điểm của CM ; N là trung điểm của CQ .
- Tìm quỹ tích của điểm M và N khi đường kính PQ thay đổi.

Dạng 8. Xác định tâm vị tự của hai đường tròn

Ví dụ 22. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+4)^2 + y^2 = 2$ và đường tròn $(C)': (x-2)^2 + (y-3)^2 = 8$. Tìm phép vị tự biến đường tròn (C) thành đường tròn (C') .

Ví dụ 23. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(2; 1)$ và $B(8; 4)$. Tìm tọa độ tâm vị tự của hai đường tròn $(A; 2)$ và $(B; 4)$.

Ví dụ 24. Xác định tâm vị tự trong và tâm vị tự ngoài của hai đường tròn trong các trường hợp sau

- Hai đường tròn tiếp xúc ngoài nhau.
- Hai đường tròn tiếp xúc trong nhau.
- Một đường tròn chứa đường tròn kia.

1.4.3 BÀI TẬP KIỂM TRA 45 PHÚT

ĐỀ BÀI

Câu 102. Tìm A để điểm $A'(1; 2)$ là ảnh của A qua phép vị tự tâm $I(1; 3)$, tỉ số vị tự $k = -2$.

- A. $A(1; 13)$. B. $A\left(1; \frac{7}{2}\right)$. C. $A\left(-1; -\frac{7}{2}\right)$. D. $A(-1; -13)$.

Câu 103. Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Phép vị tự nào sau đây biến $\triangle ABC$ thành $\triangle NPM$?

- A. $V_{(A, -\frac{1}{2})}$. B. $V_{(M, \frac{1}{2})}$. C. $V_{(G, -2)}$. D. $V_{(G, -\frac{1}{2})}$.

Câu 104. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; 2)$. Ảnh của A qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$ là

- A. $(3; 2)$. B. $(2; 3)$. C. $(-2; -3)$. D. $(-3; -2)$.

Câu 105. Cho đường tròn O với dây cung PQ . Dựng hình vuông $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên đường thẳng PQ và hai đỉnh C, D nằm trên đường tròn.

Câu 106. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A cố định. Một dây cung BC thay đổi của $(O; R)$ có độ dài không đổi $BC = 2$. Tìm tập hợp các điểm G sao cho $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

1.4.4 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1. Khai thác định nghĩa, tính chất và ứng dụng của phép vị tự

Câu 1. Mệnh đề nào sau đây **sai** về phép vị tự?

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy.
- Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó.
- Biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.

Câu 2. Cho hai đường thẳng song song d và d' . Có bao nhiêu phép vị tự với tỉ số $k = 20$ biến đường thẳng d thành d' ?

- A. Không có phép nào. B. Có một phép duy nhất.
C. Chỉ có 2 phép. D. Có vô số phép.

Câu 3. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d' . Có bao nhiêu phép vị tự biến đường thẳng d thành d' ?

- A. Không có phép nào. B. Có một phép duy nhất.
C. Chỉ có 2 phép. D. Có vô số phép.

Câu 4. Cho hai đường thẳng song song d và d' , và một điểm O không nằm trên chúng. Có bao nhiêu phép vị tự tâm O biến đường thẳng d thành d' ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 5. Cho hai đường tròn bằng nhau $(O; R)$ và $(O'; R)$ với tâm O và tâm O' phân biệt. Có bao nhiêu phép vị tự biến $(O; R)$ thành $(O'; R)$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 6. Cho hai phép vị tự $V_{(O,k)}$ và $V_{(O',k')}$ với O và O' là hai điểm phân biệt và $k \cdot k' = 1$. Hợp của hai phép vị tự đó là phép nào sau đây?

- A. Phép tịnh tiến. B. Phép đối xứng trục.
C. Phép đối xứng tâm. D. Phép quay.

Câu 7. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , $AB = 6$, $AC = 8$. Phép vị tự tâm A tỉ số $\frac{3}{2}$ biến B thành B' , biến C thành C' . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $BB'C'C$ là hình thang. B. $B'C' = 12$.
C. $S_{A'B'C'} = \frac{3}{4}$. D. Chu vi $\triangle ABC = \frac{2}{3}$ chu vi $\triangle A'B'C'$.

Câu 8. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Đáy lớn $AB = 8$, đáy nhỏ $CD = 4$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo và J là giao điểm của hai cạnh bên. Phép biến hình $\overrightarrow{AB}$ thành $\overrightarrow{CD}$ là phép vị tự nào?

- A. $V_{(I, \frac{1}{2})}$. B. $V_{(J, \frac{1}{2})}$. C. $V_{(I, -\frac{1}{2})}$. D. $V_{(J, -\frac{1}{2})}$.

Câu 9. Cho đường tròn $(O; R)$ và một điểm A cố định trên đường tròn BC là dây cung di động và BC có độ dài không đổi bằng $2a$ ($a < R$). Gọi M là trung điểm BC . Khi đó tập hợp trọng tâm G của $\triangle ABC$ là

- A. $G = V_{(A, \frac{2}{3})}(M)$, tập hợp là một đường tròn.
B. $G = V_{(O, \frac{1}{2})}(M)$, tập hợp là một đường thẳng.
C. $G = V_{(A, \frac{1}{3})}(M)$, tập hợp là một đường tròn.
D. $G = V_{(B, \frac{2}{3})}(M)$, tập hợp là một đường thẳng.

Câu 10. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Một đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O) và đoạn AB lần lượt tại C và D . Đường thẳng CD cắt $(O; R)$ tại I . Tính độ dài đoạn AI .

- A. $2R\sqrt{3}$. B. $R\sqrt{2}$. C. $R\sqrt{3}$. D. $2R\sqrt{2}$.

Câu 11. Cho hai đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ tiếp xúc trong tại A ($R > R'$). Đường kính qua A cắt $(O; R)$ tại B và cắt $(O'; R')$ tại C . Một đường thẳng di động qua A cắt $(O; R)$ tại M và cắt $(O'; R')$ tại N . Gọi I là giao điểm của BN và CM . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Tập hợp điểm I là đường tròn: $(O'') = V_{(C, \frac{R'}{R+R'})}((O, R))$.
B. Tập hợp điểm I là đường tròn: $(O'') = V_{(C, \frac{R}{R+R'})}((O, R))$.
C. Tập hợp điểm I là đường tròn: $(O'') = V_{(M, \frac{R'}{R+R'})}((O, R))$.
D. Tập hợp điểm I là đường tròn: $(O'') = V_{(M, \frac{R}{R+R'})}((O, R))$.

Dạng 2. Tìm ảnh của điểm, đường qua phép vị tự bằng phương pháp tọa độ

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm ảnh A' của điểm $A(1; -3)$ qua phép vị tự tâm O tỉ số -2 .

- A. $A'(2; 6)$. B. $A'(1; 3)$. C. $A'(-2; 6)$. D. $A'(-2; -6)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 2)$. Tìm ảnh A' của A qua phép vị tự tâm $I(3; -1)$ tỉ số $k = 2$

- A. $A'(3; 4)$. B. $A'(1; 5)$. C. $A'(-5; -1)$. D. $A'(-1; 5)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $P(-3; 2)$, $Q(1; 1)$, $R(2; -4)$. Gọi P' , Q' , R' lần lượt là ảnh của P , Q , R qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -\frac{1}{3}$. Khi đó tọa độ trọng tâm của tam giác $P'Q'R'$ là

- A. $\left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{9}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{2}{9}; 0\right)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(0; 3)$, $B(2; -1)$, $C(-1; 5)$. Phép vị tự tâm A tỉ số k biến B thành C . Khi đó giá trị k là

- A. $k = -\frac{1}{2}$. B. $k = -1$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = 2$.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(0; 3)$, $B(2; -1)$, $C(-1; 5)$. Phép vị tự tâm A tỉ số k biến B thành C . Khi đó giá trị k là

- A. $k = 2$. B. $k = -1$. C. $k = 1$. D. $k \in \emptyset$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 2x + y - 4 = 0$, $I(-1; 2)$. Tìm ảnh d' của d qua phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$.

- A. $2x - y + 4 = 0$. B. $-2x + y + 8 = 0$. C. $2x + y + 8 = 0$. D. $x + \frac{1}{2}y + 2 = 0$.

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - y - 5 = 0$ Tìm ảnh d' của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -\frac{2}{3}$.

- A. $-3x + y - 9 = 0$. B. $3x - y - 10 = 0$. C. $9x - 3y + 15 = 0$. D. $9x - 3y + 10 = 0$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$ và $d': 2x - y - 6 = 0$. Phép vị tự $V_{(O, k)}(d) = d'$. Tìm k .

- A. $k = \frac{3}{2}$. B. $k = -\frac{2}{3}$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = -\frac{1}{3}$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , tìm ảnh đường tròn (C') của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$ qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

- A. $(C'): (x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 10$. B. $(C'): (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 10$.
C. $(C'): (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 20$. D. $(C'): (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 20$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$. Tìm ảnh đường tròn (C') của đường tròn (C) qua phép vị tự tâm $I(1; 2)$ và tỉ số $k = -2$.

- A. $x^2 + y^2 + 6x - 16y + 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 6x + 16y - 4 = 0$.
C. $(x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 20$. D. $(x - 3)^2 + (y + 8)^2 = 20$.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1): (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$; $(C_2): (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$. Tìm tâm vị tự ngoài của hai đường tròn đó.

- A. $(-2; 3)$. B. $(2; 3)$. C. $(3; -2)$. D. $(1; -3)$.

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1): (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$ và đường tròn $(C_2): (x - 10)^2 + (y - 7)^2 = 9$. Tìm tâm vị tự trong biến C thành (C') .

- A. $\left(\frac{36}{5}; \frac{27}{5}\right)$. B. $\left(\frac{13}{2}; 5\right)$. C. $\left(\frac{32}{5}; \frac{24}{5}\right)$. D. $\left(5; \frac{13}{2}\right)$.

1.4.5 BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 13. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d' . Có bao nhiêu phép vị tự biến d thành đường thẳng d' ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 14. Cho hai đường thẳng song song d và d' . Có bao nhiêu phép vị tự với tỉ số $k = 20$ biến đường thẳng d thành đường thẳng d' ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 15. Cho hai đường thẳng song song d và d' và một điểm O không nằm trên chúng. Có bao nhiêu phép vị tự tâm O biến đường thẳng d thành đường thẳng d' ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 16. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d' . Có bao nhiêu phép vị tự biến mỗi đường thẳng thành chính nó.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 17. Cho hai đường tròn bằng nhau $(O; R)$ và $(O'; R')$ với tâm O và O' phân biệt. Có bao nhiêu phép vị tự biến $(O; R)$ thành $(O'; R')$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 18. Cho đường tròn $(O; R)$. Có bao nhiêu phép vị tự với tâm O biến $(O; R)$ thành chính nó?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 19. Cho đường tròn $(O; R)$. Có bao nhiêu phép vị tự biến $(O; R)$ thành chính nó?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 20. Có bao nhiêu phép vị tự biến đường tròn $(O; R)$ thành đường tròn $(O; R')$ với $R \neq R'$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 21. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 1$ là phép nào trong các phép sau đây?

- A. Phép đối xứng tâm. B. Phép đối xứng trục.
C. Phép quay một góc khác $k\pi$. D. Phép đồng nhất.

Câu 22. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$ là phép nào trong các phép sau đây?

- A. Phép đối xứng tâm. B. Phép đối xứng trục.
C. Phép quay một góc khác $k\pi$. D. Phép đồng nhất.

Câu 23. Phép vị tự không thể là phép nào trong các phép sau đây?

- A. Phép đồng nhất. B. Phép quay.
C. Phép đối xứng tâm. D. Phép đối xứng trục.

Câu 24. Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{k}\overrightarrow{OM'}$. B. $\overrightarrow{OM} = k\overrightarrow{OM'}$. C. $\overrightarrow{OM} = -k\overrightarrow{OM'}$. D. $\overrightarrow{OM} = -\overrightarrow{OM'}$.

Câu 25. Phép vị tự tâm O tỉ số -3 lần lượt biến hai điểm A, B thành hai điểm C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{BD}$. B. $3\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. C. $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

Câu 26. Cho phép vị tự tỉ số $k = 2$ biến điểm A thành điểm B , biến điểm C thành điểm D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$. B. $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. C. $2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BD}$.

Câu 27. Cho tam giác ABC với trọng tâm G , D là trung điểm BC . Gọi V là phép vị tự tâm G tỉ số k biến điểm A thành điểm D . Tìm k .

- A. $k = \frac{3}{2}$. B. $k = -\frac{3}{2}$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 28. Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC . Khi đó, phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC ?

- A. Phép vị tự tâm G , tỉ số $k = 2$.
 B. Phép vị tự tâm G , tỉ số $k = -2$.
 C. Phép vị tự tâm G , tỉ số $k = -3$.
 D. Phép vị tự tâm G , tỉ số $k = 3$.

Câu 29. Cho hình thang $ABCD$ có hai cạnh đáy là AB và CD thỏa mãn $AB = 3CD$. Phép vị tự biến điểm A thành điểm C và biến điểm B thành điểm D có tỉ số k là

- A. $k = 3$.
 B. $k = -\frac{1}{3}$.
 C. $k = \frac{1}{3}$.
 D. $k = -3$.

Câu 30. Cho hình thang $ABCD$, với $\overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Xét phép vị tự tâm I tỉ số k biến $\overrightarrow{AB}$ thành $\overrightarrow{CD}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $k = -\frac{1}{2}$.
 B. $k = \frac{1}{2}$.
 C. $k = -2$.
 D. $k = 2$.

Câu 31. Xét phép vị tự $V_{(I,3)}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Hỏi chu vi tam giác $A'B'C'$ gấp mấy lần chu vi tam giác ABC .

- A. 1.
 B. 2.
 C. 3.
 D. 6.

Câu 32. Một hình vuông có diện tích bằng 4. Qua phép vị tự $V_{(I,-2)}$ thì ảnh của hình vuông trên có diện tích tăng gấp mấy lần diện tích ban đầu.

- A. $\frac{1}{2}$.
 B. 2.
 C. 4.
 D. 8.

Câu 33. Cho đường tròn $(O; 3)$ và điểm I nằm ngoài (O) sao cho $OI = 9$. Gọi $(O'; R')$ là ảnh của $(O; 3)$ qua phép vị tự $V_{(I,5)}$. Tính R' .

- A. $R' = 9$.
 B. $R' = \frac{5}{3}$.
 C. $R' = 27$.
 D. $R' = 15$.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép vị tự tâm $I(2; 3)$ tỉ số $k = -2$ biến điểm $M(-7; 2)$ thành điểm M' có tọa độ là

- A. $(-10; 2)$.
 B. $(20; 5)$.
 C. $(18; 2)$.
 D. $(-10; 5)$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho phép vị tự V tỉ số $k = 2$ biến điểm $A(1; -2)$ thành điểm $A'(-5; 1)$. Hỏi phép vị tự V biến điểm $B(0; 1)$ thành điểm có tọa độ nào sau đây?

- A. $(0; 2)$.
 B. $(12; -5)$.
 C. $(-7; 7)$.
 D. $(11; 6)$.

Câu 36. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(1; 2)$, $B(-3; 4)$ và $I(1; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ biến điểm A thành A' , biến điểm B thành B' . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $A'B' = AB$.
 B. $\overrightarrow{A'B'} = \left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.
 C. $A'B' = 2\sqrt{5}$.
 D. $\overrightarrow{A'B'} = (-4; 2)$.

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(4; 6)$ và $M'(-3; 5)$. Phép vị tự tâm I , tỉ số $k = \frac{1}{2}$ biến điểm M thành M' . Tìm tọa độ tâm vị tự I .

- A. $I(-4; 10)$.
 B. $I(11; 1)$.
 C. $I(1; 11)$.
 D. $I(-10; 4)$.

Câu 38. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $I(-2; -1)$, $M(1; 5)$ và $M'(-1; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M' . Tìm k .

- A. $k = \frac{1}{3}$.
 B. $k = \frac{1}{4}$.
 C. $k = 3$.
 D. $k = 4$.

Câu 39. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x + y + 3 = 0$.
 B. $2x + y - 6 = 0$.
 C. $4x - 2y - 3 = 0$.
 D. $4x + 2y - 5 = 0$.

Câu 40. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ và điểm $I(1; 0)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ thành Δ' có phương trình là

- A. $x - 2y + 3 = 0$.
 B. $x + 2y - 1 = 0$.
 C. $2x - y + 1 = 0$.
 D. $x + 2y + 3 = 0$.

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt có phương trình $x - 2y + 1 = 0, x - 2y + 4 = 0$ và điểm $I(2; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ_1 thành Δ_2 . Tìm k .

A. $k = 1$.

B. $k = 2$.

C. $k = 3$.

D. $k = 4$.

Câu 42. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 5)^2 = 4$ và điểm $I(2; -3)$. Gọi (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$. Khi đó (C') có phương trình là

A. $(x - 4)^2 + (y + 19)^2 = 16$.

B. $(x - 6)^2 + (y + 9)^2 = 16$.

C. $(x + 4)^2 + (y - 19)^2 = 16$.

D. $(x + 6)^2 + (y + 9)^2 = 16$.

ĐÁP ÁN

102 B	4 B	10 B	5 D	11 A	17 B	23 D	29 B	35 C	41 D
103 D	5 B	11 B	6 C	12 A	18 C	24 A	30 A	36 B	42 A
104 D	6 A	1 C	7 D	13 A	19 D	25 B	31 C	37 D	
1 D	7 B	2 D	8 A	14 D	20 C	26 C	32 C	38 A	
2 D	8 C	3 B	9 C	15 B	21 D	27 D	33 D	39 B	
3 A	9 A	4 A	10 C	16 D	22 A	28 B	34 B	40 B	

1.5 PHÉP ĐỒNG DẠNG

1.5.1 TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Định nghĩa

Phép biến hình F được gọi là phép đồng dạng tỉ số k ($k > 0$) nếu với hai điểm M, N bất kì và ảnh M', N' tương ứng của chúng ta luôn có $M'N' = k \cdot MN$.

Nhận xét:

- Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số 1.
- Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
- Nếu thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.

Tính chất

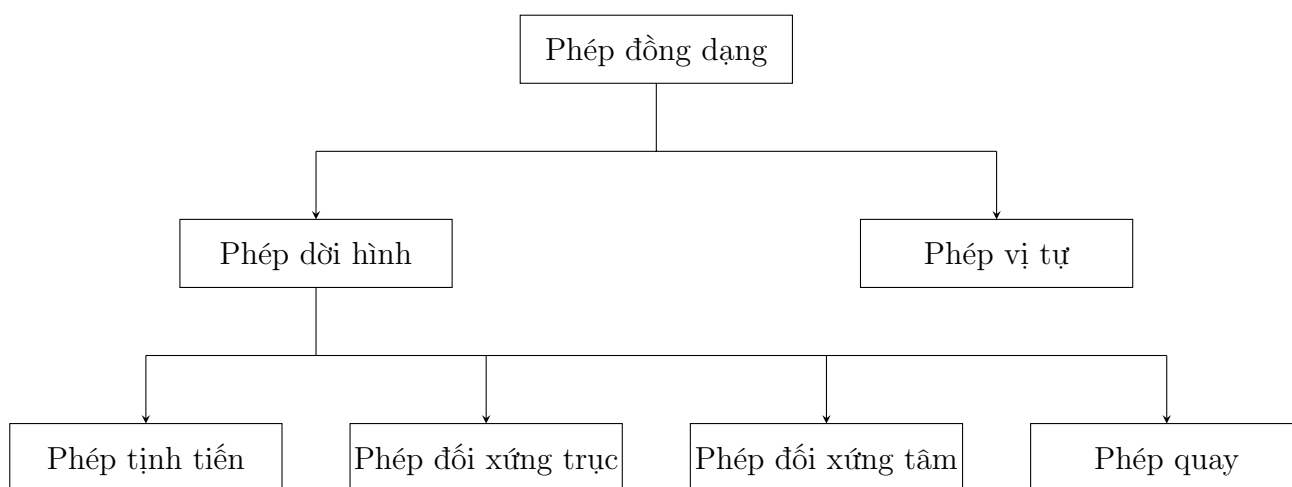
Phép đồng dạng tỉ số k

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy;
- Biến một đường thẳng thành đường thẳng; biến tia thành tia; biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng;
- Biến một tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho; biến góc thành góc bằng nó;
- Biến một đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính kR .

Hình đồng dạng

Hai hình được gọi là đồng dạng với nhau nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

Sơ đồ biểu thị mối quan hệ giữa các phép biến hình



1.5.2 CÁC DẠNG BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1. Xác định ảnh của một hình qua một phép đồng dạng

Phương pháp giải: Dùng định nghĩa và các tính chất của phép đồng dạng.

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x - 2\sqrt{2} = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 45° .

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng d có phương trình $x + y - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(-1; -1)$, tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc -45° .

Dạng 2. Xác định ảnh của một hình qua một phép đồng dạng

Phương pháp giải: Tìm cách biểu thị phép đồng dạng đó như là kết quả của việc thực hiện liên tiếp các phép đồng dạng đã biết.

Ví dụ 3. Chứng minh rằng nếu hai tam giác cân ABC và $A'B'C'$ có $AB = AC$, $\widehat{A} = \widehat{A'}$ và $\frac{AB}{A'B'} = 2$ thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

Ví dụ 4. Chứng minh rằng hai hình vuông bất kì đồng dạng với nhau.

Ví dụ 5. Cho hai tam giác ABC vuông tại A . AH là đường cao kẻ từ A ($H \in BC$). Chứng minh rằng có một phép đồng dạng biến tam giác HBA thành tam giác ABC .

Bài 1. Chứng minh rằng hai đa giác đều có cùng số cạnh luôn đồng dạng với nhau.

Bài 2. Cho đoạn thẳng AB và đường thẳng Δ không cắt đoạn AB . Một điểm M di động trên Δ . Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác MAB .

Bài 3. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A cố định khác O . Một điểm M di động trên (O) , gọi M' là chân đường phân giác trong tại góc O của tam giác OMA . Tìm quỹ tích điểm M' .

1.5.3 Các dạng toán

Dạng 3. Vận dụng lý thuyết

Áp dụng các lý thuyết về phép vị tự.

Ví dụ 6. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. Khi thực hiện liên tiếp hai phép dời hình ta được một phép dời hình.
- B. Khi thực hiện liên tiếp một phép dời hình và một phép đồng dạng ta được một phép

đồng dạng.

C. Phép đồng dạng là một trường hợp đặc biệt của phép dời hình.

D. Phép dời hình là một trường hợp đặc biệt của phép đồng dạng.

Ví dụ 7. Giả sử phép đồng dạng với tỉ số k ($k > 0$) biến hai điểm M và N tương ứng thành M' và N' . Ta có

A. $M'N' = k^2.MN$.

B. $MN = k.M'N'$.

C. $MN = \frac{1}{k}.M'N'$.

D. $M'N' = \frac{1}{k}.MN$.

Dạng 4. Phương pháp tọa độ.

Với $I(a; b)$, $M(x; y)$, $M'(x'; y')$, ta có $M' = V_{(I,k)}(M) \Leftrightarrow \begin{cases} x' - a = k(x - a) \\ y' - b = k(y - b) \end{cases}$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy phép đồng dạng F hợp thành bởi phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép đối xứng trục Ox biến điểm $M(4; 2)$ thành điểm có tọa độ

A. $(2; -1)$.

B. $(8; 1)$.

C. $(4; 2)$.

D. $(8; 4)$.

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy phép đồng dạng F hợp thành bởi phép vị tự tâm $O(0; 0)$ tỉ số $k = 3$ và phép đối xứng trục Ox biến đường thẳng $d: x - y - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình

A. $x - y + 3 = 0$.

B. $x + y + 3 = 0$.

C. $x + y - 3 = 0$.

D. $x - y + 2 = 0$.

Dạng 5. Nhận dạng phép đồng dạng, nhận dạng hình

Dùng định nghĩa phép đồng dạng để xác định hình theo yêu cầu.

Ví dụ 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm I . Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, CD, CI, FC . Phép đồng dạng hợp bởi phép vị tự tâm C tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng tâm I biến tứ giác $IGHF$ thành

A. $AIFD$.

B. $BCFI$.

C. $CIEB$.

D. $DIEA$.

1.5.4 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 43. Mọi phép dời hình cũng là phép đồng dạng với tỉ số

- A. $k = -1$. B. $k = 1$. C. $k = 0$. D. $k = 3$.

Câu 44. Các phép biến hình biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó có thể kể ra là

- A. Phép vị tự.
B. Phép đồng dạng, phép vị tự.
C. Phép đồng dạng, phép dời hình, phép vị tự.
D. Phép dời hình, phép vị tự.

Câu 45. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x - y = 0$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(1; 2)$, tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng qua trục Oy sẽ biến đường thẳng d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x - y = 0$. B. $4x - y = 0$. C. $2x + y = 0$. D. $2x + y - 2 = 0$.

Câu 46. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 4$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O , tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O , góc quay 90° sẽ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình sau?

- A. $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 1$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$.
C. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$. D. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

Câu 47. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O . Gọi E, F, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, BC, AD . Gọi F là phép đồng dạng biến tam giác OCF thành tam giác CAB . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

- A. F hợp bởi phép đối xứng tâm O và phép vị tự tâm A tỉ số $k = 2$.
B. F hợp bởi phép đối xứng trục AC và phép vị tự tâm C tỉ số $k = 2$.
C. F hợp bởi phép vị tự tâm C tỉ số $k = 2$ và phép đối xứng tâm O .
D. F hợp bởi phép đối xứng trục BD và phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$.

Câu 48. Khoanh tròn đáp án Đ, S (để chọn đúng hay sai) vào các ô tương ứng.

Câu	Nội dung câu	Đ	S
A	Phép vị tự tỉ số k là một phép đồng dạng tỉ số k .	Đ	S
B	Phép đồng dạng tỉ số $k = 1$ là một phép dời hình.	Đ	S
C	Thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng tỉ số k và tỉ số $\frac{1}{k}$, ta được phép đồng nhất.	Đ	S
D	Phép vị tự tỉ số k biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài được nhân lên với số k .	Đ	S
E	Phép biến hình đồng nhất là một phép đồng dạng.	Đ	S
F	Phép đồng dạng biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến một tia thành một tia, biến một đoạn thẳng thành một đoạn thẳng.	Đ	S
G	Phép đồng dạng biến một tam giác thành một tam giác đồng dạng với nó; biến một góc thành một góc bằng nó; biến một đường tròn thành một đường tròn, trong đó tâm biến thành tâm còn bán kính được nhân lên với hệ số đồng dạng.	Đ	S

Câu 49. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Phép dời hình là phép đồng dạng với tỉ số $k = 1$.

- B. Phép quay là phép đồng dạng.
 C. Phép vị tự là một phép dời hình.
 D. Phép vị tự có tỉ số $k = \pm 1$ là một phép dời hình.

Câu 50. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Phép dời hình là một phép đồng dạng. B. Phép vị tự là một phép đồng dạng.
 C. Phép quay là một phép đồng dạng. D. Phép đồng dạng là phép dời hình.

Câu 51. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.
 B. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.
 C. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng tâm sẽ được một phép đối xứng tâm.
 D. Thực hiện liên tiếp hai phép quay sẽ được một phép quay.

Câu 52. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2; 4)$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua trục Oy sẽ biến M thành điểm nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(-2; 4)$. C. $(-1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Câu 53. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x - y = 0$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng qua trục Oy sẽ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình sau?

- A. $2x - y = 0$. B. $2x + y = 0$. C. $4x - y = 0$. D. $2x + y - 2 = 0$.

Câu 54. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện phép vị tự tâm O , tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O , góc 90° sẽ biến (C) thành đường tròn nào có phương trình sau?

- A. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$. B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.
 C. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$. D. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.

Câu 55. Trong mặt phẳng Oxy , điểm $M(2; 2)$. Phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện phép vị tự tâm $I(-2; -3)$, tỉ số $k = 4$ và tịnh tiến theo $\vec{v} = (2; -1)$ sẽ biến điểm M thành điểm có tọa độ

- A. $(16; 16)$. B. $(12; 18)$. C. $(14; 17)$. D. $(16; 20)$.

Câu 56. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện phép vị tự tâm $I(1; -1)$, tỉ số $k = \frac{1}{3}$ và phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (3; 4)$ sẽ biến đường tròn (C) thành đường tròn có phương trình là

- A. $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 9$. B. $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 1$.
 C. $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 1$. D. $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.

Câu 57. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O (điểm được đặt theo chiều kim đồng hồ). Gọi A' , B' , C' , D' theo thứ tự là trung điểm của AB , BC , CD , DA . Gọi V là phép vị tự tâm O tỉ số $k = \sqrt{2}$ và Q là phép quay tâm O , góc quay $-\frac{\pi}{4}$. Phép biến hình f được xác định bởi: $f(M) = V[Q(M)] \forall M$. Qua f ảnh của đoạn thẳng $B'D'$ là

- A. Đoạn $D'B'$. B. Đoạn $A'C'$. C. Đoạn CA . D. Đoạn BD .

ĐÁP ÁN

43 B	45 C	47 D	50 D	52 C	54 D	56 B
44 A	46 D	49 C	51 A	53 B	55 A	57 C