

TOÁN HỌC TUỔI TRẺ LẦN 7

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



Câu 1: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số f là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 2: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{-4x+5}{2x+3}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + m - 1}{2x + 1}$. Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất khi m bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ có tâm đối xứng là điểm

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.
C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
D. Hàm số đồng biến với mọi $x \neq 1$.

Câu 6: Đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng

- A. -3 hoặc 1. B. 1 hoặc 3.
C. -1 hoặc 3. D. -3 hoặc -1.

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 7: Hàm số $y = x^3 - 3x + 1 - m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi

- A. $m = -1$ hoặc $m = 3$. B. $m < -1$ hoặc $m > 3$.
C. $-1 < m < 3$. D. $-1 \leq m \leq 3$.

Câu 8: Hàm số $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ có tập giá trị là

- A. $[-1; 1]$. B. $[1; \sqrt{2}]$.
C. $[0; 1]$. D. $[-1; \sqrt{2}]$.

Câu 9: Đường thẳng nối điểm cực đại với điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + m$ đi qua điểm $M(3; -1)$ khi m bằng

- A. 1. B. -1.
C. 0. D. một giá trị khác.

Câu 10: Khi phương trình $|\sin x - \cos x| + \sin 2x = m$ có nghiệm thực khi và chỉ khi

- A. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$. B. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq \frac{5}{4}$.
C. $1 \leq m \leq \frac{5}{4}$. D. $m = 1$ hoặc $m = \frac{5}{4}$.

Câu 11: Số điểm có tọa độ nguyên nằm trên đồ thị hàm số $y = \frac{3x+7}{2x-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 12: Cho $n > 1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$ bằng

- A. 0. B. n . C. $n!$. D. 1.

Câu 13: Số nghiệm thực của phương trình $\log(x-1)^2 = 2$ là

- A. 2. B. 1.
C. 0. D. một số khác.

Câu 14: Số nghiệm thực nguyên của bất phương trình $\log(2x^2 - 11x + 15) \leq 1$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 15: Bất phương trình $\max\left\{\log_3 x, \log_{\frac{1}{2}} x\right\} < 3$

có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 27)$. B. $(8; 27)$.
C. $\left(\frac{1}{8}; 27\right)$. D. $(27; +\infty)$.

Câu 16: Phương trình: $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_6 x$
 $= \log_2 x \cdot \log_4 x + \log_2 x \cdot \log_6 x + \log_4 x \cdot \log_6 x$ có tập nghiệm là

- A. $\{1\}$. B. $\{2; 4; 6\}$. C. $\{1; 12\}$. D. $\{1; 48\}$.

Câu 17: Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y)$. Giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$ là

- A. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.
C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$.

Câu 18: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. B. $(-\infty; -2) \cup [4; +\infty)$.
C. $[4; +\infty)$. D. $(-2; 1) \cup (1; 4)$.

Câu 19: Nếu $\log_2 (\log_8 x) = \log_8 (\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng

- A. 3. B. $3\sqrt{3}$. C. 27. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 20: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}$ lần lượt là

- A. 2 và $2\sqrt{2}$. B. 2 và 3.
C. $\sqrt{2}$ và 3. D. $2\sqrt{2}$ và 3.

Câu 21: Nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

- A. 2^9 . B. 2^{18} . C. 8. D. 2.

Câu 22: Nếu $\int_0^a x e^x dx = 1$ thì giá trị của a bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. e .

Câu 23: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$ thì n bằng

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 24: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_n^{n+1} \frac{1}{1+e^x} dx$ bằng

- A. -1. B. 1. C. e . D. 0.

Câu 25: Cho hàm số $G(x) = \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt$. Đạo hàm của $G(x)$ là

- A. $G'(x) = 2x \cos|x|$. B. $G'(x) = 2x \cos x$.
C. $G'(x) = x \cos x$. D. $G'(x) = 2x \sin x$.

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = e$ là

- A. 0. B. 1. C. e . D. $\frac{1}{e}$.

Câu 27: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y^2 = 4x$ và đường thẳng $x = 1$ bằng S . Giá trị của S là

- A. 1. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{8}{3}$. D. 16.

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nhánh đường cong $y = x^2$ với $x \geq 0$, đường thẳng $y = 2 - x$ và trục hoành bằng

- A. 2. B. $\frac{7}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 29: Phương trình $z^2 + iz + 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ \frac{-1-\sqrt{5}}{2}i; \frac{-1+\sqrt{5}}{2}i \right\}$. B. $\left\{ \frac{1-\sqrt{5}}{2}i; \frac{1+\sqrt{5}}{2}i \right\}$.
C. $\left\{ \frac{-1-i\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+i\sqrt{5}}{2} \right\}$. D. $\left\{ \frac{1-i\sqrt{5}}{2}i; \frac{1+i\sqrt{5}}{2} \right\}$.

Câu 30: Cho a, b, c là các số thực và $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $(a+bz+cz^2)(a+bz^2+cz)$ bằng

- A. $a+b+c$. B. $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$.
C. $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$. D. 0.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 32: Nếu số phức $z \neq 1$ thỏa $|z| = 1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$.
C. 2. D. một giá trị khác.

Câu 33: Cho $P(z)$ là một đa thức với hệ số thực.

Nếu số phức z thỏa mãn $P(z)=0$ thì

- A. $P(|z|)=0$. B. $P\left(\frac{1}{z}\right)=0$.
C. $P\left(\frac{1}{\bar{z}}\right)=0$. D. $P(\bar{z})=0$.

Câu 34: Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $|z_1 + z_2 + z_3| = |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$.
B. $|z_1 + z_2 + z_3| > |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$.
C. $|z_1 + z_2 + z_3| < |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$.
D. $|z_1 + z_2 + z_3| \neq |z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1|$.

Câu 35: Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa mãn $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ và $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| = |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.
B. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \leq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.
C. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \geq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.
D. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \neq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.

Câu 36: Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật được tăng lên (hoặc giảm đi) lần lượt k_1, k_2, k_3 lần nhưng thể tích vẫn không thay đổi thì

- A. $k_1 + k_2 + k_3 = 1$. B. $k_1 k_2 k_3 = 1$.
C. $k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_3 k_1 = 1$. D. $k_1 + k_2 + k_3 = k_1 k_2 k_3$.

Câu 37: Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật bằng a, b, c . Thể tích của khối hộp đó là

- A. $V = \sqrt{\frac{(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8}}$.
B. $V = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8}$.
C. $V = abc$.
D. $V = a + b + c$.

Câu 38: Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S . Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm bất kì bên trong khối đa diện đó đến các mặt của nó bằng

- A. $\frac{nV}{S}$. B. $\frac{V}{nS}$. C. $\frac{3V}{S}$. D. $\frac{V}{3S}$.

Câu 39: Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a , góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là

- A. a^3 . B. $\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Câu 40: Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b . Thể tích của khối chóp đó là

- A. $\frac{a^2}{4} \sqrt{3b^2 - a^2}$. B. $\frac{a^2}{12} \sqrt{3b^2 - a^2}$.
C. $\frac{a^2}{6} \sqrt{3b^2 - a^2}$. D. $a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}$.

Câu 41: Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của khối chóp có đáy là đáy của lăng trụ và đỉnh là một điểm bất kì trên đáy còn lại là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{12} a^2 b \sin \alpha$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 b \sin \alpha$.
C. $\frac{\sqrt{3}}{12} a^2 b \cos \alpha$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 b \cos \alpha$.

Câu 42: Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , các mặt bên tạo với đáy một góc α . Thể tích của khối chóp đó là

- A. $\frac{a^3}{2} \sin \alpha$. B. $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$.
C. $\frac{a^3}{6} \cot \alpha$. D. $\frac{a^3}{6} \tan \alpha$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 44: Cho bốn điểm $A(a; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$, $D(1; 2; 1)$ và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 30. Giá trị của a là

- A. 1. B. 2.
C. 2 hoặc 32. D. 32.

Câu 45: Cho $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$, điểm D nằm trên trục Oy và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là:

- A. $(0; -7; 0)$. B. $(0; -7; 0)$ hoặc $(0; 8; 0)$.
C. $(0; 8; 0)$. D. $(0; 7; 0)$ hoặc $(0; -8; 0)$.

Câu 46: Cho 2 điểm $M(-2; 3; 1)$, $N(5; 6; -2)$. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm A . Điểm A chia đoạn thẳng MN theo tỉ số

- A. 2. B. -2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 47: Cho $A(5; 1; 3)$, $B(-5; 1; -1)$, $C(1; -3; 0)$, $D(3; -6; 2)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (BCD) là

- A. $(-1; 7; 5)$. B. $(1; 7; 5)$.
C. $(1; -7; -5)$. D. $(1; -7; 5)$.

Câu 48: Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$.

Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

$$\begin{array}{ll} \text{A.} \begin{cases} x=0 \\ y=-1-t \\ z=0 \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases} \\ \text{C.} \begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases} \end{array}$$

Câu 49: Cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên (α) sao cho mọi điểm của d cách đều 2 điểm A, B có phương trình là

$$\begin{array}{ll} \text{A.} \begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases} \\ \text{C.} \begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases} \end{array}$$

Câu 50: Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$ và

$$d_2: \begin{cases} x=2-2t' \\ y=3 \\ z=t' \end{cases}. \text{ Mặt phẳng cách đều hai đường}$$

thẳng d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $x+5y+2z+12=0$. B. $x+5y-2z+12=0$.
C. $x-5y+2z-12=0$. D. $x+5y+2z-12=0$.

ĐÁP ÁN

1.C	6.A	11.D	16.D	21.A	26.B	31.C	36.B	41.A	46.D
2.C	7.C	12.D	17.A	22.B	27.C	32.A	37.A	42.D	47.C
3.C	8.D	13.A	18.B	23.A	28.B	33.D	38.C	43.D	48.B
4.D	9.A	14.B	19.A	24.D	29.A	34.A	39.D	44.C	49.A
5.B	10.B	15.C	20.D	25.A	30.B	35.D	40.B	45.B	50.D

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	C	D	B	A	C	D	A	B	D	D	A	B	C	D	C	B	C	D	A	B	A	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	A	B	C	A	D	A	D	B	A	C	D	B	A	D	D	C	B	D	C	B	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số f là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1 \text{ hoặc } x = -2.$$

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow$ CD		$\searrow$ CT		$\nearrow$ 0 $+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 2. Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{-4x+5}{2x+3}$ tạo với hai trục toạ độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số $y = \frac{-4x+5}{2x+3}$ có TCD: $x = -\frac{3}{2}$ và TCN: $y = -2$

Diện tích hình chữ nhật là $S = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + m - 1}{2x + 1}$. Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất khi m bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

$$y = \frac{u(x)}{v(x)} = \frac{mx^2 - 2x + m - 1}{2x + 1} \text{ là } y = \frac{u'(x)}{v'(x)} = \frac{2mx - 2}{2} = mx - 1$$

Đường thẳng $d: y = mx - 1$ vuông góc với đường thẳng $y = x$ nên $m = -1$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ có tâm đối xứng là điểm

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ nhận đường $x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng và đường $y = \frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang nên (C) có tâm đối xứng là $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 D. Hàm số đồng biến với mọi $x \neq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y' = -\frac{1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Do đó hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 6. Đường thẳng $y = 6x + m$ là tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x - 1$ khi m bằng

- A. -3 hoặc 1. B. 1 hoặc 3. C. -1 hoặc 3. D. -3 hoặc -1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện tiếp xúc là hệ sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3 + 3x - 1 = 6x + m \\ 3x^2 + 3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = x^3 - 3x - 1 \\ x = \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$$

Câu 7. Hàm số $y = x^3 - 3x + 1 - m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi

- A. $m = -1$ hoặc $m = 3$. B. $m < -1$ hoặc $m > 3$. C. $-1 < m < 3$. D. $-1 \leq m \leq 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 - m \\ x = -1 \Rightarrow y = 3 - m \end{cases}$$

Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu $\Leftrightarrow (-1-m)(3-m) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 3$

Câu 8. Hàm số $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ có tập giá trị là

- A. $[-1; 1]$. B. $[1; \sqrt{2}]$. C. $[0; 1]$. D. $[-1; \sqrt{2}]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định $D = [-1; 1]$; $y' = 1 + \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1-x^2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 1-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (do } x \geq 0 \text{)}$$

Bảng biến thiên

x	-1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
y'	+	0	-
y	-1	$\sqrt{2}$	1

Vậy tập giá trị của $f(x)$ là $[-1; \sqrt{2}]$

Câu 9. Đường thẳng nối điểm cực đại với điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + m$ đi qua điểm $M(3; -1)$ khi m bằng

- A. 1. B. -1. C. 0. D. một giá trị khác.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $y' = 3x^2 - 1$

$$y = \frac{1}{3}x(3x^2 - 1) - \frac{2}{3}x + m = \frac{1}{3}x.y' - \frac{2}{3}x + m$$

Phương trình đường thẳng đi qua 2 cực trị là $d: y = -\frac{2}{3}x + m$

$$M(3; -1) \in d \Rightarrow -1 = -2 + m \Leftrightarrow m = 1$$

Câu 10. Khi phương trình $|\sin x - \cos x| + \sin 2x = m$ có nghiệm thực khi và chỉ khi

- A. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$. B. $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq \frac{5}{4}$. C. $1 \leq m \leq \frac{5}{4}$. D. $m = 1$ hoặc $m = \frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = |\sin x - \cos x|$, $t \in [0; \sqrt{2}]$ phương trình trở thành $t + 1 - t^2 = m \Leftrightarrow -t^2 + t + 1 = m$

$$\text{Xét } f(t) = -t^2 + t + 1 \Rightarrow f'(t) = -2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}; f(0) = 1; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4}; f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1.$$

Do đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $\sqrt{2}-1 \leq m \leq \frac{5}{4}$

Câu 11. Số điểm có tọa độ nguyên nằm trên đồ thị hàm số $y = \frac{3x+7}{2x-1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$y = \frac{3x+7}{2x-1} \Rightarrow 2y = \frac{6x+14}{2x-1} = 3 + \frac{17}{2x-1}$$

$$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2y \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x-1 \in \{-17; -1; 1; 17\} \Rightarrow x \in \{-8; 0; 1; 9\}$$

$$x = -8 \Rightarrow y = 1; x = 0 \Rightarrow y = -7; x = 1 \Rightarrow y = 10; x = 9 \Rightarrow y = 2$$

Câu 12. Cho $n > 1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$ bằng

- A. 0. B. n . C. $n!$. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} n > 1, n \in \mathbb{Z} &\Rightarrow \frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \frac{1}{\log_4 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!} = \log_{n!} 2 + \log_{n!} 3 + \log_{n!} 4 + \dots + \log_{n!} n \\ &= \log_{n!} (2.3.4\dots n) = \log_{n!} n! = 1 \end{aligned}$$

Câu 13. Số nghiệm thực của phương trình $\log(x-1)^2 = 2$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. một số khác.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{ĐK: } (x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$$

$$\log(x-1)^2 = 2 \Leftrightarrow 2\log|x-1| = 2 \Leftrightarrow \log|x-1| = 1 \Leftrightarrow |x-1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -9 \end{cases} (tm)$$

Câu 14. Số nghiệm thực nguyên của bất phương trình $\log(2x^2 - 11x + 15) \leq 1$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{ĐK: } 2x^2 - 11x + 15 > 0 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2} \text{ hoặc } x > 3.$$

$$\log(2x^2 - 11x + 15) \leq 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 15 \leq 10 \Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 5 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 5.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta có: } \frac{1}{2} \leq x < \frac{5}{2} \text{ hoặc } 3 < x \leq 5.$$

$$\text{Vậy BPT có 4 nghiệm nguyên là: } x \in \{1; 2; 4; 5\}.$$

Câu 15. Bất phương trình $\max \left\{ \log_3 x, \log_{\frac{1}{2}} x \right\} < 3$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 27)$. B. $(8; 27)$. C. $\left(\frac{1}{8}; 27\right)$. D. $(27; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > 0$.

$$\max \left\{ \log_3 x, \log_{\frac{1}{2}} x \right\} < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x < 3 \\ \log_{\frac{1}{2}} x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 27 \\ x > \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{8} < x < 27.$$

Vậy tập nghiệm của BPT là: $\left(\frac{1}{8}; 27\right)$.

Câu 16. Phương trình $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_6 x = \log_2 x \cdot \log_4 x + \log_2 x \cdot \log_6 x + \log_4 x \cdot \log_6 x$ có tập nghiệm là

- A. $\{1\}$. B. $\{2; 4; 6\}$. C. $\{1; 12\}$. D. $\{1; 48\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_6 x = \log_2 x \cdot \log_4 x + \log_2 x \cdot \log_6 x + \log_4 x \cdot \log_6 x$$

$$\frac{1}{2} \log_2^2 x \cdot \log_4 x = \frac{1}{2} \log_2^2 x + \log_2 x \cdot \log_6 x + \frac{1}{2} \log_2 x \cdot \log_6 x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_2 x \cdot \log_6 x = \log_2 x + 3 \log_6 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \log_2 x \cdot \log_6 x = \log_2 x + 3 \log_6 x \end{cases} \quad (2)$$

Với $x \neq 1$, ta có

$$(2) \Leftrightarrow \log_6 x = \frac{\log_2 x + 3 \log_6 x}{\log_2 x} \Leftrightarrow \log_6 x = 1 + 3 \log_6 2$$

$$\Leftrightarrow \log_6 x = \log_6 48$$

$$\Leftrightarrow x = 48$$

Câu 17. Cho $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y)$. Giá trị của tỉ số $\frac{x}{y}$ là

- A. $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$. D. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 12^t \\ x + y = 16^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9^t + 12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

Câu 18. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1}\right) \geq 0$ có tập nghiệm là

- A.** $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2) \cup [4; +\infty)$. **C.** $[4; +\infty)$. **D.** $(-2; 1) \cup (1; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 \frac{2x+1}{x-1} \leq 1 \\ \log_3 \frac{2x+1}{x-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x+1}{x-1} \leq 3 \\ \frac{2x+1}{x-1} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-x+4}{x-1} \leq 0 \\ \frac{x+2}{x-1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x < 1 \\ x > 1 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

Câu 19. Nếu $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng

- A.** 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 27. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \log_2 \log_8 x = \log_8 \log_2 x \Leftrightarrow \begin{cases} \log_8 x = \sqrt[3]{\log_2 x} \\ \log_2 x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2^3 x = 27 \log_2 x \\ \log_2 x > 0 \end{cases} \Rightarrow \log_2^2 x = 27.$$

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}$ lần lượt là

- A.** 2 và $2\sqrt{2}$. **B.** 2 và 3. **C.** $\sqrt{2}$ và 3. **D.** $2\sqrt{2}$ và 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } 2^{\sin^2 x} = t, (t \in [1; 2]), \text{ suy ra: } f(x) = g(t) = t + \frac{2}{t}$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{2}, g(1) = 3, g(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}, g(2) = 3$$

$$\text{Vậy } \min_{[1;2]} g(t) = 2\sqrt{2}, \max_{[1;2]} g(t) = 3.$$

Câu 21. Nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

- A.** 2^9 . **B.** 2^{18} . **C.** 8. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } x = \log_2 a \Rightarrow a = 2^x; y = \log_2 b \Rightarrow b = 2^y.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log_8 a + \log_4 b^2 = 5 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3}x + y = 5 \\ x + \frac{1}{3}y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 15 \\ 3x + y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Suy ra } ab = 2^{x+y} = 2^9.$$

Câu 22. Nếu $\int_0^a xe^x dx = 1$ thì giá trị của a bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** e .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $I = \int_0^a x e^x dx = 1$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

Khi đó: $I = \left(xe^x\right)\Big|_0^a - \int_0^a e^x dx = \left(xe^x\right)\Big|_0^a - \left(e^x\right)\Big|_0^a = ae^a - e^a + 1 = e^a (a - 1) + 1$

Từ giả thiết, suy ra $e^a (a-1)+1=1 \Leftrightarrow a=1$

Câu 23. Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$ thì n bằng

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận: khi $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$

Khi đó: $I = \int_0^{\frac{1}{2}} t^n dt = \frac{t^{n+1}}{n+1} \bigg|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{n+1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = \frac{1}{64}.$

Suy ra $\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} = \frac{n+1}{64}$ có nghiệm duy nhất $n = 3$ (tính đơn điệu).

Câu 24. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_n^{n+1} \frac{1}{1+e^x} dx$ bằng

A. -1 .

B. 1.

C. *e.*

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $I = \int_n^{n+1} \frac{1}{1+e^x} dx$

Đặt $t = 1 + e^x \Rightarrow dt = e^x dx$. Đổi cận: Khi $x = n \Rightarrow t = 1 + e^n$; $x = n+1 \Rightarrow t = 1 + e^{n+1}$

Khi đó:
$$I = \int_{1+e^n}^{1+e^{n+1}} \frac{1}{t(t-1)} dt = \int_{1+e^n}^{1+e^{n+1}} \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t} \right) dt = (\ln|t-1| - \ln|t|) \Big|_{1+e^n}^{1+e^{n+1}} = 1 + \ln \frac{1+e^n}{1+e^{n+1}}$$

Mà $\frac{1+e^n}{1+e^{n+1}} = \frac{\left(\frac{1}{e}\right)^n + 1}{\left(\frac{1}{e}\right)^n + e} \rightarrow \frac{1}{e}$ khi $n \rightarrow +\infty$, Do đó, $\lim_{n \rightarrow +\infty} I = 1 + \ln \frac{1}{e} = 0$

Câu 25. Cho hàm số $G(x) = \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt$. Đạo hàm của $G(x)$ là

A. $G'(x) = 2x \cos|x|$.

B. $G'(x) = 2x \cos x$.

C. $G'(x) = x \cos x$.

D. $G'(x) = 2x \sin x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } \int \cos \sqrt{t} dt = F(t) \Rightarrow F'(t) = \cos \sqrt{t} \Rightarrow \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt = F(x^2) - F(0) \Rightarrow G'(x) = F'(x^2) \cdot 2x \\ = 2x \cdot \cos \sqrt{x^2} = 2x \cos |x| = 2x \cos x.$$

Câu 26. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = e$ là

- A. 0. B. 1. C. e . D. $\frac{1}{e}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } S = \int_1^e \left| \frac{1}{x} \right| dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln x \Big|_1^e = 1.$$

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y^2 = 4x$ và đường thẳng $x = 1$ bằng S . Giá trị của S là

- A. 1. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{8}{3}$. D. 16.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có : Phương trình tung độ giao điểm $\frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow y = \pm 2$

$$\Rightarrow S = \left| \int_{-2}^2 \left(\frac{y^2}{4} - 1 \right) dy \right| = \left| \left(\frac{y^3}{12} - y \right) \Big|_{-2}^2 \right| = \left| -\frac{4}{3} - \frac{4}{3} \right| = \frac{8}{3}.$$

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nhánh đường cong $y = x^2$ với $x \geq 0$, đường thẳng $y = 2 - x$ và trục hoành bằng

- A. 2. B. $\frac{7}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

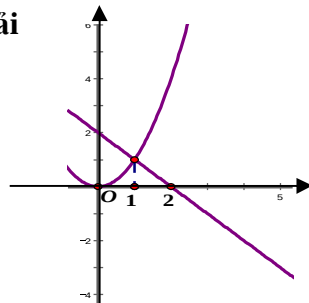
Hướng dẫn giải

Chọn .

Phương trình hoành độ giao điểm :

$$x^2 = 2 - x \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2.$$

$$\text{Ta có } S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2 - x) dx = \frac{5}{6}$$



Câu 29. Phương trình $z^2 + iz + 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\left\{ \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}i; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}i \right\}$. B. $\left\{ \frac{1 - \sqrt{5}}{2}i; \frac{1 + \sqrt{5}}{2}i \right\}$.

C. $\left\{ \frac{-1-i\sqrt{5}}{2}; \frac{-1+i\sqrt{5}}{2} \right\}.$

D. $\left\{ \frac{1-i\sqrt{5}}{2}i; \frac{1+i\sqrt{5}}{2} \right\}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\Delta = i^2 - 4 = -5$. Một căn bậc hai của Δ là $\sqrt{5}i$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\frac{-i \pm \sqrt{5}i}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}i$.

Câu 30. Cho a, b, c là các số thực và $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Giá trị của $(a+bz+cz^2)(a+bz^2+cz)$ bằng

A. $a+b+c$.

B. $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$.

C. $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

PP tự luận: Ta có $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow z^2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}; z^3 = 1; z^4 = z$ và $z^2 + z = -1$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (a+bz+cz^2)(a+bz^2+cz) &= a^2 + b^2z^3 + c^2z^3 + ab(z^2+z) + bc(z^2+z) + ca(z^2+z) \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca \end{aligned}$$

PP trắc nghiệm: Chọn $a=1; b=2; c=3$.

$$\text{Ta có } (a+bz+cz^2)(a+bz^2+cz) = (1+2z+3z^2)(1+2z^2+3z) = 3.$$

Thử các đáp án với $a=1; b=2; c=3$ ta thấy chỉ có B thỏa mãn.

Câu 31. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của $\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Phương trình } z^2 - z + 1 = 0 \text{ có hai nghiệm } z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

$$\text{Có } |z_1| = |z_2| = 1. \text{ Vậy } \frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|} = 2.$$

Câu 32. Nếu số phức $z \neq 1$ thỏa $|z|=1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. một giá trị khác.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $z = a+bi, (a, b \in \mathbb{R}), z \neq 1$. Do $|z|=1 \Rightarrow a^2+b^2=1$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{1-z} = \frac{1}{(1-a)-bi} = \frac{(1-a)+bi}{(1-a)^2+b^2} = \frac{1-a}{2-2a} + \frac{b}{2-2a}i = \frac{1}{2} + \frac{b}{2-2a}i.$$

Vậy phần thực của số phức $\frac{1}{1-z}$ là $\frac{1}{2}$.

Câu 33. Cho $P(z)$ là một đa thức với hệ số thực. Nếu số phức z thỏa mãn $P(z) = 0$ thì

- A.** $P(|z|) = 0$. **B.** $P\left(\frac{1}{z}\right) = 0$. **C.** $P\left(\frac{1}{\bar{z}}\right) = 0$. **D.** $P(\bar{z}) = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $P(z)$ có dạng $P(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n$ ($a_0; a_1; a_2; \dots; a_n \in \mathbb{R}; a_n \neq 0$)

$$P(z) = 0 \Leftrightarrow a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n = 0 \Rightarrow \overline{a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_nz^n} = 0$$

$$\Rightarrow a_0 + a_1\bar{z} + a_2\bar{z}^2 + \dots + a_n\bar{z}^n = 0 \Rightarrow P(\bar{z}) = 0$$

Câu 34. Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $|z_1 + z_2 + z_3| = |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|$. **B.** $|z_1 + z_2 + z_3| > |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|$.
C. $|z_1 + z_2 + z_3| < |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|$. **D.** $|z_1 + z_2 + z_3| \neq |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Kí hiệu Re : là phần thực của số phức.

$$\text{Ta có } |z_1 + z_2 + z_3|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + 2\text{Re}(\bar{z}_1z_2 + \bar{z}_2z_3 + \bar{z}_3z_1) = 3 + 2\text{Re}(\bar{z}_1z_2 + \bar{z}_2z_3 + \bar{z}_3z_1) \quad (1).$$

$$\begin{aligned} |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|^2 &= |z_1z_2|^2 + |z_2z_3|^2 + |z_3z_1|^2 + 2\text{Re}(\bar{z}_1\bar{z}_2z_2z_3 + \bar{z}_2\bar{z}_3z_3z_1 + \bar{z}_3\bar{z}_1z_1z_2) \\ &= |z_1|^2 \cdot |z_2|^2 + |z_2|^2 \cdot |z_3|^2 + |z_3|^2 \cdot |z_1|^2 + 2\text{Re}(\bar{z}_1|z_2|^2z_3 + \bar{z}_2|z_3|^2z_1 + \bar{z}_3|z_1|^2z_2) \\ &= 3 + 2\text{Re}(\bar{z}_1z_3 + \bar{z}_2z_1 + \bar{z}_3z_2) = 3 + 2\text{Re}(\bar{z}_1z_2 + \bar{z}_2z_3 + \bar{z}_3z_1) \quad (2). \end{aligned}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } |z_1 + z_2 + z_3| = |z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1|.$$

Các h khác: B hoặc C đúng suy ra D đúng Loại B, C.

Chọn $z_1 = z_2 = z_3 \Rightarrow A$ đúng và D sai

Câu 35. Cho z_1, z_2, z_3 là các số phức thỏa mãn $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ và $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.** $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| = |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$. **B.** $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \leq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.
C. $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \geq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$. **D.** $|z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| \neq |z_1^3| + |z_2^3| + |z_3^3|$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } z_1 + z_2 + z_3 = 0 \Leftrightarrow z_2 + z_3 = -z_1$$

$$(z_1 + z_2 + z_3)^3 = z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 + 3(z_1z_2 + z_1z_3)(z_1 + z_2 + z_3) + 3z_2z_3(z_2 + z_3)$$

$$= z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 - 3z_1z_2z_3 \Rightarrow z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 = 3z_1z_2z_3.$$

$$\Rightarrow |z_1^3 + z_2^3 + z_3^3| = |3z_1z_2z_3| = 3|z_1||z_2||z_3| = 3$$

Mặt khác $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ nên $|z_1|^3 + |z_2|^3 + |z_3|^3 = 3$. Vậy phương án D sai.

- Câu 36.** Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật được tăng lên (hoặc giảm đi) lần lượt k_1, k_2, k_3 lần nhưng thể tích vẫn không thay đổi thì
- A. $k_1 + k_2 + k_3 = 1$. B. $k_1 k_2 k_3 = 1$.
 C. $k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_3 k_1 = 1$. D. $k_1 + k_2 + k_3 = k_1 k_2 k_3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi a, b, c là 3 kích thước khối hộp chữ nhật ban đầu, thể tích khối hộp chữ nhật là $V = a.b.c$. Sau khi được tăng lên (hoặc giảm đi) lần lượt k_1, k_2, k_3 thì ba kích thước của khối hộp chữ nhật mới là ak_1, bk_2, ck_3 , thể tích khối hộp chữ nhật mới là $V' = abck_1 k_2 k_3$. Thể tích khối hộp chữ nhật không thay đổi nên $V = V' \Leftrightarrow abc = abck_1 k_2 k_3 \Leftrightarrow k_1 k_2 k_3 = 1$.

- Câu 37.** Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật bằng a, b, c . Thể tích của khối hộp đó là

- A. $V = \sqrt{\frac{(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8}}$.
 B. $V = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)}{8}$.
 C. $V = abc$.
 D. $V = a + b + c$.

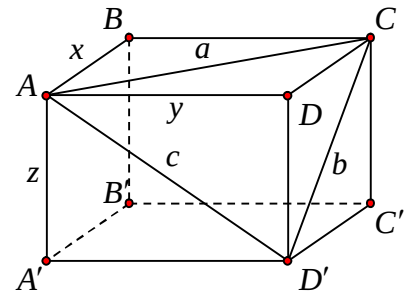
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giả sử hình hộp chữ nhật có ba kích thước: x, y, z .

$$\text{Theo yêu cầu bài toán ta có } \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ y^2 + z^2 = c^2 \\ x^2 + z^2 = b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = a^2 - x^2 \\ y^2 + z^2 = c^2 \\ z^2 = b^2 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = a^2 - x^2 \\ a^2 - x^2 + b^2 - x^2 = c^2 \\ z^2 = b^2 - x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2} \\ x^2 = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \\ z^2 = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2} \end{cases} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{(a^2 + c^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)}{8}}$$



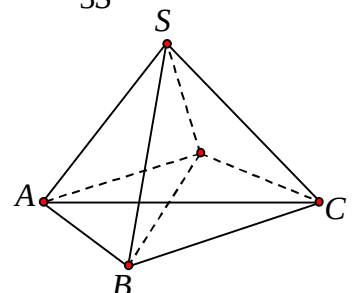
- Câu 38.** Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S . Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm bất kì bên trong khối đa diện đó đến các mặt của nó bằng

- A. $\frac{nV}{S}$. B. $\frac{V}{nS}$. C. $\frac{3V}{S}$. D. $\frac{V}{3S}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Xét trong trường hợp khối tứ diện đều.
 Các trường hợp khác hoàn toàn tương tự.



Ta có $V_{H.ABC} = \frac{1}{3}h_1.S$; $V_{H.SBC} = \frac{1}{3}h_2.S$; $V_{H.SAB} = \frac{1}{3}h_3.S$; $V_{H.SAC} = \frac{1}{3}h_4.S$

$$h_1 = \frac{3V_1}{S}; h_2 = \frac{3V_2}{S}; h_3 = \frac{3V_3}{S}; h_4 = \frac{3V_4}{S} \Rightarrow h_1 + h_2 + h_3 + h_4 = \frac{3(V_1 + V_2 + V_3 + V_4)}{S} = \frac{3V}{S}$$

Câu 39. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a , góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là

- A. a^3 . B. $\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

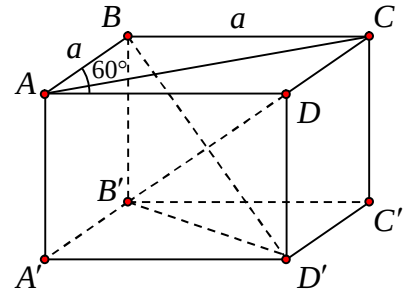
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $AC = BD' = a\sqrt{3}$; $BB' = \sqrt{BD'^2 - BD^2} = a\sqrt{2}$

Vậy thể tích khối hộp đứng bằng

$$V = B.h = \frac{1}{2}a.a\sqrt{3}.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}.$$



Câu 40. Một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b . Thể tích của khối chóp đó là

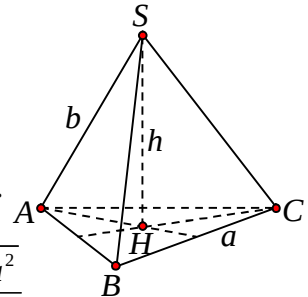
- A. $\frac{a^2}{4}\sqrt{3b^2 - a^2}$. B. $\frac{a^2}{12}\sqrt{3b^2 - a^2}$. C. $\frac{a^2}{6}\sqrt{3b^2 - a^2}$. D. $a^2\sqrt{3b^2 - a^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Chiều cao của hình chóp là $h = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{3b^2 - a^2}}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}h.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3b^2 - a^2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$.

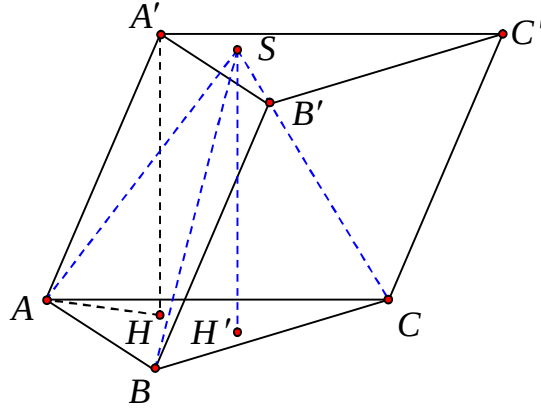


Câu 41. Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của khối chóp có đáy là đáy của lăng trụ và đỉnh là một điểm bất kì trên đáy còn lại là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b \sin \alpha$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b \sin \alpha$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b \cos \alpha$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b \cos \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi H là hình chiếu của A' trên (ABC) . Khi đó $\alpha = \widehat{A'AH}$.

Ta có $A'H = A'A \cdot \sin \alpha = b \sin \alpha$ nên thể tích khối lăng trụ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 b \sqrt{3} \sin \alpha}{4}.$$

Lại có chiều cao của chóp theo yêu cầu đề bài chính là chiều cao của lăng trụ và bằng $A'H$ nên

$$\text{thể tích khối chóp là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2 b \sqrt{3} \sin \alpha}{12}.$$

Câu 42. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , các mặt bên tạo với đáy một góc α . Thể tích của khối chóp đó là

A. $\frac{a^3}{2} \sin \alpha$.

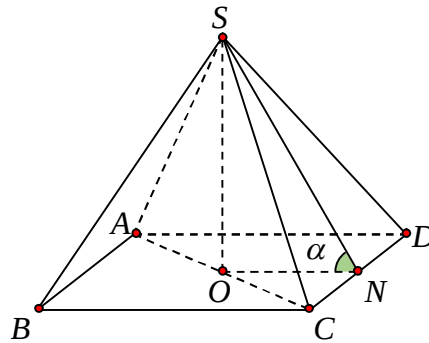
B. $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$.

C. $\frac{a^3}{6} \cot \alpha$.

D. $\frac{a^3}{6} \tan \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi O là hình chiếu của S trên đáy, M là trung điểm CD . Khi đó $\alpha = \widehat{SMO}$.

Có $SO = OM \cdot \tan \alpha = \frac{a \cdot \tan \alpha}{2}$ nên thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \tan \alpha}{6}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

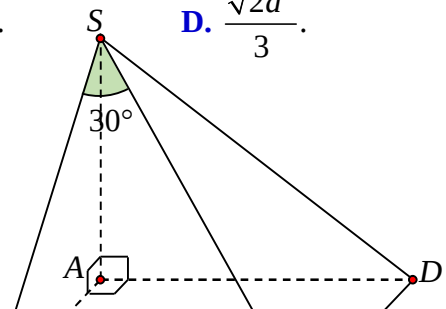
C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: Diện tích đáy: $S_{ABCD} = a^2$.



$$\tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \frac{a}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$$

$$\text{Xét tam giác } SAB \text{ có: } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Thể tích của khối chóp là: } V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

- Câu 44.** Cho bốn điểm $A(a; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$, $D(1; 2; 1)$ và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 30. Giá trị của a là
- A.** 1. **B.** 2. **C.** 2 hoặc 32. **D.** 32.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BC} = (8; 0; 4), \overrightarrow{BD} = (4; 3; 5), \overrightarrow{BA} = (a+3; 0; 10)$$

$$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (-12; -24; 24)$$

$$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA} = -12(a+3) + 240 = 204 - 12a$$

$$V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BA}| = \frac{1}{6} |204 - 12a| = 30 \Leftrightarrow |34 - 2a| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 32 \end{cases}$$

- Câu 45.** Cho $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$, điểm D nằm trên trục Oy và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là:
- A.** $(0; -7; 0)$. **B.** $(0; -7; 0)$ hoặc $(0; 8; 0)$.
C. $(0; 8; 0)$. **D.** $(0; 7; 0)$ hoặc $(0; -8; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$D \in Oy \Rightarrow D(0; y; 0). \text{ Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (0; -2; 4), \overrightarrow{AD} = (-2; y-1; 1)$$

$$[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -4(y-1) - 2 = -4y + 2$$

$$\text{Theo đề: } \frac{1}{6} |-4y + 2| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -7 \Rightarrow D(0; -7; 0) \\ y = 8 \Rightarrow D(0; 8; 0) \end{cases}$$

- Câu 46.** Cho 2 điểm $M(-2; 3; 1)$, $N(5; 6; -2)$. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm A . Điểm A chia đoạn thẳng MN theo tỉ số
- A.** 2. **B.** -2. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1: Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$

$$\text{Ta có: } \frac{MA}{NA} = \frac{d(M; (Oxz))}{d(N; (Oxz))} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Cách 2: Đường thẳng MN đi qua $M(-2;3;1)$ và nhận $\overrightarrow{MN} = (7;3;-3)$ làm vectơ chỉ phương

có phương trình
$$\begin{cases} x = -2 + 7t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

Tọa độ A là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = -2 + 7t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 - 3t \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 0 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow A(-9;0;4)$$

Ta có: $MA = \sqrt{67}$; $NA = 2\sqrt{67}$ nên $\frac{AM}{AN} = \frac{1}{2}$.

Câu 47. Cho $A(5;1;3)$, $B(-5;1;-1)$, $C(1;-3;0)$, $D(3;-6;2)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (BCD) là

- A.** $(-1;7;5)$. **B.** $(1;7;5)$. **C.** $(1;-7;-5)$. **D.** $(1;-7;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (6;-4;1)$; $\overrightarrow{BD} = (8;-7;3) \Rightarrow \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} = (-5;-10;-10) = -5(1;2;2)$

Mặt phẳng (BCD) qua C và nhận $\vec{n} = (1;2;2)$ làm VTPT có pt: $x + 2y + 2z + 5 = 0$

Phương trình AA' là:
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$
. Gọi H là giao điểm của AA' và (BCD) thì $H(3;-3;-1)$

mà H là trung điểm AA' nên $A'(1;-7;-5)$

Câu 48. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Để thấy d cắt (Oxy) .

Phương trình tham số của d :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$
. Giả sử d cắt $(Oxy) \equiv z = 0$ tại A thì $A(-3;-3;0)$

Lấy $M(1;-1;2) \in d$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên (Oxy)

Phương trình MH :
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 2 + t \end{cases}$$
 suy ra tọa độ $H(1;-1;0)$

Phương trình hình chiếu chính là phương trình AH :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu 49. Cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trên (α) sao cho mọi điểm của d cách đều 2 điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chon A.

Mọi điểm trên d cách đều hai điểm A, B nên d nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

Có $\overline{AB} = (-3; -1; 0)$ và trung điểm AB là $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; 1\right)$ nên mặt phẳng trung trực của AB là:

$$-3\left(x - \frac{3}{2}\right) - \left(y - \frac{5}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 7 = 0.$$

Mặt khác $d \subset (\alpha)$ nên d là giao tuyến của hai mặt phẳng: $\begin{cases} 3x + y - 7 = 0 \\ x + y + z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 - 3x \\ z = 2x \end{cases}$.

Vậy phương trình d :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 50. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$. Mặt phẳng cách đều hai đường thẳng

d_1 và d_2 có phương trình là

A. $x+5y+2z+12=0$.

B. $x + 5y - 2z + 12 = 0$.

C. $x - 5y + 2z - 12 = 0$.

D. $x + 5y + 2z - 12 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

d_1 qua $A(2;1;0)$ và có VTCP là $\bar{u}_1 = (1; -1; 2)$;

d_2 qua $B(2;3;0)$ và có VTCP là $\bar{u}_2 = (-2; 0; 1)$.

Có $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; -5; -2)$; $\vec{AB} = (0; 2; 0)$, suy ra $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{AB} = -10$, nên $d_1; d_2$ là chéo nhau.

Vậy mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1, d_2 là đường thẳng song song với d_1, d_2 và đi qua trung điểm I (2;2;0) của đoạn thẳng AB.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) cần lập là: $x + 5y + 2z - 12 = 0$.

