SỞ GD-ĐT HÀ NỘI TRƯỜNG THPT VIỆT ĐỨC *(Đề thi gồm có 06 trang)*	ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II MÔN TOÁN – LỚP 12 Năm học: 2016 – 2017 *Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

Mã đề 570

Câu 1: Giải bài toán tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2$, $y=e^x$, $x=1$. Bốn bạn An, Bảo, Cần và Dũng cho 4 công thức khác nhau. Hãy chọn công thức đúng

A. Cần $S=\int_{\ln 2}^{1}\left(2-e^x\right)\mathrm{d}x$.
B. Bảo $S=\int_{1}^{\ln 2}\left(e^x-2\right)\mathrm{d}x$.
C. Dũng $S=\int_{1}^{\ln 2}\left|e^x+2\right|\mathrm{d}x$.
D. An $S=\int_{\ln 2}^{1}\left(e^x-2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 2: Tìm nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f\left(x\right)=2\sin 3x.\sin 5x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}$

A. $F\left(x\right)=\frac{1}{4}\left(2\sin 2x-\sin 8x\right)+3$.
B. $F\left(x\right)=\frac{1}{4}\left(2\sin 2x-\sin 8x\right)-1$.
C. $F\left(x\right)=\frac{1}{8}\left(4\sin 2x-\sin 8x\right)+2$.
D. $F\left(x\right)=\frac{1}{8}\left(4\sin 2x-\sin 8x\right)+1$.

Câu 3: Nguyên hàm $F\left(x\right)=\int \cot^3 x\,\mathrm{d}x$ là

A. $F\left(x\right)=-\frac{1}{2}\cot^2 x-\ln\left|\sin x\right|+C$.
B. $F\left(x\right)=-\frac{1}{2}\cot^2 x+\ln\left|\sin x\right|+C$.
C. $F\left(x\right)=\frac{1}{2}\cot^2 x-\ln\left|\sin x\right|+C$.
D. $F\left(x\right)=-\frac{1}{2}\cot^2 x+\ln\left|\cos x\right|+C$.

Câu 4: Cho hai đường thẳng gồm d có phương trình $x=y=z$, d' có phương trình $x=y-1=z+1$. Ta có khoảng cách giữa d và d' bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 5: Thể tích V khi quay $\left(E\right): x^2+4y^2-4=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 4π. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

Câu 6: Viết phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ đi qua hai điểm $A\left(3;-1;-2\right)$, $B\left(1;1;2\right)$ và có tâm thuộc trục Oz.

A. $x^2+y^2+\left(z-1\right)^2=10.$
B. $x^2+y^2+z^2-2z-10=0.$
C. $x^2+y^2+\left(z-1\right)^2=12.$
D. $x^2+y^2+z^2+2z-10=0.$

Câu 7: Giả sử $I=\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\sin 3x\sin 2x\,\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\sqrt{2}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Ta có giá trị của $a+b$ là

A. 8. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 13.

Câu 8: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z-i\right|=1$ là

A. Một đường tròn.
B. Hai đường thẳng.
C. Hai đường tròn.
D. Một đường thẳng.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông nằm trong mặt phẳng Oxy, $AC \cap DB = O$ (O là gốc tọa độ), $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, đỉnh $S(0;0;9)$. Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 3 (đvtt). **B.** $3\sqrt{2}$ (đvtt). **C.** 4 (đvtt). **D.** 9 (đvtt).

Câu 10: Biết rằng $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x = 9$. Khi đó giá trị của $\int_0^3 f(3x)\mathrm{d}x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 11: Cho số phức $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$. Ta có phần ảo của số phức $z^2 - 2z + 4i$ bằng

A. $ab - b + 2$. **B.** $2ab - 2b + 4$. **C.** $2ab - 2b - 4$. **D.** $2ab + 2b - 4$.

Câu 12: Trên mặt phẳng phức, M và N là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, trong đó z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Độ dài MN là

A. 12. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(5;0;0)$, $B(1;-1;1)$, $C(-3;3;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng bằng 2 có phương trình là

A. $x + 2y + 2z - 5 = 0$. **B.** $x - 2y + 2z - 5 = 0$.

C. $x - 2y - 2z - 5 = 0$. **D.** $x + 2y - 2z - 5 = 0$.

Câu 14: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2i(2 - 3i)$.

A. $\overline{z} = 6 + 4i$. **B.** $\overline{z} = 6 - 4i$. **C.** $\overline{z} = -6 + 4i$. **D.** $\overline{z} = -6 - 4i$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;1;-1), B(2;0;1), C(-1;2;-1)$, D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Ta có tọa độ D là

A. $D(-2;-3;3)$. **B.** $D(2;-3;-3)$. **C.** $D(2;3;-3)$. **D.** $D(-2;3;-3)$.

Câu 16: Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x)\mathrm{d}x = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 29. **D.** 19.

Câu 17: Cho số phức $z \in \mathbb{C}$ thoả $|z - 4 + 3i| = 3$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất?

A. $z = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$. **B.** $z = -\frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$. **C.** $z = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i$. **D.** $z = -\frac{8}{5} - \frac{6}{5}i$.

Câu 18: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $\begin{cases} y = \tan x \\ Ox \\ x = 0, x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $1 - \frac{\pi}{4}(\text{đvtt})$. **B.** $\frac{\pi^2}{4} - \pi(\text{đvtt})$. **C.** $\pi - \frac{\pi^2}{4}(\text{đvtt})$. **D.** $\pi^2(\text{đvtt})$.

Câu 19: Nguyên hàm $F(x)=\int 3^{2x+2}\mathrm{d}x$ là

A. $F(x)=\dfrac{3^{2x+2}}{2\ln 3}+C$.
B. $F(x)=3^{2x+2}\ln 3+C$.
C. $F(x)=3^{2x+2}+C$.
D. $F(x)=\dfrac{3^{2x}}{9}+C$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;-3),B(0;1;-5)$, gọi I là điểm trên đoạn thẳng AB sao cho $IA=2IB$. Giả sử tọa độ của điểm $I(a;b;c)$ thì $a+b+c$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** $-\dfrac{8}{3}$. **D.** $-\dfrac{17}{3}$.

Câu 21: Tính tích phân $\int_0^1 \dfrac{1}{2x+3}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{3}{20}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln 2$.

Câu 22: Nguyên hàm $F(x)=\int \dfrac{\mathrm{d}x}{(3-2x)^5}$ là

A. $F(x)=-\dfrac{1}{8(3-2x)^4}+C$.
B. $F(x)=\dfrac{1}{2(3-2x)^4}+C$.
C. $F(x)=-\dfrac{1}{4(3-2x)^4}+C$.
D. $F(x)=\dfrac{1}{8(3-2x)^4}+C$.

Câu 23: Nguyên hàm $F(x)=\int \sqrt{3x+1}\,\mathrm{d}x$ là

A. $F(x)=\dfrac{2}{9}\sqrt{(3x+1)^3}+C.$
B. $F(x)=\dfrac{1}{3}\sqrt{(3x+1)^3}+C.$
C. $F(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{(3x+1)^3}+C.$
D. $F(x)=\dfrac{2}{9}\sqrt{3x+1}+C.$

Câu 24: Trong mặt phẳng phức $\mathbb{C}$, gọi A, B, C lần lượt là ba điểm biểu diễn các số phức $z_1=-3+4i$; $z_2=5-2i$; $z_3=1+3i$. Số phức biểu diễn bởi điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là

A. $-7-i$. **B.** $1-9i$. **C.** $1+9i$. **D.** $-7+9i$.

Câu 25: Biết $\int_0^b (2x-4)\mathrm{d}x=0$. Khi đó b nhận giá trị bằng

A. $\left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=4 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=4 \end{array}\right.$.

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai Parabol $y=\dfrac{x^2}{4}$ và $y=-\dfrac{x^2}{2}+3x$ là

A. 12 đvtt. **B.** 8 đvtt. **C.** 4 đvtt. **D.** 16 đvtt.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: x=y=z$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng tọa độ (Oyz). Ta có phương trình d' là:

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

Câu 28: Tích phân $I=\int_0^1 xe^{-x}\mathrm{d}x=a-\frac{b}{e}$. Khi đó $a+2b$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 29: Phần ảo của số phức $z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** i. **D.** $-i$.

Câu 30: Cho $I=\int_0^9 x\sqrt[3]{1-x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$. Ta có

A. $I=3\int_{-2}^{1}\left(1-t^3\right)2t^2\mathrm{d}t$.

B. $I=3\int_{1}^{2}\left(1-t^3\right)t^3\mathrm{d}t$.

C. $I=3\int_{-2}^{1}\left(1-t^3\right)t^3\mathrm{d}t$.

D. $I=\int_{-2}^{1}\left(1-t^3\right)t^3\mathrm{d}t$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{4}$ và $\Delta: x-3=y-1=z-5$. Trong bốn đường thẳng Ox, Oy, Oz và Δ, đường thẳng d tạo với đường thẳng nào một góc lớn nhất?

A. Oy. **B.** Δ. **C.** Ox. **D.** Oz.

Câu 32: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z, biết số phức z^2 có điểm biểu diễn nằm trên trục hoành

A. Đường thẳng $y=x$.

B. Trục tung và trục hoành.

C. Trục tung.

D. Trục hoành.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y-5z+10=0$ và đường thẳng d đi qua 2 điểm $M(-1;0;2)$, $N(3;2;0)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Ta có

A. $\alpha=90°$. **B.** $\alpha=45°$. **C.** $\alpha=60°$. **D.** $\alpha=30°$.

Câu 34: Nguyên hàm $F(x)=\int x.e^{3x}\mathrm{d}x$ là

A. $F(x)=(x-1).e^{3x}+C$.

B. $F(x)=x.e^{3x}-x^2+C$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}x.e^{3x}-\frac{1}{9}e^{3x}+C$.

D. $F(x)=\frac{1}{3}x.e^{3x}+\frac{1}{9}e^{3x}+C$.

Câu 35: Phương trình $z^2+(1-i)z-18+13i=0$ có hai nghiệm là

A. $4-i;\ -5-2i$. **B.** $4-i;\ -5+2i$. **C.** $4+i;\ 5-2i$. **D.** $4-i;\ 5-2i$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+z-3=0$ và $(Q): 2y+2z+3=0$. Ta có góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5)$, $B(-1;5;5)$. Tìm điểm $C\in Oz$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất?

A. $C(0;0;6)$. **B.** $C(0;0;5)$. **C.** $C(0;0;4)$. **D.** $C(0;0;2)$.

Câu 38: Nguyên hàm của hàm số $F(x)=\int x^3e^{-x^4}\,\mathrm{d}x$ là

A. $F(x)=-\dfrac{x^4e^{-x^4}}{4}+C$. **B.** $F(x)=-\dfrac{xe^{-x^4}}{4}+C$.

C. $F(x)=-\dfrac{1}{4}e^{-x^4}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{e^{-x^4}}{4}+C$.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;1)$, $B(2;-1;-4)$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng $(Q):2x-y-3z+4=0$.

A. $5x+13y+z-29=0$. **B.** $x-13y+5z+5=0$.

C. $x-13y+5z+3=0$. **D.** $3x+12y-2z-2=0$.

Câu 40: Cho $I=\int\limits_0^{\ln 2}\sqrt{e^x-1}\,\mathrm{d}x=a-\dfrac{\pi}{b}$. Khi đó

A. $a<b$. **B.** $a=b$. **C.** $ab=1$. **D.** $a>b$.

Câu 41: Cho mặt phẳng $(P):x+y-z-3=0$ và điểm $A(1;2;-3)$, hình chiếu vuông góc của A lên (P) có tọa độ là

A. $(1;1;2)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(2;1;0)$.

Câu 42: Cho $z\in\mathbb{C}$, $\overline{z}(1+2i)=7+4i$. Khi đó $|2z+1|$ là

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 43: Cho $a>0$ và $a\neq 1$, C là hằng số. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int a^{2x}\,\mathrm{d}x=a^{2x}\ln a+C.$ **B.** $\int a^{2x}\,\mathrm{d}x=a^{2x}+C.$

C. $\int a^{x}\,\mathrm{d}x=a^{x}\ln a+C.$ **D.** $\int a^{2x}\,\mathrm{d}x=\dfrac{a^{2x}}{2\ln a}+C.$

Câu 44: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t=3$ và $\int\limits_{-1}^1 f(u)\,\mathrm{d}u=-2$. Khi đó $\int\limits_{-1}^0 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng ?

A. -5. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 45: Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z=0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M(1;-1;0)$.

A. $x+2y+2z+3=0$. **B.** $x+2y-2z+1=0$.

C. $x+y=0$. **D.** $2x+y-1=0$.

Câu 46: Nguyên hàm $F(x)=\int\dfrac{x^2+2x-1}{x-2}\,\mathrm{d}x$ là

A. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+4x-7\ln|x-2|+C$. **B.** $F(x)=(x^2+4x)\ln|x-2|+C$.

C. $F(x)=x^2+2x-\ln|x-2|+C$. **D.** $F(x)=x^2+4x+7\ln|x-2|+C$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-1;1;1), B(-3;5;7)$. Gọi (S) là tập hợp điểm $M(x;\, y;\, z)$ thoả mãn $MA^2 + MB^2 = AB^2$. Chọn kết luận đúng

A. (S) là mặt cầu có phương trình $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 56$.

B. (S) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

C. (S) là mặt cầu có phương trình $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 14$.

D. (S) là đường tròn có phương trình $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 14$.

Câu 48: Nguyên hàm $F(x) = \int \frac{\sin x}{3-2\cos x}\,\mathrm{d}x$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{3}\ln|3-2\cos x| + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{2}\ln|3-2\cos x| + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{3}\ln|3-2\cos x| + C$.

D. $F(x) = -\frac{1}{2}\ln|3-2\cos x| + C$.

Câu 49: Cho $\int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a-b$ bằng

A. 140. **B.** 39. **C.** 9. **D.** 31.

Câu 50: Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} y^2 - 2y + x = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$ bằng

A. $\frac{27}{2}$ đvdt. **B.** $\frac{27}{4}$ đvdt. **C.** $\frac{9}{2}$ đvdt. **D.** $\frac{9}{4}$ đvdt.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN - HKII – LỚP 12 - TRƯỜNG THPT VIỆT ĐỨC – HÀ NỘI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	C	A	D	D	A	A	A	B	C	B	B	C	C	A	A	A	C	A	D	A	D	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	C	C	C	B	C	C	B	C	B	C	B	B	B	A	D	A	B	A	C	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Giải bài toán tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2$, $y=e^x$, $x=1$. Bốn bạn An, Bảo, Cần và Dũng cho 4 công thức khác nhau. Hãy chọn công thức đúng

A. Cần $S=\int\limits_{\ln 2}^{1}(2-e^x)\mathrm{d}x$.

B. Bảo $S=\int\limits_{1}^{\ln 2}(e^x-2)\mathrm{d}x$.

C. Dũng $S=\int\limits_{1}^{\ln 2}\left|e^x+2\right|\mathrm{d}x$.

D. An $S=\int\limits_{\ln 2}^{1}(e^x-2)\mathrm{d}x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $e^x=2\Leftrightarrow x=\ln 2$. Do đó diện tích cần tìm là $S=\int\limits_{\ln 2}^{1}(e^x-2)\mathrm{d}x$ (vì $e^x>2\ \ khi\ \ x>\ln 2$).

Câu 2: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2\sin 3x.\sin 5x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}$

A. $F(x)=\frac{1}{4}\left(2\sin 2x-\sin 8x\right)+3$.

B. $F(x)=\frac{1}{4}\left(2\sin 2x-\sin 8x\right)-1$.

C. $F(x)=\frac{1}{8}\left(4\sin 2x-\sin 8x\right)+2$.

D. $F(x)=\frac{1}{8}\left(4\sin 2x-\sin 8x\right)+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $F'(x)=\left(\frac{1}{8}\left(4\sin 2x-\sin 8x\right)+1\right)'=\cos 2x-\cos 8x=2\sin 5x.\sin 3x$.

Và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}$.

Câu 3: Nguyên hàm $F\left(x\right)=\int\cot^3 x\,\mathrm{d}x$ là

A. $F\left(x\right)=-\frac{1}{2}\cot^2 x-\ln\left|\sin x\right|+C$.

B. $F\left(x\right)=-\frac{1}{2}\cot^2 x+\ln\left|\sin x\right|+C$.

C. $F\left(x\right)=\frac{1}{2}\cot^2 x-\ln\left|\sin x\right|+C$.

D. $F\left(x\right)=-\frac{1}{2}\cot^2 x+\ln\left|\cos x\right|+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$F\left(x\right)=\int\cot^3 x\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{\sin^2 x}-1\right)\cot x\mathrm{d}x=\int\frac{1}{\sin^2 x}\cot x\mathrm{d}x-\int\cot x\mathrm{d}x$$

$$=\int\frac{1}{\sin^2 x}\cot x\mathrm{d}x-\int\frac{\cos x}{\sin x}\mathrm{d}x=\int-\cot x\mathrm{d}\cot x-\int\frac{1}{\sin x}\mathrm{d}\left(\sin x\right)=-\frac{1}{2}\cot^2 x+\ln\left|\sin x\right|+C.$$

Câu 4: Cho hai đường thẳng gồm d có phương trình $x=y=z$, d' có phương trình $x=y-1=z+1$. Ta có khoảng cách giữa d và d' bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$d: x=y=z$ qua $O(0;0;0)$ và có VTCP $\vec{a}=(1;1;1)$.

$d': x=y-1=z+1$ qua $A(0;1;-1)$ có VTCP $\vec{a}=(1;1;1)$.

$\overrightarrow{OA}=(0;1;-1)$; $\left[\overrightarrow{OA};\vec{a}\right]=(2;-1;-1)$.

$$O\notin d' \Rightarrow d//d' \Rightarrow d(d;\,d')=d(O;\,d')=\frac{\left|\left[\overrightarrow{OA};\vec{a}\right]\right|}{|\vec{a}|}=\frac{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-1)^2}}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{2}.$$

Câu 5: Thể tích V khi quay $(E): x^2+4y^2-4=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 4π. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

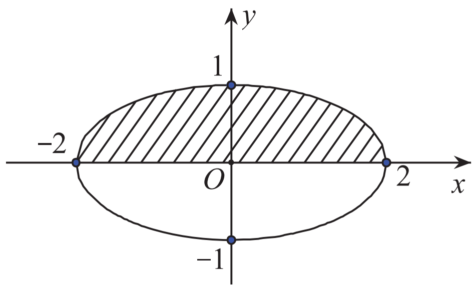
Hướng dẫn giải

Chọn A.

$(E): x^2+4y^2-4=0 \Rightarrow \frac{x^2}{4}+y^2=1$.

Thể tích $V=\pi\int_{-2}^{2} y^2\mathrm{d}x=\pi\int_{-2}^{2}\left(1-\frac{x^2}{4}\right)\mathrm{d}x.$

Bấm máy tính tích phân này, ta được $V=\frac{8\pi}{3}$.



Câu 6: Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(3;-1;-2)$, $B(1;1;2)$ và có tâm thuộc trục Oz

A. $x^2+y^2+(z-1)^2=10.$ **B.** $x^2+y^2+z^2-2z-10=0.$

C. $x^2+y^2+(z-1)^2=12.$ **D.** $x^2+y^2+z^2+2z-10=0.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $I(0;0;c)\in Oz$ là tâm của mặt cầu (S).

(S) qua $A,\,B \Rightarrow IA=IB \Rightarrow IA^2=IB^2$

$$\Leftrightarrow 3^2+(-1)^2+(-2-c)^2=1^2+1^2+(2-c)^2 \Leftrightarrow c=-1.$$

Vậy, tâm $I(0;0;-1)$; bán kính $R=IA=\sqrt{3^3+(-1)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{11}$.

Phương trình mặt cầu (S): $x^2+y^2+(z+1)^2=11 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+2z-10=0.$

Câu 7: Giả sử $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 3x\sin 2x\,\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\sqrt{2}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Ta có giá trị của $a+b$ là

A. 8. **B.** 15. **C.** 10. **D.** 13.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 3x\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\cos x-\cos 5x\right)\mathrm{d}x$

$$=\frac{1}{2}\left(\sin x-\frac{1}{5}\sin 5x\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{2}\left(\sin\frac{\pi}{4}-\frac{1}{5}\sin\frac{5\pi}{4}\right)=\frac{3\sqrt{2}}{10}.$$

Vậy ta có: $a=3$, $b=10$ nên $a+b=13$.

Câu 8: Tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-i|=1$ là

A. Một đường tròn. **B.** Hai đường thẳng. **C.** Hai đường tròn. **D.** Một đường thẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có: $|z-i|=1\Leftrightarrow|x+yi-i|=1\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-1)^2}=1\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=1$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$, bán kính là $R=1$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông nằm trong mặt phẳng Oxy, $AC\cap DB=O$ (O là gốc tọa độ), $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, đỉnh $S(0;0;9)$. Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 3 (đvtt). **B.** $3\sqrt{2}$ (đvtt). **C.** 4 (đvtt). **D.** 9 (đvtt).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: SO là đường cao của khối chóp.

$SO=9$.

$AO=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow AB=AO\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2}=1.$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.9.1=3$ (đvtt).

Câu 10: Biết rằng $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$. Khi đó giá trị của $\int\limits_0^3 f(3x)\mathrm{d}x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$I=\int\limits_0^3 f(3x)\mathrm{d}x$.

Đặt $3x=t\Rightarrow 3\mathrm{d}x=\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$.

$x=3\Rightarrow t=9$.

$\Rightarrow \int_0^9 f(t).\frac{dt}{3} = \frac{1}{3}\int_0^9 f(t)dt = 3.$

Câu 11: Cho số phức $z = a + bi \; (a, b \in \mathbb{R})$. Ta có phần ảo của số phức $z^2 - 2z + 4i$ bằng

A. $ab - b + 2$. **B.** $2ab - 2b + 4$. **C.** $2ab - 2b - 4$. **D.** $2ab + 2b - 4$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có: $z^2 - 2z + 4i = (a+bi)^2 - 2(a+bi) + 4i = a^2 - b^2 + 2abi - 2a - 2bi + 4i$

$= (a^2 - b^2 - 2a) + (2ab - 2b + 4)i$. Vậy phần ảo là $2ab - 2b + 4$.

Câu 12: Trên mặt phẳng phức, M và N là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, trong đó z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Độ dài MN là

A. 12. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

$z^2 + 4z + 13 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = -2 + 3i \\ z = -2 - 3i \end{array}\right.$. Giả sử M và N có toạ độ là $M(-2;\, 3)$, $N(-2;\, -3)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}(0;\, -6) \Rightarrow \left|\overrightarrow{MN}\right| = 6$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(5;0;0)$, $B(1;-1;1)$, $C(-3;3;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng bằng 2 có phương trình là

A. $x + 2y + 2z - 5 = 0$. **B.** $x - 2y + 2z - 5 = 0$. **C.** $x - 2y - 2z - 5 = 0$. **D.** $x + 2y - 2z - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.

Ta có: $A, B \in (P)$ nên $\Rightarrow \begin{cases} 5A + D = 0 \\ A - B + C + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = -5A \\ B = C - 4A \end{cases}$

Mà $d(C,(P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|-3A + 3B + 4C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = 2 \Leftrightarrow |7C - 20A| = 2\sqrt{A^2 + C^2 + (C - 4A)^2}$

$\Leftrightarrow 332A^2 - 248A + 41 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C = 2A \\ 166A - 41C = 0 \end{array}\right.$

+ Với $C = 2A$, chọn $A = 1, C = 2$ nên $B = -2, D = -5 \Rightarrow (P): x - 2y + 2z - 5 = 0$

+ Với $166A - 41C = 0$, chọn $C = 166, A = 41$ nên $B = 2, D = -205$

$\Rightarrow (P): 41x + 2y + 166z - 205$

Câu 14: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2i(2 - 3i)$.

A. $\overline{z} = 6 + 4i$. **B.** $\overline{z} = 6 - 4i$. **C.** $\overline{z} = -6 + 4i$. **D.** $\overline{z} = -6 - 4i$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$z = 2i(2 - 3i) = 6 + 4i \Rightarrow \overline{z} = 6 - 4i$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;1;-1), B(2;0;1), C(-1;2;-1)$, D là điểm sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Ta có tọa độ D là

A. $D(-2;-3;3)$. **B.** $D(2;-3;-3)$. **C.** $D(2;3;-3)$. **D.** $D(-2;3;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-x_A=x_C-x_D\\ y_B-y_A=y_C-y_D\\ z_B-z_A=z_C-z_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-1=-1-x_D\\ 0-1=2-y_D\\ 1-(-1)=-1-z_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=2\\ y_D=3\\ z_D=-3\end{cases}\Rightarrow D(2;3;-3).$$

Câu 16: Nếu $f(1)=12$, $f'(x)$ liên tục và $\int_1^4 f'(x)\,\mathrm{d}x=17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 29. **D.** 19.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $17=\int_1^4 f'(x)\,\mathrm{d}x=f(x)\big|_1^4=f(4)-f(1)\Rightarrow f(4)=14+f(1)=17+12=29$.

Câu 17: Cho số phức $z\in\mathbb{C}$ thoả $|z-4+3i|=3$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất?

A. $z=\frac{8}{5}-\frac{6}{5}i$. **B.** $z=-\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i$. **C.** $z=\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i$. **D.** $z=-\frac{8}{5}-\frac{6}{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $=x+yi$ có điểm biểu diễn là $M(x;y)$, gt $\Leftrightarrow|x-4+(y+3)i|=3\Leftrightarrow(x-4)^2+(y+3)^2=9$

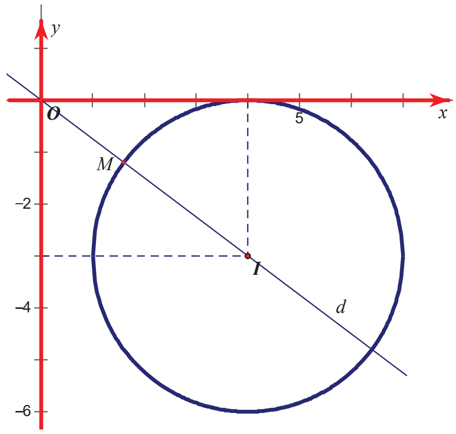
do đó tập hợp điểm M là đường tròn (C) tâm $I(4;-3)$ bán kính $R=3$.

Môđun $|z|=OM$ nhỏ nhất khi M là giao điểm của (C) và đoạn OI (gần gốc O nhất)

Mà PT đt $OI:3x+4y=0$ (đt qua 2 điểm $O(0;0)$ và $I(4;-3)$)

Giải hệ $\begin{cases}(x-4)^2+(y+3)^2=9\\ 3x+4y=0\end{cases}$ ta được $\begin{cases}x=\frac{32}{5}\\ y=-\frac{24}{5}\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=\frac{8}{5}\\ y=-\frac{6}{5}\end{cases}$

Tính độ dài OM ta chọn $\begin{cases}x=\frac{8}{5}\\ y=-\frac{6}{5}\end{cases}$. Vậy $z=\frac{8}{5}-\frac{6}{5}i$



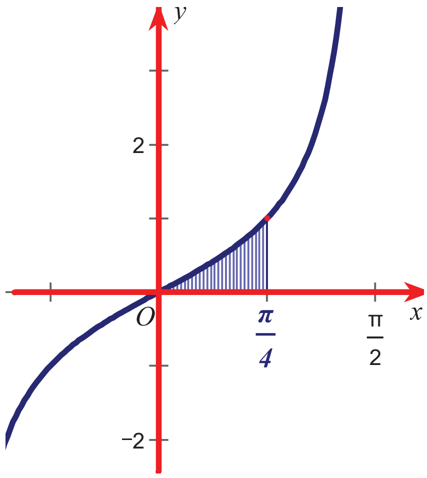
Câu 18: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $\begin{cases} y = \tan x \\ Ox \\ x = 0, x = \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $1 - \dfrac{\pi}{4}(đvtt)$. **B.** $\dfrac{\pi^2}{4} - \pi(đvtt)$. **C.** $\pi - \dfrac{\pi^2}{4}(đvtt)$. **D.** $\pi^2(đvtt)$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Thể tích $V = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x)\mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \mathrm{d}x = \tan x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \dfrac{\pi}{4}(đvtt)$



Câu 19: Nguyên hàm $F(x) = \int 3^{2x+2}\mathrm{d}x$ là

A. $F(x) = \dfrac{3^{2x+2}}{2\ln 3} + C$. **B.** $F(x) = 3^{2x+2}\ln 3 + C$.

C. $F(x) = 3^{2x+2} + C$. **D.** $F(x) = \dfrac{3^{2x}}{9} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo công thức tinh nguyên hàm của hàm hợp $\int a^{\alpha x+\beta}\mathrm{d}x = \dfrac{a^{\alpha x+\beta}}{\alpha \ln a}$

Suy ra đáp án A đúng.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;-3), B(0;1;-5)$, gọi I là điểm trên đoạn thẳng AB sao cho $IA = 2IB$. Giả sử tọa độ của điểm $I(a;b;c)$ thì $a+b+c$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** $-\frac{8}{3}$. **D.** $-\frac{17}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì I thuộc đoạn thẳng AB và $IA = 2IB \Rightarrow \overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$

$\overrightarrow{IA} = (1-a;2-b;-3-c), \overrightarrow{IB} = (-a;1-b;-5-c)$

Vì $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 1-a=-2.(-a) \\ 2-b=-2(1-b) \\ -3-c=-2(-5-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=\frac{4}{3} \\ c=-\frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-\frac{8}{3}.$$

Câu 21: Tính tích phân $\int_0^1 \frac{1}{2x+3}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{3}{20}$. **D.** $\frac{1}{2}\ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\int_0^1 \frac{1}{2x+3}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln|2x+3|\Big|_0^1 = \frac{1}{2}(\ln 5 - \ln 3) = \frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}$

Câu 22: Nguyên hàm $F(x) = \int \frac{\mathrm{d}x}{(3-2x)^5}$ là

A. $F(x) = -\frac{1}{8(3-2x)^4} + C$. **B.** $F(x) = \frac{1}{2(3-2x)^4} + C$.

C. $F(x) = -\frac{1}{4(3-2x)^4} + C$. **D.** $F(x) = \frac{1}{8(3-2x)^4} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $F(x) = \int \frac{\mathrm{d}x}{(3-2x)^5} = -\frac{1}{2}\int \frac{\mathrm{d}(3-2x)}{(3-2x)^5} = -\frac{1}{2}.\left(\frac{-1}{4(3-2x)^4}\right) + C = \frac{1}{8(3-2x)^4} + C$

Câu 23: Nguyên hàm $F(x) = \int \sqrt{3x+1}\,\mathrm{d}x$ là

A. $F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(3x+1)^3} + C.$ **B.** $F(x) = \frac{1}{3}\sqrt{(3x+1)^3} + C.$

C. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(3x+1)^3} + C.$ **D.** $F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{3x+1} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $F(x)=\int\sqrt{3x+1}dx=\frac{1}{3}\int(3x+1)^{\frac{1}{2}}d(3x+1)=\frac{1}{3}\frac{(3x+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+C=\frac{2}{9}\sqrt{(3x+1)^3}+C.$

Câu 24: Trong mặt phẳng phức $\mathbb{C}$, gọi A, B, C lần lượt là ba điểm biểu diễn các số phức $z_1=-3+4i$; $z_2=5-2i$; $z_3=1+3i$. Số phức biểu diễn bởi điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là

A. $-7-i$. **B.** $1-9i$. **C.** $1+9i$. **D.** $-7+9i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $A(-3;4)$, $B(5;-2)$ và $C(1;3)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(8;-6); \overrightarrow{DC}=(1-x_D;3-y_D)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi:

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}1-x_D=8\\3-y_D=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=-7\\y_D=9\end{cases}$. Do đó $D(-7;9)$.

Vậy số phức biểu diễn bởi điểm D để $ABCD$ là hình bình hành là: $-7+9i$

Câu 25: Biết $\int_0^b(2x-4)\,dx=0$. Khi đó b nhận giá trị bằng

A. $\left[\begin{array}{l}b=1\\b=2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}b=0\\b=4\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}b=0\\b=2\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}b=1\\b=4\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$\int_0^b(2x-4)\,dx=0\Leftrightarrow\left.(x^2-4x)\right|_0^b=0\Leftrightarrow b^2-4b=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\b=4\end{array}\right.$.

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai Parabol $y=\frac{x^2}{4}$ và $y=-\frac{x^2}{2}+3x$ là

A. 12 đvtt. **B.** 8 đvtt. **C.** 4 đvtt. **D.** 16 đvtt.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x^2}{4}=-\frac{x^2}{2}+3x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn là $S=\int_0^4\left|\frac{x^2}{4}-\left(\frac{x^2}{2}+3x\right)\right|dx$

$S=\int_0^4\left(3x-\frac{3x^2}{4}\right)dx=\left.\left(\frac{3x^2}{2}-\frac{x^3}{4}\right)\right|_0^4=8$ dvdt.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: x=y=z$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng tọa độ (Oyz). Ta có phương trình d' là:

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$. Gọi A là giao của d với mặt phẳng (Oyz) thì $A(0;0;0)$

Lấy $M(1;1;1)\in(\text{d})$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên (Oyz)

Phương trình MH đi qua $M(1;1;1)$ và nhận vecto $\vec{i}(1;0;0)$ làm pvt.

PT MH $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$ tọa độ điểm H là giao của (Oyz) và đường thẳng MH nên $H(0;1;1)$

Phương trình $(d')\equiv AH$ đi qua $A(0;0;0)$ và nhận $\overrightarrow{AH}=(0;1;1)$ làm vpt

$(\text{d}'):\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$

Câu 28: Tích phân $I=\int\limits_0^1 xe^{-x}\text{d}x=a-\dfrac{b}{e}$. Khi đó $a+2b$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=e^{-x}dx \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} du=dx \\ v=-e^{-x} \end{cases}$ khi đó: $I=-xe^{-x}\big|_0^1+\int\limits_0^1 e^{-x}\text{d}x=\dfrac{-1}{e}-e^{-x}\big|_0^1=\dfrac{-2}{e}+1$

Từ đó suy ra: $a=1;b=2$ nên $a+2b=5$.

Câu 29: Phần ảo của số phức $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** i. **D.** $-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2017}=i^{2017}=i^{504.4+1}=i^{504.4}.i=1.i=i$.

Câu 30: Cho $I=\int\limits_0^9 x\sqrt[3]{1-x}\,\text{d}x$. Đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$. Ta có

A. $I=3\int\limits_{-2}^{1}\left(1-t^3\right)2t^2\text{d}t$. **B.** $I=3\int\limits_{1}^{2}\left(1-t^3\right)t^3\text{d}t$.

C. $I=3\int\limits_{-2}^{1}\left(1-t^3\right)t^3\mathrm{d}t.$

D. $I=\int\limits_{-2}^{1}\left(1-t^3\right)t^3\mathrm{d}t.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t=\sqrt[3]{1-x}\Leftrightarrow t^3=1-x\Rightarrow 3t^2\mathrm{d}t=-\mathrm{d}x.$

Đổi cận: Với $x=0\Rightarrow t=1,\ x=9\Rightarrow t=-2.$

$I=\int\limits_{0}^{9}x\sqrt[3]{1-x}\ \mathrm{d}x=-\int\limits_{1}^{-2}\left(1-t^3\right).t.3t^2\mathrm{d}t=3\int\limits_{-2}^{1}\left(1-t^3\right)\ t^3\mathrm{d}t.$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$ và $\Delta:x-3=y-1=z-5$. Trong bốn đường thẳng Ox, Oy, Oz và Δ, đường thẳng d tạo với đường thẳng nào một góc lớn nhất?

A. Oy.
B. Δ.
C. Ox.
D. Oz.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;2;4)$.

Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$ và có $\cos(Ox,d)=\dfrac{\left|\vec{i}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\vec{i}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{21}}$

Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$ và có $\cos(Oy,d)=\dfrac{\left|\vec{j}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\vec{j}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{2}{\sqrt{21}}$

Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$ và có $\cos(Oz,d)=\dfrac{\left|\vec{k}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\vec{k}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{4}{\sqrt{21}}$

Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1;1)$ và có $\cos(\Delta,d)=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{7}{\sqrt{3}.\sqrt{21}}$

Do đó, đường thẳng Ox tạo với (d) một góc lớn nhất.

Câu 32: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z, biết số phức z^2 có điểm biểu diễn nằm trên trục hoành

A. Đường thẳng $y=x$.
B. Trục tung và trục hoành.
C. Trục tung.
D. Trục hoành.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$. Ta có: $z^2=x^2-y^2+2xy$ có điểm biểu diễn nằm trên trục hoành nên z^2 là một số thực.

Vậy $xy=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\y=0\end{array}\right.$ hay tập hợp điểm biểu diễn số phức z là trục hoành và trục tung.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y-5z+10=0$ và đường thẳng d đi qua 2 điểm $M(-1;0;2)$, $N(3;2;0)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Ta có

A. $\alpha=90°$. **B.** $\alpha=45°$. **C.** $\alpha=60°$. **D.** $\alpha=30°$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;4;-5)$.

Đường thẳng đi qua 2 điểm M,N có vec tơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{MN}=(4;2;-2)$.

Ta có: $\sin\alpha=\dfrac{|\vec{n}.\vec{u}|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|}=\dfrac{|3.4+4.2+(-5)(-2)|}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}.\sqrt{4^2+2^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\alpha=60°$

Câu 34: Nguyên hàm $F(x)=\int x.e^{3x}dx$ là

A. $F(x)=(x-1).e^{3x}+C$. **B.** $F(x)=x.e^{3x}-x^2+C$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}x.e^{3x}-\frac{1}{9}e^{3x}+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{3}x.e^{3x}+\frac{1}{9}e^{3x}+C$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ du=e^{3x}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=\frac{1}{3}e^{3x}\end{cases}$

Khi đó: $F(x)=\int x.e^{3x}dx=\frac{1}{3}x.e^{3x}-\int\frac{1}{3}e^{3x}dx=\frac{1}{3}x.e^{3x}-\frac{1}{9}.e^{3x}+C$

Câu 35: Phương trình $z^2+(1-i)z-18+13i=0$ có hai nghiệm là

A. $4-i;\,-5-2i$. **B.** $4-i;\,-5+2i$. **C.** $4+i;\,5-2i$. **D.** $4-i;\,5-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\Delta=(1-i)^2-4(-18+13i)=(9-3i)^2$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phức là $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-(1-i)+9-3i}{2}=4-i\\ x=\dfrac{-(1-i)-9+3i}{2}=-5+2i\end{array}\right.$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+z-3=0$ và $(Q): 2y+2z+3=0$. Ta có góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

ChọnC

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;0;1)$.

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(0;2;2)$.

$$\cos\left((P),(Q)\right)=\frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|\left|\overrightarrow{n_Q}\right|}=\frac{|1.0+0.2+1.2|}{\sqrt{1+1}\sqrt{4+4}}=\frac{1}{2}$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)bằng $\frac{\pi}{3}$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;5),B(-1;5;5)$. Tìm điểm $C\in Oz$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất?

A. $C(0;0;6)$. **B.** $C(0;0;5)$. **C.** $C(0;0;4)$. **D.** $C(0;0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Do điểm $C\in Oz\Rightarrow C(0;0;t)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{CA}(1;2;5-t)\\ \overrightarrow{CB}(-1;5;5-t)\end{cases}$

Ta có $\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right]=(-3(5-t);2(5-t);7)\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{13(5-t)^2+49}\geq\frac{7}{2}$.

Vậy tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất bằng $\frac{7}{2}$, đạt khi $t=5\Rightarrow C(0;0;5)$

Câu 38: Nguyên hàm của hàm số $F(x)=\int x^3e^{-x^4}\mathrm{d}x$ là

A. $F(x)=-\frac{x^4e^{-x^4}}{4}+C$. **B.** $F(x)=-\frac{xe^{-x^4}}{4}+C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{4}e^{-x^4}+C$. **D.** $F(x)=\frac{e^{-x^4}}{4}+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta đặt $t=-x^4\Rightarrow\mathrm{d}t=-4x^3\mathrm{d}x\Rightarrow x^3\mathrm{d}x=-\frac{1}{4}\mathrm{d}t$

$$F(x)=\int x^3e^{-x^4}\mathrm{d}x=-\frac{1}{4}\int e^t\mathrm{d}t=-\frac{1}{4}e^t+C=-\frac{1}{4}e^{-x^4}+C$$

Câu 39: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;1)$, $B(2;-1;-4)$. Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng $(Q):2x-y-3z+4=0$.

A. $5x+13y+z-29=0$. **B.** $x-13y+5z+5=0$.

C. $x-13y+5z+3=0$. **D.** $3x+12y-2z-2=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

☑ Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;-5)$, VTPT của (Q) là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(2;-1;-3)$.

☑ VTPT của (P) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(1;-13;5)$.

☑ Phương trình mp$(P):1(x-3)-13(y-1)+5(z-1)=0\Leftrightarrow x-13y+5z+5=0$.

Câu 40: Cho $I=\int\limits_0^{\ln 2}\sqrt{e^x-1}\,\mathrm{d}x=a-\dfrac{\pi}{b}$. Khi đó

A. $a<b$. **B.** $a=b$. **C.** $ab=1$. **D.** $a>b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

☑ Đặt $t=\sqrt{e^x-1}\Rightarrow t^2=e^x-1\Rightarrow e^x=t^2+1\Rightarrow e^x\mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{2t\mathrm{d}t}{e^x}=\dfrac{2t\mathrm{d}t}{t^2+1}$.

☑ Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$, $x=\ln 2\Rightarrow t=1$.

☑ Khi đó $I=2\int\limits_0^1\dfrac{t^2}{t^2+1}\mathrm{d}t=2\int\limits_0^1\left(1-\dfrac{1}{t^2+1}\right)\mathrm{d}t=2-2\int\limits_0^1\dfrac{1}{t^2+1}\mathrm{d}t=2-2J$.

☑ Tính $J=\int\limits_0^1\dfrac{1}{t^2+1}\mathrm{d}t$.

• Đặt $t=\tan u\Rightarrow \mathrm{d}t=\left(1+\tan^2u\right)\mathrm{d}u$.

• Đổi cận: $t=0\Rightarrow u=0$, $t=1\Rightarrow u=\dfrac{\pi}{4}$.

• Khi đó $J=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\left(1+\tan^2u\right)\mathrm{d}u}{1+\tan^2u}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}u=\dfrac{\pi}{4}$.

☑ Vậy $I=2-2\dfrac{\pi}{4}=2-\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow a=b=2$.

Câu 41: Cho mặt phẳng $(P):x+y-z-3=0$ và điểm $A(1;2;-3)$, hình chiếu vuông góc của A lên (P) có tọa độ là

A. $(1;1;2)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(2;1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình đường thẳng d đi qua A và $\perp(P)$ là: $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+t\\ z=-3-t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P)

$\Leftrightarrow H=d\cap(P)\Leftrightarrow\begin{cases}H(1+t;2+t;-3-t)\\ x_H+y_H-z_H-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}H(0;1;-2)\\ t=-1\end{cases}$

Câu 42: Cho $z\in\mathbb{C}$, $\bar{z}(1+2i)=7+4i$. Khi đó $|2z+1|$ là

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** 8. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\bar{z}(1+2i)=7+4i\Leftrightarrow\bar{z}=\dfrac{7+4i}{1+2i}=3-2i$. Vậy $z=3+2i$

Khi đó $|2z+1|=|2(3+2i)+1|=|7+4i|=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$

Câu 43: Cho $a>0$ và $a\neq 1$, C là hằng số. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int a^{2x}\,\mathrm{d}x = a^{2x}\ln a + C$.

B. $\int a^{2x}\,\mathrm{d}x = a^{2x} + C$.

C. $\int a^{x}\,\mathrm{d}x = a^{x}\ln a + C$.

D. $\int a^{2x}\,\mathrm{d}x = \dfrac{a^{2x}}{2\ln a} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int a^{2x}dx = \dfrac{1}{2}\int a^{2x}d(2x) = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a^{2x}}{\ln a} + C$ và $\int a^{x}dx = \dfrac{a^{x}}{\ln a} + C$.

Câu 44: Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t = 3$ và $\int\limits_{-1}^1 f(u)\mathrm{d}u = -2$. Khi đó $\int\limits_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x$ bằng ?

A. -5. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t = 3 \Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3 \Rightarrow \int\limits_1^0 f(x)\mathrm{d}x = -3$.

Lại có $\int\limits_{-1}^1 f(u)\mathrm{d}u = -2 \Rightarrow \int\limits_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x = -2$

$\Rightarrow \int\limits_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^0 f(x)\mathrm{d}x = -2 + (-3) = -5 \Rightarrow \int\limits_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x = -5$.

Câu 45: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $M(1;-1;0)$.

A. $x + 2y + 2z + 3 = 0$. **B.** $x + 2y - 2z + 1 = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $2x + y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-2)$. Mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M(1;-1;0)$ qua $M(1;-1;0)$ và nhận $\overrightarrow{MI} = (1;2;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 46: Nguyên hàm $F(x) = \int \dfrac{x^2 + 2x - 1}{x - 2}\mathrm{d}x$ là

A. $F(x) = \dfrac{x^2}{2} + 4x - 7\ln|x-2| + C$.

B. $F(x) = (x^2 + 4x)\ln|x-2| + C$.

C. $F(x) = x^2 + 2x - \ln|x-2| + C$.

D. $F(x) = x^2 + 4x + 7\ln|x-2| + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $F(x) = \int \dfrac{x^2 + 2x - 1}{x - 2}\mathrm{d}x = \int\left(x + 4 + \dfrac{7}{x-2}\right)\mathrm{d}x = \dfrac{x^2}{2} + 4x - 7\ln|x-2| + C$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-1;\,1;\,1), B(-3;\,5;\,7)$. Gọi (S) là tập hợp điểm $M(x;\,y;\,z)$ thoả mãn $MA^2 + MB^2 = AB^2$. Chọn kết luận đúng

A. (S) là mặt cầu có phương trình $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=56$.

B. (S) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

C. (S) là mặt cầu có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=14$.

D. (S) là đường tròn có phương trình $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=14$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $MA^2+MB^2=AB^2 \Rightarrow \Delta MAB$ vuông tại M (định lí đảo Pitago).
Suy ra tập hợp điểm M là mặt cầu tâm I đường kính AB (với I là trung điểm AB).
$\overrightarrow{AB}(-2;\ 4;\ 6) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right|=2\sqrt{14} \Rightarrow R=\sqrt{14}$ và $I(-2;\ 3;\ 4)$.

Vậy mặt cầu là $(S):(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=14$.

Câu 48: Nguyên hàm $F(x)=\int \frac{\sin x}{3-2\cos x}\mathrm{d}x$ là

A. $F(x)=-\frac{1}{3}\ln|3-2\cos x|+C$.

B. $F(x)=\frac{1}{2}\ln|3-2\cos x|+C$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}\ln|3-2\cos x|+C$.

D. $F(x)=-\frac{1}{2}\ln|3-2\cos x|+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$F(x)=\int \frac{\sin x}{3-2\cos x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int \frac{\mathrm{d}(3-2\cos x)}{3-2\cos x}=\frac{1}{2}\ln|3-2\cos x|+C.$$

Câu 49: Cho $\int_1^4\left(x+\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $a-b$ bằng

A. 140. **B.** 39. **C.** 9. **D.** 31.

Hướng dẫn giải

Chọ n D

Ta có: $\int_1^4\left(x+\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\left.\left(\frac{x^2}{2}+2\sqrt{x}+\frac{1}{x}\right)\right|_1^4=\frac{35}{4}$

Suy ra: $\begin{cases} a=35 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow a-b=31$

Câu 50: Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} y^2-2y+x=0 \\ x+y=0 \end{cases}$ bằng

A. $\frac{27}{2}$ đvdt. **B.** $\frac{27}{4}$ đvdt. **C.** $\frac{9}{2}$ đvdt. **D.** $\frac{9}{4}$ đvdt.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} y^2-2y+x=0 \\ x+y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-y^2+2y \\ x=-y \end{cases}$

Phương trình tung độ giao điểm: $-y^2+2y=-y \Leftrightarrow y^2-3y=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=3 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S=\int_0^3\left|-y-\left(-y^2+2y\right)\right|\mathrm{d}y=\int_0^3\left|y^2-3y\right|\mathrm{d}y=\int_0^3\left(3y-y^2\right)\mathrm{d}y=\left.\left(\frac{3}{2}y^2-\frac{y^3}{3}\right)\right|_0^3=\frac{9}{2}.$$