

Họ và tên: Lớp: SBD:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Tập xác định của hàm số $f(x) = \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{(2k+1)\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

$f(x)$ xác định khi và chỉ khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $y = \tan x$ nghịch biến trong $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

B. $y = \cos x$ đồng biến trong $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

C. $y = \sin x$ đồng biến trong $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $y = \cot x$ đồng biến trong $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số $y = \sin x$ đồng biến.

Câu 3. Cho các hàm số $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

• $y = f(x) = \cos x$ là hàm số chẵn vì:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, nên $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x)$.

• $y = g(x) = \sin x$ là hàm số lẻ vì:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$, nên $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $g(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -g(x)$.

• $y = h(x) = \tan x$ là hàm số lẻ vì:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$, nên

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $h(-x) = \tan(-x) = -\tan x = -h(x)$.

• $y = k(x) = \cot x$ là hàm số lẻ vì:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$, nên

$\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ và $k(-x) = \cot(-x) = -\cot x = -k(x)$.

Câu 4. Chu kỳ của hàm số $y = 3 \sin 2x$ là số nào sau đây?

A. 0.

B. 2π .

C. 4π .

D. π .

Lời giải

Chọn D

Chu kì của hàm số $T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$.

Câu 5. Hàm số $y = 2\cos 3x + 3\sin 3x - 2$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương?

A. 7.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

TXD: $D = \mathbb{R}$

$$y = 2\cos 3x + 3\sin 3x - 2 = \sqrt{13} \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \cos 3x + \frac{3}{\sqrt{13}} \sin 3x \right) - 2$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{13} \sin \left(3x + \arccos \frac{3}{\sqrt{13}} \right) - 2$$

Để hàm số y có giá trị nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{13} \sin \left(3x + \arccos \frac{3}{\sqrt{13}} \right)$ nguyên

$$\Leftrightarrow \sin \left(3x + \arccos \frac{3}{\sqrt{13}} \right) = \frac{n}{\sqrt{13}} \text{ (với } n \text{ là một số nguyên)}$$

$$\text{Mà: } \sin \left(3x + \arccos \frac{3}{\sqrt{13}} \right) \in [-1; 1]$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{n}{\sqrt{13}} \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{13} \leq n \leq \sqrt{13}$$

Mà: $n \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow n = \{0; \pm 1; \pm 2 \pm 3\}$$

$\Rightarrow y$ có 3 giá trị nguyên dương.

Câu 6. Phương án nào sau đây là **sai** với mọi $k \in \mathbb{Z}$?

A. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

C. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$.

D. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} - k2\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Do đó đáp án B sai.

Câu 7. Phương trình nào sau đây luôn vô nghiệm?

A. $2020\cos x = 2019$.

B. $2019\sin x = 2020$.

C. $\tan^2 x - 3 = 0$.

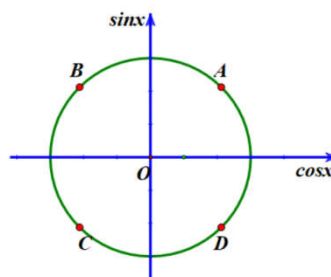
D. $2019\cot x = 2020$.

Lời giải

Chọn B

$$2019\sin x = 2020 \Leftrightarrow \cos x = \frac{2020}{2019}, \text{ phương trình vô nghiệm.}$$

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



A. Điểm A, điểm D.

B. Điểm C, điểm B.

C. Điểm D, điểm C.

D. Điểm A, điểm B.

Lời giải**Chọn A**

$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases}.$$

Câu 9. Phương trình $\sin 2x + 3\cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2018)$?

A. 642.

B. 643.

C. 641.

D. 1.

Lời giải.**Chọn A**

$$\sin 2x + 3\cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x \cdot \cos x + 3\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x \cdot (2\sin x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin x = -\frac{3}{2} \quad (\text{loại vì } \sin x \in [-1; 1]) \end{cases}$$

$$\text{Theo đề: } x \in (0; 2018) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k\pi < 2018 \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < 641,849\dots$$

$$\text{Suy ra: } k \in [0; 641].$$

Vậy phương trình có 642 nghiệm.

Câu 10. Trên đoạn $\left[-2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$, đồ thị hai hàm số $y = \tan x$ và $y = 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là: } \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Do } x = \frac{\pi}{4} + k\pi \in \left[-2\pi; \frac{5\pi}{2}\right] \text{ nên } -2\pi \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{9}{4} \leq k \leq \frac{9}{4} \Rightarrow k \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}.$$

$$\text{Vậy đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại 5 điểm trên đoạn } \left[-2\pi; \frac{5\pi}{2}\right].$$

Câu 11. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ trên đoạn $(0; 2\pi]$ bằng:

A. 0.

B. π .

C. 2π .

D. 3π .

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Phương trình tương đương với } \sin x = k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vì } -1 \leq \sin x \leq 1 \text{ nên suy ra } k = 0, \text{ khi đó phương trình trở thành } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = \ell\pi \quad (\ell \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2\pi) \longrightarrow x \in \{0; \pi\}. \text{ Suy ra tổng các nghiệm } 0 + \pi = \pi.$$

Câu 12. Phương trình $(\sqrt{3}\tan x - 1)(\sin^2 x + 1) = 0$ có tổng các nghiệm trên $(0; \pi)$ bằng:

A. $-\frac{2\pi}{3}$

B. $-\frac{\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{5\pi}{6}$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Điều kiện } \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Do $\sin^2 x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình đã cho tương đương với

$$\sqrt{3} \tan x - 1 = 0 \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in (0; \pi)$

Suy ra: $x = \frac{\pi}{6}$

Câu 13. Tập nghiệm của phương trình $\tan^2 x + 3 = 0$ là:

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \left\{\pm \frac{\pi}{3}\right\}$.

C. $S = \left\{\frac{\pi}{3}\right\}$.

D. $S = \left\{-\frac{\pi}{3}\right\}$.

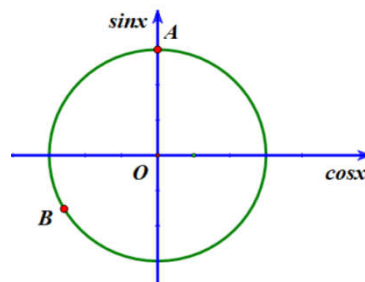
Lời giải

Chọn A

Ta có: $\tan^2 x + 3 \geq 3$

Suy ra: phương trình vô nghiệm.

Câu 14. Biết hai nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x - \sin x = -1$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là:



Tính $AB - OI$ với I là hình chiếu vuông góc của B trên OA bằng:

A. $\frac{3}{2}$

B. 3

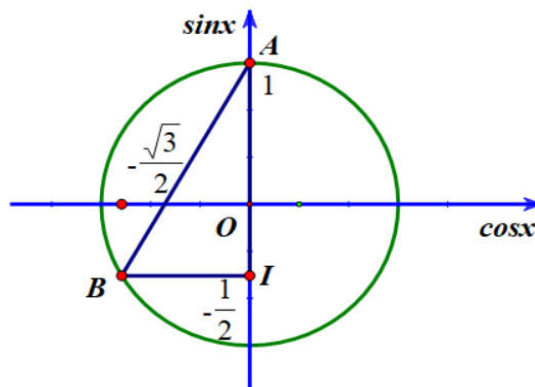
C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \sin x - \sqrt{3} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}.$$



$$AB = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = 3.$$

$$\text{Vậy: } AB - OI = \frac{3}{2}.$$

Câu 15. Phương trình $2\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 1$ tương đương với phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $\cos 2x - 2\sin 2x = 2$.

B. $\sin 2x - 2\cos 2x = 2$.

C. $\cos 2x - 2\sin 2x = -2$.

D. $\sin 2x - 2\cos 2x = -2$.

Lời giải**Chọn C**

Phương trình tương đương với $(2\sin^2 x + 2\cos^2 x) - 2.2\sin x \cos x + (2\cos^2 x - 1) = 0$
 $\Leftrightarrow 2 - 2\sin 2x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x - 2\sin 2x = -2.$

Câu 16. Cho phương trình: $3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = 2\sin x \cdot \sin 2x$. Gọi α là nghiệm nhỏ nhất thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình. Tính $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. 0. **D.** 1.

Lời giải**Chọn B**

Phương trình tương đương: $3\cos x + \cos 2x - \cos 3x + 1 = \cos x - \cos 3x \Leftrightarrow 2\cos x + \cos 2x + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}.$$

Vì $x \in (0; 2\pi)$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{2}; \pi, \frac{3\pi}{2}\right\}$. Nghiệm lớn nhất của phương là $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{Vậy } \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 17. Cho phương trình: $3\cos 4x - \sin^2 2x + \cos 2x - 2 = 0$. Nếu đặt $u = \cos 2x$ thì phương trình đã cho trở thành phương trình có dạng $au^2 + bu + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a > 0$. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 1$. **B.** $P = 2$. C. $P = 0$. **D.** $P = 3$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $3\cos 4x - \sin^2 2x + \cos 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3(2\cos^2 2x - 1) - \sin^2 2x + \cos 2x - 2 = 0$

Do đó phương trình tương đương với $7\cos^2 2x + \cos 2x - 6 = 0$

Nếu đặt $u = \cos 2x$ thì phương trình trở thành $7u^2 + u - 6 = 0$.

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ tại điểm là nghiệm của phương trình:

- A. $3\sin x + 4\cos x = 5$. **B.** $3\sin x + 4\cos x = -5$.
 C. $\cos x - 1 = 0$. **D.** $\cos x + 1 = 0$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có } y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2} \Leftrightarrow (y-1)\sin x + (y-2)\cos x = 1-2y \quad (*)$$

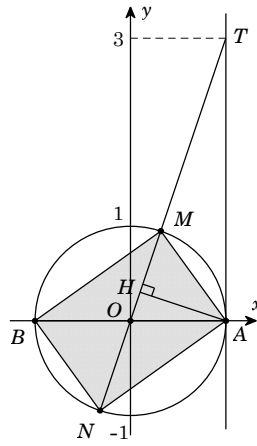
Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow (y-1)^2 + (y-2)^2 \geq (1-2y)^2 \Leftrightarrow y^2 + y - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1 lúc đó $-\cos x = -1$.

Câu 19. Tính diện tích của đa giác tạo bởi các điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải**Chọn B**



Điều kiện:
$$\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Ta có $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \tan x + \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} = 1$

$\Leftrightarrow \tan x - \tan^2 x + \tan x + 1 = 1 - \tan x$

$\Leftrightarrow \tan^2 x - 3\tan x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 0 \\ \tan x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

- Nghiệm $x = k\pi$ biểu diễn trên đường tròn lượng giác là hai điểm A, B .
- Nghiệm $x = \arctan 3 + k\pi$ biểu diễn trên đường tròn lượng giác là hai điểm M, N .

Ta có $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}MN \cdot AH = \frac{1}{2}MN \cdot \frac{AO \cdot AT}{\sqrt{AO^2 + AT^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \longrightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$

Câu 20. Biết rằng phương trình $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin 4x} + \dots + \frac{1}{\sin 2^{2018}x} = 0$ có nghiệm dạng $x = \frac{k2\pi}{2^a - b}$ với $k \in \mathbb{Z}$ và $a, b \in \mathbb{Z}^+, b < 2018$. Tính $S = a - b$.

A. $S = 2017$.

B. $S = 2018$.

C. $S = 2019$.

D. $S = 2020$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\sin 2^{2018}x \neq 0$.

Ta có $\cot a - \cot 2a = \frac{\cos a}{\sin a} - \frac{\cos 2a}{\sin 2a} = \frac{2\cos^2 a - \cos 2a}{\sin 2a} = \frac{1}{\sin 2a}.$

Do đó phương trình $\Leftrightarrow \left(\cot \frac{x}{2} - \cot x\right) + (\cot x - \cot 2x) + \dots + (\cot 2^{2017}x - \cot 2^{2018}x) = 0$

$\Leftrightarrow \cot \frac{x}{2} - \cot 2^{2018}x = 0$

$\Leftrightarrow \cot 2^{2018}x = \cot \frac{x}{2} \Leftrightarrow 2^{2018}x = \frac{x}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{2^{2019} - 1} \quad (k \in \mathbb{Z})$

$\longrightarrow \begin{cases} a = 2019 \\ b = 1 \end{cases} \longrightarrow S = a - b = 2018.$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Câu 21. Câu 25. (0,75 điểm) Giải phương trình: $1 - 2\sin x = 0$.

Câu 22. (0,75 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{3}\cos 2019x + \sin 2019x = 2\cos 2020x$.

Câu 23. (0,5 điểm) Giải phương trình: $2\sqrt{3}\sin x + 3\sqrt{3}\tan x = 2\cos x + 3$.

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN PHẦN TỰ LUẬN

Câu 21. $1 - 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \quad (0,25) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (0,25) \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (0,25) \end{cases}.$

Câu 22. $\sqrt{3}\cos 2019x + \sin 2019x = 2\cos 2020x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2019x + \frac{1}{2}\sin 2019x = \cos 2020x$

$$\cos\left(2019x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2020x \quad (0,25) \Leftrightarrow \begin{cases} 2019x - \frac{\pi}{6} = 2020x + k2\pi \\ 2019x - \frac{\pi}{6} = -2020x + k2\pi \end{cases} \quad (0,5).$$

Câu 23.

Điều kiện: $\cos x \neq 0$.

Đưa về phương trình tích: $(2\cos x + 3)(\sqrt{3}\sin x - \cos x) = 0 \quad (0,25)$

Giải ra kết quả kết luận đúng. (0,25).

THỐNG KÊ ĐIỂM KIỂM TRA

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	>5	<5