

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 28 tháng 9 năm 2022

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu I (4 điểm)

Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có đồ thị (C) .

- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua điểm $M(2;3)$.
- Tìm tất cả giá trị của a để qua điểm $A(a;-1)$ kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C) trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

Câu II (5 điểm)

1) Giải phương trình $x + 1 + 2\sqrt{x+2} = x^2 + 2\sqrt{x^2+1}$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = y\sqrt{y-1} \\ y^2 - 2x - 3y - \sqrt{9-y} = 6 \end{cases}$$

Câu III (2 điểm)

Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 sao cho các chữ số 1 và 2 xuất hiện hai lần, các chữ số còn lại xuất hiện một lần. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A . Tính xác suất để số được chọn có các chữ số giống nhau không đứng cạnh nhau.

Câu IV (3 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2; u_{n+1} = u_n^3 - 2u_n^2 + 2u_n; n = 1, 2, 3, \dots$

1) Chứng minh dãy số (u_n) là dãy số tăng.

2) Chứng minh
$$\frac{u_1}{u_1^2 - u_1 + 1} + \frac{u_2}{u_2^2 - u_2 + 1} + \dots + \frac{u_{2022}}{u_{2022}^2 - u_{2022} + 1} < 1.$$

Câu V (4 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD .
- Gọi M và N là hai điểm lần lượt nằm trên hai đoạn thẳng SD và BC thỏa mãn $\frac{MS}{MD} = \frac{NC}{NB}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN .

Câu VI (2 điểm)

Với a, b, c là các số thực dương, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{16}{a+b+c+1} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}.$$

----- Hết -----