SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **AN GIANG** **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** *(Đề thi gồm 01 trang)*	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH** **Khóa ngày 10/04/2021** **MÔN: TOÁN** *Thời gian làm bài: 180 phút* *(Không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. (4,0 điểm) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn

$$f(x+y) = f(x).f(y);\ f(1) = \frac{1}{2}$$

a. Tính $f(0)$; $f(2)$ và $f(3)$.

b. Đặt $S_n = f(1) + f(2) + \cdots + f(n)$; $(n \in \mathbb{N})$. Tính $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

Câu 2. (4,0 điểm) Tìm m để hệ phương trình sau đây có đúng một nghiệm

$$\begin{cases} x^3 = y^2 + 7x^2 - mx \\ y^3 = x^2 + 7y^2 - my \end{cases}$$

Câu 3. (4,0 điểm) Một mẫu vé vào cửa có số sê ri gồm 5 chữ số từ 00000 đến 99999. Khi vào cửa khách hàng được khuyến mãi một thức uống miễn phí nếu vé đó có hai chữ số liền kề trong 5 chữ số có hiệu bằng 5 (ví dụ 01384). Hỏi có bao nhiêu vé có số sê ri mang đặc điểm này.

Câu 4. (4,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a. Lấy điểm B_1 thuộc BB' điểm C_1 thuộc CC'. Đặt $BB_1 = x; CC_1 = y$.

a. Chứng minh rằng tam giác AB_1C_1 vuông tại B_1 khi $2xy = 2x^2 + a^2$.

b. Giả sử tam giác AB_1C_1 là tam giác thường và B_1 là trung điểm của BB' và α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AB_1C_1), cho $y = 2x$. Tính diện tích tam giác AB_1C_1 và độ dài cạnh bên của lăng trụ đã cho theo a và α.

Câu 5. (2,0 điểm) Cho $a^2 + b^2 + c^2 = 4$; $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $y = a + b\sqrt{2}\sin x + c\sin 2x$.

Câu 6. (2,0 điểm) Có 2025 đồng xu hai mặt (mặt sấp và mặt ngửa) được đánh số thứ tự từ 1 đến 2025, tất cả đều để ngửa. Thực hiện các thao tác sau:

Lần 1: Lật mặt tất cả các đồng xu có số thứ tự là bội của 1.

Lần 2: Lật mặt tất cả các đồng xu có số thứ tự là bội của 2.

Lần 3: Lật mặt tất cả các đồng xu có số thứ tự là bội của 3.

....

Lần 2025: Lật mặt tất cả các đồng xu có số thứ tự là bội của 2025.

Hỏi có bao nhiêu đồng xu ngửa sau lần lật thứ 2021?

-----------Hết-------------

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay để làm bài