SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO SƠN LA
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2015 - 2016 (LẦN 3)
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 ***(1,0 điểm).*** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

Câu 2 ***(1,0 điểm).*** Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung.

Câu 3 ***(1,0 điểm).***

a) Cho số phức z thỏa mãn: $(2+i)z = 4-3i$. Tìm mô đun của số phức $w = iz + 2\bar{z}$.

b) Giải bất phương trình: $25^x - 6.5^x + 5 \le 0.$

Câu 4 ***(1,0 điểm).*** Tính tích phân $I = \int_0^4 \dfrac{dx}{\sqrt{2x+1}+1}$.

Câu 5 ***(1,0 điểm).***

a) Cho $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ và $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. Tính $\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{3}\right).$

b) Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x - \dfrac{2}{x^2}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^3 = \dfrac{4}{3}n + 2C_n^2$

(trong đó C_n^k là số tổ hợp chập k của n).

Câu 6 ***(1,0 điểm).***

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;\ 0;\ 4)$, $B(1;\ 0;\ 0)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB và tìm điểm M trên trục tung sao cho $MA = MB\sqrt{13}.$

Câu 7 ***(1,0 điểm).***

Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a và $AB' = a\sqrt{3}.$ Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB'.

Câu 8 ***(1,0 điểm).*** Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y-2x+xy-2} + x + 5 = 2y + \sqrt{y-2} \\ \dfrac{xy+x-8y-8}{x^2-4x+7} = (y-2)\left(\sqrt{x+1}-3\right) \end{cases}; \qquad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 9 ***(1,0 điểm).*** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (I): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. Điểm $H(2;-5)$ và $K(-1;-1)$ theo thứ tự là chân các đường cao hạ từ đỉnh B và C đến các cạnh tam giác. Tìm tọa độ các đỉnh A,B,C của tam giác biết điểm A có hoành độ dương.

Câu 10 ***(1,0 điểm).*** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $xy + x + y = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{3x}{y+1} + \frac{3y}{x+1} + \frac{xy}{x+y} - \left(x^2 + y^2\right)$$

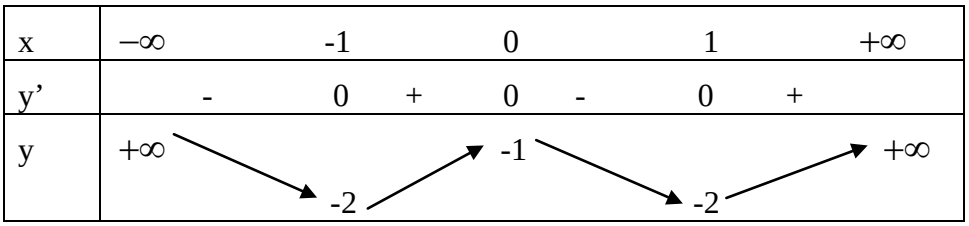
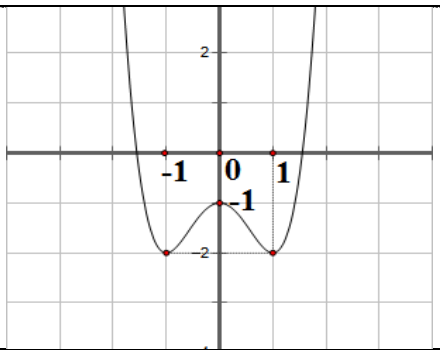
---------- **Hết** ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

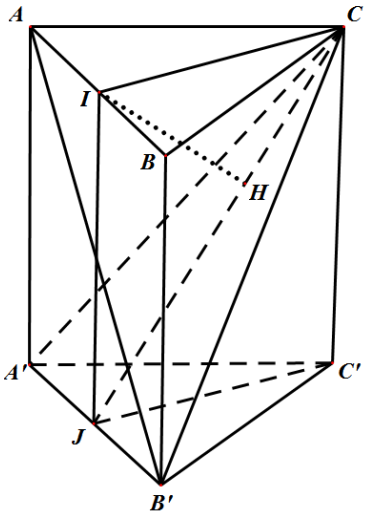
Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO SƠN LA
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

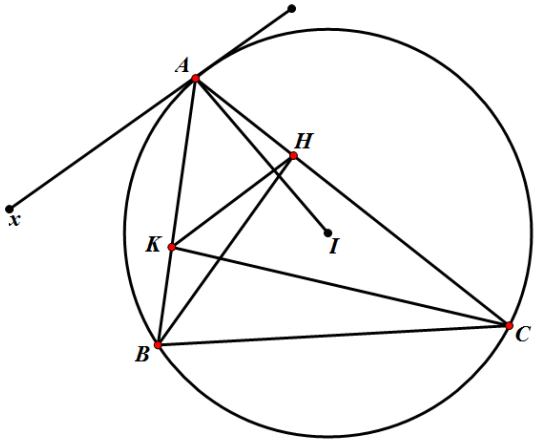
HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2015 - 2016 (LẦN 3)
Môn: TOÁN

CÂU	Đáp án	Điểm
Câu 1	*Khảo sát vẽ đồ thị hàm số:* $y = x^4 - 2x^2 - 1$	
	• Tập xác định: $\mathbb{R}$ • Sự biến thiên: +) Giới hạn và tiệm cận $\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.	0,25
	+) Bảng biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x;\ y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \forall x = \pm 1$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng: $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;+1)$. Hàm số đạt cực đại tại x = 0; $y_{CĐ}$ = -1. Hàm số đạt cực tiểu tại x = ± 1; y_{CT} = -2.	0,25
	 	0,25
	• Đồ thị Đồ thị hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng.  	0,25
Câu 2	*Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số* $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ *tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung.*	
	Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có hoành độ x = 0; y = -3	0,25
	$y' = \dfrac{-5}{(x-1)^2} \Rightarrow y'_{(0)} = -5$	0,25
	PT tiếp tuyến tại điểm M(0; -3) là: y = -5(x – 0) -3 hay y = -5x -3	0,5
Câu 3	*a) Cho số phức z thỏa mãn:* $(2+i)z = 4 - 3i$. *Tìm mô đun của số phức* $w = iz + 2\bar{z}$.	

	$(2+i)z = 4-3i \Leftrightarrow z = \dfrac{4-3i}{2+i}$ $\Leftrightarrow z = 1-2i$	0,25
	$w = iz + 2\bar{z} \Rightarrow w = i(1-2i) + 2(1+2i) = 4+5i$ Vậy $\lvert w\rvert = \sqrt{41}$	0,25
	b) *Giải bất phương trình:* $25^x - 6.5^x + 5 \le 0$	
	$25^x - 6.5^x + 5 \le 0 \Leftrightarrow \left(5^x\right)^2 - 6.5^x + 5 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le 5^x \le 5$	0,25
	$\Leftrightarrow 0 \le x \le 1$	0,25
Câu 4	*Tính tích phân* $I = \int_0^4 \dfrac{dx}{\sqrt{2x+1}+1}$	
	Đặt $\sqrt{2x+1} = t \Rightarrow 2x+1 = t^2 \Rightarrow dx = tdt$ Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1;\ x = 4 \Rightarrow t = 3$	0,25
	$I = \int_1^3 \dfrac{tdt}{t+1} = \int_1^3 \left(1 - \dfrac{t}{t+1}\right)dt$	0,25
	$= t\Big\rvert_1^3 - \ln\lvert x+1\rvert\Big\rvert_1^3 = 2 - \ln 2$	0,5
Câu 5	*a) Cho* $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ *và* $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$. *Tính.* $\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{3}\right)$	
	$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = \dfrac{8}{9} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ Do $0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\alpha > 0$ nên $\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$	0,25
	$\sin\left(\alpha + \dfrac{\pi}{3}\right) = \sin\alpha.\cos\dfrac{\pi}{3} + \cos\alpha.\sin\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2} + \dfrac{2\sqrt{2}}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1+2\sqrt{6}}{6}$	0,25
	b) *Tìm số hạng chứa* x^3 *trong khai triển* $\left(x - \dfrac{2}{x^2}\right)^n$, *biết n là số tự nhiên thỏa mãn* $C_n^3 = \dfrac{4}{3}n + 2C_n^2$.	
	Điều kiện $n \ge 3$. $C_n^3 = \dfrac{4}{3}n + 2C_n^2 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{3!(n-3)!} = \dfrac{4}{3}n + 2\dfrac{n!}{2!(n-2)!} \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6} = \dfrac{4}{3}n + n(n-1)$ $n^2 - 9n = 0 \Rightarrow n = 9$ (do $n \ge 3$)	0,25
	Khi đó ta có $\left(x - \dfrac{2}{x^2}\right)^9 = \sum_{k=0}^{9} C_9^k x^{9-k}\left(\dfrac{-2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{9} C_9^k x^{9-3k}(-2)^k$ Số hạng chứa x^3 tương ứng giá trị k thoả mãn $\begin{cases} 9-3k = 3 \\ k \in \{0,1,2..,9\} \end{cases} \Leftrightarrow k = 2$ Suy ra số hạng chứa x^3 là: $C_9^2 x^3(-2)^2 = 144x^3$.	0,25

Câu 6	*Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho hai điểm* $A(-3;0;4)$, $B(1;0;0)$. *Viết phương trình mặt cầu đường kính AB và tìm điểm M trên tục tung sao cho* $MA = MB\sqrt{13}$	
	+ Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB và I là trung điểm của AB. Ta có $I(-1;0;2)$, $AB = 4\sqrt{2}$	0,25
	Khi đó mặt cầu (S) có tâm I và có bán kính $R = \frac{AB}{2} = 2\sqrt{2}$ nên có phương trình $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 8$	0,25
	$+ M \in Oy \Rightarrow M(0;t;0)$ khi đó $MA = MB\sqrt{13} \Leftrightarrow \sqrt{(-3)^2 + (-t)^2 + 4^2} = \sqrt{1^2 + (-t)^2 + 0^2}.\sqrt{13}$ $\Leftrightarrow 25 + t^2 = 13(1 + t^2) \Leftrightarrow t = \pm 1$	0,25
	Với $t = 1 \Rightarrow M(0;1;0)$ $t = -1 \Rightarrow M(0;-1;0)$	0,25
Câu 7	*Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a và* $AB' = a\sqrt{3}$ *. Tính thể tích của lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB'.*	
		
	AA' là đường cao của lăng trụ. Trong tam giác AA'B': $AA' = a\sqrt{2}$ $S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	0,25
	Vậy thể tích lăng trụ: $V = S_{\Delta A'B'C'}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ (đv TT)	0,25
	Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và A'B' Vì AB//A'B' nên AB//(SA'B'). Do đó d (AB, CB') = d(AB,(CA'B')) = d(I,(CA'B')) $\left.\begin{matrix} IJ \perp AB \\ CJ \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp (CIJ) \Rightarrow A'B' \perp (CIJ)$ $\Rightarrow (A'B'C) \perp (CIJ)$ theo giao tuyến CJ. Do đó trong mặt phẳng (CIJ) kẻ $IH \perp CJ (H \in CJ)$ $\Rightarrow IH \perp (A'B'C) \Rightarrow d(I,(A'B'C)) = IH$	0,25
	$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IJ^2} + \frac{1}{IC^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{66}}{11}$	0,25

	Vậy $d(AB,CB')=\dfrac{a\sqrt{66}}{11}$ *Chú ý: Có thể dùng phương pháp thể tích.*	
Câu 8	Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y-2x+xy-2}+x+5=2y+\sqrt{y-2}\\ \dfrac{xy+x-8y-8}{x^2-4x+7}=(y-2)\left(\sqrt{x+1}-3\right)\end{cases}$	
	Điều kiện $x\ge -1; y\ge 2$. HPT $\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{(x+1)(y-2)}+x+5=2y+\sqrt{y-2} & (1)\\ \dfrac{(x-8)(y+1)}{x^2-4x+7}=(y-2)\left(\sqrt{x+1}-3\right) & (2)\end{cases}$ Đặt $\sqrt{x+1}=a;\sqrt{y-2}=b\ (a,b\ge 0)$, từ (1) ta có: $a+ab+a^2-1+5=2\left(b^2+2\right)+b\Leftrightarrow a-b+ab-b^2+a^2-b^2=0$ $\Leftrightarrow (a-b)(1+2a+b)=0$ $\Leftrightarrow a=b$ (do $a,b\ge 0\Rightarrow 1+2a+b>0$ $\Rightarrow \sqrt{x+1}=\sqrt{y-2}\Leftrightarrow y=x+3$.	0,25
	Thế vào (2) ta được: $\dfrac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7}=(x+1)\left(\sqrt{x+1}-3\right)\Leftrightarrow \dfrac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7}=\dfrac{(x+1)(x-8)}{\sqrt{x+1}+3}$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=8\\ \dfrac{x+4}{x^2-4x+7}=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}+3}\ (*)\end{array}\right.$	0,25
	+ $x=8\Rightarrow y=11;$ + $(*)\Leftrightarrow\left(\sqrt{x+1}+3\right)(x+4)=(x+1)\left(x^2-4x+7\right)$ $\Leftrightarrow\left(\sqrt{x+1}+3\right)\left[\left(\sqrt{x+1}\right)^2+3\right]=\left[(x-2)+3\right].\left[(x-2)^2+3\right]$ (**)	0,25
	Xét hàm số $f(t)=(t+3)\left(t^2+3\right)$ với $t\in\mathbb{R}$ có $f'(t)=3(t+1)^2\ge 0\ \forall t\in\mathbb{R}$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $(**)\Leftrightarrow f\left(\sqrt{x+1}\right)=f(x-2)\Leftrightarrow\sqrt{x+1}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ x+1=x^2-4x+4\end{cases}$ $\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ x^2-5x+3=0\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}$ (T/M) $x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}\Rightarrow y=\dfrac{11+\sqrt{13}}{2}$ Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x;y)$ là $(8;11)$ và $\left(\dfrac{5+\sqrt{13}}{2};\dfrac{11+\sqrt{13}}{2}\right)$	0,25
Câu 9	*Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (I):* $(x-1)^2+(y+2)^2=25$. *Điểm* $H(2;-5)$ *và* $K(-1;-1)$ *lần lượt là chân các đường cao hạ từ đỉnh B và C đến các cạnh tam giác. Tìm tọa độ các đỉnh A,B,C của tam giác biết A có hoành độ dương.*	

		
	Gọi Ax là tiếp tuyến của đường tròn tại A khi đó $\widehat{KAx}=\widehat{ACB}$. Tứ giác BCHK nội tiếp đường tròn nên $\widehat{AKH}=\widehat{ACB}$ Từ đó suy ra $\widehat{KAx}=\widehat{AKH}$ nên Ax//HK. Vậy $KH\perp AI$	0,25
	Điểm I(1;-2) . Đường thẳng $AI\perp HK$ nên AI có PT: 3x - 4y -11=0 $AI\cap(C)=I$ nên tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases}3x-4y-11=0\\(x-1)^2+(y+2)^2=25\end{cases}$ Điểm A có hoành độ dương nên A(5;1).	0,25
	PT đường thẳng AC đi qua A và H là: 2x – y – 9 = 0 $AC\cap(C)=\{C;A\}$ nên tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x-y-9=0\\(x-1)^2+(y+2)^2=25\end{cases}\Rightarrow C(1;-7)$	0,25
	PT đường thẳng AB đi qua A và K là: x – 3y –2 = 0 $AB\cap(C)=\{B;A\}$ nên tọa độ B(-4;-2). Vậy: A(5;1); B(-4;-2); C(1; -7).	0,25
Câu 10	*Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn* $xy+x+y=3$. *Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức* $P=\dfrac{3x}{y+1}+\dfrac{3y}{x+1}+\dfrac{xy}{x+y}-\left(x^2+y^2\right)$	
	Đặt $t=x+y\Rightarrow xy=3-t;\ x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=t^2-2(3-t)=t^2+2t-6$ Ta có $xy\le\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2\Rightarrow 3-t\le\dfrac{1}{4}t^2\Leftrightarrow t\ge 2$	
	Suy ra $P=\dfrac{3\left(x^2+y^2\right)+3(x+y)}{xy+x+y+1}+\dfrac{xy}{x+y}-\left(x^2+y^2\right)=\dfrac{1}{4}(-t^2+t+\dfrac{12}{t})+\dfrac{1}{2}$	
	Xét hàm số $f(t)=\dfrac{1}{4}(-t^2+t+\dfrac{12}{t})+\dfrac{1}{2}$ với $t\ge 2$ Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{4}(-2t+1-\dfrac{12}{t^2})<0,\ \forall t\ge 2$. Suy ra hàm số $f(t)$ nghịch biến với $t\ge 2$	
	$\Rightarrow P=f(t)\le f(2)=\dfrac{3}{2}$ t = 2 khi $x=y=1$ Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{3}{2}$ khi $x=y=1$.	