



BẤT ĐẲNG THỨC - BẤT PHƯƠNG TRÌNH

SBÀI 1.

BẤT ĐẲNG THỨC

A-LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Cho a, b là hai số thực.

Các mệnh đề " $a > b$ ", " $a < b$ ", " $a \geq b$ ", " $a \leq b$ " được gọi là những bất đẳng thức.

- Chứng minh bất đẳng thức là chứng minh bất đẳng thức đó đúng (mệnh đề đúng)
- Với A, B là mệnh đề chứa biến thì " $A > B$ " là mệnh đề chứa biến.
- Chứng minh bất đẳng thức $A > B$ (với điều kiện nào đó) nghĩa là chứng minh mệnh đề chứa biến " $A > B$ " đúng với tất cả các giá trị của biến (thỏa mãn điều kiện đó). Khi nói ta có bất đẳng thức $A > B$ mà không nêu điều kiện đối với các biến thì ta hiểu rằng bất đẳng thức đó xảy ra với mọi giá trị của biến là số thực.

2. Tính chất :

Tính chất		Tên gọi
Điều kiện	Nội dung	
	$a > b$ và $b > c$ thì $a > c$	Tính chất bắc cầu
	$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$	Cộng hai vế của bất đẳng thức với một số
$c > 0$	$a < b \Leftrightarrow ac < bc$	Nhân hai vế của bất đẳng thức với một số
$c < 0$	$a < b \Leftrightarrow ac > bc$	
	$a < b$ và $c < d \Rightarrow a + c < b + d$	Cộng hai bất đẳng thức cùng chiều
$a > 0, c > 0$	$a < b$ và $c < d \Rightarrow ac < bd$	Nhân hai bất đẳng thức cùng chiều
$n \in \mathbb{N}^*$	$a < b \Leftrightarrow a^{2n+1} < b^{2n+1}$	Nâng hai vế của bất đẳng thức lên một lũy thừa
$n \in \mathbb{N}^*$ và $a > 0$	$a < b \Leftrightarrow a^{2n} < b^{2n}$	
$a > 0$	$a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$	Khai căn hai vế của một bất đẳng thức
	$a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$	

2.1. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1. Cho các số thực a, b, c là số thực. Chứng minh rằng:

a). $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$

b). $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$

c). $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$

d). $a^2 + b^2 + c^2 \geq 2(ab + bc - ca)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bất đẳng thức về giá trị tuyệt đối.

Điều kiện	Nội dung
Với mọi số thực x .	$ x \geq 0, x \geq x, x \geq -x$
$a > 0$	$ x \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$
	$ x \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -a \\ x \geq a \end{cases}$
	$ a - b \leq a + b \leq a + b $

3.1. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

a). $A = |x+2| + |x+5|.$

b). $B = |x-3| + |x-1| + |x+1| + |x+3|.$

Lời giải

Ví dụ 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x+2(1+\sqrt{x+1})} + \sqrt{x+2(1-\sqrt{x+1})}.$

Lời giải

4. Bất đẳng thức giữa trung bình cộng và trung bình nhân (Bất đẳng thức Cauchy)

a). Đối với hai số không âm

Cho $a \geq 0, b \geq 0$, ta có $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $a = b$

Hệ quả :

➤ Hai số dương có tổng không đổi thì tích lớn nhất khi hai số đó bằng nhau tức là

$$ab \leq \left(\frac{a+b}{2} \right)^2$$

➤ Hai số dương có tích không đổi thì tổng nhỏ nhất khi hai số đó bằng nhau

$$a+b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$$

[illegible]

Ví dụ 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau

a). $f(x) = x + \frac{2}{x-1}$ với $x > 1$.

b). $f(x) = x + \frac{2}{x+2}$ với $x > -2$.

Lời giải

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG TOÁN 1: SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT CƠ BẢN.

1. Phương pháp.

Để chứng minh bất đẳng thức (BĐT) $A \geq B$ ta có thể sử dụng các cách sau:

- Ta đi chứng minh $A - B \geq 0$. Để chứng minh nó ta thường sử dụng các hằng đẳng thức để phân tích $A - B$ thành tổng hoặc tích của những biểu thức không âm.
- Xuất phát từ BĐT đúng, biến đổi tương đương về BĐT cần chứng minh.

2. Bài tập minh họa.

Loại 1: Biến đổi tương đương về bất đẳng thức đúng.

Bài tập 1. Cho ba số thực a, b, c . Chứng minh rằng các bất đẳng thức sau

a). $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$

b). $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

c). $3(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a+b+c)^2$

d). $(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca)$

Lời giải

Nhận xét: Các BĐT trên được vận dụng nhiều, và được xem như là "bổ đề" trong chứng minh các bất đẳng thức khác.

Bài tập 2. Cho năm số thực a, b, c, d, e . Chứng minh rằng

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e).$$

Lời giải

Bài tập 3. Chứng minh rằng

a). $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ với a, b, c là các số thực dương.

b). $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$ với a, b, c là các số thực.

Lời giải

Bài tập 4. Cho $ab \geq 1$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} \geq \frac{2}{1 + ab}$.

Lời giải

Nhận xét: Nếu $-1 < b \leq 1$ thì BĐT có chiều ngược lại: $\frac{1}{a^2+1} + \frac{1}{b^2+1} \leq \frac{2}{1+ab}$.

Bài tập 5. Cho số thực x . Chứng minh rằng

a). $x^4 + 3 \geq 4x$

b). $x^4 + 5 > x^2 + 4x$

c). $x^{12} + x^4 + 1 > x^9 + x$

Lời giải

Bài tập 6. Cho a, b, c là các số thực. Chứng minh rằng

a). $a^4 + b^4 - 4ab + 2 \geq 0$

b). $2(a^4 + 1) + (b^2 + 1)^2 \geq 2(ab + 1)^2$

c). $3(a^2 + b^2) - ab + 4 \geq 2(a\sqrt{b^2 + 1} + b\sqrt{a^2 + 1})$

Lời giải

Bài tập 7. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x \geq y$. Chứng minh rằng;

a). $4(x^3 - y^3) \geq (x - y)^3$

b). $x^3 - 3x + 4 \geq y^3 - 3y$

Lời giải

Loại 2. Xuất phát từ một BĐT đúng ta biến đổi đến BĐT cần chứng minh

1. Phương pháp.

Đối với loại này thường cho lời giải không được tự nhiên và ta thường sử dụng khi các biến có những ràng buộc đặc biệt.

Chú ý hai mệnh đề sau thường dùng:

➤ $a \in [\alpha; \beta] \Rightarrow (a - \alpha)(a - \beta) \leq 0 \quad (*)$

➤ $a, b, c \in [\alpha; \beta] \Rightarrow (a - \alpha)(b - \alpha)(c - \alpha) + (\beta - a)(\beta - b)(\beta - c) \geq 0 (**)$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 8. Cho a, b, c là độ dài ba cạnh tam giác. Chứng minh rằng :

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca).$$

Lời giải

Nhận xét : Ở trong bài toán trên ta đã xuất phát từ BĐT đúng đó là tính chất về độ dài ba cạnh của tam giác. Sau đó vì cần xuất hiện bình phương nên ta nhân hai vế của BĐT với c . Ngoài ra nếu xuất phát từ BĐT $|a - b| < c$ rồi bình phương hai vế ta cũng có được kết quả.

Bài tập 9. Cho tam giác ABC có cạnh a, b, c . Chứng minh rằng nửa chu vi lớn hơn độ dài mỗi cạnh.

Lời giải

Bài tập 10. Cho $a, b, c \in [0;1]$. Chứng minh : $a^2 + b^2 + c^2 \leq 1 + a^2b + b^2c + c^2a$

Lời giải

Bài tập 11. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn : $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh :
 $2(1 + a + b + c + ab + bc + ca) + abc \geq 0$.

Lời giải

Bài tập 12. Chứng minh rằng nếu $a \geq 4, b \geq 5, c \geq 6$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 90$ thì $a + b + c \geq 16$

Lời giải

Bài tập 13. Cho ba số a, b, c thuộc $[-1;1]$ và không đồng thời bằng không.

Chứng minh rằng $\frac{a^4b^2 + b^4c^2 + c^4a^2 + 3}{a^{2012} + b^{2012} + c^{2012}} \geq 2$

Lời giải

3. Bài tập luyện tập

Bài 1. Cho a, b, c, d là số dương.. Chứng minh rằng

a). $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ với $\frac{a}{b} < 1$.

b). $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$

c). $1 < \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+c+d} + \frac{c}{c+d+a} + \frac{d}{d+a+b} < 2$

d). $2 < \frac{a+b}{a+b+c} + \frac{b+c}{b+c+d} + \frac{c+d}{c+d+a} + \frac{d+a}{d+a+b} < 3$

Lời giải

Bài 2. Chứng minh các bất đẳng thức sau

a). $(ax+by)(bx+ay) \geq (a+b)^2 xy$ (với $a, b > 0; x, y \in R$) .

b). $\frac{c+a}{\sqrt{c^2+a^2}} \geq \frac{c+b}{\sqrt{c^2+b^2}}$. với $a > b > 0; c > \sqrt{ab}$.

c). $\frac{a+b}{2a-b} + \frac{c+b}{2c-b} \geq 4$ với $a, b, c > 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$

d). $a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2 > a^3 + b^3 + c^3$ với a, b, c là ba cạnh của tam giác

Lời giải

Bài 3. Cho $x \geq y \geq z \geq 0$. Chứng minh rằng:

a). $xy^3 + yz^3 + zx^3 \geq xz^3 + zy^3 + yx^3$

b). $\frac{x^2y}{z} + \frac{y^2z}{x} + \frac{z^2x}{y} \geq \frac{x^2z}{y} + \frac{y^2x}{z} + \frac{z^2y}{x}$.

Lời giải

Bài 4. Cho bốn số dương a, b, c, d . Chứng minh rằng: $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} + \frac{1}{\frac{1}{c} + \frac{1}{d}} \leq \frac{1}{\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+d}}$.

Lời giải

Bài 5. Cho $a, b, c \in [1; 3]$ và thoả mãn điều kiện $a + b + c = 6$.

Chứng minh rằng $a^2 + b^2 + c^2 \leq 14$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a - c < b - d.$

B. $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - c > b - d.$

C. $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - d > b - c.$

D. $\begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases} \Rightarrow a - c > b - d.$

Lời giải

Câu 2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây sai?

A. $\begin{cases} a > b \\ a > c \end{cases} \Rightarrow a > \frac{b+c}{2}.$ **B.** $\begin{cases} a > b \\ a > c \end{cases} \Rightarrow a - c > b - a.$ **C.** $a > b \Rightarrow a - c > b - c.$ **D.** $a > b \Rightarrow c - a > c - b.$

Lời giải

Câu 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow ac < bd.$ **B.** $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow ac > bd.$ **C.** $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow ac < bd.$ **D.** $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow -ac > -bd.$

Lời giải

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a < b \Rightarrow ac < bc.$ **B.** $a < b \Rightarrow ac > bc.$ **C.** $c < a < b \Rightarrow ac < bc.$ **D.** $\begin{cases} a < b \\ c > 0 \end{cases} \Rightarrow ac < bc.$

Lời giải

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{d}$. B. $\begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$. C. $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{c} < \frac{b}{d}$. D. $\begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{d}{c}$.

Lời giải

Câu 6. Nếu $a + 2c > b + 2c$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $-3a > -3b$. B. $a^2 > b^2$. C. $2a > 2b$. D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Lời giải

Câu 7. Nếu $a + b < a$ và $b - a > b$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $ab > 0$. B. $b < a$. C. $a < b < 0$. D. $a > 0$ và $b < 0$.

Lời giải

Câu 8. Nếu $0 < a < 1$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\frac{1}{a} > \sqrt{a}$. B. $a > \frac{1}{a}$. C. $a > \sqrt{a}$. D. $a^3 > a^2$.

Lời giải

Câu 9. Cho hai số thực dương a, b . Bất đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{a^2}{a^4+1} \geq \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{ab}}{ab+1} \geq \frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{a^2+1}}{a^2+2} \leq \frac{1}{2}$.

D. Tất cả đều đúng.

Lời giải

Câu 10. Cho $a, b > 0$ và $x = \frac{1+a}{1+a+a^2}$, $y = \frac{1+b}{1+b+b^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x > y$.

B. $x < y$.

C. $x = y$.

D. Không so sánh được.

Lời giải

DẠNG TOÁN 2: SỬ DỤNG BẤT ĐẲNG THỨC CAUCHY(côsi) ĐỂ CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC VÀ TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT.

1. Phương pháp.

Một số chú ý khi sử dụng bất đẳng thức côsi:

- Khi áp dụng bất đẳng thức côsi thì các số phải là những số không âm.
- BĐT côsi thường được áp dụng khi trong BĐT cần chứng minh có tổng và tích.
- Điều kiện xảy ra dấu '=' là các số bằng nhau.
- Bất đẳng thức côsi còn có hình thức khác thường hay sử dụng

✎ Đối với hai số: $x^2 + y^2 \geq 2xy$; $x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2}$; $xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$.

✎ Đối với ba số: $abc \leq \frac{a^3+b^3+c^3}{3}$, $abc \leq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$.

2. Các ví dụ minh họa.

Loại 1: Vận dụng trực tiếp bất đẳng thức côsi.

 **Bài tập 14.** Cho a, b là số dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$. Chứng minh rằng

a). $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2}\right) \geq 4$

b). $(a+b)^5 \geq 16ab\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)}$

Lời giải

 **Bài tập 15.** Cho a, b, c là số dương. Chứng minh rằng

$$\text{a). } \left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{1}{c}\right) \left(c + \frac{1}{a}\right) \geq 8$$

b). $a^2(1+b^2)+b^2(1+c^2)+c^2(1+a^2) \geq 6abc$

c). $(1+a)(1+b)(1+c) \geq (1+\sqrt[3]{abc})^3$

d). $a^2\sqrt{bc} + b^2\sqrt{ac} + c^2\sqrt{ab} \leq a^3 + b^3 + c^3$

Lời giải

 **Bài tập 16.** Cho a, b, c, d là số dương. Chứng minh rằng

a). $\frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$

$$\text{b). } \left(\frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{d^3} + \frac{d}{a^3} \right) (a+b)(b+c) \geq 16$$

c). $\frac{a+b+c}{\sqrt[3]{abc}} + \frac{8abc}{(a+b)(b+c)(c+a)} \geq 4.$

Lời giải

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

Loại 2: Kỹ thuật tách, thêm bớt, ghép cặp.

1. Phương pháp.

- Để chứng minh BĐT ta thường phải biến đổi (nhân chia, thêm, bớt một biểu thức) để tạo biểu thức có thể giản ước được sau khi áp dụng BĐT côsi.
- Khi gặp BĐT có dạng $x + y + z \geq a + b + c$ (hoặc $xyz \geq abc$), ta thường đi chứng minh $x + y \geq 2a$ (hoặc $ab \leq x^2$), xây dựng các BĐT tương tự rồi cộng(hoặc nhân) vế với vế ta suy ra điều phải chứng minh.
- Khi tách và áp dụng BĐT côsi ta dựa vào việc đảm bảo dấu bằng xảy ra (thường dấu bằng xảy ra khi các biến bằng nhau hoặc tại biên).

2. Bài tập minh họa.

 **Bài tập 17.** Cho a, b, c là số dương. Chứng minh rằng:

a). $\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} \geq a + b + c$

b). $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 18. Cho a, b, c dương sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh rằng

$$\text{a). } \frac{a^3b^3}{c} + \frac{b^3c^3}{a} + \frac{c^3a^3}{b} \geq 3abc$$

b). $\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq 3.$

Lời giải

Bài tập 19. Cho a, b, c là số dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng
a). $8(a+b)(b+c)(c+a) \leq (3+a)(3+b)(3+c)$ **b).** $(3-2a)(3-2b)(3-2c) \leq abc$

Lời giải

Bài tập 20. Cho a, b, c là số dương. Chứng minh rằng $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{a+b+c}{2}$.

Lời giải

Lưu ý: Việc ta ghép $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b+c}{4}$ và đánh giá như trên là vì những lí do sau:

Thứ nhất là ta cần làm mất mẫu số ở các đại lượng vế trái (vì vế phải không có phân số), chẳng hạn đại lượng $\frac{a^2}{b+c}$ khi đó ta sẽ áp dụng BĐT côsi cho đại lượng đó với một đại lượng chứa $b+c$.

Thứ hai là ta cần lưu ý tới điều kiện xảy ra đẳng thức ở BĐT côsi là khi hai số đó bằng nhau. Ta dự đoán dấu bằng xảy ra khi $a=b=c$ khi đó $\frac{a^2}{b+c} = \frac{a}{2}$ và $b+c=2a$ do đó ta ghép như trên.

Bài tập 21. Cho a, b, c là số dương thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

a). $\frac{a}{\sqrt{b+1}} + \frac{b}{\sqrt{c+1}} + \frac{c}{\sqrt{a+1}} \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$

b). $\sqrt{\frac{a^3}{b+3}} + \sqrt{\frac{b^3}{c+3}} + \sqrt{\frac{c^3}{a+3}} \geq \frac{3}{2}$

Lời giải

Bài tập 22. Cho a, b, c là số dương thỏa mãn $abc = 1$.

Chứng minh rằng $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 3 \geq 2(a + b + c)$.

Lời giải

Bài tập 23. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

a). $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x-2}$ với $x > 2$

b). $g(x) = 2x + \frac{1}{(x+1)^2}$ với $x > -1$

c). $h(x) = x + \frac{3}{x}$ với $x \geq 2$

d). $k(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ với $0 < x \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

This image shows a full page of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a template for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Bài tập 24. Cho x, y, z dương. Chứng minh rằng $\frac{2\sqrt{x}}{x^3 + y^2} + \frac{2\sqrt{y}}{y^3 + z^2} + \frac{2\sqrt{z}}{z^3 + x^2} \leq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 25. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy} + \frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz} + \frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx} \geq 3\sqrt{3}$$

Lời giải

=====

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x + \frac{2}{x-1}$ với $x > 1$.

A. $m = 1 - 2\sqrt{2}$.

B. $m = 1 + 2\sqrt{2}$.

C. $m = 1 - \sqrt{2}$.

D. $m = 1 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 12. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}}$.

A. $m = 2$.

B. $m = 1$.

C. $m = \frac{5}{2}$.

D. Không tồn tại m .

Lời giải

Câu 13. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$ với $x > -1$.

A. $m = 0$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m = \sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{(x+2)(x+8)}{x}$ với $x > 0$.

A. $m = 4$.

B. $m = 18$.

C. $m = 16$.

D. $m = 6$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{x}{1-x}$ với $1 > x > 0$.

A. $m = 2$.

B. $m = 4$.

C. $m = 6$.

D. $m = 8$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}$ với $0 < x < 1$.

A. $m = 2$.

B. $m = 4$.

C. $m = 8$.

D. $m = 16$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 32}{4(x-2)}$ với $x > 2$.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = \frac{7}{2}$.

C. $m = 4$.

D. $m = 8$.

Lời giải

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{2x^3 + 4}{x}$ với $x > 0$.

A. $m = 2$.

B. $m = 4$.

C. $m = 6$.

D. $m = 10$.

Lời giải

Câu 19. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 3}{x}$ với $x > 0$.

A. $m = 4$.

B. $m = 6$.

C. $m = \frac{13}{2}$.

D. $m = \frac{19}{2}$.

Lời giải

Câu 20. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = (6x+3)(5-2x)$ với $x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$.

A. $M = 0$.

B. $M = 24$.

C. $M = 27$.

D. $M = 30$.

Lời giải

Câu 21. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$ với $x \geq 1$.

A. $M = 0$.

B. $M = \frac{1}{2}$.

C. $M = 1$.

D. $M = 2$.

Lời giải

Câu 22. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ với $x > 0$.

A. $M = \frac{1}{4}$.

B. $M = \frac{1}{2}$.

C. $M = 1$.

D. $M = 2$.

Lời giải

Câu 23. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$ với $x > 0$.

A. $M = 0$.

B. $M = \frac{1}{4}$.

C. $M = \frac{1}{2}$.

D. $M = 1$.

Lời giải

Câu 24. Tìm giá trị nhỏ nhất m và lớn nhất M của hàm số $f(x) = \sqrt{x+3} + \sqrt{6-x}$.

- A. $m = \sqrt{2}, M = 3$. B. $m = 3, M = 3\sqrt{2}$. C. $m = \sqrt{2}, M = 3\sqrt{2}$. D. $m = \sqrt{3}, M = 3$.

Lời giải

Câu 25. Tìm giá trị nhỏ nhất m và lớn nhất M của hàm số $f(x) = 2\sqrt{x-4} + \sqrt{8-x}$.

- A. $m = 0; M = 4\sqrt{5}$. B. $m = 2; M = 4$. C. $m = 2; M = 2\sqrt{5}$. D. $m = 0; M = 2 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 26. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \sqrt{7-2x} + \sqrt{3x+4}$.

- A. $m = 3$. B. $m = \sqrt{10}$. C. $m = 2\sqrt{3}$. D. $m = \frac{\sqrt{87}}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 27. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x) = x + \sqrt{8 - x^2}$.

- A. $M = 1$. B. $M = 2$. C. $M = 2\sqrt{2}$. D. $M = 4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 28. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy = 3$. Tập giá trị của biểu thức $S = x + y$ là:

- A. $[0; 3]$. B. $[0; 2]$. C. $[-2; 2]$. D. $\{-2; 2\}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 29. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy = 1$. Tập giá trị của biểu thức $P = xy$ là:

- A. $\left[0; \frac{1}{3}\right]$. B. $[-1; 1]$. C. $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$. D. $\left[-1; \frac{1}{3}\right]$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 30. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $(x + y)^3 + 4xy \geq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x + y$ là:

- A. $\sqrt[3]{2}$. B. 1. C. 8. D. $-\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Câu 31. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = x + y + xy$. Tập giá trị của biểu thức $S = x + y$ là:

A. $[0; +\infty)$.

B. $[-\infty; 0]$.

C. $[4; +\infty)$.

D. $[0; 4]$.

Lời giải

Câu 32. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 3(x + y) + 4 = 0$. Tập giá trị của biểu thức $S = x + y$ là:

A. $\{2; 4\}$.

B. $[0; 4]$.

C. $[0; 2]$.

D. $[2; 4]$.

Lời giải

Câu 33. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x + y = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $S = \frac{1}{x} + \frac{4}{y}$ là:

A. 4.

B. 5.

C. 9.

D. 2.

Lời giải

Câu 34. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $x^2y + xy^2 = x + y + 3xy$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x + y$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Câu 35. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x^4 + y^4 + \frac{1}{xy} = xy + 2$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xy$ lần lượt là:

A. $\frac{1}{2}$ và 1.

B. 0 và 1.

C. $\frac{1}{4}$ và 1.

D. 1 và 2.

Lời giải

Câu 36. Cho hai số thực a, b thuộc khoảng $(0;1)$ và thỏa mãn $(a^3 + b^3)(a + b) - ab(a - 1)(b - 1) = 0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = ab$ bằng:

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

Lời giải

Câu 37. Cho hai số thực x, y thuộc đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $x + y = 4xy$. Tập giá trị của biểu thức $P = xy$ là:

A. $[0;1]$.

B. $\left[0; \frac{1}{4}\right]$.

C. $\left[0; \frac{1}{3}\right]$.

D. $\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right]$.

Lời giải

Câu 38. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x + 2y - xy = 0$. Giá trị nhỏ nhất của $S = x + 2y$ là

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Câu 39. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $x + y + xy \geq 7$. Giá trị nhỏ nhất của $S = x + 2y$ là:

A. 8.

B. 5.

C. 7.

D. -11.

Lời giải

Câu 40. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2x + 3y \leq 7$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + y + xy$ là:

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 2.

Lời giải

Câu 41. Cho hai số thực x, y không âm và thỏa mãn $x^2 + 2y = 12$. Giá trị lớn nhất của $P = xy$ là:

- A. $\frac{13}{4}$. B. 4. C. 8. D. 13.

Lời giải

Câu 42. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $x > y$ và $xy = 1000$. Biết biểu thức $F = \frac{x^2 + y^2}{x - y}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$. Tính $P = \frac{a^2 + b^2}{1000}$.

- A. $P = 2$. B. $P = 3$. C. $P = 4$. D. $P = 5$.

Lời giải

Câu 43. Cho x, y là các số thực dương và thỏa mãn $x + y \geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F = x + y + \frac{1}{2x} + \frac{2}{y}$.

- A. $F_{\min} = 4\frac{1}{2}$. B. $F_{\min} = 3\sqrt{2}$. C. $F_{\min} = 4\frac{1}{3}$. D. $F_{\min} = 4\frac{2}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 44. Cho $x > 8y > 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = x + \frac{1}{y(x-8y)}$ là

- A. 3. B. 6. C. 8. D. 9.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 45. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$. Tập giá trị của biểu thức $S = x + y$ là:

- A. $[-1; 7]$. B. $[3; 7]$. C. $[3; 7] \cup \{-1\}$. D. $[-7; 7]$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 46. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a > 0, b > 0$ và $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F = \frac{4a+c}{b}$.

- A. $F_{\min} = 1$. B. $F_{\min} = 2$. C. $F_{\min} = 3$. D. $F_{\min} = 5$.

Lời giải

Câu 47. Cho ba số thực a, b, c không âm và thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 4$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $S = a^2 + b^2 + c^2$ lần lượt là:

- A. 1 và 3. B. 2 và 4. C. 2 và 3. D. 3 và 4.

Lời giải

Câu 48. Cho ba số thực dương x, y, z . Biểu thức $P = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy}$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

- A. $\frac{11}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. 9.

Lời giải

Câu 49. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^3 + y^3 + z^3 + 3(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z})$ bằng:

- A. 12. B. 3. C. 5. D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 50. Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{x+y} + \sqrt{y+z} + \sqrt{z+x}$ bằng:

A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 1.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

SBÀI 2.

ĐẠI CƯƠNG VỀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH 1 ẨN

A. LÝ THUYẾT

I. Định nghĩa bất phương trình một ẩn.

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có tập xác định lần lượt là D_f và D_g . Đặt $D = D_f \cap D_g$.

Mệnh đề chứa biến có một trong các dạng $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$, $f(x) \leq g(x)$, $f(x) \geq g(x)$

được gọi là **bất phương trình một ẩn**;

- x được gọi là **ẩn số** và D gọi là tập xác định của bất phương trình.
- $x_0 \in D$ gọi là một **ng nghiệm** của bất phương trình $f(x) < g(x)$ nếu $f(x_0) < g(x_0)$ là mệnh đề đúng.
- **Giải bất phương trình** là tìm tất cả các nghiệm(hay tìm tập nghiệm) của bất phương trình đó.

Chú ý : Trong thực hành, ta không cần viết rõ tập xác định D của bất phương trình mà chỉ cần nêu điều kiện để $x \in D$. Điều kiện đó gọi là điều kiện xác định của bất phương trình, gọi tắt là **điều kiện của bất phương trình**.

Ví dụ 1: Giải các bất phương trình sau: $|2x + 1| < 3x$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

II. Bất phương trình tương đương, biến đổi tương đương các bất phương trình.

1. Định nghĩa : Hai bất phương trình (cùng ẩn) được gọi là **tương đương** nếu chúng có cùng tập nghiệm.

- **Kí hiệu:** Nếu $f_1(x) < g_1(x)$ tương đương với $f_2(x) < g_2(x)$ thì ta viết

$$f_1(x) < g_1(x) \Leftrightarrow f_2(x) < g_2(x)$$

- Phép biến đổi không làm thay đổi tập nghiệm của phương trình gọi là **phép biến đổi tương đương**.

2. Định lý và hệ quả:

Định lý 1: Cho bất phương trình $f(x) < g(x)$ có tập xác định D ; $y = h(x)$ là hàm số **xác định** trên D . Khi đó trên D , Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình sau

- $f(x) + h(x) < g(x) + h(x)$.
- $f(x).h(x) < g(x).h(x)$ nếu $h(x) > 0$ với mọi $x \in D$.
- $f(x).h(x) > g(x).h(x)$ nếu $h(x) < 0$ với mọi $x \in D$

Hệ quả: Cho bất phương trình $f(x) < g(x)$ có tập xác định D . Khi đó

- $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f^3(x) < g^3(x)$
- $f(x) < g(x) \Leftrightarrow f^2(x) < g^2(x)$ với $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0, \forall x \in D$

Lưu ý: Khi giải phương trình ta cần chú ý

- Đặt điều kiện xác định(đkxđ) của phương trình và khi tìm được nghiệm của phương trình phải đối chiếu với điều kiện xác định.
- Đối với việc giải bất phương trình ta thường thực hiện phép biến đổi tương đương nên cần lưu ý tới điều kiện để thực hiện phép biến đổi tương đương đó.

Ví dụ 2. Trong các bất phương trình sau đây, bất phương trình nào tương đương với bất phương trình $3x + 1 > 0$:

a). $3x + 1 + \frac{1}{x+3} > \frac{1}{x+3}$

b). $3x + 1 + \sqrt{x+1} > \sqrt{x+1}$

Lời giải

Ví dụ 3. Giải các bất phương trình sau: $(x+2)(2x-1)-2 \leq x^2+(x-1)(x+3)$

Lời giải

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

DẠNG TOÁN 1: TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH.

1. Phương pháp.

Điều kiện xác định của bất phương trình bao gồm các điều kiện để giá trị của $f(x)$, $g(x)$ cùng được xác định và các điều kiện khác (nếu có yêu cầu trong đề bài). Điều kiện để biểu thức

✦ $\sqrt{f(x)}$ xác định là $f(x) \geq 0$

✦ $\frac{1}{f(x)}$ xác định là $f(x) \neq 0$

✦ $\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định là $f(x) > 0$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a). $x + \frac{5}{4x^2 - 9} < 1$

b). $\sqrt{4-2x} \geq \frac{x+1}{x^2-2x-1}$

Lời giải

Bài tập 2. Tìm điều kiện xác định của bất phương trình sau rồi suy ra tập nghiệm của nó:

a). $2x + \sqrt{x-3} \geq 2\sqrt{3-x} + 3$

b). $\sqrt{-x^2 + 4x - 4} \leq 27 - 3x^3$

c). $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} < \frac{1}{\sqrt{x-2}} + 2$

d). $\sqrt{(x-1)^2(3-4x)} - 5x > \sqrt{4x-3} - 7$

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình sau:

a). $\frac{1}{x-3} < \frac{x}{x^2 - 6x + 9}$

b). $\sqrt{x-2} > \frac{1}{x+2}$

Lời giải

a). $2x + \sqrt{2x-1} \geq 2\sqrt{1-2x} + 1$ b). $\sqrt{-x^2+x-1} \leq 2$
c). $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} < \sqrt{1-x} + 2$ d). $\sqrt{(x-1)^2(2-x)(x-2)} > -7$

[illegible]

A. $x \in \mathbb{R}$. **B.** $x \in (-\infty; 2]$. **C.** $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **D.** $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

.....	
.....	
.....	

A. $x \in [-5; 4]$. **B.** $x \in (-5; 4]$. **C.** $x \in [4; +\infty)$. **D.** $x \in (-\infty; -5)$.

.....

.....

.....

A. $x \in [-1; +\infty)$. **B.** $x \in (-1; +\infty)$. **C.** $x \in [-1; +\infty) \setminus \{2\}$. **D.** $x \in (-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m} - \sqrt{6-2x}$ có tập xác định là một đoạn trên trục số.

A. $m = 3$.

B. $m < 3$.

C. $m > 3$.

D. $m < \frac{1}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{m-2x} - \sqrt{x+1}$ có tập xác định là một đoạn trên trục số.

A. $m < -2$.

B. $m > 2$.

C. $m > -\frac{1}{2}$.

D. $m > -2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG TOÁN 2: XÁC ĐỊNH CÁC BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG VÀ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẰNG PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG.

1. Phương pháp.

Để giải bất phương trình ta thực hiện các phép biến đổi để đưa về bất phương trình tương đương với phương trình đã cho đơn giản hơn trong việc giải nó. Một số phép biến đổi thường sử dụng

- Cộng (trừ) cả hai vế của bất phương trình mà không làm thay đổi điều kiện xác định của bất phương trình ta thu được bất phương trình tương đương bất phương trình đã cho.
- Nhân (chia) vào hai vế của bất phương trình với một biểu thức *luôn dương* (hoặc *luôn âm*) và không làm thay đổi điều kiện xác định của phương trình ta thu được bất phương trình *cùng chiều* (hoặc *ngược chiều*) tương đương với bất phương trình đã cho.
- Bình phương hai vế của bất phương trình (hai vế luôn dương) ta thu được bất phương trình tương đương với bất phương trình đã cho.
- Lập phương hai vế của bất phương trình ta thu được bất phương trình tương đương với bất phương trình đã cho.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 3. Trong các bất phương trình sau đây, bất phương trình nào tương đương với bất phương trình $3x+1 > 0$ (*):

a). $3x+1 - \frac{1}{x-3} > -\frac{1}{x-3}$

b). $3x+1 + \frac{x}{\sqrt{3x+1}} > \frac{x}{\sqrt{3x+1}}$

Lời giải

.....

Bài tập 4. Không giải bất phương trình, hãy giải thích vì sao các bất phương trình sau vô nghiệm.

a). $|x^2 + 2x| + 3 \leq 0$

b). $\frac{\sqrt{x}}{x+1} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} < 2$

Lời giải

Bài tập 5. Không giải bất phương trình, hãy giải thích vì sao các bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x .

a). $\sqrt{|x-1|} + x^2 \geq 2x - 1$

b). $\frac{1}{x^2+1} - (x+1)^2 \leq \frac{1}{x^2+1}$

Lời giải

Bài tập 6. Bạn Nam giải bất phương trình $|x+1| \geq x-1$ như sau:

Bất phương trình tương đương với $(x+1)^2 \geq (x-1)^2$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 \geq x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow 4x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = [0; +\infty)$.

Theo em bạn Nam giải như vậy đúng hay sai? Nếu sai hãy sửa lại cho đúng.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 3. Không giải bất phương trình, hãy giải thích vì sao các bất phương trình sau vô nghiệm.

a). $\sqrt{x+1} > \sqrt{-x-4}$

b). $\sqrt{x+1} \leq -x^2 + x - 1$

Lời giải

Bài 4. Không giải bất phương trình, hãy giải thích vì sao các bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi x .

a). $|x+1| + 2x^2 - 2x + 1 > 0$

b). $\frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}} \geq 2$

Lời giải

Bài 5. Bạn Bình giải bất phương trình $\sqrt{x+1}(\sqrt{2x+2}-1) \geq 0$ như sau

Bất phương trình tương đương với $\sqrt{2x+2}-1 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x+2} \geq 1 \Leftrightarrow 2x+2 \geq 1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = [-\frac{1}{2}; +\infty)$.

Theo em bạn Bình giải như vậy đúng hay sai? Nếu sai hãy sửa lại cho đúng.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 6. Bất phương trình $2x + \frac{3}{2x-4} < 3 + \frac{3}{2x-4}$ tương đương với

- A. $2x < 3$. B. $x < \frac{3}{2}$ và $x \neq 2$. C. $x < \frac{3}{2}$. D. Tất cả đều đúng.

Lời giải

Câu 7. Bất phương trình $2x + \frac{3}{2x-4} < 5 + \frac{3}{2x-4}$ tương đương với:

- A. $2x < 5$. B. $x < \frac{5}{2}$ và $x \neq 2$. C. $x < \frac{5}{2}$. D. Tất cả đều đúng.

Lời giải

Câu 8. Bất phương trình $2x-1 \geq 0$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

- A. $2x-1 + \frac{1}{x-3} \geq \frac{1}{x-3}$. B. $2x-1 - \frac{1}{x+3} \geq -\frac{1}{x+3}$.
C. $(2x-1)\sqrt{x-2018} \geq \sqrt{x-2018}$. D. $\frac{2x-1}{\sqrt{x-2018}} \geq \frac{1}{\sqrt{x-2018}}$.

Lời giải

Câu 9. Cặp bất phương trình nào sau đây là tương đương?

- A. $x-2 \leq 0$ và $x^2(x-2) \leq 0$. B. $x-2 < 0$ và $x^2(x-2) > 0$.
C. $x-2 < 0$ và $x^2(x-2) < 0$. D. $x-2 \geq 0$ và $x^2(x-2) \geq 0$.

Lời giải

Câu 10. Bất phương trình nào sau đây tương đương với bất phương trình $x + 5 > 0$?

A. $(x-1)^2(x+5) > 0$.

B. $x^2(x+5) > 0$.

C. $\sqrt{x+5}(x+5) > 0$.

D. $\sqrt{x+5}(x-5) > 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Bất phương trình $(x+1)\sqrt{x} \leq 0$ tương đương với

A. $\sqrt{x(x+1)^2} \leq 0$.

B. $(x+1)\sqrt{x} < 0$.

C. $(x+1)^2\sqrt{x} \leq 0$.

D. $(x+1)^2\sqrt{x} < 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Bất phương trình $\sqrt{x-1} \geq x$ tương đương với

A. $(1-2x)\sqrt{x-1} \geq x(1-2x)$.

B. $(2x+1)\sqrt{x-1} \geq x(2x+1)$.

C. $(1-x^2)\sqrt{x-1} \geq x(1-x^2)$.

D. $x\sqrt{x-1} \leq x^2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Với giá trị nào của a thì hai bất phương trình $(a+1)x - a + 2 > 0$ và $(a-1)x - a + 3 > 0$ tương đương:

A. $a = 1$.

B. $a = 5$.

C. $a = -1$.

D. $a = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Với giá trị nào của m thì hai bất phương trình $(m+2)x \leq m+1$ và $3m(x-1) \leq -x-1$ tương đương:

A. $m = -3$.

B. $m = -2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Câu 15. Với giá trị nào của m thì hai bất phương trình $(m+3)x \geq 3m-6$ và $(2m-1)x \leq m+2$ tương đương:

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 0$ hoặc $m = 4$.

Lời giải

SBÀI 3.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT NHẤT NHIỀU ẨN

A. LÝ THUYẾT

I. Giải và biện luận bất phương trình dạng $ax + b < 0$ (1).

- ✦ Nếu $a = 0$ thì bất phương trình có dạng $0.x + b < 0$
 - ✧ Với $b < 0$ thì tập nghiệm BPT là $S = \mathbb{R}$.
 - ✧ Với $b \geq 0$ thì tập nghiệm BPT là $S = \emptyset$.
- ✦ Nếu $a > 0$ thì $(1) \Leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$ suy ra tập nghiệm là $S = \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$.
- ✦ Nếu $a < 0$ thì $(1) \Leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$ suy ra tập nghiệm là $S = \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$.

|| Các bất phương trình dạng $ax + b > 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b \geq 0$ được giải hoàn toàn tương tự

Ví dụ 1. Giải và biện luận các bất phương trình:

a). $m(x - m) \leq x - 1$.

b). $3x + m^2 \geq m(x + 3)$.

Lời giải

Ví dụ 2. Tìm m để các hệ bất phương trình sau có nghiệm.

a). $\begin{cases} 2x - 1 \leq x + 2 \\ m(m+1)x + 4m \geq (m-2)x + 3m^2 + 6 \end{cases}$

b). $\begin{cases} m(mx - 1) < 2 \\ m(mx - 2) \geq 2m + 1 \end{cases}$

Lời giải

II. Hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn.

1. Định nghĩa: Hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn là hệ bất phương trình có dạng

$$\begin{cases} f(x) > 0 & (1) \\ g(x) > 0 & (2) \end{cases} \quad (\geq, <). \quad (2)$$

- ✦ Trong đó x là ẩn; các chữ số còn lại là hệ số.
- ✦ Giải hệ phương trình (2) là tìm tập nghiệm của nó.

2. Phương pháp: Để giải hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn ta giải từng bất phương trình của hệ bất phương trình. Khi đó tập nghiệm của hệ bất phương trình là giao của các tập nghiệm từng bất phương trình.

3. Ví dụ minh họa

Ví dụ 3. Giải các hệ bất phương trình sau:

a). $\begin{cases} \frac{4x-5}{7} < x+3 \\ \frac{3x+8}{4} > 2x-5 \end{cases}$

b). $\begin{cases} 5x-2 > 4x+5 \\ 5x-4 < x+2 \end{cases}$

c). $\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases}$

d). $\begin{cases} 6x+\frac{5}{7} < 4x+7 \\ \frac{8x+3}{2} < 2x+5 \end{cases}$

e). $\begin{cases} x-1 \leq 2x-3 \\ 3x < x+5 \\ \frac{5-3x}{2} \leq x-3 \end{cases}$

Lời giải

Ví dụ 4. Tìm nghiệm nguyên của các hệ bất phương trình sau

a).
$$\begin{cases} 6x + \frac{5}{7} > 4x + 7 \\ \frac{8x+3}{2} < 2x + 25 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} 15x - 2 > 2x + \frac{1}{3} \\ 2(x-4) < \frac{3x-14}{2} \end{cases}$$

Lời giải

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG TOÁN 1: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH DẠNG $ax + b < 0$.

1. Phương pháp.

① Nếu $a = 0$ thì bất phương trình có dạng $0.x + b < 0$

♦ Với $b < 0$ thì tập nghiệm BPT là $S = \mathbb{R}$.

♦ Với $b \geq 0$ thì tập nghiệm BPT là $S = \emptyset$.

② Nếu $a > 0$ thì $(1) \Leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$ suy ra tập nghiệm là $S = \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$.

③ Nếu $a < 0$ thì $(1) \Leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$ suy ra tập nghiệm là $S = \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$.

Nhận xét: bất phương trình dạng $ax + b > 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b \geq 0$ được giải hoàn toàn tương tự.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Giải và biện luận bất phương trình sau.

a). $mx + 6 \leq 2x + 3m$

b). $(x + m)m + x > 3x + 4$

c). $(m^2 + 9)x + 3 \geq m(1 - 6x)$

d). $m(m^2x + 2) < x + m^2 + 1$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 2. Tìm m để bất phương trình $(m^2 - m)x + m < 6x - 2$ vô nghiệm.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 3. Tìm m để bất phương trình $4m^2(2x-1) \geq (4m^2+5m+9)x-12m$ có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

.....

Bài tập 4. Tìm m để bất phương trình $(4m^2 + 2m + 1)x - 5m \geq 3x - m - 1$ có tập nghiệm là $[-1; +\infty)$.

Lời giải

Bài tập 5. Tìm m để hai bất phương trình sau tương đương
 $(m-1)x + 2m - 3 \geq 0$ (1) và $(m+1)x + m - 4 \geq 0$ (2).

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1.

- a). Tìm m để bất phương trình $mx - 2 \leq x - m$ vô nghiệm.
 b). Tìm m để bất phương trình $m^2(x - 1) \geq 9x + 3m$ có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Bài 2. Cho hàm số $f(x) = (2m + 1)x - 3m + 2$.

- a). Tìm m để phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $x \in [0; 1]$.
 b). Tìm m để $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [-1; 2]$.

Lời giải

 **Bài 3.** Tìm m để bất phương trình $m(2x-1) \geq 2x+1$ có tập nghiệm là $[1; +\infty)$.

Lời giải

 **Bài 4.** Tìm m để hai bất phương trình sau tương đương
 $(2-m)x + 2m + 4 \geq 0$ và $(m+1)x + m^2 - 4 \geq 0$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 16. Bất phương trình $ax + b > 0$ vô nghiệm khi:

A. $\begin{cases} a \neq 0 \\ b = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 17. Bất phương trình $ax + b > 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi:

A. $\begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 18. Bất phương trình $ax + b \leq 0$ vô nghiệm khi:

A. $\begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 19. Tập nghiệm S của bất phương trình $5x - 1 \geq \frac{2x}{5} + 3$ là:

A. $S = \mathbb{R}$.

B. $S = (-\infty; 2)$.

C. $S = \left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $S = \left[\frac{20}{23}; +\infty\right)$.

Lời giải

Câu 20. Bất phương trình $\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên lớn hơn -10 ?

A. 4.

B. 5.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Câu 21. Tập nghiệm S của bất phương trình $(1 - \sqrt{2})x < 3 - 2\sqrt{2}$ là:

A. $S = (-\infty; 1 - \sqrt{2})$.

B. $S = (1 - \sqrt{2}; +\infty)$.

C. $S = \mathbb{R}$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Câu 22. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $x(2-x) \geq x(7-x) - 6(x-1)$ trên đoạn $[-10; 10]$ bằng:

A. 5.

B. 6.

C. 21.

D. 40.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 23. Bất phương trình $(2x-1)(x+3) - 3x + 1 \leq (x-1)(x+3) + x^2 - 5$ có tập nghiệm

A. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

B. $S = \left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

C. $S = \mathbb{R}$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 24. Tập nghiệm S của bất phương trình $5(x+1) - x(7-x) > -2x$ là:

A. $S = \mathbb{R}$.

B. $S = \left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 25. Tập nghiệm S của bất phương trình $(x + \sqrt{3})^2 \geq (x - \sqrt{3})^2 + 2$ là:

A. $S = \left[\frac{\sqrt{3}}{6}; +\infty\right)$.

B. $S = \left(\frac{\sqrt{3}}{6}; +\infty\right)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{\sqrt{3}}{6}\right]$.

D. $S = \left(-\infty; \frac{\sqrt{3}}{6}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 26. Tập nghiệm S của bất phương trình $(x-1)^2 + (x-3)^2 + 15 < x^2 + (x-4)^2$ là:

A. $S = (-\infty; 0)$.

B. $S = (0; +\infty)$.

C. $S = \mathbb{R}$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 27. Tập nghiệm S của bất phương trình $x + \sqrt{x} < (2\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)$ là:

A. $S = (-\infty; 3)$.

B. $S = (3; +\infty)$.

C. $S = [3; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; 3]$.

Lời giải

Câu 28. Tập nghiệm S của bất phương trình $x + \sqrt{x-2} \leq 2 + \sqrt{x-2}$ là:

- A. $\Delta' = (b')^2 - ac$. B. $S = (-\infty; 2]$. C. $S = \{2\}$. D. $S = [2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 29. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $\frac{x-2}{\sqrt{x-4}} \leq \frac{4}{\sqrt{x-4}}$ bằng:

- A. 15. B. 11. C. 26. D. 0.

Lời giải

Câu 30. Tập nghiệm S của bất phương trình $(x-3)\sqrt{x-2} \geq 0$ là:

- A. $S = [3; +\infty)$. B. $S = (3; +\infty)$. C. $S = \{2\} \cup [3; +\infty)$. D. $S = \{2\} \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Câu 31. Bất phương trình $(m-1)x > 3$ vô nghiệm khi

- A. $m \neq 1$. B. $m < 1$. C. $m = 1$. D. $m > 1$.

Lời giải

Câu 32. Bất phương trình $(m^2 - 3m)x + m < 2 - 2x$ vô nghiệm khi

- A. $m \neq 1$. B. $m \neq 2$. C. $m = 1, m = 2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x < m$ vô nghiệm.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Câu 34. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x + m < 6x - 2$ vô nghiệm. Tổng các phần tử trong S bằng:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $mx - 2 \leq x - m$ vô nghiệm.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

Câu 36. Bất phương trình $(m^2 + 9)x + 3 \geq m(1 - 6x)$ nghiệm đúng với mọi x khi

- A. $m \neq 3$. B. $m = 3$. C. $m \neq -3$. D. $m = -3$.

Lời giải

Câu 37. Bất phương trình $4m^2(2x - 1) \geq (4m^2 + 5m + 9)x - 12m$ nghiệm đúng với mọi x khi

- A. $m = -1$. B. $m = \frac{9}{4}$. C. $m = 1$. D. $m = -\frac{9}{4}$.

Lời giải

Câu 38. Bất phương trình $m^2(x-1) \geq 9x + 3m$ nghiệm đúng với mọi x khi

- A. $m = 1$. B. $m = -3$. C. $m = \emptyset$. D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(x+m)m + x > 3x + 4$ có tập nghiệm là $(-m-2; +\infty)$.

- A. $m = 2$. B. $m \neq 2$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Lời giải

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(x-m) \geq x-1$ có tập nghiệm là $(-\infty; m+1]$.

- A. $m = 1$. B. $m > 1$. C. $m < 1$. D. $m \geq 1$.

Lời giải

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1) < 2x-3$ có nghiệm.

- A. $m \neq 2$. B. $m > 2$. C. $m = 2$. D. $m < 2$.

Lời giải

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1) < 3-x$ có nghiệm.

A. $m \neq 1$.

B. $m = 1$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m \neq 3$.

Lời giải

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m^2 + m - 6)x \geq m + 1$ có nghiệm.

A. $m \neq 2$.

B. $m \neq 2$ và $m \neq 3$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m \neq 3$.

Lời giải

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2x - 1 < mx + m$ có nghiệm.

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = 0; m = 1$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 45. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $mx + 6 < 2x + 3m$ với $m < 2$. Hỏi tập hợp nào sau đây là phần bù của tập S ?

A. $(3; +\infty)$.

B. $[3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(-\infty; 3]$.

Lời giải

Câu 46. Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(2x-1) \geq 2x+1$ có tập nghiệm là $[1; +\infty)$.

A. $m = 3$

B. $m = 1$

C. $m = -1$

D. $m = -2$.

Lời giải

Câu 47. Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2x - m < 3(x - 1)$ có tập nghiệm là $(4; +\infty)$.

A. $m \neq 1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. $m > 1$.

Lời giải

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx + 4 > 0$ nghiệm đúng với mọi $|x| < 8$.

A. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

B. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

C. $m \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x - 2) - mx + x + 5 < 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2018; 2]$.

A. $m < \frac{7}{2}$.

B. $m = \frac{7}{2}$.

C. $m > \frac{7}{2}$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x-2) + m + x \geq 0$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$.

A. $m \geq -2$.

B. $m = -2$.

C. $m \geq -1$.

D. $m \leq -2$.

Lời giải

DẠNG TOÁN 2: GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN.

1. Phương pháp.

Để giải hệ bất phương trình bậc nhất một ẩn

① Ta giải từng bất phương trình của hệ bất phương trình.

② Khi đó tập nghiệm của hệ bất phương trình là giao các tập nghiệm từng bất phương trình.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 6. Giải các hệ bất phương trình sau:

a).
$$\begin{cases} 5x - 2 > 4x + 5 \\ 5x - 4 < x + 2 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} 6x + \frac{5}{7} < 4x + 7 \\ \frac{8x + 3}{2} < 2x + 5 \end{cases}$$

c).
$$\begin{cases} 5x - 2 < 4x + 5 \\ x^2 < (x + 2)^2 \end{cases}$$

d).
$$\begin{cases} x - 1 \leq 2x - 3 \\ 3x < x + 5 \\ \frac{5 - 3x}{2} \leq x - 3 \end{cases}$$

Lời giải

 **Bài tập 7.** Tìm m để hệ bất phương trình sau có nghiệm.

a).
$$\begin{cases} 2x - 1 \leq x + 2 \\ m(m+1)x + 4m \geq (m-2)x + 3m^2 + 6 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} m(mx - 1) < 2 \\ m(mx - 2) \geq 2m + 1 \end{cases}$$

Lời giải

 **Bài tập 8.** Tìm m để hệ bất phương trình sau vô nghiệm.

$$\text{a). } \begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$$

$$\text{b). } \begin{cases} mx+1 \leq x-1 \\ 2(x-3) < 5(x-4) \end{cases}$$

Lời giải

[illegible]

 **Bài tập 9.** Tìm m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2m(x+1) \geq x+3 \\ 4mx+3 \geq 4x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Lời giải

[illegible]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bài tập luyện tập.

Bài 5. Tìm m để hệ bất phương trình sau có nghiệm.

a).
$$\begin{cases} 4(x-3)+1 \leq 3(x-3) \\ x+m > 1 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} 2(x+5) < 3(x+4) \\ -3x-8 \geq 5(x-8) \\ m(x+2) < (m+1)x+m-2 \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Tìm m để hệ bất phương trình sau vô nghiệm.

a).
$$\begin{cases} 2x+7 \geq 8x+1 \\ m+5 < 2x \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} 3x+5 \geq x-1 \\ (x+2)^2 \leq (x-1)^2 + 9 \\ mx+1 > (m-2)x+m \end{cases}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 **Bài 7.** Tìm m để phương trình $15x^2 - 11xy + 2y^2 = -7$ có nghiệm thỏa mãn $\begin{cases} x < y \\ 2m^2x + 3my < 0 \end{cases}$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 51. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2 - x > 0 \\ 2x + 1 < x - 2 \end{cases}$ là:

A. $S = (-\infty; -3)$.

B. $S = (-\infty; 2)$.

C. $S = (-3; 2)$.

D. $S = (-3; +\infty)$.

Lời giải

Câu 52. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} < -x+1 \\ \frac{4-3x}{2} < 3-x \end{cases} \text{ là:}$$

A. $S = \left(-2; \frac{4}{5}\right)$.

B. $S = \left(\frac{4}{5}; +\infty\right)$.

C. $S = (-\infty; -2)$.

D. $S = (-2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 53. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} < -x+1 \\ 3+x > \frac{5-2x}{2} \end{cases} \text{ là:}$$

A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = \left(-\frac{1}{4}; 1\right)$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Câu 54. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 2x-1 < -x+2017 \\ 3+x > \frac{2018-2x}{2} \end{cases} \text{ là:}$$

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \left(\frac{2012}{8}; \frac{2018}{3}\right)$.

C. $S = \left(-\infty; \frac{2012}{8}\right)$.

D. $S = \left(\frac{2018}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Câu 55. Tập $S = \left[-1; \frac{3}{2} \right)$ là tập nghiệm của hệ bất phương trình sau đây ?

A. $\begin{cases} 2(x-1) < 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2(x-1) > 1 \\ x \geq -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2(x-1) < 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2(x-1) < 1 \\ x \leq -1 \end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 56. Tập nghiệm S của bất phương trình $\begin{cases} 2(x-1) < x+3 \\ 2x \leq 3(x+1) \end{cases}$ là:

A. $S = (-3; 5)$.

B. $S = (-3; 5]$.

C. $S = [-3; 5)$.

D. $S = [-3; 5]$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 57. Biết rằng bất phương trình $\begin{cases} x-1 < 2x-3 \\ \frac{5-3x}{2} \leq x-3 \\ 3x \leq x+5 \end{cases}$ có tập nghiệm là một đoạn $[a; b]$. Hỏi $a+b$

bằng:

A. $\frac{11}{2}$.

B. 8.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{47}{10}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 58. Số nghiệm nguyên của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 6x + \frac{5}{7} > 4x + 7 \\ \frac{8x + 3}{2} < 2x + 25 \end{cases}$$
 là:

A. Vô số. B. 4. C. 8. D. 0.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 59. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình
$$\begin{cases} 5x - 2 < 4x + 5 \\ x^2 < (x + 2)^2 \end{cases}$$
 bằng:

A. 21. B. 27. C. 28. D. 29.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 60. Cho bất phương trình
$$\begin{cases} (1 - x)^2 \leq 8 - 4x + x^2 \\ (x + 2)^3 < x^3 + 6x^2 + 13x + 9 \end{cases}$$
. Tổng nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình bằng:

A. 2. B. 3. C. 6. D. 7.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 61. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ x - m < 2 \end{cases}$$
 có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m < -\frac{3}{2}$. B. $m \leq -\frac{3}{2}$. C. $m > -\frac{3}{2}$. D. $m \geq -\frac{3}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 62. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3(x-6) < -3 \\ \frac{5x+m}{2} > 7 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > -11$.

B. $m \geq -11$.

C. $m < -11$.

D. $m \leq -11$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 63. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$.

B. $m = 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \neq 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 64. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ (m^2 + 1)x < 4 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$.

B. $m < 1$.

C. $m < -1$.

D. $-1 < m < 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 65. Hệ bất phương trình $\begin{cases} m(mx-1) < 2 \\ m(mx-2) \geq 2m+1 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m < \frac{1}{3}$.

B. $0 \neq m < \frac{1}{3}$.

C. $m \neq 0$.

D. $m < 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 \geq 3 \\ x - m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
A. $m > 2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $m \geq 2$

Lời giải

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} m^2x \geq 6 - x \\ 3x - 1 \leq x + 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \pm 1$. **D.** $m \geq 1$.

Lời giải

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} (x - 3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
A. $m = \frac{72}{13}$. **B.** $m > \frac{72}{13}$. **C.** $m < \frac{72}{13}$. **D.** $m \geq \frac{72}{13}$.

Lời giải

Câu 69. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} mx \leq m-3 \\ (m+3)x \geq m-9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=1$. B. $m=-2$. C. $m=2$. D. $m=-1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 70. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2m(x+1) \geq x+3 \\ 4mx+3 \geq 4x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = \frac{5}{2}$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = \frac{3}{4}; m = \frac{5}{2}$. D. $m = -1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 71. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+4 > x+9 \\ 1-2x \leq m-3x+1 \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > \frac{5}{2}$. B. $m \geq \frac{5}{2}$. C. $m < \frac{5}{2}$. D. $m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 72. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+7 \geq 8x+1 \\ m+5 < 2x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > -3$. B. $m \geq -3$. C. $m < -3$. D. $m \leq -3$.

Lời giải

.....

Câu 73. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > \frac{72}{13}$. B. $m \geq \frac{72}{13}$. C. $m < 1$ D. $m < 1$

Lời giải

Câu 74. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + 5 \geq x - 1 \\ (x+2)^2 \leq (x-1)^2 + 9 \\ mx + 1 > (m-2)x + m \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 3$. B. $m \geq 3$. C. $m < 3$. D. $m \leq 3$.

Lời giải

Câu 75. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2(x-3) < 5(x-4) \\ mx + 1 \leq x - 1 \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$. B. $m \geq 1$. C. $m < 1$. D. $m \leq 1$.

Lời giải

DẠNG TOÁN 3: BẤT PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN.

1. Phương pháp.

Để giải các bất phương trình bậc nhất một ẩn mà chưa có dạng cơ bản $ax + b < 0$ ($\leq, >, \geq$) như bất phương trình chứa ẩn ở mẫu, bất phương trình tích, bất phương trị tuyệt đối, bất phương trình chứa căn thức ta sử dụng các quy tắc sau để đưa về dạng cơ bản;

- ① Đối với bất phương trình chứa ẩn ở mẫu ta phải quy đồng mẫu rồi chia hai trường hợp ($> 0, < 0$) để bỏ mẫu.
- ② Đối với bất phương trình chứa căn thức đặt điều kiện và bình phương hai vế.
- ③ Đối với bất phương trình tích ta chia hai trường hợp.
- ④ Đối với bất phương trình trị tuyệt đối ta sử dụng định nghĩa hoặc định nghĩa để phá trị tuyệt đối.

2. Bài tập minh họa.

 **Bài tập 10.** Giải và biện luận bất phương trình $\frac{mx-m+1}{x-1} > 0$

Lời giải

 **Bài tập 11.** Cho bất phương trình $\sqrt{(m^2 - 4)x - m + 3} > 2$.

- a). Giải bất phương trình khi $m=1$.
b). Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi x .

Lời giải

[illegible]

Bài tập 12. Cho bất phương trình $\sqrt{x-1}(x-2m+2) \geq 0$

- a). Giải bất phương trình khi $m = 2$.
b). Tìm m để mọi $x \in [2; 3]$ đều là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 13. Tìm tất cả các giá trị của m để

a). Bất phương trình $mx + 4 > 0$ (1) nghiệm đúng với mọi $|x| < 8$.

b). Bất phương trình $\frac{mx}{x^2 + 1} - 2m - 3 < 0$ (2) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$.

Lời giải

Nhận xét :

① Bất phương trình $f(x) = ax + b > 0, \forall x \in [\alpha; \beta] \Leftrightarrow \begin{cases} f(\alpha) > 0 \\ f(\beta) > 0 \end{cases}$,

② Bất phương trình $f(x) = ax + b > 0, \forall x \in (\alpha; \beta) \Leftrightarrow \begin{cases} f(\alpha) \geq 0 \\ f(\beta) \geq 0 \end{cases}$.

③ Các trường hợp khác tương tự.

Bài tập 14. Cho phương trình $(m+1)x^2 - (4m+3)x + 4m+1 = 0$. Tìm m để phương trình

a). Có một nghiệm lớn hơn 2 và một nghiệm nhỏ hơn 2.

b). Có ít nhất một nghiệm lớn hơn 2.

Lời giải

[illegible]

Nhận xét: Để so sánh nghiệm phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ với số thực α ta đặt $y = x - \alpha$ và quy về việc xét dấu nghiệm của phương trình bậc hai

3. Bài tập luyện tập

Bài 8. Giải và biện luận bất phương trình $\frac{2x+m-1}{x+1} > 0$

Lời giải

[illegible]

Bài 9. Tìm điều kiện của m để phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$

- a). Có hai nghiệm khác dấu.
- b). Có hai nghiệm phân biệt đều âm.
- c). Có hai nghiệm phân biệt đều dương.
- d). Có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.

Lời giải

Bài 10. Giải và biện luận bất phương trình $\sqrt{4-x} \left[(m^2+1)x - 5m^2 \right] \leq 0$

Lời giải

Bài 11. Tìm m để phương trình $(x^2 - 2x)^2 - 2m(x^2 - 2x) + m + 3 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải

SBÀI 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH HAI ẨN

A. LÝ THUYẾT.

I. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và miền nghiệm của nó.

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là bất phương trình có một trong các dạng:

$$ax + by + c < 0, ax + by + c > 0, ax + by + c \leq 0, ax + by + c \geq 0$$

trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0; x và y là các ẩn số.

- Mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ sao cho $ax_0 + by_0 + c < 0$ gọi là **một nghiệm** của bất phương trình $ax + by + c < 0$.
- Nghiệm của các bất phương trình dạng $ax + by > c, ax + by \leq c, ax + by \geq c$ cũng được định nghĩa tương tự.
- Trong mặt phẳng tọa độ thì mỗi nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn được biểu diễn bởi một điểm và tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi một tập hợp điểm. Ta gọi tập hợp điểm ấy là **miền nghiệm** của bất phương trình.

2. Cách xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Định lí: Trong mặt phẳng tọa độ đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$ chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng. Một trong hai nửa mặt phẳng ấy (không kể bờ (d)) gồm các điểm có tọa độ thỏa mãn bất phương trình $ax + by + c > 0$, nửa mặt phẳng còn lại (không kể bờ (d)) gồm các điểm có tọa độ thỏa mãn bất phương trình $ax + by + c < 0$.

Vậy để xác định miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$, ta có quy tắc thực hành biểu diễn hình học tập nghiệm (hay biểu diễn miền nghiệm) như sau:

- **Bước 1.** Vẽ đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$.
- **Bước 2.** Xét một điểm $M(x_0; y_0)$ không nằm trên (d) .

Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$.

Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c > 0$.

Chú ý: Đối với các bất phương trình dạng $ax + by + c \leq 0$ hoặc $ax + by + c \geq 0$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng kể cả bờ.

Ví dụ 1. Xác định miền nghiệm của các bất phương trình sau:

a). $2x - y \geq 0$

b). $\frac{x - 2y}{2} > \frac{2x + y + 1}{3}$

Lời giải

II. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Tương tự hệ bất phương trình một ẩn, ta có *hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn*.

Trong mặt phẳng tọa độ, ta gọi tập hợp các điểm có tọa độ thỏa mãn mọi bất phương trình trong hệ là *miền nghiệm của hệ*.

Vây miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

Để xác định miền nghiệm của hệ, ta dùng phương pháp biểu diễn hình học như sau:

- Với mỗi bất phương trình trong hệ, ta xác định miền nghiệm của nó và gạch bỏ (tô màu) miền còn lại.
- Sau khi làm như trên lần lượt đối với tất cả các bất phương trình trong hệ trên cùng một mặt phẳng tọa độ, miền còn lại không bị gạch (tô màu) chính là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Ví dụ 2. Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình sau:

a). $\begin{cases} x+y-2 \geq 0 \\ x-3y+3 \leq 0 \end{cases}$

b).
$$\begin{cases} x+y>0 \\ 2x-3y+6>0 \\ x-2y+1\geq 0 \end{cases}$$

Lời giải

[illegible]

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

DẠNG TOÁN 1: XÁC ĐỊNH MIỀN NGHIỆM CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.

1. Phương pháp.

Để xác định miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$ ta làm như sau:

① **Bước 1.** Vẽ đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$.

② **Bước 2.** Xét một điểm $M(x_0; y_0)$ không nằm trên (d) .

- Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$.
- Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c > 0$.

Chú ý: Đối với các bất phương trình dạng $ax+by+c \leq 0$ hoặc $ax+by+c \geq 0$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng kể cả bờ.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Xác định miền nghiệm bất phương trình $(x - y)(x^3 + y^3) \geq 0$.

Lời giải

[illegible]

Bài tập 2. Xác định miền nghiệm của các bất phương trình sau:

a). $x - 3y \geq 0$

b). $\frac{x-y}{-2} < x+y+1$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 3. Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình sau:

a). $\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ x - y + 3 \geq 0 \end{cases}$

$$\text{b). } \begin{cases} x + y + 2 > 0 \\ 2x - 3y - 6 \leq 0 \\ x - 2y + 3 \leq 0 \end{cases}$$

Lời giải

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins or other markings on the page.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x^2 + 3y > 0$. B. $x^2 + y^2 < 2$. C. $x + y^2 \geq 0$. D. $x + y \geq 0$.

Lời giải

Câu 2. Cho bất phương trình $2x + 3y - 6 \leq 0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Bất phương trình (1) chỉ có một nghiệm duy nhất.
B. Bất phương trình (1) vô nghiệm.
C. Bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.
D. Bất phương trình (1) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 3. Miền nghiệm của bất phương trình: $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

- A. $(3; 0)$. B. $(3; 1)$. C. $(2; 1)$. D. $(0; 0)$.

Lời giải

Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

- A. $(0; 0)$. B. $(-4; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-5; 3)$.

Lời giải

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $-x+2+2(y-2)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(4;2)$. D. $(1;-1)$.

Lời giải

Câu 6. Trong các cặp số sau đây, cặp nào không thuộc nghiệm của bất phương trình: $x-4y+5>0$

- A. $(-5;0)$. B. $(-2;1)$. C. $(0;0)$. D. $(1;-3)$.

Lời giải

Câu 7. Điểm $A(-1;3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình:

- A. $-3x+2y-4>0$. B. $x+3y<0$. C. $3x-y>0$. D. $2x-y+4>0$.

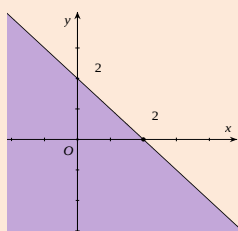
Lời giải

Câu 8. Cặp số $(2;3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

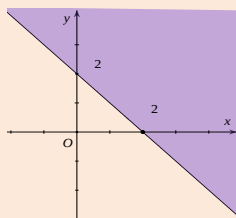
- A. $2x-3y-1>0$. B. $x-y<0$. C. $4x>3y$. D. $x-3y+7<0$.

Lời giải

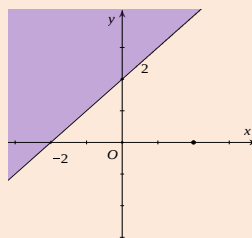
Câu 9. Miền nghiệm của bất phương trình $x+y\leq 2$ là phần tô đậm trong hình vẽ của hình vẽ nào, trong các hình vẽ sau?



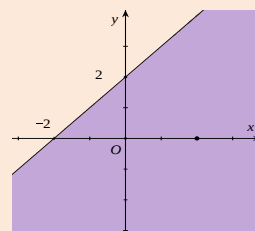
A.



B.



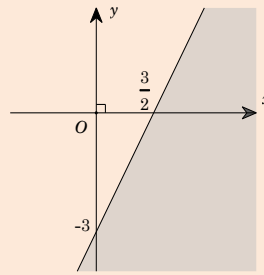
C.



D.

Lời giải

Câu 10. Phần tô đậm trong hình vẽ sau, biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



A. $2x - y < 3$.

B. $2x - y > 3$.

C. $x - 2y < 3$.

D. $x - 2y > 3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 2 \geq 0 \\ 2x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

A. $M(0;1)$.

B. $N(-1;1)$.

C. $P(1;3)$.

D. $Q(-1;0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

A. $O(0;0)$.

B. $M(1;0)$.

C. $N(0;-2)$.

D. $P(0;2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x + \frac{1}{2} - \frac{3y}{2} \leq 2 \end{cases}$$
 chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $O(0;0)$. B. $M(2;1)$. C. $N(1;1)$. D. $P(5;1)$.

Lời giải

Câu 14. Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $O(0;0)$. B. $M(1;2)$. C. $N(2;1)$. D. $P(8;4)$.

Lời giải

Câu 15. Điểm $M(0; -3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x - y > 3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 2x - y > -3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - y \leq -3 \\ 2x + 5y \geq 12x + 8 \end{cases}$

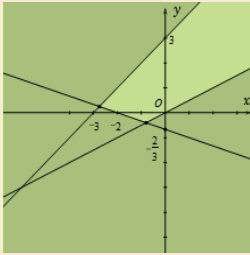
Lời giải

Câu 16. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$
. Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

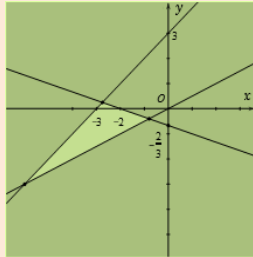
A. $O(0;0)$. B. $M(1;1)$. C. $N(-1;1)$. D. $P(-1;-1)$.

Lời giải

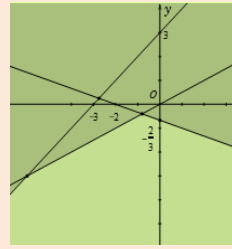
Câu 17. Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$$
 là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?



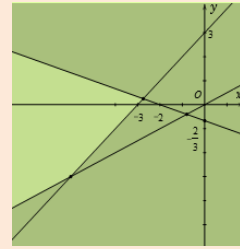
A.



B.



C.



D.

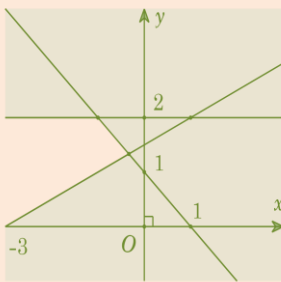
Lời giải

.....

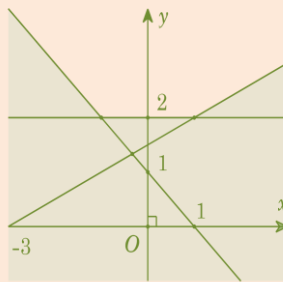
.....

.....

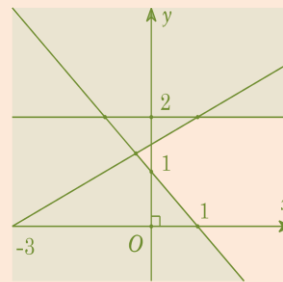
Câu 18. Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y - 1 > 0 \\ y \geq 2 \\ -x + 2y > 3 \end{cases}$$
 là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?



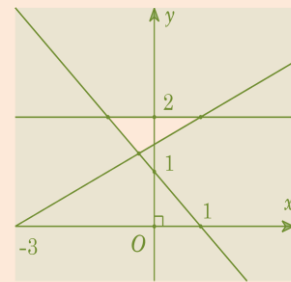
A.



B.



C.



D.

Lời giải

.....

.....

.....

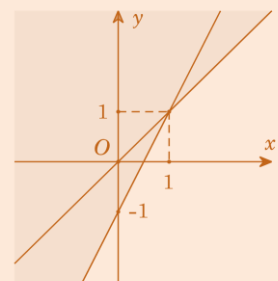
Câu 19. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?

A.
$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ 2x - y > 1 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x - y < 0 \\ 2x - y > 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x - y < 0 \\ 2x - y < 1 \end{cases}$$



Lời giải

.....

.....

.....

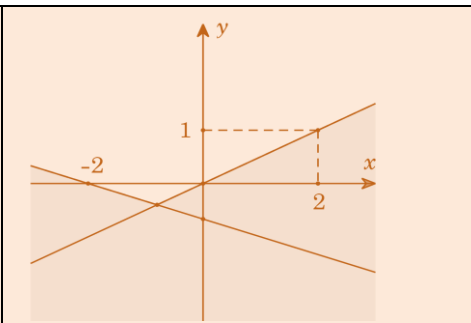
Câu 20. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?

A. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x - 2y > 0 \\ x + 3y < -2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$



Lời giải

DẠNG TOÁN 2. ỨNG DỤNG VÀO GIẢI TOÁN KINH TẾ.

1. Phương pháp.

① Ta thừa nhận kết quả "Giá trị nhỏ nhất hay lớn nhất của biểu thức $P(x; y) = ax + by (b \neq 0)$ trên miền đa giác lồi (kể cả biên) đạt được tại một đỉnh nào đó của đa giác".

② **Bài toán:** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x, y) = ax + by$ với $(x; y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

Bước 1: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

Bước 2: Tính giá trị của F tương ứng với $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

Bước 3: Kết luận:

- Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Một công ty kinh doanh thương mại chuẩn bị cho một đợt khuyến mại nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hệ thống phát thanh và truyền hình. Chi phí cho 1 phút quảng cáo trên sóng phát thanh là 800.000 đồng, trên sóng truyền hình là 4.000.000 đồng. Đài phát thanh chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo dài ít nhất là 5 phút. Do nhu cầu quảng cáo trên truyền hình lớn nên đài truyền hình chỉ nhận phát các chương trình dài tối đa là 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng một phút quảng cáo, trên truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên sóng phát thanh. Công ty dự định chi tối đa 16.000.000 đồng cho quảng cáo. Công ty cần đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Lời giải

Bài tập 5. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại I cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 120 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Lời giải

Bài tập 6. Một công ty cần thuê xe vận chuyển 140 người và 9 tấn hàng hóa. Nơi cho thuê xe chỉ có 10 xe hiệu MITSUBISHI và 9 xe hiệu FORD. Một chiếc xe hiệu MITSUBISHI có thể chở 20 người và 0,6 tấn hàng. Một chiếc xe hiệu FORD có thể chở 10 người và 1,5 tấn hàng. Tiền thuê một xe hiệu MITSUBISHI là 4 triệu đồng, một xe hiệu FORD là 3 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thấp nhất?

Lời giải

Bài tập 7. Nhân dịp tết Trung Thu, Xí nghiệp sản xuất bánh Trăng muốn sản xuất hai loại bánh: Đậu xanh, Bánh dẻo nhân đậu xanh. Để sản xuất hai loại bánh này, Xí nghiệp cần: Đường, Đậu, Bột, Trứng, Mứt, ... Giả sử số đường có thể chuẩn bị được là 300kg, đậu là 200kg, các nguyên liệu khác bao nhiêu cũng có. Sản xuất một cái bánh đậu xanh cần 0,06kg đường, 0,08kg đậu và cho lãi 2 ngàn đồng. Sản xuất một cái bánh dẻo cần 0,07kg đường, 0,04kg đậu và cho lãi 1,8 ngàn đồng.

Cần lập kế hoạch để sản xuất mỗi loại bánh bao nhiêu cái để không bị đọng về đường, đậu và tổng số lãi thu được là lớn nhất (nếu sản xuất bao nhiêu cũng bán hết)?

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x; y) = y - x$ trên miền xác định bởi
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

A. $F_{\min} = 1.$

B. $F_{\min} = 2.$

C. $F_{\min} = 3.$

D. $F_{\min} = 4.$

Lời giải

Câu 22. Biểu thức $F(x; y) = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} 2x - y \geq 2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm M có

toạ độ là:

- A. $(4; 1)$. B. $\left(\frac{8}{3}; -\frac{7}{3}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $(5; 0)$.

Lời giải

Câu 23. Cho x, y thoả mãn hệ $\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$.

Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P(x; y) = 40000x + 30000y$.

- A. $P_{\max} = 2000000$. B. $P_{\max} = 2400000$. C. $P_{\max} = 1800000$. D. $P_{\max} = 1600000$.

Lời giải

Câu 24. Giá trị lớn nhất $F_{\max}$ của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ trên miền xác định bởi $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$

- A. $F_{\max} = 6$. B. $F_{\max} = 8$. C. $F_{\max} = 10$. D. $F_{\max} = 12$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x; y) = 4x + 3y$ trên miền xác định $\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}$

A. $F_{\min} = 23.$ **B.** $F_{\min} = 26.$ **C.** $F_{\min} = 32.$ **D.** $F_{\min} = 67.$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.
 Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;
 Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.
 Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.
C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. **D.** 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 27. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;

Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

A. 30 kg loại I và 40 kg loại II.

B. 20 kg loại I và 40 kg loại II.

C. 30 kg loại I và 20 kg loại II.

D. 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 28. Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B. Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A. Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

A. 600 đơn vị Vitamin A, 400 đơn vị Vitamin B.

B. 600 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

C. 500 đơn vị Vitamin A, 500 đơn vị Vitamin B.

D. 100 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

Lời giải

Câu 29. Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

- Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B₁, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.
 - Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp.
- Cần phương án sao cho tổng số tấm bì phải dùng là ít nhất?
- A. Cắt theo cách một $x - 2 < 0$ tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
 - B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.
 - C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
 - D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Lời giải

Câu 30. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

- A.** Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B .
B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B .
C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B .
D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A .

Lời giải

DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT

d). $x(\sqrt{3}x-3)(3-x^2) \leq 0$

[illegible]
$$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$$

$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ (2) (trong đó $Q(x) \neq 0$ và $P(x), Q(x)$ là những

② Rút gọn bớt các nhị thức có lũy thừa bậc chẵn (cần lưu ý trong việc rút gọn để tránh làm mất nghiêm).



c). $\frac{1}{(x-2)^2} \leq \frac{1}{x+4}$

[illegible]
$$|A| > B \Leftrightarrow \begin{cases} A < -B \\ A > B \end{cases}.$$

a). $|2x+1| < 3x$

b). $||2x-1|-4| > 3$

c). $|x+1| - |x-2| \geq 3$

[illegible]

DẠNG TOÁN 1: LẬP BẢNG XÉT DẤU BIỂU THỨC CHỨA NHỊ THỨC BẬC NHẤT MỘT ẨN.

① Tìm nghiệm $P(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ \dots \\ x = x_n \end{cases}$

③ Kết luận: Nếu $P(x) > 0 \Rightarrow$ ta lấy miền chứa dấu cộng.

Nếu $P(x) < 0 \Rightarrow$ ta lấy miền chứa dấu trừ.

Nếu $P(x) = 0 \Rightarrow$ ta lấy miền nghiệm.

Bài tập 1. Lập bảng xét dấu các biểu thức sau

d). $1 - \frac{4x^2}{(x+1)^2}$

[illegible]

Lời giải

d). $-3x^2 + 10x - 3$

Lời giải

Bài 2. Lập bảng xét dấu các biểu thức sau

a). $\frac{-2x+4}{x-3}$

b). $\frac{4x-8}{x^2-3x}$

c). $x(9-x^2)(x+3)$

d). $\frac{x^2}{(x+1)^2}-1$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Cho biểu thức $f(x) = 2x - 4$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) \geq 0$ là

- A. $x \in [2; +\infty)$. B. $x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $x \in (-\infty; 2]$. D. $x \in (2; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 2. Cho biểu thức $f(x) = (x+5)(3-x)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \leq 0$ là

- A. $x \in (-\infty; 5) \cup (3; +\infty)$. B. $x \in (3; +\infty)$.
C. $x \in (-5; 3)$. D. $x \in (-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho biểu thức $f(x) = x(x-2)(3-x)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 0$ là

- A. $x \in (0; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.
C. $x \in (-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$. D. $x \in (-\infty; 0) \cup (2; 3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho biểu thức $f(x) = 9x^2 - 1$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) < 0$ là

- A. $x \in \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$. B. $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
C. $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $x \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Câu 5. Cho biểu thức $f(x) = (2x-1)(x^3-1)$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \geq 0$ là

- A. $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. B. $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$. C. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$. D. $x \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Lời giải

Câu 6. Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{3x-6}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x) \leq 0$ là

- A. $x \in (-\infty; 2]$. B. $x \in (-\infty; 2)$. C. $x \in (2; +\infty)$. D. $x \in [2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 7. Cho biểu thức $f(x) = \frac{(x+3)(2-x)}{x-1}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) > 0$ là

- A. $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. B. $x \in (-3; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $x \in (-3; 1) \cup (1; 2)$. D. $x \in (-\infty; -3) \cup (1; 2)$.

Lời giải

Câu 8. Cho biểu thức $f(x) = \frac{(4x-8)(2+x)}{4-x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất

phương trình $f(x) \geq 0$ là

- A. $x \in (-\infty; -2] \cup [2; 4)$. B. $x \in (3; +\infty)$. C. $x \in (-2; 4)$. D. $x \in (-2; 2) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Câu 9. Cho biểu thức $f(x) = \frac{x(x-3)}{(x-5)(1-x)}$.

Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \geq 0$ là

- A. $x \in (-\infty; 0] \cup (3; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0] \cup (1; 5)$. C. $x \in [0; 1) \cup [3; 5)$. D. $x \in (-\infty; 0) \cup (1; 5)$.

Lời giải

Câu 10. Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương

trình $f(x) \leq 0$ là

- A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$. C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. D. $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

Lời giải

Câu 11. Cho biểu thức $f(x) = \frac{2-x}{x+1} + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 0$ là

- A. $x \in (-\infty; -1)$. B. $x \in (-1; +\infty)$. C. $x \in (-4; -1)$. D. $x \in (-\infty; -4) \cup (-1; +\infty)$.

Lời giải

Câu 12. Cho biểu thức $f(x) = 1 - \frac{2-x}{3x-2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \leq 0$ là

- A. $x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. C. $x \in \left[\frac{2}{3}; 1\right]$. D. $x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Câu 13. Cho biểu thức $f(x) = \frac{-4}{3x+1} - \frac{3}{2-x}$.

Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) > 0$ là

- A. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup [2; +\infty)$. B. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right] \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$. D. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

Lời giải

Câu 14. Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3}$.

Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 0$ là

A. $x \in (-12; -4) \cup (-3; 0)$.

B. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right] \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

D. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

Lời giải

Câu 15. Cho biểu thức $f(x) = \frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1}$.

Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên âm của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 1$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

1. Phương pháp.

① Tìm nghiệm $P(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ \dots \\ x = x_n \end{cases}$

Nếu $P(x) = 0 \Rightarrow$ ta lấy miền nghiệm.

 Bài tập 3. Giải các bất phương trình sau:

a). $\frac{|x-2|-x}{x} < 1$

$$\text{b). } \frac{|x-1|-1}{x^4-x^2} \geq 0$$

c). $\frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-1})(\sqrt{x+1}-2)}{x-1} \leq 0$

Lời giải

Nhận xét:

- ① Đối với bất phương trình phức tạp chúng ta nên đặt điều kiện xác định sau đó rồi rút gọn cho biểu thức chung hoặc rút gọn biểu thức luôn xác định một dấu.
- ② Nhiều khi chúng ta cần phải nhân hay chia với một biểu thức luôn xác định một dấu nhằm khử đi căn thức hay dấu giá trị tuyệt đối thì bài toán trở nên đơn giản hơn.



Bài tập 4.

Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{(x-\sqrt{2})(2-2x)}{(2x-1)(x+2)} \geq 0 & (1) \\ mx > 2 & (2) \end{cases}$$

- a). Giải hệ bất phương trình khi $m = -1$.
- b). Tìm m để hệ bất phương trình có nghiệm.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập

 **Bài 4.** Giải các bất phương trình sau:

a). $|x - 2| < \frac{x}{2}$

b). $4x - |2x + 1| \leq 3$

c). $||3x - 2| - 1| > 4$

d). $|2x + 3| - |3x + 4| \geq -5$

Lời giải

 **Bài 5.** Giải và biện luận các bất phương trình sau

a). $(2x - \sqrt{2})(x - m) > 0.$

b). $\frac{\sqrt{3} - x}{x - 2m + 1} \leq 0.$

Lời giải

 **Bài 6.** Giải và biện luận các hệ bất phương trình sau

a).
$$\begin{cases} mx - 1 > 0 & (1) \\ (3m - 2)x - m > 0 & (2) \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} < \frac{5}{2x-1} & (1) \\ x - m \geq 0 & (2) \end{cases}$$

Lời giải

 **Bài 7.** Tìm m để hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x-3}{x-4} \leq 0 \\ 3x-m \leq 1 \end{cases}$$

a). Vô nghiệm. b). Có một nghiệm duy nhất.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $(2x+8)(1-x) > 0$ có dạng $(a;b)$. Khi đó $b-a$ bằng

A. 3. B. 5. C. 9. D. không giới hạn.

Lời giải

Câu 17. Tập nghiệm $S = (-4; 5)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $(x + 4)(x + 5) < 0.$

B. $(x + 4)(5x - 25) < 0.$

C. $(x + 4)(5x - 25) \geq 0.$

D. $(x - 4)(x - 5) < 0.$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 18. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $(x + 3)(x - 1) \leq 0$ là

A. 1.

B. -4.

C. -5.

D. 4.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 19. Tập nghiệm $S = [0; 5]$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

A. $x(x - 5) < 0.$

B. $x(x - 5) \leq 0.$

C. $x(x - 5) \geq 0.$

D. $x(x - 5) > 0.$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 20. Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $x(x - 2)(x + 1) > 0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

.....	
-------	-------

Câu 21. Tập nghiệm $S = (-\infty; 3) \cup (5; 7)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

A. $(x+3)(x-5)(14-2x) \leq 0.$

B. $(x-3)(x-5)(14-2x) > 0.$

C. $(x-3)(x-5)(14-2x) < 0.$

D. $(x+3)(x-5)(14-2x) < 0.$

Lời giải

Câu 22. Hỏi bất phương trình $(2-x)(x+1)(3-x) \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Câu 23. Tích của nghiệm nguyên âm lớn nhất và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1) > 0$ là

A. -9.

B. -6.

C. -4.

D. 8.

Lời giải

D. Toàn trực số.

D. $x = 2$.

D. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Tel: 0935.660.880

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{(3-x)(x-2)}{x+1} \leq 0$ là

A. $S = (-1; 2] \cup [3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 1) \cup [2; 3]$.

C. $S = [-1; 2] \cup [3; +\infty)$.

D. $S = (-1; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Câu 28. Bất phương trình $\frac{3}{2-x} < 1$ có tập nghiệm là

A. $S = (-1; 2)$.

B. $S = [-1; 2)$.

C. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 + x - 3}{x^2 - 4} \geq 1$ là

A. $S = (-\infty; -2) \cup (-1; 2)$.

B. $S = (-2; 1] \cup (2; +\infty)$.

C. $S = [-2; 1) \cup (2; +\infty)$

D. $S = (-2; 1] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 30. Bất phương trình $\frac{4}{x-1} - \frac{2}{x+1} < 0$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 1)$.

C. $S = (-3; -1) \cup (1; +\infty)$.

D. $S = (-3; 1) \cup (-1; +\infty)$.

Lời giải

Câu 31. Bất phương trình $\frac{3}{1-x} \geq \frac{5}{2x+1}$ có tập nghiệm là

A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[\frac{2}{11}; 1\right)$.

B. $S = \left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{11}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{2}{11}; 1\right)$.

D. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{2}{11}; 1\right)$.

Lời giải

Câu 32. Bất phương trình $\frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x-1} \leq 2$ có tập nghiệm là

A. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup (1; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.

C. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -1] \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Lời giải

Câu 33. Bất phương trình $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3}$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; -12) \cup (-4; 3) \cup (0; +\infty)$.

B. $S = [-12; -4) \cup (-3; 0)$.

C. $S = (-\infty; -12) \cup [-4; 3] \cup (0; +\infty)$.

D. $S = (-12; -4) \cup (-3; 0)$.

Lời giải

Câu 34. Bất phương trình $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{(x-1)^2}$ có tập nghiệm S là

A. $T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup [1; 3]$.

B. $T = [-1; 0) \cup (-3; +\infty)$.

C. $T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$.

D. $T = (-1; 0] \cup (-3; +\infty)$.

Lời giải

Câu 35. Bất phương trình $\frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} < \frac{4x}{3x-x^2}$ có nghiệm nguyên lớn nhất là
A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -1$.

Lời giải

Câu 36. Tất cả các giá trị của x thoả mãn $|x-1| < 1$ là
A. $-2 < x < 2$. **B.** $0 < x < 1$. **C.** $x < 2$. **D.** $0 < x < 2$.

Lời giải

Câu 37. Nghiệm của bất phương trình $|2x-3| \leq 1$ là
A. $1 \leq x \leq 3$. **B.** $-1 \leq x \leq 1$. **C.** $1 \leq x \leq 2$. **D.** $-1 \leq x \leq 2$.

Lời giải

Câu 38. Bất phương trình $|3x-4| \leq 2$ có nghiệm là
A. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right] \cup [2; +\infty)$. **B.** $\left[\frac{2}{3}; 2\right]$.
C. $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right]$. **D.** $[2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 39. Bất phương trình $|1 - 3x| > 2$ có nghiệm là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $|x - 3| > -1$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(-3; 3)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $|5x - 4| \geq 6$ có dạng $S = (-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính tổng $P = 5a + b$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Câu 42. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left|\frac{2-x}{x+1}\right| \geq 2$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Lời giải

Câu 43. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $1 \leq |x - 2| \leq 4$ là

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Câu 44. Bất phương trình : $|3x - 3| \leq |2x + 1|$ có nghiệm là

A. $[4; +\infty)$.

B. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$.

C. $\left[\frac{2}{5}; 4\right]$.

D. $(-\infty; 4]$.

Lời giải

Câu 45. Bất phương trình $|x - 3| > |2x + 4|$ có nghiệm là

A. $\left(-7; \frac{1}{3}\right)$.

B. $\left(7; -\frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-7; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $(-\infty; -7) \cup \left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Câu 46. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên x trong $[-2017; 2017]$ thỏa mãn bất phương trình $|2x + 1| < 3x$?
A. 2016. **B.** 2017. **C.** 4032. **D.** 4034.

Lời giải

Câu 47. Số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $x + 12 \geq |2x - 4|$ là
A. 5. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 16.

Lời giải

Câu 48. Bất phương trình $|3x - 4| \geq x - 3$ có nghiệm là
A. $\left(-\infty; \frac{7}{4}\right]$. **B.** $\left[\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right]$. **C.** $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x-1|}{x+2} < 1$ là

A. $S = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

D. $S = \left(-2; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 50. Nghiệm của bất phương trình $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$ là

A. $(0; 1]$.

B. $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$.

D. $[0; 1]$.

Lời giải

Câu 51. Số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $|x+2| + |-2x+1| \leq x+1$ là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 0.

A. $(-2; +\infty)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

A. $[-1; 2]$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-2; 1)$.

Câu 54. Tập nghiệm của bất phương trình $\left| \frac{-5}{x+2} \right| < \left| \frac{10}{x-1} \right|$ là

- A. một khoảng. B. hai khoảng. C. ba khoảng. D. toàn trục số.

Lời giải

Câu 55. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left| \frac{2-3|x|}{1+x} \right| \leq 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

§BÀI 6.

DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A. LÝ THUYẾT

I. Tam thức bậc hai.

1.Định nghĩa : Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức dạng $ax^2 + bx + c$. Trong đó a, b, c là các số cho trước với $a \neq 0$.

➤ Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được gọi là *nghiệm của tam thức bậc hai*

$$f(x) = ax^2 + bx + c;$$

➤ Với $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b'^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

Dấu của tam thức bậc hai được thể hiện trong bảng sau

$f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$	
$\Delta < 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
$\Delta = 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$
$\Delta > 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
	$a.f(x) < 0, \forall x \in (x_1; x_2)$

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Xét dấu của các tam thức sau

a). $3x^2 - 2x + 1.$

b). $-x^2 + 4x + 5.$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 2. Xét dấu của các biểu thức sau

a). $x^3 - 5x + 2.$

b). $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}.$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nhận xét: Cho tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$

$$\textcircled{1} \quad ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

Nhận xét này giúp cho ta chứng minh bất đẳng thức luôn dương với mọi x (hoặc âm).
Chứng minh bất phương trình có nghiệm với mọi x (vô nghiệm).

Ví dụ 3. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì

a). Phương trình $mx^2 - (3m+2)x + 1 = 0$ luôn có nghiệm.

b). Phương trình $(m^2+5)x^2 - (\sqrt{3}m-2)x + 1 = 0$ luôn vô nghiệm.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn dương.

a). $h(x) = \frac{-x^2 + 4(m+1)x + 1 - 4m^2}{-4x^2 + 5x - 2}$

b). $k(x) = \sqrt{x^2 - x + m} - 1$

Lời giải

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

DẠNG TOÁN 1. XÉT DẤU BIỂU THỨC CHỨA TAM THỨC BẬC HAI MỘT ẨN.

1. Phương pháp.

① Dựa vào định lí về dấu của tam thức bậc hai để xét dấu của biểu thức chứa nó.

♦ **Bước 1.** Xét hệ số a dương hay âm.

♦ **Bước 2.** Tính biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ hoặc $\Delta' = b'^2 - ac$ $\left(b' = \frac{b}{2}\right)$.

★ Nếu $\Delta > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	Ngoài thì	0	Trong thì	Ngoài thì
	cùng dấu hệ số a		trái với hệ số a	cùng dấu hệ số a

★ Nếu $\Delta = 0 \Rightarrow$ phương trình có nghiệm kép. Khi đó

x	$-\infty$	$x_1 = x_2$	$+\infty$
$f(x)$	Cùng dấu hệ số a với $\forall x \neq -\frac{b}{2a}$	0	Cùng dấu hệ số a với $\forall x \neq -\frac{b}{2a}$

★ Nếu $\Delta < 0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm. Khi đó

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Cùng dấu hệ số a với $\forall x \in \mathbb{R}$	

② Đối với đa thức bậc cao $P(x)$ ta làm như sau

♦ Phân tích đa thức $P(x)$ thành tích các tam thức bậc hai (hoặc có cả nhị thức bậc nhất).

♦ Lập bảng xét dấu của $P(x)$. Từ đó suy ra dấu của nó.

③ Đối với phân thức $\frac{P(x)}{Q(x)}$ (trong đó $P(x), Q(x)$ là các đa thức) ta làm như sau

♦ Phân tích đa thức $P(x), Q(x)$ thành tích các tam thức bậc hai (hoặc có **cả** nhị thức bậc nhất)

♦ Lập bảng xét dấu của $\frac{P(x)}{Q(x)}$. Từ đó suy ra dấu của nó.

d). $-2x^2 + 6x - 5$

d). $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

[illegible]

3. Bài tập luyện tập.

a). $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ b). $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$ c). $h(x) = -2x^2 + x - 1$.

a). $f(x) = (x^2 - 5x + 4)(2 - 5x + 2x^2)$ b). $f(x) = x^2 - 3x - 2 - \frac{8}{x^2 - 3x}$.

[illegible]

Bài 3. Xét dấu các biểu thức sau

a). $\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$

b). $x^4 - 4x + 1$.

c). $\frac{3x+7}{x^2-x-2} + 5$

d). $x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Bài 4. Tùy theo tham số m , hãy xét dấu của biểu thức $g(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + m-3$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 2. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 3. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 4. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 5. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có $\Delta = b^2 - 4ac < 0$. Khi đó mệnh đề nào đúng?

- A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x)$ không đổi dấu. D. Tồn tại x để $f(x) = 0$.

Lời giải

Câu 6. Tam thức bậc hai $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A. $x \in (0; +\infty)$. B. $x \in (-2; +\infty)$. C. $x \in \mathbb{R}$. D. $x \in (-\infty; 2)$.

Lời giải

Câu 7. Tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A. $x \in (-\infty; 2)$. B. $(3; +\infty)$. C. $x \in (2; +\infty)$. D. $x \in (2; 3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5}$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

- A. $x \in (-\sqrt{5}; 1)$. B. $x \in (-\sqrt{5}; +\infty)$. C. $x \in (-\infty; -\sqrt{5}) \cup (1; +\infty)$. D. $x \in (-\infty; 1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

- A. $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $x \in [1; 2]$. C. $x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. D. $x \in (1; 2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Số giá trị nguyên của x để tam thức $f(x) = 2x^2 - 7x - 9$ nhận giá trị âm là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 11. Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 8 - 5\sqrt{3}$:

- A. Dương với mọi $x \in \mathbb{R}$. B. Âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. Âm với mọi $x \in (-2 - \sqrt{3}; 1 + 2\sqrt{3})$. D. Âm với mọi $x \in (-\infty; 1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Tam thức bậc hai $f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 + (5 - 4\sqrt{2})x - 3\sqrt{2} + 6$

- A. Dương với mọi $x \in \mathbb{R}$. B. Dương với mọi $x \in (-3; \sqrt{2})$.

C. Dương với mọi $x \in (-4; \sqrt{2})$.

D. Âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 13. Cho $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề đúng là:

A. $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

B. $f(x) \leq 0, \forall x \in [1; 3]$

C. $f(x) \geq 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

D. $f(x) > 0, \forall x \in [1; 3]$

Lời giải

Câu 14. Dấu của tam thức bậc 2: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau:

A. $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Lời giải

Câu 15. Cho các tam thức $f(x) = 2x^2 - 3x + 4; g(x) = -x^2 + 3x - 4; h(x) = 4 - 3x^2$. Số tam thức đổi dấu trên $\mathbb{R}$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

DẠNG TOÁN 2: Tìm tham số m để biểu thức luôn cùng dấu (luôn dương hoặc luôn âm).

1. Phương pháp.

Cho biểu thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Để $f(x)$ luôn dương hoặc luôn âm với mọi x ta sử dụng các tính chất sau:

$$\textcircled{1} \quad ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm.

a). $f(x) = mx^2 - x - 1$

b). $g(x) = (m-4)x^2 + (2m-8)x + m-5$

Lời giải

Bài tập 5. Chứng minh rằng hàm số sau có tập xác định là $\mathbb{R}$ với mọi giá trị của m .

a). $y = \frac{mx}{(2m^2+1)x^2 - 4mx + 2}$

b). $y = \sqrt{\frac{2x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1}{m^2x^2 - 2mx + m^2 + 2}}$

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

 **Bài 5.** Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì

a). Phương trình $x^2 - 2(m+2)x - (m+3) = 0$ luôn có nghiệm.

b). Phương trình $(m^2 + 1)x^2 + (\sqrt{3}m - 2)x + 2 = 0$ luôn vô nghiệm.

Lời giải

 **Bài 6.** Tìm m để phương trình sau vô nghiệm

a). $x^2 - 2mx + m + 3 = 0$

b). $(m-1)x^2 - (2m-2)x + 2m = 0$

Lời giải

 **Bài 7.** Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ (1)

- a). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x \geq 1$.
- b). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x \leq 1$.
- c). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x_1 < 1 < x_2$.
- d). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x_1 < x_2 < 1$.

Lời giải

Bài 8. Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm

a). $f(x) = -x^2 - 2x - m$

b). $g(x) = 4mx^2 - 4(m-1)x + m - 3$

Lời giải

Bài 9. Chứng minh rằng hàm số sau có tập xác định là $\mathbb{R}$ với mọi giá trị của m .

a). $y = \sqrt{m^2x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 5}$

b). $y = \frac{2x + 3m}{\sqrt{x^2 + 2(1-m)x + 2m^2 + 3}}$

Lời giải

c). $\left| \frac{x+m}{x^2+x+1} \right| \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. **D.** $D = \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 17. Giá trị nguyên dương lớn nhất để hàm số $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ xác định là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{(2 - \sqrt{5})x^2 + (15 - 7\sqrt{5})x + 25 - 10\sqrt{5}}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (-\infty; 1)$. C. $D = [-5; 1]$. D. $D = [-5; \sqrt{5}]$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3 - x}{\sqrt{4 - 3x - x^2}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$. B. $D = [-4; 1]$. C. $D = (-4; 1)$. D. $D = (-\infty; 4) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 1}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$. B. $D = \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.
C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. D. $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x - 6} + \frac{1}{\sqrt{x + 4}}$.

- A. $D = [-4; -3] \cup [2; +\infty)$. B. $D = (-4; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$. D. $D = (-4; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} + \frac{1}{\sqrt{5 - 2x}}$.

A. $D = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

B. $D = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right]$.

C. $D = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $D = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{3 - 3x}{-x^2 - 2x + 15}} - 1$.

A. $D = [4; +\infty)$.

B. $D = (-5; -3] \cup (3; 4]$.

C. $D = (-\infty; -5)$.

D. $D = (-5; 3) \cup (3; 4]$.

Lời giải

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 + 3x + 1}}$.

A. $D = [-4; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $D = (-\infty; -4] \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $D = (-\infty; -4] \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $D = \left[-4; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \sqrt{\sqrt{x^2 + x - 12} - 2\sqrt{2}}$.

A. $D = (-5; 4]$.

B. $D = (-\infty; -5) \cup (4; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; -5] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Câu 26. Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m > 1$.

B. $-3 < m < 1$.

C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.

D. $-3 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(2m^2 + 1)x^2 - 4mx + 2 = 0$ vô nghiệm

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > 3$.

C. $m = 2$

D. $m > -\frac{3}{5}$.

Lời giải

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0$ vô nghiệm ?

A. $m < 0$.

B. $m > 2$.

C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 29. Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $0 < m < 4$.

B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$.

C. $0 \leq m \leq 4$.

D. $0 \leq m < 4$.

Lời giải

Câu 30. Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \geq 0$.

B. $m = \pm 2$.

C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

[illegible]

D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Câu 33. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0$ có nghiệm ?

A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

Câu 34. Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \neq 5$. B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$. C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 35. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \in \emptyset$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $-1 < m < 3$. D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Câu 36. Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm ?

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > 1$.

C. $-\frac{3}{4} < m < 1$.

D. $m > -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $2 < m < 6$.

C. $-1 < m < 6$.

D. $-1 < m < 2$.

Lời giải

Câu 39. Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$.

D. $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Lời giải

Câu 40. Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Câu 41. Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $6 > m > 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2 < m < 6$.

B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$.

D. $-3 < m < 6$.

Lời giải

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m < 6$.

B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.

C. $m > 1$.

D. $1 < m < 6$.

Lời giải

Câu 44. Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty \right)$.

B. $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty \right)$.

C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4} \right]$.

D. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4} \right]$.

Lời giải

Câu 45. Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$.

B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.

C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$.

D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 46. Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Câu 47. Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m < 1$.

C. $1 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 48. Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

A. $1 < m < 2$.

B. $1 < m < 3$.

C. $m > 2$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Lời giải

D. $m \in (7; +\infty)$.

[illegible]

D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{11}{4} \end{cases}$

D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 53. Tam thức $f(x) = -2x^2 + (m+2)x + m - 4$ âm với mọi x khi:

- A. $m < -14$ hoặc $m > 2$. B. $-14 \leq m \leq 2$. C. $-2 < m < 14$. D. $-14 < m < 2$.

Lời giải

Câu 54. Tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ không âm với mọi x khi:

- A. $m > 28$. B. $0 \leq m \leq 28$. C. $m < 1$. D. $0 < m < 28$.

Lời giải

Câu 55. Bất phương trình $x^2 - mx - m \geq 0$ có nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi:

- A. $m \leq -4$ hoặc $m \geq 0$. B. $-4 < m < 0$. C. $m < -4$ hoặc $m > 0$. D. $-4 \leq m \leq 0$.

Lời giải

Câu 56. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + (2m-1)x + m < 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. Không tồn tại m .

Lời giải

Câu 57. Bất phương trình $x^2 - (m+2)x + m + 2 \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

- A. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $m \in [-2; 2]$. D. $m \in (-2; 2)$.

Lời giải

Câu 58. Tam thức $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$ dương với mọi x khi:

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m \leq \frac{1}{2}$.

C. $m > \frac{1}{2}$.

D. $m \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 59. Tam thức $f(x) = (m-4)x^2 + (2m-8)x + m-5$ không dương với mọi x khi:

A. $m \leq 4$.

B. $m \geq 4$.

C. $m < 4$.

D. $m > 4$.

Lời giải

Câu 60. Tam thức $f(x) = mx^2 - mx + m + 3$ âm với mọi x khi:

A. $m \in (-\infty; -4]$.

B. $m \in (-\infty; -4)$.

C. $m \in (-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -4] \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

Câu 61. Tam thức $f(x) = (m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3$ không âm với mọi x khi:

A. $m \geq -2$.

B. $m \leq -2$.

C. $m > -2$.

D. $m < -2$.

Lời giải

Câu 62. Bất phương trình $(3m+1)x^2 - (3m+1)x + m + 4 \geq 0$ có nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi:

A. $m > -\frac{1}{3}$.

B. $m \geq -\frac{1}{3}$.

C. $m > 0$.

D. $m > 15$.

Lời giải

Câu 63. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$(2m^2 - 3m - 2)x^2 + 2(m - 2)x - 1 \leq 0 \text{ có tập nghiệm là } \mathbb{R}.$$

A. $\frac{1}{3} \leq m < 2$.

B. $\frac{1}{3} \leq m \leq 2$.

C. $m \geq \frac{1}{3}$.

D. $m \leq 2$.

Lời giải

Câu 64. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$(m^2 - 4)x^2 + (m - 2)x + 1 < 0 \text{ vô nghiệm.}$$

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right] \cup [2; +\infty).$

B. $m \in \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right] \cup (2; +\infty).$

C. $m \in \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right) \cup (2; +\infty).$

D. $m \in [2; +\infty).$

Lời giải

Câu 65. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$$f(x) = \sqrt{(m+4)x^2 - (m-4)x - 2m+1} \text{ xác định với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

A. $m \leq 0.$

B. $-\frac{20}{9} \leq m \leq 0.$

C. $m \geq -\frac{20}{9}.$

D. $m > 0.$

Lời giải

Câu 66. Hàm số $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ khi

A. $-1 \leq m \leq 3.$

B. $-1 < m < 3.$

C. $-1 < m \leq 3.$

D. $m > -1.$

Lời giải

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để biểu thức

$$f(x) = \frac{-x^2 + 4(m+1)x + 1 - 4m^2}{-4x^2 + 5x - 2} \text{ luôn dương.}$$

A. $m \geq -\frac{5}{8}$.

B. $m < -\frac{5}{8}$.

C. $m < \frac{5}{8}$.

D. $m \geq \frac{5}{8}$.

Lời giải

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$-2x^2 + 2(m-2)x + m - 2 < 0 \text{ có nghiệm.}$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in [0; 2]$.

Lời giải

Câu 69. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$-2x^2 + 2(m-2)x + m - 2 \geq 0 \text{ có nghiệm.}$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in [0; 2]$.

Lời giải

Câu 70. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$mx^2 + 2(m+1)x + m - 2 > 0 \text{ có nghiệm.}$$

A. $m \in \mathbb{R}.$

B. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right).$

C. $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right).$

D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$

Lời giải

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

3. Ứng dụng

Giải bất phương trình tích, thương chứa các tam thức bậc hai bằng cách lập bảng xét dấu của chúng

 Ví dụ 3. Giải các bất phương trình :

a). $(1-2x)(x^2-x-1) > 0$

b). $x^4 - 5x^2 + 2x + 3 \leq 0$

Lời giải

[illegible]

 **Ví dụ 4.** Giải các bất phương trình :

$$\text{a). } \frac{x^2 - 1}{(x^2 - 3)(-3x^2 + 2x + 8)} > 0$$

b). $x^2 + 10 \leq \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 8}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

II. Hệ bất phương trình bậc hai.

1. Định nghĩa: Hệ bất phương trình bậc hai một ẩn là hệ bất phương trình có dạng

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0 & (1) \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0 & (2) \end{cases} \quad (\geq, <, \leq). \quad (II)$$

- ✦ Trong đó x là ẩn; các chữ số còn lại là hệ số.
- ✦ Giải hệ phương trình (II) là tìm tập nghiệm của nó.

2. Phương pháp: Để giải hệ bất phương trình bậc hai một ẩn, ta giải từng bất phương trình của hệ bất phương trình. Khi đó tập nghiệm của hệ bất phương trình là giao của các tập nghiệm từng bất phương trình.

3. Ví dụ minh họa

Ví dụ 5. Giải các hệ bất phương trình sau:

$$\begin{array}{llll} \text{a).} \begin{cases} 2x^2 + 9x + 7 > 0 \\ x^2 + x - 6 < 0 \end{cases} & \text{b).} \begin{cases} 2x^2 + x - 6 > 0 \\ 3x^2 - 10x + 3 \geq 0 \end{cases} & \text{c).} \begin{cases} -x^2 + 5x - 4 \geq 0 \\ x^2 + x - 13 \leq 0 \end{cases} & \text{d).} \begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

Ví dụ 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ sau có nghiệm $\begin{cases} x^3 + 2x + 3 > 0 \\ m^2 - 3m - x > 0 \end{cases}$.

Lời giải

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

Dạng 1: Giải bất phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$ ($\leq, >, \geq$). (1)

1. Phương pháp.

- ① Nếu $a = 0$ thì bất phương trình có dạng $b.x + c < 0$. Khi đó giải bất phương trình bậc nhất.
 ② Nếu $a \neq 0$ thì (1) là bất phương trình bậc hai nên áp dụng dấu của định lý tam thức bậc hai.

2. Bài tập minh họa.

 **Bài tập 1.** Giải các bất phương trình sau:

a). $-2x^2 + 3x - 1 \geq 0$

b). $\frac{1}{4}x^2 - x + 1 \leq 0$

c). $-2x^2 + x - 1 \leq 0$.

d). $7x > 2x^2 - 6$

e). $x^2 - 22x + 51 < 0$

f) $x^2 + 5x + 6 \geq 0$

Lời giải

 Bài tập 2. Giải và biện luận bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(2m-1)x - 4m + 2 < 0$

Lời giải

$$3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \leq 0 \quad (1)$$
[illegible]

Lời giải

 **Bài 2.** Tìm m để mọi $x \in [0; +\infty)$ đều là nghiệm của bất phương trình

$$(m^2 - 1)x^2 - 8mx + 9 - m^2 \geq 0$$

Lời giải

 **Bài 3.** Tìm m để bất phương trình $m^2x + m(x+1) - 2(x-1) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2; 1]$

Lời giải

 **Bài 4.** Tìm m để $2x^2 - (2m+1)x + m^2 - 2m + 2 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình: $2x^2 - 7x - 15 \geq 0$ là:

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right] \cup [5; +\infty)$. B. $\left[-\frac{3}{2}; 5\right]$. C. $(-\infty; -5] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left[-5; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$. B. $[-1; 7]$. C. $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$. D. $[-7; 1]$.

Lời giải

Câu 3. Giải bất phương trình $-2x^2 + 3x - 7 \geq 0$.

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \{0\}$.

C. $S = \emptyset$.

D. $S = \mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là:

A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 5x - 4 < 0$ là

A. $[1; 4]$.

B. $(1; 4)$.

C. $(-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 < 0$ là:

A. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right)$.

B. $\emptyset$.

C. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$.

D. $\left(-\infty; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $6x^2 + x - 1 \leq 0$ là

A. $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right]$.

B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Câu 8. Số thực dương lớn nhất thỏa mãn $x^2 - x - 12 \leq 0$ là ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Câu 9. Bất phương trình nào sau đây có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

- A. $-3x^2 + x - 1 \geq 0$. B. $-3x^2 + x - 1 > 0$. C. $-3x^2 + x - 1 < 0$. D. $3x^2 + x - 1 \leq 0$.

Lời giải

Câu 10. Cho bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau đây, tập nào có chứa phần tử không phải là nghiệm của bất phương trình.

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[8; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $[6; +\infty)$.

Lời giải

Dạng 2. Giải bất phương trình tích và thương chứa hàm bậc hai $ax^2 + bx + c < 0$ ($\leq, >, \geq$). (1)

1. Phương pháp.

- ① **Bước 1.** Tìm nghiệm các đa thức.
② **Bước 2.** Lập bảng xét dấu.
③ **Bước 3.** Kết luận.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Giải các bất phương trình sau

- a). $(4 - 3x)(-2x^2 + 3x - 1) \leq 0$ b). $x^2 + x - \frac{3}{x^2 + x - 2} \leq 0$ c). $x^4 - x^2 - 2x - 1 > 0$
d). $\frac{(x^2 - 4)(-3x^2 + 2x + 8)}{x^2 - \sqrt{2}x} < 0$ e). $\frac{1 - |x^2 - 2x|}{x^2 + x - 2} \geq 0$ f). $\frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^3 + 1}}{x^2 + x} \leq 0$

[illegible]
$$\text{a). } \frac{|x^2 - x| - 2}{x^2 - x - 1} \geq 0$$

b). $\frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x+1}}{x^2+\sqrt{3}x-6} \leq 0$

[illegible]

 **Bài tập 6.** Tìm m để bất phương trình $\sqrt{x-m^2-m}\left(3-\frac{x+1}{x^3-x^2-3x+3}\right)<0$ (*) có nghiệm .

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 11. Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

- A. $x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 4$. C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $x \geq 4$.

Lời giải

Câu 12. Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

- A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.
C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$. D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Lời giải

Câu 13. Cặp bất phương trình nào sau đây là tương đương?

- A. $x - 2 \leq 0$ và $x^2(x - 2) \leq 0$. B. $x - 2 < 0$ và $x^2(x - 2) > 0$.
C. $x - 2 < 0$ và $x^2(x - 2) < 0$. D. $x - 2 \geq 0$ và $x^2(x - 2) \geq 0$.

Lời giải

Câu 14. Biểu thức $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$ âm khi

- A. $x \in (1; 2)$. B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.
C. $x \geq 4$. D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$ là

A. $x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$.

B. $x \in (-4; -1) \cup (2; +\infty)$.

C. $x \in [-1; +\infty)$.

D. $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$.

Lời giải

Câu 16. Biểu thức $f(x) = \frac{11x+3}{-x^2+5x-7}$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x \in \left(-\frac{3}{11}; +\infty\right)$.

B. $x \in \left(-\frac{3}{11}; 5\right)$.

C. $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{11}\right)$.

D. $x \in \left(-5; -\frac{3}{11}\right)$.

Lời giải

Câu 17. Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{x-7}{4x^2-19x+12} > 0$ là

A. $S = \left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup (4; 7)$.

B. $S = \left(\frac{3}{4}; 4\right) \cup (7; +\infty)$.

C. $S = \left(\frac{3}{4}; 4\right) \cup (4; +\infty)$.

D. $S = \left(\frac{3}{4}; 7\right) \cup (7; +\infty)$.

Lời giải

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?
 A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Câu 19. Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1$ là
 A. Hai khoảng. B. Một khoảng và một đoạn.
 C. Hai khoảng và một đoạn. D. Ba khoảng.

Lời giải

Câu 20. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\frac{x^4 - x^2}{x^2 + 5x + 6} \leq 0$?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Dạng 3. Giải hệ bất phương trình.

1. Phương pháp.

- ① Giải từng bất phương trình.
- ② Kết hợp tập nghiệm bằng cách lấy giao.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 7. Giải các hệ bất phương trình sau:

a).
$$\begin{cases} -x^2 + 4x - 7 < 0 \\ x^2 - 2x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} x^2 + x + 5 < 0 \\ x^2 - 6x + 1 > 0 \end{cases}$$

c).
$$-4 \leq \frac{x^2 - 2x - 7}{x^2 + 1} \leq 1$$

d).
$$\frac{1}{13} \leq \frac{x^2 - 2x - 2}{x^2 - 5x + 7} \leq 1$$

Lời giải

$$\text{b). } \begin{cases} x^2 - 4 > 0 & (1) \\ \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} \geq \frac{1}{x} & (2) \end{cases}.$$

Tel: 0935.660.880

 **Bài tập 9.** Tìm tham số m để các hệ bất phương trình sau có nghiệm

a).
$$\begin{cases} x^2 + 2x - 15 < 0 & (1) \\ (m+1)x \geq 3 & (2) \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} 4x + 1 < 7x - 2 & (1) \\ x^2 - 2ax + 1 \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Lời giải

Bài tập 10. Xác định m để các hệ bất phương trình sau đây vô nghiệm

a).
$$\begin{cases} x^2 - 7x - 8 < 0 \\ m^2x + 1 > (2m - 1)x + 3 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} x^2 + 11x + 10 < 0 & (1) \\ m^2(x + 2) + 1 > 3 + (3m - 2)(x + 2) & (2) \end{cases}$$

Lời giải

Bài tập 11. Tìm m để các hệ bất phương trình sau có nghiệm duy nhất

a).
$$\begin{cases} x^2 - 2mx \leq 0 \\ |x - 1 + m| \leq 2m \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} x^2 + 2x + (m + 1) \leq 0 \\ x^2 - 4x - 6(m + 1) < 0 \end{cases}$$

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 21. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 4x + 3 < 0 \end{cases}$$
 là:

A. $S = [1; 2)$.

B. $S = [1; 3)$.

C. $S = (1; 2]$.

D. $S = [2; 3)$.

Lời giải

Câu 22. Tìm x thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 11x + 28 \geq 0 \end{cases}$$

A. $x > 3$.

B. $3 < x \leq 7$.

C. $4 \leq x \leq 7$.

D. $3 < x \leq 4$.

Lời giải

Câu 23. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$ là:

A. $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

D. $S = (1; 4)$.

Lời giải

Câu 24. Tập nghiệm S của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \leq 0 \\ x^2 - 1 \leq 0 \end{cases}$ là:

A. $S = 1$.

B. $S = \{1\}$.

C. $S = [1; 2]$.

D. $S = [-1; 1]$.

Lời giải

Câu 25. Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x^2 - 4x + 1 > 0 \\ 3x^2 - 5x + 2 \leq 0 \end{cases}$.

A. $x \geq 1$.

B. $x \leq \frac{1}{3}$.

C. $x \in \emptyset$.

D. $x \leq \frac{2}{3}$.

Lời giải

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn $\begin{cases} -2x^2 - 5x + 4 < 0 \\ -x^2 - 3x + 10 > 0 \end{cases}$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Câu 27. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ (x-1)(3x^2 + 7x + 4) \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-1 \leq x < 2$.

B. $-3 < x \leq -\frac{4}{3}$ hoặc $-1 \leq x \leq 1$.

C. $-\frac{4}{3} \leq x \leq -1$ hay $1 \leq x \leq 3$.

D. $-\frac{4}{3} \leq x \leq -1$ hoặc $1 \leq x < 3$.

Lời giải

Câu 28. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 < 0 \\ |2x - 1| < 3 \end{cases}$ là:

A. $(1; 2)$.

B. $[1; 2]$.

C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $\emptyset$.

Lời giải

Câu 29. Hệ bất phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- A. $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ -2x^2 + x - 1 < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 < 0 \\ -2x^2 + x - 1 > 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ 2x^2 + x + 1 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 < 0 \\ 2x^2 - x + 1 > 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 30. Số nghiệm nguyên của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 10 \leq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 > 0 \end{cases}$$

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Câu 31. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + m < 0 & (1) \\ 3x^2 - x - 4 \leq 0 & (2) \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > -\frac{8}{3}$.

B. $m < 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \geq -\frac{8}{3}$.

Lời giải

Câu 32. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 & (1) \\ x - m > 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi:

A. $m > 1$.

B. $m = 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \neq 1$.

Lời giải

Câu 33. Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 & (1) \\ x < m-1 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m < 5$.

B. $m > -2$.

C. $m = 5$.

D. $m > 5$.

Lời giải

Câu 34. Tìm m để $-9 < \frac{3x^2 + mx - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $-3 < m < 6$.

B. $-3 \leq m \leq 6$.

C. $m < -3$.

D. $m > 6$.

Lời giải

Câu 35. Xác định m để với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$.

A. $-\frac{5}{3} \leq m < 1$.

B. $1 < m \leq \frac{5}{3}$.

C. $m \leq -\frac{5}{3}$.

D. $m < 1$.

Lời giải

Câu 36. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x^2 - 2mx + 1 \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$.

B. $m = 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \neq 1$.

Lời giải

Câu 37. Tìm m để hệ $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 - m \leq 0 & (1) \\ x^2 - (2m+1)x + m^2 + m \leq 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $0 < m < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

B. $0 \leq m \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $0 \leq m < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

D. $0 < m \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Câu 38. Tìm m sao cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0(1) \\ (m-1)x - 2 \geq 0(2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $-1 \leq m \leq \frac{3}{2}$.

B. $m \geq \frac{3}{2}$.

C. $m \in \emptyset$.

D. $m \geq -1$.

Lời giải

Câu 39. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 10x + 16 \leq 0(1) \\ mx \geq 3m + 1(2) \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m > -\frac{1}{5}$.

B. $m > \frac{1}{4}$.

C. $m > -\frac{1}{11}$.

D. $m > \frac{1}{32}$.

Lời giải

Câu 40. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 \leq 0(2) \\ x^2 - 6x + 5 \leq 0(1) \end{cases}$. Để hệ bất phương trình có nghiệm, giá trị thích hợp của tham số a là:

B. $0 \leq a \leq 4$.

C. $2 \leq a \leq 4$.

D. $0 \leq a \leq 8$.

Lời giải

Dạng 2. $|f(x)| = |g(x)|$

Phương pháp. Dùng tính chất của GTTĐ $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau: $|3x - 2| = x^2 + 2x + 3$

Lời giải

Dạng 3. $|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ -g(x) < f(x) < g(x) \end{cases}$ hoặc $|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \begin{cases} f(x) < -g(x) \\ f(x) > g(x) \end{cases} \end{cases}$

Ví dụ 3. Giải các bất phương trình sau

a). $|x^2 - x - 1| \geq x - 1$

b). $|-x^2 + 3x + 2| < x^2 - 3x + 2$

c). $|3x^2 - 2| + |3 - 2x^2| \leq 6(x^2 - 2)$

d). $|2x^2 - 5x + 3| - |x - 1| > x - 2$

Lời giải

[illegible]

3. Một số dạng toán nâng cao.

Dạng 4. Dạng toán đặt ẩn phụ

Ví dụ 4. Giải các phương trình và bất phương trình sau

a). $3(x^2 - 4x) - |x - 2| > 12$

$$\text{b). } \frac{(x^2+1)^2}{x^2} \leq 3 \left| x + \frac{1}{x} \right| - 2$$

c). $x^4 - 2x^2 + 4x - (2x + 5)|x^2 - 1| + 7 = 0$

Lời giải

[illegible]

Dạng 5. Tìm tham số m để phương trình, bất phương trình có nghiệm

1. Phương pháp.

Ta áp dụng tính chất sau: cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D .

① **Tính chất 1:** nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = g(m)$. Từ đó suy ra

- Phương trình $f(x) = g(m)$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = g(m)$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.
- Số nghiệm phương trình $f(x) = g(m) \Leftrightarrow$ số giao điểm của đường thẳng $y = g(m)$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

② **Tính chất 2:**

- Bất phương trình $f(x) \geq k$ ($f(x) \leq k$) có nghiệm trên $D \Leftrightarrow \max_D f(x) \geq k$ ($\min_D f(x) \leq k$) với điều kiện tồn tại $\max_D f(x)$ ($\min_D f(x)$).
- Bất phương trình $f(x) \geq k$ ($f(x) \leq k$) nghiệm đúng với $\forall x \in D \Leftrightarrow \min_D f(x) \geq k$ ($\max_D f(x) \leq k$) với điều kiện tồn tại $\max_D f(x)$ ($\min_D f(x)$).

Đặc biệt: khi gặp bài toán liên quan đến phương trình $f(x, m) = 0$ mà ta có thể cô lập được m thì ta sử dụng đồ thị (hoặc bảng biến thiên) để giải.

2. Phương pháp.

Ví dụ 5. Tìm m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt $| -x^2 - x + 6 | = 4x + m$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm $| x^2 - 3x + 2 | \geq 3x^2 + 5x + 3m^2 + 5m$.

Lời giải

.....

.....

.....

📖 Ví dụ 7. Tìm m để phương trình $|x^2 - 2x + m| = x - 1$ có nghiệm.

Lời giải

Ví dụ 8. Tìm m để bất phương trình $x(x-2)-m|x-1|+2>0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

4. Bài tập luyện tập.

Bài tập 1. Giải các phương trình sau

a). $|2x^2 - 7x + 2| = x + 2$

b). $|x^2 - 3x + 2| - |x + 2| = x^2 - 3x$

c). $\left| \frac{2x}{x+1} \right| = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$

Lời giải

Bài tập 2. Giải các bất phương trình sau

a). $|x^2 - 5x + 4| > x - 2$

b). $|x^2 - x - 6| < x$

c). $|x - 3||x - 1| > x + 2$

d). $|2x - 1| + |3x - 2| \leq x + 3$

e). $x^3 - \frac{1}{x^3} \leq 3 \left| x - \frac{1}{x} \right|$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 3. Biện luận số nghiệm của phương trình : $|x-1| - |x^2-3x+2| = 5m-3$.

Lời giải

 **Bài tập 4.** Tìm m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt: $|-2x^2 + 10x - 8| = m - 5x + x^2$

Lời giải

 **Bài tập 5.** Tìm m để bất phương trình $|2x^2 - 3x - 2| \geq 5m - 8x - 2x^2$ nghiệm đúng với mọi x .

Lời giải

Bài tập 6. Cho bất phương trình $x^2 - 4x - 3|x - 2| + 2m - 2 = 0$

- a). Giải phương trình khi $m = 1$.
b). Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Lời giải

II. Phương trình và bất phương trình chứa căn thức.

1. Phương pháp chung:

Để giải phương trình, bất phương trình chứa ẩn trong dấu căn mục đích chúng ta phải khử căn thức đi. Sau đây là một số phương pháp thường dùng.

- Biến đổi tương đương(Bình phương hai vế, phân tích thành nhân tử)
 - || **Lưu ý:** Đối với bất phương trình, bình phương hai vế không âm thì mới thu về bất phương trình tương đương cùng chiều
- Đặt ẩn phụ.
- Đánh giá hai vế.

2. Một số dạng toán cơ bản.

Dạng 6: Sử dụng phương pháp biến đổi tương đương để giải phương trình.

$$\textcircled{1} \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \text{ (hoặc } g(x) \geq 0 \text{)} \\ f(x) = g(x) \end{cases} \quad \textcircled{2} \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases}$$

Ví dụ 9. Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{x^3 - x + 1} = \sqrt{-2x^2 - x + 2}$

b). $\sqrt{2x^2 + 3x - 1} = 3 - x^2$

c). $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$

d). $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = x$

Lời giải

[illegible]

 **Ví dụ 10.** Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{-5x^2 + 8x - 3} + \sqrt{5x - 3} = \sqrt{1 - x} + 1$

b). $x^2 + (3-x)\sqrt{2x-1} = x(3\sqrt{2x^2-5x+2} - \sqrt{x-2})$

Lời giải

Ví dụ 11. Giải các phương trình $5(\sqrt{x+3} + \sqrt{3x-2}) = 5x^2 - 31x + 41$

Lời giải

Vậy phương trình có nghiệm là $x=1$ và $x=6$.

Nhận xét: Ở phương trình đầu (câu a) dễ thấy $x=1, x=6$ là nghiệm do đó ta tìm cách làm xuất hiện nhân tử chung x^2-7x+6 .

Đối với $5\sqrt{x+3}$ ta ghép thêm với $\alpha x + \beta$, như thế sau khi trục căn thức ta có

$$5\sqrt{x+3} - (\alpha x + \beta) = \frac{25(x+3) - (\alpha x + \beta)^2}{5\sqrt{x+3} + (\alpha x + \beta)}$$

nếu vậy để có đại nhân tử x^2-7x+6 thì

$$\begin{cases} 5\sqrt{1+3} - (\alpha + \beta) = 0 \\ 5\sqrt{6+3} - (\alpha \cdot 6 + \beta) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 9 \end{cases}.$$

Hoàn toàn tương tự với đại lượng $5\sqrt{3x-2}$.

Do đó ta tách được như lời giải ở trên.

Dạng 7. Sử dụng phương pháp biến đổi tương đương để giải bất phương trình.

$$\textcircled{1} \sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < [g(x)]^2 \end{cases} \quad \textcircled{2} \sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) < [g(x)]^2 \end{cases}$$

Ví dụ 12. Giải các bất phương trình sau

a). $x+1 \geq \sqrt{2(x^2-1)}$

b). $\sqrt{(x+5)(3x+4)} > 4(x-1)$

c). $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4}$

d). $(x-3)\sqrt{x^2-4} \leq x^2-9$

Lời giải

 **Ví dụ 13.** Giải các bất phương trình sau

a). $\frac{\sqrt{51-2x-x^2}}{1-x} < 1$

b). $\frac{\sqrt{2(x^2-16)}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} > \frac{7-x}{\sqrt{x-3}}$.

c). $8\sqrt{\frac{2x-3}{x+1}} + 3 \geq 6\sqrt{2x-3} + \frac{4}{\sqrt{x+1}}$

Lời giải

[illegible]

3. Một số dạng toán nâng cao.

Dạng 8: Sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ để giải bất phương trình.

Ví dụ 14. Giải các bất phương trình sau

a). $(x+1)(x+4) < 5\sqrt{x^2 + 5x + 28}$

$$\text{b). } (x+1)(x-3) < \frac{1-x^2+2x}{\sqrt{-x^2+2x+3}}$$

c). $\sqrt{7x+7} + \sqrt{7x-6} + 2\sqrt{49x^2+7x-42} < 181-14x$ d). $3\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} < 2x + \frac{1}{2x} - 7$

Lời giải

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows of lines. There are no margins or other markings on the page.

 **Ví dụ 15.** Giải các bất phương trình

a). $x+1+\sqrt{x^2-4x+1}\geq 3\sqrt{x}$

b). $1>\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{1}{x^2-1}$

Lời giải

Ví dụ 16. Giải các bất phương trình sau

a). $x^3 - 3x^2 + 2\sqrt{(x+2)^3} - 6x \geq 0$

b). $x^3 - 4x^2 - 5x + 6 \leq \sqrt[3]{7x^2 + 9x - 4}$

Lời giải

Dạng 9. giải bất phương trình có chứa tham số m .

1. Phương pháp.

Ta áp dụng tính chất sau: cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D .

① **Tính chất 1:** nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = g(m)$. Từ đó suy ra

- Phương trình $f(x) = g(m)$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = g(m)$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.
- Số nghiệm phương trình $f(x) = g(m) \Leftrightarrow$ số giao điểm của đường thẳng $y = g(m)$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

② Tính chất 2:

- Bất phương trình $f(x) \geq k$ ($f(x) \leq k$) có nghiệm trên $D \Leftrightarrow \max_D f(x) \geq k$ ($\min_D f(x) \leq k$) với điều kiện tồn tại $\max_D f(x)$ ($\min_D f(x)$).
- Bất phương trình $f(x) \geq k$ ($f(x) \leq k$) nghiệm đúng với $\forall x \in D \Leftrightarrow \min_D f(x) \geq k$ ($\max_D f(x) \leq k$) với điều kiện tồn tại $\max_D f(x)$ ($\min_D f(x)$).

Đặc biệt: khi gặp bài toán liên quan đến phương trình $f(x, m) = 0$ mà ta có thể cô lập được m thì ta sử dụng đồ thị (hoặc bảng biến thiên) để giải.

2. Phương pháp.

Ví dụ 17. Cho phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} + \sqrt{x-x^2} = m$

- a). Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất.
b). Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm.

Lời giải

[illegible]

Ví dụ 18. Tìm m để bất phương trình $3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} \geq 2\sqrt[4]{x^2-1}$ nghiệm đúng với mọi $x \geq 1$

Lời giải

[illegible]

Dạng 9: Phương pháp đánh giá

1. Phương pháp.

Đối với phương trình ta thường làm như sau

Cách 1: Tìm một nghiệm và chứng minh nó là nghiệm duy nhất.

Cách 2: Biến đổi hằng đẳng thức đưa về bất phương trình $f(x) = 0$ trong đó $f(x)$ là tổng các bình phương.

Cách 3: Với phương trình $f(x) = g(x)$ có tập xác định D

$$\text{Nếu } \begin{cases} f(x) \geq m(x) \\ g(x) \leq m(x) \end{cases}, \forall x \in D \text{ thì } f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = m(x) \\ g(x) = m(x) \end{cases}.$$

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 19. Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{\frac{6}{3-x}} + \sqrt{\frac{8}{2-x}} = 6$

b). $\sqrt{x-1} + x\sqrt{x^3-3x+2} = 1-x$

c). $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = 1$

d). $\sqrt[4]{x+8} + \sqrt{x+4} = \sqrt{2x+3} + \sqrt{3x}$

Lời giải

📖 Ví dụ 20. Giải các phương trình sau

a). $x^2 - 9x + 28 = 4\sqrt{x-1}$

b). $\sqrt{1-2x} + \sqrt{1+2x} = 2 - x^2$

c). $20x+38=4\sqrt{x+1}+6\sqrt{2x+3}+12\sqrt{2x^2+5x+3}$

Lời giải

Ví dụ 21. Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{x^2 + x - 1} + \sqrt{-x^2 + x + 1} = x^2 - x + 2$

b). $\frac{2x^2 + x - 1}{1 + 3\sqrt{x+1}} = \sqrt{x(x-1)}$

c). $\sqrt[3]{x^2 - 1} + x = \sqrt{x^3 - 2}$

Lời giải

Ví dụ 22. Giải các bất phương trình sau

a). $x^2 + \frac{2}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}} > 2x$

b). $2x^2 - 11x + 21 \leq 3\sqrt[3]{4x - 4}$

Lời giải

[illegible]

3. Bài tập luyện tập

Bài tập 7. Giải các bpt sau :

a). $\sqrt{x-3} < 2x-1$ b). $\sqrt{x^2-x+1} \leq x+3$ c). $\sqrt{3x-2} > 4x-3$ d). $\sqrt{3x^2+x-4} \geq x+1$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 8. Giải các bất phương trình sau.

a). $(x^2 - 3x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} \geq 0$ b). $\frac{x^2}{(1 + \sqrt{1+x})^2} > x - 4$ c). $x^2 + 3x + 1 \leq (x+3)\sqrt{x^2 + 1}$.

Lời giải

Bài tập 9. Giải các bpt sau :

a). $\sqrt{2x-1} \leq 8-x$ b). $\sqrt{2x^2 - 6x + 1} - x + 2 > 0$ c). $\sqrt{-x^2 + 6x - 5} > 8 - 2x$
 d). $\sqrt{x+3} \geq \sqrt{2x-8} + \sqrt{7-x}$ e). $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1} < \sqrt{x}$ f). $\frac{2x^2}{(3 - \sqrt{9+2x})^2} < x + 21$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 10. Giải các bất phương trình sau :

$$\text{a). } \frac{\sqrt{-3x^2 + x + 4} + 2}{x} < 2$$

b). $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 4x + 3} \geq 2\sqrt{x^2 - 5x + 4}$

c). $\sqrt{x^2 - 8x + 15} + \sqrt{x^2 + 2x - 15} \leq \sqrt{4x^2 - 18x + 18}$ **d).** $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \leq 2 - \frac{x^2}{4}$

d). $\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \leq 2 - \frac{x^2}{4}$

Lời giải

 **Bài tập 11.** Giải các bất phương trình sau:

a). $\sqrt{3x^2 + 6x + 4} < 2 - 2x - x^2$

b). $2x^2 + 4x + 3\sqrt{3-2x-x^2} > 1$

c). $\sqrt{3x^2 + 5x + 7} - \sqrt{3x^2 + 5x + 2} \geq 1$

d). $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} > \frac{3}{2}$

e). $5\sqrt{x} + \frac{5}{2\sqrt{x}} < 2x + \frac{1}{2x} + 4$

f). $\frac{x}{x+1} - 2\sqrt{\frac{x+1}{x}} > 3$

g). $x + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} > \frac{35}{12}$

Lời giải

[illegible]

 **Bài tập 12.** Giải các phương trình sau:

a). $x + 2\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x-1} + \sqrt{-x^2 + 8x - 7} + 1$

b). $\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} = \frac{(2x-1)^2}{2}$

c). $\sqrt{10x+1} + \sqrt{3x-5} = \sqrt{9x+4} + \sqrt{2x-2}$

d). $\sqrt{x-1} - (x-1)^2 = 8 - x^3$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 13. Giải các phương trình sau

a). $x^2 - 2x + 3 = \sqrt{2x^2 - x} + \sqrt{1 + 3x - 3x^2}$

b). $\sqrt[3]{14-x^3} = 2\sqrt{x^2-2x-1} + 2 - x$

c). $2\sqrt{1+3x} - \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} = 5$

Lời giải

[illegible]

Bài tập 14. Giải phương trình $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = \sqrt{x^2-11x+33} + \sqrt{3x-5}$

Lời giải

Bài tập 15. Cho phương trình: $\sqrt{2x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m} = x - 1 \quad (1)$

- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất.

Lời giải

Bài tập 16. Cho phương trình $x^2 - m\sqrt{x^2 + 1} + 3m + 2 = 0$ (1).

- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $|x^2 - 4x| < 0$.

- A.** $\emptyset$. **B.** $\{\emptyset\}$. **C.** $(0; 4)$. **D.** $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-1| \leq 1$ là

A. $S = (0;1)$.

B. $S = \{0;1\}$.

C. $S = [0;1]$.

D. $S = (-\infty;0] \cup [1;+\infty)$

Lời giải

.....

.....

Câu 3. Với x thuộc tập nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = |2x-5|-3$ không dương?

A. $x < 1$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 0$.

D. $1 \leq x \leq 4$.

Lời giải

.....

.....

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$ là

A. $0 < x \leq 1$.

B. $0 \leq x \leq 1$.

C. $\begin{cases} x < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$.

D. $x \geq 1, x < -2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-1| \leq 1$.

A. $S = [0;1]$.

B. $S = \left[\frac{1}{2};1\right]$.

C. $S = (-\infty;1]$.

D. $S = (-\infty;1] \cap [1;+\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $|3x+1| > 2$.

A. $S = (-\infty;-1) \cup \left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \left(-1;\frac{1}{3}\right)$.

D. $S = \left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Số giá trị nguyên x trong $[-2017; 2017]$ thỏa mãn bất phương trình $|2x+1| < 3x$ là

- A. 2016. B. 2017. C. 4032. D. 4034.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x+5| > |7-4x|$ là

- A. $x \in \left[\frac{1}{3}; 6\right]$. B. $x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (9; +\infty)$. D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 6\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x-1|}{x+2} < 1$ là

- A. $S = [1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $S = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-\infty; -2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho bất phương trình $\left|\frac{2}{x-13}\right| > \frac{8}{9}$. Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 13 của bất phương trình

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2017} > \sqrt{2017-x}$ là

- A. $[2017, +\infty)$. B. $(-\infty, 2017)$. C. $\{2017\}$. D. $\emptyset$.

Lời giải

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $3-2x+\sqrt{2-x} < x+\sqrt{2-x}$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(1; 2]$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2018} > \sqrt{2018-x}$ là

- A. $\{2018\}$. B. $(2018; +\infty)$. C. $\emptyset$. D. $(-\infty; 2018)$.

Lời giải

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+2x+\frac{1}{\sqrt{x+4}} > 3+\frac{1}{\sqrt{x+4}}$ là

- A. $(-3; 1)$. B. $(-4; -3)$. C. $(1; +\infty) \cup (-\infty; -3)$. D. $(1; +\infty) \cup (-4; -3)$.

Lời giải

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}+\frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3}$ là

- A. $S = [1; 5]$. B. $S = (1; 5) \setminus \{3\}$. C. $S = (3; 5]$. D. $S = [1; 5] \setminus \{3\}$.

Lời giải

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{8-x} \leq x-2$ là

- A. $S = [4, +\infty)$. B. $S = (-\infty; -1) \cup (4; 8)$. C. $S = [4; 8]$. D. $S = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2} \leq x-1$.

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. C. $[1; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Câu 18. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x^2-2x-15} > 2x+5$.

- A. $S = (-\infty; -3]$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (-\infty; 3]$. D. $S = (-\infty; -3)$.

Lời giải

Câu 19. Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ có nghiệm là

- A. $-5 < x \leq -3$. B. $3 < x \leq 5$. C. $2 < x \leq 3$. D. $-3 \leq x \leq -2$.

Lời giải

Câu 20. Biết tập nghiệm của bất phương trình $x - \sqrt{2x+7} \leq 4$ là $[a; b]$. Khi đó $2a+b$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 17.

Lời giải

Câu 21. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{5x-1}-\sqrt{x-1}>\sqrt{2x-4}$. Tập nào sau đây là phần bù của S ?

- A. $(-\infty; 0) \cup [10; +\infty)$. B. $(-\infty; 2] \cup (10; +\infty)$. C. $(-\infty; 2) \cup [10; +\infty)$. D. $(0; 10)$.

Lời giải

Câu 22. Tính tổng tất các nghiệm nguyên thuộc $[-5; 5]$ của bất phương trình sau:

$$\sqrt{x^2-9} \left(\frac{3x-1}{x+5} \right) \leq x\sqrt{x^2-9} ?$$

- A. 5. B. 0. C. 2. D. 12.

Lời giải

A. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x = 2 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

D. $x \in \left\{ -\frac{1}{2}; 0; 2; 3 \right\}$.

[illegible]

A. $(-3;1]$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $[-3;1)$. **D.** $[-3;1]$.

[illegible]

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 9.

D. $m \in \emptyset$.

D. $a \geq 6$.

Tel: 0935.660.880

Câu 28. Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)} \leq x^2 - 2x + m - 3$. Xác định m để bất phương trình nghiệm với $\forall x \in [-1; 3]$.

- A. $0 \leq m \leq 12$. B. $m \leq 12$. C. $m \geq 0$. D. $m \geq 12$.

Lời giải

Câu 29. Cho bất phương trình $x^2 - 6x + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} + m - 1 \geq 0$. Xác định m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in [2; 4]$.

- A. $m \geq \frac{35}{4}$. B. $m \leq 9$. C. $m \leq \frac{35}{4}$. D. $m \geq 9$.

Lời giải

Câu 30. Cho bất phương trình: $x^2 + 2|x+m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$.

Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là

- A. $-1 < m < \frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2} < m < 1$. C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

Lời giải

BÀI 9.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1. Cho các số thực a, b, c là số thực. Chứng minh rằng:

a). $a^4 + b^4 + c^2 + 1 \geq 2a(ab^2 - a + c + 1)$

b). $\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \geq ab - ac + 2bc$

c). $(a^5 + b^5)(a + b) \geq (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)$, với $ab > 0$.

Lời giải

Bài tập 2. Cho a, b, c là số dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng

a). $\left(\frac{1}{a} - 1\right)\left(\frac{1}{b} - 1\right)\left(\frac{1}{c} - 1\right) \geq 8$

b). $\sqrt{\frac{a+b}{b^2+4bc+c^2}} + \sqrt{\frac{b+c}{c^2+4ca+a^2}} + \sqrt{\frac{c+a}{a^2+4ab+b^2}} \geq 3$

Lời giải

[illegible]

a). $\frac{a^3}{(a+1)(b+1)} + \frac{b^3}{(c+1)(b+1)} + \frac{c^3}{(a+1)(c+1)} \geq \frac{3}{4}$
b). $\frac{1}{a+2b+3} + \frac{1}{b+2c+3} + \frac{1}{c+2a+3} \leq \frac{1}{2}$

[illegible]

Bài tập 4. Giải các bất phương trình sau

a). $x^2 - 3x - 4 \leq 0$

b). $(1-x)(x^2 - 5x + 6) > 0$.

c). $\frac{x^3 - 3x + 3}{x^2 - x + 1} > 1$

d). $\frac{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x + 1}}{\sqrt[3]{2x^3 + 1} - \sqrt[3]{x + 1}} \geq 0$

Lời giải

Bài tập 5. Cho tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-3)x + m + 3$. Tìm m để

a). Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.

b). $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Bài tập 6. Cho tam thức: $f(x) = (m-1)x^2 - 4(m-1)x + 2m + 3$. Tìm m để

- a). Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm b). Hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ xác định $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Bài tập 7. Giải các hệ bất phương trình sau:

a).
$$\begin{cases} x^2 - 4x + 4 \leq 0 \\ x^2 - 3x < 0 \end{cases}$$

b).
$$\begin{cases} -2x^2 + x + 1 > 0 \\ 3x^2 + 2x - 3 \leq 0 \end{cases}$$

c).
$$\begin{cases} \frac{x+1}{3-2x} \geq 0 \\ x^2 - x - 1 \leq 0 \end{cases}$$

d).
$$\begin{cases} \frac{x+1}{x^2 - 4x + 5} \geq x \\ 4x^2 + 7x - 4 \leq 0 \end{cases}$$

Lời giải

Bài tập 8. Xác định miền nghiệm của các bất phương trình và hệ bất phương trình sau:

a). $\frac{x+2y}{-2} > \frac{2x+y}{-3}$

b).
$$\begin{cases} 2x+y > -3 \\ 2(3x-y+3) < 3(2x-y+2) \\ x+y+1 < 0 \end{cases}$$

Lời giải

Bài tập 8. Giải bất phương trình:

a). $\sqrt{2x^2-6x+1}-x+2 < 0$

b). $\sqrt{x}+\sqrt{9-x} \leq \sqrt{-x^2+9x+6}$

c). $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x^2-4x+3} \geq 2\sqrt{x^2-5x+4}$

Lời giải

[illegible]

b). Tìm m để bất phương trình (1) có nghiệm.

[illegible]

d). $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} \geq x - \sqrt{x^2 + x - 2} - \frac{7}{2}$

Lời giải