TRƯỜNG THPT HÀM RỒNG

Mã đề thi
104

ĐỀ KSCL CÁC MÔN THEO KHỐI THI ĐẠI HỌC
Môn Toán - Lớp : 12
Thời gian làm bài: 90 phút
Ngày thi: 20/5/2018

Câu 1: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của z là:

A. $\bar{z} = 2 - 3i$ B. $\bar{z} = -2 - 3i$ C. $\bar{z} = -2 + 3i$ D. $\bar{z} = 3 + 2i$

Câu 2: Cho các số thực a, b thỏa mãn $\log_{0,2} a > \log_{0,2} b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > b > 1$ B. $b > a > 1$ C. $a > b > 0$ D. $b > a > 0$

Câu 3: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^{1} f(2-3x)dx = a$. Tìm a để $\int_{-1}^{5} f(x)dx = 1$

A. 3 B. −1 C. −3 D. 1

Câu 4: Cho tập hợp $E = \{1;2;3;4;5\}$. Từ tập hợp E lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt

A. A_5^4 B. 5^4 C. 4^5 D. 4!

Câu 5: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - e^x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V = \pi(6 - e^2 - e)$ B. $V = 6 - e^2 + e$ C. $V = 6 - e^2 - e$ D. $V = \pi(6 - e^2 + e)$

Câu 6: Cho hình trụ (T). Xét hình nón (N) nội tiếp trong hình trụ (T). Tính tỷ số thể tích của hình trụ (T) và hình nón (N).

A. $\frac{1}{2}$ B. 3 C. 2 D. $\frac{1}{3}$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) đi qua điểm nào?

A. $M(1;3)$ B. $M(0;-2)$ C. $M\left(-1;\frac{1}{3}\right)$ D. $M(3;4)$

Câu 8: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. 0;1;3;7;... B. $u_n = 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

C. 1;−1;1;−1;1;... D. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Câu 9: Cho các giả thiết sau đây, giả thiết nào có thể cho kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a // b, b // (\alpha)$ B. $a // b, b \subset (\alpha)$ C. $a // (\beta), (\beta) // (\alpha)$ D. $a \cap (\alpha) = \varnothing$

Câu 10: Lập phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

A. $y = -x - 1$ B. $y = x + 1$ C. $y = x - 1$ D. $y = -x - 1$

Câu 11: Cho a, b là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2 b - 8\log_b\left(a.\sqrt[3]{b}\right) = -\frac{8}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right) + 2016$.

A. $P = 2018$ B. $P = 2017$ C. $P = 2016$ D. $P = 2019$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & khi\, x \neq 0 \\ a & khi\, x = 0 \end{cases}$. Tìm a để $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

A. 1 B. -1 C. 2 D. 0

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z = 2 + 2i$; M' là điểm biểu diễn cho số phức $z' = \frac{3i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM'.

A. $S_{\Delta OMM'} = 4$ B. $S_{\Delta OMM'} = 6$ C. $S_{\Delta OMM'} = 3$ D. $S_{\Delta OMM'} = \frac{15}{2}$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + ay + 3z - 5 = 0$ và $(Q): 4x - y - 3z + 1 = 0$. Tìm a để (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A. $a = 0$ B. $a = 1$ C. $a = -1$ D. $a = \frac{1}{3}$

Câu 15: Tìm hệ số của số hạng có số mũ của x và y bằng nhau trong khai triển $\left(\sqrt{x} - \frac{2y}{\sqrt[3]{x}}\right)^{22}$.

A. $2^{16}.C_{22}^{16}$ B. $2^{16}.C_{22}^{16}(xy)^6$ C. $2^6.C_{22}^6$ D. $C_{22}^6.(2xy)^6$

Câu 16: Cho phương trình $3 - 2\sin 2x = -m$. Phương trình có nghiệm khi m thuộc tập giá trị sau:

A. $[-5;-3]$ B. $[-5;-2]$ C. $[-5;-1]$ D. $[-5;0]$

Câu 17: Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}}$ là:

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}(2x-4)(x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}-1}$ B. $\sqrt{3}(2x-4)(x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}-1}$

C. $\sqrt{3}(2x-4)(x^2 - 4x + 5)^{\sqrt{3}-1}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}(2x-4)(x^2 - 4x + 5)^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \frac{-x+5}{x-2}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. Hàm số f luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số f luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số f luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

D. Hàm số f luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 19: Biết $I = \int_1^5 \frac{|x-2|}{x}dx = a\ln 2 + b\ln 5 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. $a + 2b = 2$ B. $a + b = 0$ C. $a = 2c$ D. $a + c = b$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3z - 5 = 0$. Tọa độ một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là.

A. $(2;3;-5)$ B. $(2;3;0)$ C. $(2;0;3)$ D. $(0;2;3)$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	||	-	||	-	
$f(x)$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$ || 3	$\searrow$	1 || 3	$\searrow$	2

Đồ thị hàm số đã cho có

A. 2 tiệm cận đứng, 2 tiệm cận ngang B. 1 tiệm cận đứng, 2 tiệm cận ngang

C. 2 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang D. 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang

Câu 22: Tập giá trị của hàm số $y = \cos(2x - 1)$ là:

A. $[-1;1]$ B. $(-1;1)$ C. $\mathbb{R}$ D. $[-2;2]$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;3;6)$. Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $(-2;-2;-4)$ B. $(2;2;4)$ C. $(4;4;8)$ D. $(-4;-4;-8)$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 3a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 6a^3$ B. $V = 3a^3$ C. $V = 2a^3$ D. $V = a^3$

Câu 25: Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a^0 = 1; \forall a \in R$

B. $e^x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

C. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \forall a \in R$

D. $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}; \forall n \in N^*, a \in R^*$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2;-5;6)$, cắt Ox và song song với mặt phẳng $x + 5y - 6z = 0$ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 + 5t \\ z = 6 - 6t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 - 5t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 - 71t \\ y = -5 + 5t \\ z = 6 - 6t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 - 61t \\ y = -5 + 5t \\ z = 6 - 6t \end{cases}$

Câu 27: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình nón (N). Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là:

A. $S_{xq} = \pi Rl$ B. $S_{xq} = \pi Rh$ C. $S_{xq} = 2\pi Rl$ D. $S_{xq} = \pi R^2 h$

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

B. Hàm số đạt cực đại tại $M(0;3)$.

C. Hàm số đạt cực tiểu bằng 0

D. Hàm số đạt cực đại bằng 3

Câu 29: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là:

A. $F(x) = -\cos x$ B. $F(x) = -\cos x + C$ C. $F(x) = \cos x + C$ D. $F(x) = \cos x$

Câu 30: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = 2a, OC = 3a$. Thể tích của tứ diện $OABC$ là:

A. $12a^3$ B. $2a^2$ C. $6a^3$ D. $2a^3$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z| = 1$ và $z \in \mathbb{R}$ thì $\dfrac{z^2 - 1}{z}$:

A. Lấy mọi giá trị phức B. Lấy mọi giá trị thực C. Bằng 0 D. Là số thuần ảo

Câu 32: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên đoạn $[2;3]$.

A. -2 B. 18 C. 0 D. 2

Câu 33: Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

A. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

B. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.

Câu 34: Cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x+(m+3)y+(4m+3)z+1=0$. Tìm giá trị của m sao cho $d//(P)$.

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m\neq-2$ **D.** $m\in\varnothing$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC, gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SM. Tính diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$?

A. $\dfrac{a^2\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\dfrac{a^2}{2}$ **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{6}}{4}$ **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Câu 36: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $f^2(1-x)=(x^2+3)f(x+1)$. Biết rằng $f(x)\neq0,\forall x\in\mathbb{R}$, tính $I=\int_0^2(2x-1)f''(x)dx$.

A. -4 **B.** 4 **C.** 8 **D.** 0

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để phương trình $1-x^2=a\sqrt{1+x}$ có nghiệm $x\in[0;1]$.

A. $0<a<1$ **B.** $0\le a\le\dfrac{1}{2}$ **C.** $a<-1$ **D.** $0\le a\le1$

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2+3i|=\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x|z-1+i|+y|\bar{z}-3-5i|$ với x,y là các số thực dương.

A. $\sqrt{5x^2+5y^2}$ **B.** $2\sqrt{5x^2+5y^2}$ **C.** $\sqrt{x^2+y^2}$ **D.** x^2+y^2

Câu 39: Trên mặt phẳng (P) cho góc $xOy=60^0$. Đoạn $SO=a$ vuông góc với mặt phẳng (P). Các điểm M,N chuyển động trên Ox,Oy sao cho ta luôn có: $OM+ON=a$. Tính diện tích của mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện $SOMN$.

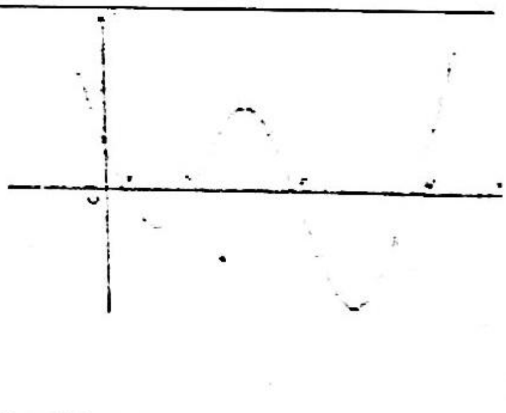
A. $\dfrac{8\pi a^2}{3}$ **B.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$ **C.** $\dfrac{16}{3}\pi a^2$ **D.** $\dfrac{\pi a^2}{3}$

Câu 40: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C), điểm $A(1;4)$. Tìm m để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt B và C sao cho tam giác ABC vuông cân tại A?

A. $m=-2$ **B.** $m=0$ **C.** $m=0,m=2$ **D.** $m=2$

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a,b,c,d (như hình vẽ). Xác định số khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

1. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;a)$
2. Hàm số $y=g(x)=f(1-2x)$ đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{1-b}{2}$
3. $\underset{[a,d]}{Max}\,f(x)=f(c)$; $\underset{[a,d]}{Min}\,f(x)=f(d)$



A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, dương và nghịch biến trên $[0;2]$ và có $f(1)=1$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, $y = \dfrac{1}{f(x)}$, hai đường thẳng $x = 0; x = 2$. Công thức tính diện tích hình (H) là:

A. $\int_0^2 \dfrac{1-f^2(x)}{f(x)}dx$

B. $\int_0^1 \dfrac{f^2(x)-1}{f(x)}dx + \int_1^2 \dfrac{1-f^2(x)}{f(x)}dx$

C. $\int_0^2 \dfrac{f^2(x)-1}{f(x)}dx$

D. $\int_0^1 \dfrac{1-f^2(x)}{f(x)}dx + \int_1^2 \dfrac{f^2(x)-1}{f(x)}dx$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(m;0;0), B(0;2m+1;0), C(0;0;2m+5)$ khác O. D là một điểm nằm khác phía với O so với mặt phẳng (ABC), sao cho tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau. Tìm khoảng cách ngắn nhất từ O đến tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

Câu 44: Cho hai số thực a, b thay đổi lớn hơn 1 thỏa mãn $a+b=30$. Gọi m, n là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)^2 - (1+2\log_a b)\log_a x - 1 = 0$. Tính $S = a+2b+30$ khi mn đạt giá trị lớn nhất.

A. $S = 70$ B. $S = 65$ C. $S = 60$ D. $S = 50$

Câu 45: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tính giới hạn $I = \lim \dfrac{u_n}{2^n - 1}$.

A. $I = \dfrac{3}{2}$ B. $I = 1$ C. $I = 3$ D. $I = \dfrac{1}{2}$

Câu 46: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với tâm O của tam giác ABC. Một mp(P) chứa BC và vuông góc với AA', cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện có diện tích bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ B. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$ C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 47: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \dfrac{x-3}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

A. $1 \le m < 3$

B. $m \le 0$

C. $m \le 0$ hoặc $1 \le m < 3$

D. $m < 3$

Câu 48: Có 25 học sinh được chia thành 2 nhóm A và B, sao cho trong mỗi nhóm đều có nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi nhóm một học sinh. Tính xác suất để hai học sinh được chọn có cả nam và nữ. Biết rằng xác suất chọn được hai học sinh nam là $0,57$.

A. $0,59$ B. $0,02$ C. $0,41$ D. $0,23$

Câu 49: Cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-10x+6y-10z+39=0$. Từ một điểm M thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm N sao cho $MN = 5$. Biết rằng M thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính đường tròn đó.

A. 3 B. $\sqrt{6}$ C. 5 D. $\sqrt{11}$

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình: $\left(\sqrt{5}+1\right)^x + m\left(\sqrt{5}-1\right)^x = 2^x$ có nghiệm duy nhất.

A. $m \le \dfrac{1}{4}$. B. $m < 0$ C. $m = \dfrac{1}{4}$ D. $\left[\begin{array}{l} m = 1/4 \\ m \le 0 \end{array}\right.$

---------- HẾT ----------

Trường THPT Hàm Rồng

ĐAP AN KSCL THEO KHOI THI ĐẠI HỌC
MÔN TOÁN LỚP 12

cauhoi	61	104	132	209	238	357	485	570	628	743	896	914
1	A	A	C	A	A	B	A	D	B	B	A	B
2	D	D	B	D	B	B	C	A	C	A	C	B
3	B	A	B	C	A	B	A	B	C	A	C	B
4	C	A	D	B	C	A	A	C	A	B	C	A
5	C	D	A	A	B	C	A	C	A	B	A	A
6	C	B	D	C	D	D	C	A	D	C	D	B
7	C	C	C	A	B	B	B	A	D	A	D	D
8	D	D	A	D	D	B	C	C	A	D	D	B
9	A	D	A	B	D	C	B	A	B	C	B	C
10	B	B	A	C	C	A	D	D	D	C	C	C
11	D	A	D	A	A	C	B	C	A	D	B	D
12	D	A	D	C	B	D	C	D	A	B	D	C
13	C	B	D	B	C	A	D	B	D	D	D	C
14	D	C	A	C	B	A	D	B	D	C	B	A
15	B	C	C	A	A	B	B	C	C	A	B	D
16	D	C	A	B	A	B	A	A	C	D	C	A
17	A	B	D	B	B	A	A	B	B	A	C	A
18	D	D	B	A	B	A	B	D	D	A	C	B
19	B	C	A	B	C	B	D	D	A	B	A	C
20	C	C	B	B	D	C	B	A	B	C	C	D
21	C	D	B	C	B	D	D	B	C	A	A	C
22	B	A	C	C	C	A	A	A	B	B	A	D
23	C	B	D	A	C	C	B	D	C	D	D	D
24	D	C	A	C	B	D	D	B	A	C	B	A
25	B	D	C	D	D	C	B	A	D	B	A	C
26	A	D	B	D	A	D	A	A	A	A	D	B
27	D	A	B	D	B	A	A	A	A	D	A	A
28	C	B	C	D	A	A	A	B	A	C	A	D
29	B	B	A	A	D	C	C	A	B	D	C	C
30	C	D	D	C	D	C	A	B	B	D	A	B
31	C	D	D	A	D	A	C	D	D	A	C	C
32	A	D	B	B	C	C	C	B	D	B	B	C
33	D	C	C	D	C	A	B	D	B	B	A	A
34	A	A	A	C	A	C	C	D	D	B	C	B
35	C	C	C	A	B	D	D	B	A	D	B	B
36	C	B	C	D	D	D	B	B	A	D	A	D
37	C	D	C	A	C	D	D	B	B	D	C	D
38	B	B	D	D	D	D	D	C	B	B	D	B
39	B	B	D	D	C	B	B	C	C	C	B	D
40	D	B	A	D	C	C	C	C	C	A	B	A
41	A	A	C	B	B	B	D	D	C	C	B	D
42	A	B	C	C	D	D	D	C	D	B	D	D
43	B	D	A	D	A	D	B	A	A	A	D	C
44	D	A	B	B	D	B	D	C	B	C	D	C
45	A	C	B	A	A	A	A	C	C	B	C	B
46	B	A	B	A	B	C	C	C	D	C	C	B
47	A	C	A	C	A	B	D	B	B	C	B	A
48	B	C	B	A	A	A	C	B	C	D	A	A
49	A	A	D	B	C	D	D	D	A	A	B	B
50	A	D	A	B	B	A	C	D	C	B	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU KHÓ TRONG ĐỀ

Câu 1: Có 25 học sinh được chia thành 2 nhóm A và B, sao cho trong mỗi nhóm đều có nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi nhóm một học sinh. Tính xác suất để hai học sinh được chọn có cả nam và nữ. Biết rằng xác suất chọn được hai học sinh nam là $0,57$.

Gọi số học sinh của 2 nhóm A, B lần lượt là $x, y \Rightarrow x + y = 25, x, y \in \mathbb{N}^*$.

Không mất tính tổng quát giả sử. $x < y \Rightarrow \begin{cases} 2 \le x \le 12 \\ 13 \le y \le 23 \end{cases}$

Gọi số học sinh nam của 2 nhóm A, B lần lượt là $m, n \Rightarrow \begin{cases} 1 \le m \le x - 1 \\ 1 \le n \le y - 1 \end{cases}$.

Ta có xác suất chọn được hai học sinh nam là. $\dfrac{mn}{xy} = 0,57 \Leftrightarrow mn = \dfrac{57}{100}xy \Rightarrow xy \vdots 100$

Từ điều kiện suy ra $x = 5, y = 20 \Rightarrow mn = 57 \Rightarrow m = 3, n = 19$. Vậy xác suất là: $\dfrac{2}{5}.\dfrac{19}{20} + \dfrac{3}{5}.\dfrac{1}{20} = 0,41$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tính giới hạn $I = \lim \dfrac{u_n}{2^n - 1}$.

Ta có $u_{n+1} = 2u_n + 5 \Leftrightarrow u_{n+1} + 5 = 2(u_n + 5)$. Đặt $v_n = u_n + 5, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow v_{n+1} = 2v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Khi đó v_n là dãy số nhân với $v_1=6$, công bội $q=2 \Rightarrow v_n = 6.2^{n-1} = 3.2^n\ \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_n = 3.2^n - 5, \forall n \in \mathbb{N}^*$

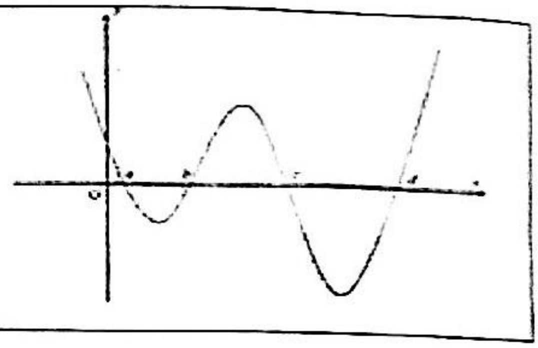
$\Rightarrow I = \lim \frac{u_n}{2^n - 1} = \lim \frac{3.2^n - 5}{2^n - 1} = 3$

Câu 3: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{x-3}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Ta có $y' = \frac{3-m}{(x-m)^2}$. Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$ thì $\Leftrightarrow \begin{cases} m \notin (0;1) \\ 3-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ 1 \le m < 3 \end{array}\right.$

Câu 4: Cho hàm số y= f(x) có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a,b,c,d (như hình vẽ). Xác định số khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

1. Hàm số y= f(x) nghịch biến trên khoảng $(-\infty;a)$
2. Hàm số $y=g(x)=f(1-2x)$ đạt cực tiểu tại $x=\frac{1-b}{2}$
3. $\underset{[a;d]}{Max} f(x) = f(c),\ \underset{[a;d]}{Min} f(x) = f(d)$



Từ giả thiết ta có BBT của hàm số y= f(x).

x	$-\infty$		a		b	c		d		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+ 0	-	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	↘		↗	

$\int_a^b |f'(x)|dx < \int_b^c |f'(x)|dx < \int_c^d |f'(x)|dx \Rightarrow 0 < f(a) - f(b) < f(c) - f(b) < f(c) - f(d)$

Nhìn vào hình vẽ ta thấy: $\Rightarrow f(c) > f(a) > f(b) > f(d) \Rightarrow \underset{[a;d]}{Max} f(x) = f(c);\ \underset{[a;d]}{Min} f(x) = f(d)$

Ta có $g'(x) = -2f'(1-2x) \Rightarrow$ hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại $1-2x \in \{a;c\} \Leftrightarrow x \in \left\{\frac{1-a}{2};\frac{1-c}{2}\right\}$

Vậy 1., 2. sai và 3 đúng.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C), điểm $A(1;4)$. Tìm m để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt B và C sao cho tam giác ABC vuông cân tại A?

Phương trình hoành độ giao điểm là: $\frac{2x-4}{x+1} = -x+m \Leftrightarrow x^2 + (3-m)x - m - 4 = 0\ (*)$

Điều kiện để có 2 giao điểm là PT(*) có 2 nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \forall m$

Khi đó hai giao điểm là $B(x_1;-x_1+m), C(x_2;-x_2+m)$, với $\begin{cases} x_1+x_2 = m-3 \\ x_1x_2 = -m-4 \end{cases}$

ABC vuông cân tại A $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \\ AB = AC \end{cases} \Leftrightarrow m=0$

Câu 6: (VDT)Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để phương trình $1-x^2 = a\sqrt{1+x}$ có nghiệm $x \in [0;1]$.

$PT \Leftrightarrow a = \frac{1-x^2}{\sqrt{1+x}} = f(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{-3x^2-4x-1}{2\left(\sqrt{1+x}\right)^3} < 0, \forall x \in [0;1]$

$\Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên $[0;1] \Rightarrow f(x) \in [0;1], \forall x \in [0;1]$. Vậy $0 \le a \le 1$

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình: $(\sqrt5+1)^x + m(\sqrt5-1)^x = 2^x$ có nghiệm duy nhất.

$PT\ (1) \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt5+1}{2}\right)^x + m\left(\frac{\sqrt5-1}{2}\right)^x = 1$. Đặt $t = \left(\frac{\sqrt5+1}{2}\right)^x > 0$, PT trở thành $t^2 - t + m = 0\ (2)$.

PT (1) có nghiệm duy nhất khi PT (2) xảy ra các trường hợp sau:

TH1: (2) có nghiệm kép dương. M=1/4

TH2: (2) có 2 nghiệm phân biệt, trong đó chỉ có 1 nghiệm dương. $m \le 0$

Câu 8: Cho a,b là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2 b - 8\log_b\left(a.\sqrt[3]{b}\right) = -\frac{8}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right) + 2016$

Đặt $t = \log_a b$, từ giả thiết ta có: $\log_a^2 b - 8\log_b\left(a.\sqrt[3]{b}\right) = -\frac{8}{3} \Leftrightarrow t^2 - \frac{8}{3}.\frac{3+t}{t} = -\frac{8}{3} \Leftrightarrow t = 2$

Do đó $P = \log_a\left(a\sqrt[3]{ab}\right) + 2016 = \frac{4}{3} + \frac{1}{3}t + 2016 = 2018$

Câu 9: Cho hai số thực a,b thay đổi lớn hơn 1 thỏa mãn $a+b=30$. Gọi m,n là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)^2-(1+2\log_a b)\log_a x-1=0$. Tính $S=a+2b+30$ khi mn đạt giá trị lớn nhất.

Theo vi – ét ta có: $\log_a m+\log_a n=1+2\log_a b=\log_a(ab^2)\Leftrightarrow mn=ab^2$

Theo $AM-GM$ ta có: $mn=ab^2=4\left(a.\frac{b}{2}.\frac{b}{2}\right)\le 4\left(\frac{a+\frac{b}{2}+\frac{b}{2}}{3}\right)^3=4000$

Dấu bằng xảy ra khi $a=\frac{b}{2}\Leftrightarrow a=10,b=20\Rightarrow S=70$

Câu 10: Biết $I=\int_1^5\frac{|x-2|}{x}dx=a\ln 2+b\ln 5+c$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$.

$$I=\int_1^5\frac{|x-2|}{x}dx=\int_1^2\frac{2-x}{x}dx+\int_2^5\frac{x-2}{x}dx=(2\ln x-x)\Big|_1^2+(x-2\ln x)\Big|_2^5=4\ln 2-2\ln 5+2$$

$\Rightarrow a=4,b=-2,c=2\Rightarrow a=2c$

Câu 11: Hàm số f(x) liên tục trên R thỏa mãn $\int_{-1}^{1}f(2-3x)dx=a$. Tìm a để $\int_1^5 f(x)dx=1$.

Đặt $t=2-3x\Rightarrow dt=-3dx$, khi $x=-1\Rightarrow t=5,x=1\Rightarrow t=-1$

Từ giả thiết: $a=\int_5^{-1}-3f(x)dx=3\int_{-1}^{5}f(x)dx=3$

Câu 12: Cho hàm số y=f(x) xác định, dương và nghịch biến trên [0;2] và có f(x)=1. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$, $y=\frac{1}{f(x)}$, hai đường thẳng $x=0;x=2$.

Từ giả thiết $\Rightarrow\begin{cases}f(x)>1=f(1),\forall x\in[0;1)\\0<f(x)<1=f(1),\forall x\in(1;2]\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f(x)>\frac{1}{f(x)},\forall x\in[0;1)\\f(x)<\frac{1}{f(x)},\forall x\in(1;2]\end{cases}$. Do đó chọn B.

Câu 13: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $f^2(1-x)=(x^2+3)f(x+1)$. Biết rằng $f(x)\neq 0,\forall x\in\mathbb{R}$, tính $I=\int_0^2(2x-1)f''(x)dx$.

Từ giả thiết $f^2(1-x)=(x^2+3)f(x+1)$, thay $x=1,x=-1$ ta có: $\begin{cases}f^2(0)=4f(2)\\f^2(2)=4f(0)\end{cases}\Leftrightarrow f(2)=f(0)=4$

Lấy đạo hàm hai vế ta lại có: $-2f(1-x)f'(1-x)=(x^2+3)f'(x+1)+2x.f(x+1)$

Thay $x=1,x=-1$ ta có: $\begin{cases}-2f(0)f'(0)=4f'(2)+2f(2)\\-2f(2)f'(2)=4f'(0)-2f(0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2f'(0)+f'(2)+2=0\\f'(0)+2f'(2)-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}f'(0)=-2\\f'(2)=2\end{cases}$

Do đó, $I=\int_0^2(2x-1)f''(x)dx=\left[(2x-1)f'(x)\right]\Big|_0^2-2\int_0^2f'(x)dx=3f'(2)+f'(0)-2\left[f(2)-f(0)\right]=4$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z=2+2i$; M' là điểm biểu diễn cho số phức $z'=\frac{3i}{2}z$. Tính diện tích tam giác OMM'.

$z=2+2i\Rightarrow z'=\frac{3i}{2}z=-3+3i\Rightarrow M(2;2),M'(-3;3)\Rightarrow\Delta OMM'$ vuông tại O

$\Rightarrow S_{\Delta OMM'}=\frac{1}{2}OM.OM'=6$

Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2+3i|=\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x|z-1+i|+y|\overline{z}-3-5i|$ với x,y là các số thực dương.

Ta gọi $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn (C) tâm $I(2;-3)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Xét các điểm $A(1;-1)$, $B(3;-5)\in(C)$ và $AB=2\sqrt{5}=2R$.

Khi đó $P=x|z-1+i|+y|\overline{z}-3-5i|=x|z-1+i|+y|z-3+5i|=xMA+yMB\Rightarrow MA=\frac{P-yMB}{x}$

Ta luôn có: $MA^2+MB^2=AB^2\Rightarrow\left(\frac{P-yMB}{x}\right)^2+MB^2-AB^2=0$

$\Rightarrow\left(\frac{y^2}{x^2}+1\right)MB^2-\frac{2Py}{x^2}MB+\left(\frac{P^2}{x^2}-AB^2\right)=0\ (*)$

Để phương trình $(*)$ có nghiệm thì: $\Delta'_{(*)} \ge 0 \Leftrightarrow \frac{y^2}{x^4}P^2 - \left(\frac{y^2}{x^2}+1\right)\left(\frac{P^2}{x^2} - AB^2\right) \ge 0$

$\Leftrightarrow -\frac{P^2}{x^2} + \left(\frac{y^2}{x^2}+1\right)AB^2 \ge 0 \Leftrightarrow P^2 \le AB^2\left(x^2+y^2\right) \Rightarrow P \le AB\sqrt{x^2+y^2} = 2\sqrt{5x^2+5y^2}$

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm BC, gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SM. Tính diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$?

Dễ thấy $BC \perp (SAM) \Rightarrow (SBC) \perp (SAM)$ theo giao tuyến SM. Hạ $AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Qua H kẻ đường thẳng song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại I, K. $\Rightarrow$ thiết diện là tam giác AIK.

Ta có $SA = AM = a\sqrt{3} \Rightarrow SM = a\sqrt{6}, AH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và H là trung điểm SM

$\Rightarrow IK = \frac{1}{2}BC = a \Rightarrow S_{\Delta AIK} = \frac{1}{2}AH.IK = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$

Câu 17: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với tâm O của tam giác ABC. Một mp (P) chứa BC và vuông góc với AA', cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Gọi I là trung điểm BC $\Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Giả sử (P) cắt AA' tại H $\Rightarrow S_{\Delta HBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Trong tam giác $AA'I$ ta có $AI.A'O = HI.AA' \Rightarrow AA' = 2A'O$

Lại có $AA'^2 = AO^2 + A'O^2 \Rightarrow A'O = \frac{a}{3}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'O.S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 18: Trên mặt phẳng (P) cho góc $xOy = 60^0$. Đoạn $SO = a$ vuông góc với mặt phẳng (α). Các điểm M, N chuyển động trên Ox, Oy sao cho ta luôn có: $OM + ON = a$. Tính diện tích của mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện $SOMN$.

Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN, E là trung điểm SO và I là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $EOKI$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SOMN$ và bán kính $R = IO = \sqrt{OK^2 + OE^2}$.

Ta có $\frac{MN}{\sin 60^0} = 2OK \Rightarrow OK = \frac{MN\sqrt{3}}{3}$

Lại có $MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2OM.ON.\cos 60^0 = (OM+ON)^2 - 3OM.ON \ge a^2 - 3\left(\frac{OM+ON}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$

Dễ thấy $MN_{Min} = \frac{a}{2}$, khi đó $R_{Min} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Vậy diện tích của mặt cầu (S) là: $S = \frac{4\pi a^2}{3}$

Câu 19: Cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 6y - 10z + 39 = 0$. Từ một điểm M thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm N sao cho $MN = 5$. Biết rằng M thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính đường tròn đó.

(S) có tâm $I(5;-3;5)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$. Hạ $IH \perp (P) \Rightarrow IH = 6$.

Ta có $IM^2 = IN^2 + MN^2 = 45 \Rightarrow MH^2 = IM^2 - IH^2 = 9 \Rightarrow MH = 3$ không đổi.

Vậy M thuộc đường tròn cố định tâm H, bán kính bằng 3.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(m;0;0), B(0;2m+1;0), C(0;0;2m+5)$ khác O. D là một điểm nằm khác phía với O so với mặt phẳng (ABC), sao cho tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau. Tìm khoảng cách ngắn nhất từ O đến tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta chứng minh được $D(m;2m+1;2m+5)$ và tâm I mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ là trung điểm OD.

Ta có $OD^2 = 9m^2 + 24m + 26 = (3m+4)^2 + 10 \ge 10 \Rightarrow OD_{Min} = \sqrt{10} \Rightarrow R_{Min} = OI_{Min} = \frac{1}{2}OD = \frac{\sqrt{10}}{2}$