

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Xác định m để hàm số sau đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$:

$$y = \frac{x + m}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

Câu 3 (1,0 điểm). Giải các phương trình, bất phương trình sau trên tập số thực:

a. $\sin 2x - 2\sqrt{3} \cos^2 x = 0$ với $x \in (0; \frac{3\pi}{2})$

b. $\log_2^2(x+1) - \log_2(x^2 + 2x + 1) - 3 > 0$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \tan^2 x dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm các chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Lấy ngẫu nhiên một số trong A , tính xác suất để lấy được số có chứa chữ số 3.

Câu 6 (1,0 điểm).

Trong không gian Oxyz cho điểm $A(3; -2; -2)$ và mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$.

a) Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với mp (P) .

b) Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A , vuông góc với mp (P) biết rằng mp (Q) cắt hai trục Oy, Oz lần lượt tại điểm phân biệt M và N sao cho $OM = ON$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều có cạnh bằng a , cạnh bên tạo với đáy góc 30° . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Điểm $E(2;3)$ thuộc đoạn thẳng BD , các điểm $H(-2;3)$ và $K(2;4)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm E trên AB và AD . Xác định toạ độ các đỉnh A, B, C, D của hình vuông $ABCD$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình sau trên tập R

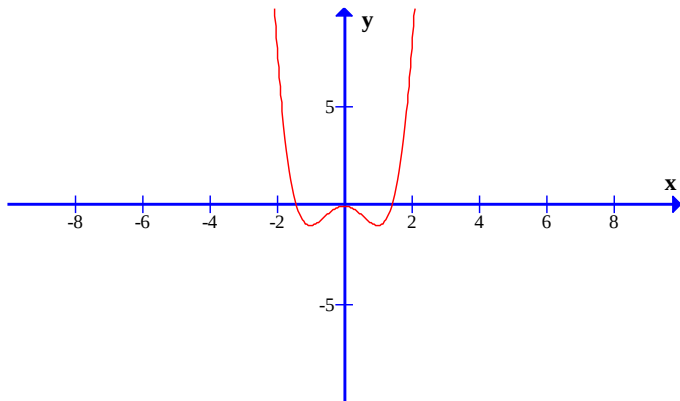
$$\sqrt{x - \frac{1}{x}} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} > \frac{x-1}{x}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số thuộc đoạn $[0; 1]$. Chứng minh:

$$\frac{a}{b+c+1} + \frac{b}{a+c+1} + \frac{c}{a+b+1} + (1-a)(1-b)(1-c) \leq 1$$

===== Hết =====

ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM																								
1	$y = x^4 - 2x^2$ + TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $+ y' = 4x^3 - 4x. \quad y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$ + Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$.	0,25																								
	<u>Bảng biến thiên</u> :	0,25																								
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td>0</td><td></td><td></td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$			0			-1	$+\infty$
	x		$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																			
	y'		-	0	+	0	-	0	+																	
y	$+\infty$			0			-1	$+\infty$																		
Vậy hsnb trên : $(-\infty; 1)$ và $(0; 1)$; db trên: $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Hàm số đạt CĐ tại $x = 0, y_{cd} = 0$.Hàm số đạt CT tại $x = \pm 1, y_{ct} = -1$. + Đồ thị : - Giao điểm với Ox : $(0; 0); (\sqrt{2}; 0), (-\sqrt{2}; 0)$ - Giao điểm với Oy : $(0; 0)$																										
	0,5																									
2	+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $+ y' = \frac{-mx + 1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$	0,25																								
	Hàm số ĐB trong $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0$ mọi $x \in (0; +\infty)$. $\Leftrightarrow -mx + 1 \geq 0$ mọi $x \in (0; +\infty)$. (1)	0,25																								
	. $m = 0$ (1) đúng . $m > 0$: $-mx + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1/m$. Vậy (1) không thỏa mãn. . $m < 0$: $-mx + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1/m$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow 1/m \leq 0$ t/m.	0,25																								
	Giá trị cần tìm là: $m \leq 0$.	0,25																								
			0,25																							
3	$a/ \sin 2x - 2\sqrt{3} \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x (\sin x - \sqrt{3} \cos x) = 0$	0,25																								

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \tan x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$	0,5
	Trên $(0, 3\pi/2)$ ta có tập nghiệm là: $\left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3} \right\}$.	0,25
	$b/\log_2^2(x+1) - \log_2(x^2 + 2x + 1) - 3 > 0 \Leftrightarrow \log_2^2(x+1) - 2\log_2(x+1) - 3 > 0$	0,25
	Đặt $t = \log_2(x+1)$ ta được : $t^2 - 2t - 3 > 0 \Leftrightarrow t < -1$ hoặc $t > 3$.	0,25
	Vậy: $\begin{cases} \log_2(x+1) < -1 \\ \log_2(x+1) > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ x+1 > 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < -\frac{1}{2} \\ x > 7 \end{cases}$	0,5
4	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} x dx$	0,25
	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x dx = \frac{x^2}{2} \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2}{32}$	0,25
	$\cdot \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \frac{1}{\cos^2 x} dx = I_1 \quad \text{Đặt} \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases}$	
	$I_1 = x \tan x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \frac{\pi}{4} + \ln \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}.$	0,25
	Vậy $I = \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2} - \frac{\pi^2}{32}.$	0,25
5	+ Số các số có một, hai, ba, bốn, năm chữ số phân biệt lần lượt là: $A_5^1, A_5^2, A_5^3, A_5^4, A_5^5$. Vậy tập A có $A_5^1 + A_5^2 + A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 325$ số.	0,25
	+ Tương tự, số các số của A không có chữ số 3 là: $A_4^1 + A_4^2 + A_4^3 + A_4^4 = 64$ số.	0,25
	Vậy số các số có chứa chữ số 3 là: $325 - 64 = 261$ số	0,25
	Từ đó xác suất cần tìm là $P = 261/325$	0,25
6	a) Vì (S) có tâm A và tiếp xúc (P) nên bán kính của (S) là $R = d(a, (P)) = \frac{8}{\sqrt{3}}$. Vậy pt của (S) là: $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \frac{64}{3}$	0,25
	b) Gọi $\vec{n}_Q$ là VTPT của (Q), $\vec{n}_P = (1; -1; -1)$ là VTPT của (P). Khi đó $\vec{n}_Q \perp \vec{n}_P$ Mp(Q) cắt hai trục Oy và Oz tại $M(0; a; 0), N(0; 0; b)$ phân biệt sao cho	0,25
	$OM = ON$ nên $ a = b \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \neq 0 \\ a = -b \neq 0 \end{cases}$	
	+ $a = b$ thì $\overrightarrow{MN} = (0; -a; a) \square \square \vec{u}(0; -1; 1)$ và $\vec{n}_Q \perp \vec{u} \Rightarrow \vec{n}_Q = [\vec{u}, \vec{n}_P] = (2; 1; 1).$	0,25

	Khi đó mp (Q): $2x + y + z - 2 = 0$ và $M(0;2;0)$; $N(0;0;2)$ (thỏa mãn) + a = - b thì $\overrightarrow{MN} = (0; -a; -a) \square \square \vec{u}(0;1;1)$ và $\overrightarrow{n_Q} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = [\vec{u}, \overrightarrow{n_p}] = (0;1;-1)$ Khi đó mp (Q): $y - z = 0$ và $M(0;0;0)$ và $N(0;0;0)$ (loại). Vậy (Q): $2x + y + z - 2 = 0$.	0,25
7	+Gọi H là trung điểm BC $\Rightarrow A'H \perp (ABC)$ $\Rightarrow$ góc $A'AH$ bằng 30°. Ta có: $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $A'H = AH \cdot \tan 30^\circ = a/2$. $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. $V = S_{ABC} \cdot A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.	0,25
	+ Gọi G là tâm của tam giác ABC, qua G kẻ đt (d) // A'H cắt AA' tại E + Gọi F là trung điểm AA', trong mp(AA'H) kẻ đt trung trực của AA' cắt (d) tại I $\Rightarrow$ I là tâm m/c ngoại tiếp tứ diện A'ABC và bán kính $R = IA$. Ta có: Góc AEI bằng 60°, $EF = 1/6 \cdot AA' = a/6$.	0,25
	$IF = EF \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ $R = \sqrt{AF^2 + FI^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$	0,25
8	Ta có: $EH : y - 3 = 0$ $EK : x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} AH : x + 2 = 0 \\ AK : y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-2;4)$ Giả sử $\vec{n}(a;b)$, $(a^2 + b^2 > 0)$ là VTPT của đường thẳng BD. Có: $ABD = 45^\circ$ nên: $\frac{ a }{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow a = \pm b$ Với $a = -b$, chọn $b = -1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow BD : x - y + 1 = 0$ $\Rightarrow B(-2;-1); D(3;4) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{EB} = (-4;-4) \\ \overrightarrow{ED} = (1;1) \end{cases} \Rightarrow E$ nằm trên đoạn BD (t/m) Khi đó: $C(3;-1)$	0,25
	Với $a = b$, chọn $b = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow BD : x + y - 5 = 0$. $\Rightarrow B(-2;7); D(1;4) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{EB} = (-4;4) \\ \overrightarrow{ED} = (-1;1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{EB} = 4\overrightarrow{ED} \Rightarrow E$ ngoài đoạn BD (L)	0,25
	Vậy: $A(-2;4); B(-2;-1); C(3;-1); D(3;4)$	0,25
9	Gọi bpt đã cho là (1). + ĐK: $x \in [-1; 0) \cup [1; +\infty)$ Lúc đó: VP của (1) không âm nên (1) chỉ có nghiệm khi:	

	$\sqrt{x - \frac{1}{x}} > \sqrt{1 - \frac{1}{x}} \Rightarrow x - \frac{1}{x} > 1 - \frac{1}{x} \Rightarrow x > 1. \text{ Vậy (1) chỉ có nghiệm trên } (1; +\infty).$	0,25
	Trên $(1; +\infty)$: (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} - 1 > \sqrt{\frac{x-1}{x}} \Leftrightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{\frac{x-1}{x}} > 1.$ Do $x+1 - \frac{x-1}{x} = \frac{x^2+1}{x} > 0$ khi $x > 1$ nên: (1) $\Leftrightarrow$	0,25
	$x+1 + \frac{x-1}{x} - 2\sqrt{\frac{x^2-1}{x}} > 1 \Leftrightarrow x - \frac{1}{x} - 2\sqrt{\frac{x^2-1}{x}} + 1 > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{x^2-1}{x} - 2\sqrt{\frac{x^2-1}{x}} + 1 > 0 \Leftrightarrow (\sqrt{\frac{x^2-1}{x}} - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$	0,25
	Vậy nghiệm BPT là: $\begin{cases} x > 1 \\ x \neq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$	0,25
10	Do vai trò a, b, c như nhau nên giả sử $a \leq b \leq c$, khi đó: Đặt $S = a + b + c + 1 \Rightarrow b + c + 1 = S - a \geq S - c$ $a + c + 1 \geq S - c;$ $a + b + 1 \geq S - c.$	0,25
	Ta có $(1-a)(1-b)(1+a+b) \leq 1$ (*) $\Leftrightarrow (1-a-b+ab)(1+a+b) - 1 \leq 0$ $\Leftrightarrow -a^2 - b^2 - ab + a^2b + ab^2 \leq 0$ $\Leftrightarrow b(a+b)(a-1) - a^2 \leq 0 \text{ đúng do } a, b \in [0; 1]. \text{ Vậy (*) đúng.}$	0,25
	Mà (*) $\Leftrightarrow (1-a)(1-b)(S-c) \leq 1$ $\Leftrightarrow (1-a)(1-b) \leq \frac{1}{S-c} \Leftrightarrow (1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{1-c}{S-c}$	0,25
	Do đó: $\frac{a}{b+c+1} + \frac{b}{a+c+1} + \frac{c}{a+b+1} + (1-a)(1-b)(1-c)$ $\leq \frac{a}{S-c} + \frac{b}{S-c} + \frac{c}{S-c} + \frac{1-c}{S-c} \leq \frac{S-c}{S-c} = 1 \quad \text{đpcm.}$	0,25

===== Hết =====