

TOÁN 11	HAI MẶT PHẪNG VUÔNG GÓC
1H3-4	

Contents

A. CÂU HỎI	1
DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	1
DẠNG 2. XÁC ĐỊNH QUAN HỆ VUÔNG GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG, MẶT PHẪNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG	4
Dạng 2.1 Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, đường thẳng vuông góc với đường thẳng	4
Dạng 2.2 Hai mặt phẳng vuông góc	4
DẠNG 3. XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG.....	6
Dạng 3.1 Góc của mặt phẳng bên với mặt phẳng đáy	6
Dạng 3.2 Góc của hai mặt phẳng bên	10
Dạng 3.3 Góc của hai mặt phẳng khác	13
DẠNG 4. MỘT SỐ CÂU HỎI LIÊN QUAN	15
B. LỜI GIẢI	18
DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT.....	18
DẠNG 2. XÁC ĐỊNH QUAN HỆ VUÔNG GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG, MẶT PHẪNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG	19
Dạng 2.1 Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, đường thẳng vuông góc với đường thẳng	19
Dạng 2.2 Hai mặt phẳng vuông góc	21
DẠNG 3. XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG.....	26
Dạng 3.1 Góc của mặt phẳng bên với mặt phẳng đáy	26
Dạng 3.2 Góc của hai mặt phẳng bên	42
Dạng 3.3 Góc của hai mặt phẳng khác	53
DẠNG 4. MỘT SỐ CÂU HỎI LIÊN QUAN	62

A. CÂU HỎI

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- C.** Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi góc giữa chúng bằng 0° .
- D.** Hai đường thẳng trong không gian cắt nhau khi và chỉ khi góc giữa chúng lớn hơn 0° và nhỏ hơn 90° .

Câu 2. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Góc giữa hai mặt phẳng bằng góc giữa hai đường thẳng tùy ý nằm trong mỗi mặt phẳng.
- B. Góc giữa hai mặt phẳng bằng góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.
- C. Góc giữa hai mặt phẳng luôn là góc nhọn.
- D. Góc giữa hai mặt phẳng bằng góc giữa hai vec tơ chỉ phương của hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

Câu 3. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
- B. Hình chóp tứ giác đều có các cạnh bên bằng nhau.
- C. Hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông.
- D. Hình chóp tứ giác đều có hình chiếu vuông góc của đỉnh lên đáy trùng với tâm của đáy.

Câu 4. Cho các đường thẳng a, b và các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. $\begin{cases} a \perp (\alpha) \\ a \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$

B. $\begin{cases} a \perp b \\ a \perp (\alpha) \end{cases} \Rightarrow b // (\alpha).$

C. $\begin{cases} a \perp b \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \perp (\beta).$

D. $\begin{cases} (\alpha) \perp (\beta) \\ a \subset (\alpha) \\ b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow a \perp b.$

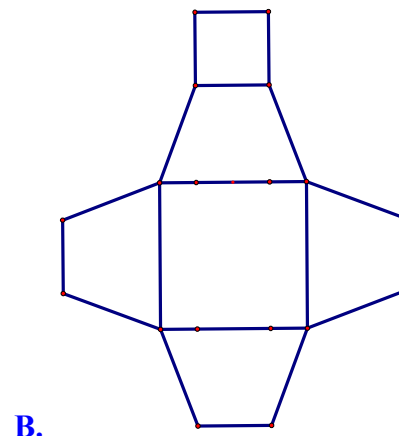
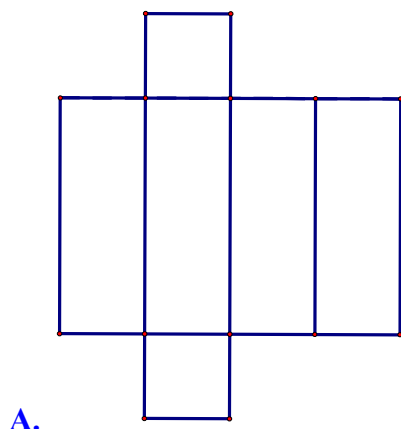
Câu 5. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?

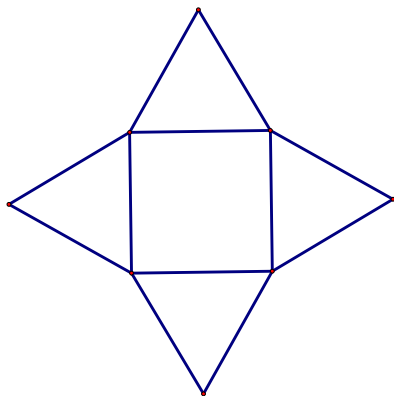
- A. Cho hai mặt phẳng vuông góc với nhau, nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng thì vuông góc với mặt phẳng kia.
- B. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước
- C. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
- D. Đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a, b khi và chỉ khi d vuông góc với cả a và b .

Câu 6. Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (α) . có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và vuông góc với (α) .

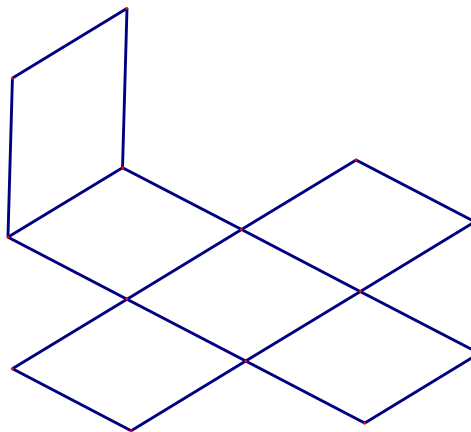
- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.

Câu 7. Mảnh bìa **phẳng** nào sau đây có thể xếp thành lăng trụ tứ giác đều?





C.



D.

- Câu 8.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
- A. Nếu một đường thẳng nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng vuông góc nhau.
 B. Nếu hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
 C. Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều vuông góc với mặt phẳng kia.
 D. Nếu hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì chúng vuông góc với nhau.
- Câu 9.** Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (α) . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và vuông góc với (α) ?
- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.
- Câu 10.** Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?
- i) Hình hộp đứng có đáy là hình vuông là hình lập phương
 ii) Hình hộp chữ nhật có tất cả các mặt là hình chữ nhật
 iii) Hình lăng trụ đứng có các cạnh bên vuông góc với đáy
 iv) Hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau là hình lập phương
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 11.** (Nông Công - Thanh Hóa - Lần 1 - 1819) Trong không gian cho hai đường thẳng a, b và mặt phẳng (P) , xét các phát biểu sau:
- (I). Nếu $a // b$ mà $a \perp (P)$ thì luôn có $b \perp (P)$.
 (II). Nếu $a \perp (P)$ và $a \perp b$ thì luôn có $b // (P)$.
 (III). Qua đường thẳng a chỉ có duy nhất một mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .
 (IV). Qua đường thẳng a luôn có vô số mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .
 Số khẳng định đúng trong các phát biểu trên là
- A. 1.
 B. 4.
 C. 2.
 D. 3.
- Câu 12.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?
- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 B. Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.
 C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 D. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

- Câu 13.** Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và một điểm M không thuộc (P) và (Q) . Qua M có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với (P) và (Q) .
- A. 3. B. Vô số. C. 1. D. 2.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH QUAN HỆ VUÔNG GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG, MẶT PHẪNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG

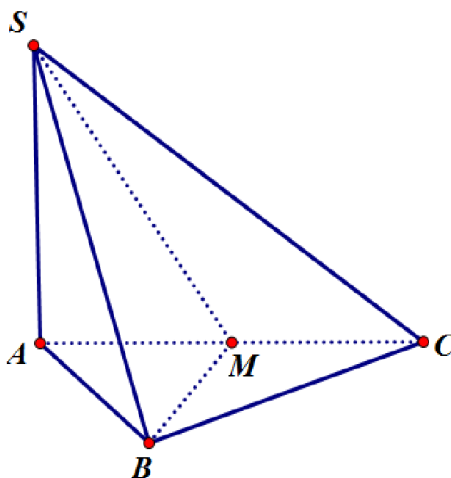
Dạng 2.1 Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, đường thẳng vuông góc với đường thẳng

- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đều. Gọi H là trung điểm của cạnh AC . Tìm mệnh đề **sai**?
- A. $(SAC) \perp (SBD)$. B. $SH \perp (ABCD)$. C. $(SBD) \perp (ABCD)$. D. $CD \perp (SAD)$.
- Câu 15.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $SC \perp (SBD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $(SBD) \perp (ABCD)$. D. $(SAC) \perp (ABCD)$.
- Câu 16.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $SA \perp BC$. B. $AB \perp BC$. C. $AB \perp SC$. D. $SB \perp BC$.
- Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính sin của góc tạo bởi đường MD và mặt phẳng (SBC) .
- A. $\frac{\sqrt{13}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.
- Câu 18.** (THPT TRIỆU THỊ TRINH - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, hai mặt bên (SAB) và (SAD) vuông góc với mặt đáy. AH , AK lần lượt là đường cao của tam giác SAB , SAD . Mệnh đề nào sau đây là sai?
- A. $BC \perp AH$. B. $SA \perp AC$. C. $HK \perp SC$. D. $AK \perp BD$.

Dạng 2.2 Hai mặt phẳng vuông góc

- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD) ?
- A. (SBC) . B. (SAD) . C. (SCD) . D. (SAC) .
- Câu 20.** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC , mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $(ABB') \perp (ACC')$. B. $(AC'M) \perp (ABC)$. C. $(AMC') \perp (BCC')$. D. $(ABC) \perp (ABA')$.
- Câu 21.** (THPT TỨ KỲ - HẢI DƯƠNG - LẦN 2 - 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy, I là trung điểm AC , H là hình chiếu của I lên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $(BIH) \perp (SBC)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SBC) \perp (ABC)$. D. $(SAC) \perp (SBC)$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA \perp (ABC)$, gọi M là trung điểm của AC . Mệnh đề nào **sai**?



- A. $(SAB) \perp (SAC)$. B. $BM \perp AC$. C. $(SBM) \perp (SAC)$. D. $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $(SBC) \perp (ABCD)$. B. $(SBC) \perp (SCD)$. C. $(SBC) \perp (SAD)$ D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'C)$ vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(D'BC)$. B. $(B'BD)$. C. $(D'AB)$. D. $(BA'C')$.

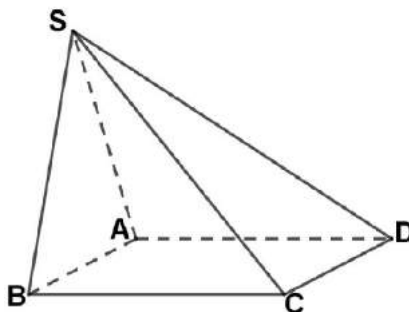
Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D . Biết $SA = AD = DC = a$, $AB = 2a$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $(SBD) \perp (SAC)$. B. $(SAB) \perp (SAD)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SAD) \perp (SCD)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Trong số các mặt phẳng chứa mặt đáy và các mặt bên của hình chóp, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (SAB) ?



- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 28. (THPT THANH MIỆN I - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, khẳng định nào **đúng** về hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(CB'D')$.

- A. $(A'BD) \perp (CB'D')$. B. $(A'BD) \parallel (CB'D')$.
 C. $(A'BD) \equiv (CB'D')$. D. $(A'BD) \cap (CB'D') = BD'$.

Câu 29. (SGD&ĐT BRVT - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

DẠNG 3. XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Dạng 3.1 Góc của mặt phẳng bên với mặt phẳng đáy

Câu 30. [KIM LIÊN - HÀ NỘI - LẦN 1 - 2018] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ACC'A')$.

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

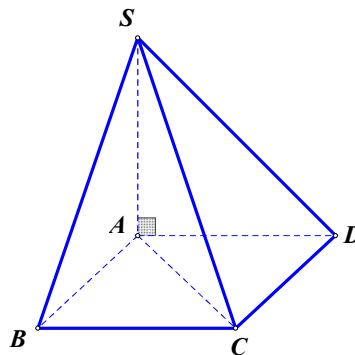
Câu 31. (Thi thử SGD Hưng Yên) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 0° . D. 90° .

Câu 32. (THPT QUỲNH LƯU - NGHỆ AN - 2018) Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng:

- A. 1. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 33. (SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



- A. Góc $\widehat{SDA}$. B. Góc $\widehat{SCA}$. C. Góc $\widehat{SCB}$. D. Góc $\widehat{ASD}$.

Câu 34. (THPT QUẢNG YÊN - QUẢNG NINH - 2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$. Các cạnh bên đều có độ dài $5a$. Tính góc α giữa (SBC) và $(ABCD)$.

- A. $\alpha \approx 75^\circ 46'$. B. $\alpha \approx 71^\circ 21'$. C. $\alpha \approx 68^\circ 31'$. D. $\alpha \approx 65^\circ 21'$.

- Câu 35. (SỞ GD&ĐT HƯNG YÊN - 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy. Góc giữa (SBD) và $(ABCD)$ bằng?
- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .
- Câu 36. (THPT PHÚ LƯƠNG - THÁI NGUYÊN - 2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , cạnh bên $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đoạn BG (với G là trọng tâm tam giác ABC). Tính cosin của góc φ giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABB'A')$.
- A. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{95}}$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{165}}$. C. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{134}}$. D. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{126}}$.
- Câu 37. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN - HÀ NỘI - LẦN 1 - 2018)** Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = 1$. Tính $\cos \alpha$, trong đó α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) ?
- A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{3\sqrt{2}}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.
- Câu 38. (CHUYÊN KHTN - LẦN 1 - 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 39. (THPT LÊ XOAY - LẦN 3 - 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là
- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 30° .
- Câu 40. (THPT HOA LƯU A - LẦN 1 - 2018)** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) .
- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .
- Câu 41. (TT DIỆU HIỀN - CẦN THƠ - 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = \sqrt{3}$ cm, $AB = 1$ cm, $BC = \sqrt{2}$ cm. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng:
- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .
- Câu 42. (THPT HẬU LỘC 2 - TH - 2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng:
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 75° .
- Câu 43. (TRƯỜNG THPT THANH THỦY 2018 -2019)** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng
- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°
- Câu 44. (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$ (đvdt), diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$ (đvdt). Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) ?
- A. 120° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

- Câu 45. (Nông Công - Thanh Hóa - Lần 1 - 1819)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\frac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng
- A. 45° .
B. 30° .
C. 60° .
D. 75° .
- Câu 46. (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019)** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Cosin của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng
- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
B. $\frac{1}{3}$.
C. $\frac{1}{2}$.
D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- Câu 47. (Thi thử Bạc Liêu – Ninh Bình lần 1)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Giá trị sin của góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.
C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 48. (THPT Quỳnh Lưu- Nghệ An- 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) mặt phẳng đáy bằng
- A. 90° .
B. 60° .
C. 45° .
D. 30° .
- Câu 49. (THPT Đoàn Thượng – Hải Dương)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , đường cao $SA = x$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Khi đó x bằng
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.
B. $a\sqrt{3}$.
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.
- Câu 50. (TRƯỜNG CHUYÊN QUANG TRUNG- BÌNH PHƯỚC 2018-2019)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $BC = a, BB' = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(ABC'D')$ bằng
- A. 60° .
B. 45° .
C. 30° .
D. 90° .
- Câu 51. (THI THỬ L4-CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ-HÒA BÌNH-2018-2019)** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính cosin của góc giữa một mặt bên và mặt đáy.
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{1}{2}$.
D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 52. (Kim Liên - Hà Nội lần 2 năm 2019)** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Gọi α là góc giữa mặt bên và mặt đáy, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.
B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$.
C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{14}}{14}$.
- Câu 53. (Thi thử Lâmônôxốp - Hà Nội lần V 2019)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$. Tính giá trị của $\tan \alpha$?
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 54. (SP Đồng Nai - 2019)** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a . Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$.

A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 55. (Kim Liên - Hà Nội - L1 - 2018-2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy và chiều cao $SO = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$. Tính góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy.

A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 56. (THPT Yên Dũng 3 - Bắc Giang lần 1- 18-19) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Khi đó $\text{mp}(SBC)$ tạo với đáy một góc x . Tính $\tan x$.

A. $\tan x = 2$. B. $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\tan x = \frac{3}{2}$. D. $\tan x = \frac{2}{3}$.

Câu 57. (LẦN 01_VĨNH YÊN_VĨNH PHÚC_2019) Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M là điểm trên cạnh AA' sao cho $AM = \frac{3a}{4}$. Tang của góc hợp bởi hai mặt phẳng (MBC) và (ABC) là:

A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 58. (THPT Mai Anh Tuấn_Thanh Hóa - Lần 1 - Năm học 2018_2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. Khi đó góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy $(ABCD)$ là.

A. 60° B. 45° C. 30° D. 75°

Câu 59. (HKII-CHUYÊN NGUYỄN HUỆ-HN-2018-2019) Cho hai tam giác ACD và BCD nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau và $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$. Tìm giá trị của x để hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau.

A. $x = \frac{a}{3}$. B. $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $x = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $x = \frac{a}{2}$.

Câu 60. (Thi thử Đại học Hồng Đức –Thanh Hóa – 07-05 - 2019) Cho tứ diện $ABCD$ có BCD là tam giác vuông tại đỉnh B , cạnh $CD = a$, $BD = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $AB = AC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc tạo bởi các mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (BCD) .

A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\arctan 3$.

Câu 61. (Chu Văn An - Hà Nội - lần 2 - 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) , $AB = a$, $SA = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SB , SC . Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 62. (Thi thử Nguyễn Huệ- Ninh Bình- Lần 3- 2019) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA' = 2a$, $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm BB' thì cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AC'M)$ là

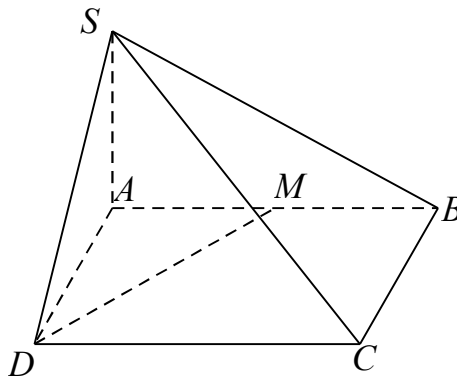
- A. $\frac{\sqrt{3}}{31}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{\sqrt{93}}{31}$.

Dạng 3.2 Góc của hai mặt phẳng bên

Câu 63. (THPT LÝ THÁI TỔ - BẮC NINH - 2018) Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B có $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) , (SBC) . Tính $\cos \varphi = ?$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 64. (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SDM) bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 65. (THPT NGUYỄN ĐỨC THUẬN - NAM ĐỊNH - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AD = DC = a$. Biết SAB là tam giác đều cạnh $2a$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .

- A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{6}}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$.

Câu 66. (THPT NGUYỄN ĐỨC THUẬN - NAM ĐỊNH - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác đều SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H , K lần lượt là trung điểm của AB , CD . Ta có tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 67. (THPT GANG THÉP - LẦN 3 - 2018) Trong không gian cho tam giác đều SAB và hình vuông $ABCD$ cạnh a nằm trên hai mặt phẳng vuông góc. Góc φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 68. (THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - NGHỆ AN - LẦN 2 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Góc tạo bởi (SAB) và (SCD) bằng

A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

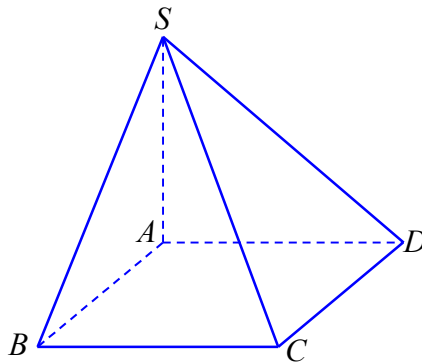
Câu 69. (THPT LƯƠNG VĂN TỤY - NINH BÌNH - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$; $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 70. (THPT KIẾN AN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

A. 30° . B. 150° . C. 60° . D. 120° .

Câu 71. (SGD&ĐT BẮC GIANG - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng?



A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 72. (CHUYÊN ĐHSHPH - 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = BC = a$ và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 73. (THPT CHUYÊN LAM SƠN - THANH HÓA - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) bằng:

A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 74. (Trường THPT Chuyên Lam Sơn_2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O và $SO \perp (ABCD)$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $BC = SB = a$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là:

A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 75. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương thi thử lần 1 (2018-2019)) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$. Gọi α là góc của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SAB) . Khi đó $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{7}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

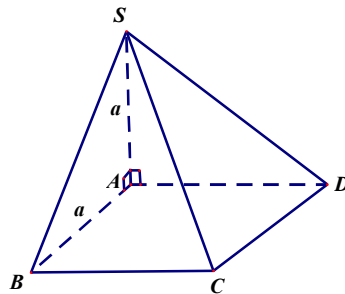
Câu 76. (TRƯỜNG THPT HÀM RỒNG NĂM HỌC 2018 – 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{-2}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{-1}{\sqrt{5}}$.

Câu 77. (THPT Cộng Hiền - Lần 1 - 2018-2019) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng $2a$, cạnh đáy bằng a . Gọi α là góc giữa hai mặt bên của hình chóp đó. Hãy tính $\cos \alpha$.

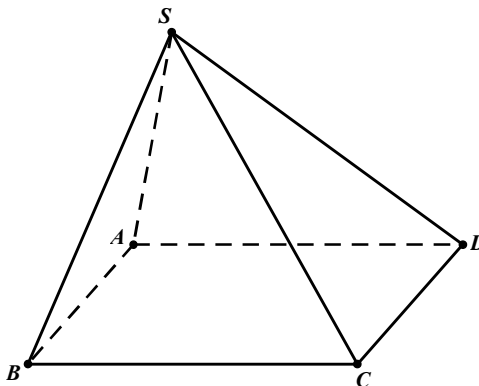
- A. $\cos \alpha = \frac{8}{15}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos \alpha = \frac{7}{15}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 78. [THPT NINH BÌNH-BẠC LIÊU-2019] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAD) bằng



- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 79. (SGD Điện Biên - 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $BC = 4$. Tam giác SAC nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng SA bằng 4.



Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng

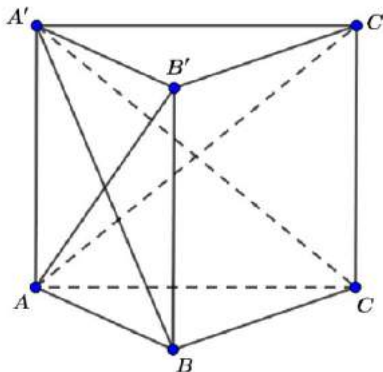
- A. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$. B. $\frac{3\sqrt{34}}{34}$. C. $\frac{2\sqrt{34}}{17}$. D. $\frac{5\sqrt{34}}{17}$.

Câu 80. (Lương Thế Vinh - Hà Nội - Lần 1 - 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos \varphi$ với φ là góc tạo bởi (SAC) và (SCD) .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{7}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{7}$.

Dạng 3.3 Góc của hai mặt phẳng khác

Câu 81. (THPT MỘ ĐỨC - QUẢNG NGÃI - 2018) Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'BC)$, tính $\cos \alpha$



- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 82. (Tham khảo THPTQG 2019) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 83. (THPT Quỳnh Lưu - Nghệ An - 2019) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'CD)$.

- A. 90° . B. 120° . C. 60° . D. 45° .

Câu 84. (Hậu Lộc 2 - Thanh Hóa - L1 - 2019) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2AA' = 2a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

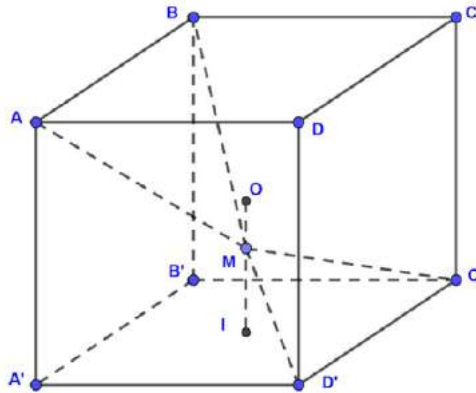
Câu 85. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương thi thử lần 1 (2018-2019)) Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$, $BB' = 2$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm của $A'B', A'C', BC$. Nếu gọi α là độ lớn của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (ACC') thì $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

Câu 86. (THPT Phan Bội Châu - Nghệ An - L2 - 2019) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt $ABCD$ là hình vuông, $AA' = \frac{AB\sqrt{6}}{2}$. Xác định góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$.

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

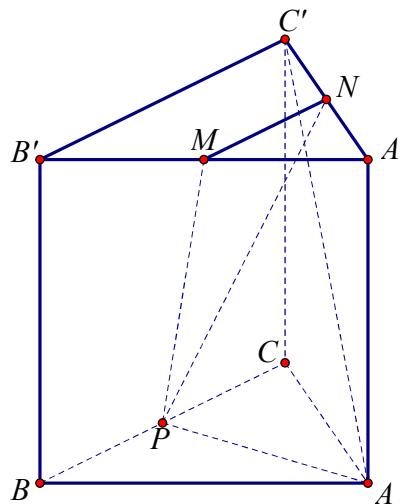
Câu 87. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khi đó $\sin$ của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng.

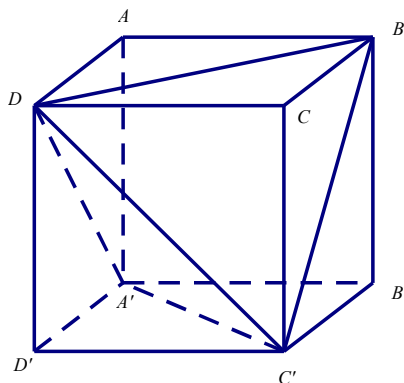
- A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 88. (Tham khảo 2018) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



- A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$.

Câu 89. (Thi thử lần 4-chuyên Bắc Giang_18-19) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2$; $AD = 3$; $AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(BC'D)$ và $(A'C'D)$ là α , (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tính giá trị gần đúng của α ?

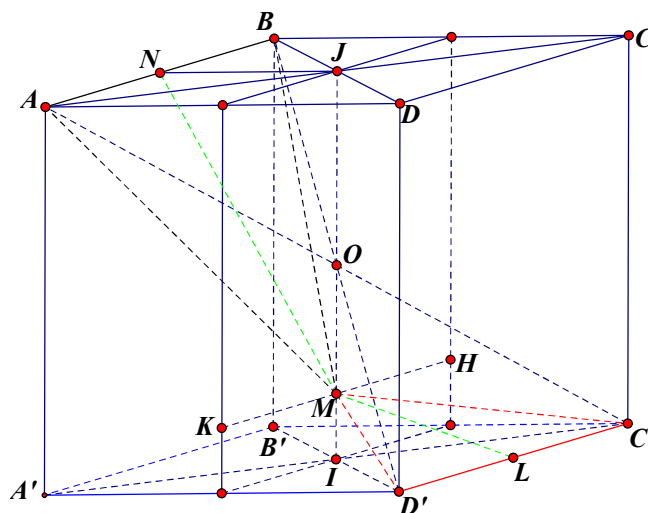


- A. $38,1^\circ$. B. $45,2^\circ$. C. $53,4^\circ$. D. $61,6^\circ$.

Câu 90. (KSCL Sở Hà Nam - 2019) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Biết $AC = 2, AA' = \sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(CB'D')$.

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 91. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khi đó cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

- A. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 92. (Bình Minh - Ninh Bình - Lần 4 - 2018) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α . Tính giá trị gần đúng của góc α .

- A. $45,2^\circ$. B. $38,1^\circ$. C. $53,4^\circ$. D. $61,6^\circ$.

DẠNG 4. MỘT SỐ CÂU HỎI LIÊN QUAN

Câu 93. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 3 - 2018) Trong hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = a, BC = 2a, AC = a\sqrt{5}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng 45° .

B. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(BB'C)$ vuông góc với nhau.

C. $AC' = 2a\sqrt{2}$.

D. Đáy ABC là tam giác vuông.

Câu 94. (THPT QUẢNG YÊN - QUẢNG NINH - 2018) Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi d_B, d_C lần lượt là các đường thẳng đi qua B, C và vuông góc với (ABC) . (P) là mặt phẳng đi qua A và hợp với (ABC) một góc bằng 60° . (P) cắt d_B, d_C tại D và E . Biết $AD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$, $AE = a\sqrt{3}$. Đặt $\beta = \widehat{DAE}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\beta = 30^\circ$. **B.** $\sin \beta = \frac{2}{\sqrt{6}}$. **C.** $\sin \beta = \frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\beta = 60^\circ$.

Câu 95. (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 2 - 2018) Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = 2x$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Với giá trị nào của x thì $(ABC) \perp (ABD)$?

A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x = a$. **C.** $x = a\sqrt{3}$. **D.** $x = \frac{a}{3}$.

Câu 96. (ĐẠNG THỨC HỨA - NGHỆ AN - LẦN 1 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = x$. Xác định x để hai mặt phẳng (SBC) và (SDC) tạo với nhau một góc 60° .

A. $x = a\sqrt{3}$. **B.** $x = a$. **C.** $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x = \frac{a}{2}$.

Câu 97. (THPT THÁI PHIÊN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng (P) đi qua đường chéo BD' , khi diện tích thiết diện đạt giá trị nhỏ nhất, cosin góc tạo bởi (P) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

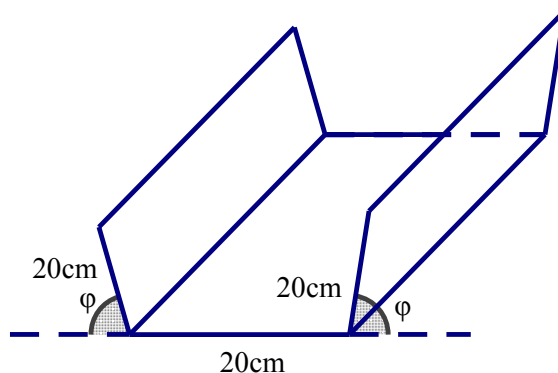
Câu 98. (THPT CHUYÊN KHTN - LẦN 3 - 2018) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S , có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC . Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Tính diện tích tam giác AMN theo a .

A. $\frac{a^2\sqrt{10}}{24}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{10}}{16}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{5}}{8}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{5}}{4}$.

Câu 99. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 4 - 2018) Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và hai mặt phẳng (ACD) , (BCD) vuông góc với nhau. Tính độ dài cạnh CD sao cho hai mặt phẳng (ABC) , (ABD) vuông góc.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 100. (THPT CHU VĂN AN - HÀ NỘI - HKI - 2018) Bạn Nam làm một cái máng thoát nước mưa, mặt cắt là hình thang cân có độ dài hai cạnh bên và cạnh đáy đều bằng 20 cm, thành máng nghiêng với mặt đất một góc φ ($0^\circ < \varphi < 90^\circ$). Bạn Nam phải nghiêng thành máng một góc trong khoảng nào sau đây để lượng nước mưa thoát được là nhiều nhất?



- A. $[50^\circ; 70^\circ)$. B. $[10^\circ; 30^\circ)$. C. $[30^\circ; 50^\circ)$. D. $[70^\circ; 90^\circ)$.

Câu 101. (Trường THPT Thăng Long Lần 1 năm 2018-2019) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Mặt phẳng (α) cắt tất cả các cạnh bên của hình lập phương. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (α) biết (α) tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 60° .

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 6. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 102. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Gọi M, N, P là ba điểm lần lượt thuộc ba cạnh $BB', C'D', AD$ sao cho $BM = C'N = DP = 1$. Tính diện tích S của thiết diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) với hình lập phương đã cho.

- A. $S = \frac{13\sqrt{3}}{3}$. B. $S = \frac{17\sqrt{3}}{3}$. C. $S = \frac{15\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{13\sqrt{3}}{2}$.

Câu 103. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $\sqrt{3}$. Mặt phẳng (α) cắt tất cả các cạnh bên của hình lập phương. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương cắt bởi (α) biết (α) tạo với $(ABB'A')$ một góc 60° .

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 6. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 104. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt phẳng (ABC) và mặt phẳng (SBC) bằng 60° . Tính diện tích ΔABC , biết diện tích ΔSBC bằng 2.

- A. 1. B. $\sqrt{3}$. C. 4. D. 2.

Câu 105. (Bình Giang-Hải Dương lần 2-2019) Bác Bình muốn làm một ngôi nhà mái lá cộ như trong hình với diện tích mặt nền nhà (tính theo viên tường bên ngoài ngôi nhà) là $100m^2$, mỗi mặt phẳng mái nhà nghiêng so với mặt đất 30° , để lợp một m^2 mái nhà cần mua 100 nghìn đồng lá cộ. Hỏi số tiền bác Bình sử dụng mua lá cộ để lợp tất cả mái nhà gần nhất với số nào sau đây? (coi như các mép của mái lá cộ chỉ chạm đến viên tường bên ngoài ngôi nhà, chỗ thò ra khỏi tường không đáng kể).

- A. 11,547 triệu đồng. B. 12,547 triệu đồng. C. 18,547 triệu đồng. D. 19,547 triệu đồng.

Câu 106. Cho tứ diện $ABCD$ $AC = AD = BC = BD = a$, $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABC) \perp (ABD)$. Tính độ dài cạnh CD .

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $2\sqrt{2}a$.

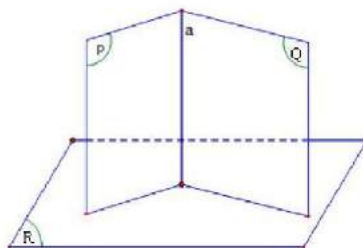
- Câu 107.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCB.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, AA' . Góc giữa hai đường thẳng MN và BB' bằng
- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .
- Câu 108. (Bình Giang-Hải Dương lần 2-2019)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = a$, $BC = 2a$, $AC = a\sqrt{5}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $AC' = 2a\sqrt{2}$.
 B. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng 45° .
 C. Đáy ABC là tam giác vuông.
 D. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(BB'C'C)$ vuông góc với nhau.

B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Chọn B

A sai vì hai mặt phẳng đó có thể cắt nhau.



C Sai vì hai đường thẳng đó có thể trùng nhau.

D Sai vì hai đường thẳng đó có thể chéo nhau.

Câu 2. Chọn B

Câu 3. Chọn A

Lý thuyết.

Câu 4. Chọn A

Câu 5. Chọn A

Câu 6. Chọn D

Câu 7. Chọn A

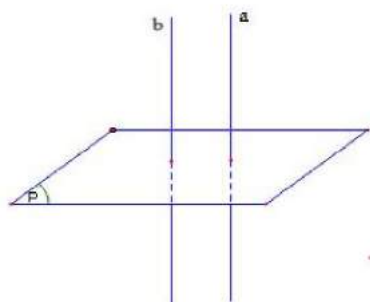
Câu 8. Chọn A

Câu 9. Chọn D

Câu 10. Chọn B

Có hai mệnh đề đúng là ii) và iii)

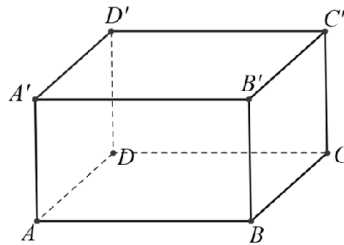
Câu 11. Chọn A



Khẳng định (I) đúng (Hình vẽ trên)

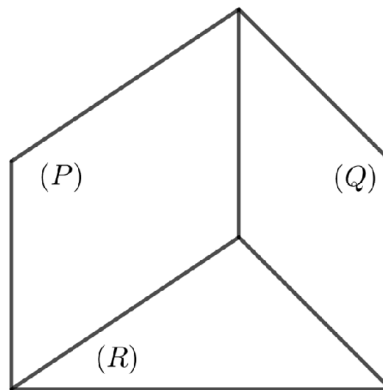
Khẳng định (II) sai vì nếu $a \perp (P)$ và $a \perp b$ thì $b \parallel (P)$ hoặc $b \subset (P)$

Khẳng định (III) sai trong trường hợp đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a và vuông góc với mặt phẳng (P) . Ví dụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ thì qua đường thẳng AA' ta chỉ ra được ít nhất ba mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.



Khẳng định (IV) sai trong trường hợp đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) thì qua đường thẳng a có duy nhất một mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 12. Chọn A



Hình ảnh minh họa hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với mặt phẳng (R) nhưng không song song với nhau.

Câu 13. Chọn B

- + Qua M có duy nhất một đường thẳng d vuông góc với (P) và (Q) .
- + Mọi mặt phẳng chứa d đều vuông góc với (P) và (Q) nên có vô số mặt phẳng qua M vuông góc với (P) và (Q)

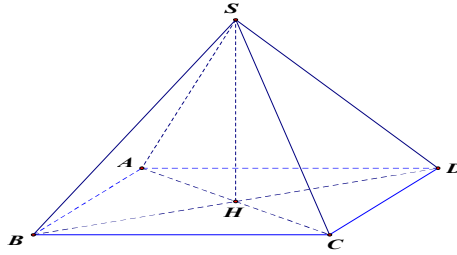
DẠNG 2. XÁC ĐỊNH QUAN HỆ VUÔNG GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG, MẶT PHẪNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG VỚI ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 2.1 Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, đường thẳng vuông góc với đường thẳng

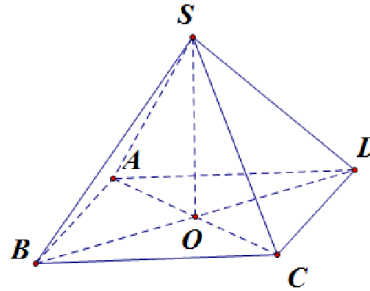
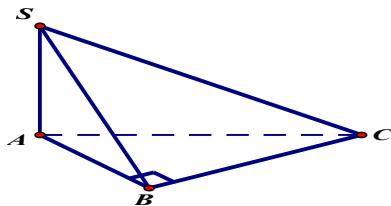
Câu 14.

Lời giải

Chọn D

**Câu 15. Chọn A**

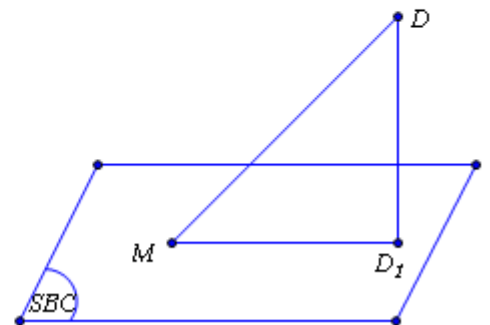
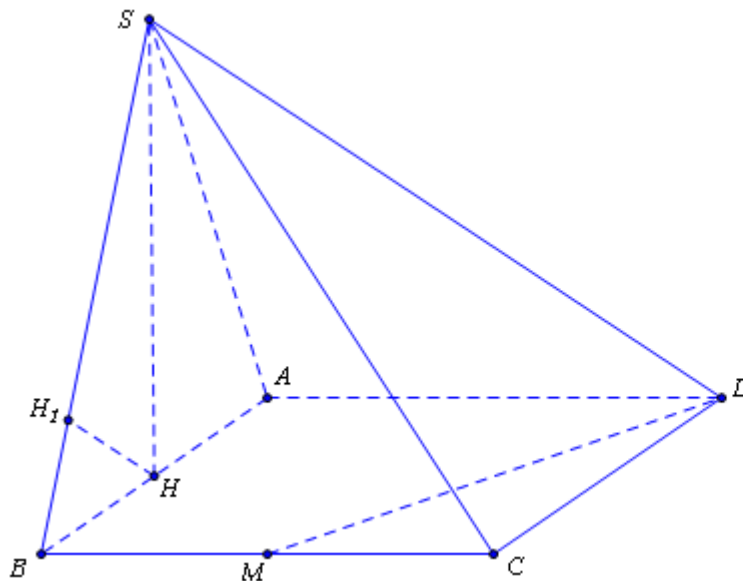
Từ giả thiết suy ra $SO \perp AC; SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ mà $SO \subset (SBD), SO \subset (SAC) \Rightarrow (SBD) \perp (ABCD); (SAC) \perp (ABCD)$. Vậy $SC \perp (SBD)$ là mệnh đề **sai**.

**Câu 16. Chọn C**

$SA \perp BC$ đúng vì $SA \perp (ABC)$.

$AB \perp BC$ đúng vì $\triangle ABC$ vuông tại B .

$SB \perp BC$ đúng vì $\begin{cases} AB \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Câu 17. Chọn C

Gọi D_1 là hình chiếu vuông góc của D trên (SBC) .

Gọi α là góc tạo bởi đường MD và mặt phẳng (SBC) . Khi đó:

$$\sin \alpha = \frac{DD_1}{MD}.$$

$$\text{Ta có } MD = \sqrt{CD^2 + CM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

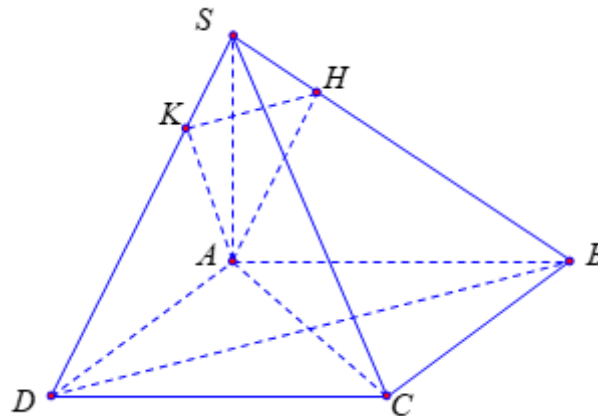
Gọi H là chân đường cao kẻ từ S của $\triangle SAB$. Khi đó do tam giác SAB đều và $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $HH_1 \perp SB \Rightarrow HH_1 \perp (SBC) \Rightarrow d(H, (SBC)) = HH_1$ và ta có

$$\frac{1}{HH_1^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \Rightarrow HH_1 = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Ta có } DD_1 = d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = 2HH_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Do đó } \sin \alpha = \frac{DD_1}{MD} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$



Câu 18.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases}$ nên $SA \perp (ABCD)$

Suy ra $SA \perp AC$ (B đúng); $SA \perp BC$; $SA \perp BD$.

Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB)$ suy ra $BC \perp AH$ (A đúng).

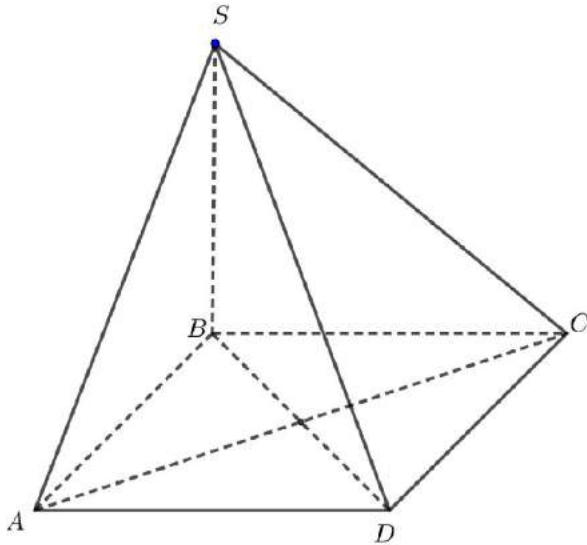
và $BD \perp AC$ nên $BD \perp (SAC)$ suy ra $BD \perp SC$;

Đồng thời $HK \parallel BD$ nên $HK \perp SC$ (C đúng).

Vậy mệnh đề sai là $AK \perp BD$ (vì không đủ điều kiện chứng minh).

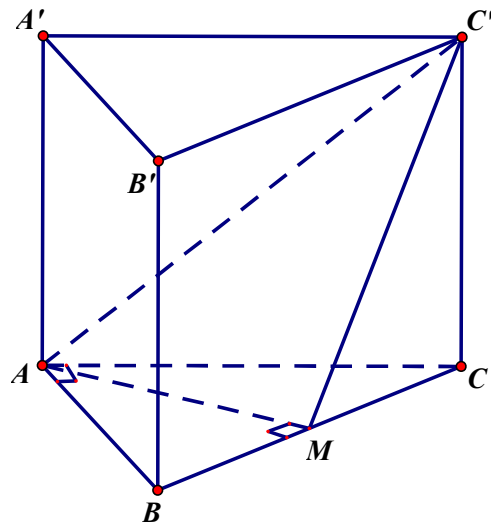
Dạng 2.2 Hai mặt phẳng vuông góc

Câu 19. Chọn D



Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD).$

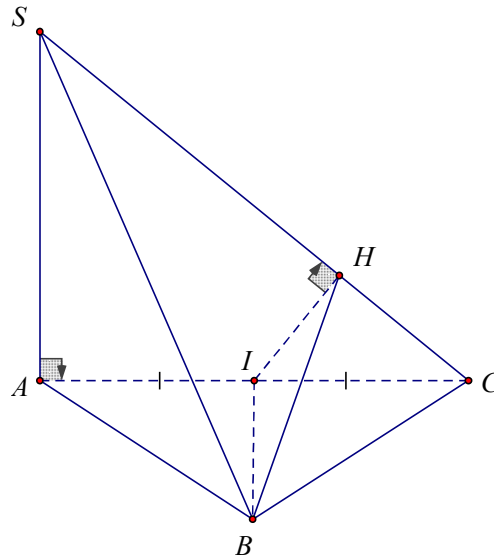
Câu 20. Chọn B



Ta có $BC \perp AM$ và $BC \perp AA'$ nên $BC \perp (AA'M) \Rightarrow (ABC) \perp (AA'B'B).$

Nếu $(AC'M) \perp (ABC)$ thì suy ra $(AC'M) \equiv (AA'B'B)$: Vô lý.

Do đó B sai.

**Câu 21.**

Ta có:
$$\begin{cases} BI \perp AC \text{ (gt)} \\ BI \perp SA \text{ (} SA \perp (ABC) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC) \Rightarrow SC \Rightarrow SC \perp BI \quad (1).$$

Theo giả thiết: $SC \perp IH \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra: $SC \perp (BIH)$. Mà $SC \subset (SBC)$ nên $(BIH) \perp (SBC)$.

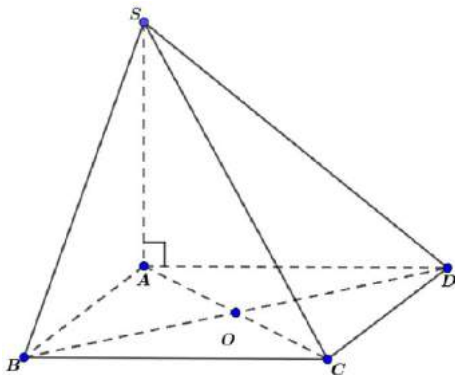
Câu 22. Chọn A

+ Có tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B , M là trung điểm của $AC \Rightarrow BM \perp AC$

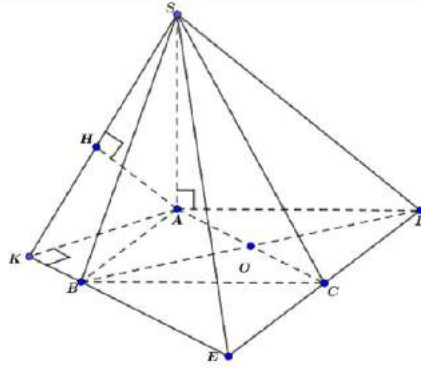
+ Có $\left. \begin{matrix} BM \perp AC \\ BM \perp SA \end{matrix} \right\} \Rightarrow BM \perp (SAC) \Rightarrow (SBM) \perp (SAC).$

+ Có $\left. \begin{matrix} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{matrix} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$

Vậy A sai.

Câu 23.

Chọn D

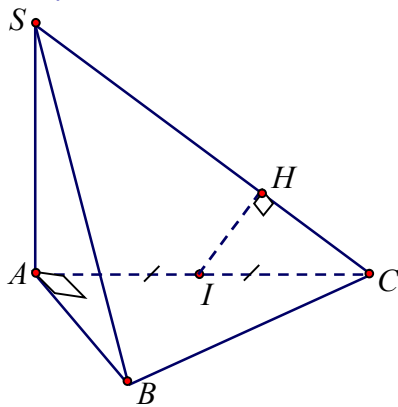


$$\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD)) \\ BC \perp AB \text{ (gt)} \\ SA \cap AB = A \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \text{ mà } BC \subset (SBC) \text{ . Vậy } (SBC) \perp (SAB) \text{ .}$$

Câu 24. Chọn B

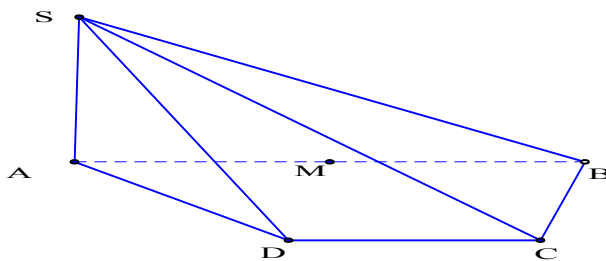
$$\text{Ta có: } \left\{ \begin{array}{l} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{array} \right. \Rightarrow AC \perp (BB'D) \text{ mà } AC \subset (AB'C) \Rightarrow (AB'C) \perp (BB'D) \text{ .}$$

Câu 25. Chọn B.



Vì $AB \perp (SAC)$ nên $(SAC) \perp (SAB)$.

Câu 26. Chọn A



$$\text{Ta có } \left\{ \begin{array}{l} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{array} \right. \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow (SAB) \perp (SAD) \text{ , suy ra phương án B đúng.}$$

$$\text{Lại có } AC^2 = AD^2 + DC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2} \text{ .}$$

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB \text{ . Khi đó } BC^2 = MB^2 + MC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{2} \text{ . Ta thấy } AB^2 = AC^2 + CB^2 \Rightarrow BC \perp AC \text{ .}$$

$$\text{Như vậy } \left\{ \begin{array}{l} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{array} \right. \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC) \text{ , suy ra phương án C đúng.}$$

Ta có $\begin{cases} DC \perp AD \\ DC \perp SA \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$, suy ra phương án D đúng.

Câu 27. Chọn B

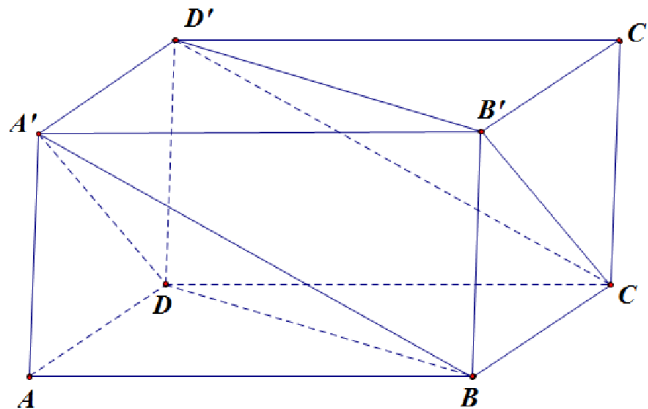
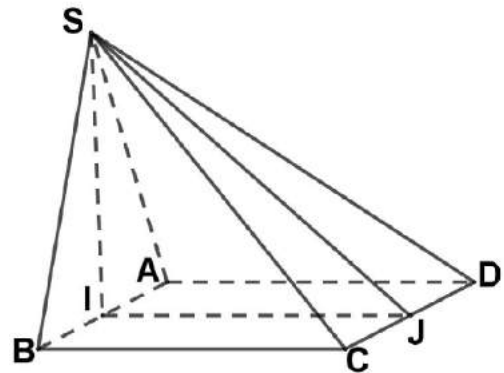
$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \\ BC \perp AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$$

Tương tự suy ra $(SAD) \perp (SAB)$.

$$\left(\widehat{(SCD); (SAB)} \right) = \widehat{ISJ} \neq 90^\circ$$

Vậy có 3 mặt phẳng $(ABCD); (SAD); (SBC)$ vuông góc với (SAB) .



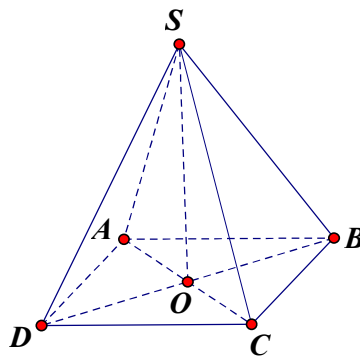
Câu 28.

Ta có $CD' \parallel A'B$ mà $A'B \subset (A'BD)$ nên $CD' \parallel (A'BD)$.

$CB' \parallel A'D$ mà $A'D \subset (A'BD)$ nên $CB' \parallel (A'BD)$.

Vậy $(CB'D')$ chứa hai đường thẳng CD' , CB' cắt nhau và cùng song song với $(A'BD)$ từ đó ta có $(A'BD) \parallel (CB'D')$.

Câu 29.



Gọi $O = AC \cap BD$.

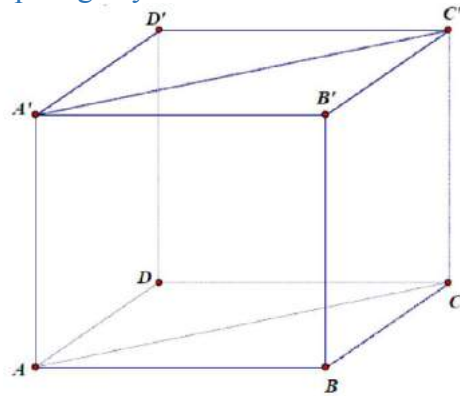
Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$ (1).

Mặt khác tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SBD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$.

DẠNG 3. XÁC ĐỊNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

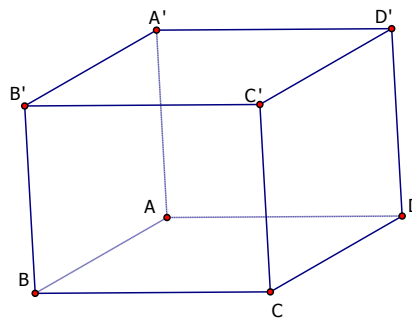
Dạng 3.1 Góc của mặt phẳng bên với mặt phẳng đáy



Câu 30.

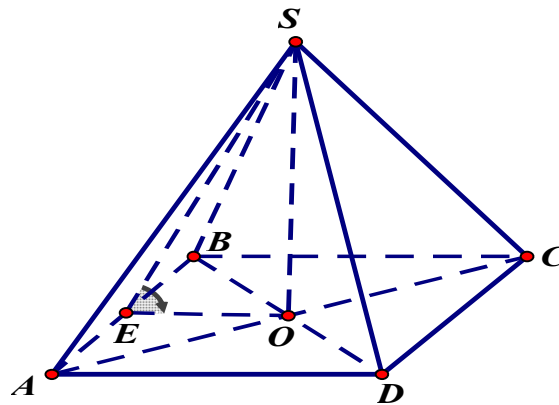
Do $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow (ACC'A') \perp (ABCD)$.

Câu 31. Chọn C



Ta thấy hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ là hai mặt đáy của hình lập phương nên chúng song song với nhau.

Vậy góc giữa $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng $\left(\widehat{(ABCD), (A'B'C'D')} \right) = 0^\circ$.

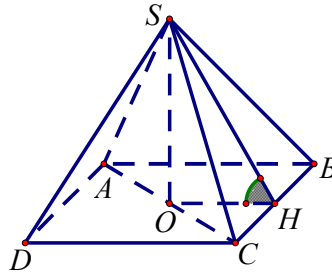


Câu 32.

Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $\widehat{SEO}$; $EO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét $\triangle SEO$ vuông tại O , ta có $\tan \widehat{SEO} = \frac{SO}{EO} = 1$.

Câu 33. Ta có $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ (ABCD) \cap (SCD) = CD \end{cases} \Rightarrow \left((ABCD), (SCD) \right) = \widehat{SDA}$.

**Câu 34.**

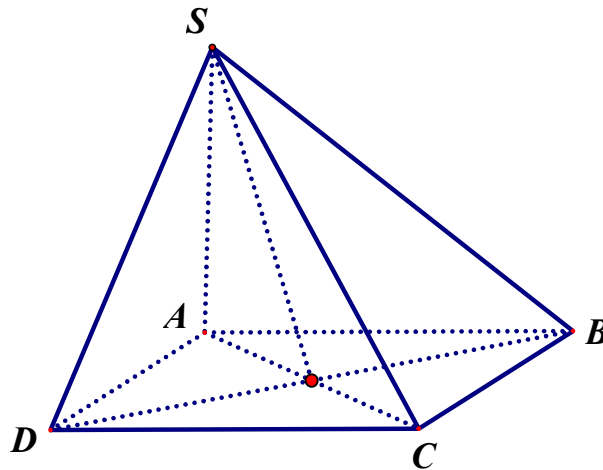
Gọi O, H lần lượt là trung điểm của AC và BC .

Xét tam giác SHC vuông tại H ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{(5a)^2 - \left(\frac{3}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{91}a}{2}$.

Vì $SA = SB = SC = SD = 5a$ nên $SO \perp (ABCD)$.

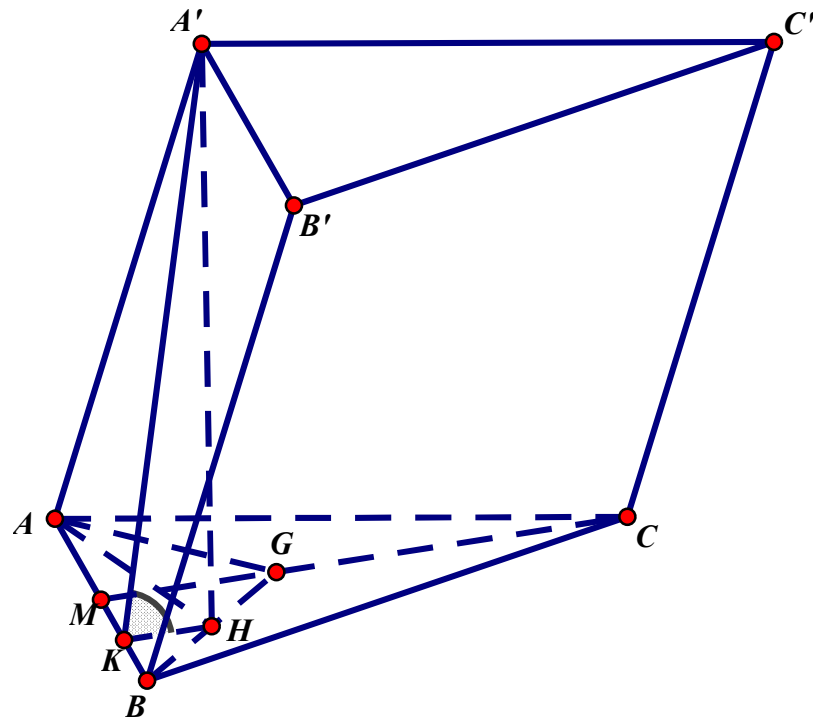
Ta có: $(SBC) \cap (ABCD) = BC$, $SH \perp BC$, $OH \perp BC$, suy ra góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SHO} = \alpha$.

Xét tam giác SOH vuông tại O , ta có: $\cos \alpha = \frac{OH}{SH} = \frac{2a}{\frac{\sqrt{91}a}{2}} = \frac{4\sqrt{91}}{91} \Rightarrow \alpha \approx 65^\circ 21'$.

**Câu 35.**

Từ A ta kẻ đường vuông góc tới BD , thì chân đường vuông góc là tâm O của hình vuông, từ đây dễ thấy $SO \perp BD$, nên góc giữa hai mặt phẳng là góc SOA .

Xét tam giác $\triangle SOA$ có $\tan SOA = \frac{SA}{OA} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3}$. Vậy góc cần tìm bằng 60° .



Câu 36.

- Gọi H là trung điểm BG , theo giả thiết $A'H \perp (ABC)$.

- Gọi M, K lần lượt là trung điểm của AB và BM

$$\Rightarrow \begin{cases} CM \perp AB \\ HK \parallel CM \end{cases} \Rightarrow HK \perp AB \Rightarrow (A'HK) \perp AB$$

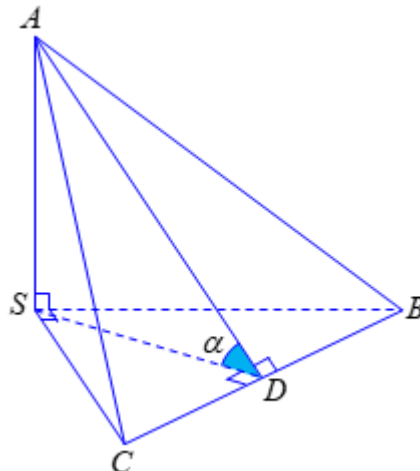
$\Rightarrow \widehat{A'KH} = \varphi$ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ABB'A')$

$$\text{- Ta có: } AB = a, AG = BG = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AH^2 = \frac{AB^2 + AG^2}{2} - \frac{BG^2}{4} = \frac{7a^2}{12}$$

$$\Rightarrow A'H^2 = A'A^2 - AH^2 = \frac{41a^2}{12}; HK = \frac{1}{2}GM = \frac{a\sqrt{3}}{12} \Rightarrow A'K^2 = A'H^2 + HK^2 = \frac{165a^2}{48}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{HK}{A'K} = \frac{1}{\sqrt{165}}.$$

Câu 37. ○ Cách 1:



Gọi D là trung điểm cạnh BC .

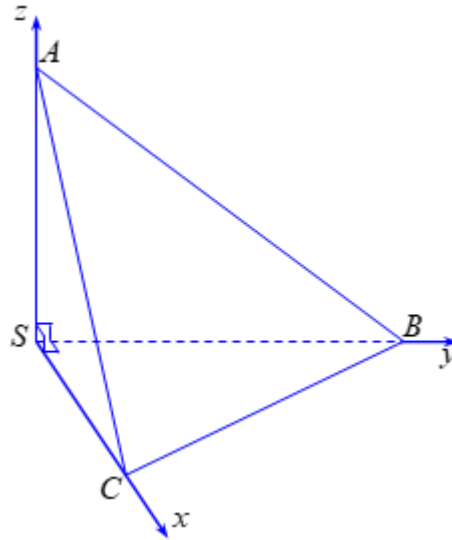
Ta có $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $SD \perp BC$ nên $BC \perp (SAD)$.

$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = \widehat{SDA} = \alpha$.

Khi đó tam giác SAD vuông tại S có $SD = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $AD = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ và $\cos \alpha = \frac{SD}{AD} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

○ Cách 2:



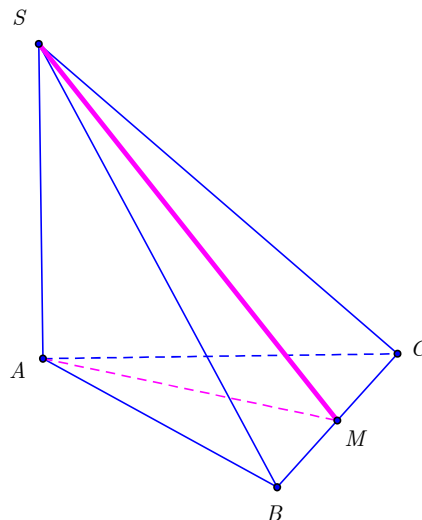
Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ

Ta có $S(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;0)$

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng $(ABC): x + y + z - 1 = 0$ có VTPT $\vec{n} = (1;1;1)$.

Mặt phẳng $(SBC) \equiv Oxy: z = 0$ có VTPT là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\cos \alpha = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{k}|} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

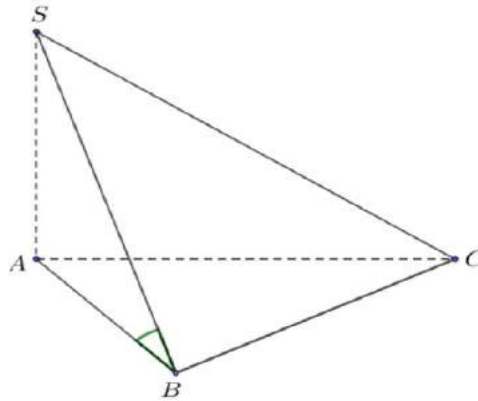


Câu 38.

$$\text{Kẻ } AM \perp BC \text{ tại } M. \text{ Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAM) \perp BC \\ (SAM) \cap (SBC) = SM \\ (SAM) \cap (ABC) = AM \end{cases} \Rightarrow \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{(SM, AM)}.$$

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc $\widehat{SMA}$.

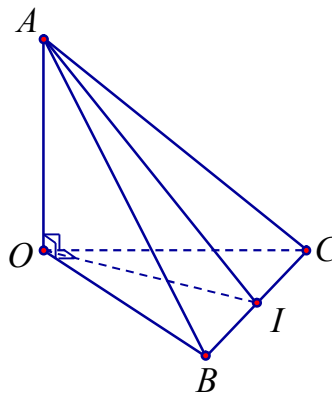
$$\text{Ta có } \tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ.$$



Câu 39.

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SA$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SBA}$.

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$



Câu 40.

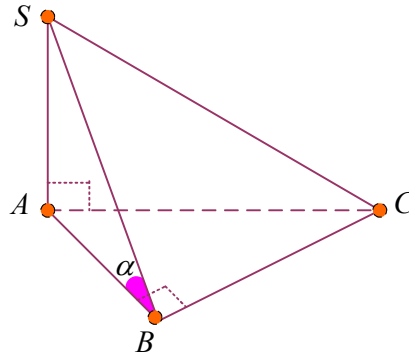
Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$. Mà $OA \perp BC$ nên $AI \perp BC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (OBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AI \\ BC \perp OI \end{cases} \Rightarrow \widehat{((OBC), (ABC))} = \widehat{(OI, AI)} = \widehat{OIA}.$$

$$\text{Ta có: } OI = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Xét tam giác } OAI \text{ vuông tại } A \text{ có } \tan \widehat{OIA} = \frac{OA}{OI} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{OIA} = 30^\circ.$$

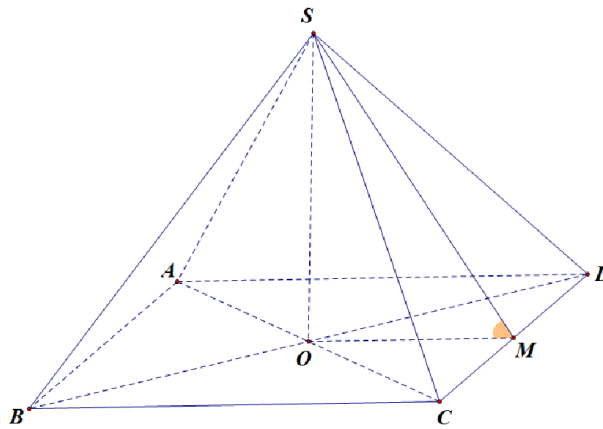
$$\text{Vậy } \widehat{((OBC), (ABC))} = 30^\circ.$$



Câu 41.

Theo giả thiết vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$, $SA \perp BC$. Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp SB$. Vậy góc giữa (SBC) và đáy là góc $\widehat{SBA} = \alpha$.

Trong tam giác vuông SAB ta có: $\tan \alpha = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.



Câu 42.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$; M là trung điểm của CD . Góc giữa mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SMO}$.

Ta có $OM = \frac{1}{2}AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác SOM vuông tại O , ta có $\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{3}{2}a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SMO} = 60^\circ$.

Câu 43.

Chọn D

Gọi M là trung điểm của BC . Suy ra $OM \perp BC$. Nên góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) chính là góc $\widehat{OMA}$.

Ta có: Tam giác OBC vuông cân tại O nên

$$OM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{OB^2 + OC^2} = a\sqrt{3}$$

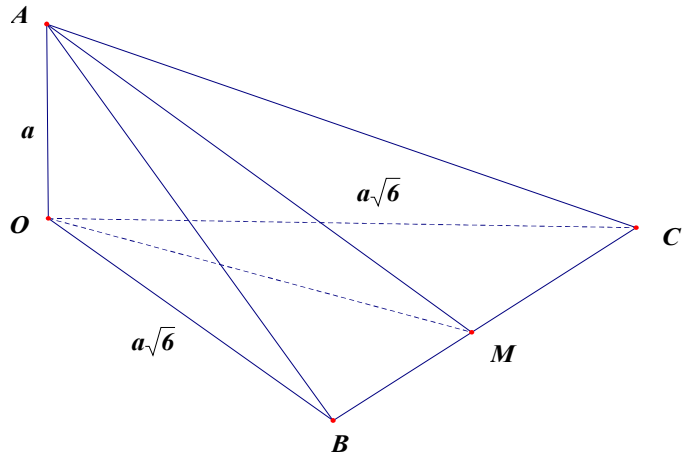
Xét tam giác OAM vuông tại O có

$$\tan \widehat{OMA} = \frac{OA}{OM} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad \text{Suy ra}$$

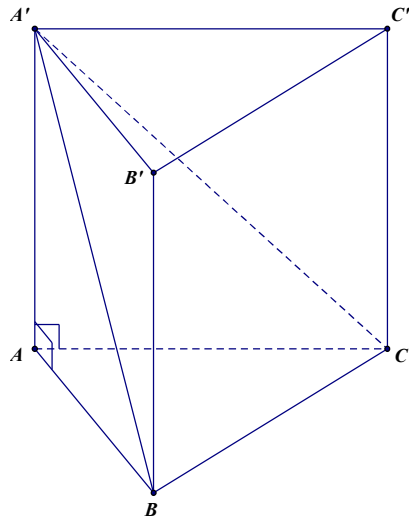
$$\widehat{OMA} = 30^\circ$$

Vậy, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (OBC) bằng 30°

Lời giải



Câu 44. Chọn C

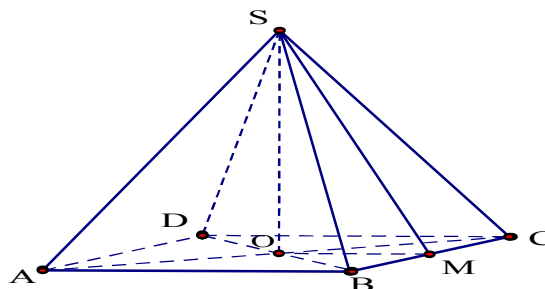


+) Ta có ΔABC là hình chiếu vuông góc của $\Delta A'BC$ trên mặt phẳng (ABC)

+) Gọi φ là góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) .

$$\text{Ta có: } \cos \varphi = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'BC}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ.$$

Câu 45. Chọn C



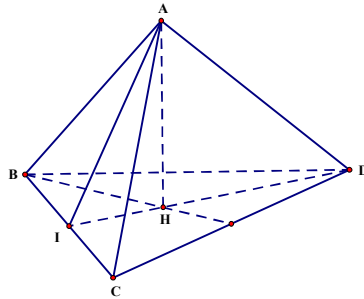
Gọi $O = AC \cap BD$ thì $SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của BC thì $\widehat{SMO}$ là góc cần tìm.

Xét ΔSMO vuông tại O có:

$$\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SMO} = 60^\circ.$$

Câu 46. Chọn D



Hình chóp tứ giác đều $ABCD$ có H là trọng tâm của tam giác đáy BCD và DH cắt BC tại I . Ta có $AH \perp (BCD)$.

Tam giác BCD đều và H là trọng tâm của tam giác BCD nên $DI \perp BC$.

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ DI \perp BC \end{cases} \Rightarrow AI \perp BC$$

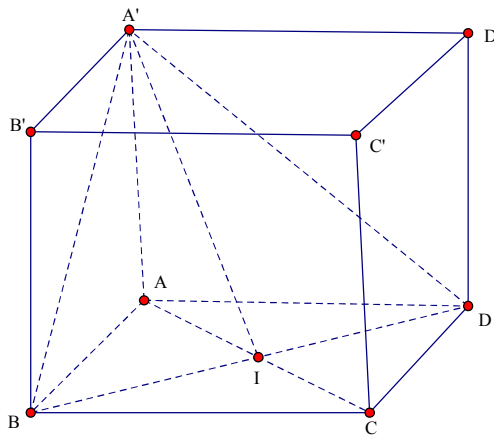
$\Rightarrow$ góc giữa mặt bên (ABC) và mặt đáy (BCD) là $\widehat{AID}$.

Tam giác ABC đều có AI là đường trung tuyến nên $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác BCD đều có H là trọng tâm nên $IH = \frac{1}{3}DI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$AH \perp (BCD)$ nên tam giác AIH vuông tại H . Khi đó $\cos \widehat{AIH} = \frac{IH}{AH} = \frac{1}{3}$.

Câu 47. Chọn C

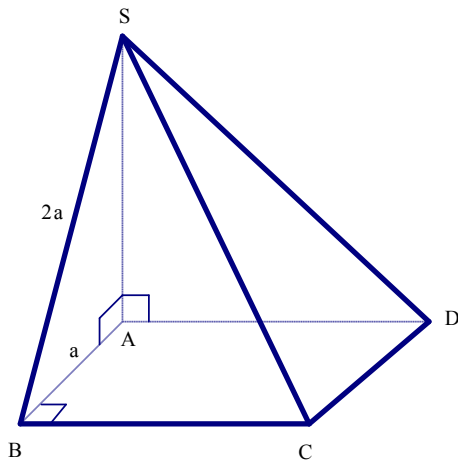


Gọi $I = AC \cap BD$. Ta có: $\begin{cases} BD \perp AI \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AIA'); \quad BD = (BDA') \cap (ABCD).$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (BDA') và $(ABCD)$ là $\widehat{AIA'}$.

Ta có: $\triangle AA'I$ vuông tại A , có: $AA' = a; AI = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'I = \sqrt{AA'^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \sin \widehat{AIA'} = \frac{AA'}{A'I} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 48. Chọn B



Ta có $BC \perp AB$

$BC \perp SA$ vì $SA \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

$(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$SB \subset (SBC), SB \perp BC$

$AB \subset (ABCD), AB \perp BC$

$\Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng (SBC) mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa SB, AB bằng góc $\widehat{SBA}$.

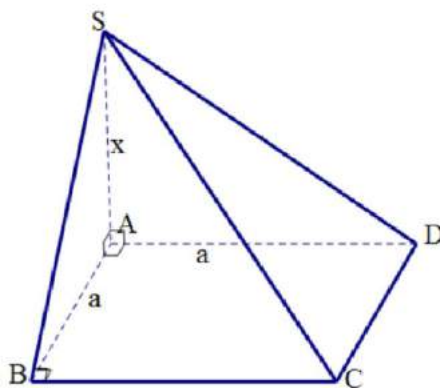
$$\Delta_{\nabla SAB} : \cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) mặt phẳng đáy bằng 60° .

Câu 49.

Lời giải

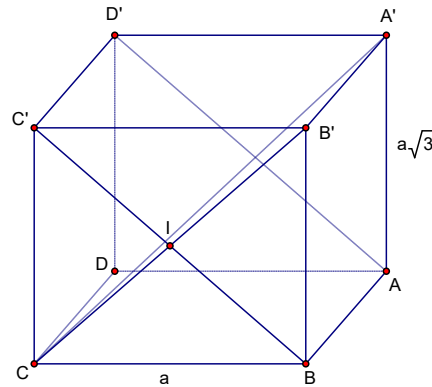
Chọn B



$$\left\{ \begin{array}{l} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{array} \right. \Rightarrow BC \perp (SAB). \text{ Ta có } \left\{ \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ (SAB) \perp BC \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{array} \right.$$

Suy ra góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng góc $\hat{SBA} = 60^\circ$. Do đó $\tan 60^\circ = \frac{x}{a} \Rightarrow x = a\sqrt{3}$.

Câu 50. Chọn A



Ta có: $((A'B'C); (ABC'D')) = (BC'; B'C)$

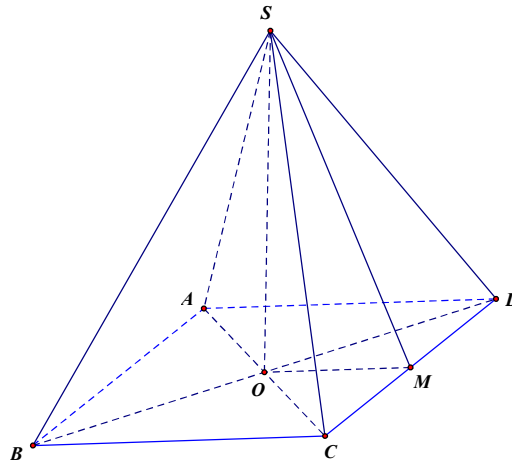
Gọi I là giao điểm của hai đường chéo BC' và $B'C$.

$$+) \tan \widehat{CB'B} = \frac{CB}{BB'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{CB'B} = 30^\circ.$$

Tam giác IBB' cân tại I , suy ra: $\widehat{BIB'} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{CIB} = 60^\circ$.

Vậy $((A'B'C); (ABC'D')) = 60^\circ$.

Câu 51. Chọn A



Giả sử $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

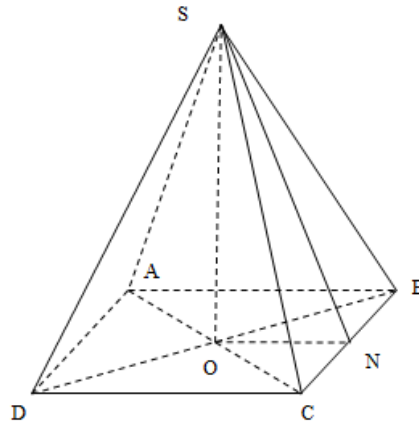
Gọi $O = AC \cap BD$ và M là trung điểm của cạnh $CD \Rightarrow OM = \frac{a}{2}$ và $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp OM \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOM) \Rightarrow CD \perp SM$.

Vậy $((SCD), (ABCD)) = (OM, SM) = \widehat{SMO}$.

Xét tam giác vuông SOM ta có $\cos \widehat{SOM} = \frac{OM}{SM} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 52. Chọn A



Gọi O là giao điểm của AC và BD , N là trung điểm của BC .

$$\alpha = ((SBC), (ABCD)) = (SN, ON) = \widehat{SNO}$$

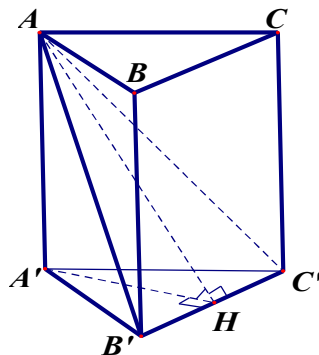
$$OB = \frac{1}{2}BD = \sqrt{2}a$$

$$\text{Xét } \triangle SOB \text{ vuông tại } O: SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = a\sqrt{7}$$

$$\text{Xét } \triangle SON \text{ vuông tại } O: SN = \sqrt{SO^2 + ON^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\text{Xét } \triangle SON \text{ vuông tại } O: \cos \alpha = \frac{ON}{SN} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Câu 53. Chọn A



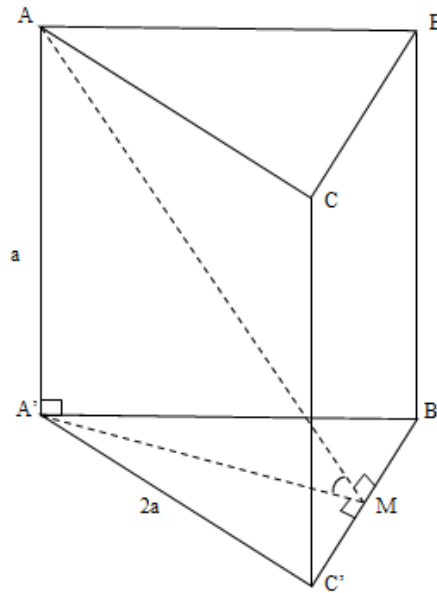
Gọi H là trung điểm của $B'C'$

$\Rightarrow AH \perp B'C'$ (do $\triangle AB'C'$ cân tại A) và $A'H \perp B'C'$ (do $\triangle A'B'C'$ đều).

$$\text{Suy ra } ((AB'C'), (A'B'C')) = (\widehat{AH}, \widehat{A'H}) = \widehat{AHA'}.$$

$$\text{Vậy } \tan \widehat{AHA'} = \frac{AA'}{A'H} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 54. Chọn A



Gọi M là trung điểm $B'C'$. Do lăng trụ đều nên ta có: $A'M \perp B'C'$, $AM \perp B'C'$.

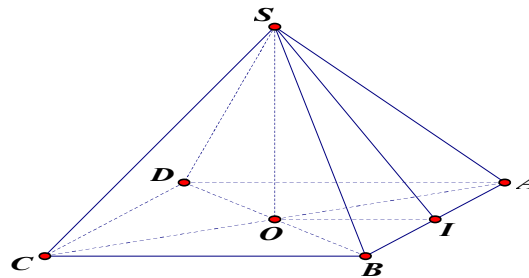
Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ là góc $\widehat{AMA'}$.

Lại có tam giác đều $A'B'C'$ nên $A'M = 2a \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

$$\text{Từ đó: } \tan \widehat{AMA'} = \frac{AA'}{A'M} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ bằng 30° .

Câu 55. Chọn B



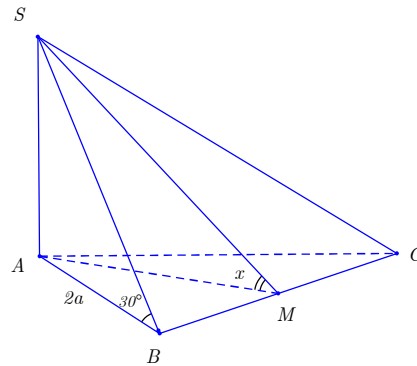
Đặt $AB = a$, gọi I là trung điểm của AB . Ta có:

$$\begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SI \perp AB \\ OI \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (ABCD)) = (SI, OI) = \widehat{SIO}$$

Mặt khác, ta lại có:

$$AB = a, SO = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} a, OI = \frac{1}{2} a \Rightarrow \tan \widehat{SIO} = \frac{SO}{OI} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} a}{\frac{1}{2} a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIO} = 60^\circ$$

Câu 56. Chọn D



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên (ABC) .

Do đó $\widehat{SBA} = (\widehat{SB; (ABC)}) = 30^\circ$, $SA = AB \tan 30^\circ = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

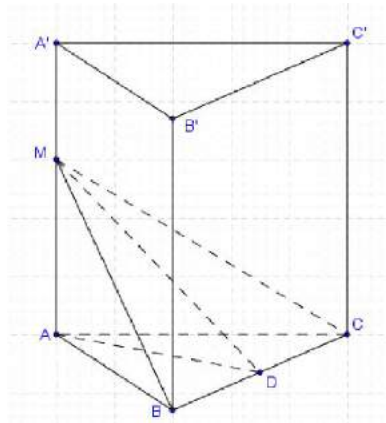
Gọi M là trung điểm của BC , ta có

ΔABC đều cạnh $2a \Rightarrow AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2}$

Và $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{SMA} = (\widehat{SBC; ABC}) = x.$

Vậy $\tan x = \frac{SA}{AM} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{2a\sqrt{3}} = \frac{2}{3}.$

Câu 57. Chọn C



Gọi D là trung điểm của BC .

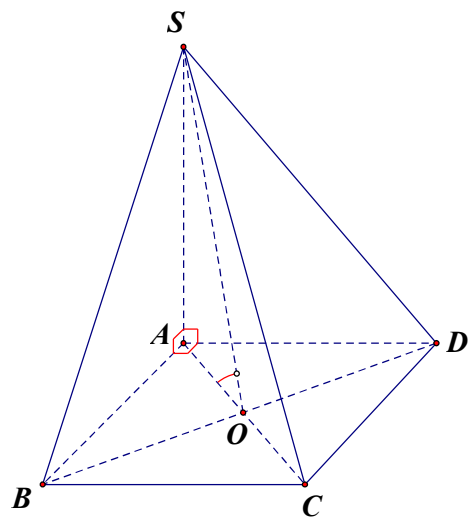
Ta có $(MBC) \cap (ABC) = BC$.

Và $\begin{cases} BC \perp AD \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMD).$

Do đó $\alpha = (\widehat{(MBC), (ABC)}) = (\widehat{DM, AD}) = \widehat{MDA}$, (vì tam giác MAD vuông tại A).

Vậy $\tan \alpha = \frac{AM}{AD} = \frac{3a}{4} \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Câu 58. Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$ ta có $SO \perp BD, AO \perp BD$

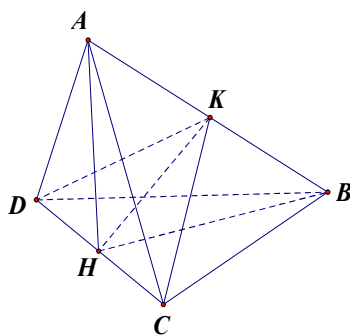
Góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SOA}$

Xét tam giác vuông SOA có $SA = \frac{a\sqrt{6}}{6}; OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\text{Nên } \tan \widehat{SOA} = \frac{SO}{OA} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ suy ra góc } \widehat{SOA} = 30^\circ$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 30°

Câu 59. Chọn B



Gọi H, K lần lượt là trung điểm của CD và AB .

Do tam giác ACD cân tại A nên $AH \perp CD$ mà $(ACD) \perp (BCD) \Rightarrow AH \perp (BCD) \Rightarrow AH \perp HB$

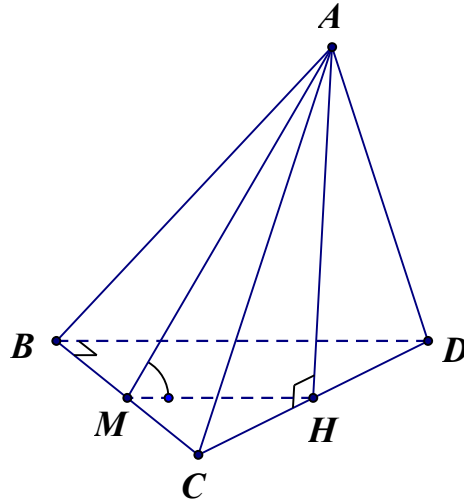
$$\Rightarrow AB = \sqrt{HA^2 + HB^2} = \sqrt{2(a^2 - x^2)} \text{ và } HK = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2(a^2 - x^2)}}{2}.$$

Do các tam giác ABC, ABD cân tại C và D nên $CK \perp AB, DK \perp AB \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là góc $(\widehat{CKD})$. Khi đó:

$$(ABC) \perp (ABD) \Leftrightarrow \widehat{CKD} = 90^\circ \Leftrightarrow KH = \frac{CD}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2(a^2 - x^2)}}{2} = x \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 60. Chọn B



Gọi M và H lần lượt là trung điểm BC và CD . Do $AB = AC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và H là chân đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy BCD nên $AH \perp (BCD)$.

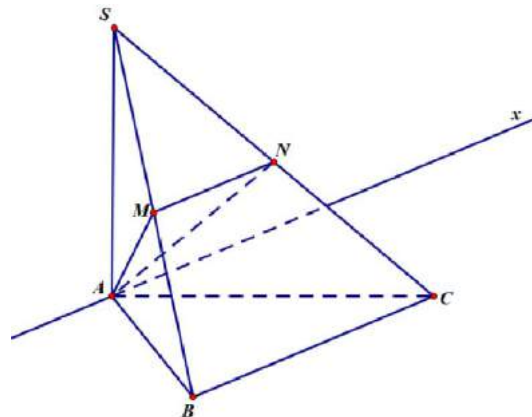
$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp MH \\ BC \perp AH \\ MH, AH \subset (AMH) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMH).$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} BC \perp MH \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow ((ABC), (BCD)) = \widehat{AMH}.$$

$$\tan \widehat{AMH} = \frac{AH}{MH} = \frac{\sqrt{AB^2 - BH^2}}{\frac{1}{2}BD} = \frac{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{AMH} = \frac{\pi}{3}.$$

Câu 61. Chọn C

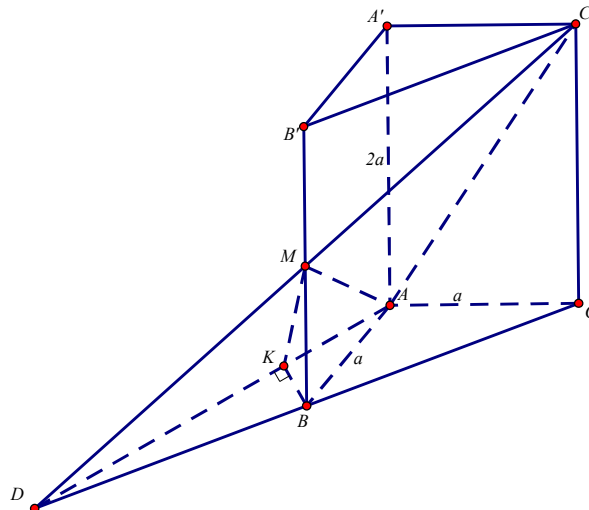


Ta có: $MN \parallel BC$ (tính chất đường trung bình) $\Rightarrow MN \parallel (ABC) \Rightarrow (AMN) \cap (ABC) = Ax$.

Để thấy, $BC \perp (SAB) \Rightarrow Ax \perp (SAB) \Rightarrow \begin{cases} Ax \perp AB \\ Ax \perp AM \end{cases}$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) là $\widehat{MAB}$. Vì tam giác SAB vuông, nên $\widehat{MAB} = \widehat{SBA}$. Ta có:

$$\cos \widehat{MAB} = \cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{a}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 62. Chọn D

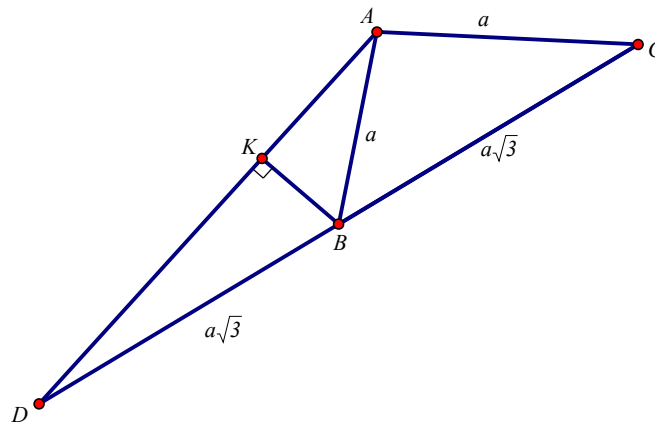


Kéo dài BC cắt $C'M$ tại D , khi đó giao tuyến của (ABC) và $(AC'M)$ là AD .

Do M là trung điểm của BB' suy ra $DB = BC = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a^2 \cos 120} = a\sqrt{3}$

Trong mặt phẳng (ABC) kẻ $BK \perp AD, K \in AD$.

Gọi φ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AC'M)$. Ta có $\cos \varphi = \frac{BK}{MK}$.

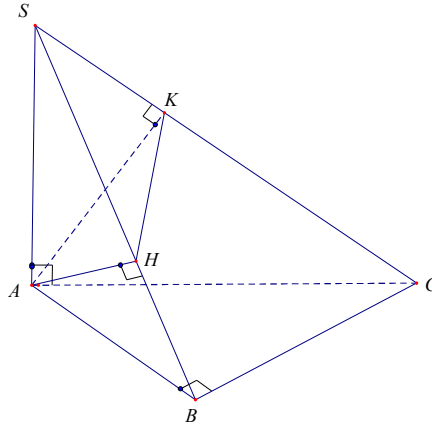


Do tam giác ABC cân tại A và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$ nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 30^\circ$ suy ra $\widehat{ABD} = 150^\circ$.

Ta có $AD^2 = BD^2 + AB^2 - 2BD \cdot AB \cdot \cos 150^\circ = 3a^2 + a^2 + 2a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7a^2$.

Suy ra $AD = a\sqrt{7} \Rightarrow \sin \widehat{DAB} = \frac{\sin 150^\circ \cdot a\sqrt{3}}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \Rightarrow BK = AB \cdot \sin \widehat{DAB} = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$.

$$\Rightarrow MK = \sqrt{BM^2 + BK^2} = \sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{28}} = \frac{a\sqrt{31}}{2\sqrt{7}}. \text{ Vậy } \cos \varphi = \frac{BK}{MK} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}}{\frac{a\sqrt{31}}{2\sqrt{7}}} = \frac{\sqrt{93}}{31}.$$

Dạng 3.2 Góc của hai mặt phẳng bên**Câu 63.**

Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$

Mặt khác $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (1).

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB, SC khi đó ta có.

$AH \perp SC$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$ (3).

Mặt khác ta lại có $AK \perp SC$ (4).

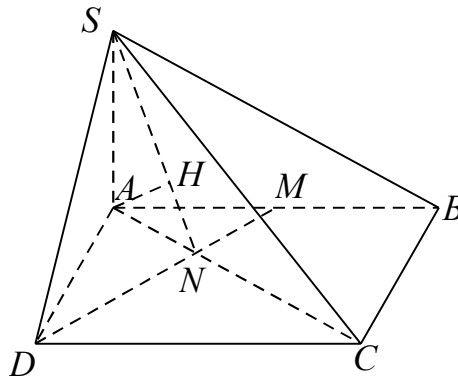
Từ (3) và (4) ta có $SC \perp (AHK) \Rightarrow SC \perp HK$.

Vậy $((SAC), (SBC)) = (AK, HK) = \widehat{AKH}$.

Do $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HK$ hay tam giác AHK vuông tại H .

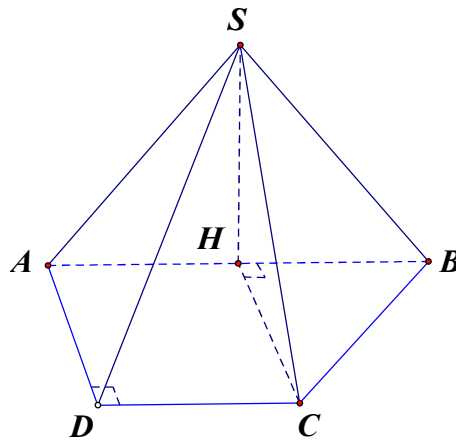
$$\text{Ta có } AH = \frac{AB \cdot SA}{\sqrt{AB^2 + SA^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}; \quad AK = \frac{AC \cdot SA}{\sqrt{AC^2 + SA^2}} = a\sqrt{2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

$$\text{Vậy } \cos AKH = \frac{HK}{AK} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$



Câu 64.

Gọi $N = AC \cap DM$. Ta có $\frac{AM}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, do đó hai tam giác ABC và DAM đồng dạng, suy ra $\widehat{AMN} + \widehat{MAN} = 90^\circ$. Vậy $AC \perp DM \Rightarrow DM \perp (SAC)$ mà $DM \subset (SDM)$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SDM) là 90° .



Câu 65.

Theo giả thuyết H là hình chiếu của C lên AB nên hình chiếu của mặt phẳng (SBC) lên mặt phẳng (SAB) là (SBH) . Đặt $\alpha = \widehat{((SBC), (SAB))}$ ta có: $\cos \alpha = \frac{S_{\Delta SBH}}{S_{\Delta SBC}}$.

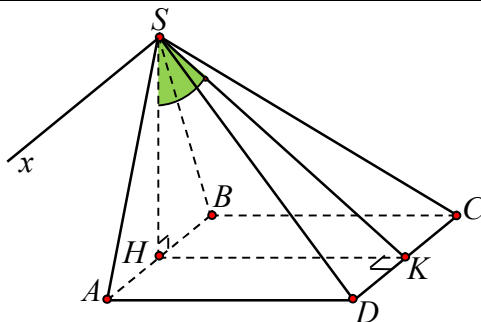
Mặt khác ta có:

$$S_{\Delta SHB} = \frac{1}{2} a \cdot a \sqrt{3} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

$$SB = SC = 2a; BC = a\sqrt{2}.$$

$$S_{\Delta SBC} = \sqrt{\frac{a(4+\sqrt{2})}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a(4-\sqrt{2})}{2}} = \frac{a^2 \sqrt{7}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{S_{\Delta SBH}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.$$

**Câu 66.**

Ta có: H là trung điểm AB thì $SH \perp AB$ (vì tam giác SAB đều)

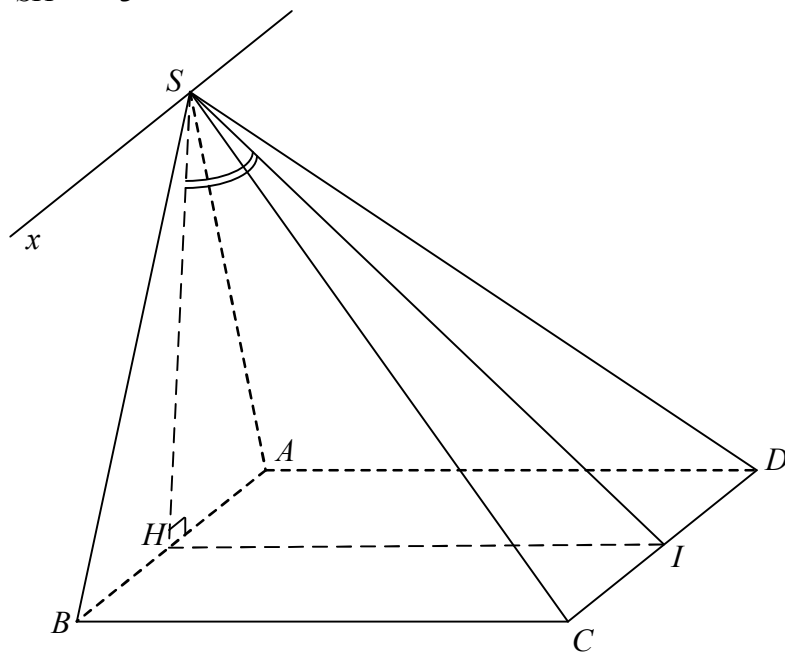
$$\text{Mà } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} AB \parallel CD \\ S \in (SAB) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$$

$$\text{Mà } Sx \perp (SHK) \Rightarrow \begin{cases} Sx \perp SH \\ Sx \perp SK \end{cases}, \text{ với } K \text{ là trung điểm } CD.$$

$$\Rightarrow \widehat{(SAB), (SCD)} = \widehat{HSK}.$$

$$\text{Khi đó } \tan \widehat{HSK} = \frac{HK}{SH} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 67.**

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH$ là trung tuyến đồng thời là đường cao của tam giác SAB

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Gọi I là trung điểm của $CD \Rightarrow HI$ là đường trung bình của hình vuông $ABCD$
 $\Rightarrow HI = a, HI \perp CD$

$$\text{Do } \begin{cases} CD \perp SH \\ CD \perp HI \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHI) \Rightarrow CD \perp SI$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD) \text{ với } Sx // AB // CD \\ AB // CD \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} Sx // AB \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow SH \perp Sx. \text{ Chứng minh tương tự: } Sx \perp SI.$$

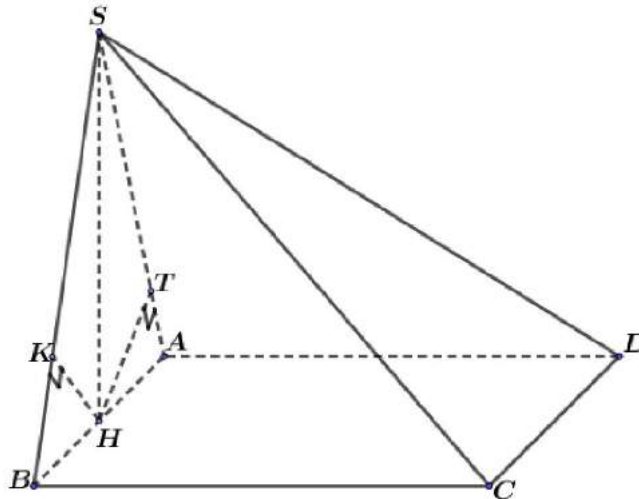
$$\text{Khi đó: } \begin{cases} Sx = (SCD) \cap (SAB) \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \Rightarrow \widehat{[(SAB), (SCD)]} = \widehat{(SH, SI)} = \widehat{HSI} = \varphi \\ SI \subset (SCD), SI \perp CD \end{cases}$$

$$\text{Xét } \triangle SHI \text{ có: } \tan \varphi = \frac{HI}{SH} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 68. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S và $d // AB, d // CD$.

Do đó $d \perp SA, d \perp SD$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là góc giữa SA và SD

Tam giác SAD vuông tại A , $\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{AS} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, do đó góc cần tìm bằng 30° .



Câu 69.

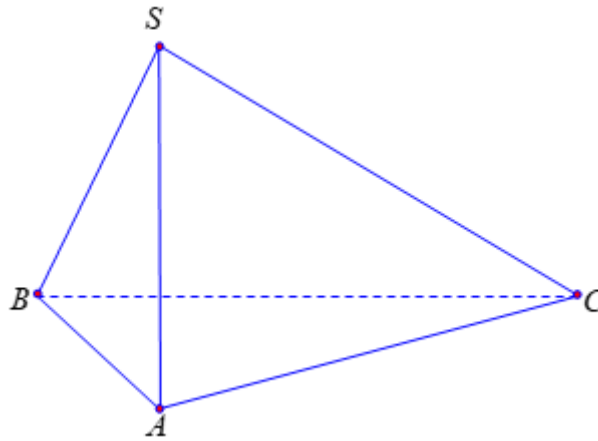
Gọi H là trung điểm của AB , theo đề ra ta được $SH \perp (ABCD)$.

Dựng T, K lần lượt là hình chiếu của H lên $SA, SB \Rightarrow HT \perp (SAD)$ và $HK \perp (SBC)$.

$$\text{Vậy } \widehat{[(SAD), (SBC)]} = \widehat{(HT, HK)}.$$

Xét tứ giác $SKHT$ có hai góc vuông đối diện nhau nên $SKHT$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KHT} = 60^\circ$ do $\widehat{ASB} = 120^\circ$.

$$\text{Vậy } \widehat{[(SAD), (SBC)]} = \widehat{(HT, HK)} = \widehat{KHT} = 60^\circ.$$

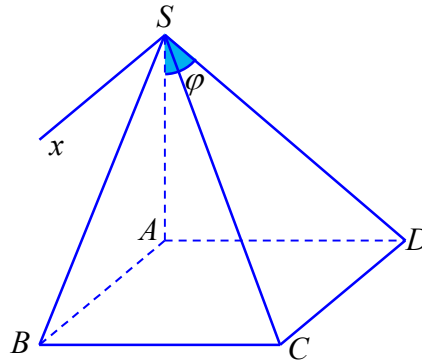
**Câu 70.**

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$ và $SA \perp AC$.

$$\text{ta có: } \begin{cases} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SAB), (SAC)} \right) = \left(\widehat{AB, AC} \right) = \widehat{BAC}.$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } \cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{a^2 + a^2 - (a\sqrt{3})^2}{2 \cdot a \cdot a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ.$$

$$\text{Vậy } \left(\widehat{(SAB), (SAC)} \right) = 120^\circ.$$

**Câu 71.**

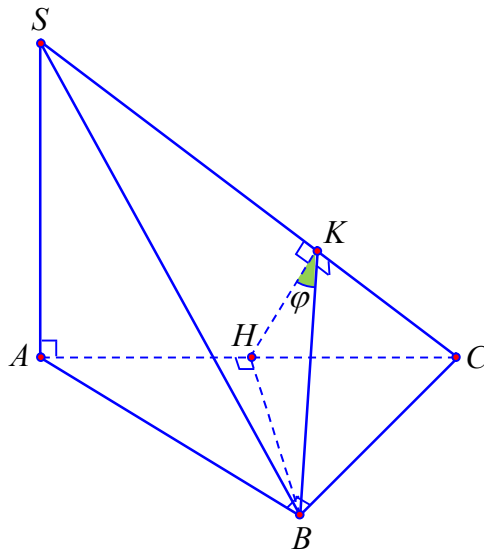
$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp (SAD) \\ CD \parallel Sx \end{cases} \Rightarrow Sx \perp (SAD) \Rightarrow \begin{cases} Sx \perp SA \\ Sx \perp SD \end{cases} \text{ và } (SAB) \cap (SCD) = Sx \parallel AB \parallel CD$$

$$\Rightarrow \left(\widehat{(SAB), (SCD)} \right) = \widehat{ASD} = \varphi.$$

Tam giác SAD vuông tại A có $SA = AD = a \Rightarrow \triangle SAD$ vuông cân tại A

$$\Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

$$\text{Vậy } \left(\widehat{(SAB), (SCD)} \right) = 45^\circ.$$



Câu 72.

Gọi H là trung điểm cạnh AC

Ta có $(SAC) \perp (ABC)$ (vì $SA \perp (ABC)$) và $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$.

Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ $HK \perp SC$ thì $SC \perp (BHK) \Rightarrow SC \perp BK$.

$$\Rightarrow \left(\widehat{(SAC), (SBC)} \right) = \widehat{SKH} = \varphi.$$

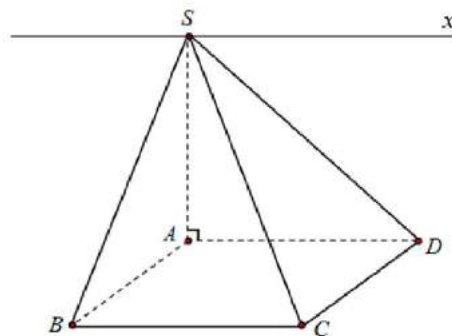
Mặt khác

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = a$ nên $AC = a\sqrt{2}$ và $BH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hai tam giác CKH và CAS đồng dạng nên $HK = \frac{HC.SA}{SC} \Leftrightarrow HK = \frac{HC.SA}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác BHK vuông tại H có $\tan \varphi = \frac{BH}{HK} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Vậy $\left(\widehat{(SAC), (SBC)} \right) = 60^\circ$.



Câu 73.

Ta có: $(SBC) \cap (SAD) = Sx \parallel BC \parallel AD$.

Ta chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow Sx \perp SB$.

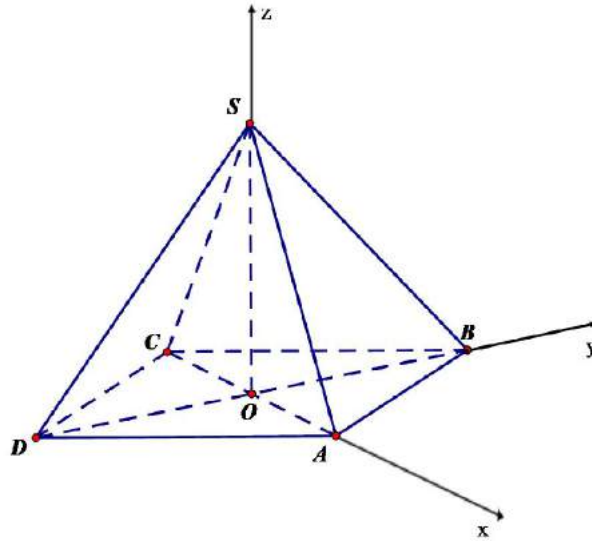
Lại có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD \Rightarrow SA \perp Sx$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và (SAD) là góc $\widehat{BSA} = 45^\circ$.

Câu 74. Chọn A

$$\text{Theo bài ra ta có } OB = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{6a^2}{9}} = \frac{\sqrt{3}a}{3}$$

$$\text{và } OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$



Chọn hệ trục $Oxyz$, với $O(0;0;0)$, $A\left(\frac{a\sqrt{6}}{3};0;0\right)$, $B\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{3};0\right)$, $S\left(0;0;\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)$,

$$C\left(-\frac{a\sqrt{6}}{3};0;0\right), D\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{3};0\right).$$

Phương trình mặt phẳng (SBC) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-1; \sqrt{2}; 1)$ và vector pháp tuyến của mặt phẳng (SCD) là $\vec{n}' = (-1; -\sqrt{2}; 1)$.

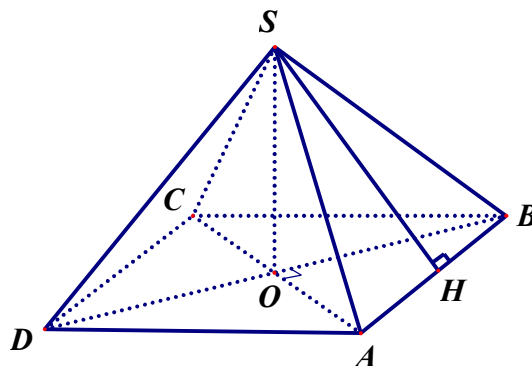
Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) ta có:

$$\cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}') \right| = \frac{|1 - 2 + 1|}{\sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{2})^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{2})^2 + 1^2}} = 0$$

Suy ra góc $\varphi = 90^\circ$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là 90°

Câu 75. Chọn C



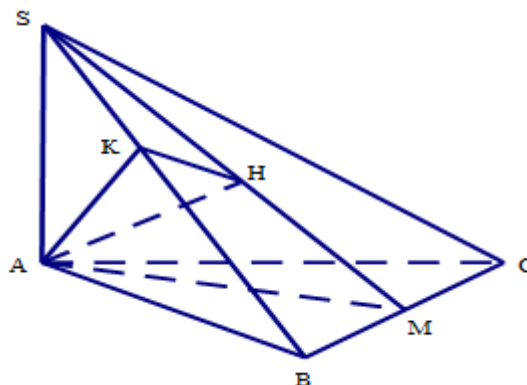
$$AC = 2\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SAC \text{ là tam giác đều} \Rightarrow S_{\Delta SAC} = 2\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta SAO} = \sqrt{3}$$

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{7} \Rightarrow S_{\Delta SAB} = \sqrt{7}.$$

Hình chiếu vuông góc của ΔSAB lên mặt phẳng (SAC) là ΔSAO .

$$\text{Suy ra: } \cos \alpha = \frac{S_{\Delta SAO}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 76. Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC . Do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$ và

$$AM = AB \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên SM, SB .

Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AB, SA \perp AM$. Trong các tam giác vuông SAB, SAM , ta có:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

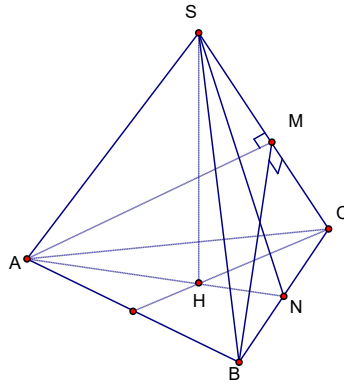
$$\begin{cases} BC \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABC)) \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\begin{cases} AH \perp SM \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow \begin{cases} AH \perp KH \\ AH \perp SB \end{cases} \cdot \begin{cases} SB \perp AH \\ SB \perp AK \end{cases} \Rightarrow SB \perp (AHK) \Rightarrow SB \perp HK.$$

$$\text{Từ } AH \perp KH \Rightarrow KH = \sqrt{AK^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{20}}$$

$$\text{Từ } \begin{cases} SB \perp AK \\ SB \perp HK \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (SBC)) = \widehat{AKH} \Rightarrow \cos((SAB), (SBC)) = \frac{HK}{AK} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Câu 77. Chọn C



Gọi M, N là chân đường cao hạ từ các đỉnh B, S của tam giác SBC . H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) .

Ta có: $AB \perp (SHC) \Rightarrow AB \perp SC$

Mặt khác $SC \perp BM \Rightarrow SC \perp (ABM) \Rightarrow SC \perp AM$

$$\text{Vậy } \begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ AM \subset (SAC) \\ BM \subset (SBC) \\ SC \perp AM, SC \perp BM \end{cases} \Rightarrow ((SAC); (SBC)) = (AM; BM).$$

Ta tính góc $\widehat{AMB}$. Xét tam giác AMB .

Tam giác SBC cân tại S nên N là trung điểm của BC .

$$+) SN = \sqrt{SC^2 - NC^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

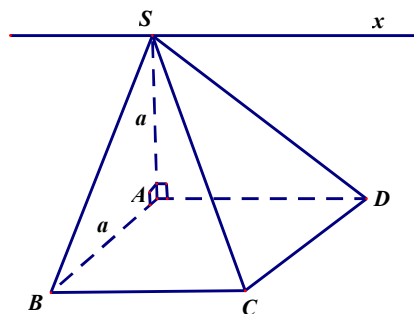
$$+) BM = \frac{SN \cdot BC}{SC} = \frac{a\sqrt{15} \cdot a}{2 \cdot 2a} = \frac{a\sqrt{15}}{4}.$$

$$+) AM = \sqrt{AC^2 - MC^2} = \sqrt{BC^2 - MC^2} = BM.$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{AMB} = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2 \cdot AM \cdot BM} = \frac{\frac{15a^2}{16} + \frac{15a^2}{16} - a^2}{2 \cdot \frac{15a^2}{16}} = \frac{7}{15} > 0, \text{ suy ra góc } \widehat{AMB} \text{ nhọn.}$$

$$\text{Vậy } \alpha = ((SAC); (SBC)) = (AM; BM) = \widehat{AMB} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{7}{15}.$$

Câu 78. Chọn D



$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in [(SAD) \cap (SBC)] \\ BC \parallel AD \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel BC, Sx \parallel AD.$$

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$

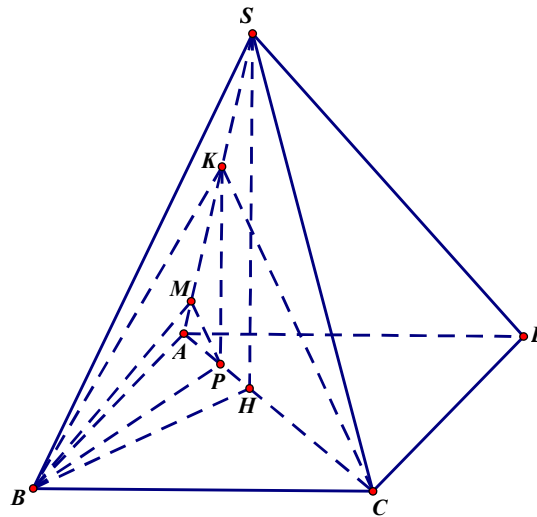
Mà $Sx // BC \Rightarrow Sx \perp SB$ tại S . (1)

Ta lại có: $\begin{cases} SA \perp AD \\ Sx // AD \end{cases} \Rightarrow SA \perp Sx$ tại S . (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow (\widehat{SBC}, \widehat{SAD}) = (\widehat{SB}, \widehat{SA}) = \widehat{ASB}.$

Xét tam giác SAB vuông tại A có: $SA = AB \Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{ASB} = 45^\circ$
 $\Rightarrow (\widehat{SBC}, \widehat{SAD}) = 45^\circ.$

Câu 79. Chọn B



Xét tam giác ABC vuông tại B ta có: $AC^2 = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$

Gọi K là chân đường vuông góc kẻ từ C xuống SA . Xét tam giác CAK vuông tại K ta có:

$$AK = \sqrt{CA^2 - CK^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3.$$

Kẻ $SH \perp AC$, $H \in AC$ và $KP // SH$, $P \in AC$ thì $KP \perp (ABCD).$

Xét tam giác BAC vuông tại B và tam giác KAC vuông tại K ta thấy các cạnh tương ứng bằng nhau và KP là đường cao của tam giác KAC nên BP là đường cao của tam giác BAC .

Kẻ $PM \perp KA$, $M \in KA$. Vì $KA \perp PB$ và $KA \perp PM$ nên $KA \perp (PMB)$. Suy ra $KA \perp MB$.

Như vậy, góc giữa mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng góc $\widehat{PMB}$.

Xét tam giác KAC vuông tại K ta có: $KP \cdot AC = KA \cdot KC \Rightarrow KP = \frac{KA \cdot KC}{AC} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}.$

$$\text{Suy ra } BP = KP = \frac{12}{5}.$$

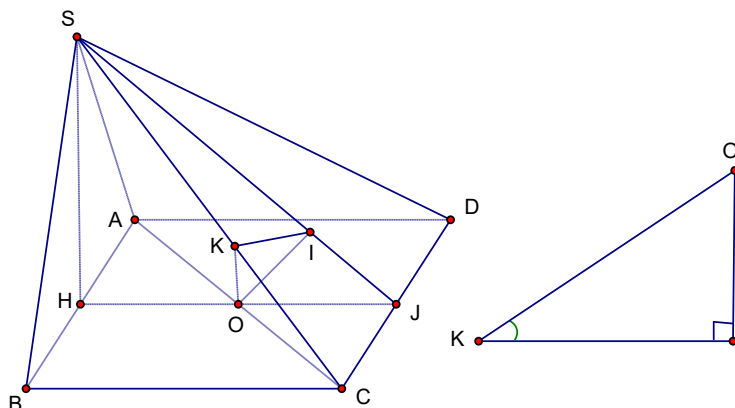
Xét tam giác KPA vuông tại P ta có $PA = \sqrt{KA^2 - KP^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{9}{5}.$

$$\text{Lại có } PM \cdot AK = PA \cdot PK \Rightarrow PM = \frac{PA \cdot PK}{AK} = \frac{36}{25}.$$

Xét tam giác PMB vuông tại P ta có $MB = \sqrt{PB^2 + PM^2} = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{36}{25}\right)^2} = \frac{12\sqrt{34}}{25}.$

$$\text{Ta có: } \cos \widehat{PMB} = \frac{MP}{MB} = \frac{36}{25} \cdot \frac{25}{12\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}.$$

Câu 80. Chọn C



Gọi H, O, J lần lượt là trung điểm của AB, AC, CD .

I là hình chiếu vuông góc của O lên SJ , K là hình chiếu vuông góc của I lên SC .

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases}$$

$$\Rightarrow SH \perp CD.$$

Mặt khác, $CD \perp HJ \Rightarrow CD \perp (SHJ) \Rightarrow CD \perp OI$.

$$\begin{cases} OI \perp SJ \\ OI \perp CD \end{cases} \Rightarrow OI \perp (SCD) \Rightarrow OI \perp SC, \text{ Có } \begin{cases} SC \perp OI \\ SC \perp IK \end{cases} \Rightarrow SC \perp OK.$$

Suy ra $\left(\widehat{(SAC), (SCD)} \right) = \left(\widehat{KO, KI} \right) = \widehat{OKI}$ (do $\triangle OKI$ vuông tại I nên $\widehat{OKI}$ nhọn)

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SC = SD = \sqrt{SB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}, SJ = \sqrt{SH^2 + HJ^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

$$\triangle SHJ \sim \triangle OIJ \Rightarrow \frac{OI}{SH} = \frac{OJ}{SJ} = \frac{IJ}{HJ} \Rightarrow OI = \frac{OJ \cdot SH}{SJ} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}.$$

$$IJ = \frac{OJ \cdot HJ}{SJ} = \frac{a}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Có } SI = SJ - IJ = \frac{5\sqrt{7}a}{14}.$$

$$\triangle SKI \sim \triangle SJC \Rightarrow \frac{SI}{SC} = \frac{KI}{JC} \Rightarrow KI = \frac{SI \cdot JC}{SC} = \frac{\frac{5\sqrt{7}a}{14} \cdot \frac{a}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{14}a}{56}.$$

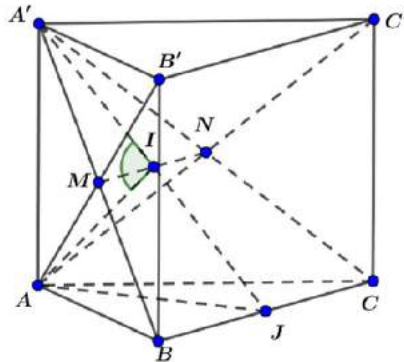
$\triangle OKI$ vuông tại I

$$\tan \varphi = \frac{OI}{KI} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \cdot \frac{56}{5\sqrt{14}a}}{\frac{5\sqrt{14}a}{56}} = \sqrt{\frac{24}{25}}$$

$$\text{Có } \cos^2 \varphi = \frac{1}{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{25}{49} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{5}{7} \text{ (do } \cos \varphi > 0 \text{)}$$

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{5}{7}.$$

Dạng 3.3 Góc của hai mặt phẳng khác



Câu 81.

Giả sử cạnh của hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài bằng a .

Gọi $M = A'B \cap AB'$ và $N = A'C \cap AC'$.

Khi đó $(AB'C') \cap (A'BC) = MN$.

Kẻ $A'I \perp MN$ ($I \in MN$) mà $AA' \perp BC$, $BC \parallel MN \Rightarrow AA' \perp MN$. Vậy $AI \perp MN$.

Khi đó $((AB'C'), (A'BC)) = (AI, A'I) = \alpha$.

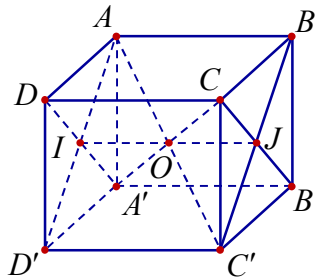
Gọi J là trung điểm BC .

$$AJ = \frac{a\sqrt{3}}{2}, A'J = \sqrt{AA'^2 + AJ^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}a \Rightarrow A'I = \frac{1}{2}A'J = \frac{a\sqrt{7}}{4}.$$

Xét tam giác $\triangle A'IA$ có:

$$\cos \widehat{A'IA} = \frac{AI^2 + A'I^2 - AA'^2}{2 \cdot AI \cdot A'I} = \frac{-1}{7} \Rightarrow \cos \alpha = \cos(AI, A'I) = \cos(180^\circ - \widehat{A'IA}) = \frac{1}{7}.$$

Câu 82. Chọn D



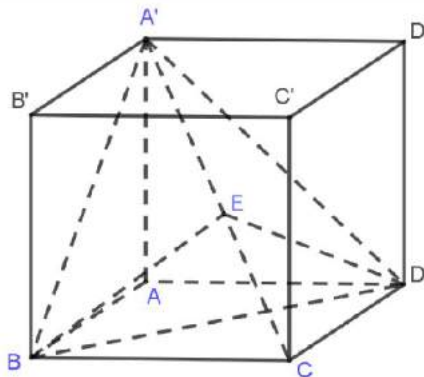
Ta có: $CD \perp (ADD'A') \Rightarrow CD \perp A'D$

$$\begin{cases} A'D \perp AD' \\ CD \perp AD' \end{cases} \Rightarrow AD' \perp (A'B'CD)$$

Mà $AD' \subset (ABC'D') \Rightarrow (ABC'D') \perp (A'B'CD)$

Do đó: góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng 90° .

Câu 83. Chọn C



Ta có: $(A'BC) \cap (A'CD) = A'C$. Do $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp A'C$.

Kê $BE \perp A'C = \{E\}$, thì $(BDE) \perp A'C$.

$(BDE) \cap (A'BC) = EB$; $(BDE) \cap (A'CD) = ED$.

Vậy $\left((A'BC); (A'CD) \right) = (\widehat{EB; ED})$.

Có $\begin{cases} BC \perp BA \\ BC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'B'B) \Rightarrow BC \perp A'B$.

Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tam giác $A'BC$ vuông tại B với đường cao là BE , ta có:

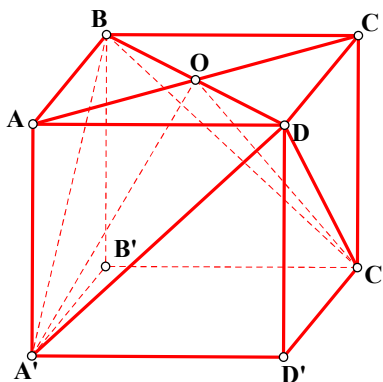
$$\frac{1}{BE^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BA'^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow BE = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}. \text{ Tương tự ta có } DE = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Áp dụng định lý hàm số cosin trong tam giác BDE :

$$\cos \widehat{BED} = \frac{BE^2 + DE^2 - BD^2}{2 \cdot BE \cdot DE} = \frac{\frac{2a^2}{3} + \frac{2a^2}{3} - 2a^2}{2 \cdot \frac{2a^2}{3}} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \widehat{BED} = 120^\circ.$$

Vậy $\left((A'BC); (A'CD) \right) = (\widehat{EB; ED}) = 180^\circ - \widehat{BED} = 60^\circ$.

Câu 84. Chọn A



Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp A'A \end{cases} \rightarrow BD \perp (ACC'A') \rightarrow BD \perp OA', BD \perp OC'$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ là góc giữa hai đường thẳng OA' và OC' .

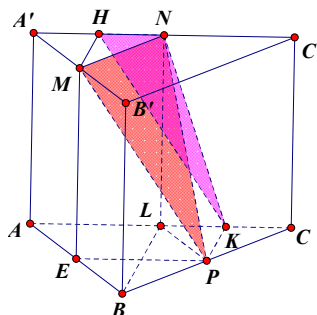
Theo giả thiết: $AC = 2A'A = 2a\sqrt{3} \Rightarrow AO = A'A = a\sqrt{3} \rightarrow OA' = OC' = a\sqrt{6}$

$$\text{Trong tam giác } OA'C': \cos O = \frac{OA'^2 + OC'^2 - A'C'^2}{2.OA'.OC'} = \frac{6a^2 + 6a^2 - 12a^2}{2.6a^2} = 0$$

Suy ra $\widehat{A'OC'} = 90^\circ$.

Chú ý: có thể suy ra góc $\widehat{A'OC'}$ vuông bằng cách nhận xét 2 tam giác AOA', COC' vuông cân.

Câu 85. Chọn B



Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên nó là lăng trụ đứng và có đáy là tam giác đều. Ta lấy thêm các trung điểm của AB, AC lần lượt là các điểm E, L . Gọi H, K lần lượt là trung điểm của $A'N, CL$. Khi đó thực hiện phép chiếu vuông góc tam giác MNP lên mặt phẳng $(ACC'A')$ ta được tam giác KNH .

Tam giác MNP có $MN = \sqrt{3}, MP = NP$

với $MP = \sqrt{PE^2 + ME^2} = \sqrt{3+4} = \sqrt{7}$.

Tam giác MNP cân tại P nên độ dài đường cao kẻ từ P tính được là $\sqrt{7 - \frac{3}{4}} = \frac{5}{2}$.

Nên diện tích là: $S_{MNP} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.

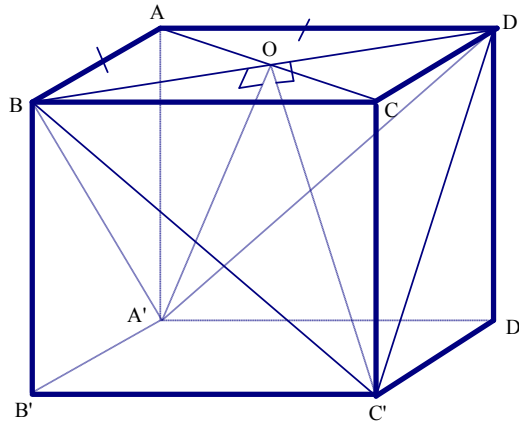
Tam giác KHN có diện tích được tính là

$$S_{KHN} = S_{ACC'A'} - S_{AKHA'} - S_{KCC'N} = 4\sqrt{3} - \frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 2}{2} - \frac{\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Áp dụng công thức hình chiếu ta có $S_{KHN} = S_{MNP} \cdot \cos \alpha$.

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{S_{KHN}}{S_{MNP}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{5\sqrt{3}}{4}} = \frac{2}{5}.$$

Câu 86. Chọn C



+ Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$.

Đặt $AB = x \Rightarrow BC = x; AA' = \frac{x\sqrt{6}}{2}$.

$$A'B = A'D = \sqrt{\left(\frac{x\sqrt{6}}{2}\right)^2 + x^2} = \frac{x\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \Delta A'BD \text{ cân} \Rightarrow A'O \perp BD.$$

$$C'B = C'D = \sqrt{\left(\frac{x\sqrt{6}}{2}\right)^2 + x^2} = \frac{x\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \Delta C'BD \text{ cân} \Rightarrow C'O \perp BD.$$

$$+ (A'BD) \cap (C'BD) = BD$$

$$A'O \perp BD, A'O \subset (A'BD)$$

$$C'O \perp BD, C'O \subset (C'BD)$$

$\Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng góc giữa $A'O$ và $C'O$.

+ Tính $\widehat{A'OC'}$.

$$A'O = C'O = \sqrt{A'B^2 - BO^2} = \sqrt{\left(\frac{x\sqrt{10}}{2}\right)^2 - \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2} = x\sqrt{2}.$$

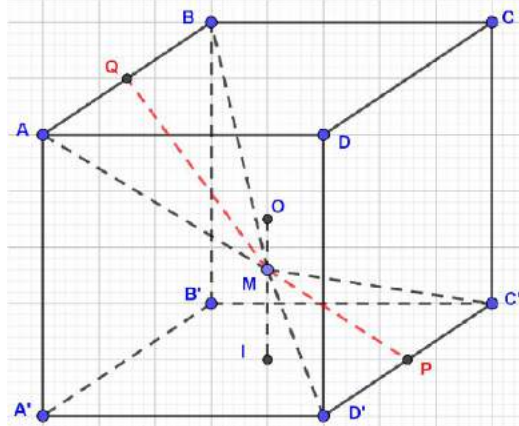
$$A'C' = x\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow \Delta A'OC' \text{ đều} \Rightarrow \widehat{A'OC'} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng 60° .

Cách khác: Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ để tìm góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$.

Câu 87. Chọn D



Ta chọn hình lập phương có cạnh bằng 6.

Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh $C'D'$ và AB . Khi đó ta có

$$MP = \sqrt{MI^2 + IP^2} = \sqrt{13}, MQ = 5, PQ = 6\sqrt{2}$$

Áp dụng định lý hàm cos ta được:

$$\cos \widehat{PMQ} = \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = -\frac{17\sqrt{13}}{65}.$$

Gọi α là góc giữa $(MC'D')$ và (MAB) :

$$\sin \alpha = \frac{6\sqrt{13}}{65}.$$

Câu 88. Chọn B

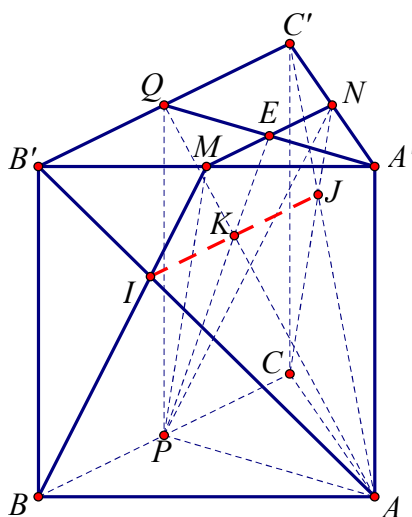
Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$; $I = BM \cap AB'$, $J = CN \cap AC'$, $E = MN \cap A'Q$.

Suy ra, $(MNP) \cap (AB'C') = (MNCB) \cap (AB'C') = IJ$ và gọi $K = IJ \cap PE \Rightarrow K \in AQ$ với E là trung điểm MN (hình vẽ).

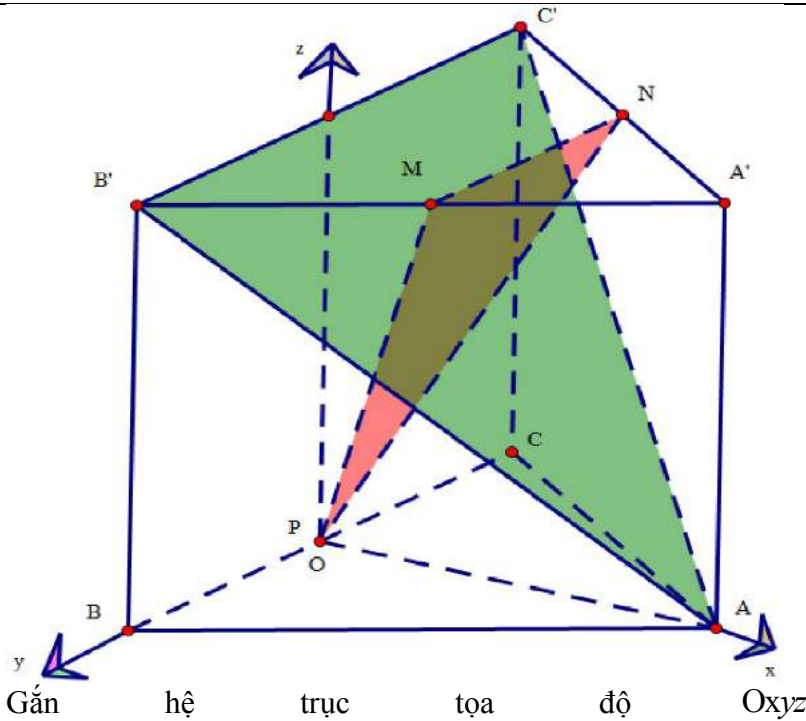
$$(AA'QP) \perp IJ \Rightarrow AQ \perp IJ, PE \perp IJ \Rightarrow \left(\widehat{(MNP), (AB'C')} \right) = \left(\widehat{AQ, PE} \right) = \alpha$$

$$\text{Ta có } AP = 3, PQ = 2 \Rightarrow AQ = \sqrt{13} \Rightarrow QK = \frac{\sqrt{13}}{3}; PE = \frac{5}{2} \Rightarrow PK = \frac{5}{3}.$$

$$\cos \alpha = \left| \cos \widehat{QKP} \right| = \frac{|KQ^2 + KP^2 - PQ^2|}{2KQ \cdot KP} = \frac{\sqrt{13}}{65}.$$



Cách 2



Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

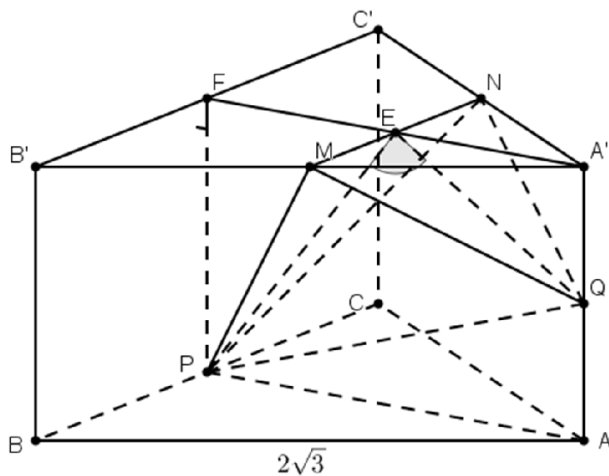
$$\Rightarrow P(0;0;0), A(3;0;0), B(0;\sqrt{3};0), C(0;-\sqrt{3};0), A'(3;0;2), B'(0;\sqrt{3};2), C'(0;-\sqrt{3};2)$$

$$\text{nên } M\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right), N\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; 2\right)$$

Ta có vtpt của mp($AB'C'$) là $\vec{n}_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AC'}] = (2; 0; 3)$ và vtpt của mp(MNP) là $\vec{n}_2 = (4; 0; -3)$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng ($AB'C'$) và mp(MNP) $\Rightarrow \cos \varphi = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|8-9|}{\sqrt{13}\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{13}}{65}$

Cách 3



Gọi Q là trung điểm của AA' , khi đó mặt phẳng ($AB'C'$) song song với mặt phẳng (MNQ) nên góc giữa hai mặt phẳng ($AB'C'$) và (MNP) cũng bằng góc giữa hai mặt phẳng (MNQ) và (MNP)

Ta có:

$$\begin{cases} (MNP) \cap (MNQ) = MN \\ PE \subset (MNP); PE \perp MN \Rightarrow \widehat{((MNP); (MNQ))} = \widehat{PEQ} \text{ hoặc } \widehat{((MNP); (MNQ))} = 180^\circ - \widehat{PEQ} \\ QE \subset (MNQ); QE \perp MN \end{cases}$$

Tam giác ABC đều có cạnh $2\sqrt{3} \Rightarrow AP = 3$.

Tam giác APQ vuông tại A nên ta có: $PQ = \sqrt{AP^2 + AQ^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

Tam giác $A'QE$ vuông tại A' nên ta có: $QE = \sqrt{A'E^2 + A'Q^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

Tam giác PEF vuông tại F nên ta có: $PE = \sqrt{FP^2 + FE^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$

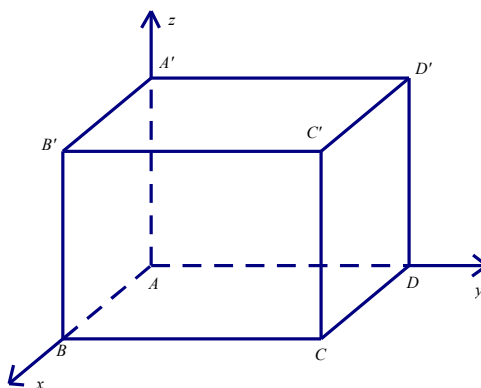
Áp dụng định lý hàm số cosin vào tam giác PQE ta có:

$$\cos \widehat{PEQ} = \frac{EP^2 + EQ^2 - PQ^2}{2 \cdot EP \cdot EQ} = \frac{\frac{25}{4} + \frac{13}{4} - 10}{2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{\sqrt{13}}{2}} = -\frac{\sqrt{13}}{65}$$

$$\text{Do đó: } \cos \widehat{((MNP); (AB'C'))} = \cos(180^\circ - \widehat{PEQ}) = -\cos \widehat{PEQ} = \frac{\sqrt{13}}{65}.$$

Câu 89. Chọn D

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ sau.



Theo cách chọn hệ trục tọa độ và theo bài ra ta có: $A(0;0;0)$; $B(2;0;0)$; $D(0;3;0)$; $C(2;3;0)$; $C'(2;3;4)$; $A'(0;0;4)$.

Ta có: $\overrightarrow{BC'} = (0;3;4)$; $\overrightarrow{BD} = (-2;3;0) \Rightarrow \vec{n}_{(BC'D)} = [\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{BD}] = (-12; -8; 6) \Rightarrow \vec{n}_1 = (6; 4; -3)$ là một vector pháp tuyến của $(BC'D)$.

Tương tự ta có: $\vec{n}_2 = (6; -4; -3)$ là một vector pháp tuyến của $(A'C'D)$.

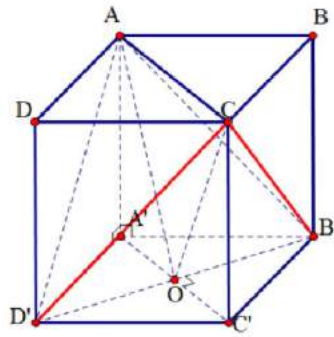
$$\text{Ta có: } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|6 \cdot 6 - 16 + 9|}{\sqrt{6^2 + 4^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{6^2 + (-4)^2 + (-3)^2}} = \frac{29}{61}.$$

$$\Rightarrow \alpha \approx 61,6^\circ.$$

Câu 90.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = A'C' \cap B'D'$.

$$(AB'D') \cap (CB'D') = B'D'$$

Mà $B'D' \perp (ACC'A')$

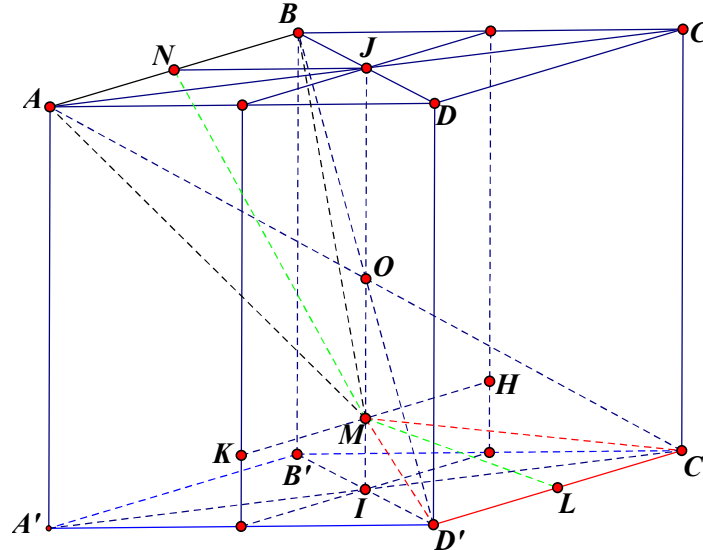
$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} (A'C'CA) \cap (AB'D') = AO \\ (A'C'CA) \cap (CB'D') = CO \end{cases}$$

suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(CB'D')$ là góc giữa AO và CO .

$$CO = AO = \sqrt{AA'^2 + A'O^2} = 2 = AC \Rightarrow \triangle AOC \text{ là tam giác đều.}$$

Vậy góc cần tìm bằng 60° .

Câu 91. Chọn B



Giao tuyến của (MAB) và $(MC'D')$ là đường thẳng KH như hình vẽ.

Gọi J là tâm hình vuông $ABCD$. L, N lần lượt là trung điểm của $C'D'$ và AB .

Ta có: $C'D' \perp (LIM) \Rightarrow C'D' \perp LM \Rightarrow LM \perp KH$.

Tương tự $AB \perp (NJM) \Rightarrow AB \perp MN \Rightarrow MN \perp KH$.

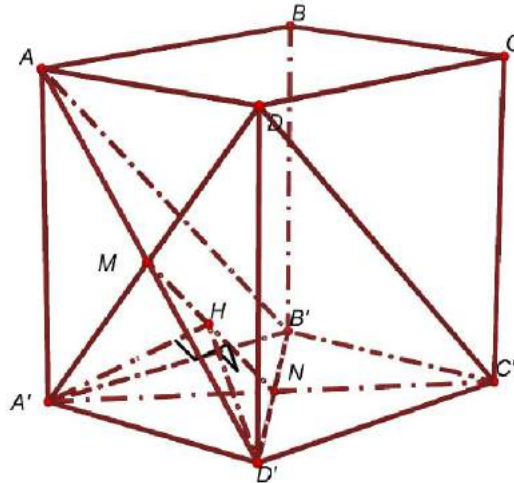
Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và $(MC'D')$ chính là góc giữa 2 đường thẳng (MN, ML) .

Gọi cạnh hình lập phương là 1. Ta có $LM = \frac{\sqrt{10}}{6}$, $MN = \frac{\sqrt{34}}{6}$, $NL = \sqrt{2}$.

Ta có: $\cos \widehat{LMN} = \frac{MN^2 + ML^2 - NL^2}{2MN.ML} = \frac{-7\sqrt{85}}{85}$.

Suy ra cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và $(MC'D')$ là $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Câu 92. Chọn D



Gọi M và N là tâm của các hình chữ nhật $AA'D'D$ và $A'B'C'D'$.

Dễ thấy $\Delta A'MN = \Delta D'MN$.

Gọi H là chân đường cao từ đỉnh A' của tam giác $A'MN$. Thế thì $D'H \perp MN$.

Suy ra $\cos \alpha = \left| \cos \widehat{A'HD'} \right|$.

Ta có: $A'D = 5$; $A'M = \frac{5}{2}$; $A'N = \frac{\sqrt{13}}{2}$; $MN = \sqrt{5}$.

Xét tam giác $A'MN$.

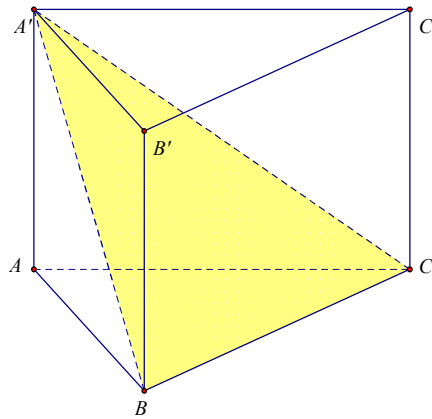
$$\text{Ta có } \cos A' = \frac{A'M^2 + A'N^2 - MN^2}{2.A'M.A'N} = \frac{9}{5\sqrt{13}} \Rightarrow \sin A' = \sqrt{1 - \cos^2 A'} = \frac{2\sqrt{61}}{5\sqrt{13}}.$$

$$\Rightarrow S_{\Delta A' MN} = \frac{1}{2} A' M . A' N . \sin A' = \frac{\sqrt{61}}{4} = \frac{1}{2} M N . A' H \Rightarrow A' H = \frac{\sqrt{61}}{2\sqrt{5}} = D' H .$$

Trong tam giác $A'HD'$ có $\cos H = \frac{A'H^2 + D'H^2 - A'D'^2}{2.A'H.D'H} = -\frac{29}{61}$

$$\text{Vậy } \cos \alpha = \frac{29}{61} \Rightarrow \alpha \approx 61,6^\circ.$$

DẠNG 4. MỘT SỐ CÂU HỎI LIÊN QUAN

**Câu 93.**

Xét tam giác ABC có $AB^2 + BC^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2 = AC^2 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại B .

$\Rightarrow$ Đáp án **D** đúng.

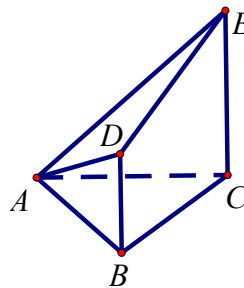
Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và tam giác ABC vuông tại B nên $AB \perp (BB'C)$

$\Rightarrow (AA'B'B) \perp (BB'C) \Rightarrow$ Đáp án **B** đúng.

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và tam giác ABC vuông tại B nên

$((ABC), (A'BC)) = (AB, A'B) = \widehat{ABA'} = 45^\circ \Rightarrow$ Đáp án **A** đúng.

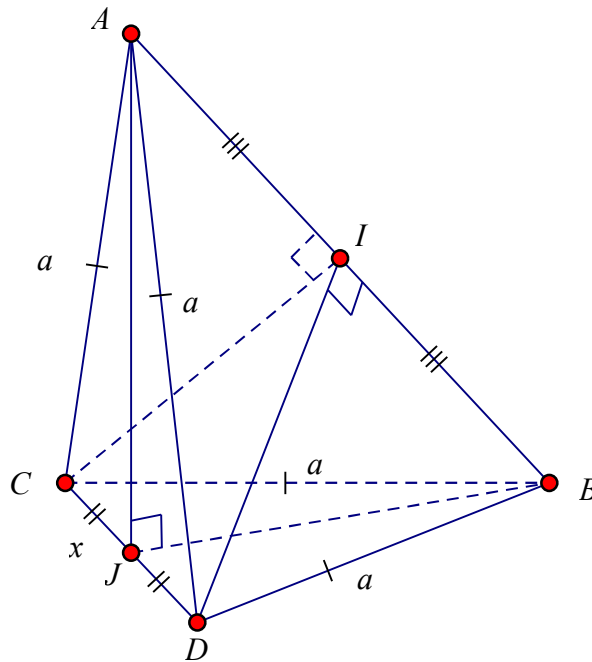
Xét tam giác vuông $A'AC$ ta có $A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 5a^2} = a\sqrt{6} \Rightarrow$ Đáp án **C** sai.

**Câu 94.**

Ta có: $\triangle ABC$ là hình chiếu của $\triangle ADE$ trên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Do đó } S_{ABC} = S_{ADE} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = S_{ADE} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow S_{ADE} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } S_{ADE} = \frac{1}{2} AD \cdot AE \cdot \sin \widehat{DAE} \Rightarrow \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a\sqrt{3} \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{2}{\sqrt{6}}.$$



Câu 95.

Theo giả thiết ta có:
$$\begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ (ACD) \cap (BCD) = CD \Rightarrow AJ \perp (BCD) \Rightarrow AJ \perp BJ. \\ AJ \perp CD \end{cases}$$

$$\Delta ACD = \Delta BCD \text{ (c.c.c)} \Rightarrow AJ = BJ \Rightarrow AB = AJ\sqrt{2} = \sqrt{2(AC^2 - CJ^2)} = \sqrt{2(a^2 - x^2)}$$

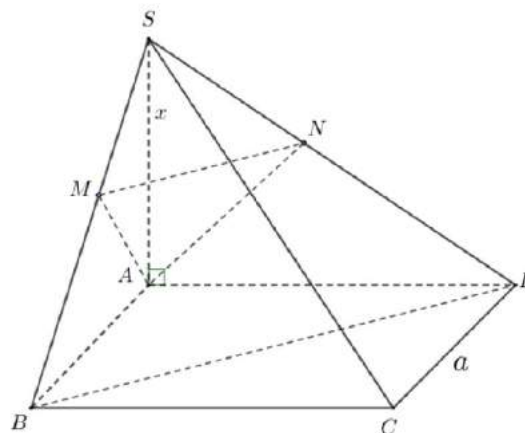
$$\Rightarrow AI = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{2(a^2 - x^2)}$$

Dễ thấy ΔCAB và ΔDAB bằng nhau và cân tại các đỉnh C và D .

$$\Rightarrow DI = CI = \sqrt{AC^2 - AI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{(a^2 - x^2)}{2}} = \sqrt{\frac{a^2 + x^2}{2}}.$$

Có $\begin{cases} CI \perp AB \\ DI \perp AB \end{cases}$, nên để $(ABC) \perp (ABD)$ thì $CI \perp DI$ hay ΔCID vuông tại I .

$$\Leftrightarrow CD = CI\sqrt{2} \Leftrightarrow 2x = \sqrt{a^2 + x^2} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$



Câu 96.

Ta có $(SCD) \perp (SAD)$, vẽ $AN \perp SD$ tại $N \Rightarrow AN \perp (SCD)$.

$(SAB) \perp (SBC)$, vẽ $AM \perp SB$ tại $M \Rightarrow AM \perp (SBC)$.

$\Rightarrow \widehat{(SBC), (SCD)} \Rightarrow AM = AN = \widehat{MAN}$.

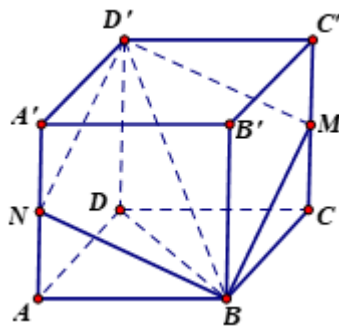
Ta có $SB = SD = \sqrt{x^2 + a^2}$, $AM = AN = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + a^2}}$, $\frac{SM}{SB} = \frac{MN}{BD} \Rightarrow MN = \frac{SM \cdot BD}{SB}$

$$SM = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} \Rightarrow MN = \frac{\frac{x^2}{\sqrt{x^2 + a^2}} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + a^2}} \Rightarrow MN = \frac{x^2 a \sqrt{2}}{x^2 + a^2}.$$

ΔAMN đều cho ta $MN = AM \Rightarrow \frac{xa}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{x^2 a \sqrt{2}}{x^2 + a^2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + a^2} = x\sqrt{2} \Leftrightarrow x = a$.

Câu 97. Gọi φ là góc tạo bởi (P) và mặt phẳng $(ABCD)$

Diện tích thiết diện đạt giá trị nhỏ nhất



$\Leftrightarrow \varphi = \widehat{(BD', (ABCD))} = \widehat{D'BD}$

$$\cos \widehat{D'BD} = \frac{BD}{BD'} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Câu 98. Ta thấy do hình chóp $S.ABC$ đỉnh S là chóp tam giác đều nên $AB = BC = AC = a$.

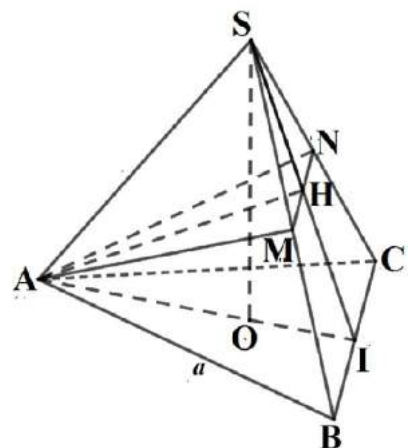
$\Delta SAB = \Delta SAC (c.c.c) \Rightarrow AM = AN$.

Do đó tam giác AMN cân tại A . Gọi H là trung điểm của MN thì $AH \perp MN$ và I là trung điểm của BC .

$$\begin{cases} (AMN) \perp (SBC) \\ (AMN) \cap (SBC) = MN \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SH; AH \perp SI \\ \text{Trong } (AMN): AH \perp MN \end{cases}$$

Xét tam giác SAI có đường AH vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên tam giác SAI cân tại A .

Tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} = SA = SB$.

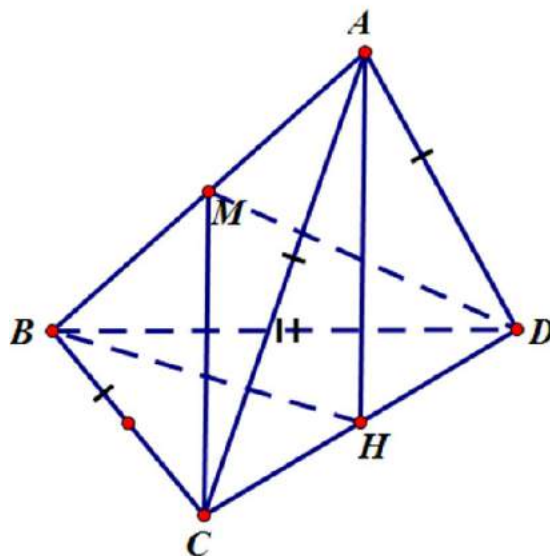


Xét tam giác SBI vuông tại I nên $SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Ta có: $SH = \frac{1}{2} SI = \frac{a}{2\sqrt{2}}$.

Xét tam giác ASH vuông tại H nên $AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{8}} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$.

$$\text{Vậy } S_{AMN} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{10}}{16}.$$



Câu 99.

Gọi H là trung điểm của CD nên $AH \perp CD$

$\Leftrightarrow AH \perp (BCD)$ (do $(ACD) \perp (BCD)$) và $(ACD) \cap (BCD) = CD$

Gọi M là trung điểm của AB nên $CM \perp AB$

Vì $(ABC) \perp (ABD)$ và $(ABC) \cap (ABD) = AB \Rightarrow CM \perp MD$.

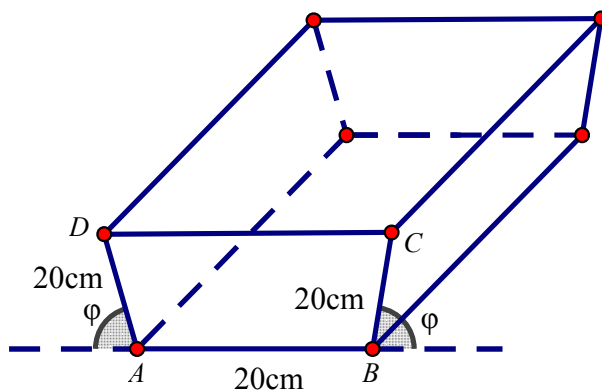
$\triangle ABC = \triangle ABD \Rightarrow MC = MD \Rightarrow \triangle MCD$ vuông cân tại M .

$$\text{Đặt } CD = x \Rightarrow AH^2 = BH^2 = a^2 + \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2a^2 + \frac{x^2}{2}$$

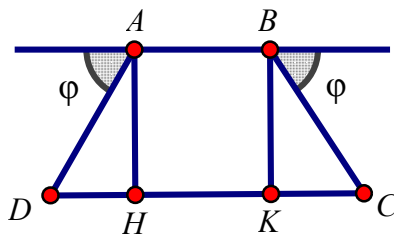
$$\text{Ta có } MH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + \frac{x^2}{2}} \Leftrightarrow MH = \frac{\sqrt{2}}{2} CD \Leftrightarrow \sqrt{2a^2 + \frac{x^2}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} x$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + \frac{x^2}{2} = 2x^2 \Leftrightarrow 4a^2 = 3x^2 \Leftrightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Câu 100. Chọn A



Để lượng mưa thoát được nhiều nhất khi diện tích hình thang cân $ABCD$ lớn nhất.



Khi đó ta có: $HK = AB = 20\text{cm}$, $DH = CK = \cos \varphi \cdot 20$, $AH = BK = \sin \varphi \cdot 20$.

Do đó: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot AH = \frac{1}{2}(20 + 20 + 2 \cdot 20 \cdot \cos \varphi) \cdot 20 \cdot \sin \varphi = 400 \cdot (1 + \cos \varphi) \cdot \sin \varphi$

Đặt $t = \cos \varphi$, vì $\varphi \in (0^\circ; 180^\circ) \Rightarrow \cos \varphi > 0 \Rightarrow S = 400(1+t)\sqrt{1-t^2}$.

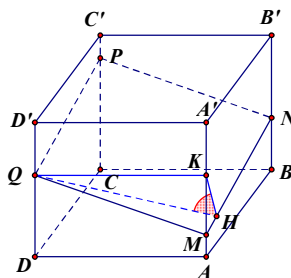
Xét $f(t) = (1+t)\sqrt{1-t^2}$ với $t \in (0; 1)$. Khi đó: $f'(t) = \sqrt{1-t^2} + (1+t) \cdot \frac{-t}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{-2t^2 - t + 1}{\sqrt{1-t^2}}$

Do đó: $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$. Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{2}$	1
y'	+	0	-
y	1	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	0

Từ bảng biến thiên ta có $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Câu 101. Chọn A



Gọi M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các cạnh bên AA', BB', CC', DD' .

Thiết diện của (α) với hình lập phương là hình bình hành $MNPQ$. Kẻ QH vuông góc với MN , QK vuông góc với AA' . Suy ra $HK \perp MN$.

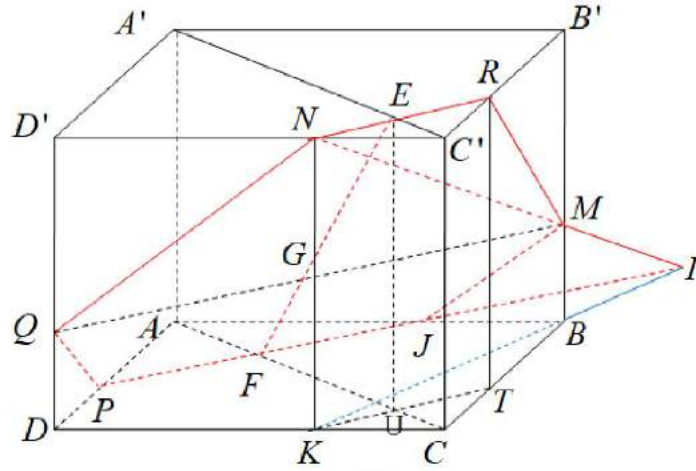
$$\text{Vì } \begin{cases} (MNPQ) \cap (ABB'A') = MN \\ QH \perp MN \\ HK \perp MN \end{cases} \Rightarrow \widehat{((MNPQ), (ABB'A'))} = \widehat{(QH, HK)} = \widehat{QHK} = 60^\circ.$$

$$\Delta QKH \text{ vuông tại } K \text{ nên } \sin 60^\circ = \frac{QK}{QH} \Rightarrow QH = \frac{QK}{\sin 60^\circ} = 2; KH = \frac{QK}{\tan 60^\circ} = 1.$$

Do đó ta tìm được $MN = \sqrt{3}$.

Vậy diện tích của thiết diện $S_{MNPQ} = 2\sqrt{3}$.

Câu 102. Đáp án. D.



Dựng $\overline{NK} = 3\overline{MB}$, $MN \cap KB = I$

$PI \cap AB = J$,

$\overline{NQ} = 2\overline{MJ}$

$\overline{MR} = 2\overline{PQ}$

Thiết diện là lục giác $MRNQPJ$.

Cách 1: $S_{MRNQPJ} = S_{MJPQ} + S_{MQNR}$

$$FE = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \Rightarrow FG = \frac{\sqrt{6}}{2}, GE = \sqrt{6}$$

$$S_{MJPQ} = \frac{(MQ + JP)FG}{2} = \frac{(3\sqrt{2} + \frac{2}{3}3\sqrt{2})\frac{\sqrt{6}}{2}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{MQNR} = \frac{(MQ + NR)EG}{2} = \frac{(3\sqrt{2} + \frac{1}{3}3\sqrt{2})\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$S_{MRNQPJ} = S_{MJPQ} + S_{MQNR} = \frac{13\sqrt{3}}{2}.$$

Cách 2: Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(MRNQPJ)$; $(PJBTKD)$

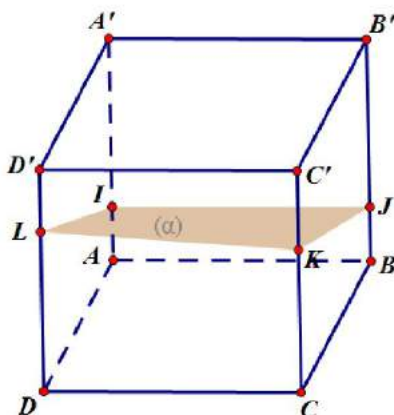
$$S_{MRNQPJ} = \frac{S_{PJBTKD}}{\cos \varphi}$$

$$S_{PJBTKD} = S_{ABCD} - S_{KCT} - S_{APJ} = 9 - \frac{1}{2} - 2 = \frac{13}{2}$$

$$\cos \varphi = \cos \angle EFU = \frac{FU}{FE} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{\frac{3\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{MRNPQJ} = \frac{S_{PJBTKD}}{\cos \varphi} = \frac{13\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 103. Chọn A

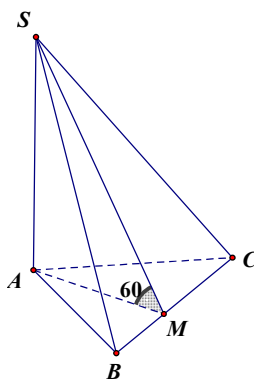


Giả sử (α) cắt tất cả các cạnh bên như hình vẽ.

Do góc giữa (α) và $(ABB'A')$ bằng 60° nên suy ra góc giữa (α) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

Gọi S' là diện tích tứ giác $IJKL$ và S là diện tích của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } S' = S \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow S' = \frac{S}{\cos 30^\circ} = \frac{(\sqrt{3})^2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}.$$



Câu 104.

Chọn A

Áp dụng công thức diện tích hình chiếu:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle SBC} \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

Câu 105. Chọn A

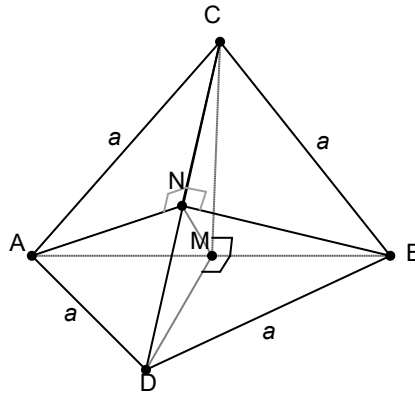
Ngôi nhà có hai mái đối xứng nhau và có diện tích bằng nhau, diện tích một nửa mặt nền nhà bằng $S = 50 m^2$. Gọi S' là diện tích một mái, khi đó một mái nhà có hình chiếu vuông góc là một

nửa mặt nền nhà. Ta có $\frac{S}{S'} = \cos 30^\circ \Rightarrow S' = \frac{S}{\cos 30^\circ} = \frac{100}{\sqrt{3}} m^2$. Vậy tổng diện tích mái nhà là

$$\frac{200}{\sqrt{3}} m^2.$$

Số tiền bác Bình cần là $\frac{200}{\sqrt{3}} \cdot 100 \approx 11547$ nghìn đồng $\approx 11,547$ triệu đồng.

Câu 106. Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$$\triangle ABC = \triangle ABD \Rightarrow CM = DM.$$

$$(\triangle ABC) \perp (\triangle ABD) \Rightarrow \widehat{CMD} = 90^\circ.$$

$\Rightarrow \triangle MCD$ vuông cân tại M .

$$\Rightarrow MN \perp CD.$$

Tương tự, ta cũng có $\triangle ABN$ vuông cân tại $N \Rightarrow MN \perp AB$

Đặt $CD = 2x, (0 < x < a)$ ta có:

$$CN = DN = MN = x.$$

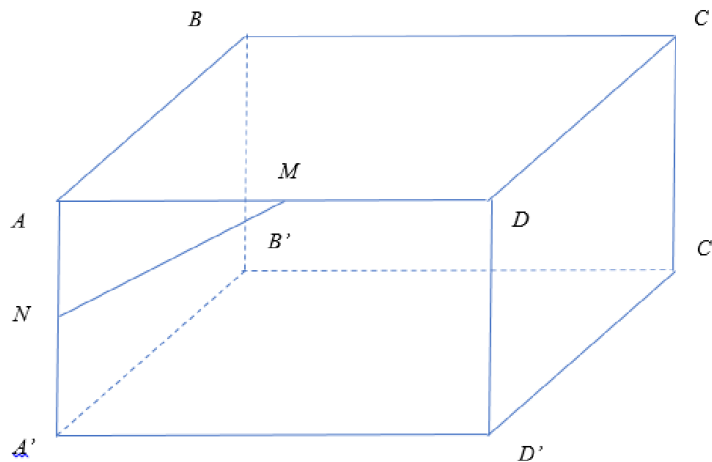
$$AN = BN = \sqrt{a^2 - x^2}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABN ta có:

$$\frac{1}{AN^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{MN^2} \Leftrightarrow \frac{2}{a^2 - x^2} = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}a.$$

$$\Rightarrow CD = 2x = \frac{2\sqrt{3}}{3}a.$$

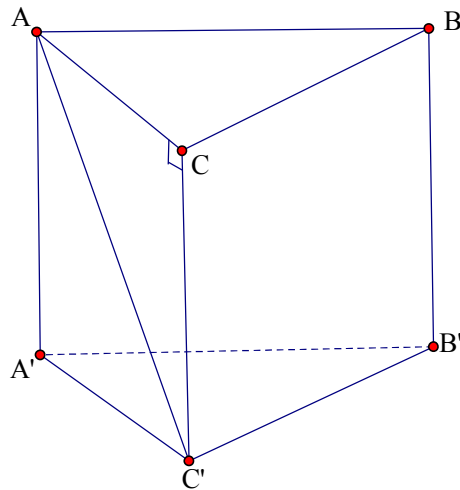
Câu 107. Chọn C



Vì $AA' \parallel BB'$ nên góc giữa hai đường thẳng MN và BB' bằng góc giữa MN và AA' và bằng góc $\widehat{ANM}$.

$$\text{Xét tam giác } ANM \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } \tan \widehat{ANM} = \frac{AM}{AN} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ANM} = 60^\circ.$$

Câu 108. Chọn A



Ta có: Tam giác ACC' vuông tại C .

Mà $CC' = AA' = a$; $AC = a\sqrt{5} \Rightarrow AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = a\sqrt{6}$ do đó khẳng định $AC' = 2a\sqrt{2}$ là sai.

+) Ta có $AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 = AC^2$ chứng tỏ tam giác ABC vuông tại B

+) Ta có $AB \perp BC$; $AB \perp BB' \Rightarrow AB \perp (BB'C')$ mà $AB \subset (AA'B'B) \Rightarrow (AA'B'B) \perp (BB'C')$

+) Ta có $AB = AA' \Rightarrow ABB'A'$ là hình vuông do đó $\widehat{A'BA} = 45^\circ$.

Mặt khác: $(ABC) \cap (A'BC) = BC$

$BC \perp AB$ và $BC \perp BB' \Rightarrow BC \perp (ABB'A')$

$(ABB'A') \cap (ABC) = AB$; $(ABB'A') \cap (A'BC) = A'B \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng góc giữa AB và $A'B$ và bằng $\widehat{A'BA}$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng 45° .