

Câu 1. (5.0 điểm)

Tìm x, y, z nguyên thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^3 - 4x^2 - 16x + 60 = y \\ y^3 - 4y^2 - 16y + 60 = z \\ z^3 - 4z^2 - 16z + 60 = x \end{cases}$$

Câu 2. (5.0 điểm)

Xét phương trình: $x^n = x^2 + x + 1$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 2$.

- a) Chứng minh rằng với mỗi số tự nhiên n lớn hơn 2 phương trình trên có đúng một nghiệm dương duy nhất.
- b) Gọi x_n là nghiệm dương duy nhất của phương trình trên. Tính $\lim x_n$.

Câu 3. (5.0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC , đường cao AD (D thuộc BC) và hai điểm M, N lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC sao cho MN song song với BC . Điểm P chuyển động trên đoạn thẳng MN . Lấy các điểm E, F sao cho $EP \perp AC$, $EC \perp BC$, $FP \perp AB$, $FB \perp BC$.

- a) Gọi I là giao của EF và AD . Chứng minh rằng I cố định khi P chuyển động trên đoạn MN .
- b) Đường thẳng qua A vuông góc với EF cắt BC tại Q . Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn thẳng BC đi qua trung điểm của đoạn thẳng PQ .

Câu 4. (5.0 điểm)

Cho số nguyên dương n và tập hợp $S = \{1; 2; \dots; n\}$. Tìm số các tập con của S không chứa hai số nguyên dương liên tiếp.

----- HẾT -----