

LƯ SĨ PHÁP

Giáo Viên Trường THPT Tuy Phong

TỐÁN



ÔN THI THPT QG

CHUYÊN ĐỀ 11

CĐ1. LƯỢNG GIÁC

CĐ2. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

CĐ3. DÃY SỐ, CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN

CĐ4. GIỚI HẠN

CĐ5. PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG

NĂM 2018

LỜI NÓI ĐẦU

Quý đọc giả, quý thầy cô và các em học sinh thân mến!

Nhằm giúp các em học sinh có tài liệu tự học môn Toán, tôi biên soạn cuốn tài liệu ÔN THI THPT QG.

Nội dung của cuốn tài liệu bám sát chương trình chuẩn và chương trình nâng cao về môn Toán đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo quy định.

NỘI DUNG

Phần 1. Phần lý thuyết

Ở phần này tôi trình bày đầy đủ lý thuyết cần nắm cho mỗi chuyên đề.

Phần 2. Phần trắc nghiệm

Bài tập trắc nghiệm theo các chuyên đề, đa dạng, phong phú và bám sát cấu trúc thi của Bộ.

Cuốn tài liệu được xây dựng sẽ còn có những thiếu sót. Rất mong nhận được sự góp ý, đóng góp của quý đồng nghiệp và các em học sinh để lần sau cuốn bài tập hoàn chỉnh hơn.

Mọi góp ý xin gọi về số 01655.334.679 – 0916 620 899

Email: lsp02071980@gmail.com

Chân thành cảm ơn.

Lư Sĩ Pháp

GV_ Trường THPT Tuy Phong

MỤC LỤC

CĐ1. Lượng giác	01 - 20
CĐ2. Tổ hợp và xác suất	21 - 50
CĐ3. Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân	51 - 58
CĐ4. Giới hạn	59 - 78
CĐ5. Phép dời hình và phép đồng dạng	79 - 92

CHUYÊN ĐỀ 1. LƯỢNG GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NẮM

I. Công thức lượng giác

1. Hằng đẳng thức lượng giác cơ bản

$$\textcircled{1} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\textcircled{2} \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\textcircled{3} \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}; \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\textcircled{4} \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1; \alpha \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\textcircled{5} 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\textcircled{6} 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}; \alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

2. Các công thức lượng giác

2.1. Công thức cộng

$$\textcircled{1} \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\textcircled{2} \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\textcircled{3} \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}, \text{ với mọi } \alpha, \beta \text{ làm cho các biểu thức có nghĩa.}$$

2.2. Công thức nhân đôi

$$\blacksquare \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\blacksquare \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\blacksquare \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}; \alpha, 2\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

2.3. Công thức nhân ba

$$\blacksquare \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\blacksquare \sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

2.4. Công thức hạ bậc

$$\textcircled{1} \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\textcircled{2} \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\textcircled{3} \tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}, \text{ với } \alpha \text{ làm cho biểu thức có nghĩa.}$$

2.5. Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\textcircled{1} \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\textcircled{2} \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\textcircled{3} \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\textcircled{4} \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

, với mọi α, β làm cho các biểu thức có nghĩa.

2.6. Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\textcircled{1} \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\textcircled{2} \sin \alpha \cdot \sin \beta = -\frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\textcircled{3} \sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

2.7. Công thức rút gọn

$$\textcircled{1} \sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\textcircled{2} \sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\diamond \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}, \text{ với } \alpha \text{ làm cho biểu thức có nghĩa}$$

$$\diamond (\cos x \pm \sin x)^2 = 1 \pm \sin 2x,$$

$$\diamond \cos^4 x - \sin^4 x = \cos 2x$$

$$\diamond \cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\cos^2 x \cdot \sin^2 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x, \quad \diamond \cos^6 x + \sin^6 x = 1 - 3\cos^2 x \cdot \sin^2 x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x$$

3. Giá trị lượng giác của các góc (cung) có liên quan đặc biệt

3.1. Hai góc đối nhau (cung đối) (α làm cho các biểu thức có nghĩa)

$$\diamond \cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \diamond \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad \diamond \tan(-\alpha) = -\tan \alpha \quad \diamond \cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

3.2. Hai góc bù nhau (cung bù) (α làm cho các biểu thức có nghĩa)

$$\diamond \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \quad \diamond \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \quad \diamond \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \quad \diamond \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

3.3. Hai góc phụ nhau (cung phụ) (α làm cho các biểu thức có nghĩa)

$$\diamond \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad \diamond \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\diamond \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha \quad \diamond \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$$

3.4. Hai góc hơn kém π (cung hơn kém π) (α làm cho các biểu thức có nghĩa)

$$\diamond \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha \quad \diamond \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\diamond \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha \quad \diamond \cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

3.5. Hai góc hơn kém $\frac{\pi}{2}$ (cung hơn kém $\frac{\pi}{2}$) (α làm cho các biểu thức có nghĩa)

$$\diamond \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \quad \diamond \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\diamond \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha \quad \diamond \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

3.6. Cung bội. ($k \in \mathbb{Z}$, α làm cho các biểu thức có nghĩa)

$$\diamond \sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha \quad \diamond \cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$$

$$\diamond \tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha \quad \diamond \cot(\alpha + k\pi) = \cot \alpha$$

4. Bảng giá trị lượng giác các góc (cung) đặc biệt

α	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0
HSLG	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	//	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\cot \alpha$	//	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	//

// : Không xác định

II. Phương trình lượng giác

1. Phương trình lượng giác cơ bản

1	$\sin u = a \Leftrightarrow \begin{cases} u = \arcsin a + k2\pi \\ u = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{cases}, (a \leq 1)$	1	$\sin u = \sin v \Leftrightarrow \begin{cases} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{cases}$
---	---	---	--

2	$\cos u = a \Leftrightarrow u = \pm \arccos a + k2\pi, (a \leq 1)$	2	$\cos u = \cos v \Leftrightarrow u = \pm v + k2\pi$
3	$\tan u = a \Leftrightarrow u = \arctan a + k\pi$	3	$\tan u = \tan v \Leftrightarrow u = v + k\pi$
4	$\cot u = a \Leftrightarrow u = \operatorname{arccot} a + k\pi$	4	$\cot u = \cot v \Leftrightarrow u = v + k\pi$

Trường hợp đặc biệt

1	$\sin u = 1 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k2\pi$	$\sin u = -1 \Leftrightarrow u = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$	$\sin u = 0 \Leftrightarrow u = k\pi$
2	$\cos u = 1 \Leftrightarrow u = k2\pi$	$\cos u = -1 \Leftrightarrow u = \pi + k2\pi$	$\cos u = 0 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k\pi$
3	$\tan u = 1 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{4} + k\pi$	$\tan u = -1 \Leftrightarrow u = -\frac{\pi}{4} + k\pi$	$\tan u = 0 \Leftrightarrow u = k\pi$
4	$\cot u = 1 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{4} + k\pi$	$\cot u = -1 \Leftrightarrow u = -\frac{\pi}{4} + k\pi$	$\cot u = 0 \Leftrightarrow u = \frac{\pi}{2} + k\pi$

2. Phương trình lượng giác thường gặp

2.1. Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác: a. ĐN: Phương trình có dạng $at + b = 0, a \neq 0$, t là một trong các hàm số lượng giác. b. Cách giải: Biến đổi đưa về phương trình lượng giác cơ bản.	2.2. Phương trình bậc hai đối với một HSLG: a. ĐN: Phương trình có dạng: $at^2 + bt + c = 0, (a \neq 0)$, trong đó t là một HSLG của ẩn b. Cách giải: Đặt HSLG làm ẩn phụ (đ/k nếu có), đưa PT về PT bậc hai một ẩn phụ và giải để tìm ẩn phụ. Thay ẩn phụ, ta được PTLG cơ bản.
2.3. Phương trình bậc nhất đối với $\sin u$ và $\cos u$: a. ĐN: Phương trình có dạng: $a \sin u + b \cos u = c, (a^2 + b^2 \neq 0)$ b. Cách giải: B1: Kiểm tra điều kiện có nghiệm: Nếu $a^2 + b^2 \geq c^2$ thì PT có nghiệm B2: Chia 2 vế PT cho $\sqrt{a^2 + b^2}$, Đặt $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos \alpha; \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin \alpha$. Ta được PT: $\sin u \cdot \cos \alpha + \cos u \cdot \sin \alpha = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow$ $\sin(u + \alpha) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ Lưu ý: Ở đây ta áp dụng công thức cộng ☞ $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ ☞ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ B3: Giải PT cơ bản tìm nghiệm.	2.4. Một số phương trình biến đổi đưa về các dạng phương trình đã biết, đã học: Phương trình lượng giác cơ bản; phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một HSLG; phương trình bậc nhất đối với $\sin u$ và $\cos u$. Lưu ý: Nắm vững công thức và cách biến đổi, dùng công thức cho phù hợp từng dạng phương trình.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{1}{\sin 18^\circ} + \frac{1}{\sin 54^\circ}$.

- A. $E = -2$. B. $E = -1$. C. $E = 2$. D. $E = 1$.

Câu 2: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - 3 \cos 2\alpha)(2 + 3 \cos 2\alpha)$.

- A. $P = -4$. B. $P = \frac{19}{4}$. C. $P = -\frac{14}{9}$. D. $P = \frac{14}{9}$.

Câu 3: Giải phương trình $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$.

- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Cho biết $\sin x = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $H = \frac{\tan x + \cot x}{\tan x - \cot x}$.

- A. $H = \frac{61}{79}$. B. $H = -\frac{7}{9}$. C. $H = \frac{14}{23}$. D. $H = -\frac{9}{7}$.

Câu 5: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 6: Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$. B. $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi \right)$. C. $\left(-\frac{11\pi}{2}; -5\pi \right)$. D. $\left(\frac{11\pi}{2}; 7\pi \right)$.

Câu 7: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin x} + \cot x$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2}{\cos x - \cos 3x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \tan \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) + \cot \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3} \right)$.

- A. $T = 2\pi$ B. $T = 4\pi$ C. $T = 6\pi$ D. $T = 8\pi$

Câu 10: Tìm tất cả giá trị của x để hàm số $y = 2 \cos \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + 3$ có giá trị lớn nhất bằng 5.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 11: Kí hiệu M là giá trị lớn nhất của hàm số: $y = \sin^4 x - \cos^4 x$. Tìm M .

A. $M = 1.$

B. $M = 2.$

C. $M = \sqrt{2}.$

D. $M = -1.$

Câu 12: Giải phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ hoặc $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 13: Tìm số nghiệm của phương trình $2 \cos(3x + 15^\circ) = \sqrt{3}$ thuộc khoảng $(90^\circ; 360^\circ)$.

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 0.

Câu 14: Cho hai hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$ và $g(x) = \frac{|\sin x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

C. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

D. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 15: Tìm tập xác định D của hàm số $y = 6 \tan 3x - 4 \cot 3x$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

D. $D = (0; +\infty).$

Câu 16: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{5}\right).$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{20} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{5} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{20} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 17: Tìm tất cả giá trị của x để hàm số $y = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + 3$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

A. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 18: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = 2 \sin x + \tan x$ là hàm số lẻ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$

B. Hàm số $y = \cos x + x \sin x$ có đồ thị nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

C. Hàm số $y = 2 \cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = \frac{\cos x}{4 + \cos 2x}$ có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

Câu 19: Tính giá trị của biểu thức $E = \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ$.

- A. $E = -2$. B. $E = 2$. C. $E = 4$. D. $E = -4$.

Câu 20: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{2 \cos x - 5}{3 \sin x - 4}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{3} \right\}$

Câu 21: Giải phương trình $\sin 3x = \cos x$.

- A. $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$ hoặc $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 22: Giải phương trình $\sin 3x = \sin x$.

- A. $x = \frac{\pi}{8} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ hoặc $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 23: Kí hiệu M là giá trị lớn nhất của hàm số: $y = \sin^4 x + \cos^4 x$. Tìm M .

- A. $M = 1$. B. $M = 2$. C. $M = 0$. D. $M = \frac{1}{2}$.

Câu 24: Cho biết $\tan x = -3$. Tính giá trị của biểu thức $K = \frac{\sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x + 3}{1 + 4 \sin^2 x}$.

- A. $K = -\frac{9}{7}$. B. $K = \frac{11}{6}$. C. $K = \frac{14}{23}$. D. $K = -\frac{2}{3}$.

Câu 25: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2 - \cos x}{1 + \tan \left(x - \frac{\pi}{3} \right)}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left[\left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \right\}; k \in \mathbb{Z} \right]$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 26: Giải phương trình $\cos(3x - 60^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- A. $x = 35^\circ + k60^\circ$ hoặc $x = 5^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = 35^\circ + k120^\circ$ hoặc $x = 5^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 35^\circ + k360^\circ$ hoặc $x = 5^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = 35^\circ + k180^\circ$ hoặc $x = 5^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 27: Cặp hàm số nào sau đây có cùng tập xác định?

- A. $y = \tan x$ và $y = \sin x$. B. $y = \tan x$ và $y = \frac{2 + \sin x}{\cos x}$.
C. $y = \tan x$ và $y = \cot x$. D. $y = \cos x$ và $y = \cot x$.

Câu 28: Giải phương trình $\tan x = \sqrt{3}$.

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 29: Giải phương trình $\cos 4x + 12 \sin^2 x - 1 = 0$.

- A. $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 30: Giải phương trình $\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) = \cos 3x$.

- A. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -\frac{\pi}{24} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$ hoặc $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 31: Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2 \cos^2 x$.

- A. $x = \frac{\pi}{3}$. B. $x = \frac{\pi}{4}$. C. $x = \frac{\pi}{2}$. D. $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 32: Giải phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- A. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 33: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3 \tan x - 2}{1 + \sin x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 34: Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ $\cos \alpha = -\frac{9}{41}$. Tính $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $P = \frac{49}{31}$. B. $P = -\frac{49}{31}$. C. $P = -\frac{31}{49}$. D. $P = \frac{12}{5}$.

Câu 35: Tìm tất cả giá trị của x để hàm số $y = 2 \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{5}\right) - 3$ có giá trị nhỏ nhất bằng -5 .

- A. $x = -\frac{13\pi}{5} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{5} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{13\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{13\pi}{5} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 36: Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{2(1 + \cos x)} + 1$.

- A. $\min_{\mathbb{R}} y = 2$ và $\max_{\mathbb{R}} y = 3$. B. $\min_{\mathbb{R}} y = -1$ và $\max_{\mathbb{R}} y = 3$.
C. $\min_{\mathbb{R}} y = 1$ và $\max_{\mathbb{R}} y = 3$. D. $\min_{\mathbb{R}} y = -3$ và $\max_{\mathbb{R}} y = 1$.

Câu 37: Giải phương trình $\sin 5x + 2 \cos^2 x = 1$.

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}$ hoặc $x = -\frac{\pi}{7} + \frac{k2\pi}{7}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 38: _

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 39: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right).$

B. $\left(-\frac{7\pi}{2}; -3\pi\right).$

C. $\left(7\pi; \frac{15\pi}{2}\right).$

D. $(-6\pi; -5\pi).$

Câu 40: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \cos^2 \frac{x}{2}.$

A. $T = \frac{\pi}{2}.$

B. $T = 2\pi.$

C. $T = 4\pi.$

D. $T = 8\pi.$

Câu 41: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \tan 3\pi x.$

A. $T = \frac{\pi}{3}.$

B. $T = 3\pi.$

C. $T = \frac{1}{3}.$

D. $T = \pi.$

Câu 42: Nếu xét trên khoảng $(0; 2\pi)$. Trên những khoảng nào thì hàm $y = \sin x$ và $y = \cos x$ cùng nghịch biến ?

A. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$

B. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

C. $(\pi; 2\pi).$

D. $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right).$

Câu 43: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \cos x + \cos 3x.$

A. $T = 2\pi.$

B. $T = \frac{2\pi}{3}.$

C. $T = 4\pi.$

D. $T = \pi.$

Câu 44: Giải phương trình $\sin x = \frac{1}{2}.$

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 45: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\sin 2\alpha.$

A. $\sin 2\alpha = \frac{3}{8}.$

B. $\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}.$

C. $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}.$

D. $\sin 2\alpha = \frac{1}{4}.$

Câu 46: _

A. $T = \frac{\pi}{3}.$

B. $T = 3\pi.$

C. $T = 6\pi.$

D. $T = 2\pi.$

Câu 47: Cho a, b là góc nhọn và $\cot a = \frac{3}{4}, \cot b = \frac{1}{7}$. Tính tổng $S = a + b.$

A. $S = \frac{5\pi}{14}.$

B. $S = \frac{\pi}{4}.$

C. $S = \frac{\pi}{6}.$

D. $S = \frac{3\pi}{4}.$

Câu 48: Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 - 2\sin x.$

A. $\min y = -5$ và $\max y = 1.$

B. $\min y = -1$ và $\max y = 5.$

C. $\min y = 1$ và $\max y = 5.$

D. $\min y = -5$ và $\max y = -1.$

Câu 49: Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 5x - 2\cos 3x + \sin 5x = 0.$

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{8} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{48} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 50: Giải phương trình $\sqrt{3} \sin x + \cos x = 2$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 51: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Tính $E = \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha}$.

A. $E = \frac{11}{10}$.

B. $E = \frac{10}{11}$.

C. $E = -\frac{11}{10}$.

D. $E = -\frac{10}{11}$.

Câu 52: Giải phương trình $\sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = 2 \sin 3x$.

A. $x = -\frac{\pi}{3} - k2\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{15} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} - k2\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{5} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{6} - k2\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{15} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 53: Kí hiệu M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$. Tìm M .

A. $M = 2\sqrt{2}$.

B. $M = \sqrt{2}$.

C. $M = -\sqrt{2}$.

D. $M = 1$.

Câu 54: Kí hiệu m là giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x$. Tìm m .

A. $m = -2$.

B. $m = -\sqrt{3}$.

C. $m = -\sqrt{2}$.

D. $m = 1$.

Câu 55: Tìm số nghiệm của phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \tan 2x$ có số nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 56: Kí hiệu m là giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. Tìm m .

A. $m = -\sqrt{2}$.

B. $m = -2$.

C. $m = 3\sqrt{2}$.

D. $m = -4$.

Câu 57: Xét trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm số nào dưới đây đồng biến?

A. $y = \tan x + 2$.

B. $y = 2 - \sin^2 x$.

C. $y = 3 - 2 \sin x$.

D. $y = \sin x + 3$.

Câu 58: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $P = \frac{\sqrt{15}}{10}$.

B. $P = \frac{\sqrt{3}-2}{2\sqrt{5}}$.

C. $P = \frac{2-\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$.

D. $P = -\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 59: Gọi m và M là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3}{5 - \sin^2 x}$. Tính $P = m.M$

A. $P = 20$.

B. $P = \frac{9}{20}$.

C. $P = \frac{3}{4}$.

D. $P = 4$.

Câu 60: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sin 3x}{\cot x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 61: Hàm số nào sau đây là hàm số không chẵn, không lẻ ?

A. $y = 2 \cos x - 2x^2.$

B. $y = 2 \cos x + 1.$

C. $y = \sin x + 2.$

D. $y = 2 \sin x + x.$

Câu 62: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right).$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 63: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3+4 \cot 2x}{\cos 2x - 1}.$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}.$

Câu 64: Giải phương trình $8 \cos^3 x - 1 = 0.$

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 65: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}.$

A. $P = -\frac{4}{3}.$

B. $P = \frac{12}{25}.$

C. $P = -\frac{12}{25}.$

D. $P = -\frac{25}{12}.$

Câu 66: Tìm số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ thuộc đoạn $[\pi; 2\pi].$

A. 1

B. 0

C. 2

D. 3

Câu 67: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin x + \cos x = -\sqrt{2}.$

A. $S = \left\{ -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 68: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2}.$

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{5\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 69: Giải phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x = \cos x.$

A. $x = k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{k\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 70: Giải phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 2x.$

A. $x = \frac{\pi}{3} - k2\pi$ hoặc $x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{3} - k2\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{6} - k2\pi$ hoặc $x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 71: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sin \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}.$

A. $D = \mathbb{R}.$

B. $D = [-1; 1].$

C. $D = [-1; 1).$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

Câu 72: Giải phương trình $2 \sin^2 x + 7 \sin x - 4 = 0.$

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 73: Giải phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}.$

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 74: Giải phương trình $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \cot^2 x} = \sqrt{2} \sin x \sin 2x.$

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi, x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 75: Giải phương trình $4 \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{3x}{2} + 2(8 \sin x - 1) \cos x = 5.$

A. $x = \frac{\pi}{12} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{5\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}$ hoặc $x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 76: Giải phương trình $\cot x = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 77: Hàm số nào dưới đây có tập xác định là $\mathbb{R}.$

A. $y = \cot x + 2x.$

B. $y = \tan x + \cot x.$

C. $y = \sin x + \frac{1}{x}.$

D. $y = \sqrt{\frac{2 \cos x - 5}{3 \sin x - 4}}.$

Câu 78: Cho hai hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $g(x) = \cos 3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

C. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số chẵn.

D. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 79: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{3\sin x - 7}{2\cos x - 5}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 80: Giải phương trình $8\cos 2x \sin 2x \cos 4x = \sqrt{2}$.

A. $x = \frac{\pi}{32} + \frac{k\pi}{4}$ hoặc $x = \frac{3\pi}{32} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{32} + \frac{k\pi}{2}$ hoặc $x = \frac{3\pi}{32} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{32} + \frac{k\pi}{4}$ hoặc $x = \frac{3\pi}{32} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{32} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{3\pi}{32} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 81: Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình $2\tan^2 x + 5\tan x + 3 = 0$.

A. $x = -\frac{\pi}{4}$.

B. $x = -\frac{3\pi}{4}$.

C. $x = -\frac{\pi}{3}$.

D. $x = -\frac{5\pi}{6}$.

Câu 82: Giải phương trình $2\cos 2x + \sin x = \sin 3x$.

A. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ hoặc $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{4}$ hoặc $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ hoặc $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 83: Gọi X là tập nghiệm của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 15^\circ\right) = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $200^\circ \in X$.

B. $240^\circ \in X$.

C. $290^\circ \in X$.

D. $220^\circ \in X$.

Câu 84: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x + \cot x}{1 - \sin 2x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left[\left\{ \frac{k\pi}{2} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}; k \in \mathbb{Z} \right]$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 85: Giải phương trình $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 86: Tìm số nghiệm của phương trình $\sin x = \cos x$ có số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$.

A. 6.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Câu 87: Cho hai hàm số $f(x) = \tan 4x$ và $g(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số lẻ.

D. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số chẵn.

Câu 88: Giải phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = -2$.

A. $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 89: Kí hiệu m là giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \sin^4 x - \cos^4 x$. Tìm m .

A. $m = -1$.

B. $m = -2$.

C. $m = -3$.

D. $m = 4$.

Câu 90: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin x - \cos x = -\sqrt{2}$.

A. $S = \left\{ \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 91: Giải phương trình $\sqrt{2}(\sin x - 2\cos x) = 2 - \sin 2x$.

A. $x = \pm \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{5\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 92: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x + \cot x}{1 - \sin 2x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left[\left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi \right\}; k \in \mathbb{Z} \right]$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left[\left\{ \frac{k\pi}{2} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}; k \in \mathbb{Z} \right]$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 93: Giải phương trình $\sin x + 4\cos x = 2 + \sin 2x$.

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 94: Tìm tất cả giá trị của x để hàm số $y = \cos^4 x + 4\cos^2 x + 5$ có giá trị lớn nhất bằng 10.

A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 95: Giải phương trình $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin 2x = 0$.

A. $x = \frac{k2\pi}{3}$ hoặc $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{k\pi}{3}$ hoặc $x = \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{k\pi}{3}$ hoặc $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 96: Cho hàm số $f(x) = \tan x + \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn.

C. $f(x)$ xác định khi và chỉ khi $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $f(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 97: Tìm chu kỳ tuần hoàn T của hàm số $y = \cos \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{3}$.

A. $T = 8\pi$.

B. $T = 6\pi$.

C. $T = 4\pi$.

D. $T = 12\pi$.

Câu 98: Cho các hàm số $f(x) = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$, $g(x) = \frac{x^3 - \sin x}{\cos 2x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số chẵn. B. $f(x)$ là hàm số lẻ và $g(x)$ là hàm số chẵn.
C. $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số lẻ. D. $f(x)$ là hàm số chẵn và $g(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 99: Giải phương trình $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x$.

- A. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, x = \frac{4\pi}{15} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{4\pi}{5} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{4\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 100: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \sin 3x \cdot \cos 4x$.

- A. $T = 3\pi$. B. $T = \pi$. C. $T = 4\pi$. D. $T = 2\pi$.

Câu 101: Cho biết $\cot x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{2 + \cos x}{\sin^2 x - \sin x \cdot \cos x - \cos^2 x + 3}$.

- A. $M = -\frac{19}{8}$. B. $M = \frac{121}{16}$. C. $M = \frac{11}{16}$. D. $M = \frac{61}{79}$.

Câu 102: Tìm tất cả giá trị của x để hàm số $y = \cos^4 x + 4 \cos^2 x + 5$ có giá trị nhỏ nhất bằng 5.

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 103: Gọi A, B, C là ba góc nhọn của một tam giác thỏa $\tan A = \frac{1}{2}, \tan B = \frac{1}{5}, \tan C = \frac{1}{8}$. Tính tổng $S = A + B + C$.

- A. $S = 30^\circ$. B. $S = 60^\circ$. C. $S = 120^\circ$. D. $S = 45^\circ$.

Câu 104: Cho biết $\tan x = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin x + 2 \cos^3 x - 3 \sin^3 x}{4 \sin x + 5 \sin x \cos^2 x - 6 \sin^3 x}$.

- A. $P = \frac{61}{79}$. B. $P = \frac{79}{61}$. C. $P = \frac{14}{23}$. D. $P = -\frac{4}{5}$.

Câu 105: Cho hai hàm số $f(x) = \sin^3 x - \tan x$ và $g(x) = \frac{\cos x + \cot^2 x}{\sin x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn. B. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số chẵn.
C. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số lẻ. D. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số lẻ.

Câu 106: Với giá trị nào của hằng số A và của hằng số α thì hàm số $y = A \sin(x + \alpha)$ là 1 hàm số lẻ.

- A. $A > 0, \alpha = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $A \neq 0, \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $A \neq 0, \alpha = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $A \neq 0, \alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 107: Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 2$.

- A. $\min y = -5$ và $\max y = 1$. B. $\min y = -1$ và $\max y = 1$.
C. $\min y = -5$ và $\max y = 2$. D. $\min y = 1$ và $\max y = 5$.

Câu 108: Giải phương trình $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2 \cos x - 1$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = k2\pi, x = -\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = k\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, x = k\pi, x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = k2\pi, x = \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 109: Giải phương trình $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0.$

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 110: Tìm tất cả giá trị của x để hàm số $y = \sqrt{3 + \cos^2 x}$ có giá trị lớn nhất bằng 2.

A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 111: Giải phương trình $2 \sin x (1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2 \cos x.$

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 112: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Tính giá trị của $E = \frac{4 + \sin 2\alpha}{5 \cos 2\alpha}.$

A. $E = -\frac{4}{5}.$

B. $E = -\frac{8}{5}.$

C. $E = \frac{8}{5}.$

D. $E = \frac{4}{5}.$

Câu 113: Giải phương trình $\sin^4 \frac{x}{4} - \cos^4 \frac{x}{4} = \frac{1}{2}.$

A. $x = \pm \frac{4\pi}{3} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \pm \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{4\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \frac{4\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 114: Giải phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x = \sin x - \cos x.$

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 115: Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ $\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$. Tính $\sin 2\alpha$.

A. $\sin 2\alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{8}.$

B. $\sin 2\alpha = \frac{3\sqrt{7}}{8}.$

C. $\sin 2\alpha = -\frac{8\sqrt{3}}{7}.$

D. $\sin 2\alpha = -\frac{3}{8}.$

Câu 116: Giải phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$

A. $x = k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 117: Cho hàm số $y = \frac{2 + \tan 2x}{\sin 2x}$. Tìm điều kiện xác định của hàm số đã cho.

- A. $\sin 4x \neq 0$. B. $\sin 2x \neq 0$. C. $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$.

Câu 118: Giải phương trình $\frac{\sin x + \sqrt{3} \cos x}{\sin x - \cos \frac{\pi}{4}} = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 119: Tìm số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ có số nghiệm thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$.

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 120: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \cos\left(5x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $T = 10\pi$. B. $T = \frac{2\pi}{5}$. C. $T = 5\pi$. D. $T = \frac{\pi}{5}$.

Câu 121: Kí hiệu m là giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$. Tìm m .

- A. $m = -2$. B. $m = 0$. C. $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $m = -1$.

Câu 122: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{2 + \cos x}{1 + \sin x}}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 123: Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Phương trình $2 \tan x - 2 \cot x - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 124: Trên khoảng $(\pi; 8\pi)$. Phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 125: Tìm số nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$ thuộc đoạn $[0; \pi]$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 126: Gọi m và M là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin^2 x + 2 \sin x + 6$. Tính $S = m + M$.

- A. $S = 9$. B. $S = -3$. C. $S = 14$. D. $S = 5$.

Câu 127: Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số $y = \cos x$ và $y = \cot x$ là các hàm số chẵn.
B. Hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ có cùng chu kì là π .
C. Hàm số $y = \sin x$ và $y = \tan x$ là các hàm số lẻ.
D. Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ có cùng tập xác định.

Câu 128: Cho hàm số $y = \frac{\cos x}{x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số đã cho vừa chẵn, vừa lẻ. B. Hàm số đã cho là hàm số lẻ.
C. Hàm số đã cho là hàm số chẵn. D. Hàm số đã cho không chẵn, không lẻ.

Câu 129: Tìm hàm số lẻ trong các hàm số dưới đây.

- A. $f(x) = \frac{|\sin x|}{3 + \cot^2 x}$. B. $f(x) = \frac{\tan^4 x}{2 + \cos 2x}$.
C. $f(x) = \sin 3x \cdot \sin 4x$. D. $f(x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi - 2x)$.

Câu 130: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3 \sin x - 5}{\cos x}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 131: Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\sqrt{\cos x} + 1$.

- A. $\min y = 1$ và $\max y = 3$. B. $\min y = -3$ và $\max y = 3$.
C. $\min y = -1$ và $\max y = 3$. D. $\min y = -3$ và $\max y = 1$.

Câu 132: Trên những khoảng nào thì hàm $y = \sin x$ và $y = \cos x$ cùng đồng biến ?

- A. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. B. $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. C. $(\pi; 2\pi)$. D. $\left(0; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 133: Kí hiệu M là giá trị lớn nhất của hàm số: $y = \cos^2 x - \sin x$. Tìm M .

- A. $M = \frac{1}{4}$. B. $M = \frac{5}{4}$. C. $M = \frac{3}{4}$. D. $M = \frac{4}{5}$.

Câu 134: Giải phương trình $2 \tan\left(\frac{2x}{3} - 20^\circ\right) + \sqrt{3} = 0$.

- A. $x = 15^\circ + k270^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -45^\circ + k270^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = -35^\circ + k270^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -15^\circ + k270^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 135: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{1 - \sin x} + \sqrt{1 + \sin x}$.

- A. $D = [-1; 1]$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 136: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

- A. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.
B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
C. Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $(-\pi; 0)$.
D. Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 137: Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \sin(ax + b)$.

A. $T = \frac{2\pi}{|a|}$.

B. $T = \frac{2\pi}{a}$.

C. $T = 2\pi$.

D. $T = \frac{\pi}{|a|}$.

Câu 138: Cho hai hàm số $f(x) = x - \sin x$ và $g(x) = 1 + \cos x \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ.B. $f(x)$ là hàm số lẻ, $g(x)$ là hàm số chẵn.C. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số chẵn.D. $f(x)$ và $g(x)$ là hàm số lẻ.**Câu 139:** _

A. $x = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = 45^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = 45^\circ + k45^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = 180^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 140: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x}{1 - \cos 2x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 141: Tính giá trị của biểu thức $P = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12}$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $P = \frac{1}{4}$.

C. $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $P = -\frac{1}{4}$.

Câu 142: Cho góc α mà $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính $P = (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$.

A. $P = \frac{128}{225}$.

B. $P = -\frac{225}{128}$.

C. $P = \frac{10}{11}$.

D. $P = \frac{225}{128}$.

Câu 143: Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{\cos 70^\circ + \cos 10^\circ}{\cos 35^\circ \cos 5^\circ - \sin 35^\circ \sin 5^\circ}$.

A. $E = 2 \cos 40^\circ$.

B. $E = \sqrt{3}$.

C. $E = 1$.

D. $E = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 144: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sin 2x - \cos 3x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k2\pi}{5}; -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5}; -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{10} + k2\pi; -\frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 145: Biết phương trình $\sin 3x + \sin 5x = \sin 4x$ có nghiệm $x = \frac{k\pi}{4}; x = \alpha + k2\pi; x = \beta + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Tính $S = \alpha + \beta$.

A. $S = \frac{2\pi}{3}$.

B. $S = \pi$.

C. $S = 0$.

D. $S = -1$.

Câu 146: Giải phương trình $\sqrt{3} \tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + 1 = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ hoặc $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 147: Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$. Tính $P = M.m$.

A. $P = -1$.

B. $P = 2$.

C. $P = -2$.

D. $P = \frac{1}{2}$.

GV. Lư Sĩ Pháp – Trường THPT Tuy Phong

C. ĐÁP ÁN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10 1	10 2	10 3	10 4	10 5	10 6	10 7	10 8	10 9	11 0	11 1	11 2	11 3	11 4	11 5	11 6	11 7	11 8	11 9	12 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	12 1	12 2	12 3	12 4	12 5	12 6	12 7	12 8	12 9	13 0	13 1	13 2	13 3	13 4	13 5	13 6	13 7	13 8	13 9	14 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	141	142	143	144	145	146	147
A							
B							
C							
D							

CHUYÊN ĐỀ 2

TỔ HỢP – XÁC SUẤT – NHỊ THỨC NIU-TƠN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

HAI QUY TẮC ĐẾM CƠ BẢN

1. Quy tắc cộng

Giả sử công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B. Có n cách chọn phương án A và m cách chọn phương án B (các cách chọn phương án A không trùng với bất cứ cách chọn nào của phương án B). Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n + m$ cách.

2. Quy tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai công đoạn A và B. Công đoạn A có thể làm theo n cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo $n.m$ cách.

HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

I. HOÁN VỊ

1. Định nghĩa:

Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$). Khi sắp xếp n phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập A (gọi tắt là hoán vị của A)

2. Số hoán vị của n phần tử: Kí hiệu P_n . $P_n = n! = n.(n-1).(n-2) \dots 2.1$

II. CHỈNH HỢP

Định nghĩa: Cho tập hợp A có n phần tử và số nguyên k . Khi lấy ra k phần tử của A ($1 \leq k \leq n$) và sắp xếp k phần tử này theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là chỉnh hợp chập k của A)

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử: Kí hiệu A_n^k ($n, k \in \mathbb{N}^*$)

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)\dots(n-k+1)$$

Nếu $k = n$ thì $A_n^n = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n! = P_n$. Vậy một chỉnh hợp n chập n được gọi là một hoán vị của n phần tử, từ đó suy ra: $A_n^n = A_n^k . A_{n-k}^{n-k}; 1 \leq k \leq n$

III. TỔ HỢP

Định nghĩa: Cho tập A có n phần tử và số nguyên k với $1 \leq k \leq n$. Mỗi tập con của A có k phần tử được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một tổ hợp chập k của A)

Số tổ hợp chập k của n phần tử: Kí hiệu C_n^k ($1 \leq k \leq n, n \in \mathbb{N}^*$),

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad \text{Hay} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{A_n^k}{k!}$$

Tính chất:

$$a) C_n^0 = 1 = C_n^n; C_n^1 = n; n \in \mathbb{N}^*$$

$$b) C_n^k = C_n^{n-k}; 0 \leq k \leq n$$

$$c) C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}; 1 \leq k < n$$

$$d) \sum_{k=0}^n C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n; 0 \leq k \leq n$$

NHỊ THỨC NIU-TƠNCông thức nhị thức Niu-Ton

Với hai số thực a và b tùy ý và với mọi số n nguyên dương ta có

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n \quad (1)$$

$$= \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

(1) gọi là công thức khai triển nhị thức Niu-tơn.

Tính chất của nhị thức Niu-tơn

Số các số hạng tử của công thức là $n+1$

Số mũ của a giảm dần từ n đến 0, số mũ của b tăng từ 0 đến n đồng thời tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử đều bằng n

Số hạng tổng quát của công thức có dạng $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k; (k=0,1,\dots,n)$

Các hệ số của nhị thức cách đều hai số hạng đầu và cuối bằng nhau: $C_n^k = C_n^{n-k}; 0 \leq k \leq n$

Một số dạng đặc biệt

Dạng 1. Thay $a=1$ và $b=x$ vào (1), ta được:

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n \quad (2) \text{ và cho } x=1 \Rightarrow C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$$

Dạng 2. Thay $a=1, b=-x$ vào (1), ta được:

$$(1-x)^n = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - \dots + (-1)^k C_n^k x^k + \dots + (-1)^n C_n^n x^n \quad (3)$$

$$\text{và thay } x=1 \Rightarrow C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 0$$

XÁC SUẤTXác suất của biến cố.Định nghĩa cổ điển của xác suất

Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng xảy ra.

Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là tập các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất

$$\text{của } A \text{ là một số, kí hiệu là } P(A), \text{ được xác định bởi công thức } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$$

Phương pháp tính xác suất

Bước 1. Mô tả không gian mẫu. Kiểm tra tính hữu hạn của Ω , tính đồng khả năng của các kết quả

Bước 2. Đặt tên cho các biến cố bằng các chữ cái $A, B, \dots$

Bước 3. Xác định các tập con $A, B, \dots$ của không gian mẫu. Tính $n(A), n(B), \dots$

$$\text{Bước 4. Tính } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}, P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)}, \dots$$

2. Biến cố đối

Cho A là một biến cố. Khi đó biến cố không xảy ra A , kí hiệu $\bar{A}$ gọi là biến cố đối của A

Xác suất của biến cố đối $\bar{A}$ là $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc. Tuy nhiên hai biến cố xung khắc chưa chắc là hai biến cố đối nhau.

B. BÀI TẬP

Bài	Nội dung	Kết quả
1	Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.	Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$ Gọi biến cố A : “3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại” Kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = 60$ Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$
2	Từ một hộp chứa 16 thẻ đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều đánh số chẵn.	Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{16}^4 = 1820$ Gọi biến cố A : “Chọn được 4 thẻ đều đánh số chẵn” Kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_8^4 = 70$ Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{70}{1820} = \frac{1}{26}$
3	Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Tính xác suất để 2 viên bi được lấy ra cùng màu.	Số cách chọn 2 viên bi, mỗi viên từ một hộp là: $7 \cdot 6 = 42$ Số cách chọn 2 viên bi đỏ, mỗi viên từ một hộp là: $4 \cdot 2 = 8$ Số cách chọn 2 viên bi trắng, mỗi viên từ một hộp là: $3 \cdot 4 = 12$ Xác suất lấy ra được hai viên bi cùng màu là: $P = \frac{8+12}{42} = \frac{10}{21}$
4	Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Xác định số phần tử của S . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn là số chẵn.	Số phần tử của S là $n(S) = A_7^3 = 210$. Gọi A là biến cố: “Chọn được từ S số được chọn là số chẵn” Ta có $n(A) = 3 \cdot 6 \cdot 5 = 90$ (cách) Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{90}{210} = \frac{3}{7}$
5	Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. a) Tính xác suất để chọn được hai viên bi cùng màu b) Tính xác suất để chọn hai viên bi khác màu.	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^2 = 66$ a) Gọi A là biến cố: “Chọn được hai viên bi cùng màu” Ta có kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_5^2 + C_4^2 + C_3^2 = 19$. Vậy $P(A) = \frac{19}{66}$ b) Biến cố: “Chọn được hai viên bi khác màu” chính là biến cố $\bar{A}$. Vậy $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{19}{66} = \frac{47}{66}$
6	Một túi đựng 4 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả đó có cả quả màu đỏ và màu xanh.	Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^4 = 210$ Số cách chọn 4 quả cầu toàn đỏ là 1. Số cách chọn 4 quả cầu toàn xanh là $C_6^4 = 15$. Gọi A là biến cố: “Chọn 4 quả cầu có cả quả màu đỏ và xanh” Suy ra: $n(A) = 210 - 15 - 1 = 194$. Vậy $P(A) = \frac{194}{210}$
7	Một hộp đựng chín thẻ đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ với nhau. Tính xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn.	Gọi A là biến cố: “Rút được một thẻ chẵn và một thẻ lẻ”, B là biến cố: “Cả hai thẻ được rút ra là thẻ chẵn”. Khi đó biến cố C : “Tích hai số ghi trên thẻ là một số chẵn” là: $C = A \cup B$. Do hai biến cố A và B xung khắc, nên

		$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Vì có 4 thẻ chẵn và 5 thẻ lẻ nên ta có: $P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1}{C_9^2} = \frac{20}{36}$; $P(B) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{6}{36}$. Vậy $P(C) = P(A \cup B) = \frac{20}{36} + \frac{6}{36} = \frac{13}{18}$
8	Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Tìm xác suất để một viên đạn trúng mục tiêu và một viên đạn trượt mục tiêu ?	Gọi A là biến cố: “Viên đạn đầu trúng mục tiêu”, B là biến cố: “Viên đạn thứ hai trúng mục tiêu”, C là biến cố: “Một viên đạn trúng mục tiêu và một viên đạn trượt mục tiêu”. Khi đó ta có: $C = A\bar{B} \cup \bar{A}B$ và hai viên đạn bắn độc lập nhau. Vậy: $P(C) = P(A\bar{B} \cup \bar{A}B) = P(A).P(\bar{B}) + P(B).P(\bar{A}) = 0,6.0,4 + 0,4.0,6 = 0,48$
9	Ba người đi săn A, B, C độc lập với nhau cùng nổ súng vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A, B, C tương ứng là: 0,7; 0,6; 0,5. a) Tính xác suất để xạ thủ A bắn trúng còn hai xạ thủ kia bắn trượt. b) Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng	a) Gọi H là biến cố: “Xạ thủ A bắn trúng còn hai xạ thủ kia bắn trượt”. Ta có $P(H) = P(A)P(\bar{B})P(\bar{C}) = (0,7)(0,4)(0,5) = 0,14$ b) Gọi $\bar{K}$ là biến cố: “Không có xạ thủ nào bắn trúng”. Ta có: $P(\bar{K}) = P(\bar{A})P(\bar{B})P(\bar{C}) = (0,3)(0,4)(0,5) = 0,06$ Vậy xác suất cần tìm là: $P(K) = 1 - P(\bar{K}) = 0,94$
10	Gieo một con súc sắc cân đối ba lần. Tính xác suất để có đúng hai lần xuất hiện mặt 6 chấm.	Gọi A là biến cố “lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 6 chấm”, B là biến cố “lần gieo thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm”, C là biến cố “lần gieo thứ ba xuất hiện mặt 6 chấm”. H là biến cố “có đúng hai lần xuất hiện mặt 6 chấm”. Khi đó: $P(H) = P(A)P(B)P(\bar{C}) + P(A)P(\bar{B})P(C) + P(\bar{A})P(B)P(C)$ Ta có: $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{6}$; $P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = P(\bar{C}) = \frac{5}{6}$. Vậy $P(H) = \frac{15}{216}$
11	Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn.	Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{25}^3 = 2300$ Gọi A là biến cố “ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn”. Ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_{20}^3 C_5^1 + C_{20}^2 = 2090$ Vậy: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{209}{230}$
12	Hai thí sinh A và B tham gia một buổi thi vấn đáp. Cán bộ hỏi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi thi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì trong số đó để xác định câu hỏi thi của	Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = (C_{10}^3)^2 = 14400$ Gọi A là biến cố “3 câu hỏi A và 3 câu hỏi B chọn là giống nhau”. Ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_{10}^3 \cdot 1 = 120$ (vì với mỗi cách chọn 3 câu hỏi của A , B chỉ có duy nhất cách chọn 3 câu hỏi giống như A)

	minh. Biết rằng bộ 10 câu hỏi thi dành cho các thí sinh là như nhau, tính xác suất để 3 câu hỏi A và 3 câu hỏi B chọn là giống nhau.	Vậy: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120}{14400} = \frac{1}{120}$
13	Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2015 có 4 môn thi trắc nghiệm và 4 môn thi tự luận. Một giáo viên được bốc thăm ngẫu nhiên để phụ trách coi thi 5 môn. Tính xác suất để giáo viên đó phụ trách coi thi ít nhất 2 môn trắc nghiệm.	Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_8^5 = 56$ Gọi A là biến cố “Giáo viên đó phụ trách coi thi ít nhất 2 môn trắc nghiệm” Ta có số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_4^2 \cdot C_4^3 + C_4^3 \cdot C_4^2 + C_4^4 \cdot C_4^1 = 52$ Vậy: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$
14	Cho một đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.	Số đường chéo của đa giác đều n đỉnh là $C_n^2 - n = \frac{n(n-3)}{2}$. Theo giả thiết, ta có: $\frac{n(n-3)}{2} = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} n=9 \\ n=-6 \end{cases}$. Vậy $n=9$
15	Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của chúng là các đỉnh của thập giác?	Mỗi tam giác được tạo bởi một tập hợp 3 đỉnh của thập giác và ngược lại. Như vậy, số tam giác bằng số các tổ hợp chập 3 của 10 đỉnh, tức là bằng: $C_{10}^3 = 120$
16	Một tổ có 7 nam sinh và 4 nữ sinh. Giáo viên cần chọn 3 học sinh xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất 1 nam sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?	Số cách chọn 3 học sinh xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất 1 nam sinh là: $C_4^2 \cdot C_7^1 + C_4^1 \cdot C_7^2 + C_7^3 = 161$ (cách)
17	Trên một mặt phẳng, 9 đường thẳng song song cắt 10 đường thẳng song song khác thì tạo nên bao nhiêu hình bình hành trên mặt phẳng đó?	Gọi A và B lần lượt là tập hợp 9 đường thẳng song song với nhau và 10 đường thẳng song song cắt 9 đường thẳng đã cho. Mỗi hình bình hành được tạo bởi hai đường thẳng của tập A và hai đường thẳng của tập B . Vậy số hình bình hành cần tìm là: $C_9^2 \cdot C_{10}^2 = 36 \cdot 45 = 1620$ (hình)
18	Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của chúng thuộc tập hợp gồm 10 điểm nằm trên đường tròn?	Cứ ba điểm dựng được một tam giác. Vậy có thể dựng được $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$ tam giác
19	Trong mặt phẳng có 6 đường thẳng song song với nhau và 8 đường thẳng khác cũng song song với nhau đồng thời cắt 6 đường thẳng đã cho. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo nên bởi 14 đường thẳng đã cho?	Gọi A và B lần lượt là tập hợp 6 đường thẳng song song với nhau và 8 đường thẳng song song cắt 6 đường thẳng đã cho. Mỗi hình bình hành được tạo bởi hai đường thẳng của tập A và hai đường thẳng của tập B . Vậy số hình bình hành cần tìm là: $C_6^2 \cdot C_8^2 = 15 \cdot 28 = 420$ (hình)
20	Cho một đa giác lồi có 15 cạnh. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{O}$ với điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác?	Đa giác lồi có 15 cạnh nên có 15 đỉnh, hai đỉnh thì luôn phân biệt nhau và cứ 3 đỉnh thì không thẳng hàng. Do đó ta lấy 2 điểm tùy ý trong 15 điểm thì số vector lập được là một chỉnh hợp chập 2 của 15 phần tử. Vậy số vector là: $A_{15}^2 = \frac{15!}{(15-2)!} = 15 \cdot 14 = 210$ (vector)
21	Trong một vòng loại Olympic, trên tám đường bơi, 8 vận động viên không cùng một lúc về đích. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp hạng xảy ra?	Tất cả 8 vận động viên đều về đích nhưng không cùng một lúc (không ai đến đích cùng với một người khác) trên 8 đường bơi, thì cách sắp xếp hạng 8 vận động viên là một hoán vị của 8 phần tử khi sắp xếp vào 8 vị trí (thứ hạng) phân biệt, không lặp. Nên ta có: $P_8 = 8! = 40320$ kết quả.
22	Tính tổng S của tất cả các số gồm 4 chữ số khác nhau và số đã lập được từ	Phép hoán vị trên nền B cho ta thành lập các số gồm bốn số khác nhau là: $P_4 = 4! = 24$ số

	nên $B = \{1; 2; 3; 4\}$ bằng phép hoán vị ?	Để ý rằng, tất cả các số đều viết dưới dạng cặp đôi như sau: $\left\{ \begin{matrix} 1234 \\ 4321 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 1243 \\ 4312 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 1423 \\ 4132 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 1432 \\ 4123 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 4123 \\ 1432 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 2341 \\ 3214 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 3241 \\ 2134 \end{matrix} \right\},$ $\left\{ \begin{matrix} 3421 \\ 2134 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 3124 \\ 2431 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 2413 \\ 3142 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 4213 \\ 1342 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 4231 \\ 1324 \end{matrix} \right\}$ có tổng tất cả 24 số, sắp xếp như trên từng cặp trong 12 cặp có tổng là 5555. Vậy tổng $S = 12.5555 = 66660$.
23	Chứng minh rằng trên tập $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ có thể lập thành được các số gồm bảy chữ số khác nhau mà tổng của chúng thì chia hết cho 720	Phép hoán vị $P_7 = 7! = 5040$, cho ta số các số gồm 7 chữ số khác nhau thành lập được từ B. Để ý rằng trong 5040 số tìm được, ta luôn viết được: $\frac{5040}{2} = 2520$ cặp số có tổng là 8 888 888 Như $\left\{ \begin{matrix} 1234567 \\ 7654321 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 2134567 \\ 6754321 \end{matrix} \right\}, \left\{ \begin{matrix} 3124567 \\ 5764321 \end{matrix} \right\}, \dots$ Nên tổng S của chúng là: $S = 2520.8888888$ Mà $720 = 90.8$ và $\begin{cases} 2520 : 90 = 28 \\ 8888888 : 8 = 1111111 \end{cases}$. Vậy S chia hết cho 720 (thỏa ycbt)
24	Có bao nhiêu số gồm 7 chữ số khác nhau đôi một được lập bằng cách dùng bảy chữ số 1;2;3;4;5;7;9 sao cho 2 chữ số chẵn không nằm liền nhau ?	Các số có 7 chữ số lấy từ tập $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}$ là một hoán vị của 7 phần tử. Vậy số cần tìm là: $P_7 = 7!$ (số). Các số có 7 chữ số mà 2 chữ số chẵn 2; 4 đứng kề nhau là: $2!.6!$ (số). Vậy số thỏa ycbt: $7! - 2!.6! = 3600$(số)
25	Một câu lạc bộ Toán học lúc thành lập có 14 thành viên, cần bầu chọn ra một thành viên làm giám đốc CLB, một thành viên làm phó giám đốc CLB và một thành viên làm kế toán trưởng CLB. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để bầu mà không có ai kiêm nhiệm ?	Khi bầu chọn 3 thành viên trong 14 thành viên ra làm giám đốc, phó giám đốc và kế toán trưởng ($k < n$) thì thứ tự cần đảm bảo. Nên cách số cách chọn để bầu người không kiêm nhiệm là: $A_{14}^3 = \frac{14!}{(14-3)!} = 2184$ (cách)
26	Có 5 nhà Toán học nam, 3 nhà Toán học nữ và 4 nhà Vật lý nam. Lập một đoàn công tác 3 người cần có cả nam và nữ. Cần có cả nhà Toán học và nhà Vật lý. Hỏi có bao nhiêu cách lập ?	Để ý giả thiết yêu cầu có cả nam và nữ, có cả nhà Toán học và nhà Vật lý. Nên trong đoàn công tác cần phải có 1 nhà Vật lý luôn là Nam và 1 nhà Toán học nữ. Lúc đó người thứ ba có thể là: nhà Toán học nam hoặc nhà Vật lý nam hoặc nhà toán học nữ. Vậy có: $C_5^1.C_3^1.C_4^1 + C_3^2.C_4^1 + C_3^1.C_4^2 = 90$ cách chọn thỏa ycbt.
27	Có bao nhiêu đường chéo của thập giác ?	Từ 10 đỉnh của thập giác có thể kẻ được $C_{10}^2 = 45$ đoạn thẳng trong đó có 10 cạnh của thập giác. Vậy ta có: $45 - 10 = 35$ (đường chéo)
28	Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn bốn học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy ?	Số cách chọn 4 học sinh từ 12 học sinh đã cho là $C_{12}^4 = 495$ Số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một em được tính như sau: - Lớp A có 2 học sinh, các lớp B, C có 1 học sinh. Số cách chọn: $C_5^2.C_4^1.C_3^1 = 120$ - Lớp B có 2 học sinh, các lớp C, A có 1 học sinh. Số

		cách chọn: $C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot C_3^1 = 90$ - Lớp C có 2 học sinh, các lớp B, A có 1 học sinh. Số cách chọn: $C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^2 = 60$ Số cách chọn học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một học sinh là: $120 + 90 + 60 = 270$ Vậy số cách chọn cần tìm là: $495 - 270 = 225$.
29	Cho n số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-ton $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^n, x \neq 0$	Ta có: $5C_n^{n-1} = C_n^3 \Leftrightarrow 5n = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \Leftrightarrow n = 7$ (vì n nguyên dương) Khi đó: $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^n = \left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^7$ $= \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(\frac{x^2}{2}\right)^{7-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^7 \frac{(-1)^k C_7^k}{2^{7-k}} x^{14-3k}$ Số hạng chứa x^5 tương ứng với $14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$ Vậy số hạng cần tìm là $\frac{(-1)^3 C_7^3}{2^4} x^5 = -\frac{35}{16} x^5$
30	Tìm n là số nguyên dương thỏa mãn bất phương trình: $A_n^3 + 2C_n^{n-2} \leq 9n$	Bất phương trình $A_n^3 + 2C_n^{n-2} \leq 9n$, có điều kiện $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$ (*) $A_n^3 + 2C_n^{n-2} \leq 9n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + \frac{2n!}{(n-2)!2!} \leq 9n$ $\Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + n(n-1) \leq 9n$ $\Leftrightarrow n^2 - 2n - 8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq n \leq 4$ Từ (*), suy ra $n = 3, n = 4$
31	Tìm số tự nhiên n thỏa mãn: $C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100$	Điều kiện $n \geq 3$ và $n \in \mathbb{N}$. Ta có $C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100$ $\Leftrightarrow (C_n^2)^2 + 2C_n^2 C_n^3 + (C_n^3)^2 = 100 \Leftrightarrow (C_n^2 + C_n^3)^2 = 100$ $\Leftrightarrow C_n^2 + C_n^3 = 10 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 10$ $\Leftrightarrow (n-1)n(n+1) = 3 \cdot 4 \cdot 5 \Rightarrow n = 4$ Vậy $n = 4$
32	Tìm số nguyên dương n: $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$	Từ khai triển: $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n$. Ta chọn $x = 2$ ta được $(1+2)^n = 3^n = C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n$ Do đó $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243 \Leftrightarrow 3^n = 3^5 \Leftrightarrow n = 5$ Vậy $n = 5$
33	Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số gồm 6 chữ số khác nhau và tổng các chữ số hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn bằng 8.	Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}; a_i \neq a_j; i \neq j; i, j = \overline{1, 6}$ $a_i \in B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ Theo đề bài, ta có $a_3 + a_4 + a_5 = 8$, suy ra $a_3, a_4, a_5 \in \{1, 2, 5\}$ hay $a_3, a_4, a_5 \in \{1, 3, 4\}$ Trường hợp: $a_3, a_4, a_5 \in \{1, 2, 5\}$ Số cách chọn a_3, a_4, a_5 có $3! = 6$ cách chọn Số cách chọn a_1, a_2, a_6 có A_6^3 cách chọn

		Vậy có $6.A_6^3 = 720$ (số) Trường hợp: $a_3, a_4, a_5 \in \{1, 3, 4\}$, thực hiện giải tương tự, ta có 720 (số) Vậy có $720 + 720 = 1440$ số cần tìm.
34	Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số và thỏa mãn điều kiện: Sáu chữ số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu nhỏ hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị ?	Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}; a_i \neq a_j; i \neq j; i, j = \overline{1, 6}; a_i \in B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Điều kiện: $a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_5 + a_6 - 1$. Vì $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ Vậy suy ra $a_1 + a_2 + a_3 = 10$ hiển nhiên $a_4 + a_5 + a_6 = 11$ Ta có các trường hợp sau xảy ra: $\{1, 3, 6\}$ và $\{2, 4, 5\}$. Ta có: $3!.3! = 36$ số $\{1, 4, 5\}$ và $\{2, 3, 6\}$. Ta có: $3!.3! = 36$ số $\{2, 3, 5\}$ và $\{1, 4, 6\}$. Ta có: $3!.3! = 36$ số Theo quy tắc cộng ta có: $36 + 36 + 36 = 108$ số cần tìm.
35	Trong không gian cho tập hợp gồm 9 điểm trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tứ diện với các đỉnh thuộc tập hợp đã cho ?	Cứ 4 điểm không đồng phẳng cho ta được một tứ diện. Vậy số tứ diện cần tìm $C_9^4 = 126$ (tứ diện)
36	a) Giải bất phương trình $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30$ b) Giải phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$	Điều kiện $x \in \mathbb{N}, x \geq 2$ Ta có $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30 \Leftrightarrow (x+1)x + 3x(x-1) < 30$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 2x - 30 < 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < x < 3$ So với điều kiện, suy ra $x = 2$ Điều kiện $x \in \mathbb{N}, x \geq 10$. Ta có $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-10)!} + \frac{x!}{(x-9)!} = 9 \cdot \frac{x!}{(x-8)!}$ $\Leftrightarrow (x-9)(x-8) + x - 8 = 9$ $\Leftrightarrow x^2 - 16x + 55 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = 5 \end{cases}$ So với điều kiện, suy ra $x = 11$
37	Đội tuyển học sinh giỏi của trường gồm 18 em, trong đó có 7 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách cử 8 học sinh trong đội đi dự trại hè sao cho mỗi khối có ít nhất một em học sinh được chọn ?	Số cách chọn 8 học sinh từ 18 em của đội tuyển là $C_{18}^8 = 43758$ cách Trong 43758 cách chọn bất kì trên bao gồm: Số cách chọn 8 học sinh từ khối 12 và 11 là C_{13}^8 Số cách chọn 8 học sinh từ khối 12 và 10 là C_{12}^8 Số cách chọn 8 học sinh từ khối 10 và 11 là C_{11}^8 Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu bài toán là: $C_{18}^8 - (C_{13}^8 + C_{12}^8 + C_{11}^8) = 41811 \text{ (cách chọn)}$
38	Cho tập A là một tập hợp có 20 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con của tập A ?	Số tập con của A không có phần tử nào là C_{20}^0 Số tập con của A có một phần tử là C_{20}^1 Số tập con của A có 2 phần tử là C_{20}^2 Số tập con của A có 20 phần tử là C_{20}^{20}

		Suy ra, tổng số tập con của A là: $C_{20}^0 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + \dots + C_{20}^{20} = 2^{20}$
39	Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ Tìm số hạng thứ 5 trong khai triển đó, biết rằng $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = 729$	Ta có: $(1+2x)^n = C_n^0 + 2C_n^1x + 2^2C_n^2x^2 + \dots + 2^nC_n^nx^n$ Theo giả thiết, ta có: $C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n = 729$ $\Leftrightarrow (1+2)^n = 729 \Leftrightarrow n = 6$ Số hạng thứ 5 là: $T_5 = C_6^5 2^4 x^4$
40	Trong khai triển của $(1+ax)^n$ ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $24x$, số hạng thứ ba là $252x^2$. Hãy tìm a và n .	Ta có: $(1+ax)^n = 1 + C_n^1ax + C_n^2a^2x^2 + \dots$ Theo đề bài cho: $\begin{cases} C_n^1a = 24 \\ C_n^2a^2 = 252 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} na = 24 \\ \frac{n(n-1)a^2}{2} = 252 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} na = 24 \\ (n-1)a = 21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ n = 8 \end{cases}$
41	Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2+x)^n$, biết: $3^n C_n^n - 3^{n-1} C_n^{n-1} + 3^{n-2} C_n^{n-2} - 3^{n-3} C_n^{n-3} + \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$	Ta có: $3^n C_n^n - 3^{n-1} C_n^{n-1} + 3^{n-2} C_n^{n-2} - 3^{n-3} C_n^{n-3} + \dots + (-1)^n C_n^n = (3-1)^n = 2^n$. Nên $2^n = 2048 \Rightarrow n = 11$. Hệ số của x^{10} trong khai triển nhị thức Niu-tơn $(2+x)^{11}$ là $C_{11}^{10} 2^1 = 22$
42	Cho đa giác đều có $2n$ cạnh $A_1A_2 \dots A_{2n}$ ($n \geq 2$, n nguyên) nội tiếp trong một đường tròn. Biết rằng số tam giác có 3 đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2n}$ nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có 4 đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2n}$. Tìm n .	Số tam giác thỏa mãn ycbt là C_{2n}^3 tam giác. Số đường chéo qua tâm đường tròn là n , cứ hai đường chéo qua tâm thì có 1 hình chữ nhật. Suy ra, có C_n^2 hình chữ nhật Từ đó ta có phương trình $C_{2n}^3 = 20 \cdot C_n^2$. Suy ra $n = 8$.
43	Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$.	Số hạng tổng quát trong khai triển là: $(0 \leq k \leq 18)$ $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k = C_{18}^k (x^3)^{18-k} \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_{18}^k \cdot x^{54-6k}$ Nếu T_{k+1} không chứa x (độc lập với x) thì ta có: $54 - 6k = 0$, nhận $k = 9$. Vậy số hạng cần tìm là: $T_{10} = C_{18}^9$
44	Biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+3x)^n$ là 90. Hãy tìm n ?	Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển nhị thức: $T_{k+1} = C_n^k (3x)^k$. Vậy số hạng chứa x^2 là $T_3 = C_n^2 9 \cdot x^2$ và theo đề bài ta có: $C_n^2 9 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10 \Leftrightarrow n = 5$
45	Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18}$, ($x > 0$)	Số hạng tổng quát trong khai triển Niu-tơn của $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{18}$ là $T_{k+1} = C_{18}^{15} (2x)^{18-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^k = C_{18}^k \cdot 2^{18-k} \cdot x^{18-\frac{6k}{5}}$. Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn: $18 - \frac{6k}{5} = 0 \Leftrightarrow k = 15$. Vậy số hạng cần tìm là $T_{16} = C_{18}^{15} \cdot 2^3 = 6528$
46	a) Tìm số hạng của khai triển nhị thức	a) Số hạng thứ $k+1$ của khai triển:

	Niu-ton sau: $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$ là một số nguyên b) Tính A_n^2 nếu biết số hạng thứ 6 của khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^n$ không phụ thuộc vào x.	$T_{k+1} = C_9^k (\sqrt{3})^{9-k} (\sqrt[3]{2})^k = C_9^k \cdot 3^{\frac{9-k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{3}}, k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 9$ Để T_{k+1} là số nguyên thì $\frac{9-k}{2} \in \mathbb{Z}$ và $\frac{k}{3} \in \mathbb{Z}$. Suy ra $\begin{cases} k=1,3,5,7,9 \\ k=0,3,6,9 \end{cases}$. Vậy: $k=3$ và $k=9$. Với $k=3$, số hạng cần tìm là $T_4 = C_9^3 \cdot 3^3 \cdot 2 = 4536$ Với $k=9$, số hạng cần tìm là $T_{10} = C_9^9 \cdot 3^0 \cdot 2^3 = 8$ b) Số hạng thứ 6 của khai triển là $T_6 = C_n^5 (\sqrt[3]{x})^{n-5} \left(\frac{1}{x}\right)^5 = C_n^5 \cdot x^{\frac{n-20}{3}}$ Vì T_6 không phụ thuộc vào x nên $\frac{n-20}{3} = 0 \Rightarrow n = 20$. Vậy: $A_n^2 = A_{20}^2 = 380$
47	Mỗi người sử dụng mạng máy tính đều có mật khẩu. Giả sử mỗi mật khẩu gồm 6 kí tự, mỗi kí tự hoặc là m cột chữ số (trong 10 chữ số từ 0 đến 9) hoặc là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái tiếng Anh) và mật khẩu phải có ít nhất là một chữ số. a) Có bao nhiêu dãy số gồm 6 kí tự, mỗi kí tự hoặc là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái) hoặc là một chữ số (trong 10 chữ số từ 0 đến 9) b) Có bao nhiêu dãy gồm 6 kí tự nói ở câu a) không phải là mật khẩu? c) Có thể lập được bao nhiêu mật khẩu?	a) Gọi dãy kí tự thỏa ycbt là: $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$. Vì mỗi kí tự có $26 + 10 = 36$ cách chọn nên chọn các kí tự $a_1, a_2, \dots, a_6$ đều có 36 cách chọn. Vậy theo quy tắc nhân, ta có thể lập được 36^6 dãy kí tự như vậy. b) Dãy có 6 kí tự không phải là một mật khẩu nếu tất cả 6 kí tự đều là chữ cái. Tương tự như trên, mỗi kí tự có 26 cách chọn nên ta có: 26^6 cách chọn thỏa ycbt. c) Từ câu a), b) Số mật khẩu cần tìm là: $36^6 - 26^6 = 1\,867\,866\,560$ mật khẩu được lập
48	Tìm hệ số của x^7 trong khai triển đa thức $(2-3x)^{2n}$, trong đó n nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} = 1024$	Ta có $(1+x)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 x + C_{2n+1}^2 x^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} x^{2n+1}$ Chọn $x=1$ ta được: $(1+1)^{2n+1} = 2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (1)$ Chọn $x=-1$ ta được: $(1-1)^{2n+1} = 0 = C_{2n+1}^0 - C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 - \dots - C_{2n+1}^{2n+1} \quad (2)$ Lấy (1) - (2) $\Rightarrow 2^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^3 + C_{2n+1}^5 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1})$ Suy ra: $2^{2n} = 2^{10} \Leftrightarrow 2n = 10$ Ta có: $(2-3x)^{10}$ có số hạng khai triển tổng quát: $T_{k+1} = C_{10}^k (-1)^k 2^{10-k} (3x)^k$ Hệ số của x^7 ứng với $k=7$. Vậy hệ số của x^7 là
49	Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập $\{1, 2, \dots, 11\}$ a) Tính xác suất để tổng ba số được chọn là 12 b) Tính xác suất để tổng ba số được chọn là số lẻ	Không gian mẫu $\Omega = C_{11}^3 = 165$ a) Gọi A là biến cố “tổng ba số được chọn là 12”. Khi đó, các bộ (a, b, c) mà $a+b+c=12$ và $a < b < c$ là $(1,2,9)$, $(1,3,8)$, $(1,4,7)$, $(1,5,6)$, $(2,3,7)$, $(2,4,6)$ và $(3,4,5)$. Vậy $P(A) = \frac{7}{165}$ b) Gọi B là biến cố “tổng ba số được chọn là số lẻ”.

		Tổng $a + b + c$ lẻ khi và chỉ khi: Hoặc cả ba số đều lẻ hoặc ba số có một số lẻ và hai số chẵn Ta có $C_6^3 = 20$ cách chọn số lẻ từ tập số lẻ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ và có $C_6^1 \cdot C_5^2 = 60$ cách chọn một số lẻ và hai số chẵn. Vậy $P(B) = \frac{20+60}{165} = \frac{16}{33}$
50	Một hộp đựng chín thẻ đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ với nhau. Tính xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn.	Gọi A là biến cố: “Rút được một thẻ chẵn và một thẻ lẻ”, B là biến cố: “Cả hai thẻ được rút ra là thẻ chẵn”. Khi đó biến cố C: “Tích hai số ghi trên thẻ là một số chẵn” là: $C = A \cup B$. Do hai biến cố A và B xung khắc, nên $P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Vì có 4 thẻ chẵn và 5 thẻ lẻ nên ta có: $P(A) = \frac{C_5^1 C_4^1}{C_9^2} = \frac{20}{36}; P(B) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{6}{36}.$ Vậy $P(C) = P(A \cup B) = \frac{20}{36} + \frac{6}{36} = \frac{13}{18}$
51	Khai triển biểu thức $(1 - 2x)^n$ ta được đa thức có dạng: $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ Tìm hệ số của x^5 , biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$	Số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển $(1 - 2x)^n$ là: $T_{k+1} = C_n^k (-2)^k x^k$. Từ đó ta có: $a_0 + a_1 + a_2 = 71$ $\Leftrightarrow C_n^0 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 71 \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \\ 1 - 2n + 4 \frac{n(n-1)}{2} = 71 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \\ n^2 + 2n - 35 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 7.$
52	Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$, biết rằng: $C_n^1 + C_n^3 = 13n$ (n là số tự nhiên lớn hơn 2, x là số thực khác 0)	Ta có: $C_n^1 + C_n^3 = 13n \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 13n$ $n^2 - 3n - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -7 \text{ (loại)} \end{cases}$ Số hạng tổng quát của khai triển nhị thức là: $T_{k+1} = C_{10}^k (x^2)^{10-k} (x^{-3})^k = C_{10}^k x^{20-5k}$ T_{k+1} không chứa x ứng với $20 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 4$ Vậy số hạng không chứa x là: $T_5 = C_{10}^4 = 210$
53	Tìm số tự nhiên n sao cho: $\frac{1}{C_4^n} - \frac{1}{C_5^n} = \frac{1}{C_6^n}$	Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \leq 4$ $\frac{1}{C_4^n} - \frac{1}{C_5^n} = \frac{1}{C_6^n} \Leftrightarrow \frac{n!(4-n)!}{4!} - \frac{n!(5-n)!}{5!} = \frac{n!(6-n)!}{6!}$ $\Leftrightarrow n^2 - 17n + 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \text{ (loại)} \\ n = 2 \end{cases}. \text{ Vậy: } n = 2$
54	Giải phương trình $C_x^x + 2C_x^{x-1} + C_x^{x-2} = C_{x+2}^{2x-3}$ (C_n^k là tổ hợp chập k của n phần tử)	Điều kiện: $\begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases}$ Ta có $C_x^x + C_x^{x-1} + C_x^{x-1} + C_x^{x-2} = C_{x+2}^{2x-3}$ $\Leftrightarrow C_{x+1}^x + C_{x+1}^{x-1} = C_{x+2}^{2x-3} \Leftrightarrow C_{x+2}^x = C_{x+2}^{2x-3}$ $\Leftrightarrow (5-x)! = 2! \Leftrightarrow x = 3$
55	Tìm k sao cho $C_7^k, C_7^{k+1}, C_7^{k+2}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng	Điều kiện: $0 \leq k \leq 5, k \in \mathbb{N}$ Ta có: $C_7^k, C_7^{k+1}, C_7^{k+2}$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng

		$\Leftrightarrow C_7^k + C_7^{k+2} = 2C_7^{k+1}$ Giải phương trình, tìm được: $k = 1, k = 4$
56	Giải bất phương trình: a) $\frac{A_{n+4}^4}{(n+2)!} < \frac{15}{(n-1)!}$ b) $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 - 20 < 0$	a) Điều kiện: $\begin{cases} n \geq 1 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$. Ta có: $\frac{A_{n+4}^4}{(n+2)!} < \frac{15}{(n-1)!}$ $\Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{n!(n+2)!} < \frac{15}{(n-1)!} \Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)}{n} < 15$ $\Leftrightarrow (n+3)(n+4) < 15n \Leftrightarrow n^2 - 8n + 12 < 0 \Leftrightarrow 2 < n < 6$ So với điều kiện, ta có: $n = 3, n = 4, n = 5$ b) Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, x \geq 2$. Bất phương trình $\Leftrightarrow 2 \frac{(x+1)!}{2!(x-1)!} + 3 \frac{x!}{(x-2)!} - 20 < 0$ $\Leftrightarrow x(x+1) + 3x(x-1) - 20 < 0$ $\Leftrightarrow 2x^2 - x - 10 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < \frac{5}{2}$ Kết hợp điều kiện, vậy: $x = 2$.
57	Giải phương trình: a) $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$ b) $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$	a) Điều kiện: $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \in \mathbb{N} \end{cases}$ $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$ $\Leftrightarrow x + 3x^2 - 3x + x^3 - 3x^2 + 2x = 9x^2 - 14x$ $\Leftrightarrow x(x^2 - 9x + 14) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 7 \end{cases}$ So với điều kiện, vậy phương trình có nghiệm: $x = 7$ b) Ta có: $(x+1)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k x^k$. Cho $x = 2$ ta được: $3^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k \Rightarrow 3^n = 243 \Leftrightarrow n = 5.$
58	Tìm số tự nhiên k thỏa mãn hệ thức: $C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1}$	Ta có: $C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1} \quad (0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{N})$ $\Leftrightarrow \frac{14!}{k!(14-k)!} + \frac{14!}{(k+2)!(12-k)!} = 2 \frac{14!}{(k+1)!(13-k)!}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{2}{(k+1)(13-k)}$ $\Leftrightarrow (k+1)(k+2) + (14-k)(13-k) = 2(k+2)(14-k)$ $\Leftrightarrow k^2 - 12k + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \\ k = 8 \end{cases}$ Vậy: $k = 4, k = 8$
59	Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng: $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \quad (n \text{ là số nguyên dương, } x > 0)$	Ta có: $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{(n+1)! \cdot 3!} - \frac{(n+3)!}{n! \cdot 3!} = 7(n+3)$ $\Leftrightarrow (n+3)(3n-36) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -3 (\text{loại}) \\ n = 12 \end{cases}$

		Khi đó: $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n = \left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \left(x^{-3}\right)^k \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{12-k}$ Số hạng chứa x^8 tương ứng với $-3k + \frac{5(12-k)}{2} = 8 \Leftrightarrow k = 4$ Vậy hệ số của x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12}$ là $C_4^{12} = 495$
60	Tìm số nguyên n lớn hơn 1 thỏa mãn đẳng thức: $2P_n + 6A_n^2 - P_n A_n^2 = 12$	Ta có: $2P_n + 6A_n^2 - P_n A_n^2 = 12 \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$ $\Leftrightarrow 2n! + \frac{6n!}{(n-2)!} - n! \frac{n!}{(n-2)!} = 12$ $\Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} (6 - n!) - 2(6 - n!) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - n! = 0 \\ \frac{n!}{(n-2)!} - 2 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} n! = 6 \\ n(n-1) - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n^2 - n - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 2 \end{cases}$ Vậy: $n = 2; n = 3$
61	Một chiếc tàu của tập đoàn dầu khí quốc gia Việt Nam khoan thăm dò dầu khí trên thềm lục địa tỉnh Bình Thuận có xác suất khoan trúng túi dầu là p. Tìm p biết rằng trong hai lần khoan độc lập, xác suất để chiếc tàu đó khoan trúng túi dầu ít nhất một lần là 0,36	Gọi A_i là xác suất lần thứ i khoan trúng túi dầu ($i = 1, 2$), $P(A_i) = p, P(\bar{A}_i) = 1 - p$. Gọi A là biến cố trong hai lần khoan độc lập, chiếc tàu khoan trúng túi dầu ít nhất một lần. Khi đó $\bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2$ và $P(A) = 0,36 = 1 - P(\bar{A}) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) = 1 - (1 - p)^2$ (vì $\bar{A}_1, \bar{A}_2$ là hai biến cố độc lập) Do đó $(1 - p)^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow p = \frac{1}{5}$ hoặc $p = \frac{9}{5}$ (loại vì $0 \leq p \leq 1$). Vậy $p = \frac{1}{5} = 0,2$

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và nằm trong khoảng (2000; 4000).

- A. 1006. B. 1012. C. 1008. D. 1016.

Câu 2: Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác có các đỉnh là 3 điểm trong 37 điểm đã chọn trên d_1 và d_2 .

- A. 340. B. 2720. C. 3230. D. 5950.

Câu 3: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn: $C_n^2 C_n^{n-2} + 2C_n^2 C_n^3 + C_n^3 C_n^{n-3} = 100$.

- A. $n = 9$. B. $n = 4$. C. $n = 2$. D. $n = 6$.

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số, biết rằng hai số đứng kề nhau phải khác nhau ?

- A. 90000. B. 81000. C. 27216. D. 59049.

Câu 5: Một lớp có 40 học sinh đăng kí chơi ít nhất một trong hai môn thể thao bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng kí môn bóng đá, 25 em đăng kí môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng kí cả hai môn thể thao ?

- A. 10. B. 20. C. 5. D. 15.

Câu 6: Kết quả (b, c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình: $x^2 + bx + c = 0$. Tìm xác suất P để phương trình vô nghiệm.

- A. $P = \frac{17}{18}$. B. $P = \frac{1}{18}$. C. $P = \frac{19}{36}$. D. $P = \frac{17}{36}$.

Câu 7: Tìm giá trị của biểu thức $H = C_{2009}^0 + C_{2009}^1 + C_{2009}^2 + \dots + C_{2009}^{2009}$.

- A. $H = 0$. B. $H = 2^{2009}$. C. $H = 2$. D. $H = 2009$.

Câu 8: Tìm số nguyên dương n : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n = 243$.

- A. $n = 9$ và $n = 7$. B. $n = 4$ và $n = 5$. C. $n = 7$. D. $n = 5$.

Câu 9: Một tổ học sinh có 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp sao cho không có học sinh cùng giới tính đứng kề nhau ?

- A. $10! - 5!$. B. $2! \cdot 5! \cdot 5!$. C. $10!$. D. $5! \cdot 5!$.

Câu 10: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số khác nhau và lớn hơn 6000 ?

- A. 1800. B. 1008. C. 24000. D. 3003.

Câu 11: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ trong khoảng (2000; 3000) có thể tạo nên từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 nếu các chữ số đó khác nhau.

- A. 36. B. 120. C. 60. D. 108.

Câu 12: Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau ?

- A. 360. B. 30. C. 120. D. 720.

Câu 13: Với bốn chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số có các chữ số phân biệt ?

- A. 32. B. 24. C. 16. D. 64.

Câu 14: Túi bên phải có 3 bi đỏ, 2 bi xanh; túi bên trái có 4 bi đỏ, 5 bi xanh. Lấy một bi từ mỗi túi một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất P sao cho hai bi lấy ra cùng màu.

- A. $P = \frac{23}{45}$. B. $P = \frac{22}{45}$. C. $P = \frac{12}{45}$. D. $P = \frac{13}{45}$.

Câu 15: Giải bất phương trình sau: $\frac{A_{n+4}^4}{P_{n+2}} < \frac{15}{P_{n-1}}$.

- A. $n = 3, n = 4, n = 5$. B. $n = 3, n = 2, n = 5$. C. $n = 4, n = 5, n = 6$. D. $n = 2, n = 3, n = 4$.

Câu 16: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số của nó đều chẵn ?

- A. 16. B. 10. C. 20. D. 25.

Câu 17: Một túi đựng 4 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Gọi P là xác suất trong 4 quả đó có cả quả màu đỏ và màu xanh. Tìm P .

- A. $P = \frac{9}{210}$ B. $P = \frac{194}{220}$ C. $P = \frac{97}{105}$ D. $P = \frac{1}{15}$

Câu 18: Có hai hòm đựng thẻ, mỗi hòm đựng 12 thẻ đánh số từ 1 đến 12. Từ mỗi hòm rút ngẫu nhiên một thẻ. Tìm xác suất P để trong hai thẻ rút ra có ít nhất một thẻ đánh số 12.

- A. $P = \frac{23}{144}$ B. $P = \frac{11}{12}$ C. $P = \frac{121}{144}$ D. $P = \frac{1}{144}$

Câu 19: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ trong khoảng (2000; 3000) có thể tạo nên từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 nếu các chữ số đó không nhất thiết khác nhau.

- A. 72. B. 48. C. 36. D. 108.

Câu 20: Trong một vòng loại Olympic, trên tám đường bơi, 8 vận động viên không cùng một lúc về đích. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp hạng xảy ra?

- A. 42030. B. 40230. C. 40320. D. 40312.

Câu 21: Tìm giá trị của biểu thức $F = 1 - 10C_{2n}^1 + 10^2 C_{2n}^2 - 10^3 C_{2n}^3 + \dots - 10^{2n-1} C_{2n}^{2n-1} + 10^{2n}$.

- A. $F = 81^n$. B. $F = 81^{2n}$. C. $F = 10^n$. D. $F = 10^{2n}$.

Câu 22: Khai triển biểu thức $(3+x)^{50} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{50} x^{50}$. Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{50}$.

- A. $S = 5^{50}$. B. $S = 2^{50}$. C. $S = 2^{100}$. D. $S = 3^{50}$.

Câu 23: Số 337211875 có bao nhiêu ước nguyên dương?

- A. 210. B. 120. C. 240. D. 140.

Câu 24: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Hỏi bao nhiêu là số chẵn?

- A. 100. B. 60. C. 90. D. 120.

Câu 25: Giải phương trình $x^2 - 2nx - 5 = 0$. Biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_5^n = 9$.

- A. $x = 2 \pm \sqrt{5}$. B. $x = \pm 4$. C. $x = 4 \pm \sqrt{21}$. D. $x = 4 \pm \sqrt{2}$.

Câu 26: Trong một đa giác đều bảy cạnh, kẻ các đường chéo. Hỏi có bao nhiêu giao điểm của các đường chéo, trừ các đỉnh?

- A. 28. B. 840. C. 27. D. 35.

Câu 27: Có 4 con đường từ A đến B, 2 con đường nối từ B đến C và 3 con đường nối từ C đến D. Có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?

- A. 12. B. 24. C. 42. D. 8.

Câu 28: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, có bao nhiêu cách chọn một số hoặc là số chẵn hoặc là số nguyên tố?

- A. 7. B. 9. C. 3. D. 5.

Câu 29: An có 12 cuốn sách tham khảo khác nhau, trong đó có 6 cuốn sách toán, 4 cuốn sách vật lý và 2 cuốn sách hóa học. An muốn xếp chúng vào 3 ngăn A, B, C trên giá sách sao cho mỗi ngăn chứa một loại sách. Hỏi An có bao nhiêu cách xếp?

- A. 220. B. 1320. C. 207360. D. 34560.

Câu 30: Một đoàn đại biểu gồm 4 học sinh được chọn từ một tổ gồm 5 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong đó có ít nhất một nam và ít nhất một nữ?

- A. 124. B. 3024. C. 120. D. 126.

Câu 31: Giả sử có khai triển $(1-x)^n + x(1+x)^{n-1} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$. Biết $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = 512$. Hãy tất cả giá trị thực của n .

- A. $n = 10$ và $n = 9$. B. $n = 100$. C. $n = 7$. D. $n = 10$.

Câu 32: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3).$$

- A. $C_{12}^4 \cdot x^8$. B. $C_{12}^8 \cdot x^8$. C. $C_{10}^8 \cdot x^8$. D. $C_8^2 \cdot x^8$.

Câu 33: Số 2025000 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

- A. 221. B. 210. C. 120. D. 240.

Câu 34: Hỏi có bao nhiêu số chẵn gồm 6 số khác nhau đôi một trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ ?

- A. 24000. B. 42000. C. 40000. D. 48000.

Câu 35: Một tổ gồm có 8 nam và 6 nữ. Cần chọn một nhóm 5 người trong đó có 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

- A. 120. B. 840. C. 2002. D. 240240.

Câu 36: Trên tập $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ có thể lập thành được bao số tự nhiên gồm bảy chữ số khác nhau.

- A. 5040. B. 5400. C. 4500. D. 4050.

Câu 37: Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số được lập từ các chữ số đã cho?

- A. 144. B. 168. C. 150. D. 196.

Câu 38: Tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{C_4^x} - \frac{1}{C_5^x} = \frac{1}{C_6^x}$ thuộc khoảng nào ?

- A. $(0; 4)$. B. $(3; 7)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 39: Với các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 5 chữ số khác nhau ?

- A. 1280. B. 1260. C. 4200. D. 2400.

Câu 40: Một tổ có 7 nam sinh và 4 nữ sinh. Giáo viên cần chọn 3 học sinh xếp bàn ghế của lớp, trong đó có ít nhất 1 nam sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

- A. 161. B. 165. C. 28. D. 990.

Câu 41: Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tìm xác suất P để ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

- A. $P = \frac{1}{115}$. B. $P = \frac{19}{46}$. C. $P = \frac{209}{230}$. D. $P = \frac{209}{230}$.

Câu 42: Giải bất phương trình $2C_{x+1}^2 + 3A_x^2 < 30$.

- A. $x = 2$. B. $-\frac{5}{2} < x < 3$. C. $0 < x \leq 3$. D. $x = 3$.

Câu 43: Trên tập $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ có thể lập thành được bao nhiêu số tự nhiên gồm bảy chữ số khác nhau.

- A. 5400. B. 5040. C. 4500. D. 4050.

Câu 44: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 10 bạn, trong đó có An và Bình, vào 10 ghế kê thành hàng ngang, sao cho Hai bạn An và Bình không ngồi cạnh nhau?

- A. $2! \cdot 5! \cdot 5!$. B. $8 \cdot 8!$. C. $72 \cdot 8!$. D. $10! - 8!$.

Câu 45: Hỏi có bao nhiêu cách chọn một tập hợp 5 chữ cái từ bảng chữ cái Tiếng Anh ?

- A. 120. B. 7893600. C. 65780. D. 56780.

Câu 46: Trong mặt phẳng có 6 đường thẳng song song với nhau và 8 đường thẳng khác cũng song song với nhau đồng thời cắt 6 đường thẳng đã cho. Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo nên bởi 14 đường thẳng đã cho ?

- A. 420. B. 320. C. 48. D. 96.

Câu 47: Cho một đa giác lồi có 15 cạnh. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{O}$ với điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của đa giác ?

- A. 105(vectơ). B. 210(vectơ). C. 225(vectơ). D. 30(vectơ).

Câu 48: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $\frac{1}{A_n^{n-1}} + \frac{1}{C_{n+1}^{n-1}} + \frac{1}{A_{n+1}^2} = 1$.

- A. $n = 3$. B. $n = 6$. C. $n = 9$. D. $n = 2$.

Câu 49: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$. Tìm số hạng T_k .

- A. $T_3 = 420$. B. $T_3 = 240$. C. $T_4 = 240$. D. $T_6 = 240$.

Câu 50: Giải phương trình $2P_n + 6A_n^2 - P_n A_n^2 = 12$.

- A. $n = 3; n = 4$. B. $n = 2; n = 4$. C. $n = 4; n = 6$. D. $n = 2; n = 3$.

Câu 51: Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 quả cầu đen, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Tính xác suất P sao cho bốn quả cầu lấy ra cùng màu.

- A. $P = \frac{8}{105}$. B. $P = \frac{1}{14}$. C. $P = \frac{1}{210}$. D. $P = \frac{7}{120}$.

Câu 52: Một câu lạc bộ Toán học lúc thành lập có 14 thành viên, cần bầu chọn ra một thành viên làm giám đốc CLB, một thành viên làm phó giám đốc CLB và một thành viên làm kế toán trưởng CLB. Hỏi có bao nhiêu cách chọn để bầu mà không có ai kiêm nhiệm ?

- A. 2184. B. 364. C. 42. D. 14!

Câu 53: Trên một mặt phẳng, 9 đường thẳng song song cắt 10 đường thẳng song song khác thì tạo nên bao nhiêu hình bình hành trên mặt phẳng đó ?

- A. 1630. B. 1620. C. 90. D. 180.

Câu 54: Có 5 nhà Toán học nam, 3 nhà Toán học nữ và 4 nhà Vật lý nam. Lập một đoàn công tác 3 người cần có cả nam và nữ. Cần có cả nhà Toán học và nhà Vật lý. Hỏi có bao nhiêu cách lập ?

- A. 90. B. 220. C. 1320. D. 32.

Câu 55: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}, x \neq 0$. Tìm số hạng T_k .

- A. $T_{10} = 48820$. B. $T_9 = 48620$. C. $T_{11} = 43758$. D. $T_{10} = 48620$.

Câu 56: Một tập hợp có 100 phần tử. Hỏi nó có bao nhiêu tập con có nhiều hơn 2 phần tử ?

- A. $2^{100} + 5051$. B. 2^{100} . C. 5051. D. $2^{100} - 5051$.

Câu 57: Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đen. Hộp thứ hai chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu đen. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên một quả. Tìm xác suất P để lấy ra hai quả khác màu.

- A. $P = \frac{13}{25}$. B. $P = \frac{12}{25}$. C. $P = \frac{24}{25}$. D. $P = \frac{3}{5}$.

Câu 58: Có bao nhiêu tập con của tập hợp gồm bốn điểm phân biệt ?

- A. 18. B. 16. C. 4. D. 12.

Câu 59: Một tổ có 8 em nam và 2 em nữ. Người ta cần chọn ra 5 em trong tổ tham dự cuộc thi học sinh thanh lịch của trường. Yêu cầu trong các em được chọn phải có ít nhất một em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

- A. 196. B. 192. C. 2. D. 252.

Câu 60: Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi xanh và 3 viên bi vàng; hộp thứ hai chứa 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Tính xác suất P để 2 viên bi được hai viên bi xanh.

- A. $P = \frac{26}{21}$. B. $P = \frac{4}{21}$. C. $P = \frac{8}{21}$. D. $P = \frac{11}{21}$.

Câu 61: Một hộp chứa 12 thẻ, trong đó có 2 thẻ ghi số 1; 4 thẻ ghi số 5 và 6 thẻ ghi số 10. Chọn ngẫu nhiên 6 thẻ. Tìm xác suất P để các số được chọn có tổng các số không nhỏ hơn 50.

- A. $P = \frac{37}{924}$. B. $P = \frac{127}{924}$. C. $P = \frac{99}{924}$. D. $P = \frac{132}{924}$.

Câu 62: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ. Tìm xác suất P để các thẻ ghi số 1, 2, 3 được rút.

- A. $P = \frac{1}{21}$. B. $P = \frac{5}{14}$. C. $P = \frac{7}{42}$. D. $P = \frac{5}{42}$.

Câu 63: Gieo ba con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tìm xác suất P để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc bằng 9.

- A. $P = \frac{5}{216}$. B. $P = \frac{5}{216}$. C. $P = \frac{9}{216}$. D. $P = \frac{25}{216}$.

Câu 64: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C sẽ ngồi trên một hàng ngang có 9 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ cho 9 người đó sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh?

- A. 43200. B. 55012. C. 94536. D. 35684.

Câu 65: Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự. Mỗi ông bắt tay một lần với mọi người trừ vợ mình. Các bà không ai bắt tay với nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay?

- A. 185. B. 216. C. 78. D. 234.

Câu 66: Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là 0,6. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Tìm xác suất P để một viên đạn trúng mục tiêu và một viên đạn trượt mục tiêu.

- A. $P = 0,56$. B. $P = 0,48$. C. $P = 0,84$. D. $P = 0,98$.

Câu 67: Giải phương trình $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$.

- A. $n = 4$. B. $n = 5$ và $n = -9$. C. $n = 9$. D. $n = 5$.

Câu 68: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Biết rằng $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = 729$. Tìm n .

- A. $n = 6$. B. $n = 7$. C. $n = 9$. D. $n = 5$.

Câu 69: Tính tổng S của tất cả các số gồm 4 chữ số khác nhau và số đã lập được từ nền $B = \{1; 2; 3; 4\}$ bằng phép hoán vị?

- A. $S = 66660$. B. $S = 88880$. C. $S = 7\,777\,777$. D. $S = 5\,555\,555$.

Câu 70: Trong khai triển của $(1-2x)^8$. Tìm hệ số của x^2 .

- A. 112. B. 212. C. 121. D. 122.

Câu 71: Gieo hai con súc sắc cân đối. Tìm xác suất P để hiệu số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

- A. $P = \frac{1}{12}$. B. $P = \frac{1}{9}$. C. $P = \frac{5}{36}$. D. $P = \frac{2}{9}$.

Câu 72: Trong một vòng loại Olympic, trên tám đường bơi, 8 vận động viên không cùng một lúc về đích. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp hạng xảy ra?

- A. 42300. B. 40320. C. 43020. D. 42000.

Câu 73: Từ một tổ gồm 7 học sinh nữ và 5 học sinh nam cần chọn ra 6 em trong đó số học sinh nữ phải nhỏ hơn 4. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

- A. 108. B. 642. C. 246. D. 462.

Câu 74: Chọn ngẫu nhiên 6 số dương trong tập $\{1; 2; 3; \dots; 10\}$ và sắp xếp theo thứ tự tăng dần (từ thấp lên cao). Tìm xác suất P để số 3 được chọn xếp ở vị trí thứ hai.

- A. $P = \frac{1}{6}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{3}$. D. $P = \frac{1}{60}$.

Câu 75: Ta xếp 5 quả cầu trắng khác nhau và 5 quả cầu đỏ khác nhau vào 10 vị trí theo một dãy, sao cho quả cầu cùng màu không đứng cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp như vậy ?

- A. 156. B. 14000. C. 28800. D. 240.

Câu 76: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$.

- A. $x = 11$. B. $x = 11$ và $x = 10$. D. $x = 5$.
C. $x = 11$ và $x = 5$.

Câu 77: Hai thí sinh A và B tham gia một buổi thi vấn đáp. Cán bộ hỏi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi thi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì trong số đó để xác định câu hỏi thi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi thi dành cho các thí sinh là như nhau, tìm xác suất P để 3 câu hỏi A và 3 câu hỏi B chọn là giống nhau.

- A. $P = 1$. B. $P = \frac{1}{6}$. C. $P = \frac{1}{120}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

Câu 78: Có ba chiếc hộp A, B, C, mỗi hộp chứa ba chiếc thẻ được đánh số từ 1, 2, 3. Từ mỗi hộp rút ngẫu nhiên một chiếc thẻ. Tìm xác suất P để tổng số ghi trên ba tấm thẻ bằng 6.

- A. $P = \frac{7}{27}$. B. $P = \frac{1}{27}$. C. $P = \frac{6}{27}$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 79: Một hộp đựng bốn viên bi xanh, ba viên bi đỏ và hai viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi.

Tìm xác suất P để chọn được hai viên bi cùng màu.

- A. $P = \frac{5}{16}$. B. $P = \frac{5}{18}$. C. $P = \frac{13}{18}$. D. $P = \frac{5}{9}$.

Câu 80: Tính hệ số của $x^{12}y^{13}$ trong khai triển $(x + y)^{25}$.

- A. C_{13}^{12} . B. $2.C_{25}^{13}$. C. C_{25}^{13} . D. C_{25}^{12} .

Câu 81: Giải phương trình $A_x^2.C_x^{x-1} = 48$.

- A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = 1$ và $x = 3$.

Câu 82: Một hộp đựng bốn viên bi xanh, ba viên bi đỏ và hai viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi.

Tìm xác suất P để chọn được hai viên bi khác màu.

- A. $P = \frac{13}{18}$. B. $P = \frac{5}{18}$. C. $P = \frac{9}{13}$. D. $P = \frac{2}{9}$.

Câu 83: Có 5 bạn nam và 5 bạn nữ xếp ngồi ngẫu nhiên quanh bàn tròn. Tìm xác suất P để cho nam, nữ ngồi xen kẽ nhau.

- A. $P = \frac{2990}{362990}$. B. $P = \frac{2880}{482880}$. C. $P = \frac{2880}{362880}$. D. $P = \frac{3880}{363880}$.

Câu 84: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ. Tìm xác suất P để không thẻ nào trong ba thẻ các ghi số 1, 2, 3 được rút.

- A. $P = \frac{7}{25}$. B. $P = \frac{5}{14}$. C. $P = \frac{5}{9}$. D. $P = \frac{1}{21}$.

Câu 85: Tìm giá trị của biểu thức $K = C_{2009}^0 - C_{2009}^1 + C_{2009}^2 - \dots + (-1)^{2009} C_{2009}^{2009}$.

- A. $K = 2009$. B. $K = 0$. C. $K = 2^{2009}$. D. $K = 2010$.

Câu 86: Hỏi từ các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 và 3 đứng cạnh nhau ?

- A. 192. B. 72. C. 24. D. 48.

Câu 87: Số 653672250 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

- A. 260. B. 360. C. 240. D. 144.

Câu 88: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10 ?

A. 2520. B. 5040. C. 3024. D. 80640.

Câu 89: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6, người ta lập tất cả các số gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong các số lập được. Tìm xác suất P để số được chọn chia hết cho 3.

A. $P = \frac{2}{3}$. B. $P = \frac{1}{15}$. C. $P = \frac{1}{360}$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 90: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

A. 120. B. 925. C. 952. D. 20.

Câu 91: Cho đa giác đều có $2n$ cạnh $A_1A_2 \dots A_{2n}$ ($n \geq 2$, n nguyên) nội tiếp trong một đường tròn. Biết rằng số tam giác có 3 đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2n}$ nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có 4 đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \dots, A_{2n}$. Tìm n .

A. $n = 12$. B. $n = 4$. C. $n = 8$. D. $n = 6$.

Câu 92: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $\frac{1}{A_n^2} + \frac{1}{C_n^1} = \frac{1}{n-1}$.

A. $n = 12$. B. $n = 9$. C. $n = 7$. D. $n = 4$.

Câu 93: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 1000. Tìm xác suất P để số đó chia hết cho 3.

A. $P = \frac{334}{1000}$. B. $P = \frac{333}{1000}$. C. $P = \frac{331}{1000}$. D. $P = \frac{335}{1000}$.

Câu 94: Trong kì thi cuối năm lớp 11, xác suất để Bình đạt điểm giỏi môn toán là 0,92; môn văn là 0,88. Tìm xác suất P để Bình đạt điểm giỏi ít nhất một môn.

A. 0,8096. B. 0,0096. C. 0,9904. D. 0,5.

Câu 95: Cho tập A gồm n phần tử ($n \geq 4$). Biết rằng số tập con gồm 4 phần tử của A bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của A . Tìm n .

A. $n = 8$. B. $n = 18$. C. $n = 9$. D. $n = 20$.

Câu 96: Cho n số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm tất cả các giá trị của n .

A. $n = 4$ và $n = 2$. B. $n = 5$. C. $n = 7$ và $n = 9$. D. $n = 7$.

Câu 97: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn: $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 3C_{n+3}^2 = 45$.

A. $n = 2$. B. $n = 3$. C. $n = 4$ và $n = 1$. D. $n = 3$ và $n = 2$.

Câu 98: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$.

A. 972. B. 297. C. 729. D. 792.

Câu 99: Túi bên phải có 3 bi đỏ, 2 bi xanh; túi bên trái có 4 bi đỏ, 5 bi xanh. Lấy một bi từ mỗi túi một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất P sao cho hai bi lấy ra khác màu.

A. $P = \frac{12}{45}$. B. $P = \frac{22}{45}$. C. $P = \frac{23}{45}$. D. $P = \frac{13}{45}$.

Câu 100: Giải phương trình $x^2 - 8x + n = 0$. Biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 - 2C_{n-1}^3 + C_{n+2}^3 = 466$.

A. $x = 5$. B. $x = 7$. C. $x = 4$. D. $x = 3$.

Câu 101: Biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+3x)^n$ là 90. Hãy tìm n .

A. $n = 5$. B. $n = 7$. C. $n = 9$. D. $n = 10$.

Câu 102: Giải bất phương trình $-x^2 - 2x + 8 - n \geq 0$. Biết số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^3 - A_{n+1}^{n-2} + 90 = 0$.

A. $-3 \leq x \leq 1$. B. $x \geq 2$. C. $x \leq -4$. D. $-3 < x < 2$.

Câu 103: Có hai hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi. Tính xác suất P để 2 viên bi được lấy ra cùng màu.

A. $P = \frac{10}{21}$.

B. $P = \frac{4}{21}$.

C. $P = \frac{2}{7}$.

D. $P = \frac{13}{42}$.

Câu 104: Tìm giá trị của biểu thức $J = 3^{17}C_{17}^0 - 4 \cdot 3^{16}C_{17}^1 + 4^2 \cdot 3^{15}C_{17}^2 - 4^3 \cdot 3^{14}C_{17}^3 + \dots - 4^{17}C_{17}^{17}$.

A. $J = 7^n$.

B. $J = 12^n$.

C. $J = -1$.

D. $J = 17$.

Câu 105: Tổ của An và Bình có 7 học sinh. Tìm số cách sắp xếp 7 học sinh ấy theo một hàng dọc mà An đứng đầu hàng, Bình đứng cuối hàng.

A. 216.

B. 240.

C. 5040.

D. 120.

Câu 106: Từ 7 chữ số 0;1;2;3;4;5;6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau?

A. 2520.

B. 1260.

C. 5040.

D. 21.

Câu 107: Tìm tất cả giá trị n là số nguyên dương thỏa mãn bất phương trình: $A_n^3 + 2C_n^{n-2} \leq 9n$.

A. $n = 3$.

B. $n = 3, n = 4$.

C. $n = 3, n = 5$.

D. $n = 4$.

Câu 108: Có bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó có đúng hai chữ số 2?

A. 10 640 319.

B. 9 920 232.

C. 3 720 087.

D. 13 640 319.

Câu 109: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $C_x^{x-1} + C_x^{x-2} + C_x^{x-3} + \dots + C_x^{x-10} = 1023$.

A. $x = 10$.

B. $x = 11$.

C. $x = 10$ và $x = 9$.

D. $x = 11$ và $x = 8$.

Câu 110: Cho tập nền $B = \{1; 2; 4; 5; 7\}$. Có thể lập được từ B bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 72.

B. 48.

C. 120.

D. 60.

Câu 111: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$. Tìm số hạng T_k .

A. $T_3 = 240$.

B. $T_5 = 420$.

C. $T_4 = 240$.

D. $T_6 = 240$.

Câu 112: Giải phương trình $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1$.

A. $n = 10$ và $n = 11$.

B. $n = 11$ và $n = 7$.

C. $n = 10$.

D. $n = 11$.

Câu 113: Từ một hộp chứa 16 thẻ đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất P để 4 thẻ được chọn đều đánh số chẵn.

A. $P = \frac{1}{2}$.

B. $P = \frac{25}{26}$.

C. $P = 1$.

D. $P = \frac{1}{26}$.

Câu 114: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600.000?

A. 393600.

B. 39360.

C. 33960.

D. 30360.

Câu 115: Một túi đựng 4 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Tính xác suất P để trong 4 quả đó có cả quả màu đỏ và màu xanh.

A. $P = \frac{14}{210}$.

B. $P = \frac{8}{105}$.

C. $P = \frac{194}{210}$.

D. $P = \frac{6}{105}$.

Câu 116: Có bao nhiêu cách xếp năm bạn học sinh A, B, C, D và E vào một chiếc ghế dài đủ năm chỗ ngồi sao cho hai bạn A và E ngồi ở hai đầu ghế?

A. 9.

B. 24.

C. 12.

D. 16.

Câu 117: Trong khai triển của $(1 + ax)^n$ ta có số hạng đầu là 1, số hạng thứ hai là $24x$, số hạng thứ ba là $252x^2$. Hãy tìm a và n .

A. $\begin{cases} a = 8 \\ n = 3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} a = 3 \\ n = 8 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a = 3 \\ n = 4 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a = 2 \\ n = 8 \end{cases}$.

Câu 118: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 10 bạn, trong đó có An và Bình vào 10 ghế kê thành hàng ngang, sao cho hai bạn An và Bình ngồi cạnh nhau?

A. $10!$.

B. $2 \cdot 10!$.

C. $9!$.

D. $18 \cdot 8!$.

Câu 119: Số 6000 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

- A. 42. B. 32. C. 40. D. 24.

Câu 120: Tìm giá trị của biểu thức $N = 3C_{2009}^0 + 3^2 C_{2009}^1 + 3^3 C_{2009}^2 + \dots + 3^{2010} C_{2009}^{2009}$.

- A. $N = 3^{2010}$. B. $N = 4^{2010}$. C. $N = 5^{2009}$. D. $N = 3.4^{2009}$.

Câu 121: Trong không gian cho tập hợp gồm 9 điểm trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tứ diện với các đỉnh thuộc tập hợp đã cho ?

- A. 94. B. 126. C. 36. D. 3024.

Câu 122: Một đa giác lồi 20 cạnh có bao nhiêu đường chéo ?

- A. 180. B. 170. C. 190. D. 380.

Câu 123: Hỏi có bao nhiêu số các số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

- A. 90000. B. 30. C. 17280. D. 180000.

Câu 124: Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Tìm xác suất P để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp.

- A. $P = \frac{2}{16}$. B. $P = \frac{4}{16}$. C. $P = \frac{6}{16}$. D. $P = \frac{1}{16}$.

Câu 125: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

Tìm số hạng thứ 5 trong khai triển đó, biết rằng $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n = 729$.

- A. $T_5 = C_6^5 2^5 x^4$. B. $T_5 = C_6^5 2^4 x^4$. C. $T_5 = C_6^5 2^3 x^4$. D. $T_5 = C_6^5 2^5 x^4$.

Câu 126: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n, x \neq 0$, biết rằng:

$C_n^1 + C_n^3 = 13n$ (n là số tự nhiên lớn hơn 2, x là số thực khác 0). Tìm số hạng T_k .

- A. $T_6 = 310$. B. $T_5 = 120$. C. $T_7 = 210$. D. $T_5 = 210$.

Câu 127: Tìm giá trị của biểu thức $H = C_5^3 C_4^2 + C_4^2 C_3^1 + C_3^1 C_3^0$.

- A. $H = 18$. B. $H = 9$. C. $H = 81$. D. $H = 210$.

Câu 128: Tính A_n^2 nếu biết số hạng thứ 6 của khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^n$ không phụ thuộc vào x .

- A. $A_n^2 = 3003$. B. $A_n^2 = 480$. C. $A_n^2 = 420$. D. $A_n^2 = 380$.

Câu 129: Số 31752000 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

- A. 128 B. 420 C. 240 D. 120

Câu 130: Cho n số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị

thức Niu-ton $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^n, x \neq 0$.

- A. $-\frac{35}{16}x^5$. B. $-\frac{37}{16}x^5$. C. $-35x^5$. D. $-\frac{35}{14}x^5$.

Câu 131: Giả sử có bảy bông hoa màu khác nhau và ba lọ khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm ba bông hoa vào ba lọ đã cho (mỗi lọ cắm một bông) ?

- A. 21. B. 210. C. 105. D. 120.

Câu 132: Một tổ học sinh có 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau ?

- A. $5!.5!$. B. $2.5!$. C. $9!$. D. $10!$.

Câu 133: Tìm hệ số của x^9 sau khi khai triển và rút gọn đa thức $(1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14}$.

- A. 3010. B. 2901. C. 3003. D. 3001.

Câu 134: Tìm hệ số a của số hạng chứa x^4 trong khai triển $\left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x}\right)^{12}$, $x \neq 0$.

- A. $a = -\frac{1}{9}C_{12}^5$. B. $a = C_{12}^6$. C. $a = -\frac{1}{729}C_{12}^3$. D. $a = \frac{1}{81}C_{12}^4$.

Câu 135: Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện $C_n^0 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 97$. Gọi T_k là số hạng chứa x^2 trong khai triển theo công thức nhị thức Niu-ton của biểu thức $P(x) = \left(x + \frac{2}{x^2}\right)^n$, $x \neq 0$. Tìm số hạng T_k .

- A. $T_2 = 121x^2$. B. $T_2 = 112x^2$. C. $T_3 = 211x^2$. D. $T_3 = 112x^2$.

Câu 136: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt?

- A. 2700. B. 27216. C. 7216. D. 26216.

Câu 137: Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho có ít nhất 2 đội của Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

- A. 2900. B. 9020. C. 2090. D. 2300.

Câu 138: Có bao nhiêu đường chéo của thập giác?

- A. 45. B. 10. C. 30. D. 35.

Câu 139: Học sinh A thiết kế bảng điều kiện điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều kiện. Tìm xác suất P để B mở được cửa phòng học đó.

- A. $P = \frac{2}{45}$. B. $P = \frac{1}{45}$. C. $P = \frac{1}{90}$. D. $P = \frac{1}{9}$.

Câu 140: Trong khai triển của $(3x + 2y)^{17}$. Tìm hệ số của x^8y^9 .

- A. $2^83^9C_{17}^9$. B. $2^93^8C_{17}^8$. C. $2^83^9C_{17}^8$. D. $2^93^9C_{17}^8$.

Câu 141: Từ một hộp chứa 6 quả cầu trắng và 4 quả cầu đen, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Tính xác suất sao cho có ít nhất một quả cầu trắng.

- A. $P = \frac{209}{210}$. B. $P = \frac{2}{7}$. C. $P = \frac{1}{105}$. D. $P = \frac{200}{210}$.

Câu 142: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất P để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

- A. $P = \frac{3}{11}$. B. $P = \frac{3}{5}$. C. $P = \frac{5}{11}$. D. $P = \frac{1}{5}$.

Câu 143: Một hộp chứa 16 viên bi, với 7 viên bi trắng, 6 viên bi đen và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 10 viên bi. Tìm xác suất P để rút được 5 viên bi trắng, 3 viên bi đen và 2 viên bi đỏ.

- A. $P = \frac{35}{5040}$. B. $P = \frac{11}{3003}$. C. $P = \frac{27}{65}$. D. $P = \frac{45}{286}$.

Câu 144: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

- A. $n = 9$. B. $n = 10$. C. $n = 12$. D. $n = 7$.

Câu 145: Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Tìm xác suất P để chọn được hai viên bi cùng màu.

- A. $P = \frac{6}{66}$. B. $P = \frac{12}{66}$. C. $P = \frac{19}{66}$. D. $P = \frac{47}{66}$.

Câu 146: Gieo hai con súc sắc cân đối. Tìm xác suất P để tích các số chấm trên hai con súc sắc là số lẻ.

- A. $P = \frac{7}{36}$. B. $P = \frac{8}{36}$. C. $P = \frac{6}{36}$. D. $P = \frac{9}{36}$.

Câu 147: Một người đi du lịch mang 3 hộp thịt, 2 hộp quả và 3 hộp sữa. Do trời mưa nên các hộp bị mất nhãn. Người đó chọn ngẫu nhiên 3 hộp. Tính xác suất P để trong đó có một hộp thịt, một hộp sữa và một hộp quả.

- A. $P = \frac{1}{7}$. B. $P = \frac{9}{28}$. C. $P = \frac{1}{18}$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 148: Gieo hai con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tìm xác suất P để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8.

- A. $P = \frac{5}{36}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = \frac{2}{21}$. D. $P = \frac{5}{6}$.

Câu 149: Số 360 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

- A. 36. B. 12. C. 24. D. 42.

Câu 150: Một hộp đựng 11 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Tìm xác suất P để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. (lưu ý: Tổng là số lẻ: hoặc là 1 lẻ và 5 chẵn hoặc là 3 lẻ và 3 chẵn hoặc là 5 lẻ và 1 chẵn)

- A. $P = \frac{118}{231}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{115}{231}$. D. $P = \frac{100}{231}$.

Câu 151: Gieo một con súc sắc cân đối ba lần. Tìm xác suất P để có đúng hai lần xuất hiện mặt 6 chấm.

- A. $P = \frac{15}{216}$. B. $P = \frac{1}{216}$. C. $P = \frac{5}{216}$. D. $P = \frac{5}{6}$.

Câu 152: Trong các số tự nhiên từ 100 đến 999 có bao nhiêu số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần ?

- A. 204. B. 168. C. 312. D. 120.

Câu 153: Một con súc sắc cân đối được gieo ba lần. Tìm xác suất P để tổng số chấm xuất hiện ở hai lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ ba.

- A. $P = \frac{15}{216}$. B. $P = \frac{10}{216}$. C. $P = \frac{16}{216}$. D. $P = \frac{12}{216}$.

Câu 154: Từ ba đỉnh của tam giác ABC có thể lập được bao nhiêu vector khác vector $\vec{O}$.

- A. 12(vector). B. 6(vector). C. 9(vector). D. 3(vector).

Câu 155: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ với nhau. Tìm xác suất P để tích nhận được là số lẻ.

- A. $P = \frac{5}{18}$. B. $P = \frac{13}{18}$. C. $P = \frac{1}{6}$. D. $P = \frac{2}{9}$.

Câu 156: Có 4 con đường từ A đến B , 2 con đường nối từ B đến C và 3 con đường nối từ C đến D . Có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A ?

- A. 192. B. 576. C. 675. D. 504.

Câu 157: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1, 2, 3, ..., 9. Rút ngẫu nhiên 5 thẻ. Tìm xác suất P để có đúng một trong ba thẻ ghi số 1, 2, 3 được rút.

- A. $P = \frac{4}{21}$. B. $P = \frac{5}{42}$. C. $P = \frac{5}{14}$. D. $P = \frac{2}{15}$.

Câu 158: Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$.

- A. $x = 7$ và $x = 9$. B. $x = 7$. C. $x = 3$ và $x = 8$. D. $x = 8$.

Câu 159: Gieo hai con súc sắc cân đối. Tìm xác suất P để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 7.

A. $P = \frac{1}{6}$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = \frac{7}{36}$. D. $P = \frac{2}{9}$.

Câu 160: Kết quả (b, c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình: $x^2 + bx + c = 0$. Tìm xác suất P để phương trình có nghiệm kép.

A. $P = \frac{17}{18}$. B. $P = \frac{17}{36}$. C. $P = \frac{19}{36}$. D. $P = \frac{1}{18}$.

Câu 161: Số 80041500 có bao nhiêu ước nguyên dương ?

A. 342. B. 432. C. 243. D. 423.

Câu 162: Gieo ba con súc sắc cân đối. Tìm xác suất P để số chấm xuất hiện trên ba con của ba con súc sắc nhu nhau.

A. $P = \frac{1}{36}$. B. $P = \frac{1}{216}$. C. $P = \frac{12}{216}$. D. $P = \frac{3}{216}$.

Câu 163: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2+x)^n$, biết:

$$3^n C_n^n - 3^{n-1} C_n^{n-1} + 3^{n-2} C_n^{n-2} - 3^{n-3} C_n^{n-3} + \dots + (-1)^n C_n^n = 2048.$$

A. 24. B. 11. C. 23. D. 22.

Câu 164: Gieo một con súc sắc cân đối hai lần. Tìm xác suất P để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm.

A. $P = \frac{12}{36}$. B. $P = \frac{11}{36}$. C. $P = \frac{1}{6}$. D. $P = \frac{2}{9}$.

Câu 165: Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có 4 môn thi trắc nghiệm và 4 môn thi tự luận. Một giáo viên được bốc thăm ngẫu nhiên để phụ trách coi thi 5 môn. Tìm xác suất P để giáo viên đó phụ trách coi thi ít nhất 2 môn trắc nghiệm.

A. $P = \frac{2}{5}$. B. $P = \frac{1}{4}$. C. $P = \frac{2}{7}$. D. $P = \frac{13}{14}$.

Câu 166: Một chiếc tàu của tập đoàn dầu khí quốc gia Việt Nam khoan thăm dò dầu khí trên thềm lục địa tỉnh Bình Thuận có xác suất khoan trúng túi dầu là P . Tìm P biết rằng trong hai lần khoan độc lập, xác suất để chiếc tàu đó khoan trúng túi dầu ít nhất một lần là $0,36$.

A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = \frac{5}{9}$. C. $P = \frac{3}{5}$. D. $P = \frac{1}{5}$.

Câu 167: Một nhóm học sinh có 7 em nam và 3 em nữ. Người ta cần chọn ra 5 em trong nhóm tham gia đồng diễn thể dục. Trong 5 em được chọn, yêu cầu không có quá một em nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

A. 231. B. 126. C. 105. D. 21.

Câu 168: Có 5 người đến buổi hòa nhạc. Tìm số cách xếp 5 người này vào một hàng có 5 ghế.

A. 125. B. 10. C. 120. D. 5.

Câu 169: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn: $C_{n+1}^2 \cdot A_n^2 - (A_{2n}^1)^2 = 4n^3$.

A. $n = 9$. B. $n = 12$. C. $n = 16$. D. $n = 5$.

Câu 170: Từ một hộp chứa ba quả cầu trắng và hai quả cầu đen lấy ngẫu nhiên hai quả. Tìm xác suất P để lấy được hai quả cầu trắng.

A. $P = \frac{6}{30}$. B. $P = \frac{12}{30}$. C. $P = \frac{10}{30}$. D. $P = \frac{9}{30}$.

Câu 171: Trong một trò chơi điện tử, xác suất để An thắng một trận là $0,4$ (không có hòa). Hỏi An phải chơi tối thiểu bao nhiêu trận để xác suất An thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn $0,95$?

A. 7 trận. B. 6 trận. C. 5 trận. D. 9 trận.

Câu 172: Có hai hộp chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất chứa 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đen. Hộp thứ hai chứa 4 quả cầu trắng, 6 quả cầu đen. Từ mỗi hộp lấy ngẫu nhiên một quả. Tìm xác suất P để lấy ra hai quả cùng màu.

- A. $P = \frac{12}{25}$. B. $P = \frac{13}{25}$. C. $P = \frac{24}{25}$. D. $P = 1$.

Câu 173: Cô giáo chia 4 quả táo, 3 quả cam và 2 quả chuối cho 9 cháu (mỗi cháu một quả). Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau?

- A. 1630. B. 1260. C. 9. D. 18.

Câu 174: Gieo hai con súc sắc cân đối một cách độc lập. Tìm xác suất P để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8.

- A. $P = \frac{5}{6}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = \frac{2}{21}$. D. $P = \frac{5}{36}$.

Câu 175: Một hộp đựng 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên hai viên bi. Tìm xác suất P để chọn được hai viên bi khác màu.

- A. $P = \frac{47}{66}$. B. $P = \frac{19}{66}$. C. $P = \frac{12}{66}$. D. $P = \frac{6}{66}$.

Câu 176: Một bài trắc nghiệm khách quan có 10 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời. Hỏi có bao nhiêu phương án chọn trả lời?

- A. 40. B. 4. C. 4^{10} . D. 10^4 .

Câu 177: Có bao nhiêu cách xếp năm bạn học sinh A, B, C, D và E vào một chiếc ghế dài đủ năm chỗ ngồi sao cho bạn C ngồi chính giữa?

- A. 42. B. 12. C. 24. D. 16.

Câu 178: Kết quả (b, c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện trong lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình: $x^2 + bx + c = 0$. Tìm xác suất P để phương trình có nghiệm.

- A. $P = \frac{19}{36}$. B. $P = \frac{1}{18}$. C. $P = \frac{17}{36}$. D. $P = \frac{17}{18}$.

Câu 179: Cho đa giác đều n đỉnh ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$). Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

- A. $n = 15$. B. $n = 18$. C. $n = 27$. D. $n = 21$.

Câu 180: Cho tập nền $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số gồm 5 chữ số khác nhau?

- A. 120. B. 213. C. 30. D. 312.

Câu 181: Số 283618125 có bao nhiêu ước nguyên dương?

- A. 120. B. 220. C. 240. D. 420.

Câu 182: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất P để số được chọn là số chẵn.

- A. $P = \frac{2}{7}$. B. $P = \frac{3}{7}$. C. $P = \frac{1}{3}$. D. $P = \frac{91}{210}$.

Câu 183: Một hộp đựng chín thẻ đánh số từ 1 đến 9. Tìm xác suất P để rút ngẫu nhiên hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ với nhau có kết quả nhận được là một số chẵn.

- A. $P = \frac{5}{9}$. B. $P = \frac{7}{18}$. C. $P = \frac{13}{18}$. D. $P = \frac{1}{6}$.

Câu 184: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn: $C_{n+1}^3 - C_n^{n-2} = C_n^{n-1} \cdot C_{n+4}^1$.

- A. $n = 2$. B. $n = 12$. C. $n = 11$. D. $n = 7$.

Câu 185: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 1000. Tìm xác suất P để số đó chia hết cho 5.

- A. $P = 0,5$. B. $P = 0,4$. C. $P = 0,2$. D. $P = 0,7$.

Câu 186: Một tổ có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 nam và 2 nữ?

- A. 200. B. 2400. C. 462. D. 30.

Câu 187: Một hộp đựng 5 quả cầu vàng, 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên 4 quả cầu. Tìm xác suất P chọn được 4 quả cầu cùng màu.

- A. $P = \frac{2}{165}$. B. $P = \frac{163}{165}$. C. $P = \frac{8}{35}$. D. $P = \frac{16}{55}$.

Câu 188: Một tổ gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Cần phân công ba bạn làm ban cán sự tổ trong đó có một tổ trưởng, một tổ phó và một thủ quỹ sao cho thủ quỹ là nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công như vậy?

- A. 720. B. 288. C. 144. D. 2160.

Câu 189: Cho tập $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau lấy từ tập X mà tổng của 3 chữ số bằng 10.

- A. 12. B. 18. C. 20. D. 120.

Câu 190: Cho tập A là một tập hợp có 20 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con của tập A ?

- A. 2^{20-1} . B. 2^{20} . C. 20^{20} . D. 20.

Câu 191: Viết ngẫu nhiên một số gồm 5 chữ số đôi một khác nhau và 5 chữ số đó không có chữ số 0. Tìm xác suất P để viết được ít nhất 2 chữ số là số chẵn.

- A. $P = \frac{10}{63}$. B. $P = \frac{1}{6}$. C. $P = \frac{5}{6}$. D. $P = \frac{1}{126}$.

Câu 192: Số 3969000 có bao nhiêu ước nguyên dương?

- A. 432. B. 40. C. 120. D. 240.

Câu 193: Tìm giá trị của biểu thức $M = C_{2009}^0 + 2C_{2009}^1 + 2^2 C_{2009}^2 + \dots + 2^{2009} C_{2009}^{2009}$ là

- A. $M = 2010$. B. $M = 2009$. C. $M = 3$. D. $M = 3^{2009}$.

Câu 194: Số 2389976875 có bao nhiêu ước nguyên dương?

- A. 420. B. 360. C. 120. D. 240.

Câu 195: Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên lấy từ tập A gồm 3 chữ số khác nhau nằm trong khoảng $(300; 500)$.

- A. 120. B. 48. C. 24. D. 96.

Câu 196: Lấy hai con bài từ cỗ bài tứ lơ khơ 52 con. Hỏi có bao nhiêu cách lấy?

- A. 450. B. 104. C. 1326. D. 2652.

Câu 197: Khai triển biểu thức $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết rằng $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

- A. $a_5 = -2^6 C_7^6$. B. $a_5 = 2^4 C_7^4$. C. $a_5 = -2^5 C_7^5$. D. $a_5 = -2^5 C_7^4$.

Câu 198: Gọi T_k là số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$, $x \neq 0$. Tìm số hạng T_k .

- A. $T_{10} = 48620$. B. $T_{12} = 48820$. C. $T_9 = 48620$. D. $T_{11} = 43758$.

Câu 199: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6, người ta lập tất cả các số gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong các số lập được. Tìm xác suất P để số được chọn chia hết cho 3.

- A. $P = \frac{1}{360}$. B. $P = \frac{2}{3}$. C. $P = \frac{1}{15}$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 200: Một chi đoàn có 8 đoàn viên nam và 7 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 đoàn viên để lập một đội thanh niên tình nguyện. Tính xác suất P để 4 đoàn viên được chọn có ít nhất một nữ.

A. $P = \frac{37}{39}$.

B. $P = \frac{2}{39}$.

C. $P = \frac{1}{39}$.

D. $P = \frac{38}{39}$.

Câu 201: Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số trong đó các chữ số cách đều số đứng chính giữa thì giống nhau ?

A. 720.

B. 1000.

C. 920.

D. 900.

Câu 202: Trong kì thi cuối năm lớp 11, xác suất để Bình đạt điểm giỏi môn toán là 0,92; môn văn là 0,88. Tìm xác suất P để Bình đạt điểm giỏi cả hai môn toán và văn.

A. 0,5.

B. 0,9904.

C. 0,0096.

D. 0,8096.

GV. Lư Sĩ Pháp – Trường THPT Tuy Phong

C. ĐÁP ÁN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10 1	10 2	10 3	10 4	10 5	10 6	10 7	10 8	10 9	11 0	11 1	11 2	11 3	11 4	11 5	11 6	11 7	11 8	11 9	12 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	12 1	12 2	12 3	12 4	12 5	12 6	12 7	12 8	12 9	13 0	13 1	13 2	13 3	13 4	13 5	13 6	13 7	13 8	13 9	14 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	14 1	14 2	14 3	14 4	14 5	14 6	14 7	14 8	14 9	15 0	15 1	15 2	15 3	15 4	15 5	15 6	15 7	15 8	15 9	16 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	16 1	16 2	16 3	16 4	16 5	16 6	16 7	16 8	16 9	17 0	17 1	17 2	17 3	17 4	17 5	17 6	17 7	17 8	17 9	18 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	18 1	18 2	18 3	18 4	18 5	18 6	18 7	18 8	18 9	19 0	19 1	19 2	19 3	19 4	19 5	19 6	19 7	19 8	19 9	20 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	201	202
A		
B		
C		
D		

GV. Lư Sĩ Pháp – Trường THPT Tuy Phong

CHUYÊN ĐỀ 3**DÃY SỐ - CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN****A. KIẾN THỨC CẦN NẮM****1. Phương pháp quy nạp toán học**

Để chứng minh một mệnh đề đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bằng phương pháp quy nạp toán học, ta thực hiện các bước sau:

- B1. Kiểm tra rằng mệnh đề đúng với $n = 1$
- B2. Giả thiết mệnh đề đúng với mọi số tự nhiên bất kì $n = k$ ($k \geq 1$) (giả thiết quy nạp)
- B3. Chứng minh mệnh đề cũng đúng với $n = k + 1$

2. Dãy số**a) Định nghĩa dãy số**

- Một hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số). Kí hiệu:

$$u: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto u(n)$$

Đặt $u(n) = u_n$ và gọi là số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

Đôi khi người ta gọi nó là số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

- Mỗi hàm u xác định trên tập $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$, $m \in \mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số hữu hạn

b) Dãy số tăng, dãy số giảm

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu $u_{n+1} > u_n$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu $u_{n+1} < u_n$, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số tăng và dãy số giảm được gọi chung là dãy số đơn điệu

Phương pháp khảo sát tính đơn điệu của dãy số

PP1: Xét hiệu $H = u_{n+1} - u_n$

- Nếu $H > 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số đã cho là dãy số tăng
- Nếu $H < 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số đã cho là dãy số giảm

PP2. Nếu $u_n > 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì ta lập tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$, rồi so sánh với 1

- Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số đã cho là dãy số tăng
- Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số đã cho là dãy số giảm

c) Dãy số bị chặn

- Dãy số (u_n) được gọi là dãy bị chặn trên nếu $\exists M \in \mathbb{R} : u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy bị chặn dưới nếu $\exists m \in \mathbb{R} : u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- Dãy số (u_n) được gọi là dãy bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là:
 $\exists M, m \in \mathbb{R} : m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

3. Cấp số cộng, cấp số nhân

	Cấp số cộng	Cấp số nhân
Định nghĩa	$u_{n+1} = u_n + d$ với $n \in \mathbb{N}^*$	$u_{n+1} = u_n \cdot q$ với $n \in \mathbb{N}^*$
Số hạng tổng quát	$u_n = u_1 + (n-1)d$, với $n \geq 2$	$u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$, với $n \geq 2$
Tính chất	$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, k \geq 2$	$u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2$ hay $ u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}$

Tổng n số hạng đầu	$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ Hay $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$	$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1$
Trong thực hành	Ba số a, b, c lập thành CSC thì $2b = a + c$ hoặc $a - b = b - c = \frac{1}{2}(a + c)$	Ba số a, b, c lập thành CSN thì $b^2 = ac$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Biết ba số $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$ theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng; đồng thời, các số $x - 1, y + 2, x - 3y$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Hãy tìm x và y .

- A. $x = 3; y = -2$. B. $x = -6; y = -2$. C. $x = 2; y = -5$. D. $x = 6; y = 2$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 150$ và $u_n = u_{n-1} - 3$ với mọi $n \geq 2$. Tính tổng S của 100 số hạng đầu tiên.

- A. $S = 59700$. B. $S = 150$. C. $S = 300$. D. $S = 29850$.

Câu 3: Biết rằng viết năm số hạng xen giữa hai số 25 và 1 ta được một cấp số cộng có bảy số hạng. Số hạng u_{50} của cấp số này bằng bao nhiêu?

- A. $u_{50} = 171$. B. $u_{50} = -171$. C. $u_{50} = -211$. D. $u_{50} = 102$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{u_{10} + u_{20}}{2} = u_5 + u_{10}$. B. $\frac{u_{10} \cdot u_{30}}{2} = u_{20}$. C. $u_{90} + u_{210} = 2u_{150}$. D. $u_{10} \cdot u_{30} = u_{20}$.

Câu 5: Biết ba số khác nhau a, b, c có tổng số là 30. Đọc theo thứ tự a, b, c ta được một cấp số cộng; đọc theo b, a, c ta được cấp số nhân. Tìm công sai d và công bội q của hai cấp số đó.

- A. $d = -20, q = 2$. B. $d = 20, q = 2$. C. $d = 40, q = 3$. D. $d = 30, q = -2$.

Câu 6: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - (3m + 5)x^2 + (m + 1)^2 = 0$ có bốn nghiệm lập thành cấp số cộng.

- A. $m = 1; m = -\frac{5}{9}$. B. $m = 5; m = -3$. C. $m = 2; m = -\frac{25}{19}$. D. $m = 5; m = -\frac{25}{19}$.

Câu 7: Tìm công sai d của số cộng (u_n) , biết rằng $u_1 + u_3 + u_5 = -12$ và $u_1 \cdot u_3 \cdot u_5 = 80$.

- A. $d = \pm 5$. B. $d = \pm 3$. C. $d = 3; d = 5$. D. $d = 3; d = -2$.

Câu 8: Biết rằng viết năm số xen giữa các số 1 và 729 theo thứ tự tăng dần ta được một cấp số nhân có bảy số hạng. Tính tổng S các số hạng của cấp số này.

- A. $S = 1020$. B. $S = 547$. C. $S = 1093$. D. $S = 657$.

Câu 9: Tính tổng $S = 2 + 4 + 6 + \dots + 200$.

- A. $S = 10100$. B. $S = 12000$. C. $S = 10200$. D. $S = 11000$.

Câu 10: Tìm giá trị nào của tham số a để dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{an^2 + 1}{2n^2 + 3}$ là dãy số tăng.

- A. $a < 1$. B. $a < \frac{3}{2}$. C. $a \geq \frac{2}{3}$. D. $a > \frac{2}{3}$.

Câu 11: Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) , biết $u_3 = -5, u_6 = 135$.

- A. $u_n = -5(-3)^{n-3}$. B. $u_n = -3(-5)^{n-3}$. C. $u_n = 5 \cdot 3^{n-3}$. D. $u_n = 5(-3)^{n-3}$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 - u_3 + u_5 = 10$ và $u_1 + u_6 = 17$. Tìm số hạng u_1 và công sai d .

- A. $u_1 = 16; d = 2$. B. $u_1 = 9; d = -3$. C. $u_1 = 16; d = -3$. D. $u_1 = 1; d = 4$.

Câu 13: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\frac{u_1 + u_9}{2} = u_5$. B. $u_1 + u_2 + \dots + u_{100} = \frac{u_{100} - 1}{2}$.
C. $u_1 u_2 \dots u_{100} = u_{5050}$. D. $\frac{u_2 u_4}{2} = u_3$.

Câu 14: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}.$$

- A. $S = 149$. B. $S = \frac{4}{23}$. C. $S = \frac{49}{246}$. D. $S = \frac{9}{246}$.

Câu 15: Tìm giá trị nào của tham số a để dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{an^2 + 1}{2n^2 + 3}$ là dãy số giảm.

- A. $a < \frac{2}{3}$. B. $a < 3$. C. $a \leq \frac{3}{2}$. D. $a > 1$.

Câu 16: Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng ?

- A. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^3 - 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = -1$ và $u_n = 2n.u_{n-1}$ với mọi $n \geq 2$. Tính u_{11} .

- A. $u_{11} = 2^{10} \cdot 11!$. B. $u_{11} = -2^{10} \cdot 11!$. C. $u_{11} = -2^{10} \cdot 11^{10}$. D. $u_{11} = 2^{10} \cdot 11^{10}$.

Câu 18: Xác định tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

- A. $m = 10$. B. $m = 12$. C. $m = 9$. D. $m = 11$.

Câu 19: Cho dãy số (u_n) , biết công thức số hạng tổng quát dưới đây. Tìm dãy số giảm.

- A. $u_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$. B. $u_n = \frac{n^2 + 1}{n}$. C. $u_n = (-1)^n (2^n + 1)$. D. $u_n = \sin n$.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Tìm số hạng u_{17} .

- A. $u_{17} = 4$. B. $u_{17} = 242$. C. $u_{17} = 235$. D. $u_{17} = 11$.

Câu 21: Cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 + u_5 = 51$ và $u_2 + u_6 = 102$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công bội q của cấp số nhân.

- A. $u_1 = 3; q = 2$. B. $u_1 = -3; q = -2$. C. $u_1 = 2; q = -3$. D. $u_1 = 5; q = 3$.

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng S_{1000} .

- A. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$. B. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$. C. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$. D. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$.

Câu 23: Cho dãy số (u_n) , biết công thức số hạng tổng quát dưới đây. Tìm dãy số bị chặn.

- A. $u_n = 2^n + 1$. B. $u_n = \frac{n}{n+1}$. C. $u_n = n + \frac{1}{n}$. D. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$.

Câu 24: Tìm giá trị nào của tham số a để dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{na + 2}{n + 1}$ là dãy số giảm.

- A. $a \geq 2$. B. $a < 2$. C. $a \leq 4$. D. $a > 2$.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Mệnh đề nào dưới đây sai ?

$$\text{A. } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$

$$\text{B. } S_n = n \left[u_1 + \frac{(n-1)d}{2} \right].$$

$$\text{C. } S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}.$$

$$\text{D. } S_n = \frac{nu_1 + u_n}{2}.$$

Câu 26: Một Công ty trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho Công ty là 4,5 triệu đồng/quý và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,3 triệu đồng/quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư được nhận sau 3 năm làm việc cho Công ty?

- A.** 53,7 (triệu đồng). **B.** 75,8 (triệu đồng). **C.** 80,5 (triệu đồng). **D.** 73,8 (triệu đồng).

Câu 27: Cho cấp số nhân $-4, x, 9$. Tìm x .

- A.** $x = -6,5$. **B.** $x = -36$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = 36$.

Câu 28: Chu vi của một đa giác là 158, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3\text{cm}$. Biết cạnh lớn nhất là 44cm, tính số cạnh của đa giác đó.

- A.** 7. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 2001$ và $u_5 = 1995$. Tìm số hạng u_{1001} .

- A.** $u_{1001} = 1$. **B.** $u_{1001} = 4005$. **C.** $u_{1001} = 3$. **D.** $u_{1001} = 4003$.

Câu 30: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 3$ và $u_2 = -6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.** $u_5 = 24$. **B.** $u_5 = -48$. **C.** $u_5 = -24$. **D.** $u_5 = 48$.

Câu 31: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.** $S_n = \frac{u_1(1-q^{n-1})}{1-q}$. **B.** $S_n = \frac{u_1(1+q^n)}{1-q}$. **C.** $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$. **D.** $S_n = \frac{1-q^n}{1-q}$.

Câu 32: Viết sáu số xen giữa các số -2 và 256 để được một cấp số nhân có tám số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu ?

- A.** $u_{15} = -327$. **B.** $u_{15} = 2768$. **C.** $u_{15} = -32768$. **D.** $u_{15} = 30786$.

Câu 33: Cho a, b, c theo thứ tự là một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây sai ?

- A.** $b = \frac{1}{2}ac$. **B.** $a + c = 2b$. **C.** $a - b = \frac{1}{2}(a + c)$. **D.** $b - c = \frac{1}{2}(a + c)$.

Câu 34: Một người đem 100.000.000 đồng đi gửi tiết kiệm với kì hạn 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là 0,7% số tiền người đó có. Hỏi sau khi hết kì hạn người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền ?

- A.** $10^8 \cdot (0,07)^6$ (đồng). **B.** $10^8 \cdot (1,07)^6$ (đồng). **C.** $10^8 \cdot (1,07)^5$ (đồng). **D.** $10^8 \cdot (0,07)^5$ (đồng).

Câu 35: Cho cấp số cộng (u_n) , có $u_4 + u_{97} = 101$. Hãy tính tổng S của 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

- A.** $S = 50$. **B.** $S = 101$. **C.** $S = 505$. **D.** $S = 5050$.

Câu 36: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

- A.** $u_{n+1} = 9 \cdot 3^n - 1$. **B.** $u_{n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. **C.** $u_{n+1} = 3^{2(n-1)}$. **D.** $u_{n+1} = 3^{2n} - 1$.

Câu 37: Xác định tham số m để phương trình $mx^4 - 2(m-1)x^2 + m-1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

- A.** $m = -\frac{9}{16}$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \frac{3}{2}$. **D.** $m = -\frac{5}{4}$.

Câu 38: Cho các cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 3, q = -2$. Hỏi số 192 là số hạng thứ mấy ?

- A.** Số hạng thứ 7. **B.** Số hạng thứ 5. **C.** Số hạng thứ 9. **D.** Số hạng thứ 3.

Câu 39: Biết rằng viết sáu số xen giữa hai số 3 và 24 ta được một cấp số cộng có tám số hạng. Tính tổng S các số hạng của cấp số này.

- A. $S = 100$. B. $S = 201$. C. $S = 10$. D. $S = 108$.

Câu 40: Cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 + u_5 = 51$ và $u_2 + u_6 = 102$. Hỏi tổng của bao nhiêu số hạng đầu tiên sẽ bằng 3069 ?

- A. 10. B. 20. C. 7. D. 12.

Câu 41: Cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 + u_5 = 51$ và $u_2 + u_6 = 102$. Số 12288 là số hạng thứ mấy ?

- A. Số hạng thứ 9. B. Số hạng thứ 13. C. Số hạng thứ 21. D. Số hạng thứ 15.

Câu 42: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n} .

- A. $u_{n+1} = 2.3^n$. B. $u_{n+1} = 3 + 3^n$. C. $u_{n+1} = 6n$. D. $u_{2n} = 9^n$.

Câu 43: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos(3n+1)\frac{\pi}{6}$ và $u_n = u_{n+4}$ với mọi $n \geq 1$. Tính tổng S của 27 số hạng đầu tiên của dãy số đã cho.

- A. $S = -1$. B. $S = -\frac{1}{2}$. C. $S = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{1}{6}$.

Câu 44: Tính tổng $S = 1 + 11 + 111 + 1111 + \dots + 11\dots 1$ (n số).

- A. $S = \frac{10(10^n - 1)}{9} - n$. B. $S = \frac{10(10^n - 1) - 9n}{81}$.
C. $S = \frac{10(10^n - 1) - n}{9}$. D. $S = \frac{10^n - 9n - 1}{81}$.

Câu 45: Tính tổng $S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$.

- A. $S = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1} \right]$. B. $S = 1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1}$. C. $S = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1} \right]$. D. $S = \frac{3}{2} \left[1 + \left(\frac{1}{3} \right)^{n+1} \right]$.

Câu 46: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A. $u_{n+1} = 3 + 3^n$. B. $u_{n+1} = 3(n+1)$. C. $u_{n+1} = 3.3^n$. D. $u_{n+1} = 1 + 3^n$.

Câu 47: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A. $u_{n+1} = 3^n - 1$. B. $u_{n+1} = 3n - 1$. C. $u_{n-1} = \frac{1}{3}.3^n$. D. $u_{n+1} = 3^n - 3$.

Câu 48: Biết số đo của bốn góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm số đo của góc nhỏ nhất và công bội q ($q > 1$), biết rằng số đo của góc lớn nhất gấp 8 lần số đo của góc nhỏ nhất.

- A. $26^\circ, q = 2$. B. $48^\circ, q = 3$. C. $24^\circ, q = 2$. D. $24^\circ, q = 3$.

Câu 49: Cho ba số a, b, c ($a < b < c$) theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, biết tổng của chúng là 63 và tích của chúng là 1728. Tìm công bội q của cấp số nhân này.

- A. $q = \frac{1}{4}$. B. $q = 4$. C. $q = \frac{1}{3}$. D. $q = 3$.

Câu 50: Biết bốn số lập thành một cấp số cộng. Tổng của bốn số đó bằng 22 và tổng bình phương của chúng bằng 166. Tìm bốn số đó.

- A. 10, 7, 4, 1 hoặc 1, 4, 7, 10. B. 10, 8, 6, 4 hoặc 4, 6, 8, 10.
C. 10, 6, 2, -2 hoặc -2, 2, 6, 10. D. 10, 9, 8, 7 hoặc 7, 8, 9, 10.

Câu 51: Cho ba số a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $c^2 = ab$. B. $2b = a + c$. C. $b = ac$. D. $b^2 = ac$.

Câu 52: Cho số nhân (u_n) , biết $u_2 - u_4 + u_5 = 10$ và $u_3 - u_5 + u_6 = 20$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân.

- A. $u_1 = 1; q = 2$. B. $u_1 = 2; q = 4$. C. $u_1 = -1; q = 3$. D. $u_1 = 2; q = 2$.

Câu 53: Tính tổng $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{64}$.

- A. $S = 2^{65} - 1$. B. $S = 2^{64} - 1$. C. $S = 2^{63} - 1$. D. $S = 2^{64} + 1$.

Câu 54: Biết ba góc của một tam giác lập thành cấp số cộng, góc lớn nhất gấp năm lần góc nhỏ nhất. Tìm công sai d ($d > 0$) của cấp số cộng đó.

- A. $d = 10^0$. B. $d = 30^0$. C. $d = 20^0$. D. $d = 40^0$.

Câu 55: Cho dãy số (u_n) , biết công thức số hạng tổng quát dưới đây. Tìm dãy số tăng.

- A. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + n}$. B. $u_n = (-1)^{2n}(5^n + 1)$. C. $u_n = (-1)^{n+1} \cdot \sin \frac{\pi}{n}$. D. $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$.

Câu 56: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_n = u_{n-1} + 2n$ với mọi $n \geq 2$. Tính u_{50} .

- A. $u_{50} = 2548,5$. B. $u_{50} = 5096,5$. C. $u_{50} = 1274,5$. D. $u_{50} = 2550,5$.

Câu 57: Biết độ dài c, b, a các cạnh tam giác ABC vuông tại A theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm công bội q của cấp số nhân đó.

- A. $q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$. B. $q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{7}}{2}}$. C. $q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}}$. D. $q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$.

Câu 58: Cho cấp số cộng $6, x, -2, y$. Tìm x, y .

- A. $x = 4, y = 6$. B. $x = 2, y = -6$. C. $x = 4, y = -6$. D. $x = 2, y = 5$.

Câu 59: Biết C_n^1, C_n^2, C_n^3 lập thành một cấp số cộng với $n \in \mathbb{N}, n > 3$. Tìm n .

- A. $n = 5$. B. $n = 7$. C. $n = 9$. D. $n = 11$.

Câu 60: Tìm cặp số $(x; y)$ biết rằng các số $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$ lập thành cấp số cộng và các số $x + \frac{5}{3}y, y - 1, 2x - 3y$ lập thành cấp số nhân.

- A. $(x; y) = \{(-1; 3); (8; -8)\}$. B. $(x; y) = \{(3; 1); (1; -1)\}$.
C. $(x; y) = \{(1; 3); (\frac{1}{8}; \frac{3}{8})\}$. D. $(x; y) = \{(-3; -1); (\frac{3}{8}; \frac{1}{8})\}$.

Câu 61: Tìm giá trị nào của tham số a để dãy số (u_n) , với $u_n = \frac{na+2}{n+1}$ là dãy số tăng. Là dãy số giảm?

- A. $a < 3$. B. $a \geq 1$. C. $a > 2$. D. $a < 2$.

Câu 62: Cho cấp số nhân $-2, x, -18, y$. Tìm x, y .

- A. $x = 6, y = -54$. B. $x = -6, y = -54$. C. $x = -6, y = 54$. D. $x = -10, y = -26$.

Câu 63: Xác định tham số m để phương trình $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1 = 0$ (1) có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

- A. $m = 4$ hoặc $m = -2$. B. $m = 2$ hoặc $m = -\frac{4}{9}$.
C. $m = 4$ hoặc $m = -\frac{4}{9}$. D. $m = 3$ hoặc $m = -1$.

Câu 64: Phương trình $x^3 + 2x^2 + (m+1)x + 2(m+1) = 0$ có ba nghiệm lập thành cấp số nhân.

- A. $m = 2, m = -1, m = -4$. B. $m = 1, m = 2, m = 3$.
C. $m = -1, m = 3, m = -4$. D. $m = 1, m = -3, m = 4$.

Câu 65: Tìm cặp số $(x; y)$ biết rằng các số $x + 5y, 5x + 2y, 8x + y$ lập thành cấp số cộng và các số $(y-1)^2, xy-1, (x+1)^2$ lập thành cấp số nhân.

A. $(x; y) = \left\{ \left(-\sqrt{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2} \right); \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\}.$

B. $(x; y) = \left\{ \left(1; -\frac{1}{2} \right); (-2; 2) \right\}.$

C. $(x; y) = \left\{ \left(3; \frac{3}{2} \right); \left(-3; -\frac{3}{2} \right) \right\}.$

D. $(x; y) = \left\{ \left(\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right); \left(-\sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right\}.$

Câu 66: Một hội trường có 10 dãy ghế. Biết rằng mỗi dãy ghế sau nhiều hơn dãy ghế trước 20 ghế và dãy sau cùng có 280 ghế. Hỏi hội trường có bao nhiêu ghế ngồi ?

- A.** 1100 ghế ngồi. **B.** 1900 ghế ngồi. **C.** 1000 ghế ngồi. **D.** 3000 ghế ngồi.

Câu 67: Tìm công bội q của một số nhân (u_n) , biết rằng: $u_4 - u_2 = -1\frac{13}{32}$ và $u_6 - u_4 = -\frac{45}{512}$.

- A.** $q = \pm 4$. **B.** $q = 4; q = 2$. **C.** $q = \pm \frac{1}{4}$. **D.** $q = \pm \frac{1}{2}$.

Câu 68: Người ta trồng cây theo hình tam giác, với quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây, ... ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng người ta trồng hết 4950 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu ?

- A.** 99. **B.** 98. **C.** 100. **D.** 101.

Câu 69: Cho cấp số cộng $-2, x, 6, y$. Tìm x, y .

- A.** $x = 1, y = 7$. **B.** $x = -6, y = -2$. **C.** $x = 2, y = 8$. **D.** $x = 2, y = 10$.

Câu 70: Biết bốn số theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Lần lượt trừ mỗi số ấy cho 2, 6, 7, 2 ta được một cấp số nhân. Tìm các số đó.

- A.** 5; 12; 19; 26. **B.** 3; 10; 17; 24. **C.** 5; -2; -7; -14. **D.** 4; 12; 20; 28.

C. ĐÁP ÁN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
A										
B										
C										
D										

CHUYÊN ĐỀ 4. GIỚI HẠN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

§1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

1. Giới hạn hữu hạn của dãy số

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ khi và chỉ khi $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - a) = 0$
- Dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi và chỉ khi dãy số $(|u_n|)$ có giới hạn 0

2. Giới hạn vô cực

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ khi và chỉ khi u_n có thể lớn hơn một số dương lớn tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi. Kí hiệu: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ hay $u_n \rightarrow +\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$
- Dãy số (u_n) được gọi là có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$
- Nhận xét: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = -\infty$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$

Lưu ý: Thay cho viết $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$, ta viết $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$

3. Các giới hạn đặc biệt

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^k = +\infty$, với k nguyên dương.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$, nếu $|q| < 1$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ nếu $q > 1$
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} c = c$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{c}{n^k} = 0$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} (c u_n) = c \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$, với c là hằng số, $k \in \mathbb{N}^*$
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{q^n} = 0$ nếu $q > 1$

4. Định lí về giới hạn hữu hạn

Định lí 1. Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = M$, thì:

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = L + M$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n - \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = L - M$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \cdot v_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = L \cdot M$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} (c \cdot u_n) = c \cdot L$ (với c là hằng số)
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n} = \frac{L}{M}$ (nếu $M \neq 0$)

Định lí 2. Giả sử $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$

- Nếu $u_n \geq 0$ với mọi n thì $L \geq 0$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n} = \sqrt{L}$
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} |u_n| = |L|$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{u_n} = \sqrt[3]{L}$
- Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} |u_n| = +\infty$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{u_n} = 0$

5. Một vài quy tắc tìm giới hạn vô cực

- a) Quy tắc 1. Nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \pm\infty$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \pm\infty$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n)$ được cho trong bảng:

$\lim u_n$	$\lim v_n$	$\lim(u_n v_n)$
$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

b) Quy tắc 2. Nếu $\lim u_n = \pm\infty$ và $\lim v_n = L \neq 0$ thì $\lim(u_n v_n)$ được cho trong bảng:

$\lim u_n$	Dấu của L	$\lim(u_n v_n)$
$+\infty$	+	$+\infty$
$+\infty$	-	$-\infty$
$-\infty$	+	$-\infty$
$-\infty$	-	$+\infty$

c) Quy tắc 3. Nếu $\lim u_n = L \neq 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ hoặc $v_n < 0$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$ được cho trong bảng:

Dấu của L	Dấu của v_n	$\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right)$
+	+	$+\infty$
+	-	$-\infty$
-	+	$-\infty$
-	-	$+\infty$

Chú ý. Nếu $\lim u_n = L > 0, \lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$

6. Tổng cấp số nhân lùi vô hạn

- Cấp số nhân lùi vô hạn là cấp số nhân có công bội q thỏa mãn $|q| < 1$
- Công thức tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n)

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots = \frac{u_1}{1-q}; |q| < 1 \text{ hay } S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots + u_1q^{n-1} + \dots = \frac{u_1}{1-q}; |q| < 1$$

7. Định lí kẹp về giới hạn của dãy số

Cho ba dãy số $(u_n), (v_n), (w_n)$ và số thực L . Nếu $u_n \leq v_n \leq w_n$ với mọi n và $\lim u_n = \lim w_n = L$ thì dãy số (v_n) có giới hạn và $\lim v_n = L$.

8. Lưu ý

- Dãy số tăng và bị chặn trên thì có giới hạn
- Dãy số giảm và bị chặn dưới thì có giới hạn
- Nếu $\lim u_n = a$ thì $\lim u_{n+1} = a$

d) Số e : $e = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

9. Phương pháp tìm giới hạn của dãy số

- Vận dụng nội dung định nghĩa
- Tìm giới hạn của một dãy số ta thường đưa về các giới hạn dạng đặc biệt và áp dụng các định lí về giới hạn hoặc các định lí về giới hạn vô cực:
 - Nếu biểu thức có dạng phân thức mà mẫu và tử đều chứa các lũy thừa của n , thì chia tử và mẫu cho n^k , với k là số mũ cao nhất.
 - Nếu biểu thức có chứa n dưới dấu căn, thì có thể nhân tử số và mẫu số với cùng một biểu thức liên hợp.

10. Phương pháp tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

- Nhận dạng xem dãy số đã cho có phải là một cấp số nhân lùi vô hạn không. Sau đó áp dụng công thức tính tổng đã biết.

- Cách tìm cấp số nhân lùi vô hạn khi biết một số điều kiện: Dùng công thức tính tổng để tìm công bội và số hạng đầu
- Cách viết một số thập phân vô hạn tuần hoàn dưới dạng phân số hữu tỉ: Khai triển số đã cho dưới dạng tổng của một số nhân lùi vô hạn và tính tổng này.

§2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

1. Giới hạn hữu hạn

- Cho khoảng K , $x_0 \in K$ và hàm số $f(x)$ xác định trên K (hoặc $K \setminus \{x_0\}$). $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in K \setminus \{x_0\}$ và $x_n \rightarrow x_0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$
- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(x_0; b)$. $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_0 < x_n < b$ và $x_n \rightarrow x_0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$
- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(a; x_0)$. $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $a < x_n < x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$
- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(a; +\infty)$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$.
- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; a)$. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n < a$ và $x_n \rightarrow -\infty$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$.

2. Giới hạn vô cực

- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty; a)$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \rightarrow +\infty$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = -\infty$.
- Cho khoảng K , $x_0 \in K$ và hàm số $f(x)$ xác định trên K (hoặc $K \setminus \{x_0\}$). $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ khi và chỉ khi với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in K \setminus \{x_0\}$ và $x_n \rightarrow x_0$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [-f(x)] = -\infty$

3. Định lý về giới hạn hữu hạn

Định lý 1.

Giả sử $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$. Khi đó

- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \pm g(x)] = L \pm M$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [k \cdot f(x)] = k \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k \cdot L; (k \in \mathbb{R})$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)} = \frac{L}{M}$ (nếu $M \neq 0, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$)
- Nếu $f(x) \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ thì $L \geq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$

Các tính chất trên vẫn đúng khi $x \rightarrow +\infty$ hoặc $x \rightarrow -\infty$

Định lý 2. (Định lý giới hạn một bên)

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \text{ khi và chỉ khi } \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$$

4. Các giới hạn đặc biệt

a) $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$

b) $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} c = c$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x} = 0$ (c là hằng số).

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$, với k nguyên dương

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$, nếu k là số lẻ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$, nếu k là số chẵn

e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow 0} u(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin u(x)}{u(x)} = 1$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tan x = \frac{\pi}{2}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \tan x = -\frac{\pi}{2}$

5. Quy tắc về giới hạn vô cực**a) Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x).g(x)$**

Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ hoặc $\left(\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty \right)$ thì $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x).g(x)$ được tính:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x).g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

b) Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của g(x)	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$	
L	$\pm\infty$	Tùy ý	0	
$L > 0$	0	$+$	$+\infty$	
		$-$	$-\infty$	
$L < 0$		$+$	$-\infty$	
		$-$	$+\infty$	

4. Khử các dạng vô định

Khi tính giới hạn mà không thể áp dụng trực tiếp định lý về giới hạn, ta phải biến đổi biểu thức xác định hàm số về dạng áp dụng được các định lý này.

Dạng 1. Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ (hay dạng $\frac{0}{0}$)

- Phân tích tử và mẫu thành tích các nhân tử và giản ước. Cụ thể ta biến đổi như sau:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x - x_0)A(x)}{(x - x_0)B(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{A(x)}{B(x)} \text{ và tính } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{A(x)}{B(x)}$$

- Nếu $f(x)$ hay $g(x)$ có chứa biến dưới dấu căn thì có thể nhân tử và mẫu với biểu thức liên hợp, trước khi phân tích chúng thành tích để giản ước.

Dạng 2. Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \pm\infty$ (hay dạng $\frac{\infty}{\infty}$)

- Ta chia tử và mẫu cho x^n với n là số mũ bậc cao nhất của biến số x (hay phân tích tử và mẫu thành tích chứa nhân tử x^n rồi giản ước).

- Nếu $f(x)$ hay $g(x)$ có chứa biến x trong dấu căn thức, thì đưa x^k ra ngoài dấu căn (k là số mũ bậc cao nhất của x trong dấu căn), trước khi chia tử và mẫu cho lũy thừa của x .

Dạng 3. Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)]$ khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ (hay dạng $\infty - \infty$) hoặc

Tính $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x).g(x)$ khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \pm\infty$ (hay dạng $0.\infty$)

- Nhân chia với biểu thức liên hợp (nếu có biểu thức chứa biến dưới dấu căn thức) hoặc quy đồng mẫu để đưa về cùng một phân thức (nếu chứa nhiều phân thức)

§3. HÀM SỐ LIÊN TỤC

1. Hàm số liên tục

- Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng K và $x_0 \in K$. Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại x_0 khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- Hàm số $y = f(x)$ không liên tục tại x_0 được gọi là gián đoạn tại điểm đó
- $y = f(x)$ liên tục trên một khoảng nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc khoảng đó.
- $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ nếu nó liên tục trên khoảng $(a; b)$ và $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$
- Đồ thị hàm số liên tục trên một khoảng được biểu thị bởi một “đường liền” trên khoảng đó.

2. Các định lý

Định lý 1

- Hàm số đa thức liên tục trên toàn bộ tập số thực $\mathbb{R}$
- Hàm số phân thức hữu tỉ và hàm số lượng giác liên tục trên từng khoảng của tập xác định của chúng.

Định lý 2.

Giả sử $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là hai hàm số liên tục tại điểm x_0 . Khi đó:

- Các hàm số $f(x) + g(x), f(x) - g(x)$ và $f(x).g(x)$ cũng liên tục tại điểm x_0 .
- Hàm số $\frac{f(x)}{g(x)}$ liên tục tại x_0 , nếu $g(x_0) \neq 0$

Định lý 3

Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$ thì tồn tại ít nhất một điểm $c \in (a; b)$ sao cho $f(c) = 0$

Mệnh đề tương đương

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0$. Khi đó phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Tính $H = \lim \left(n - \frac{1}{n} \right) \left(\frac{1-4n}{2n^2} \right)$.

A. $H = 2$.

B. $H = +\infty$.

C. $H = -2$.

D. $H = -\frac{1}{2}$.

Câu 2: Tính $T = \lim \frac{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n}}{\sqrt[3]{n^3+n-n}}$.

A. $T = 1$.

B. $T = 2$.

C. $T = +\infty$.

D. $T = \frac{1}{2}$.

Câu 3: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{5x^2+1} - x\sqrt{5}) = a$. Tính $\cos a$.

A. $\cos a = 0$.

B. $\cos a = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $\cos a = 1$.

D. $\cos a = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Tính $L = \lim \frac{2n-3n^3+1}{n^3+n^2}$.

A. $L = 0$.

B. $L = -\frac{1}{3}$.

C. $L = 3$.

D. $L = -3$.

Câu 5: Tính $K = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{n+2} (5-3^{2n-3})}{(2^{2n+1}-1)(2-9^{n-2})}$.

A. $K = 42$.

B. $K = 24$.

C. $K = -42$.

D. $K = -24$.

Câu 6: Biết $\lim \frac{\sqrt{9n^2-n+1}}{4n-2} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b-a=1$.

B. $a+b=9$.

C. $2a+b=12$.

D. $ab+2=10$.

Câu 7: Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn là $\frac{5}{3}$, tổng ba số hạng đầu tiên của nó là $\frac{39}{25}$. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số đó.

A. $\begin{cases} q = \frac{2}{5} \\ u_1 = 2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} q = \frac{5}{2} \\ u_1 = 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} q = \frac{2}{5} \\ u_1 = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} q = \frac{5}{2} \\ u_1 = 2 \end{cases}$.

Câu 8: Biết $\lim_{x \rightarrow -3} \left| \frac{-x^2-x+6}{x^2+3x} \right| = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $ab-2=8$.

B. $3a+b=10$.

C. $a-2b=-1$.

D. $a+b=2$.

Câu 9: Tính $J = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5|x-7| + \sqrt[3]{9x^3-3x^2+1}}{2017-4|x|}$.

A. $J = \frac{1}{4}$.

B. $J = \frac{\sqrt[3]{9}+5}{4}$.

C. $J = \frac{9}{4}$.

D. $J = \frac{\sqrt[3]{9}-5}{4}$.

Câu 10: Tính $M = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} \cdot \sqrt[3]{3x+1} - 1}{x}$.

A. $M = +\infty$.

B. $M = 2$.

C. $M = -4$.

D. $M = 1$.

Câu 11: Cho phương trình $-4x^3 + 4x - 1 = 0$ (1). Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

A. Phương trình (1) không có nghiệm trên khoảng $(-\infty; 1)$.

B. Hàm số $f(x) = 4x^3 + 4x - 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Phương trình (1) có nghiệm trên khoảng $(-2; 0)$.

D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $\left(-3; \frac{1}{2}\right)$

Câu 12: Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là 0?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3}{1 - 2^n}$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{3 \cdot 2^n - 3^n}$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(n-3)^2}{n-2n^3}$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^3}{n^2+2n}$.

Câu 13: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^6 + 4x^2 + x - 2}{(x^3 + 2)^2} = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 40}{2x^5 + 7x^4 + 21} = b$. Tính $S = a - b$.

A. $S = \frac{1}{2}$.

B. $S = 1$.

C. $S = \frac{10}{3}$.

D. $S = 0$.

Câu 14: Biết $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x+7} - 3} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $ab + 1 = 6$.

B. $a + b = 5$.

C. $b - a = 1$.

D. $2a - b = 1$.

Câu 15: Biết $|u_n - 2| \leq \frac{1}{3^n}$. Tìm $\lim u_n$.

A. $\lim u_n = 0$.

B. $\lim u_n = 2$.

C. $\lim u_n = \frac{1}{3}$.

D. $\lim u_n = +\infty$.

Câu 16: Tính $N = \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(n - \sqrt{n^2 + 1} \right)$.

A. $N = -\infty$.

B. $N = 1$.

C. $N = 0$.

D. $N = 2$.

Câu 17: Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 + bx + 1}{cx^2 + dx + 1}$, với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $P = abcd$.

A. $P = 4$.

B. $P = -2$.

C. $P = 6$.

D. $P = -8$.

Câu 18: Tính $K = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$.

A. $K = -56$.

B. $K = 0$.

C. $K = -\frac{1}{56}$.

D. $K = +\infty$.

Câu 19: Tính $M = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2-3n)^3 (n+1)^2}{1-4n^5}$. bằng.

A. $M = \frac{27}{4}$.

B. $M = -\frac{27}{4}$.

C. $M = -\frac{3}{4}$.

D. $M = \frac{3}{4}$.

Câu 20: Tính $Q = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2 - n}}{2n-1} + \frac{2^n \cos n}{3^n} \right)$.

A. $Q = \frac{1}{2}$.

B. $Q = -\frac{1}{2}$.

C. $Q = 2$.

D. $Q = 0$.

Câu 21: Đoàn trường tổ chức trò chơi lớn, tên của một đồng chí trạm trưởng được mã hóa bởi số 1234. Biết rằng mỗi chữ số trong số này là giá trị của một trong các biểu thức A, O, H, T, N, U với:

$$A = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{3n+4}{n-2}$$

$$O = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 2x^2 + 3}{x-1}$$

$$H = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{x+2}$$

$$T = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^6 + 4x^2 + x - 2}{(x^3 + 2)^2}$$

$$N = \lim \left(\frac{4n+1}{n} + \frac{\cos n}{3^n} \right)$$

$$U = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x}$$

Hãy cho biết tên của đồng chí trạm trưởng này, bằng cách thay các chữ số trên bởi các chữ kí hiệu biểu thức tương ứng.

A. HUAN.

B. THOA.

C. TOAN.

D. TUAN.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x} & \text{vz i } x < 1, x \neq 0 \\ 0 & \text{vz i } x = 0 \\ \sqrt{x} & \text{vz i } x \geq 1 \end{cases}$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng ?

A. Hàm số liên tục tại mọi điểm thuộc $\mathbb{R}$.

B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm x thuộc đoạn $[0; 1]$.

C. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 0$.

D. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 1$.

Câu 23: Tính $N = \lim \left(\left(\frac{\sqrt{2}}{\pi} \right)^n + \frac{3^n}{4^n} \right)$.

A. $N = \frac{3}{4}$.

B. $N = 0$.

C. $N = \frac{\sqrt{2}}{\pi}$.

D. $N = +\infty$.

Câu 24: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 4} + 3x + 1}{\sqrt{x^2 + 4x - 3} + 2x - 5} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a + b = 7$.

B. $ab - b = 10$.

C. $b - a = 1$.

D. $a + ab = 12$.

Câu 25: Biết $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2 + 3} + 3x} = a$. Tính $H = P_a + A_a^a + C_a^a$

A. $H = 105$.

B. $H = 3$.

C. $H = 55$.

D. $H = 9$.

Câu 26: Tính $J = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 2}{x^3 - x - 6}$.

A. $J = \frac{11}{15}$.

B. $J = \frac{15}{11}$.

C. $J = \frac{15}{10}$.

D. $J = 15$.

Câu 27: Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân lùi vô hạn, biết rằng tổng của cấp số nhân đó là 12, hiệu của số hạng đầu và số hạng thứ hai là $\frac{3}{4}$ và số hạng đầu là một số dương.

A. $u_1 = 3; q = \frac{1}{4}$.

B. $u_1 = 1; q = \frac{3}{4}$.

C. $u_1 = 3; q = \frac{3}{4}$.

D. $u_1 = 3; q = 3$.

Câu 28: Tên của một học sinh được mã hóa bởi số 5301. Biết rằng mỗi chữ số trong số này là giá trị của một trong các biểu thức A, H, N và O với

$$A = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{3n-1}{n+2}; \quad H = \lim \left(\sqrt{n^2 + 2n} - n \right); \quad N = \lim_{n \rightarrow 7} \frac{\sqrt{n} - 2}{3n+7}; \quad O = \lim_{n \rightarrow 4} \frac{3^n - 5 \cdot 4^n}{1 - 4^n}.$$

Hãy cho biết tên của học sinh này, bằng cách thay các chữ số trên bởi các chữ kí hiệu tương ứng.

A. HOAN.

B. HANO.

C. NHOA.

D. OANH.

Câu 29: Cho phương trình $\frac{1}{x} = 0$ (1). Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai ?

- A.** Hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.
B. Phương trình (1) có nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.
C. Phương trình (1) vô nghiệm.
D. Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-1; 1)$.

Câu 30: Tính $H = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 + x + 1} - x\sqrt{3})$.

- A.** $H = \frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $H = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $H = 0$. **D.** $H = \frac{1}{6}$.

Câu 31: Tính $L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{n+2}(5 - 3^{2n-3})}{(2^{2n+1} - 1)(2 - 9^{n-2})}$.

- A.** $L = 16$. **B.** $L = 4$. **C.** $L = 36$. **D.** $L = 24$.

Câu 32: Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là 0?

- A.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 1}{3 \cdot 2^n - 3^n}$. **B.** $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + 3}{x - 1}$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^3}{x^2 + 2x}$. **D.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n+1)(n-3)^2}{n - 2n^3}$.

Câu 33: Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào không tồn tại?

- A.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x$. **B.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x^2 + 1}$. **C.** $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{(x+1)^2}$. **D.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1}}$.

Câu 34: Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,313131\dots$ dưới dạng một phân số nào dưới đây?

- A.** $\frac{32}{99}$. **B.** $\frac{13}{99}$. **C.** $\frac{100}{99}$. **D.** $\frac{31}{99}$.

Câu 35: Tính $E = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$.

- A.** $E = 1$. **B.** $E = -\frac{1}{2}$. **C.** $E = \frac{1}{2}$. **D.** $E = 0$.

Câu 36: Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào có giới hạn là $+\infty$?

- A.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + 2n - 1}{n - 2n^3}$. **B.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 3n + 2}{n^2 + n}$. **C.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 - 3n}{n^3 + 3n}$. **D.** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - n + 1}{2n - 1}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} m(x^2 - 1) & \text{khi } x = 3 \\ m - 1 & \text{khi } x \neq 3 \end{cases}$. Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $f(x)$ liên

tục tại $x = 3$.

- A.** $m = -18$. **B.** $m = \frac{9}{13}$. **C.** $m = 18$. **D.** $m = -\frac{9}{13}$.

Câu 38: Cho phương trình $x^3 + 3x^2 - 4x - 7 = 0$ (1). Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

- A.** Phương trình (1) không có nghiệm trong khoảng $(-2; 0)$.
B. Phương trình (1) có nghiệm trong khoảng $(-4; 0)$.
C. Hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 7$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. Phương trình (1) ít nhất nghiệm trong khoảng $(1; 3)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{x^2 - x - 2} & \text{khi } x \neq -1, x \neq 2 \\ -1 & \text{khi } x = -1 \\ 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số liên tục trên khoảng $(-2; 3)$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x = -1; x = 2$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$.

Câu 40: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{4 - \sqrt{x^2 + 16}} = a$, với $a \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + \frac{1}{a}$.

A. $S = -\frac{17}{4}$.

B. $S = 2$.

C. $S = -\frac{1}{4}$.

D. $S = -4$.

Câu 41: Biết $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 11x + 18} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(ax^2 + bx + c)}{(x+2)(x+d)}$, với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b + c + d$.

A. $S = 12$.

B. $S = 9$.

C. $S = 4$.

D. $S = -2$.

Câu 42: Tính $K = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{4n^2 - n} + \sqrt[3]{8n^3 + n^2}}{2n + 3} \right)$.

A. $K = 3$.

B. $K = 1$.

C. $K = 2$.

D. $K = 4$.

Câu 43: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(x+3)^3 - 27}{x} + m \right) = 27$. Tìm m .

A. $m = 0$.

B. $m = 27$.

C. $m = -9$.

D. $m = 1$.

Câu 44: Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là 0 ?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$.

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^3 - 1}$.

D. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+5}{x+10}$.

Câu 45: Tính $N = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 6} - \sqrt{x^2 + 2x - 6}}{x^2 - 4x + 3}$.

A. $N = 1$.

B. $N = -3$.

C. $N = -\frac{1}{3}$.

D. $N = \frac{2}{3}$.

Câu 46: Tính $K = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - |x-1|}{|x-2| - 2}$.

A. $K = 0$.

B. $K = 1$.

C. $K = -1$.

D. $K = 4$.

Câu 47: Tính $M = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{1+n^3} - n)$.

A. $M = +\infty$.

B. $M = 2$.

C. $M = 3$.

D. $M = 0$.

Câu 48: Tính $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1+x}}{x}$.

A. $L = 0$.

B. $L = 2$.

C. $L = 8$.

D. $L = -3$.

Câu 49: Tìm tham số m để hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{5x-1}}{2x^2 - 5x + 2} & \text{khi } x > 2 \\ (m-2)x^3 - mx + 10 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại $x_0 = 2$

A. $m = -\frac{5}{18}$. B. $m = \frac{103}{108}$. C. $m = \frac{5}{18}$. D. $m = -\frac{103}{108}$.

Câu 50: Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,780780780\dots$ dưới dạng một phân số nào dưới đây ?

A. $\frac{278}{333}$. B. $\frac{999}{10000}$. C. $\frac{278}{333}$. D. $\frac{926}{333}$.

Câu 51: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{\sqrt{x+3}-2} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a-2b=4$. B. $a+2b=10$. C. $2a+b=12$. D. $2a-b=3$.

Câu 52: Tính $P = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-3}{3-\sqrt{6x-x^2}}$.

A. $P=2$. B. $P=0$. C. $P=-\frac{\sqrt{6}}{6}$. D. $P=-\infty$.

Câu 53: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}-x} = a$. Tính $P = C_{10}^a + a$

A. $P=100$. B. $P=45$. C. $P=2$. D. $P=47$.

Câu 54: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} & \text{neg } x \neq 3 \\ m & \text{neg } x = 3 \end{cases}$. Tìm tham số m để hàm số đã cho liên tục tại $x=3$.

A. $m=-1$. B. $m=4$. C. $m=-4$. D. $m=1$.

Câu 55: Cho hàm số $f(x) = \frac{a-x^2}{x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

Câu 56: Cho hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} \frac{(x+2)^3-8}{x^2+x} & \text{neg } x \neq 0, x \neq -1 \\ x^2-2x+12 & \text{neg } x = 0 \end{cases}$. Khẳng định nào dưới đây là sai ?

A. Hàm số liên tục tại $x=0$ B. Hàm số gián đoạn tại $x=0$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^3-8}{x^2+x} = 12$ D. $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Câu 57: Tính $K = \lim \left(2^n + \frac{1}{n} \right)$.

A. $K=2$. B. $K=3$. C. $K=+\infty$. D. $K=0$.

Câu 58: Tính $J = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{3x^2+x+1} - x\sqrt{3} \right)$.

A. $J = \frac{1}{6}$. B. $J = 0$. C. $J = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. D. $J = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 59: Tính $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6-x} - \sqrt[3]{x^2+4}}{x^2-4}$.

A. $I = \frac{7}{48}$. B. $I = -\frac{7}{48}$. C. $I = -7$. D. $I = -\frac{1}{48}$.

Câu 60: Tính $J = \lim \frac{n \sin n^2 - 3n^2}{n^2}$.

A. $J = 3$.

B. $J = -3$.

C. $J = 2$.

D. $J = 0$.

Câu 61: Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n\sqrt{n}}{n^2 + 2n - 1}$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = 3$.

C. $I = 0$.

D. $I = 2$.

Câu 62: Tính $F = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 2n^2} - n^2)$.

A. $F = -1$.

B. $F = 0$.

C. $F = 2$.

D. $F = 1$.

Câu 63: Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,51111\dots$ được biểu diễn bởi một phân số nào dưới đây?

A. $\frac{43}{90}$.

B. $\frac{6}{11}$.

C. $\frac{46}{90}$.

D. $\frac{47}{90}$.

Câu 64: $K = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 - 5n + 1}{n^2 + 4}$.

A. $K = 0$.

B. $K = +\infty$.

C. $K = 3$.

D. $K = \frac{1}{3}$.

Câu 65: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{(-1)^n (\sqrt{3})^n}{3 \cdot 2^{n+1}} \right) = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a^2 - b^2$.

A. $S = 3$.

B. $S = -1$.

C. $S = \frac{1}{2}$.

D. $S = -3$.

Câu 66: Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,131131131\dots$ dưới dạng một phân số nào dưới đây ?

A. $\frac{219}{999}$.

B. $\frac{129}{999}$.

C. $\frac{2129}{999}$.

D. $\frac{212}{999}$.

Câu 67: Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là -1 ?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n^2 + 3}$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^3}{2n^3 + 1}$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{2 - 3n}$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{-2n - n^2}$.

Câu 68: Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - n(-1)^n}{1 + 2n^2}$.

A. $I = \frac{3}{2}$.

B. $I = -2$.

C. $I = 0$.

D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 69: Tính $N = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} \right)$.

A. $N = 2$.

B. $N = \frac{1}{32}$.

C. $N = -\infty$.

D. $N = 0$.

Câu 70: Tính tổng S của cấp số nhân vô hạn $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots$

A. $S = -\frac{1}{3}$.

B. $S = -1$.

C. $S = -\frac{1}{4}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 71: Tính $H = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 4^n}{2 \cdot 4^n + 2^n}$.

A. $H = \frac{1}{2}$.

B. $H = -2$.

C. $H = -1$.

D. $H = -\frac{1}{2}$.

Câu 72: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(x+3)^3 - 27}{x} + m \right) = 29$. Tìm m .

A. $m = 2$.

B. $m = 27$.

C. $m = -9$.

D. $m = 1$.

Câu 73: Tính $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n - 1} - \sqrt{4n^2 - 2}}{n + 3}$.

A. $J = 0$.

B. $J = -1$.

C. $J = -\frac{1}{3}$.

D. $J = -2$.

Câu 74: Tính $Q = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}$.

A. $Q = -\frac{2}{12}$.

B. $Q = \frac{30}{36}$.

C. $Q = 6$.

D. $Q = 1$.

Câu 75: Tính tổng $S = 1 + 0,9 + (0,9)^2 + (0,9)^3 + \dots + (0,9)^{n-1} + \dots$

A. $S = 10$.

B. $S = 11$.

C. $S = \frac{9}{10}$.

D. $S = 9$.

Câu 76: Tính $P = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$.

A. $P = 1$.

B. $P = -3$.

C. $P = -1$.

D. $P = 0$.

Câu 77: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào liên tục tại $x = 1$.

A. $f(x) = \sqrt{1-2x}$.

B. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -x & \text{khi } x = 1 \end{cases}$.

C. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ 3x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$.

D. $f(x) = \frac{2x - 2}{x^2 - 6x + 5}$.

Câu 78: Tính $Q = \lim_{n \rightarrow \infty} (5^n - \cos \sqrt{n\pi})$.

A. $Q = 1$.

B. $Q = -1$.

C. $Q = +\infty$.

D. $Q = 0$.

Câu 79: Biểu diễn số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,780780780\dots$ dưới dạng một phân số nào dưới đây?

A. $\frac{96}{33}$.

B. $\frac{926}{333}$.

C. $\frac{278}{333}$.

D. $\frac{999}{10000}$.

Câu 80: Tính $G = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(10 - \frac{2 \sin n^2}{\sqrt{n}} \right)$.

A. $G = +\infty$.

B. $G = 10$.

C. $G = 0$.

D. $G = 9$.

Câu 81: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?

A. Hàm số đa thức liên tục trên toàn tập số thực $\mathbb{R}$.

B. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S = \frac{u_1}{1-q}, |q| < 1$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} ax^k = +\infty, a < 0$.

Câu 82: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 + 5x - 1}{1 - x^2 + x^4} = a$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - x + 1}}{1 - 2x} = b$. Tính $P = a.b + 1$.

- A. $P = -2$. B. $P = \frac{1}{4}$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Câu 83: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 1} + n}{2n + 1} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Mệnh đề nào dưới đây sai ?

- A. $ab + 4 = 10$. B. $a + b = 5$. C. $a - 2b = -1$. D. $2b - a = -1$.

Câu 84: Biết $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-4} - \sqrt{x+4} + 2}{x-5} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $u_{10} = a.b^{b-a}$.

- A. $u_{10} = 18$. B. $u_{10} = 27$. C. $u_{10} = 3$. D. $u_{10} = 9$.

Câu 85: Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n!}$.

- A. $L = \frac{1}{10^9}$. B. $L = 1$. C. $L = 0$. D. $L = \frac{1}{1000}$.

Câu 86: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

- A. Phương trình $x^4 - 3x^3 + x - 1 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(-1; 3)$.
 B. Hàm số $y = \cot x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số $y = x + \cos x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 87: Tính $Q = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1 - \sqrt{9x^2 + 4x})$.

- A. $Q = -\infty$. B. $Q = +\infty$. C. $Q = -1$. D. $Q = 0$.

Câu 88: Tính $N = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt[3]{x} - 1}$.

- A. $N = 6$. B. $N = 0$. C. $N = 9$. D. $N = +\infty$.

Câu 89: Biết $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 10}{x^3 + 6} = a$ và $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 11x + 30}{25 - x^2} = b$. Tính $S = a + b$.

- A. $S = \frac{1}{10}$. B. $S = 2$. C. $S = \frac{21}{10}$. D. $S = \frac{1}{5}$.

Câu 90: Tính tổng S của cấp số nhân vô hạn $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots$

- A. $S = -\frac{1}{4}$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = -\frac{1}{3}$. D. $S = -1$.

Câu 91: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

A. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}, |q| < 1$.

B. Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn $S = \frac{u_1}{1 - q}, |q| < 1$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$.

D. Hàm số đa thức liên tục trên toàn tập số thực $\mathbb{R}$.

Câu 92: Cho $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a & \text{khi } x > 2 \\ 2a + 1 & \text{khi } x = 2 \\ bx - 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ liên tục trên tại $x = 2$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 15$.

B. $S = 17$.

C. $S = 16$.

D. $S = 14$.

Câu 93: Cho $C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$; $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x}$; $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$; $O = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x^4}$.

Tìm từ được mã hóa bởi chuỗi số 30213?

A. CONAN.

B. CANON.

C. CONAC.

D. CANOC.

Câu 94: Hàm số nào sau đây liên tục tại $x_0 = 1$?

A. $f(x) = \sqrt{x-2}$.

B. $f(x) = \begin{cases} 2x-5 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 - 2x^2 + x - 3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

C. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9x + 8}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -7 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$.

D. $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x-1}$.

Câu 95: Tính $M = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n+1} + 2(-5)^n}{6^{n-2} - 3}$.

A. $M = 102$.

B. $M = \frac{1}{6}$.

C. $M = 108$.

D. $M = 1$.

Câu 96: Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là $+\infty$?

A. $\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n^2 - n + 1}{2n - 1}$.

B. $\lim_{n \rightarrow 3} \frac{2n^2 - 3n}{n^3 + 3n}$.

C. $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^3 + 2n - 1}{n - 2n^3}$.

D. $\lim_{n \rightarrow 2} \frac{n^2 - 3n + 2}{n^2 + n}$.

Câu 97: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1+x}}{x} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $ab + 1 = 7$.

B. $2a + 3b = 5$.

C. $2a + b = 8$.

D. $b - a = 5$.

Câu 98: Tính $H = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{4 - \sqrt{x^2 + 16}}$.

A. $H = -\frac{1}{4}$.

B. $H = 2$.

C. $H = 0$.

D. $H = -4$.

Câu 99: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3}) = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $b - a = 2$.

B. $a + b = 7$.

C. $a.b = 10$.

D. $a - b = 3$.

Câu 100: Tính $P = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 4x^2 + 2x + 1}$.

A. $P = -\frac{1}{4}$.

B. $P = \frac{1}{6}$.

C. $P = \frac{1}{2}$.

D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 101: Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^2 + 4x + 5}{x^4 - x + 3}$.

A. $I = 0$.

B. $I = 1$.

C. $I = 3$.

D. $I = -1$.

Câu 102: Tính $K = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 2\sqrt{n}}{2n}$.

- A. $K = 2$. B. $K = -1$. C. $K = \frac{1}{2}$. D. $K = -\frac{1}{2}$.

Câu 103: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2 + x - 2} - \frac{1}{x^3 - 1} \right) = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $u_{10} = a + 9b$.

- A. $u_{10} = 162$. B. $u_{10} = 83$. C. $u_{10} = 20$. D. $u_{10} = 27$.

Câu 104: Tính $M = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x^2 - 1} - 1}{\sqrt{x} - 1}$.

- A. $M = 0$. B. $M = 2$. C. $M = +\infty$. D. $M = \sqrt{2}$.

Câu 105: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - \sqrt{8x+1}}{\sqrt{5-x} - \sqrt{7x-3}} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = 20$. B. $a - 2b = 17$. C. $a \cdot b = -84$. D. $2a - b = 2$.

Câu 106: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 2 - \sqrt{4x^2 - x - 2}}{x^2 - 3x + 2} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $S = \frac{10(1-b^a)}{1-b}$.

- A. $S = 7$. B. $S = -10$. C. $S = 5$. D. $S = 10$.

Câu 107: Biết $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x^3 - 3x + 2}}{x^2 - 5x + 4} = \tan \alpha$, với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $S = \sin \alpha + \cos \alpha$.

- A. $S = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$.

Câu 108: Tính tổng $S = 1 + 0,9 + (0,9)^2 + (0,9)^3 + \dots + (0,9)^{n-1} + \dots$

- A. $S = 10$. B. $S = 11$. C. $S = \frac{9}{10}$. D. $S = 9$.

Câu 109: Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + 5x + 4x^2} - 3}{x} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a - b = 1$. B. $ab + 1 = 12$. C. $2a + 3b = 30$. D. $2a + b = 16$.

Câu 110: Tính $P = \lim_{n \rightarrow \infty} ((0,99)^n \cos n)$.

- A. $P = \frac{11}{10}$. B. $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $P = 0$. D. $P = \frac{9}{10}$.

Câu 111: Cho cấp số nhân vô hạn $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots$. Tính tổng S của cấp số đã cho.

- A. $S = -1$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = -\frac{1}{4}$. D. $S = -\frac{1}{3}$.

Câu 112: Đoàn trường tổ chức trò chơi lớn, tên của một đồng chí trạm trưởng được mã hóa bởi số 1234. Biết rằng mỗi chữ số trong số này là giá trị của một trong các biểu thức A, O, H, T, N, U với:

$$\begin{aligned} A &= \lim_{n \rightarrow 2} \frac{3n+4}{n-2} & O &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 2x^2 + 3}{x-1} & H &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{x+2} \\ T &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^6 + 4x^2 + x - 2}{(x^3 + 2)^2} & N &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n+1}{n} + \frac{\cos n}{3^n} \right) & U &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 1} - x} \end{aligned}$$

Hãy cho biết tên của đồng chí trạm trưởng này, bằng cách thay các chữ số trên bởi các chữ kí hiệu biểu thức tương ứng.

- A. HUAN. B. TUAN. C. TOAN. D. THOA.

Câu 113: Tính $K = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1) \sqrt{\frac{x+1}{2x^3+x^2}}$.

- A. $K = 2$. B. $K = \sqrt{3}$. C. $K = \sqrt{2}$. D. $K = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 114: Giải phương trình $\frac{1}{x} + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{7}{2}$, trong đó $|x| < 1$.

- A. $x \in \left\{\frac{1}{3}\right\}$. B. $x \in \left\{\frac{2}{3}\right\}$. C. $x \in \{1; 2\}$. D. $x \in \left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right\}$.

Câu 115: Tính $L = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$.

- A. $L = 4$. B. $L = -1$. C. $L = -\frac{1}{2}$. D. $L = 0$.

Câu 116: Tính tổng $S = -1 + \frac{1}{10} - \frac{1}{10^2} + \dots + \frac{(-1)^n}{10^{n-1}} + \dots$

- A. $S = -\frac{11}{10}$. B. $S = \frac{10}{11}$. C. $S = \frac{1}{11}$. D. $S = -\frac{10}{11}$.

Câu 117: Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$.

- A. $L = \frac{1}{2}$. B. $L = -2$. C. $L = 0$. D. $L = 1$.

Câu 118: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

- A. Phương trình $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$ có ít nhất ba nghiệm nằm trong khoảng $(-2; 5)$.
 B. Hàm số $y = \tan x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
 D. Hàm số $y = x + \sin x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 119: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x) = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $P = a.b$.

- A. $P = 2$. B. $P = \frac{1}{2}$. C. $P = 1$. D. $P = 3$.

Câu 120: Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x - 3 + \sqrt{4x^2 + x}}{\sqrt[3]{8x^3 - 4x^2 - x + 5}} + 2m \right) = 10$. Tìm m .

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = 5$. D. $m = 10$.

Câu 121: Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^5 + 9x + 7}{3x^6 + x^3 + 1}$.

- A. $I = 2$. B. $I = 4$. C. $I = \frac{4}{3}$. D. $I = 8$.

Câu 122: Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai ?

- A. Phương trình $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$ có ít nhất ba nghiệm nằm trong khoảng $(-2; 5)$.
 B. Hàm số $y = \tan x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số $y = x + \sin x$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$ liên tục trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 123: Tính $M = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{3 - \sqrt{6x - x^2}}$.

- A.** $M = 0$. **B.** $M = -\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $M = 2$. **D.** $M = -\infty$.

Câu 124: Tính $P = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n^2 - n^3} + n \right)$.

- A.** $P = 2$. **B.** $P = \frac{1}{3}$. **C.** $P = -3$. **D.** $P = 0$.

Câu 125: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a + b = 7$. **B.** $a + 3b = 5$. **C.** $b - 2a = 3$. **D.** $ab = 4$.

Câu 126: Biết $\lim_{a \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 - 1} \right) = a, a \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a^2 + a + 1$.

- A.** $S = \frac{1}{2}$. **B.** $S = \frac{7}{4}$. **C.** $S = \frac{3}{2}$. **D.** $S = 1$.

Câu 127: Tính tổng $S = 2 - \sqrt{2} + 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} - \dots$

- A.** $S = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$. **B.** $S = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$. **C.** $S = \sqrt{2} + 1$. **D.** $S = 2\sqrt{2}$.

Câu 128: Tính tổng $S = 9 + 3 + 1 + \dots + \frac{1}{3^{n-3}} + \dots$

- A.** $S = \frac{7}{2}$. **B.** $S = \frac{35}{3}$. **C.** $S = \frac{1}{2}$. **D.** $S = \frac{27}{2}$.

Câu 129: Tính tổng S của cấp số nhân $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^n}, \dots$

- A.** $S = 1$. **B.** $S = \frac{1}{2}$. **C.** $S = \frac{1}{2^{n+1}}$. **D.** $S = 2^n$.

Câu 130: Biết tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn là $\frac{5}{3}$, tổng ba số hạng đầu tiên của nó là $\frac{39}{25}$. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số đó.

- A.** $u_1 = 2, q = \frac{2}{5}$. **B.** $u_1 = 1, q = \frac{5}{2}$. **C.** $u_1 = 1, q = \frac{2}{5}$. **D.** $u_1 = 1, q = 2$.

Câu 131: Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân lùi vô hạn có tổng bằng 3 và công bội $q = \frac{2}{3}$

- A.** $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$. **B.** $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$. **D.** $u_n = \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 132: Tính $L = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} \right)$.

- A.** $L = -\infty$. **B.** $L = 2$. **C.** $L = \frac{1}{32}$. **D.** $L = 0$.

Câu 133: Tính $P = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{10-x} - 2}{x-2}$.

- A. $P = 2$. B. $P = -\frac{1}{12}$. C. $P = \frac{1}{24}$. D. $P = \frac{1}{12}$.

Câu 134: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} ax^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2 + x - 1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tìm giá trị của a để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $a = \frac{5}{4}$. B. $a = 3$. C. $a = 4$. D. $a = \frac{2}{3}$.

Câu 135: Tính tổng S cấp số nhân $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \dots$

- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = \frac{2}{3}$. C. $S = \frac{3}{8}$. D. $S = \frac{3}{4}$.

Câu 136: Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x}) = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $S = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$.

- A. $S = \frac{5}{2}$. B. $S = \frac{2}{3}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = \frac{1}{2}$.

Câu 137: Tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn là 10, tổng năm số hạng đầu tiên của nó là $\frac{155}{16}$. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số đó.

- A. $\begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_1 = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_1 = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} q = \frac{1}{2} \\ u_1 = 5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} q = \frac{1}{5} \\ u_1 = 5 \end{cases}$.

Câu 138: Cho (u_n) và (v_n) là hai dãy số có giới hạn. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\lim \frac{1}{u_n} = \frac{1}{\lim u_n}$. B. $\lim \sqrt{v_n} = \sqrt{\lim v_n}$. C. $\lim \sqrt[3]{u_n} = \sqrt[3]{\lim u_n}$. D. $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{\lim u_n}{\lim v_n}$.

Câu 139: Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là -1 ?

- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + x - 1}{3x + x^2}$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{x^2 - 5x}$. C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - x^2 + 3}{5x^2 - x^3}$. D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$.

Câu 140: Tính $L = \lim (2^n - 2n + 3)$.

- A. $L = 3$. B. $L = -\infty$. C. $L = 2$. D. $L = +\infty$.

C. ĐÁP ÁN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A																				
B																				
C																				
D																				

	10 1	10 2	10 3	10 4	10 5	10 6	10 7	10 8	10 9	11 0	11 1	11 2	11 3	11 4	11 5	11 6	11 7	11 8	11 9	12 0
A																				
B																				
C																				
D																				

	12 1	12 2	12 3	12 4	12 5	12 6	12 7	12 8	12 9	13 0	13 1	13 2	13 3	13 4	13 5	13 6	13 7	13 8	13 9	14 0
A																				
B																				
C																				
D																				

CHUYÊN ĐỀ 5

PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG

---o0o---

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

§1. PHÉP BIẾN HÌNH

- Quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó được gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.
- Ta thường kí hiệu phép biến hình là F và viết $F(M) = M'$ hay $M' = F(M)$, khi đó M' gọi là ảnh của điểm M qua phép biến hình F .
- Phép biến hình biến mỗi điểm của mặt phẳng thành chính nó được gọi là phép đồng nhất.
- Nếu H là một hình nào đó trong mặt phẳng thì ta kí hiệu $H' = F(H)$ là tập các điểm $M' = F(M)$, với mọi điểm M thuộc H . Khi đó ta nói F biến hình H thành H' hay H' là ảnh của H qua phép biến hình F .
- Để chứng minh hình H' là ảnh của hình H qua phép biến hình F , ta có thể chứng minh: Với điểm M tùy ý $M \in H \Leftrightarrow M' = F(M) \in H'$
- Với mỗi điểm M , ta xác định điểm M' trùng với M thì ta cũng được một phép biến hình. Phép biến hình đó gọi là phép đồng nhất.

§2. PHÉP TỊNH TIẾN VÀ PHÉP DỜI HÌNH

I. Phép tịnh tiến

1. Định nghĩa phép tịnh tiến

- Trong mặt phẳng cho vector $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.
- Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$ thường được kí hiệu là $T_{\vec{v}}$. Như vậy $T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$
- Phép tịnh tiến theo vector không được gọi là phép đồng nhất.

2. Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(x; y)$; $\vec{v} = (a; b)$. Gọi $M' = T_{\vec{v}}(M) = (x'; y')$.
- Khi đó $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$ gọi là biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.

- Vận dụng: $M'(x'; y') = M(x; y) + \vec{v}(a; b)$

3. Các tính chất của phép tịnh tiến

Phép tịnh tiến:

- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì;
- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ ba điểm đó;
- Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho;
- Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho;
- Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho;
- Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính;
- Biến góc thành góc bằng góc đã cho.

II. Phép dời hình

1. Định nghĩa

- Phép dời hình là một phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì
- Các phép tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay đều là những phép dời hình
- Nếu thực hiện liên tiếp hai phép dời hình, ta được một phép dời hình.

2. Tính chất

Phép dời hình

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự ba điểm ấy;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó;
- Biến một tam giác thành tam giác bằng đã cho, biến một góc thành góc bằng góc đã cho;
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Tích của hai phép biến hình

Cho hai phép biến hình F và G , giả sử M là một điểm bất kì, phép biến hình $F(M) = M'$ và phép biến hình $G(M') = M''$. Khi đó phép biến hình biến điểm M thành điểm M'' được gọi là hợp thành của phép F và G , kí hiệu $F \circ G$

§3. PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC

1. Định nghĩa

Phép đối xứng qua đường thẳng d là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' đối xứng với M qua d .

- Kí hiệu: $\mathbb{D}_d$ (Đường thẳng d gọi là trục đối xứng)
- Nếu $M \in d$ thì $\mathbb{D}_d(M) = M' \equiv M$
- Nếu $M' \notin d$ thì d là đường trung trực của đoạn MM' . Như vậy $M' = \mathbb{D}_d(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{M_0M'} = -\overrightarrow{M_0M}$, với M_0 là hình chiếu của M trên d
- $M' = \mathbb{D}_d(M) \Leftrightarrow M = \mathbb{D}_d(M')$

2. Trục đối xứng của một hình

Đường thẳng d gọi là trục đối xứng của hình H nếu $\mathbb{D}_d$ biến H thành chính nó. Khi đó H được gọi là hình có trục đối xứng.

3. Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ vuông góc Oxy, với mỗi điểm $M(x; y)$.

Gọi $M' = \mathbb{D}_d(M) = (x'; y')$

- Nếu chọn d là trục Ox nghĩa là $\mathbb{D}_{Ox}(M) = M'$ khi đó ta có: $\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$
- Nếu chọn d là trục Oy nghĩa $\mathbb{D}_{Oy}(M) = M'$ khi đó ta có: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$
- Nếu chọn d là đường thẳng có phương trình $Ax + By + C = 0$ với $A^2 + B^2 \neq 0$.

$$\mathbb{D}_d(M) = M', \text{ khi đó ta có } \begin{cases} x' = x - \frac{2A(Ax + By + C)}{A^2 + B^2} \\ y' = y - \frac{2B(Ax + By + C)}{A^2 + B^2} \end{cases}$$

4. Tính chất

Phép đối xứng trục

- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng;
- Biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó;
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó;
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

§4. PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

1. Định nghĩa

Cho điểm I . Phép biến hình biến điểm I thành chính nó, biến mỗi điểm M khác I thành M' sao cho I là trung điểm của MM' được gọi là phép đối xứng tâm I .

- Kí hiệu: $\mathbb{D}_I$
- Từ định nghĩa suy ra: $\mathbb{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$
- Từ đó suy ra:

- Nếu $M \equiv I$ thì $M' \equiv I$
- Nếu M không trùng với I thì $\mathcal{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow I$ là trung điểm của MM'
- $\mathcal{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow \mathcal{D}_I(M') = M$

2. Tâm đối xứng của một hình

Điểm I được gọi là tâm đối xứng của hình H nếu phép đối xứng tâm I biến hình H thành chính nó. Khi đó H được gọi là hình có tâm đối xứng.

3. Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng Oxy, Cho điểm $I = (a; b)$. Gọi $M = (x; y)$ và $M' = \mathcal{D}_I(M) = (x'; y')$

Trường hợp 1: Khi tâm đối xứng I trùng với gốc tọa độ $O(0; 0)$

$$\mathcal{D}_O : M(x, y) \rightarrow M'(x', y') \text{ khi đó : } \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

Trường hợp 2: Khi tâm đối xứng $I(a, b)$

$$\mathcal{D}_I : M(x, y) \rightarrow M'(x', y') \text{ khi đó : } \begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$$

4. Các tính chất

Phép đối xứng tâm

- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì;
- Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho;
- Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho;
- Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho;
- Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

§5. PHÉP QUAY

1. Định nghĩa

- Trong mặt cho một điểm O cố định và góc lượng giác φ không đổi. Phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM = OM'$ và góc lượng $(OM, OM') = \varphi$ được gọi là phép quay tâm O góc quay φ .
- Điểm O gọi là tâm quay, φ gọi là góc quay.
- Kí hiệu: $Q_{(O, \varphi)}$ hoặc Q_φ^O
- Chiều dương của phép quay $Q_{(O, \varphi)}$ theo chiều dương của đường tròn lượng giác. Ngược lại là chiều âm và còn kí hiệu $Q_{(O, -\varphi)}$

Nhận xét:

- Phép quay tâm O , góc quay $\varphi = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ chính là phép đối xứng tâm O
- Phép quay tâm O , góc quay $\varphi = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, chính là phép đồng nhất.

2. Tính chất

Phép quay

- Bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì;
- Biến một đường thẳng thành đường thẳng;
- Biến một đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng đoạn thẳng đã cho;
- Biến một tam giác thành tam giác bằng tam giác đã cho;
- Biến một đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính;

Chú ý: Giả sử phép quay tâm I góc quay φ biến đường thẳng d thành d' . Khi đó:

- Nếu $0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ thì góc giữa d và d' bằng φ
- Nếu $\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$ thì góc giữa d và d' bằng $\pi - \varphi$

3. Biểu thức tọa độ của phép quay.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy, xét phép quay $Q_{(I,\varphi)}$

Trường hợp 1: Khi tâm quay I trùng với gốc tọa độ O:

$$Q_{(O,\varphi)} : M(x,y) \rightarrow M'(x',y') \text{ khi đó : } \begin{cases} x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi \\ y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi \end{cases}$$

Lưu ý: $Q_{(O,90^\circ)} : M(x,y) \rightarrow M'(x',y') \text{ khi đó : } \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$

$$Q_{(O,-90^\circ)} : M(x,y) \rightarrow M'(x',y') \text{ khi đó : } \begin{cases} x' = y \\ y' = -x \end{cases}$$

Trường hợp 2: Khi tâm quay $I(x_0, y_0)$

$$Q_{(I,\varphi)} : M(x,y) \rightarrow M'(x',y') \text{ khi đó : } \begin{cases} x' - x_0 = (x - x_0) \cos \varphi - (y - y_0) \sin \varphi \\ y' - y_0 = (x - x_0) \sin \varphi + (y - y_0) \cos \varphi \end{cases}$$

§6. KHÁI NIỆM VỀ PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

1. Định nghĩa

- Phép dời hình là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- Nhận xét:
 - Các phép đồng nhất, tịnh tiến, đối xứng trục, đối xứng tâm và phép quay đều là những phép dời hình
 - Phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai phép dời hình cũng là một phép dời hình.

2. Tính chất Phép dời hình:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm đó;
- Biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó;
- Biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến góc thành góc bằng nó;
- Biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Hai hình bằng nhau

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

§7. PHÉP VỊ TỰ

1. Định nghĩa

Cho một điểm O cố định và một số k không đổi, $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỉ số k .

Kí hiệu: $V_{(O,k)}$. Như vậy $V_{(O,k)} : M \rightarrow M' \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$

Nhận xét

- Phép vị tự biến tâm vị tự thành chính nó.
- Khi $k > 0$, M và M' nằm cùng phía đối với O .
- Khi $k < 0$, M và M' nằm khác phía đối với O .
- Khi $k = -1$, M và M' đối xứng với nhau qua tâm O nên $V_{(O,-1)} = \mathcal{D}_O$
- Khi $k = 1$, thì $M \equiv M'$ nên phép vị tự là phép đồng nhất
- $V_{(O,k)}(M) = M' \Leftrightarrow V_{(O,\frac{1}{k})}(M') = M$

2. Các tính chất của phép vị tự

a. Định lý 1. Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M và N lần lượt thành hai điểm M' và N' thì:

$$\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN} \text{ và } MN = |k|MN$$

b. Phép vị tự tỉ số k :

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy;

- Biến một đường thẳng thành một đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng đã cho, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng mà độ dài nhân lên với $|k|$;
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho và tỉ số đồng dạng là $|k|$, biến góc thành góc bằng nó;
- Biến một đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính $|k| \cdot R$.

3. Biểu thức tọa độ.

Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy, cho phép vị tự $V_{(I,k)}$ với $I(x_0, y_0)$

$$\text{Ta có: } V_{(I,k)} : M(x, y) \rightarrow M'(x', y') \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = k\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = kx + (1-k)x_0 \\ y' = ky + (1-k)y_0 \end{cases}$$

$$\text{Khi } I \equiv O \text{ thì } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

§8. PHÉP ĐỒNG DẠNG

1. Định nghĩa

Phép biến hình F gọi là phép đồng dạng tỉ số k ($k > 0$) nếu với hai điểm bất kì M, N và ảnh M', N' tương ứng của chúng, ta luôn có $M'N' = k.MN$

Nhận xét:

- Phép dời hình là phép đồng dạng tỉ số 1.
- Phép vị tự tỉ số k là phép đồng dạng tỉ số $|k|$
- Nếu thực hiện liên tiếp hai phép đồng dạng thì được một phép đồng dạng.
- Mọi phép đồng dạng F tỉ số k đều là hợp thành của một phép vị tự V tỉ số k và một phép dời hình D.

2. Tính chất

Phép đồng dạng tỉ số k:

- Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy;
- Biến một đường thẳng thành một đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng;
- Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với tam giác đã cho và , biến góc thành góc bằng nó;
- Biến một đường tròn có bán kính R thành đường tròn có bán kính k.R.

Đặt biệt: Phép đồng dạng có một điểm kép O duy nhất là tích giao hoán của một phép vị tự và một phép quay có cùng tâm O. khi đó, kí hiệu: $Z_{(O,k,\varphi)} = Q_{(O,\varphi)} \cdot V_{(O,k)} = V_{(O,k)} \cdot Q_{(O,\varphi)}$, O được gọi là tâm đồng dạng.

3. Hình đồng dạng

Hai hình gọi là đồng dạng với nhau nếu có phép đồng dạng biến hình này thành hình kia

4. Biểu thức tọa độ của phép đồng dạng $Z_{(I,k,\varphi)}$

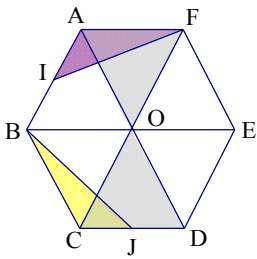
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho phép đồng dạng $Z_{(I,k,\varphi)}$ và $M(x, y)$

Gọi $M'(x'; y') = Z_{(I,k,\varphi)}(M)$

- Khi tâm I trùng với gốc tọa độ O, tọa độ điểm M' là $\begin{cases} x' = k(x \cos \varphi - y \sin \varphi) \\ y' = k(x \sin \varphi + y \cos \varphi) \end{cases}$
- Khi tâm $I(x_0, y_0)$, tọa độ điểm M' là $\begin{cases} x' - x_0 = k[(x - x_0) \cos \varphi - (y - y_0) \sin \varphi] \\ y' - y_0 = k[(x - x_0) \sin \varphi + (y - y_0) \cos \varphi] \end{cases}$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O , gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD có hình vẽ bên. Tìm một phép dời hình biến tam giác AIF thành tam giác CJB .



A. Phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{AC}$.

B. Phép quay tâm O góc 120° .

C. Phép đối xứng qua trục BO .

D. Phép quay tâm B góc 120° .

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - y + 4 = 0$. Hỏi trong bốn đường thẳng cho bởi các phương trình dưới đây, đường thẳng nào có thể biến thành Δ qua một phép đối xứng tâm?

A. $2x - 2y + 1 = 0$.

B. $2x + y - 4 = 0$.

C. $x + y - 1 = 0$.

D. $2x + 2y - 3 = 0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $H(4;2)$ và đường thẳng d có phương trình $x + 2y - 3 = 0$. Biết $D_d: H \mapsto K$, tìm tọa độ điểm K .

A. $K(0;2)$.

B. $K(2;0)$.

C. $K(2;4)$.

D. $K(2;-2)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(x;y)$. Tìm tọa độ ảnh của M qua phép đối xứng trục Oy .

A. $(y;x)$.

B. $(y;-x)$.

C. $(-x;-y)$.

D. $(-x;y)$.

Câu 5: Cho tam giác ABC và các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA và AB . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của AM . Tìm một phép dời hình biến tam giác APN thành tam giác MNP .

A. $Q_{(I, 60^\circ)}$.

B. $V_{(A, 2)}$.

C. D_I .

D. $T_{\overrightarrow{AP}}$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(4;-2)$ và $I(1;1)$. Biết $V_{(I, -1)}: N \mapsto M$. Tìm tọa độ điểm N .

A. $N(2;-4)$.

B. $N(2;-3)$.

C. $N(-4;2)$.

D. $N(-1;-1)$.

Câu 7: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E, F, H, K, O, I, J lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO$. Tìm một phép dời sao cho biến hình thang $AEJK$ thành hình thang $FOIC$ và chúng bằng nhau.

A. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua đường thẳng EH và phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{EO}$.

B. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua đường thẳng KF và phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{AE}$.

C. Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{EO}$ và phép đối xứng qua đường thẳng EH .

D. Thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{OF}$ và phép đối xứng qua đường thẳng KF .

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(x;y)$. Tìm tọa độ ảnh của M qua phép đối xứng trục Ox .

A. $(-x;y)$.

B. $(x;-y)$.

C. $(-y;-x)$.

D. $(y;-x)$.

Câu 9: Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một hình vuông thành chính nó?

A. Một.

B. Hai.

C. Bốn.

D. Vô số.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

A. $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 3$.

B. $(C'): x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$.

C. $(C'): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 9 = 0$.

D. $(C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Câu 11: Hình gồm hai đường tròn có tâm và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng ?

A. Hai.

B. Một.

C. Vô số.

D. Không có.

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hỏi phép đồng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 90° biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình dưới đây ?

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 13: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. Hai đường thẳng bất kì luôn đồng dạng.

B. Hai hình vuông bất kì luôn đồng dạng.

C. Hai đường tròn bất kì luôn đồng dạng.

D. Hai hình chữ nhật bất kì luôn đồng dạng.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x = 2\sqrt{2}$. Hãy viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc quay 45° .

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $y - 2 = 0$.

C. $x + y + 2 = 0$.

D. $x + 2y - 3 = 0$.

Câu 15: Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc $\alpha \neq k2\pi, k$ là một số nguyên ?

A. Hai.

B. Vô số.

C. Một.

D. Không có.

Câu 16: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Thực hiện liên tiếp phép quay và phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

B. Thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua tâm và phép đối xứng qua trục sẽ được một phép đối xứng qua tâm.

C. Thực hiện liên tiếp hai phép tịnh tiến sẽ được một phép tịnh tiến.

D. Thực hiện liên tiếp hai phép đối xứng trục sẽ được một phép đối xứng trục.

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;1)$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2;3)$ biến M thành điểm nào trong các điểm dưới đây ?

A. $H(4;4)$.

B. $P(2;0)$.

C. $K(1;3)$.

D. $Q(0;2)$.

Câu 18: Trong các hình dưới đây, hình nào có vô số tâm đối xứng ?

A. Hình elip.

B. Hình gồm hai đường thẳng cắt nhau.

C. Hình lục giác đều.

D. Hình gồm hai đường thẳng song song.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 3x + 2y - 5 = 0$. Tìm tọa độ của vector $\vec{v}$ để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến d thành chính nó.

A. $\vec{v} = (2; -3)$.

B. $\vec{v} = (2; 3)$.

C. $\vec{v} = (3; 2)$.

D. $\vec{v} = (1; 2)$.

Câu 20: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Tìm ảnh của đường thẳng BC qua phép quay tâm O góc 90° .

A. AC .B. BA .C. AD .D. CD .

Câu 21: Phép dời hình nào dưới đây không có tính chất “Biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó” ?

A. Phép tịnh tiến.

B. Phép đối xứng tâm.

C. Phép đối xứng trục.

D. Phép vị tự.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $d: 2x - y = 0$. Hỏi phép đồng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng qua trục Oy biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình dưới đây ?

A. $2x - y = 0$.

B. $2x + y = 0$.

C. $4x - y = 0$.

D. $2x + y - 2 = 0$.

Câu 23: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

- A. Có một phép vị tự biến mọi điểm thành chính nó.
- B. Có một phép đối xứng trục biến mọi điểm thành chính nó.
- C. Có một phép tịnh tiến biến mọi điểm thành chính nó.
- D. Có một phép quay biến mọi điểm thành chính nó.

Câu 24: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{v} = (2; -1)$ và điểm $M(-3; 2)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.

- A. $M_3(1; 1)$.
- B. $M_2(5; 3)$.
- C. $M_4(1; -1)$.
- D. $M_1(-1; 1)$.

Câu 25: Hình gồm hai đường tròn phân biệt có cùng bán kính có bao nhiêu tâm đối xứng ?

- A. Một.
- B. Hai.
- C. Không có.
- D. Vô số.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1; 1)$. Trong bốn điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O , góc 45° ?

- A. $K(-1; 1)$.
- B. $P(\sqrt{2}; 0)$.
- C. $Q(1; 0)$.
- D. $N(0; \sqrt{2})$.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x = 2$. Trong bốn đường thẳng cho bởi các phương trình sau đường thẳng nào là ảnh của Δ qua phép đối xứng tâm O ?

- A. $y = -2$.
- B. $y = 2$.
- C. $x = 2$.
- D. $x = -2$.

Câu 28: Cho hình chữ nhật có O là tâm đối xứng. Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc $\alpha, 0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó ?

- A. Hai.
- B. Không có.
- C. Bốn.
- D. Ba.

Câu 29: Hình vuông có mấy trục đối xứng ?

- A. Một.
- B. Vô số.
- C. Hai.
- D. Bốn.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $d: x + y - 2 = 0$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng tâm O và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (3; 2)$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình dưới đây ?

- A. $x + y + 2 = 0$.
- B. $x - y + 2 = 0$.
- C. $3x + 3y - 2 = 0$.
- D. $x + y - 3 = 0$.

Câu 31: Trong các hình dưới đây, hình nào không có tâm đối xứng ?

- A. Hình gồm một đường tròn và một hình chữ nhật nội tiếp.
- B. Hình gồm một hình vuông và đường tròn nội tiếp.
- C. Hình gồm một đường tròn và một tam giác đều nội tiếp.
- D. Hình lục giác đều.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(-2; 4)$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến điểm M thành điểm nào trong các điểm dưới đây ?

- A. $J(-4; -8)$.
- B. $I(4; -8)$.
- C. $H(-8; 4)$.
- D. $H(4; 8)$.

Câu 33: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{v} = (1; 2)$ và điểm $M(2; 5)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của điểm M qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.

- A. $M_2(4; 7)$.
- B. $M_3(3; 7)$.
- C. $M_4(3; 1)$.
- D. $M_1(1; 6)$.

Câu 34: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2; 3)$. Trong các điểm dưới đây, M là ảnh của điểm nào dưới đây qua phép đối xứng trục Oy .

- A. $M_2(3; 2)$.
- B. $M_4(2; -3)$.
- C. $M_4(-2; 3)$.
- D. $M_3(3; -2)$.

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình dưới đây ?

- A. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$.
- B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

C. $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 16$.

D. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(1;2)$ và $M(2;3)$. Trong bốn điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của M qua phép đối xứng tâm I ?

A. $J(-1;3)$.

B. $P(5;-4)$.

C. $H(0;1)$.

D. $K(2;1)$.

Câu 37: Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d' . Có bao nhiêu phép đối xứng trục biến d thành d' ?

A. Vô số.

B. Một.

C. Hai.

D. Không có.

Câu 38: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $d: x+y-2=0$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k=-2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình dưới đây?

A. $2x+2y=0$.

B. $x+y-4=0$.

C. $x+y+4=0$.

D. $x+y-4=0$.

Câu 39: Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Có phép vị tự không phải là phép dời hình.

B. Phép dời hình là một phép đồng dạng.

C. Phép vị tự là một phép đồng dạng.

D. Phép đồng dạng là một phép dời hình.

Câu 40: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 3x-2y-1=0$. Tìm ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng tâm O .

A. $d_4: 3x+2y+1=0$.

B. $d_2: 3x-2y-1=0$.

C. $d_3: 3x+2y-1=0$.

D. $d_1: 3x-2y+1=0$.

Câu 41: Cho hai đường thẳng song song d và d' . Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d thành d' ?

A. Vô số.

B. Một.

C. Hai.

D. Không có.

Câu 42: Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường tròn cho trước thành chính nó?

A. Một.

B. Không có.

C. Hai.

D. Vô số.

Câu 43: Trong các hình dưới đây, hình nào có bốn trục đối xứng?

A. Hình vuông.

B. Hình thoi.

C. Hình bình hành.

D. Hình chữ nhật.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;5)$ và đường thẳng d có phương trình $x-2y+4=0$. Tìm tọa độ ảnh của M qua phép đối xứng trục d .

A. $(3;2)$.

B. $(2;1)$.

C. $(3;1)$.

D. $(1;3)$.

Câu 45: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O . Xét phép quay Q có tâm quay O góc quay φ . Với giá trị nào dưới đây của φ , phép quay Q biến hình vuông $ABCD$ thành chính nó?

A. $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

B. $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

C. $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

D. $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

Câu 46: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;5)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của điểm M qua phép đối xứng trục Ox .

A. $M_2(-2;3)$.

B. $M_4(3;-2)$.

C. $M_1(3;2)$.

D. $M_3(2;-5)$.

Câu 47: Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường thẳng cho trước thành chính nó?

A. Chỉ có hai.

B. Không có.

C. Chỉ có một.

D. Vô số.

Câu 48: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(1;1)$ và đường tròn tâm I bán kính 2. Viết phương trình của đường tròn là ảnh của đường tròn trên qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O , góc 45° và phép vị tự tâm O , tỉ số $\sqrt{2}$.

A. $(x-2)^2 + y^2 = 8$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$.

C. $x^2 + (y-2)^2 = 8$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 49: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3;2)$, $B(-4;5)$ và $C(-1;3)$. Gọi tam giác $A'B'C'$ là ảnh của tam giác ABC qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc 90° và phép đối xứng qua trục Ox . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác $A'B'C'$.

A. $A'(2;3), B'(5;4), C'(-3;1)$.

B. $A'(2;-3), B'(5;-4), C'(3;-1)$.

C. $A'(-2;3), B'(5;4), C'(3;-1)$.

D. $A'(2;-3), B'(4;5), C'(-1;3)$.

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{v} = (2;1)$ và điểm $M(4;5)$. Trong các điểm dưới đây, M là ảnh của điểm nào dưới đây qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.

A. $M_3(2;6)$.

B. $M_2(6;6)$.

C. $M_4(2;4)$.

D. $M_1(3;3)$.

Câu 51: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Viết phương trình (C') là ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 10x - 4y + 27 = 0$ qua phép đối xứng trục d .

A. $(x+1)^2 + (y+4)^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 2$.

C. $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 16$.

D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Câu 52: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm những đường tròn đồng tâm.

B. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là đường tròn.

C. Đường tròn là hình có vô số trục đối xứng.

D. Một hình có vô số trục đối xứng thì hình đó phải là hình gồm hai đường thẳng vuông góc.

Câu 53: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A. Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

B. Phép đối xứng trục biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

C. Phép vị tự biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

D. Phép tịnh tiến biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Câu 54: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 2y + 1 = 0$. Tìm ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Ox .

A. $d_1: 3x + 2y + 1 = 0$.

B. $d_4: 3x - 2y - 1 = 0$.

C. $d_2: 3x + 2y - 1 = 0$.

D. $d_3: -3x + 2y - 1 = 0$.

Câu 55: Trong các phép biến hình sau, phép nào không phải là phép dời hình ?

A. Phép đồng nhất.

B. Phép vị tự tỉ số -1 .

C. Phép chiếu vuông góc lên một đường thẳng.

D. Phép đối xứng trục.

Câu 56: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;4)$. Hỏi phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện

liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = \frac{1}{2}$ và phép đối xứng qua trục Oy biến điểm M thành điểm nào trong các điểm dưới đây ?

A. $N(1;2)$.

B. $P(-2;4)$.

C. $M(-1;2)$.

D. $Q(1;-2)$.

Câu 57: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ của vector $\vec{v}$ để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến d thành chính nó.

A. $\vec{v} = (2;1)$.

B. $\vec{v} = (-1;2)$.

C. $\vec{v} = (1;2)$.

D. $\vec{v} = (2;-1)$.

Câu 58: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(3;4)$ và đường thẳng d có phương trình $2x - y + 3 = 0$. Biết $D_d: M \mapsto N$, tìm tọa độ điểm N .

A. $N(3;-4)$.

B. $N(-2;3)$.

C. $N(-1;6)$.

D. $N(7;2)$.

Câu 59: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Hãy viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ và phép đối xứng trục Ox .

A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Câu 60: Cho tam giác ABC và các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA và AB . Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Phép vị tự nào biến tam giác ABC thành tam giác MNP ?

A. $V_{(M,-1)}$.

B. $V_{(G,\frac{1}{2})}$.

C. $V_{(A,2)}$.

D. $V_{(G,-\frac{1}{2})}$.

Câu 61: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $M(2;3), N(4;1)$ và đường tròn (C) có tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=4$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{MN}$.

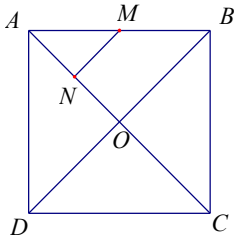
A. $x^2 + (y+1)^2 = 16$.

B. $(x+1)^2 + y^2 = 16$.

C. $x^2 + y^2 = 16$.

D. $x^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 62: Trong hình vuông $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AO như hình vẽ bên. Tìm ảnh của tam giác AMN qua phép vị tự tâm A tỉ số $k=2$.



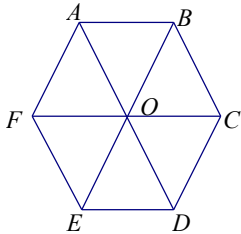
A. $\triangle OBC$.

B. $\triangle ABO$.

C. $\triangle ABC$.

D. $\triangle AMN$.

Câu 63: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ bên. Tìm ảnh của tam giác ABC qua $Q_{(O,120^\circ)}$.



A. $\triangle EFA$.

B. $\triangle FAB$.

C. $\triangle DEF$.

D. $\triangle CDE$.

Câu 64: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x+y-2=0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm $I(-1;-1)$ tỉ số $k=\frac{1}{2}$ và phép quay tâm O góc 45° .

A. $x+y=0$.

B. $y=0$.

C. $x+2y-1=0$.

D. $x=0$.

Câu 65: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $H(2;-3)$ và $I(4;1)$. Biết $V_{(I,-2)}: K \mapsto H$. Tìm tọa độ điểm K .

A. $K(-1;\frac{3}{2})$.

B. $K(7;-3)$.

C. $K(-4;6)$.

D. $K(5;3)$.

Câu 66: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$. Tìm ảnh (C') của đường tròn (C) qua phép quay tâm O , góc quay -90° .

A. $(C'): x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$.

B. $(C'): x^2 + y^2 + 6x + 4y - 4 = 0$.

C. $(C'): (x-3)^2 + (y-2)^2 = 3$.

D. $(C'): (x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Câu 67: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. Tìm ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (-2;3)$.

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Câu 68: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(5;4), B(-2;3)$. Tìm ảnh của đường thẳng AB qua phép vị tự tâm O tỉ số $k=-1$.

- A. $x - 7y - 23 = 0$. B. $x - y + 1 = 0$. C. $x - 7y + 23 = 0$. D. $7x + y - 23 = 0$.

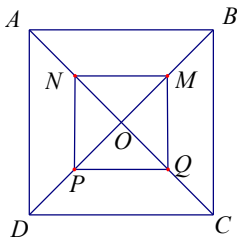
Câu 69: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của $\Delta: x - 3y + 11 = 0$ qua phép đối xứng trục d .

- A. $3x + y + 17 = 0$. B. $3x + y - 17 = 0$. C. $3x - y - 7 = 0$. D. $3x + 2y - 15 = 0$.

Câu 70: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;3)$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào là ảnh của điểm M qua phép đối xứng qua đường thẳng $x - y = 0$.

- A. $Q(3;-2)$. B. $N(3;2)$. C. $K(-2;3)$. D. $P(2;-3)$.

Câu 71: Trong hình vuông $ABCD$ tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của BO, AO, OD và OC như hình vẽ bên. Tìm ảnh của tứ giác $ABMN$ qua phép đối xứng tâm O .



- A. Tứ giác $CDPQ$. B. Tứ giác $NMQP$.
C. Tứ giác $CAQP$. D. Tứ giác $CDNM$.

Câu 72: Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Phép đối xứng tâm có vô số điểm biến thành chính nó.
B. Phép đối xứng tâm có đúng một điểm biến thành chính nó.
C. Phép đối xứng tâm không có điểm nào biến thành chính nó.
D. Phép đối xứng tâm có hai điểm biến thành chính nó.

Câu 73: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $d: 2x + y - 3 = 0$. Hỏi phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào trong các đường thẳng có phương trình dưới đây ?

- A. $2x + y - 3 = 0$. B. $4x + 2y - 5 = 0$. C. $4x - y - 3 = 0$. D. $2x + y - 6 = 0$.

Câu 74: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;3)$. Biết $D_d: E \mapsto M$, với $d: x - y = 0$. Tìm tọa độ điểm E .

- A. $E(2;-3)$. B. $E(-3;2)$. C. $E(-2;3)$. D. $E(3;2)$.

Câu 75: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;-2)$ và $C(1;5)$. Biết $T_{AB}: D \mapsto C$, tìm tọa độ điểm D .

- A. $D(-2;10)$. B. $D(3;-5)$. C. $D(-2;0)$. D. $D(2;3)$.

Câu 76: Mệnh đề nào dưới đây sai ?

- A. Phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -1$ chính là phép đối xứng tâm O .
B. Phép vị tự tâm O , tỉ số k biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
C. Phép tịnh tiến biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.
D. Phép quay tâm O , góc quay $\alpha = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ chính là phép đối xứng tâm O .

Câu 77: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 5 = 0$. Tìm ảnh của đường thẳng d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

- A. $2x - 3y + 10 = 0$. B. $2x - 3y - 10 = 0$. C. $3x - 2y - 11 = 0$. D. $2x - 3y - 7 = 0$.

Câu 78: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2;3)$ và đường tròn (C) có tâm $I(2;-2)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vector $\overrightarrow{AO}$.

- A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 5$. B. $x^2 + (y+5)^2 = 25$.
C. $x^2 + (y+5)^2 = 5$. D. $(x+5)^2 + y^2 = 5$.

Câu 79: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Hỏi phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục Oy và phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2; 3)$ biến (C) thành đường tròn nào trong các đường tròn có phương trình dưới đây ?

A. $x^2 + y^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Câu 80: Cho tam giác đều tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc $\alpha, 0 \leq \alpha \leq 2\pi$, biến tam giác trên thành chính nó ?

A. Một.

B. Hai.

C. Ba.

D. Bốn.

Câu 81: Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi O là tâm đối xứng của nó. Gọi I, F, J, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD và DA . Tìm ảnh của tam giác AEO qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua đường thẳng IJ và phép vị tự tâm B tỉ số 2.

A. Tam giác ADC .B. Tam giác BFO .C. Tam giác ABC .D. Tam giác BCD .

Câu 82: Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$. Tìm điểm M trên trục hoành sao cho $MA + MB$ bé nhất.

A. $M\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

B. $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

C. $M\left(\frac{4}{3}; 0\right)$.

D. $M\left(\frac{9}{2}; 0\right)$.

Câu 83: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{v} = (-2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $3x - 5y + 3 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}$.

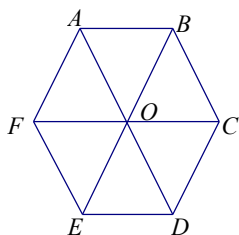
A. $3x - 5y + 24 = 0$.

B. $3x - 5y + 16 = 0$.

C. $3x + 5y - 24 = 0$.

D. $x + y + 2 = 0$.

Câu 84: Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O như hình vẽ bên. Tìm ảnh của tam giác AFO qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{ED}$.

A. $\triangle BOC$.B. $\triangle FED$.C. $\triangle BED$.D. $\triangle OCD$.

C. ĐÁP ÁN

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
A																				
B																				
C																				
D																				

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A																				
B																				
C																				
D																				

	81	82	83	84
A				
B				
C				
D				