

Trung tâm Hoàng Gia

56 Phố Châu – P. Tân Thành – Q. Tân Phú

**Chuyên đề & Bộ đề ôn thi
học kì 1**

Môn Toán – Lớp 10

Năm học 2018 – 2019

Biên soạn & giảng dạy:

Ths. Lê Văn Đoàn — 0933.755.607

MỤC LỤC

Trang

Chuyên đề 1. Parabol & một số vấn đề liên quan	1
Chuyên đề 2. Giải và biện luận phương trình bậc nhất	5
Chuyên đề 3. Bài toán chứa tham số trong phương trình bậc hai	7
Chuyên đề 4. Phương trình quy về phương trình bậc hai	13
Chuyên đề 5. Bất đẳng thức và GTLN, GTNN	23
Chuyên đề 6. Hệ trục tọa độ	29
Chuyên đề 7. Tích vô hướng và hệ thức lượng	42
Đề số 01. THPT Bình Hưng Hòa (2017 – 2018)	49
Đề số 02. THPT Trần Phú (2017 – 2018)	51
Đề số 03. THPT Lê Trọng Tấn (2017 – 2018)	53
Đề số 04. THPT Bình Tân (2017 – 2018)	56
Đề số 05. THPT Nguyễn Hữu Cánh (2017 – 2018)	58
Đề số 06. THPT Trần Quang Khải (2017 – 2018)	61
Đề số 07. THPT Nguyễn Thượng Hiền (2017 – 2018)	63
Đề số 08. THPT Hàn Thuyên (2017 – 2018)	66
Đề số 09. THPT Nguyễn Chí Thanh (2017 – 2018)	69
Đề số 10. THPT Tây Thạnh (2017 – 2018)	72
Đề số 11. THPT Chuyên Lê Hồng Phong (2017 – 2018)	74
Đề số 12. THPT Nguyễn Thị Minh Khai (2017 – 2018)	77
Đề số 13. THPT Bùi Thị Xuân (2017 – 2018)	79

Chúc các trò rèn luyện tốt và đạt kết quả cao trong kỳ thi sắp đến !

Chuyên đề 1. Parabol & một số bài toán liên quan

☛ **Cần nhớ:** Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ và trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$ (hoành độ đỉnh). Khi $a > 0$: đồ thị có dạng $\cup$ và $a < 0$: đồ thị có dạng $\cap$.

1. Tìm parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$, biết rằng (P) đi qua $A(1; -2)$ và $B(2; 3)$.	2. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua $A(1; 5)$, $B(-2; 8)$.
3. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + 3$, biết (P) đi qua điểm $A(3; 0)$ và có trục đối xứng là $x = 1$.	4. Tìm parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$, biết (P) có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $A(-2; 1)$.

5. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) đi qua $A(1;0)$, $B(2;8)$, $C(0;-6)$.

6. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) đi qua điểm $A(0;5)$ và có đỉnh $I(3;-4)$.

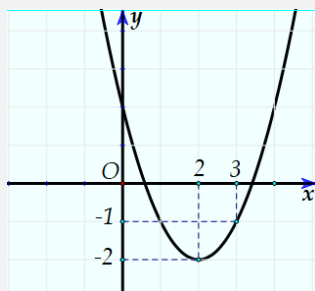
7. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ khi biết bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y	$+\infty$	3	-1	$+\infty$

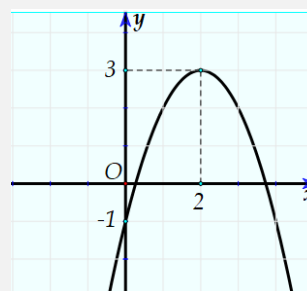
8. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ khi biết bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y	$+\infty$	0	-4	$+\infty$

9. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ khi biết đồ thị của nó là



10. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ khi biết đồ thị của nó là



11. Vẽ parabol $(P): y = x^2 + 2x + 2$. Dựa vào đồ thị biện luận nghiệm phương trình: $2x^2 + 4x - m + 3 = 0$.

12. Vẽ parabol $(P): y = -x^2 + 4x + 5$. Dựa vào đồ thị biện luận nghiệm phương trình: $x^2 - 4x - 5 + m = 0$.

13. Vẽ parabol $(P): y = -x^2 + 4x - 3$. Tìm m để phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ có 2 nghiệm thỏa $0 < x_1 < 2 < x_2$.

14. Vẽ parabol $(P): y = -x^2 + 4x + 5$. Dựa vào đồ thị biện luận nghiệm phương trình: $x^2 - 4x - 5 + m = 0$.

15. Vẽ parabol $(P): y = x^2 + 2x$. Suy ra đồ thị hàm số $(P'): y = |x^2 + 2x|$.

16. Vẽ $(P): y = -x^2 + 6x - 5$. Hãy biên luận nghiệm $x^2 - 6|x| + 4 = m$ trên $(-1; 4]$.

Chuyên đề 2. Phương trình bậc nhất

1. Giải và biện luận: $m(mx - 1) = 9x + 3$.

Giải. Phương trình $\Leftrightarrow m^2x - m = 9x + 3$

$$\Leftrightarrow m^2x - 9x = m + 3$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 9)x = m + 3 \quad (*)$$

- Với $m^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Khi $m = 3$ thì $(*)$ trở thành $0x = 6$,
suy ra phương trình vô nghiệm.

Khi $m = -3$ thì $(*)$ trở thành $0x = 0$
 $\Rightarrow$ phương trình nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

- Với $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$

$$(*) \Leftrightarrow x = \frac{m + 3}{m^2 - 9} = \frac{1}{m - 3}.$$

Kết luận:

$m = 3$: Phương trình vô nghiệm.

$m = -3$: Phương trình nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$m \neq \pm 3$: Phương trình có nghiệm $x = \frac{1}{m-3}$.

2. Giải và biện luận: $m^2x + 2 = m + 4x$.

3. Giải và biện luận: $(m^2 - 2m - 8)x = 4 - m$.

4. Giải và biện luận: $(4m^2 - 2)x = 1 + 2m - x$.

5. Tìm m để phương trình có nghiệm:

$$\frac{3x - m}{\sqrt{x + 1}} + \sqrt{x + 1} = \frac{2x + 5m + 3}{\sqrt{x + 1}}.$$

Giải. Điều kiện: $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Quy đồng và bỏ mẫu, phương trình đã cho

$$\Leftrightarrow 3x - m + x + 1 = 2x + 5m + 3$$

$$\Leftrightarrow 2x = 6m + 2$$

$$\Leftrightarrow x = 3m + 1.$$

Vì $x > -1$ nên phương trình có nghiệm

$$\text{khi } x = 3m + 1 > -1 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3}.$$

6. Tìm m để phương trình có nghiệm:

$$\frac{2mx - 1}{\sqrt{x - 1}} - 2\sqrt{x - 1} = \frac{m + 1}{\sqrt{x - 1}}.$$

7. Tìm tham số m để phương trình sau có nghiệm nguyên: $(m - 2)x = m + 1$.

Giải. Với $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$ thì phương

$$\text{trình } \Leftrightarrow x = \frac{m + 1}{m - 2} = \frac{(m - 2) + 3}{m - 2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 + \frac{3}{m - 2}$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $3 \vdots (m - 2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 2 = 3 \\ m - 2 = -3 \\ m - 2 = 1 \\ m - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -1 \\ m = 3 \\ m = 1 \end{cases}.$$

8. Tìm tham số m để phương trình sau có nghiệm nguyên: $m(x + 3) = x - m$.

9. Tìm tham số m để phương trình $(m^2 - m)x = 2x + m^2 - 1$ vô nghiệm.

10. Tìm tham số m để phương trình $m^2x = 4x + m^2 + m - 2$ có nghiệm.

Chuyên đề 3. Bài toán chứa tham số trong phương trình bậc hai

1. Cho phương trình $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 4 = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có một nghiệm -7 . Tìm nghiệm còn lại.

Lời giải.

Thế $x = -7$ vào phương trình, ta được:

$$(-7)^2 + 7(2m - 3) + m^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 14m + 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -12 \end{cases}$$

• Với $m = -2$ thì phương trình trở thành:

$$x^2 + 7x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = -7.$$

• Với $m = -12$ thì phương trình trở thành

$$x^2 + 27x + 140 = 0 \Leftrightarrow x = -7 \vee x = -20.$$

Kết luận:

Với $m = -2$ thì nghiệm còn lại là $x = 0$.

Với $m = -12$ thì nghiệm còn lại là $x = -20$.

b) Có 2 nghiệm pb x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 17$.

Lời giải. Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\text{khi: } \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 : \text{LĐ} \\ (2m - 3)^2 - 4(m^2 - 4) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -12m + 25 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{12}{25} \quad (*)$$

Theo Viét: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2m - 3$ và

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 4.$$

Theo đề: $x_1^2 + x_2^2 = 17 \Leftrightarrow S^2 - 2P = 17$

$$\Rightarrow (2m - 3)^2 - 2(m^2 - 4) = 17$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 12m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = 6.$$

So với (*), giá trị cần tìm là $m = 0$.

2. Cho phương trình $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 4 = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có 1 nghiệm -7 . Tìm nghiệm còn lại.

b) Có 2 nghiệm pb x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 17$.

3. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 3m = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.

b) Có 2 nghiệm pb x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 8$.

4. Cho phương trình $(m - 1)x^2 + 3x - 1 = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có 1 nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.

b) Có 2 nghiệm pb x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$.

5. Cho phương trình $(2m - 3)x^2 - 2(2m + 3)x + 1 + 2m = 0$. Tìm m để phương trình:

a) Có 1 nghiệm bằng -1 . Tìm nghiệm còn lại của phương trình.

b) Có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 $(5x_1 + 1)(5x_2 + 1) - 13x_1x_2 = 1$.

6. Cho phương trình $x^2 - 4x + m + 1 = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có hai nghiệm trái dấu ?
 Có hai nghiệm dương phân biệt.

b) Có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 $x_1x_2 = 6 - 2\sqrt{x_1x_2}$.

7. Cho phương trình $mx^2 - 2(m-3)x + m - 6 = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có 2 nghiệm phân biệt thỏa $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$.

b) Có hai nghiệm trái dấu và có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

8. Cho phương trình $mx^2 - 2x + 1 = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có hai nghiệm trái dấu ? Có hai nghiệm phân biệt cùng dương ? Có hai nghiệm đối nhau ?

b) Có hai nghiệm là độ dài của hai cạnh góc vuông trong một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{2}$.

9. Cho phương trình $x^2 - (m + 5)x + m = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

- | | |
|--|---|
| a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt ? | b) Có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 + 2x_2 = 5$. |
|--|---|

10. Cho phương trình $x^2 - (2m + 2)x + m^2 + 4 = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

- | | |
|---|--|
| a) Có nghiệm ? Có hai nghiệm pb dương ? | b) Có hai nghiệm pb x_1, x_2 thỏa $x_1 = 2x_2$. |
|---|--|

11. Cho phương trình $(x - 2)[x^2 - (m - 1)x + 4] = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có ba nghiệm phân biệt ?

b) Có hai nghiệm ?

12. Cho phương trình $x^3 - 2mx^2 + 2mx - 1 = 0$. Tìm tham số m để phương trình:

a) Có ba nghiệm phân biệt ?

b) Có hai nghiệm ?

Chuyên đề 4. Phương trình quy về phương trình bậc hai

1. Giải: $4(2x^2 - 3x + 1)(2x^2 - 4x + 1) = 3x^2$. 	2. Giải: $(x - 1)(x - 2)(x - 6)(x - 12) = 6x^2$.
3. Giải: $\frac{2x}{2x^2 - 5x + 3} + \frac{13x}{2x^2 + x + 3} = 6$. 	4. Giải: $\frac{4x}{x^2 + 2x + 3} - \frac{5x}{x^2 + 4x + 3} = \frac{10}{9}$.
5. Giải: $\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 4x + 3} + \frac{x^2 + 5x + 3}{x^2 + 6x + 3} = \frac{3}{4}$. 	6. Giải: $\frac{x^2 - 2x + 15}{x^2 - 4x + 15} = \frac{3x}{x^2 - 6x + 15}$.

7. Giải: $|4x - 1| = x^2 + 2x - 4$.

Lời giải. Áp dụng

$$|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \\ A = -B \end{cases}$$

Điều kiện: $x^2 + 2x - 4 \geq 0$.

Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 1 = x^2 + 2x - 4 \\ 4x - 1 = -(x^2 + 2x - 4) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ x^2 + 6x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \\ x = -3 + 2\sqrt{3} \\ x = -3 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Thế các nghiệm vào điều kiện, các nghiệm thỏa mãn là $x = 3$ và $x = -3 - 2\sqrt{3}$.

8. Giải: $|3x - 5| = 2x^2 + x - 3$.

9. Giải: $|x - 2| = x^2 - 4x - 2$.

10. Giải: $|x^2 - 2x - 2| = x^2 - 7x + 9$.

11. Giải: $|x^2 - 4x + 2| = x - 2$.

12. Giải: $|2x^2 - 3x + 1| = 1 - 2x$.

13. Giải: $3x^2 - 2x = 6 - x^2$. Lời giải. Áp dụng $A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases}$ thì $ 3x^2 - 2x = 6 - x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x = 6 - x^2 \\ 3x^2 - 2x = x^2 - 6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 2x - 6 = 0 \\ 2x^2 - 2x + 6 = 0 : \text{VN}_o \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}.$	14. Giải: $3x - 4 = x - 2$.
15. Giải: $5x^2 - 3x - 2 = x^2 - 1$. 	16. Giải: $x^2 - 2x = 2x^2 - x - 2$.
17. Giải: $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 2x - 1$. Lời giải. Áp dụng $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow A = B^2$ thì phương trình $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 2x - 1$ $\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = (2x - 1)^2$ $\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 4x^2 - 4x + 1$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 10x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4, x = -\frac{2}{3}.$	18. Giải: $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 3x - 2$.
19. Giải: $2\sqrt{3 - 2x} = x - 1$. 	20. Giải: $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2$.

21. Giải: $(x + 3) \cdot x - 1 = 4x$ (*) • TH1: Nếu $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. (*) trở thành $(x + 3)(x - 1) = 4x$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 3$. So với $x \geq 1$, nhận nghiệm $x = 3$. • TH2: Nếu $x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$. (*) trở thành $(x + 3)(1 - x) = 4x$ $\Leftrightarrow x^2 + 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \pm 2\sqrt{3}$. So với $x < 1$ nhận nghiệm $x = -3 - 2\sqrt{3}$. Kết luận: Tập nghiệm $S = \{-3 - 2\sqrt{3}; 3\}$.	22. Giải: $(x + 1) \cdot x - 3 = 4(x - 2)$.
23. Giải: $\frac{4x^2 + 2x + 2x + 1 }{4x + 3} = 2x + 1$. 	24. Giải: $\frac{x - 1}{x} - \frac{1}{ x + 1 } = \frac{2x - 1}{x^2 + x}$.
25. Giải: $\left \frac{2x - 1}{x + 2} \right - 2 \left \frac{x + 2}{2x - 1} \right = 1$. (ẩn phụ) 	26. Giải: $x^2 + \frac{1}{x^2} - 10 = 2 \left x - \frac{1}{x} \right$. (ẩn phụ)

27. Giải: $\sqrt{x^2 - 3x - 2} = \sqrt{x - 3}$. Lời giải. $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \text{ (hay } A \geq 0) \\ A = B \end{cases}$. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ x^2 - 3x - 2 = x - 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = 2 \pm \sqrt{3} \end{cases}$ $\Rightarrow x = 2 + \sqrt{3}$ là nghiệm cần tìm.	28. Giải: $\sqrt{6x^2 - 4x + 3} - \sqrt{x + 4} = 0$.
29. Giải: $\sqrt{x - 1} = 2\sqrt{2x + 5}$. 	30. Giải: $3\sqrt{x - 1} = \sqrt{x^2 + 8x - 11}$.
31. Giải: $\sqrt{x^2 + x + 1} = 3 - x$. Lời giải. Áp dụng $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$. Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x \geq 0 \\ x^2 + x + 1 = (3 - x)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x^2 + x + 1 = 9 - 6x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x = \frac{8}{7} \end{cases}$ $\Rightarrow x = \frac{8}{7}$ là nghiệm cần tìm.	32. Giải: $\sqrt{5x^2 - 21x + 8} = x - 2$.
33. Giải: $2\sqrt{3x^2 + 2x - 1} + 1 = 3x$. 	34. Giải: $2x - \sqrt{12x^2 - 18x + 1} = 2$.

35. Giải: $x^2 + 5x + 4 - 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = 0$.

Lời giải. Đặt $t = x^2 + 5x$ thì phương trình trở thành $t + 4 - 5\sqrt{t + 28} = 0$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{t + 28} = t + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} t + 4 \geq 0 \\ 25(t + 28) = (t + 4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -4 \\ t^2 - 17t - 684 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq -4 \\ t = 36 \\ t = -19 \end{cases} \Leftrightarrow t = 36$$

Với $t = 36 \Rightarrow x^2 + 5x = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -9 \end{cases}$.

☞ **Cách khác:** Đặt $t = \sqrt{x^2 + 5x + 28} \geq 0 \Rightarrow t^2$.

36. Giải: $5\sqrt{x^2 + 2x - 7} = x^2 + 2x - 3$.

37. Giải: $x^2 - 3x + 3\sqrt{3x^2 - 9x + 7} - 1 = 0$.

38. Giải: $2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$.

39. Giải: $(x + 3)(1 - x) = -5\sqrt{x^2 + 2x - 7}$.

40. $(x - 2)(x + 3) + \sqrt{x^4 + 2x^3 + x^2 - 2} = 2$.

41. Giải: $\sqrt{2x+1} - 2 = \sqrt{x-3}$. Lời giải. Điều kiện $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$. Phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{2x+1} = 2 + \sqrt{x-3}$ $\Rightarrow (\sqrt{2x+1})^2 = (2 + \sqrt{x-3})^2$ $\Leftrightarrow 2x+1 = 4 + 4\sqrt{x-3} + x-3$ $\Leftrightarrow 4\sqrt{x-3} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 16(x-3) = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 12 \end{cases}$. So với điều kiện và thử lại, suy ra $S = \{4; 12\}$. ☞ Cần nhớ: Dạng tổng quát $\sqrt{A} - \sqrt{B} = \sqrt{C}$. Điều kiện $\Rightarrow$ Chuyển vế sao cho hai vế dương và bình phương, giải phương trình hệ quả.	42. Giải: $\sqrt{x+4} - \sqrt{2x-6} = 1$.
43. Giải: $\sqrt{x-1} = \sqrt{4x+1} - \sqrt{x+2}$.	44. Giải: $\sqrt{3x-4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$.
45. Giải: $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$.	46. Giải: $2\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2\sqrt{2x-1}$.

47. Giải: $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6$.

Lời giải. Điều kiện $x^2-5x+4 \geq 0$ (*)

$$PT \Leftrightarrow (x-3)\sqrt{x^2-5x+4} - 2(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)\sqrt{x^2-5x+4} - 2(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(\sqrt{x^2-5x+4} - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ \sqrt{x^2-5x+4}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x^2-5x+4=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=0, x=5 \end{cases} \cdot \text{Thế các nghiệm vào điều}$$

kiện (*), nghiệm cần tìm là $x=0, x=5$.

48. Giải: $(x-3)\sqrt{x^2+4} = x^2-9$.

49. Giải: $(x-1)\sqrt{2x-3} = x^2-4x+3$.

50. Giải: $(2x-1)\sqrt{x-1} = -2x^2+7x-3$.

51. $\sqrt{x^2-x-2} - 2\sqrt{x-2} + 2 = \sqrt{x+1}$.

Lời giải. Điều kiện $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2$.

$$PT \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)(x+1)} - 2\sqrt{x-2} = (\sqrt{x+1} - 2)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-2} \cdot (\sqrt{x+1} - 2) - (\sqrt{x+1} - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+1} - 2) \cdot (\sqrt{x-2} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1}=2 \\ \sqrt{x-2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=4 \\ x-2=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=3.$$

So với điều kiện, nghiệm cần tìm là $x=3$.

52. $\sqrt{x+3} + 2x\sqrt{x+1} = 2x + \sqrt{x^2+4x+3}$.

53. $\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} = 3 + \sqrt{(3+x)(6-x)}.$

54. $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x^2-4} - 2x + 2.$

55. Giải: $\sqrt{2x^2+x+9} + \sqrt{2x^2-x+1} = x+4.$

56. Giải: $\sqrt{x^2+15} = 3x-2 + \sqrt{x^2+8}.$

57. Giải hệ:
$$\begin{cases} 2x - y - 7 = 0 \\ y^2 - x^2 + 2x + 2y + 4 = 0 \end{cases}.$$

58. Giải hệ:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 6x + 2y = 0 \\ x + y + 8 = 0 \end{cases}.$$

59. Giải hệ:
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + x + y = 8 \end{cases}.$$

60. Giải hệ:
$$\begin{cases} x + y + xy = 3 \\ x^2y + y^2x = 2 \end{cases}.$$

Chuyên đề 5. Bất đẳng thức – Giá trị lớn nhất & giá trị nhỏ nhất

1. Chứng minh rằng với mọi $x \in \mathbb{R}$, ta luôn có $x^4 - 4x + 3 \geq 0$.	2. Chứng minh rằng với mọi $a, b, c \in \mathbb{R}$ thì $a^2 + b^2 + 4 \geq ab + 2a + 2b$.
<u>Giải.</u> Thêm bớt để đưa về hằng đẳng thức, tức $x^4 - 4x + 3 = [(x^2)^2 - 2x^2 + 1] + 2(x^2 - 2x + 1)$ $= (x^2 - 1)^2 + 2(x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$ Dấu "$=$" xảy ra khi $\begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$ ☞ Nhận xét: Đối với bài toán $\forall x \in \mathbb{R}$, ta nên sử dụng hằng đẳng thức để đưa về dạng: $A^2 + B^2 + C^2 \geq 0 : \text{luôn đúng và dấu " = " xảy ra khi } A = B = C = 0.$	
3. Chứng minh rằng với mọi $x, y \in \mathbb{R}$ thì ta luôn có $x^2 + y^2 + xy - 3x - 3y + 3 \geq 0$.	4. Chứng minh rằng với mọi $a, b, c \in \mathbb{R}$ thì có $a^2 + b^2 + c^2 + 12 \geq 4(a + b + c)$.
5. Chứng minh rằng $a > 0, b > 0$ ta luôn có $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$.	6. Chứng minh rằng $a > 0, b > 0$ ta luôn có $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3$.

7. Chứng minh rằng với mọi $a, b, c \geq 0$ ta luôn có $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$.

Giải. Áp dụng BĐT Cauchy

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^2 + b^2 \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 2\sqrt{a^2b^2} = 2ab \\ b^2 + c^2 \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 2\sqrt{b^2c^2} = 2bc \\ c^2 + a^2 \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 2\sqrt{c^2a^2} = 2ac \end{cases}$$

$$\oplus \Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca \text{ (đpcm).}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c \geq 0$.

☛ **Nhận xét:** Nhận dạng $\begin{cases} \text{Tổng} \geq \text{Tổng} \\ \text{Tổng} \geq \text{Hằng số} \end{cases}$

$\xrightarrow{p^2}$ Cauchy xoay vòng, rồi cộng lại.

9. Chứng minh rằng với mọi $a, b, c > 0$ thì

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

8. Chứng minh với mọi $a, b, c \geq 0$ thì $ab + bc + ca \geq \sqrt{abc}(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$.

10. Chứng minh rằng với mọi $a, b, c > 0$ thì

$$\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca.$$

11. Chứng minh rằng với mọi $a, b \in \mathbb{R}$ thì ta luôn có $4a^2 + 9b^2 + 5 \geq 4(a + 3b)$.

(**Lưu ý:** $\sqrt{x^2} = |x| \geq x$).

12. Chứng minh rằng với $0 \neq a, b, c \in \mathbb{R}$ thì

$$\frac{a^2}{c^2} + \frac{c^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \geq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}.$$

13. Chứng minh rằng với mọi $a, b, c \geq 0$ ta có $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$.	14. Chứng minh rằng $a, b, c > 0$ ta luôn có $(a^2+2)(b^2+2)(c^2+2) \geq 16\sqrt{2}abc$.
Lời giải. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy $\text{Ta có: } \begin{cases} \overset{\text{Cauchy}}{a+b} \geq 2\sqrt{ab} \\ \overset{\text{Cauchy}}{b+c} \geq 2\sqrt{bc} \\ \overset{\text{Cauchy}}{c+a} \geq 2\sqrt{ca} \end{cases} \text{ và nhân vế theo vế}$ nhân $\Rightarrow (a+b)(b+c)(c+a) \geq 8\sqrt{a^2b^2c^2} = 8abc$. Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c \geq 0$. ☞ Nhận xét: Dạng $\begin{cases} \text{Tích} \geq \text{Tích} \\ \text{Tích} \geq \text{Hằng số} \end{cases}$ $\xrightarrow{P^2}$ Cauchy trong dấu $(\dots)$ và nhân lại.	
15. Chứng minh rằng với mọi $a, b, c \geq 0$ ta có $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$.	16. Chứng minh rằng $a, b, c \geq 0$ ta luôn có $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2) \geq 9abc$.
17. Chứng minh rằng với mọi $a > 0, b > 0$ ta có $(a+b+2) \cdot \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \right) \geq 4$. HD: $a+b+2 = (a+1) + (b+1)$.	18. Chứng minh rằng $a, b, c > 0$ ta có: $(a+b+c) \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) \geq \frac{9}{2}$. HD: $2(a+b+c) = (a+b) + (b+c) + (c+a)$.

19. Với $x > 1$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 9x + \frac{3x+1}{x-1}$.

Giải. Ta có: $y = 9(x-1) + 9 + \frac{3(x-1)+4}{x-1}$

$$\Rightarrow y = \underbrace{9(x-1)}_a + \underbrace{\frac{4}{x-1}}_b + 12$$

$$\Rightarrow y \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 2 \cdot \sqrt{9(x-1) \cdot \frac{4}{x-1}} + 12 = 24.$$

$\Rightarrow$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 24.

$$\text{Dấu "=" khi } 9(x-1) = \frac{4}{x-1} \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}.$$

20. Với $x > 1$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{2x+1}{x-1}$.

21. Với $x > 1$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + 1 + \frac{4}{x-3}$.

22. Với $x > -1$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2+x+4}{x+1}$.

23. Với $x > 2$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2-x+9}{x-2}$.

24. Với $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{(2x+5)(5x+14)}{x}$.

25. Với $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$.

Giải. Sử dụng $y = mx + \frac{n}{x^2} = \frac{mx}{2} + \frac{mx}{2} + \frac{n}{x^2}$

$$y = \frac{3x}{2} + \frac{3x}{2} + \frac{4}{x^2} \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{3x}{2} \cdot \frac{3x}{2} \cdot \frac{4}{x^2}} = 3\sqrt[3]{9}.$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của y là $3\sqrt[3]{9}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{3x}{2} = \frac{4}{x^2} \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

26. Với $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 5x + \frac{100}{x^2}$.

27. Với $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 5x + \frac{15}{x^3}$.

HD: $y = mx + \frac{n}{x^3} = \frac{mx}{3} + \frac{mx}{3} + \frac{mx}{3} + \frac{n}{x^3}$.

28. Với $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^2 + \frac{4}{x}$.

HD: $y = mx^2 + \frac{n}{x} = mx^2 + \frac{n}{2x} + \frac{n}{2x}$.

29. Với $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 4x^2 + \frac{16}{x}$.

30. Với $x > 0$, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8x^3 + \frac{16}{x}$.

31. Với $x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$, hãy tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(5 - 2x)$.

Giải. Áp dụng $a + b \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow ab \leq \frac{(a + b)^2}{4}$

$$\text{Ta có: } y = x(5 - 2x) = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{(2x)}_a \cdot \underbrace{(5 - 2x)}_b$$

$$\Rightarrow y \stackrel{\text{Cauchy}}{\leq} \frac{1}{2} \cdot \frac{[(2x) + (5 - 2x)]^2}{4} = \frac{25}{8}.$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\frac{25}{8}$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } 2x = 5 - 2x \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}.$$

32. Với $x \in \left[0; \frac{9}{5}\right]$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $y = 4x(9 - 5x)$.

33. Với $0 \leq x \leq 3$ và $0 \leq y \leq 4$, tìm giá trị lớn nhất của $P = (3 - x)(4 - y)(2x + 3y)$.

34. Với mọi $x \in [-2; 2]$, hãy tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x| \cdot \sqrt{4 - x^2}$.

35. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x - 2} + \sqrt{6 - x}$.

Lời giải. Tập xác định $\mathcal{D} = [2; 6]$.

$$\text{Vì } y \geq 0 \Rightarrow y^2 = 4 + 2\sqrt{(x - 2)(6 - x)} \geq 4.$$

$$\Rightarrow y \geq 2 \Rightarrow \min y = 2 \text{ khi } x = 2 \text{ hoặc } x = 6.$$

$$\text{Ta lại có } y^2 = 4 + 2\sqrt{\underbrace{(x - 2)}_a \cdot \underbrace{(6 - x)}_b}$$

$$\Rightarrow y^2 \leq 4 + (x - 2) + (6 - x) = 8 \Rightarrow y \leq 2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow \max y = 2\sqrt{2} \text{ khi } x - 2 = 6 - x \Leftrightarrow x = 4.$$

Kết luận: $\min y = 2$ và $\max y = 2\sqrt{2}$.

36. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x - 1} + \sqrt{5 - x}$.

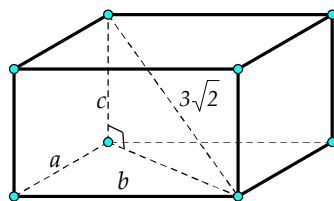
37. Một công ty đang lập cải tiến sản phẩm và xác định rằng tổng chi phí dành cho việc cải tiến là $C(x) = 2x + 4 + \frac{2}{x-6}$, ($x > 6$) trong đó x là số sản phẩm được cải tiến. Tìm số sản phẩm mà công ty cần cải tiến để tổng chi phí là thấp nhất ?

38. Độ giảm huyết áp của bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x (mg) là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân. Tính liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất và tính độ giảm đó ?

39. Hình chữ nhật có chu vi không đổi là 8m. Tìm diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình chữ nhật đó.

40. Cho tam giác vuông có tổng một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng 2. Tìm độ dài ba cạnh của tam giác sao cho diện tích của tam giác lớn nhất.

41. Tìm $V_{\max}$ là giá trị lớn nhất của thể tích các khối hộp chữ nhật có đường chéo bằng $3\sqrt{2}\text{cm}$ và diện tích toàn phần bằng 18cm^2 .



Chuyên đề 6. Hệ trục tọa độ Oxy

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;2)$, $B(3;5)$, $C(-2;-3)$.

a) Chứng minh A , B , C tạo thành một tam giác. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC . Tính $\cos$ góc C và cho biết góc C là góc nhọn hay tù ?

Chứng minh A , B , C tạo thành một tam giác:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2; -3) \\ \overrightarrow{AC} = (-3; -5) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{-3} \neq \frac{-3}{-5} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \text{ không cùng phương } \overrightarrow{AC}$$

Suy ra A , B , C tạo thành một tam giác.

Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC :

$$\text{Ta có } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1 + 3 + (-2)}{3} = \frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{2 + 5 + (-3)}{3} = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Tính $\cos$ góc C : Ta có $\overrightarrow{CA} = (3; 5)$, $\overrightarrow{CB} = (5; 8)$

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = |\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \cdot \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CA}| \cdot |\overrightarrow{CB}|} = \frac{3 \cdot 5 + 5 \cdot 8}{\sqrt{3^2 + 5^2} \cdot \sqrt{5^2 + 8^2}} = \frac{55}{\sqrt{3026}}.$$

Vì $\cos C > 0 \Rightarrow$ góc C là góc nhọn.

b) Tìm giao điểm E của trục hoành với AC .
(tìm tọa điểm E trên trục hoành sao cho E , A , C thẳng hàng).

Vì $E \in Ox$ nên gọi $E(x_E; 0)$ và $E \in AC$ nên E , A , C thẳng hàng.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AE} = (x_E - 1; -2).$$

Để E , A , C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AE}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AE} = k \cdot \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow \frac{x_E - 1}{-3} = \frac{-2}{-5} \Rightarrow x_E = -\frac{1}{5}.$$

Kết luận: $E\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

c) Tìm giao điểm F của trục tung với BC .
(Tìm tọa điểm F trên trục tung sao cho F , B , C thẳng hàng).

Vì $F \in Oy$ nên gọi $F(0; y_F)$ và $F \in BC$ nên F , B , C thẳng hàng.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{BF} = (-3; y_F - 5).$$

Để F , B , C thẳng hàng thì $\overrightarrow{BF}$ cùng phương với $\overrightarrow{CB} \Rightarrow \overrightarrow{BF} = k \cdot \overrightarrow{CB}$

$$\Rightarrow -\frac{3}{5} = \frac{y_F - 5}{8} \Rightarrow y_F = \frac{1}{5}.$$

Kết luận: $F\left(0; \frac{1}{5}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

☛ **Cần nhớ:** $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} = k \cdot \vec{b} \Rightarrow \frac{\text{Hoành}}{\text{Hoành}} = \frac{\text{Tung}}{\text{Tung}}.$

Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. Diện tích $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; -3)$, $B(-2; 4)$, $C(5; 1)$.	
a) Chứng minh A , B , C tạo thành một tam giác. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC . Tính $\cos$ góc A và cho biết góc A là góc nhọn hay tù ? Tìm chu vi và diện tích của tam giác.	
b) Tìm giao điểm của trục hoành với AC .	c) Tìm giao điểm của trục tung với BC .
d) Tìm tọa độ điểm E thuộc trục hoành sao cho A , E , G thẳng hàng.	

3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(10;1)$, $B(-7;-2)$, $C(1;3)$.

a) Chứng minh A , B , C tạo thành một tam giác. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC . Tính $\cos$ góc B và cho biết góc B là góc nhọn hay tù ? Tìm chu vi và diện tích của tam giác.

b) Tìm giao điểm của trục hoành với AC .

c) Tìm giao điểm của trục tung với BC .

d) Tìm tọa độ điểm E thuộc trục tung sao cho A , E , G thẳng hàng.

4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;2)$, $B(1;-1)$.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành và N thuộc trục tung sao cho tam giác AMN nhận B là trọng tâm.

Giải. Gọi $M(x_M;0) \in Ox$ và $N(0;y_N) \in Oy$.

Để tam giác AMN nhận B là trọng tâm, nghĩa là B là trọng tâm $\triangle AMN$:

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_M + x_N}{3} \\ y_B = \frac{y_A + y_M + y_N}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{3 + x_M + 0}{3} \\ -1 = \frac{2 + 0 + y_N}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_N = -5 \end{cases} \Rightarrow M(0;0), N(0;-5).$$

Kết luận: $\begin{cases} M(0;0) \\ N(0;-5) \end{cases}$.

b) Hãy tìm tọa độ điểm E thuộc đường thẳng $d : 2x + 4y - 3 = 0$ để ba điểm A, B, E thẳng hàng.

Giải. Vì $E \in d : 2x + 4y - 3 = 0$

$$\Rightarrow 2x_E + 4y_E - 3 = 0 \Leftrightarrow y_E = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}x_E$$

$$\Rightarrow E\left(x_E; \frac{3}{4} - \frac{1}{2}x_E\right).$$

$$\text{Có } \overrightarrow{AB} = (-2; -3), \overrightarrow{AE} = \left(x_E - 3; \frac{1}{2}x_E - \frac{5}{4}\right).$$

Để A, B, E thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương

$$\text{với } \overrightarrow{AE} \Rightarrow \frac{-2}{x_E - 3} = \frac{-3}{\frac{1}{2}x_E - \frac{5}{4}}$$

$$\Rightarrow x_E = \frac{13}{4} \Rightarrow y_E = -\frac{7}{8} \Rightarrow E\left(\frac{13}{4}; -\frac{7}{8}\right).$$

5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-2)$, $B(2;-1)$.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành và N thuộc trục tung sao cho tam giác AMN nhận B là trọng tâm.

b) Hãy tìm tọa độ điểm E thuộc đường thẳng $d : 2x + y - 1 = 0$ để ba điểm A, B, E thẳng hàng.

6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(5;1)$, $B(-3;-2)$.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành và N thuộc trục tung sao cho tam giác BMN nhận A là trọng tâm.

b) Hãy tìm tọa độ điểm E thuộc đường thẳng $d : x - y - 3 = 0$ sao cho ba điểm A , B , E thẳng hàng.

7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;4)$, $B(-2;2)$.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành và N thuộc trục tung sao cho tam giác BMN nhận A là trọng tâm.

b) Hãy tìm tọa độ điểm E thuộc đường thẳng $d : 4x - 2y - 5 = 0$ để ba điểm A , B , E thẳng hàng.

8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2;3)$, $B(0;2)$, $C(4;-1)$.

a) Hãy tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= (-2; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}. \\ \overrightarrow{AC} &= (2; -4) \Rightarrow AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}. \\ \overrightarrow{BC} &= (4; -3) \Rightarrow BC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5. \end{aligned}$$

Nhận thấy $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên theo Pitago đảo thì tam giác ABC vuông tại A .

Chu vi ΔABC : $C_{ABC} = AB + AC + BC$

$$= \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 5 = 3\sqrt{5} + 5.$$

Diện tích tam giác ABC :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 5.$$

b) Tìm tọa độ tâm I và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Vì tam giác ABC vuông tại A nên tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nằm tại trung điểm cạnh huyền BC .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{2 + (-1)}{2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(2; \frac{1}{2}\right).$$

R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác

$$ABC \Rightarrow R = IA = IB = IC = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}.$$

Kết luận: Tâm $I\left(2; \frac{1}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{5}{2}$.

c) Tìm tọa độ điểm J là điểm đối xứng của A qua I .

Ta có J là điểm đối xứng của A qua $I \Rightarrow I$ là trung điểm AJ nên

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_J}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_J}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{2 + x_J}{2} \\ \frac{1}{2} = \frac{3 + y_J}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_J = 2 \\ y_J = -2 \end{cases}$$

Kết luận: $J(2; -2)$.

b) Hãy tìm tọa độ K là giao điểm của hai đường chéo trong hình bình hành $ABCD$.

Vì K là giao điểm của hai đường chéo trong $ABCD$ nên K là trung điểm của AC .

$$\begin{cases} x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \\ y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3 + (-1)}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow K(3; 1).$$

Kết luận: $K(3; 1)$.

9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;-1)$, $B(5;-3)$, $C(2;0)$.

a) Hãy tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ tâm I và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

c) Tìm tọa độ điểm J là điểm đối xứng của A qua I .

b) Hãy tìm tọa độ K là giao điểm của hai đường chéo trong hình bình hành $ABCD$.

10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;-1)$, $B(5;1)$, $C(3;5)$.

a) Hãy tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ tâm I và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

c) Tìm tọa độ điểm J là điểm đối xứng của C qua B .

b) Hãy tìm tọa độ H là giao điểm của hai đường chéo trong hình bình hành $ABDC$.

11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(4;1)$, $B(1;4)$, $C(2;-1)$.

a) Hãy tính chu vi và diện tích của tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ tâm I và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

c) Tìm tọa độ điểm J là điểm đối xứng của A qua B .

b) Hãy tìm tọa độ F là giao điểm của hai đường chéo trong hình bình hành $ABCD$.

12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;2)$, $B(1;-1)$.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho tam giác ABM vuông tại M .

Giải. Vì $M \in Ox$ nên gọi $M(x_M;0)$.

Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x_M - 3; -2) \\ \overrightarrow{BM} = (x_M - 1; 1) \end{cases}$$

Để tam giác ABM vuông tại M thì

$$\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_M - 3)(x_M - 1) - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_M^2 - 4x_M + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 - \sqrt{3} \\ x_M = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Do đó: $M(2 - \sqrt{3};0)$ hoặc $M(2 + \sqrt{3};0)$.

b) Tìm tọa độ điểm N thuộc trục tung sao cho tam giác ABN vuông tại A .

Giải. Vì $N \in Oy$ nên gọi $N(0;y_N)$.

Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AN} = (-3; y_N - 2) \\ \overrightarrow{AB} = (-2; -3) \end{cases}$$

Để tam giác ABN vuông tại A thì

$$\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3) \cdot (-2) + (y_N - 2) \cdot (-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 - 3y_N + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow y_N = 4.$$

Vậy $N(0;4)$ là điểm thỏa yêu cầu bài toán.

13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-3)$, $B(2;5)$.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho tam giác ABM vuông tại M .

b) Tìm tọa độ điểm N thuộc trục tung sao cho tam giác ABN vuông tại A .

14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;-1)$, $B(3;-2)$ và O là gốc tọa độ.

a) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho tam giác OBM vuông tại B .

b) Tìm tọa độ điểm N thuộc trục tung sao cho tam giác ABN vuông tại A .

15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;3)$, $B(2;-1)$, $C(2;-3)$.

a) Hãy tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Giải. Gọi $H(x_H; y_H)$ là trực tâm ΔABC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{Có } \overrightarrow{AH} = (x_H - 1; y_H - 3) \text{ và } \overrightarrow{BC} = (0; -2)$$

$$\overrightarrow{BH} = (x_H - 2; y_H + 1) \text{ và } \overrightarrow{AC} = (1; -6).$$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} -2(y_H - 3) = 0 \\ x_H - 2 - 6(y_H + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_H = 3 \\ x_H = 26 \end{cases}.$$

Suy ra $H(3;26)$.

Kết luận: $H(3;26)$ thỏa yêu cầu bài toán.

b) Gọi K là hình chiếu vuông góc của C lên cạnh AB . Tìm tọa độ của K .

Giải. Gọi $K(x_K; y_K)$ là hình chiếu vuông góc của C lên cạnh AB .

$\Rightarrow CK \perp AB$ và K, A, B thẳng hàng.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{CK} = (x_K - 2; y_K + 3), \overrightarrow{AB} = (1; -4)$$

$$\text{Vì } CK \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{CK} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

$$\Leftrightarrow x_K - 2 - 4(y_K + 3) = 0 \Leftrightarrow x_K = 4y_K + 14$$

Mà $\overrightarrow{AK} = (x_K - 1; y_K - 3)$ và $\overrightarrow{AB} \uparrow \overrightarrow{AK}$ nên

$$\frac{x_K - 1}{y_K - 3} = \frac{1}{-4} \Leftrightarrow \frac{4y_K + 14 - 1}{y_K - 3} = \frac{1}{-4}$$

$$y_K = -\frac{49}{17} \Rightarrow x_K = \frac{434}{17} \Rightarrow K\left(\frac{434}{17}; -\frac{49}{17}\right).$$

16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(3;8)$, $B(7;-2)$, $C(1;1)$.

a) Hãy tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

b) Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh BC . Tìm tọa độ điểm K .

17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2;-4)$, $B(5;0)$, $C(3;2)$.

a) Hãy tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

b) Gọi E là trung điểm HC . Tìm tọa độ điểm D sao cho O là trực tâm tam giác AEC .

18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(3;8)$, $B(7;-2)$, $C(1;1)$.

a) Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ điểm $N \in d : 2x - y + 4 = 0$ để tam giác ABN cân tại A .

Giải. Gọi $I(x_I; y_I)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow R = IA = IB = IC$.

$$\begin{aligned} \bullet \quad AI &= \sqrt{(x_I - 3)^2 + (y_I - 8)^2} \\ \bullet \quad BI &= \sqrt{(x_I - 7)^2 + (y_I + 2)^2} \\ \bullet \quad CI &= \sqrt{(x_I - 1)^2 + (y_I - 1)^2} \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x_I - 3)^2 + (y_I - 8)^2 = (x_I - 7)^2 + (y_I + 2)^2 \\ (x_I - 3)^2 + (y_I - 8)^2 = (x_I - 1)^2 + (y_I - 1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6x_I - 16y_I + 73 = -14x_I + 4y_I + 53 \\ -6x_I - 16y_I + 73 = -2x_I - 2y_I + 2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } x_I = \frac{95}{16} \text{ và } y_I = \frac{27}{8}.$$

$$\Rightarrow \text{Tâm } I\left(\frac{95}{16}; \frac{27}{8}\right) \text{ và } R = IA = \frac{\sqrt{7685}}{16}.$$

Giải. Gọi $N(a; 2a + 4) \in d : 2x - y + 4 = 0$.

Vì ΔABN cân tại A nên $AN = AB$.

19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-2;-3)$, $B(-2;4)$, $C(5;1)$.

a) Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ điểm $N \in d : x - 3y + 10 = 0$ để tam giác ABN cân tại N .

20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(2;3)$, $B(3;2)$, $C(4;-1)$.

a) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Giải. Gọi $D(x_D; y_D)$ là đỉnh thứ tư của hình

bình hành $ABCD \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad (*)$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; -1) \\ \overrightarrow{DC} = (4 - x_D; -1 - y_D) \end{cases}$$

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} 1 = 4 - x_D \\ -1 = -1 - y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 0 \end{cases} \Rightarrow D(3;0).$$

b) Tìm tọa độ điểm I thuộc trục hoành sao cho $ABCI$ là hình thang nhận AB là đáy.

Giải. Vì $I \in Ox$ nên gọi $I(x_I; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{CI} = (x_I - 4; 1)$.

Để $ABCI$ là hình thang nhận AB là đáy thì

$$\overrightarrow{AB} \uparrow \overrightarrow{CI} \Rightarrow \frac{1}{x_I - 4} = \frac{-1}{1} \Rightarrow x_I = 3.$$

Vậy $I(3;0)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

c) Tìm tọa độ điểm J là chân đường phân giác trong của góc A trong tam giác ABC .

Giải. Gọi $J(x_J; y_J)$ là chân đường phân giác trong của $\hat{A} \Rightarrow \frac{BJ}{CJ} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \overrightarrow{BJ} = \frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{JC}$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2} \\ \overrightarrow{AC} = (2; -2) \Rightarrow AC = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{JC}.$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \overrightarrow{BJ} = (x_J - 3; y_J - 2) \\ \overrightarrow{CJ} = (4 - x_J; -1 - y_J) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} \overrightarrow{CJ} = \left(2 - \frac{1}{2}x_J; -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}y_J \right) \Rightarrow \begin{cases} x_J - 3 = 2 - \frac{1}{2}x_J \\ y_J - 2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}y_J \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_J = \frac{10}{3} \\ y_J = 1 \end{cases} \Rightarrow J\left(\frac{10}{3}; 1\right) \text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;-1)$, $B(5;-3)$, $C(2;0)$.

a) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

b) Tìm tọa độ điểm I thuộc trục hoành sao cho $ABCI$ là hình thang nhận AB là đáy.

c) Tìm tọa độ điểm J là chân đường phân giác trong của góc A trong tam giác ABC .

22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(-1;-4)$, $B(1;2)$, $C(-8;-5)$.

- a) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành. b) Tìm tọa độ điểm I thuộc trục hoành sao cho $BACI$ là hình thang nhận AB là đáy.

--	--

- c) Tìm tọa độ điểm J là chân đường phân giác trong của góc A trong tam giác ABC .

--	--

23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(10;5)$, $B(3;2)$, $C(6;-5)$.

- a) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành. b) Tìm tọa độ điểm I thuộc trục hoành sao cho $ABCI$ là hình thang nhận AB là đáy.

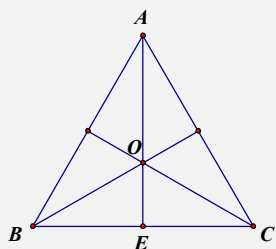
--	--

- c) Tìm tọa độ điểm J là chân đường phân giác trong của góc A trong tam giác ABC .

--	--

Chuyên đề 7. Tích vô hướng & Hệ thức lượng

1. Cho tam giác ABC đều cạnh a , tâm O . Hãy tính:



Cần nhớ: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$

Bình phương vô hướng: $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$

$\Rightarrow (\vec{a} \pm \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 \pm 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2$ và $|\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$.

a) $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

Ta có $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}| \cos(\vec{AB}, \vec{AC})$

$$= AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

b) $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$

Ta có: $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\vec{BA} \cdot \vec{BC}$

$$= -|\vec{BA}| \cdot |\vec{BC}| \cos(\vec{BA}, \vec{BC})$$

$$= -BA \cdot BC \cdot \cos 60^\circ = -a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = -\frac{a^2}{2}.$$

b) $(\vec{OB} + \vec{OC})(\vec{AB} - \vec{AC})$.

c) $(\vec{AB} + 2\vec{AC})(\vec{AB} - 3\vec{BC})$.

2. Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn $BC = 3a$, đáy nhỏ $AD = a$, đường cao $AB = 2a$.

b) $(\vec{OB} + \vec{OC})(\vec{AB} - \vec{AC})$.

c) Gọi I là trung điểm CD . Tính $(\vec{AI}; \vec{BD})$.

3. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $BC = 19$ và $AC = 15$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp của tam giác ABC .

Lời giải. Nửa chu vi $p = \frac{19 + 15 + 6}{2} = 20$.

$$\text{Diện tích } S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ = \sqrt{20(20-19)(20-15)(20-6)} = 10\sqrt{14}.$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC :

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{19 \cdot 15 \cdot 6}{4 \cdot 10\sqrt{14}} = \frac{171\sqrt{14}}{56}.$$

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC :

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{10\sqrt{14}}{20} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

4. Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 4$ và $CA = 2\sqrt{7}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp của tam giác ABC .

5. Cho tam giác ABC có $AB = 10$, $AC = 16$ và $BC = 14$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp, của tam giác ABC .

6. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 7$ và $BC = 10$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp, của tam giác ABC .

7. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 8$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính h_a , R , r với R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC .

Lời giải. Theo định lý hàm cos, ta có:

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ &= 64 + 36 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow a = 7. \end{aligned}$$

Diện tích tam giác ABC :

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}.$$

Đường cao xuất phát từ đỉnh A :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{3}}{7} = \frac{20\sqrt{3}}{7}.$$

Áp dụng định lý hàm sin, suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC :

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{7}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Nửa chu vi } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{7+8+6}{2} = \frac{21}{2}.$$

Bán kính đường tròn nội tiếp ABC :

$$S_{\Delta ABC} = pr \Rightarrow r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{3}}{21} = \frac{20\sqrt{3}}{21}.$$

9. Cho tam giác ABC có $AB = 13$, $AC = 14$ và $BC = 15$. Tính diện tích tam giác ABC , $\sin A$, độ dài đường trung tuyến kẻ từ C của tam giác ABC .

8. Cho tam giác ABC có $AB = 6$, $AC = 10$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính h_a , R , r với R , r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC .

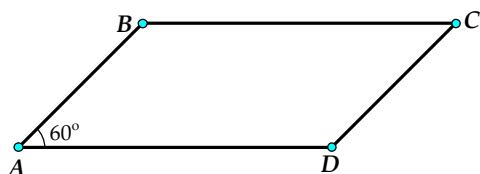
10. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 7$ và $BC = 8$. Tính diện tích tam giác ABC , $\sin A$, độ dài đường trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC .

11. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 2a$, $AC = 3a$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm BC .

- a) Tính cạnh BC , trung tuyến AM và bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.
- b) Gọi N là điểm trên cạnh AC sao cho $5\vec{NA} + 7\vec{NC} = \vec{0}$. CM: $AM \perp BN$.

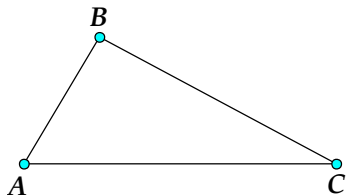
12. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 5a$, $AD = 8a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$.

- a) Tính các tích vô hướng: $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$, $\vec{AC} \cdot \vec{AD}$.
- b) Tính độ dài đoạn BD và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .



13. Cho tam giác ABC có $AB = 10\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$.

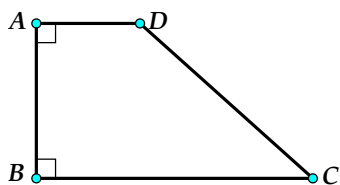
- a) Hãy tính số đo góc $\widehat{BAC}$, tính diện tích tam giác ABC , tính bán kính đường tròn ngoại tiếp R và tính bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác ABC .



- b) Gọi M là trung điểm BC và G là trọng tâm tam giác ABC . Tính độ dài AM và tích vô hướng $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC}$.

14. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A và B với $BC = 3a$, $AD = a$ và $AB = 2a$.

Tính: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$; $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.



15. Cho tam giác ABC có $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Gọi M là điểm thỏa mãn:
 $\overrightarrow{3AM} = \overrightarrow{AC}$.

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM}$.

b) Tính độ dài BM và cosin của góc $\widehat{ABM}$.

16. Cho tam giác $\triangle ABC$ có $AB = 6$, $AC = 5$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi I thỏa mãn đẳng thức
 vécto: $\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

a) Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AI}$.

b) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và độ dài đoạn thẳng AI .

17. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 8$, $A = 60^\circ$.

a) Tính độ dài cạnh BC của tam giác.

b) Gọi K là trung điểm BC . Tính $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{BC}$.

18. Cho tam giác ABC .

a) Gọi M , D lần lượt là trung điểm BC , AM .

Chứng minh: $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

b) Biết $AB = 2$, $AC = 3$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$.

Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

19. Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 8$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$.

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và độ dài BC .

b) G là trọng tâm $\triangle ABC$. Tính $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC}$.

ĐỀ SỐ 01 – THPT BÌNH HƯNG HÒA (2017 – 2018)

Câu 1. (4,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 2x - 3.$

b) $3\sqrt{x^2 + 4x - 5} = x^2 + 4x - 9.$

c) $\frac{x+2}{4} - \frac{1}{x-2} = \frac{x-6}{4(x-2)}.$

d) $x^2 + 3x\sqrt{x+1} = \frac{27}{4}(x+1).$

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Câu 3. (1,0 điểm) Tìm tham số m để phương trình $x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$.

Câu 4. (1,0 điểm) Chứng minh rằng $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ với mọi $a, b, c > 0$.

Câu 5. (3,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-1;3)$, $B(-4;-5)$ và $C(1;-2)$.

a) Chứng tỏ A, B, C là ba đỉnh của tam giác và tìm trọng tâm G của $\triangle ABC$.

b) Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành. Tìm tọa độ trực tâm H của $\triangle ABC$.

c) Tìm tọa độ điểm M thuộc trục hoành sao cho $\left| 2\vec{MA} + \vec{MC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐỀ SỐ 02 – THPT TRẦN PHÚ (2017 – 2018)

Câu 1. (1,0 điểm) Cho ba tập hợp: $A = (-4;4)$, $B = [4;6]$, $C = (0;8)$. Tìm $(A \cup B) \cap C$.

Đáp số: $(A \cup B) \cap C = (0;6]$.

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x+1} + \frac{|x|}{|x|-2}$.

Đáp số: $\mathcal{D} = [-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 3. (1,0 điểm) Cho đường thẳng $d : y = x - 1$ và parabol $(P) : y = x^2 - 2x$. Gọi I là đỉnh của (P) và M là điểm trên d sao cho $MI = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Tìm tọa độ điểm M .

Đáp số: $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2(m-2) = 0$ (1). Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1 , x_2 và tìm tham số m để biểu thức $A = \left|(x_1 + x_2)^2 - 8x_1x_2 + 1\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Đáp số: A đạt giá trị nhỏ nhất bằng 1 khi $m = 3$.

Câu 5. (1,0 điểm) Giải phương trình $(x + 1)(\sqrt{4x + 1} - 1) = 0$.

Đáp số: $x = 0$.

Câu 6. (1,0 điểm) Giải phương trình $3\sqrt{x^2 - 4x + 5} + x^2 - 4x + 1 = 0$.

Đáp số: $x = 2$.

Câu 7. (1,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{8}{x-2}$ khi $x > 2$.

Đáp số: Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ bằng 5 tại $x = 6$.

Câu 8. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$, góc $A = 30^\circ$. Tính độ dài cạnh BC , bán kính đường tròn ngoại tiếp và diện tích tam giác ABC .

Đáp số: $BC = 2$, $R = 2$, $S = \sqrt{3}$.

Câu 9. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$.
Hãy phân tích $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

Đáp số: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Câu 10. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC với $A(-1;1)$, $B(1;2)$, $C(3;-4)$. Gọi M là trung điểm BC , K là điểm trên đường thẳng AC sao cho $BK \perp AM$. Tìm tọa độ điểm K .

Đáp số: $K\left(-\frac{3}{11}; \frac{1}{11}\right)$.

ĐỀ SỐ 03 – THPT LÊ TRỌNG TẤN (2017 – 2018)

Câu 1. (1,0 điểm) Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{-x^4 + x^2 + 1}{x}$.

Đáp số: Hàm số lẻ

Câu 2. (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$.

Câu 3. (1,0 điểm) Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) đi qua $A(1;3)$ và có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$.

Đáp số: $(P): y = x^2 + x + 1$.

Câu 4. (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $5 + \sqrt{x+1} = x$.

b) $|x^2 - 6x + 3| = x - 3$.

Đáp số: $x = 8$.

Đáp số: $S = \{5; 6\}$.

c) $x^2 - 2x + \sqrt{(6-x)(4+x)} = 12.$

d) $\sqrt{3x+1} = 8 - \sqrt{x+1}.$

Đáp số: $S = \{-2; 4\}.$

Đáp số: $S = \{8\}.$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0$ (m tham số). Xác định

m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{6}.$

Đáp số: $m = -\frac{9}{11}.$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = 3, BC = 4, \widehat{ABC} = 120^\circ.$

a) Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}.$

b) Tính độ dài cạnh $AC.$

Đáp số: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -6.$

Đáp số: $AC = \sqrt{37}.$

Câu 7. (3,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(-2;0)$, $B(5;3)$ và $C(3;-2)$.

a) Chứng minh $\triangle ABC$ vuông cân.

b) Tìm điểm E sao cho A là trung điểm BE .

Đáp số: Tam giác vuông cân tại C .

Đáp số: $E(-9;-3)$.

c) Tìm tọa độ điểm M , N sao cho M , N chia đoạn AB thành 3 đoạn bằng nhau.

d) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Đáp số: $M\left(\frac{1}{3};1\right)$ và $N\left(\frac{8}{3};2\right)$.

Đáp số: $D(-4;-5)$.

e) Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp I và trực tâm H của tam giác ABC .

Đáp số: $I\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$.

ĐỀ SỐ 04 – THPT BÌNH TÂN (2017 – 2018)

Câu 1. (1,0 điểm) Xác định parabol $(P) : y = ax^2 + bx + 2$, biết (P) đi qua hai điểm $A(4;6)$ và $B(-1;-4)$.

Đáp số: $(P) : y = -x^2 + 5x + 2$.

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương.

Đáp số: $m > \frac{1}{2}$.

Câu 3. (1,0 điểm) Tìm tham số m để phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 2 = 0$ có hai nghiệm thỏa mãn $3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 7 = 0$.

Đáp số: $m = 2$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình $1 + \sqrt{3x - 2} = 2x$.

Đáp số: $x = \frac{3}{4}; x = 1$.

Câu 5. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41 \\ x - y = 1 \end{cases}.$$

Đáp số: $S = (x; y) = \{(-4; -5), (5; 4)\}.$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hai số $a, b \geq 4$. Chứng minh rằng $a\sqrt{b-4} + b\sqrt{a-4} \leq \frac{ab}{2}.$

Đáp số: Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi $a = b = 8.$

Câu 7. (1,0 điểm) Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh rằng $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}.$

Câu 8. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho ba điểm $A(-4;1), B(2;4), C(-1;-5)$. Tìm tọa độ điểm D biết $\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{CB}.$

Đáp số: $D(17;34).$

Câu 9. (1,0 điểm) Tìm tọa độ trực tâm H của $\triangle MNP$ với $M(1;2), N(-2;-1), P(3;1).$

Câu 10. (1,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ có trực tâm H và M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng: $4\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{MA} = BC^2.$

ĐỀ SỐ 05 – THPT NGUYỄN HỮU CẢNH (2017 – 2018)

Câu 1. (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 1$.

Câu 2. (1,0 điểm) Giải và biện luận phương trình $m^2x + m(x - 1) = 1$.

Câu 3. (3,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x-1}{x+1} + 1 = \frac{x}{x-2}$.

b) $|x^2 - 5x + 4| = x + 4$.

Đáp số: $S = \{0; 5\}$.

Đáp số: $S = \{0; 6\}$.

c) $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left| 2x - \frac{1}{x} \right| - 6 = 0.$

d) $2x^2 - 6x + 10 - 5(x - 2)\sqrt{x + 1} = 0.$

Đáp số: $S = \{\pm 0,5; \pm 1\}.$

Đáp số: $S = \{3; 8\}.$

Câu 4. (1,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 3m - 2 = 0$ với m là tham số.

Định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{3}{4}.$

Đáp số: $m = 1.$

Câu 5. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x^2 + y - x - 3 = 0 \end{cases}$$

Đáp số: $(x; y) = \{(1; 3); (2; 1)\}$.

Câu 6. (2,0 điểm) Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(2; 3)$, $B(4; 1)$, $C(-1; -2)$.

a) Tìm điểm D thỏa $\overrightarrow{2AD} = \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{BC}$.

b) CM: $\triangle ABC$ và tính diện tích $\triangle ABC$.

Đáp số: $D(8; 5)$.

Đáp số: $S = 8$.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho tam giác đều ABC , cạnh a . Trên hai cạnh AB , AC lần lượt lấy hai điểm M , N sao cho $AM = \frac{1}{3}AB$, $AN = \frac{1}{5}AC$. Chứng minh: $BN \perp CM$.

ĐỀ SỐ 06 – THPT TRẦN QUANG KHẢI (2017 – 2018)

Câu 1. (4,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $|x^2 + 5x - 9| = 2x + 1.$

b) $\sqrt{x^2 - 3x + 3} = 3x - 2.$

Đáp số: $S = \{1; 2\}.$

Đáp số: $S = \{1\}.$

c) $4x^2 + x + 4\sqrt{4x^2 + x - 4} - 9 = 0.$

d) $\sqrt{x + 1} + 1 = 4x^2 + \sqrt{3x}.$

Đáp số: $S = \left\{-\frac{5}{4}; 1\right\}.$

Đáp số: $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}.$

Câu 2. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0.$

a) Tìm tham số m để phương trình có hai nghiệm trái dấu

Đáp số: $m < \frac{2}{3}.$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4 + x_1 + x_2$.

Đáp số: $m = 0$.

Câu 3. (1,0 điểm) Với $a > 0, b > 0$, chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$.

Câu 4. (3,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2), B(-2;6), C(9;8)$.

a) Chứng minh rằng tam giác ABC vuông tại A .

b) Tìm M là trung điểm của AC và tính độ dài trung tuyến BM của tam giác ABC .

Đáp số: $M(5;5), BM = 5\sqrt{2}$.

c) Gọi N là điểm trên cạnh BC sao cho $\overrightarrow{BN} = 3\overrightarrow{NC}$. Tính diện tích tam giác ABN .

Đáp số: $S_{\triangle ABN} = \frac{3}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{75}{4}$.

ĐỀ SỐ 07 – THPT NGUYỄN THƯỢNG HIỀN (2017 – 2018)

Câu 1. (1,0 điểm) Xác định parabol $(P) : y = ax^2 + bx + c$, biết rằng nó đi qua gốc tọa độ O và có đỉnh $I(1; -4)$.

Đáp số: $(P) : y = 4x^2 - 8x$.

Câu 2. (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 3x + 2m - 2 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $4(x_1^2 + x_2^2) = 17|x_1 x_2|$.

Đáp số: $m = -1$ hoặc $m = \frac{43}{25}$.

Câu 3. (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = x^2 - 2x + 3$.

b) $\sqrt{2x - 7} + x^3 - \sqrt{x} = 343$.

Đáp số: $S = \{1\}$.

Đáp số: $S = \{7\}$.

Câu 4. (1,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x}{2} + \frac{8}{x-1}$ với $x > 1$.

Đáp số: Giá trị nhỏ nhất của y bằng $\frac{9}{2}$ khi $x = 5$.

Câu 5. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ với $A(0;4)$, $B(-6;1)$, $C(-2;8)$.

a) Chứng minh tam giác ABC tam giác vuông. Tìm tọa độ tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Đáp số: Tam giác ABC vuông tại A nên tâm $I\left(-4; \frac{9}{2}\right)$ là trung điểm BC và $R = \frac{\sqrt{65}}{2}$.

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho tam giác MAB vuông tại M .

Đáp số: $M_1(-3 + \sqrt{5}; 0)$ hoặc $M_2(-3 - \sqrt{5}; 0)$.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 2\sqrt{7}$ và $BC = 4$.

a) Tính góc B , bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và diện tích tam giác ABC .

Đáp số: $\hat{B} = 120^\circ$, $R = \frac{2\sqrt{21}}{3}$, $S_{ABC} = 2\sqrt{3}$.

b) Tính độ dài đường phân giác trong của góc B của tam giác ABC .

Đáp số: $BD = \frac{4}{3}$.

c) Tìm tập hợp các điểm M thỏa $(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = 0$.

Đáp số: $\overrightarrow{MI} \perp \overrightarrow{CB} \Rightarrow$ Tập hợp các điểm M là đường thẳng đi qua I và vuông góc với CB .

ĐỀ SỐ 08 – THPT HÀN THUYỀN (2017 – 2018)

Câu 1. (0,75 điểm) Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+3}}{x^2 + 2x - 8}$.

Đáp số: $\mathcal{D} = [-1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm parabol $(P) : y = ax^2 + bx + 2$, biết parabol có đỉnh $I(2; -2)$.

Đáp số: $(P) : x^2 - 4x + 2$.

Câu 3. (2,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\frac{2x-3}{x-1} + 5 = 3x$.

b) $x^2 + \left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2 = 8$.

Đáp số: $S = \{1\}$.

Đáp số: $S = \{7\}$.

c) $\sqrt{x+3} = 5 - 3\sqrt{2-x}$.

d) $2\sqrt{x^2 - 3x + 11} = 3x + 4 - x^2$.

Đáp số: $S = \left\{\frac{4}{3}; 2\right\}$.

Đáp số: $S = \{2; -1 \pm \sqrt{3}\}$.

Câu 4. (0,75 điểm) Giải và biện luận phương trình: $m^2(x - 2) + 7m = (6 - m)(x + m) - 2$.

Đáp số: $m = -3$: PTVN, $m = 2$: PT có nghiệm tùy ý, $m \neq -3, m \neq 2$: $x = \frac{m+1}{m+3}$.

Câu 5. (0,75 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} - \frac{5}{x-y} = 3 \\ \frac{8}{x+y} + \frac{15}{x-y} = 11 \end{cases}.$$

Đáp số: $(x; y) = \{(3; -2)\}$.

Câu 6. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(-1;1)$, $B(3;5)$, $C(2;-3)$.

a) Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành.

b) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Đáp số: $D(-2; -7)$.

Đáp số: $H\left(-\frac{15}{7}; \frac{8}{7}\right)$.

Câu 7. (2,5 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O , có cạnh bằng $AD = 3a$, $AB = 2a$. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $AM = \frac{1}{3}AD$.

a) Chứng minh rằng $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

b) Tính tích vô hướng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Đáp số: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4a^2$.

c) Gọi I là trung điểm của MC . Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BM}$ và $\overrightarrow{AI}$.

Đáp số: $(\overrightarrow{BM}; \overrightarrow{AI}) = 90^\circ$.

ĐỀ SỐ 09 – THPT NGUYỄN CHÍ THANH (2017 – 2018)

Câu 1. (1,0 điểm) Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \frac{|x - 2018| - |x + 2018|}{\sqrt{x^2 - 9}}$.

Câu 2. (1,0 điểm) Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) có trục đối xứng $x = 2$ và đi qua các điểm $A(4;2)$, $B(1;-1)$.

Câu 3. (1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 6} + 1 = 2x$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y + 8 = 0 \\ x^2 + y^2 + 6x + 2y = 0 \end{cases}$.

Câu 5. (1,0 điểm) Tính tuổi của cha hiện nay, biết rằng trước đây hai năm thì tuổi cha gấp bảy lần tuổi con và sau ba năm nữa thì tuổi cha chỉ còn gấp bốn lần tuổi con.

Câu 6. (1,0 điểm) Chứng minh $(a + 1)\sqrt{b} + (b + 1)\sqrt{a} \leq 1 + a + b + ab; \forall a, b \geq 0$.

Câu 7. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 8, \widehat{BAC} = 60^\circ$.

a) Tìm độ dài cạnh BC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

b) Tính diện tích tam giác ABC và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

Câu 8. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;3)$, $B(4;2)$. Chứng minh tam giác OAB vuông cân và tính diện tích tam giác OAB .

Câu 9. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(-2;3)$, $B(4;1)$ và $C(0;-3)$. Tìm tọa độ điểm A' là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

ĐỀ SỐ 10 – THPT TÂY THẠNH (2017 – 2018)

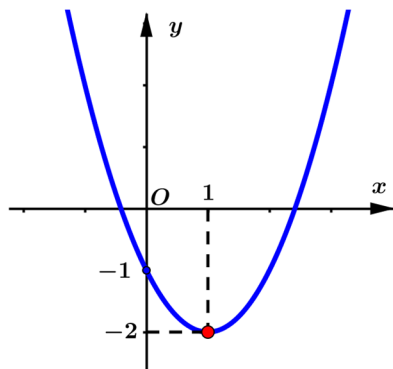
Câu 1. (1,0 điểm) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d : y = -2x$ và $(P) : y = 2x^2 - 2x - 2$.

Đáp số: $A(1; -2), B(-1; 2)$.

Câu 2. (1,0 điểm) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -2x^2 + 4x - 1$.

Đồ thị của parabol:

Câu 3. (1,0 điểm) Cho parabol $(P) : y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hãy trình bày cách tìm a , b , c và suy ra tổng $3a + b + c$.



Đáp số: $a = 1$, $b = -2$, $c = -1$ và $3a + b + c = 0$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + x - 2} = -x$.

Đáp số: $x = -2$.

Câu 5. (1,0 điểm) Giải phương trình $(x + 1)^4 - 3(x^2 + 2x) - 3 = 0$.

Đáp số: $x = -1, x = -1 + \sqrt{3}, x = -1 - \sqrt{3}$.

Câu 6. (1,0 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + (m^2 - 1)x - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt sao cho $x_1^2 - x_2^2 = 0$.

Đáp số: $m = -1, m = 1$.

Câu 7. (1,0 điểm) Tìm tham số m để phương trình $(m - 1)x^2 + (2m - 1)x + m = 0$ có nghiệm

Đáp số: $\forall m$.

Câu 8. (1,5 điểm) Cho tam giác ABC và điểm M trên cạnh AB sao cho $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, G là trọng tâm tam giác ACM .

a) Chứng minh: $3\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

b) Phân tích $\overrightarrow{GB}$ theo hai vectơ $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GC}$.

Đáp số: $\overrightarrow{GB} = -5\overrightarrow{GA} - 3\overrightarrow{GC}$.

Câu 9. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(0;2)$, $B(0;-3)$, $C(2;-1)$.

a) Tìm tọa độ G thỏa $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

b) Tìm tọa độ điểm $D \in Ox$ để $ABCD$ là hình thang với hai đáy là AB , CD .

Đáp số: $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Đáp số: $D(2;0)$.

ĐỀ SỐ 11 – THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG (2017 – 2018)

Câu 1. (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{2x^2 + 3x - 1} = x + 1$.

Câu 2. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = -1 \\ x + y - xy = 1 \end{cases}$$

Câu 3. (1,0 điểm) Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$), biết rằng (P) có đỉnh $I(2;1)$ và đi qua điểm $A(3;2)$.

Câu 4. (1,0 điểm) Cho phương trình $(x - 3)(x^2 - 2mx + m - 4) = 0$ (1) (m là tham số). Định m để phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt, trong đó có hai nghiệm dương và một nghiệm âm.

Câu 5. (1,0 điểm) Tìm các giá trị nguyên âm của m để hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = 2m + 1 \\ x + my = 3m \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho x, y là các số nguyên.

Câu 6. (1,0 điểm) Định m để bất phương trình $(m^2 + 2m - 3)x + 2m - 1 \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;2)$, $B(3;5)$ và $C(4;7)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Câu 8. (1,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = 7$, $BC = 8$, $BC = 13$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Câu 9. (1,5 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 3$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính độ dài BC , diện tích tam giác ABC , bán kính đường tròn ngoại tiếp và độ dài đường phân giác trong AD của tam giác ABC .

Câu 10. (0,5 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{1-x}$ với $0 < x < 1$.

ĐỀ SỐ 12 – THPT NGUYỄN THỊ MINH KHAI (2017 – 2018)

Câu 1. (3,0 điểm) Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $1 - \sqrt{5 - 3x + x^2} = 2x.$

Đáp số: $x = -1.$

b) $\sqrt{3x - 5} + \sqrt{x + 1} = 4 + 4x^2 - x^3 - 3x.$

Đáp số: $x = 3.$

c)
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}.$$

Đáp số: $(x; y) = \{(2; 1); (1; 2)\}.$

Câu 2. (2,0 điểm) Tìm tham số m sao cho:

a) Phương trình $m^2x = 4x - 2m + m^2$ có nghiệm tùy ý.

b) Phương trình $x^2 + 2mx + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2\sqrt{2}.$

Đáp số: $m = 2.$

Đáp số: $m = \pm\sqrt{6}.$

Câu 3. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x\sqrt{1-x^2}$ với $0 < x < 1$.

Câu 4. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC có K là trung điểm của BC . Gọi I, J là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ và $2\overrightarrow{JB} = \overrightarrow{JC}$.

a) Chứng minh rằng: ba điểm K, I, J thẳng hàng.

b) Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn:

$$|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|.$$

Đáp số: $\overrightarrow{KJ} = 3\overrightarrow{IK} \Rightarrow K, I, J$ thẳng hàng

Đáp số: Đường tròn tâm L , bán kính $\frac{1}{3}BC$.

Câu 5. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2;2), B(1;0), C(3;-3)$.

a) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

b) Tìm $D \in Oy$ để $ABCD$ là hình thang với đáy lớn là BC .

Đáp số: $H(13;12)$.

Đáp số: Không có điểm D thỏa giả thiết.

ĐỀ SỐ 13 – THPT BÙI THỊ XUÂN (2017 – 2018)

Câu 1. (3,0 điểm) Cho phương trình $(m - 1)x^2 - 2(m + 4)x + m + 1 = 0$.

a) Tìm m để phương trình trên có nghiệm.

Đáp số: $m \geq -\frac{17}{8}$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu sao cho $|x_1| = \frac{2}{|x_2|}$.

Đáp số: $m = \frac{1}{3}$.

c) Tìm tất cả giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 đều là các số nguyên.

Đáp số: $m = -1$ và thử lại.

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Giải và biện luận phương trình $m^2(x - 2) + 24 = 16x - 2m$ theo tham số m .

Đáp số: $m = 4 \Rightarrow S = \mathbb{R}, m = -4 \Rightarrow S = \emptyset, m \neq \pm 4 \Rightarrow S = \left\{ \frac{2(m+3)}{m+4} \right\}$.

b) Định m để hệ phương trình $\begin{cases} mx - 2y = m - 2 \\ (m - 1)^2 x - y = m^2 - 1 \end{cases}$ vô nghiệm.

Đáp số: $m = 2$.

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x + 2)^2 + 6(x + 2)y + 4y^2 = 20 \\ (x + 3)^2 = 2 - (2y + 1)^2 \end{cases}$.

Đáp số: $x = -4, y = -1$.

Câu 3. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; -4)$, $B(-3; -1)$, $C(1; -1)$ và G là trọng tâm tam giác ABC .

a) Tìm M thỏa $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BC}$.

b) Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Đáp số: $M(4;2)$.

Đáp số: $I(-1;-2)$.

Câu 4. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 5$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của AB và E là điểm trên cạnh AC sao cho $\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AE}$.

a) Tính CM và bán kính nội tiếp $\triangle AMC$.

b) Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Đáp số: $CM = \frac{\sqrt{79}}{2}$ và $S_{AMC} = \frac{15\sqrt{3}}{8}$.

Đáp số: $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{5}{4}$.

MỤC LỤC

	Trang
Chuyên đề 1. Parabol & một số vấn đề liên quan	1
Chuyên đề 2. Giải và biện luận phương trình bậc nhất	5
Chuyên đề 3. Bài toán chứa tham số trong phương trình bậc hai	7
Chuyên đề 4. Phương trình quy về phương trình bậc hai	13
Chuyên đề 5. Bất đẳng thức và GTLN, GTNN	23
Chuyên đề 6. Hệ trục tọa độ	29
Chuyên đề 7. Tích vô hướng và hệ thức lượng	42
Đề số 01. THPT Bình Hưng Hòa (2017 – 2018)	49
Đề số 02. THPT Trần Phú (2017 – 2018)	51
Đề số 03. THPT Lê Trọng Tấn (2017 – 2018)	53
Đề số 04. THPT Bình Tân (2017 – 2018)	56
Đề số 05. THPT Nguyễn Hữu Cánh (2017 – 2018)	58
Đề số 06. THPT Trần Quang Khải (2017 – 2018)	61
Đề số 07. THPT Nguyễn Thượng Hiền (2017 – 2018)	63
Đề số 08. THPT Hàn Thuyên (2017 – 2018)	66
Đề số 09. THPT Nguyễn Chí Thanh (2017 – 2018)	69
Đề số 10. THPT Tây Thạnh (2017 – 2018)	72
Đề số 11. THPT Chuyên Lê Hồng Phong (2017 – 2018)	74
Đề số 12. THPT Nguyễn Thị Minh Khai (2017 – 2018)	77
Đề số 13. THPT Bùi Thị Xuân (2017 – 2018)	79

Chúc các trò rèn luyện tốt và đạt kết quả cao trong kỳ thi sắp đến !