

Câu 1. (4.5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sin 2x - \cos x = 0$. b) $\sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x = 3$. c) $4C_{x+2}^x - A_{x+3}^2 = 70$.

Câu 2. (3.0 điểm)

a) Tìm hệ số của x^8 trong khai triển nhị thức Newton $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^{13}$.

b) Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 lấy 6 điểm phân biệt và trên d_2 lấy 8 điểm phân biệt. Hỏi từ 14 điểm đã cho tạo được bao nhiêu tam giác?

Câu 3. (1.5 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x + 3y - 6 = 0$. Gọi Δ' là ảnh của Δ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (1; 3)$. Tính diện tích tứ giác được tạo thành bởi hai đường thẳng Δ, Δ' và hai trục tọa độ.

Câu 4. (1.5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SD . Tìm giao điểm P của đường thẳng SC với mặt phẳng (AMN) và tính tỉ số $\frac{SP}{SC}$.

Câu 5. (2.0 điểm) Tìm m để phương trình: $\sin 3x - 2 \sin 2x + (5 - 4m) \sin x = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Câu 6. (4.0 điểm)

a) Gọi T là tập hợp các số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$. Chọn ngẫu nhiên một số từ T , tính xác suất để số đó chia hết cho 9.

b) Tính tổng: $S = \frac{1}{2! \cdot 2019!} + \frac{1}{4! \cdot 2017!} + \frac{1}{6! \cdot 2015!} + \dots + \frac{1}{2020!}$.

Câu 7. (2.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M là trung điểm của SB . Gọi (P) là mặt phẳng chứa CM và song song với SA . Tính theo a diện tích thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$.

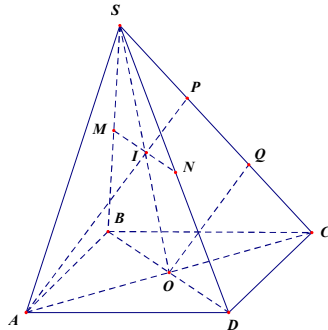
Câu 8. (1.5 điểm) Cho A, B, C ($C \neq 90^\circ$) là ba góc của tam giác ABC . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{2 \cos^2 A - 2 \sin^2 B + 1}{\sin C - 1}$.

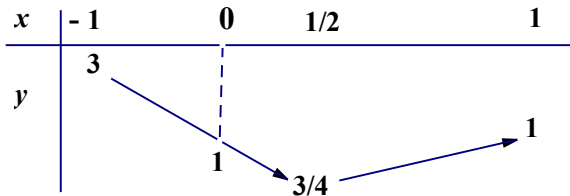
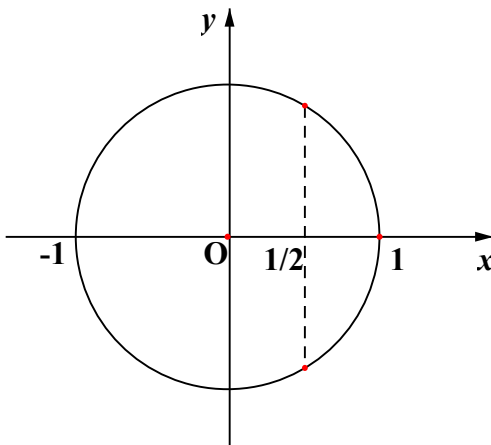
-----HẾT-----

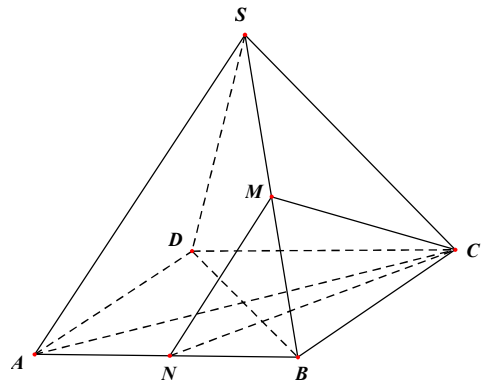
Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Câu	Nội dung	Điểm
	Giải các phương trình sau: a) $\sin 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2 \sin x - 1) = 0$	0,5
Câu 1a (1.5 điểm)	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \text{ . Vậy}$	1,0
Câu 1b (1.5 điểm)	b) $\sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x = 3 \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2$	0,5
	$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. Vậy....	1,0
Câu 1c (1.5 điểm)	c) $4C_{x+2}^x - A_{x+3}^2 = 70$ ĐK: $x \in \mathbb{Z}, x > -1$.	
	$4C_{x+2}^x - A_{x+3}^2 = 70 \Leftrightarrow 4 \frac{(x+2)!}{2! \cdot x!} - \frac{(x+3)!}{(x+1)!} = 70$	
	$\Leftrightarrow 2(x+2)(x+1) - (x+3)(x+2) = 70$	0,5
	$\Leftrightarrow x^2 + x - 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8(Tm) \\ x = -9(L) \end{cases} \text{ . Vậy....}$	0,5
Câu 2a (1.5 điểm)	Tìm hệ số của x^8 trong khai triển nhị thức Niuton $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^{13}$.	
	Số hạng tổng của khai triển $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^{13}$ là: $T_{k+1} = C_{13}^k 2^{13-k} (-3)^k \cdot x^{26-3k}$	0,5
	Hệ số của x^8 tương ứng với $26 - 3k = 8 \Leftrightarrow k = 6$	0,5
	Vậy Tìm hệ số của x^4 trong khai triển đã cho là $C_{13}^6 \cdot 2^7 \cdot 3^6$.	0,5
Câu 2b 1.5 điểm	Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 lấy 6 điểm phân biệt và trên d_2 lấy 8 điểm phân biệt. Hỏi từ 14 điểm đã cho tạo được bao nhiêu tam giác?	
	TH1: Hai đỉnh thuộc d_1 và một đỉnh thuộc d_2 có $C_6^2 \cdot C_8^1$ tam giác.	0,5
	TH2: Hai đỉnh thuộc d_2 và một đỉnh thuộc d_1 có $C_6^1 \cdot C_8^2$ tam giác.	0,5
	Vậy có $C_6^2 \cdot C_8^1 + C_6^1 \cdot C_8^2 = 288$ tam giác.	0,5
Câu 3 1.5 điểm	Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta : 2x + 3y - 6 = 0$. Gọi Δ' là ảnh của Δ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (1; 3)$. Tính diện tích tứ giác được tạo thành bởi hai đường thẳng Δ, Δ' và hai trục tọa độ.	2,0

	Biểu thức tọa độ của T_u^- là: $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 3 \end{cases}$. Lấy $A(3;0) \in \Delta$. Khi đó $A'(4;3)$ là ảnh của A qua $T_u^- \Rightarrow A' \in \Delta'$. Δ' đi qua A , song song hoặc trùng $\Delta \Rightarrow \Delta': 2x + 3y - 17 = 0$.		0,5
	Ta có: $A(3;0), B(0;2)$ lần lượt là giao điểm của Δ với Ox, Oy và $D\left(\frac{17}{2}; 0\right), C\left(0; \frac{17}{3}\right)$ lần lượt là giao điểm của Δ' với Ox, Oy .		0,5
	Ta có: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}.OA.OB = 3$, $S_{\Delta OCD} = \frac{1}{2}.OC.OD = \frac{289}{12}$. $\Rightarrow S_{ABCD} = S_{\Delta OCD} - S_{\Delta OAB} = \frac{289}{12} - 3 = \frac{253}{12}$ (đvdt).		0,5
Câu 4 1,5 điểm	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SD . Tìm giao điểm P của đường thẳng SC với mặt phẳng (AMN) và tính tỉ số $\frac{SP}{SC}$.		1,5
	Gọi O là giao điểm của AC và BD . Trong mặt phẳng (SBD) có SO cắt MN tại I .		0,5
	Trong mặt phẳng (SAC) có AI cắt SC tại P . Điểm P chính là giao điểm của đường thẳng SC với mặt phẳng (AMN) .		0,5
	Trong mặt phẳng (SAC) , kẻ đường thẳng qua O , $// AP$ cắt SC tại Q . Ta có: $\frac{CQ}{CP} = \frac{CO}{CA} = \frac{1}{2} \Rightarrow CQ = QP$ và $\frac{SP}{SQ} = \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow SP = PQ$ $\Rightarrow \frac{SP}{SC} = \frac{1}{3}$.		0,5
	Tìm m để phương trình: $\sin 3x - 2\sin 2x + (5 - 4m)\sin x = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.		
Câu 5 (2.0 điểm)	$PT \Leftrightarrow \sin x (\cos^2 x - \cos x - m + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos^2 x - \cos x - m + 1 = 0 \end{cases}$		0,5

	PT: $\sin x = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. PT đã cho có ba nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Leftrightarrow \cos^2 x - \cos x - m + 1 = 0 (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.	0,5
	Đặt $t = \cos x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow t \in (-1; 1]$. $(*) \Rightarrow m = t^2 - t + 1 (**)$. Xét hàm số $f(t) = t^2 - t + 1, t \in (-1; 1]$. BBT:   $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Leftrightarrow (**)$ có nghiệm kép thuộc $(0; 1)$ hoặc có duy nhất một nghiệm thuộc $(0; 1)$ và nghiệm còn lại không thuộc $(-1; 1)$ hoặc hai nghiệm phân biệt thuộc $(-1; 0]$.	0,5
	Từ BBT $\Rightarrow m = 3/4$.	0,5
Câu 6a (2.0 điểm)	Gọi T là tập hợp các số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ T , tính xác suất để số đó chia hết cho 9.	
	$n(\Omega) = 8 \cdot A_8^6 = 161280$	0,5
	Đặt $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ Ta có: $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$ chia hết cho 9. Do đó, số cần lập chia hết cho 9 được tạo thành từ các tập sau: $A \setminus \{1; 8\}, A \setminus \{2; 7\}, A \setminus \{3; 6\}, A \setminus \{4; 5\}$.	0,5
	Mỗi tập như thế tạo thành $6 \cdot 6!$ số có 7 chữ số khác nhau chia hết cho 9	0,5

	$\Rightarrow$ có $4.6.6! = 17280$ số.		
	Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{17280}{161280} = \frac{3}{28}$.	0,5	
Câu 6b (2.0 điểm)	Tính tổng: $S = \frac{1}{2!.2019!} + \frac{1}{4!.2017!} + \frac{1}{6!.2015!} + \dots + \frac{1}{2020!}$.		
	Ta có: $S.2021! = C_{2021}^2 + C_{2021}^4 + C_{2021}^6 + \dots + C_{2021}^{2020}$	0,5	
	Do $C_{2021}^0 + C_{2021}^1 + C_{2021}^2 + C_{2021}^3 + C_{2021}^4 + C_{2021}^5 + \dots + C_{2021}^{2020} + C_{2021}^{2021} = 2^{2021}$ và $C_{2021}^0 - C_{2021}^1 + C_{2021}^2 - C_{2021}^3 + C_{2021}^4 - C_{2021}^5 + \dots + C_{2021}^{2020} - C_{2021}^{2021} = 0$	0,5	
	$\Rightarrow C_{2021}^0 + C_{2021}^2 + C_{2021}^4 + \dots + C_{2021}^{2020} = C_{2021}^1 + C_{2021}^3 + C_{2021}^5 + \dots + C_{2021}^{2021}$ $= \frac{2^{2021}}{2} = 2^{2020}$	0,5	
	$\Rightarrow C_{2021}^2 + C_{2021}^4 + \dots + C_{2021}^{2020} = 2^{2020} - 1 \Rightarrow S = \frac{2^{2020} - 1}{2021!}$.	0,5	
Câu 7 (2.0 điểm)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M là trung điểm của SB . Gọi (P) là mặt phẳng chứa CM và song song với SA . Tính theo a diện tích thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$.		
	Gọi N là trung điểm của AB , $\Rightarrow MN \parallel SA \Rightarrow$ thiết diện cần tìm là tam giác CMN .		0,5
	Ta có: $MN = \frac{a}{2}, MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $CN = \sqrt{BC^2 + BN^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$		0,5
	$\cos \widehat{CMN} = \frac{MN^2 + MC^2 - CN^2}{2.MN.MC} = -\frac{1}{2\sqrt{3}}$ $\Rightarrow \sin \widehat{CMN} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{6}$.		
	Diện tích tam giác CMN là $S = \frac{1}{2}.MN.MC.\sin \widehat{CMN} = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}$ (đvdt)		
	Cho A, B, C ($C \neq 90^\circ$) là ba góc của tam giác ABC . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{2\cos^2 A - 2\sin^2 B + 1}{\sin C - 1}$.		

Câu 8 <i>(1,5điểm)</i>	$P = \frac{\cos 2A + \cos 2B + 1}{\sin C - 1} \Leftrightarrow P(\sin C - 1) = 2\cos(A + B)\cos(A - B) + 1$ $\Leftrightarrow P(\sin C - 1) = -2\cos C \cdot \cos(A - B) + 1$ $\Leftrightarrow P\sin C + 2\cos(A - B) \cdot \cos C = P + 1 (*)$	0,5đ
	$(*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow P^2 + 4\cos^2(A - B) \geq (P + 1)^2 \Rightarrow (P + 1)^2 \leq P^2 + 4$ $\Rightarrow P \leq \frac{3}{2}.$	0,5đ
	$P = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ 3\sin C + 4\cos C = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ C = 90^\circ - \alpha \end{cases} \text{ với } \sin \alpha = \frac{3}{5}.$ Vậy $\max P = \frac{3}{2}.$	0,5đ

Chú ý: Mọi cách giải khác đúng đều cho điểm tối đa.