

THPT NGUYỄN HUỆ

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018 LẦN 1

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = 2a$ ,  $BC = a$ . Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng  $a\sqrt{2}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, CD$ .  $K$  là điểm trên cạnh  $AD$  sao cho  $KD = 2KA$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $SK$ .

- A.  $\frac{3a}{2}$     B.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$     C.  $\frac{a\sqrt{3}}{7}$     D.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

**Câu 2:** Phương trình  $m \sin x + 3 \cos x = 5$  có nghiệm khi và chỉ khi

- A.  $m \leq 2$     B.  $|m| \geq 4$     C.  $|m| \leq 4$     D.  $m \geq 2$

**Câu 3:** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7,4%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Để lãnh được số tiền ít nhất 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi)

- A. 13 năm    B. 12 năm    C. 14 năm    D. 15 năm

**Câu 4:** Tính đạo hàm của hàm số sau:

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

- A.  $f'(x) = \ln(x^2 + 1)$     B.  $f'(x) = \ln 2x$   
C.  $f'(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$     D.  $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

**Câu 5:** Cho phương trình:

$$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m-4=0$$

(với  $m$  là tham số). Gọi  $S = [a; b]$  là tập các giá trị của  $m$  để phương trình có nghiệm trên đoạn  $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$ . Tính  $a+b$ .

- A.  $\frac{7}{3}$     B.  $-\frac{2}{3}$     C.  $-3$     D.  $\frac{1034}{273}$

**Câu 6:** Cho hàm số  $(C_m)$ :  $y = x^3 + mx^2 - 9x - 9m$ .

Tìm  $m$  để  $(C_m)$  tiếp xúc với  $Ox$

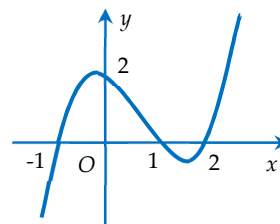
- A.  $m = \pm 3$     B.  $m = \pm 4$     C.  $m = \pm 1$     D.  $m = \pm 2$

**Câu 7:** Một cái bồn chứa nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (như hình vẽ). Đường sinh của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn chứa nước là  $\frac{128\pi}{3} (\text{m}^3)$ . Tính diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước theo đơn vị  $\text{m}^2$ .



- A.  $48\pi (\text{m}^2)$     B.  $40\pi (\text{m}^2)$   
C.  $64\pi (\text{m}^2)$     D.  $50\pi (\text{m}^2)$

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm  $f'(x)$ . Đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số  $y = f(x)$  có ba điểm cực trị.  
B. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 2)$ .  
C. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$ .  
D. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SB = SC = BC = CA = a$ . Hai mặt  $(ABC)$  và  $(ASC)$  cùng vuông góc với  $(SBC)$ . Tính thể tích hình chóp.

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$     B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$     C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$     D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

**Câu 10:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB = AC = BB' = a$ ,  $\widehat{BAC} = 120^\circ$ . Gọi  $I$  là trung

điểm của  $CC'$ . Tính cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(AB'I)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  B.  $\frac{3\sqrt{5}}{12}$  C.  $\frac{\sqrt{30}}{10}$  D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**Câu 11:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 1}$  có bao

nhiều đường tiệm cận đứng?

- A. 0 B. 2. C. 3 D. 1

**Câu 12:** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$F = \frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} - \left( \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \text{ với } a, b \neq 0$$

- A. Min  $F = 10$  B. Min  $F = 2$   
C. Min  $F = -2$  D. F không có GTNN

**Câu 13:** Cho tập A có 20 phần tử. Hỏi tập A có bao nhiêu tập hợp con khác rỗng mà có số phần tử chẵn

- A.  $2^{20}+1$  B.  $2^{20}$  C.  $\frac{2^{20}}{2}-1$  D.  $2^{19}$

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$  có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

- A.  $y = 2x - 2$  B.  $y = 2x - 1$   
C.  $y = -2x$  D.  $y = -2x + 1$

**Câu 15:** Cho một hình trụ (T) có chiều cao và bán kính đều bằng  $3a$ . Một hình vuông ABCD có hai cạnh AB, CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy, cạnh AD, BC không phải là đường sinh của hình trụ (T). Tính cạnh của hình vuông này.

- A.  $3a\sqrt{5}$  B.  $6a$  C.  $\frac{3a\sqrt{10}}{2}$  D.  $3a$

**Câu 16:** Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $a$ , diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A.  $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$  B.  $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$   
C.  $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}$  D.  $S_{xq} = \pi a^2$

**Câu 17:** Cho hàm số (C):  $y = x^3 + 3x^2 + 1$ . Đường thẳng đi qua điểm A(-3,1) và có hệ số góc bằng k. Xác định k để đường thẳng đó cắt đồ thị tại 3 điểm khác nhau

- A.  $0 < k < 1$  B.  $k > 0$   
C.  $0 < k \neq 9$  D.  $1 < k < 9$

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = \frac{3x}{1+2x}$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = \frac{3}{2}$ .  
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = 3$ .  
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 1$ .  
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

**Câu 19:** Cho  $9^x + 9^{-x} = 23$ . Khi đó biểu thức

$A = \frac{5+3^x+3^{-x}}{1-3^x-3^{-x}} = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tích  $a.b$  có giá trị bằng:

- A. 8 B. 10 C. -8 D. -10

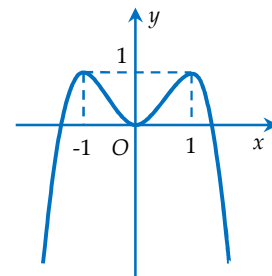
**Câu 20:** Cho  $a, b, c$  là ba số thực dương, khác 1

và  $abc \neq 1$ . Biết  $\log_a 3 = 2$ ,  $\log_b 3 = \frac{1}{4}$  và  $\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$ .

Khi đó, giá trị của  $\log_c 3$  bằng bao nhiêu?

- A.  $\log_c 3 = \frac{1}{3}$  B.  $\log_c 3 = \frac{1}{2}$   
C.  $\log_c 3 = 3$  D.  $\log_c 3 = 2$

**Câu 21:** Đường cong trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = -x^4 - 2x^2 + 2$  B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 1$   
C.  $y = -x^4 + 2x^2$  D.  $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

**Câu 22:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x(2 - \ln x)$  trên đoạn  $[2; 3]$  là

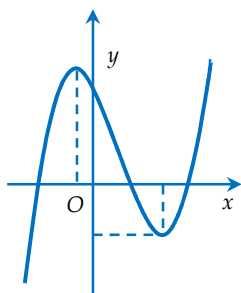
- A.  $\max_{[2;3]} y = 4 - 2\ln 2$  B.  $\max_{[2;3]} y = 1$   
C.  $\max_{[2;3]} y = e$  D.  $\max_{[2;3]} y = -2 + 2\ln 2$

**Câu 23:** Cho  $n$  là số nguyên dương, tìm  $n$  sao cho:

$$1^2 \log_a 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{a}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{a}} 2019 \\ = 1010^2 \times 2019^2 \log_a 2019$$

A. 2019    B. 2018    C. 2017    D. 2016

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $a, d > 0; b, c < 0$     B.  $a, b, d > 0; c < 0$

C.  $a, c, d > 0; b < 0$     D.  $a, b, c < 0; d > 0$

**Câu 25:** Tìm tổng các nghiệm của phương trình sau  $\log_{\sqrt{5}}(x^2 - 2x - 3) = 2 \log_2(x^2 - 2x - 4)$

A. 0    B. -1    C. 2    D. 3

**Câu 26:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông có cạnh  $a$  và  $SA$  vuông góc đáy  $ABCD$  và mặt bên  $(SCD)$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ . Tính thể tích hình chóp  $S.ABMD$

A.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$     B.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$     C.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$     D.  $a^3 \sqrt{3}$

**Câu 27:** Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 2(m-1)x - 2$  luôn tăng trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $m > 1$     B.  $\begin{cases} m < 1 \\ m > 3 \end{cases}$

C.  $2 \leq m \leq 3$     D.  $1 \leq m \leq 3$

**Câu 28:** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng  $(0; \sqrt{2})$

A.  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$     B.  $y = \frac{2x - 5}{x + 1}$

C.  $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 3$     D.  $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 9$

**Câu 29:** Phương trình:

$$3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2-1} \text{ có nghiệm } x \text{ khi:}$$

A.  $0 \leq m \leq \frac{1}{3}$     B.  $-1 < m \leq \frac{1}{3}$

C.  $m \leq \frac{1}{3}$     D.  $-1 \leq m \leq \frac{1}{3}$

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục và có đạo hàm trên đoạn  $[a; b]$ . Xét các khẳng định sau:

1. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(a; b)$  thì  $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$

2. Giả sử  $f(a) > f(c) > f(b), \forall c \in (a, b)$  suy ra hàm số nghịch biến trên  $(a; b)$

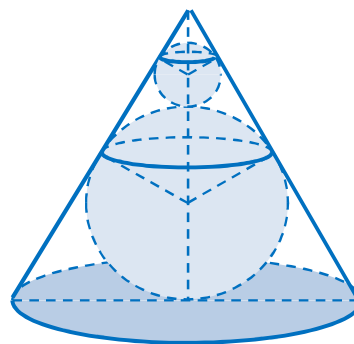
3. Giả sử phương trình  $f'(x) = 0$  có nghiệm là  $x = m$  khi đó nếu hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(m, b)$  thì hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(a, m)$ .

4. Nếu  $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a, b)$ , thì hàm số đồng biến trên  $(a, b)$

Số khẳng định đúng trong các khẳng định trên là

A. 1    B. 0    C. 3    D. 2

**Câu 31:** Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là  $2\beta = 60^\circ$  bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng 9 cm. Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh, hãy tính tổng thể tích của hai khối cầu.



A.  $\frac{25}{3}\pi(\text{cm}^3)$     B.  $\frac{112}{3}\pi(\text{cm}^3)$

C.  $\frac{40}{3}\pi(\text{cm}^3)$     D.  $\frac{10}{3}\pi(\text{cm}^3)$

**Câu 32:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có thể tích là  $\frac{a^3}{3}$ .

Tam giác  $SAB$  có diện tích là  $2a^2$ . Tính khoảng cách  $d$  từ  $C$  đến mặt phẳng  $(SAB)$ .

A.  $d = a$     B.  $d = \frac{2a}{3}$     C.  $d = 2a$     D.  $d = \frac{a}{2}$

**Câu 33:** Cho nửa đường tròn đường kính  $AB = 2R$  và một điểm  $C$  thay đổi trên nửa đường tròn đó, đặt  $\widehat{CAB} = \alpha$ , và gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  trên  $AB$ . Tìm  $\alpha$  sao cho thể tích của vật thể tròn xoay tạo thành khi xoay tam giác  $ACH$  quanh trục  $AB$  đạt giá trị lớn nhất

A.  $\alpha = 60^\circ$     B.  $\alpha = 45^\circ$   
C.  $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$     D.  $\alpha = 30^\circ$

**Câu 34:** Tìm  $m$  để phương trình sau có nghiệm:

$$\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(3+x)(6-x)} = m$$

A.  $0 \leq m \leq 6$     B.  $3 \leq m \leq 3\sqrt{2}$   
C.  $-\frac{1}{2} \leq m \leq 3\sqrt{2}$     D.  $3\sqrt{2} - \frac{9}{2} \leq m \leq 3$

**Câu 35:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = a, BC = 2a$ . Tính thể tích khối nón nhận được khi quay tam giác  $ABC$  quanh trục  $BC$ .

A.  $\frac{\pi a^3}{2}$     B.  $\pi a^3 \sqrt{3}$     C.  $3\pi a^3$     D.  $\pi a^3$

**Câu 36:** Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là 15cm, đường kính đáy là 6cm, lượng nước ban đầu trong cốc cao 10cm. Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là 2cm. Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu cm? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 4,25cm    B. 4,26cm    C. 3,52cm    D. 4,81cm

**Câu 37:** Cho  $\vec{v}(3;3)$  và đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ . Ảnh của  $(C)$  qua  $T_{\vec{v}}$  là  $(C')$ :

A.  $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 9$   
B.  $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 4$   
C.  $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$   
D.  $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$

**Câu 38:** Hãy lập phương trình đường thẳng  $(d)$  đi qua các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3mx^2 - 3x$

A.  $y = mx + 3m - 1$     B.  $y = -2(m+1)x + m$

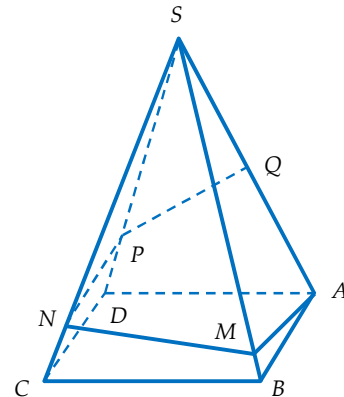
C.  $y = (2m^2 - 2)x$     D.  $y = -2x + 2m$

**Câu 39:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a, AC = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  biết rằng  $SB = a\sqrt{5}$

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$     B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$     C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$     D.  $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$

**Câu 40:** Bên cạnh con đường trước khi vào thành phố người ta xây một ngọn tháp đèn lồng lấy. Ngọn tháp hình tứ giác đều  $S.ABCD$  cạnh bên  $SA = 600$  mét,  $\widehat{ASB} = 15^\circ$ . Do có sự cố đường dây điện tại điểm  $Q$  (là trung điểm của  $SA$ ) bị hỏng, người ta tạo ra một con đường từ  $A$  đến  $Q$  gồm bốn đoạn thẳng:  $AM, MN, NP, PQ$  (hình vẽ). Để tiết kiệm kinh phí, kỹ sư đã nghiên cứu và có được chiều dài con đường từ  $A$  đến  $Q$  ngắn nhất.

Tính tỷ số  $k = \frac{AM + MN}{NP + PQ}$ .



A.  $k = 2$     B.  $k = \frac{4}{3}$     C.  $k = \frac{3}{2}$     D.  $k = \frac{5}{3}$

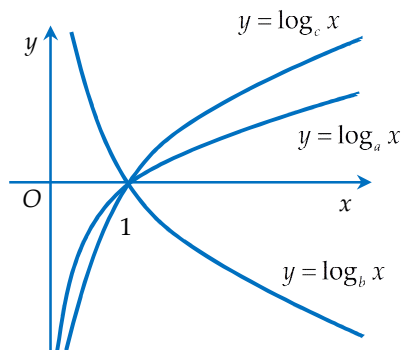
**Câu 41:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 2$  đạt cực tiểu tại  $x = 1$

A.  $m = 3$     B.  $m = 1 \vee m = 3$   
C.  $m = -1$     D.  $m = 1$

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ ,  $SA = a$ ,  $AB = a, AC = 2a$ ,  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABC$

A.  $V = \frac{20\sqrt{5}\pi a^3}{3}$     B.  $V = \frac{5\sqrt{5}}{6}\pi a^3$   
C.  $V = \frac{5\sqrt{5}\pi}{2}a^3$     D.  $V = \frac{5}{6}\pi a^3$

**Câu 43:** Cho 3 đồ thị hàm số sau (như hình vẽ).  
Khẳng định nào sau đây đúng?



A.  $a < b < c$  B.  $a < c < b$  C.  $b < a < c$  D.  $b < c < a$

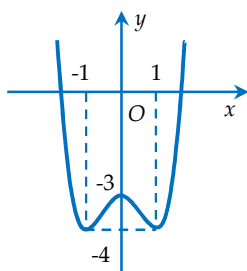
**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$  với  $AC = a$ , biết  $SA$  vuông góc với đáy  $ABC$  và  $SB$  hợp với đáy một góc  $60^\circ$ . Tính thể tích hình chóp.

A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{48}$  B.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$  C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$  D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

**Câu 45:** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:  $y = 2\sin^2 x - \cos x + 1$ . Giá trị:  $M + m$  bằng:

A. 0 B. 2 C.  $\frac{25}{8}$  D.  $\frac{41}{8}$

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $|f(x)| = 2m^2 - m + 3$  có 6 nghiệm thực phân biệt.



A.  $-\frac{1}{2} < m < 0$

B.  $0 < m < \frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{2} < m < 1$

D.  $\begin{cases} \frac{1}{2} < m < 1 \\ -\frac{1}{2} < m < 0 \end{cases}$

**Câu 47:** Tập xác định của hàm số  $y = (2x - x^2)^\pi$  là

A.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

B.  $(0; 2)$

C.  $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

D.  $[0; 2]$

**Câu 48:** Có 10 vị nguyên thủ Quốc gia được xếp ngồi vào một dãy ghế dài (Trong đó có ông Trum và ông Kim). Có bao nhiêu cách xếp sao cho hai vị này ngồi cạnh nhau?

A.  $9! \cdot 2$

B.  $10! - 2$

C.  $8! \cdot 2$

D.  $8!$

**Câu 49:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + x - 1$  có cực đại và cực tiểu

A.  $0 < m \leq 1$ .

B.  $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$

C.  $0 < m < 1$ .

D.  $m < 0$ .

**Câu 50:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 6$ , giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $[0; 3]$  bằng 2 khi

A.  $m = 2$

B.  $m = \frac{31}{27}$

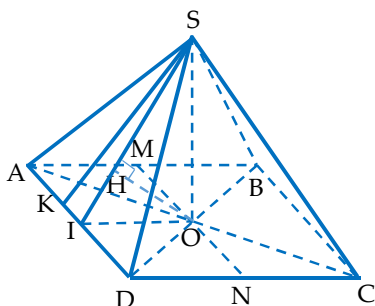
C.  $m > \frac{3}{2}$

D.  $m = 1$

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1: Đáp án D.**

Gọi  $I$  là trung điểm  $AD$ .  $AC$  cắt  $BD$  tại  $O$ .  
 $H$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $SI$



Ta có:  $MN \parallel (SAD)$ .

Suy ra:

$$d(MN, SK) = d(MN, (SAD)) = d(O, (SAD)) = OH$$

Có:

$$+ ) \quad OI = \frac{AB}{2} = a;$$

$$+ ) \quad OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$+ ) \quad SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{OI \cdot SO}{\sqrt{OI^2 + SO^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(MN, SK) = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

**Câu 2: Đáp án B.**

Dạng bài này, ngoài cách rút m rồi xét hàm như thường lệ, ta còn một công thức: để phương trình  $a \sin x + b \cos x = c$  thì điều kiện là:  $c^2 \leq a^2 + b^2$ .

Thay vào bài này, ta được:

$$5^2 \leq m^2 + 3^2 \Leftrightarrow m^2 \geq 16 \Leftrightarrow |m| \geq 4.$$

**Câu 3: Đáp án A.**

Gọi để người đó có 250 triệu thì phải gửi trong  $n$  năm.

$$\text{Ta có: } 250 \cdot 10^6 = 100 \cdot 10^6 (1 + 7,4\%)^n$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+7,4\%} \left( \frac{250 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^6} \right) \approx 13 \text{ (năm)}.$$

**Câu 4: Đáp án D.**

$$\text{Có: } f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(x^2 + 1)'}{x^2 + 1} = \frac{2x}{x^2 + 1}.$$

**Câu 5: Đáp án B.**

$$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} + 4m-4=0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)\log_2(x-2) + (m-5)\log_2(x-2) + m-1=0$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x-2) \Rightarrow x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right] \rightarrow t \in [-1; 1].$$

Phương trình đã cho trở thành:

$$(m-1)t^2 + 4(m-5)t + m-1=0$$

$$\Leftrightarrow m(t^2 + t + 1) = t^2 + 5t + 1$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1} = 1 + \frac{4t}{t^2 + t + 1}$$

$$\text{vì } t^2 + t + 1 > 0 \quad \forall t \in [-1; 1].$$

$$\text{Xét hàm số: } y = 1 + \frac{4t}{t^2 + t + 1} \text{ trên } [-1; 1].$$

$$\text{Có: } y'(t) = \frac{-4t^2 + 4}{(t^2 + t + 1)^2}$$

$$y'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-4t^2 + 4}{(t^2 + t + 1)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \pm 1 \in [-1; 1].$$

Ta có bảng biến thiên:

|         |    |   |               |
|---------|----|---|---------------|
| $t$     | -1 |   | 1             |
| $y'(t)$ | 0  | + | 0             |
| $y(t)$  |    |   | $\frac{7}{3}$ |
|         | -3 |   |               |

$$\Rightarrow m \in \left[-3; \frac{7}{3}\right] \Rightarrow a + b = -\frac{2}{3}.$$

**Câu 6: Đáp án A.**

$$\text{Xét } (Cm): y = x^3 + mx^2 - 9x - 9m \text{ trên } \mathbb{R}.$$

Nhận xét:  $(Cm)$  là hàm số bậc 3 xác định trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị của nó có duy nhất 2 cực trị hoặc không có điểm cực trị nào.

$$\text{Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì: } \begin{cases} y_{CD} = 0 \\ y_{CT} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \text{phương trình } y = 0 \text{ có đúng 2 nghiệm phân biệt.}$$

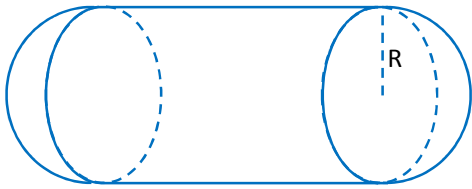
$$\text{Ta có: } y = 0 \Leftrightarrow x^3 + mx^2 - 9x - 9m = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x+m)(x^2-9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = \pm 3 \end{cases}$$

$$\text{Để (1) có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow m = \pm 3.$$

**Câu 7: Đáp án A.**



Gọi bán kính đáy của hình trụ là R

$$\begin{aligned} V &= 2V_{\text{bán cầu}} + V_{\text{trụ}} \\ &= 2 \cdot \frac{2}{3} \pi R^3 + \pi R^2 \cdot 4R = \frac{16\pi R^3}{3} = \frac{128\pi}{3} \\ \Rightarrow R &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = 2 \cdot S_{\text{bán cầu}} + S_{\text{trụ}} = 2 \cdot \frac{4}{2} \pi R^2 + 2\pi R \cdot 4R = 48\pi.$$

#### Câu 8: Đáp án A.

Từ đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  suy ra hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; -1)$  và  $(1; 2)$  (làm  $y'$  âm). Đồng biến trên  $(-1; 1)$  (làm  $y'$  dương).

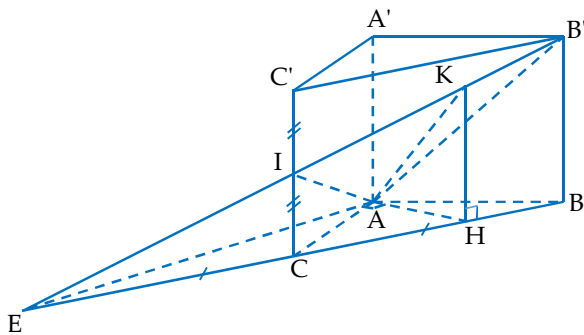
Suy ra B, C, D sai và A đúng.

Lưu tránh trường hợp nhầm với đồ thị hàm số  $y = f(x)$  do đọc không kĩ đề.

#### Câu 9: Đáp án B.

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

#### Câu 10: Đáp án C.



Gọi E là giao điểm của B'I và BC.

$H \in BC$  sao cho  $EA \perp AH$  tại A

$K \in B'I$  sao cho  $KH \perp CB$  tại H

Có  $KH \perp CB \Rightarrow KH \parallel CC'$ .

$\Rightarrow KH \perp (ABC)$  tại H

$\Rightarrow KH \perp EA$  mà  $EA \perp AH$

$\Rightarrow EA \perp (AKH)$

$\Rightarrow EA \perp AK$

Hai mặt phẳng  $(AIB')$  và  $(ACB)$  có giao tuyến là EA

Mà  $AK \in (AIB')$ ;  $AH \in (ACB)$ ;  $EA \perp AK$ ;  $EA \perp AH \Rightarrow$

góc hợp bởi hai mặt phẳng  $(AIB')$  và  $(ACB)$  là  $\widehat{KAH}$ .

Ta có:  $BC = 2a \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} AE^2 &= EC^2 + AC^2 - 2AC \cdot EC \cdot \cos \widehat{ACE} \\ &= 3a^2 + a^2 - 2a \cdot a\sqrt{3} \cdot \cos 150^\circ = 7a^2 \\ \Rightarrow AE &= a\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \cos \widehat{AEC} &= \frac{AE^2 + EC^2 - AC^2}{2AE \cdot EC} \\ &= \frac{7a^2 + 3a^2 - a^2}{2a\sqrt{7} \cdot a\sqrt{3}} = \frac{9}{2\sqrt{21}}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{AEC} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \widehat{AEC}} - 1} = \frac{\sqrt{3}}{9}.$$

$$\Rightarrow AH = AE \cdot \tan \widehat{AEC} = \frac{a\sqrt{21}}{9}$$

$$\text{Ta có: } \frac{EH}{EB} = \frac{HK}{BB'}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow HK &= \frac{EH \cdot BB'}{EB} = \frac{AE \cdot BB'}{2BC \cdot \cos \widehat{AEC}} \\ &= \frac{a\sqrt{7} \cdot a \cdot 2\sqrt{21}}{2a\sqrt{3} \cdot 9} = \frac{7a}{9}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \cos \widehat{KAH} &= \frac{AH}{AK} = \frac{AH}{\sqrt{AH^2 + HK^2}} \\ &= \frac{a\sqrt{21}}{9\sqrt{\frac{21a^2}{81} + \frac{49a^2}{81}}} = \frac{\sqrt{21}}{10}. \end{aligned}$$

#### Câu 11: Đáp án D.

Hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 1}$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .

$$\Leftrightarrow y = \frac{x^2 + x}{(x^2 - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{x}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}$$

Ta có:  $(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là  $x = 1$ .

#### Câu 12: Đáp án C.

$$\begin{aligned} F &= \frac{a^4}{b^4} + \frac{b^4}{a^4} - \left( \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \\ &= \left( \frac{a^2}{b^2} - 1 \right)^2 + \left( \frac{b^2}{a^2} - 1 \right)^2 + \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)^2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 4 \\ &\geq \frac{a^2 + b^2}{ab} - 4 \geq 2 - 4 = -2. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra



**Câu 20: Đáp án A.**

Ta có:  $\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$

$\Rightarrow \log_3 abc = \frac{15}{2}$

$\Leftrightarrow \log_3 a + \log_3 b + \log_3 c = \frac{15}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_a 3} + \frac{1}{\log_b 3} + \log_3 c = \frac{15}{2}$

$\Leftrightarrow \log_3 c = \frac{15}{2} - \frac{1}{\log_a 3} - \frac{1}{\log_b 3} = \frac{15}{2} - \frac{1}{2} - 4 = 3$

$\Leftrightarrow \log_c 3 = \frac{1}{3}$ .

**Câu 21: Đáp án C.**

Đồ thị hàm số nhận  $(0;0)$  là điểm cực tiểu nên loại A, B, D.

**Câu 22: Đáp án C.**

Xét hàm số:  $y = x(2 - \ln x)$  trên  $[2;3]$ .

Có  $y'(x) = 2 - \ln x - 1 = 1 - \ln x$

$y'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \ln x = 0 \Leftrightarrow \ln x = 1 \Leftrightarrow x = e \in [2;3]$ .

Ta có bảng biến thiên:

|         |   |     |   |
|---------|---|-----|---|
| $x$     | 2 | $e$ | 3 |
| $y'(x)$ | + | 0   | - |
| $y(x)$  |   | $e$ |   |

Vậy  $\text{Max}_{x \in [2;3]} y(x) = y(e) = e$ .

**Câu 23: Đáp án A.**

Ta có:

$VT = 1^2 \cdot \log_a 2019 + 2^2 \cdot \log_{\sqrt{a}} 2019 + \dots + n^2 \cdot \log_{\sqrt{a}} 2019$

$= 1^3 \cdot \log_a 2019 + 2^3 \cdot \log_a 2019 + \dots + n^3 \cdot \log_a 2019$

$= (1^3 + 2^3 + \dots + n^3) \cdot \log_a 2019$

$VP = 1010^2 \cdot 2019^2 \cdot \log_a 2019$

Có  $VT = VP$

$\Leftrightarrow (1^3 + 2^3 + \dots + n^3) \log_a 2019 = 1010^2 \cdot 2019^2 \cdot \log_a 2019$

$\Leftrightarrow \frac{n^2(n+1)^2}{4} = 1010^2 \cdot 2019^2$

$\Leftrightarrow (n^2 + n)^2 = (2020 \cdot 2019)^2$

$\Leftrightarrow n^2 + n = 2020 \cdot 2019$  vì  $n^2 + n > 0 \quad \forall n > 0$ .

$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 2019 \in [0; +\infty) \\ n = -2020 \notin [0; +\infty) \end{cases}$

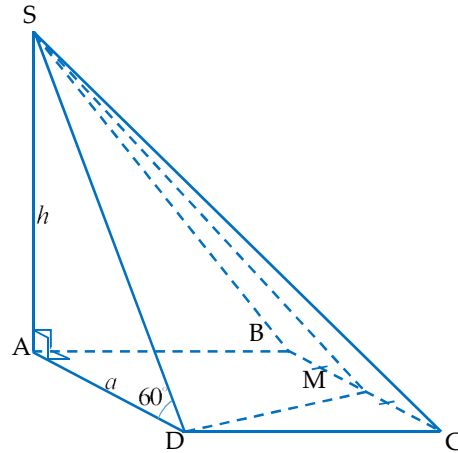
Vậy  $n = 2019$ .

**Câu 24: Đáp án A.**

Ta có hàm số:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Từ chiều biến thiên của đồ thị ta có  $a > 0$ .

Có:  $y(0) = d > 0$



Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  $\Rightarrow$  phương trình:

$y'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1$

và  $x_2$ . Chọn  $x_1 < x_2$

Mà  $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow ac < 0 \Leftrightarrow c < 0$ .

Từ đồ thị ta có

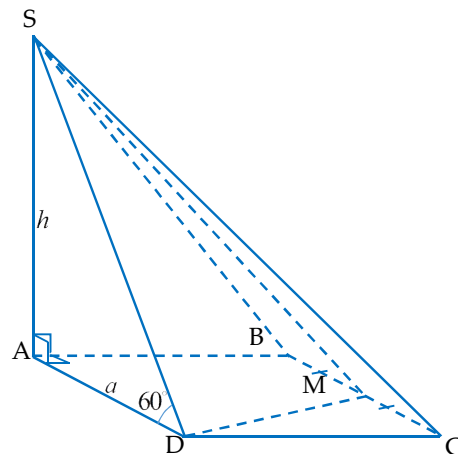
$|x_1 - 0| < |x_2 - 0| \Rightarrow a + b < 0 \Leftrightarrow b < -a < 0$

Vậy:  $a, d > 0; b, c < 0$ .

Ta có hàm số:  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Từ chiều biến thiên của đồ thị ta có  $a > 0$ .

Có:  $y(0) = d > 0$



Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị

$\Rightarrow$  phương trình:  $y'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = 0$  có hai

nghiệm phân biệt  $x_1$  và  $x_2$ . Chọn  $x_1 < x_2$

Từ đồ thị ta có

$|x_1 - 0| < |x_2 - 0| \Rightarrow a + b < 0 \Leftrightarrow b < -a < 0$

Vậy:  $a, d > 0; b, c < 0$ .

**Câu 25: Đáp án C.**

Phương trình (1):  $\log_{\sqrt{5}}(x^2 - 2x - 3) = 2\log_2(x^2 - 2x - 4)$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 2x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 > 0$$

vì  $x^2 - 2x - 4 < x^2 - 2x - 3 \forall x \in \mathbb{R}$ .

$$(1) \Leftrightarrow 2\log_5(x^2 - 2x - 3) = \log_2(x^2 - 2x - 4) \quad (*)$$

Đặt  $t = \log_5(x^2 - 2x - 3)$  với  $t > 0$

$$x^2 - 2x - 3 = 5^t$$

Phương trình (\*) trở thành:

$$2t = \log_2(5^t - 1) \Leftrightarrow 5^t - 4^t - 1 = 0.$$

Xét hàm số:  $y(t) = 5^t - 4^t - 1$  trên  $[0; +\infty)$ .

$$\text{Có } y'(t) = 5^t \ln 5 - 4^t \ln 4.$$

Xét hàm số:  $g(t) = 5^t \ln 5 - 4^t \ln 4$  trên  $[0; +\infty)$ .

$$\text{Có } g'(t) = 5^t \ln^2 5 - 4^t \ln^2 4$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow 5^t \ln^2 5 - 4^t \ln^2 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^t = \log_5^2 4$$

$$\Leftrightarrow t = \log_5(\log_5^2 4) \notin [0; +\infty) \text{ (loại)}.$$

Bảng biến thiên:

|         |   |           |
|---------|---|-----------|
| $t$     | 0 | 1         |
| $y'(t)$ |   | +         |
| $y(t)$  | 0 | $+\infty$ |

$$\Rightarrow f'(t) = g(t) > 0 \quad \forall t \in [0; +\infty).$$

$$\Rightarrow f(t) \text{ đồng biến trên } [0; +\infty).$$

Mà  $f(1) = 0 \Rightarrow t = 1$  là nghiệm duy nhất phương trình  $f(t) = 0$ .

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow \log_5(x^2 - 2x - 3) = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 5 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

Theo định lý Vi-et ta có tổng hai nghiệm phương trình

$$(1) \text{ là: } x_1 + x_2 = 2.$$

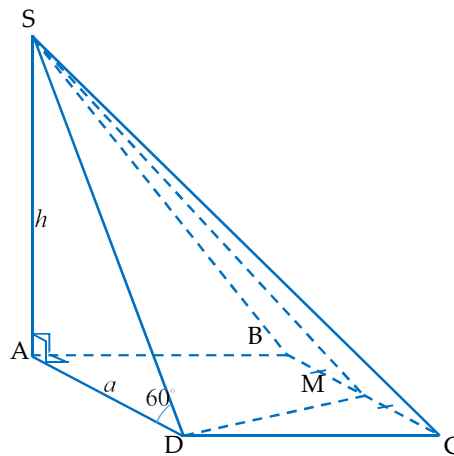
**Câu 26: Đáp án A.**

Ta có:  $h = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

$$S_{ABMD} = S_{ABCD} - S_{ADCM} = a^2 - \frac{1}{2}a \cdot \frac{a}{2} = \frac{3a^2}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABMD} = \frac{1}{3}S_{ABMD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

**Câu 27: Đáp án D.**



Xét hàm số:  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 2(m-1)x - 2$  trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Có } y'(x) = x^2 - 2(m-1)x + 2(m-1).$$

Hàm số đã cho tăng trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ .

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - 2(m-1) \leq 0 \quad \text{vì } a = 1 > 0.$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq m \leq 3.$$

**Câu 28: Đáp án C.**

\*TH1: Đáp án A.

Hàm số:  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$  xác định trên  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Loại vì  $\{1\} \in (0; \sqrt{2})$

\*TH2: Đáp án B.

Xét hàm số:  $y = \frac{2x-5}{x+1}$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$\text{Có } y'(x) = \frac{7}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$\Rightarrow \text{hàm số } y = \frac{2x-5}{x+1} \text{ đồng biến trên } \mathbb{R} \setminus \{-1\} \text{ (loại)}.$$

\*TH3: Đáp án C.

Hàm số  $y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 3$  liên tục trên  $(0; \sqrt{2})$ .

$$\text{Có } y'(x) = 2x^3 - 6x < 0 \quad \forall x \in (0; \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow \text{hàm số: } y = \frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 3 \text{ nghịch biến trên } (0; \sqrt{2}).$$

\*TH4: Đáp án D.

Hàm số:  $y = \frac{3}{2}x^3 - 4x^2 + 6x + 9$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Có } y'(x) = \frac{9}{2}x^2 - 8x + 6$$

$$= \frac{9}{2}\left(x - \frac{8}{9}\right)^2 + \frac{86}{9} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}. \text{ (loại)}.$$

Vậy đáp án C thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 29: Đáp án A.**

$$\text{Phương trình: } 3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x-1}\sqrt[4]{x+1} \quad (*)$$

Điều kiện:  $x \geq 1$

Ta có với  $x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} > 0$ . Chia hai vế phương trình

$$(*) \text{ cho } \sqrt{x+1} \text{ ta có: } \frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} + m = \frac{2\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt[4]{x+1}} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \frac{\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt[4]{x+1}} \text{ với } t \geq 0.$$

Phương trình (1) trở thành:  $3t^2 - 2t + m = 0 \quad (2)$

Phương trình (\*) có nghiệm  $\Leftrightarrow$  phương trình (2) có nghiệm  $t \geq 0$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ ac \geq 0 \\ a+b \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-3m \geq 0 \\ 3m \geq 0 \\ 3+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{3}$$

Vậy  $0 \leq m \leq \frac{1}{3}$  thì phương trình đã cho có nghiệm.

### Câu 30: Đáp án A.

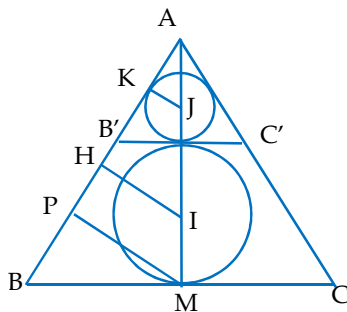
\*2 sai. VD hàm bậc ba  $y = -x^3 + 3x + 1$ . Ta nhận thấy hàm số này có các khoảng đồng biến trên  $[-1000; 1000]$  nhưng mọi  $c \in (-1000; 1000)$  đều cho  $f(-1000) > f(c) > f(1000)$ .

\*3 sai. Vì  $y'$  bằng 0 tại điểm đó thì chưa chắc đã đổi dấu qua điểm đó. VD hàm số  $y = x^3$ .

\*4 sai. Vì thiếu điều kiện  $x = 0$  tại hữu hạn điểm. vd hàm số  $y = 1999$  có  $y' = 0 \geq 0$  nhưng là hàm hằng.

### Câu 31: Đáp án C.

Cắt món đồ chơi đó bằng mặt phẳng đứng đi qua trục



đối xứng, ta có hình vẽ:

Gọi P, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, I, J trên AB.

Vì  $\widehat{BAC} = 2\beta = 60^\circ$ ,  $AM = 9\text{cm}$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} BM = MC = 3\sqrt{3} \\ AB = AC = 6\sqrt{3} = BC \end{cases} \rightarrow \Delta ABC \text{ đều.}$$

Vì TH là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tam giác đều

$$ABC \text{ nên } TH = \frac{TM}{3} = 3.$$

Gọi  $B'C'$  là đường tuyến chung của hai đường tròn.

Vì  $\Delta ABC$  đều nên dẫn đến  $\Delta AB'C'$  đều.

Suy ra bán kính đường tròn ngoại tiếp  $IK = \frac{AM}{9} = 1$ .

$$\text{Vậy tổng thể tích là: } V_1 + V_2 = \frac{4}{3}\pi IH^3 + \frac{4}{3}\pi IK^3 = \frac{40\pi}{3}.$$

### Câu 32: Đáp án D.

Gọi khoảng cách từ C đến (SAB) là h.

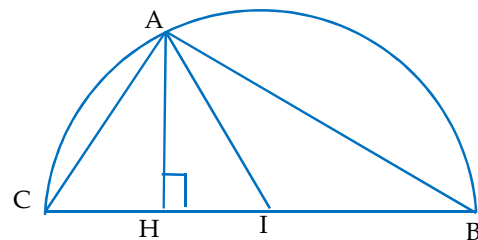
Theo công thức thể tích khối chóp, ta có:

$$V = \frac{1}{3}.h.S_{SAB} = \frac{1}{3}.h.2a^2 = \frac{a^3}{3} \rightarrow h = \frac{a}{2}.$$

### Câu 33: Đáp án C.

Thể tích vật tròn khi quay  $\Delta ABC$  quay quanh AB:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}AH.\pi.CH^2 = \frac{1}{3}AH\pi.(AH.AB - AH^2) \\ &= \frac{2R\pi}{3}.AH^2 - \frac{\pi}{3}AH^3. \end{aligned}$$



Xét hàm số:  $y = \frac{2\pi R}{3}t^2 - \frac{\pi}{3}t^3$  với  $t = AH$ .

$$\Rightarrow y' = \frac{4\pi R}{3}t - \pi t^2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \rightarrow \text{Loại} \\ t = \frac{4R}{3} \rightarrow AH = \frac{4R}{3}. \end{cases}$$

$$\Rightarrow HB = AB - AH = \frac{2R}{3} \Rightarrow CH = \frac{2R\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \tan \widehat{CAB} = \frac{CH}{AH} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{CAB} = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

### Câu 34: Đáp án D.

Xét hàm số:  $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(3+x)(6-x)}$  trên  $[-3; 6]$ .

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3+x}} - \frac{1}{2\sqrt{6-x}} - \frac{2x-3}{2\sqrt{(3+x)(6-x)}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{6-x} - \sqrt{3+x} + 2x-3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3-2x}{\sqrt{6-x} + \sqrt{3+x}} - (3-2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \in [-3; 6] \\ \sqrt{6-x} + \sqrt{3+x} = 1 \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow 9 + 2\sqrt{(6-x)(3+x)} = 1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{(6-x)(3+x)} = -8 \quad (\text{loại})$$

Ta có bảng biến thiên:

Vậy để phương trình  $f(x) = m$  có nghiệm thì

|         |    |               |   |
|---------|----|---------------|---|
| $x$     | -3 | $\frac{3}{2}$ | 6 |
| $y'(x)$ |    | -             | 0 |
| $y(x)$  | 3  |               | 3 |

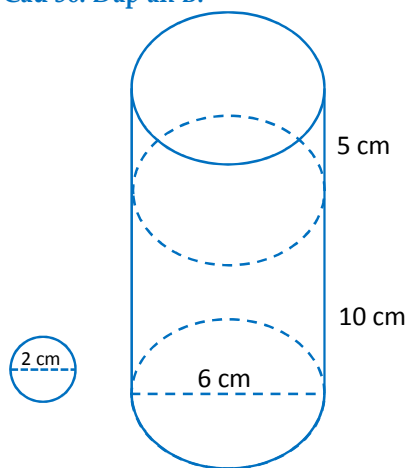
$\frac{-9-6\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{-9-6\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 3.$$

**Câu 35: Đáp án A.**

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{3a^2}{4} \cdot 2a = \frac{\pi a^3}{2}.$$

**Câu 36: Đáp án B.**



Ta có:  $V_{bi} = 5 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{20\pi}{3}$

$$V_{nuoc} = \pi R^2 h = 90\pi$$

$$\Rightarrow V_{nuocsau} = V_{bi} - V_{nuoc} = \frac{290\pi}{3}.$$

$$\Rightarrow h = \frac{V_{nuocsau}}{\pi R^2} = \frac{290}{27} \Rightarrow d = 15 - \frac{290}{27} = \frac{115}{27}.$$

**Câu 37: Đáp án D.**

Ta có:  $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

Tọa độ tâm I của đường tròn (C) là:  $I(1; -2)$ .

Suy ra ảnh I' của I qua  $T_0$  là  $I'(4; 1)$

$$(C'): (x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$$

**Câu 38: Đáp án B.**

Có:  $y(x) = x^3 + 3mx^2 - 3x$

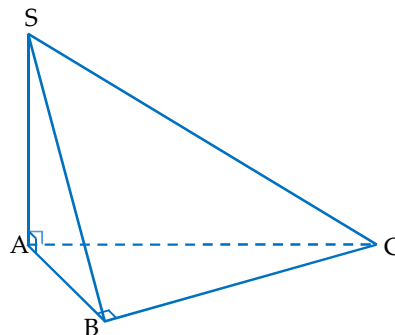
$$\Rightarrow y'(x) = 3x^2 + 6mx - 3$$

Phương trình đường thẳng d đi qua 2 cực trị của (C)

nên  $(x_0; y_0) \in d$  thỏa mãn:

$$\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y_0 = x_0^3 + 3mx_0 - 3x_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_0^2 + 6mx_0 - 3 = 0 \\ y_0 = x_0(x_0^2 + 2mx_0) - 3x_0 + mx_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 2mx_0 = 1 \\ y_0 = -2x_0 + mx_0^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 = -2mx_0 + 1 \\ y_0 = -2x_0 + m(-2mx_0 + 1) \end{cases} \Rightarrow y_0 = -2(m^2 + 1)x_0 + m$$

**Câu 39: Đáp án A.**



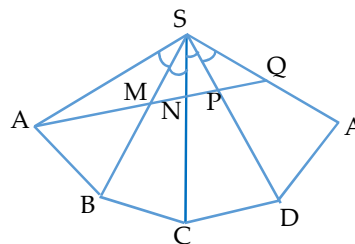
Ta có:  $BC = a\sqrt{2}$

$$SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a.$$

Có:  $\Rightarrow V = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

**Câu 40: Đáp án A.**

Ta "xếp" 4 mặt bên của hình chóp lên một mặt phẳng, được như hình bên:



Như hình vẽ ta thấy, để tiết kiệm dây nhất thì các đoạn AM, MN, NP, PQ phải tạo thành một đoạn thẳng AQ.

Lúc này, xét  $\triangle SAQ$  có:

$$\widehat{ASM} = \widehat{MNS} = \widehat{NSP} = \widehat{PSQ} = 15^\circ.$$

$$SA = 600m, SQ = 300m$$

$$\Rightarrow k = \frac{AM + MN}{NP + PQ} = \frac{AN}{NQ} = \frac{SA}{SQ} = 2.$$

(vì  $\frac{AN}{NQ} = \frac{SA}{SQ}$  do tính chất của đường phân giác SN)

**Câu 41: Đáp án D.**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

Ta có:  $y' = 3x^2 - 4mx + m^2 \rightarrow y'' = 6x - 4m$

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2m}{3}$  là hoành độ điểm uốn của đồ thị

hàm số.

Để  $x = 1$  là điểm cực tiểu của hàm số bậc ba với hệ số  $x^3$  dương thì:

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ \frac{2m}{3} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 3 = 0 \\ m < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

**Câu 42: Đáp án B.**

Ta có:  $\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{a}{2a} \rightarrow \cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$

$\Rightarrow \triangle ABC$  vuông tại B.

Gọi M là trung điểm AC

$\Rightarrow M$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABC$ .

$\Rightarrow MA = MC = \frac{AC}{2} = a$ .

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy.

R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

H là chiều cao hình chóp

Ta có công thức sau:

$$R^2 = \frac{h^2}{4} + r^2 \Rightarrow R^2 = \frac{a^2}{4} + a^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$\Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5a\sqrt{5}}{2}.$$

**Câu 43: Đáp án D.**

Theo như đồ thị hàm số, chọn  $x = 2$ , ta có:

$$\log_c 2 > \log_a 2 > 0 > \log_b 2$$

$$\Leftrightarrow b < 1 < c < 2 < a.$$

**Câu 44: Đáp án B.**

$\triangle ABC$  vuông cân tại B có  $AC = a$

$$\Rightarrow BC = BA = \frac{a}{\sqrt{2}}.$$

Mà  $\triangle SAB$  vuông tại A có  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ .

$$\Rightarrow SA = SB \cdot \tan \widehat{SBA} = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} BC \cdot BA$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}.$$

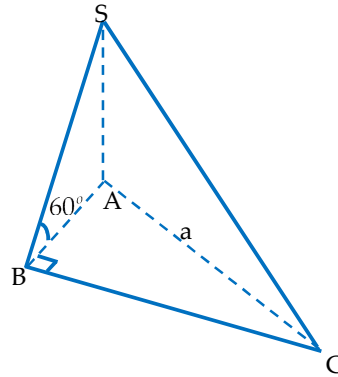
**Câu 45: Đáp án C.**

Ta có:  $y = 2\sin^2 x - \cos x + 1$

$$= 2(1 - \cos^2 x) - \cos x + 1$$

$$= -2\cos^2 x - \cos x + 3$$

Đặt  $t = \cos x$  ( $-1 \leq t \leq 1$ )



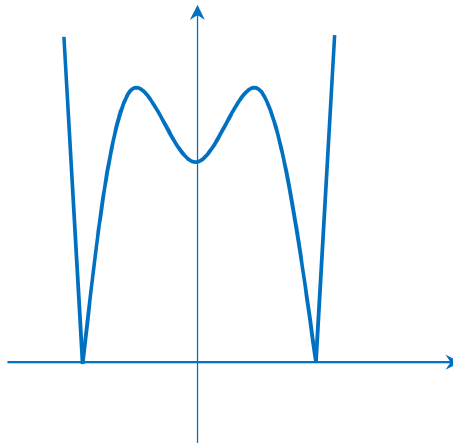
$$y(t) = -2t^2 - t + 3$$

$$\Rightarrow y'(t) = -4t - 1$$

$$y'(0) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-1}{4} \in [-1; 1]$$

$$\Rightarrow y(t)_{\min} = y\left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{25}{8}.$$

**Câu 46: Đáp án D.**



Ta có đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$ .

Lúc này, để phương trình  $|f(x)| = 2m^2 - m + 3$  có 6

nghiệm phân biệt thì đường thẳng  $y = 2m^2 - m + 3$  cắt đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  tại 6 điểm phân biệt.

$$\Rightarrow 3 < 2m^2 - m + 3 < 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - m > 0 \\ 2m^2 - m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1}{2} < m < 0 \\ \frac{1}{2} < m < 1 \end{cases}.$$

**Câu 47: Đáp án B.**

Vì  $\pi$  là số vô tỉ nên điều kiện là cơ số lớn hơn 0.

$$\Rightarrow 2x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2 \Leftrightarrow x \in (0; 2).$$

**Câu 48: Đáp án A.**

Kí hiệu 10 nguyên thủ là a, b, c, d, e, f, g, h, i, k.

Và hai ông Trum, Kim lần lượt là a, b.

Nếu ông Trum ngồi bên trái ông Kim, tương đương xếp  $\overline{ab}$ , c, d, e, f, g, h, i, k vào 9 vị trí. Ta có  $A_9^9$  cách.

Nếu ông Trum ngồi bên trái ông Kim, tương đương xếp  $\overline{ab}$ , c, d, e, f, g, h, i, k vào 9 vị trí. Ta có  $A_9^9$  cách.

Vậy tổng hợp lại, có  $A_9^9 + A_9^9 = 2.9!$  cách.

**Câu 49: Đáp án B.**

TH1:  $m = 0 \rightarrow y = x - 1$ . hàm số không có cực trị.

TH2: TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + x - 1 \Rightarrow y' = mx^2 - 2mx + 1$ .

Để hàm số cho có cực đại, cực tiểu thì phương trình  $y' = 0$  phải có 2 nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow \Delta' = m^2 - m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}.$$

**Câu 50: Đáp án D.**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 3x^2 - 6mx.$$

Ta có:  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = -1 \\ x = 2m \rightarrow y = -4m^3 + 6 \end{cases}$

Xét TH1:  $m = 0$ . Hàm số đồng biến trên  $[0; 3]$ .

$$\Rightarrow \underset{[0;3]}{\text{Min}} y = y(0) = -1 \rightarrow \text{loại}.$$

Xét TH2:  $m \geq \frac{3}{2}$ . Khi đó, hàm số nghịch biến trên

$$[0; 3]. \Rightarrow \underset{[0;3]}{\text{Min}} y = y(3) = 15 - 27m = 2 \rightarrow m = \frac{13}{27}.$$

Xét TH3:  $\frac{3}{2} > m > 0$ , hàm số có Cực đại là  $(0; -1)$  và cực tiểu là  $\left(2m, \frac{8}{3}m^4 - 4m^3 + 2m - 1\right)$ .

Khi đó, GTNN trên  $[0; 3]$  là

$$y(2m) = -4m^3 + 6$$

$$\Rightarrow -4m^3 + 6 = 2 \Leftrightarrow m^3 = 1 \Leftrightarrow m = 1.$$

Xét TH4:  $m < 0 \rightarrow (0; -1)$  là điểm cực trị và trên  $[0; 3]$ , hàm số đồng biến.

$$\Rightarrow y_{\min} = -1 \rightarrow \text{loại}.$$

Vậy  $m = 1$  là giá trị cần tìm.