

HỌC KỲ II – NĂM HỌC 2017 – 2018

*Phần thứ nhất: Đại số và giải tích*

**A. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN**

- Giới hạn của dãy số, giới hạn của hàm số, hàm số liên tục.
- Đạo hàm và các vấn đề liên quan.

**B. CÁC BÀI TẬP MINH HỌA**

1. **Phản tự luận**

Bài 1: Tìm các giới hạn:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^4}{(n^2 + 2)(3 - 2n^2)}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 3 \cdot 6^n + 5}{3^n (2^n + 1)}$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n^2 + 1} - \sqrt{n + 1})$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + n^2 - \sqrt{n^4 + 3n + 1})$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{1+2+3+\dots+n}}{3n^2 + n - 2}$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{\sqrt{4n^2+1} + \sqrt[3]{n^3+n^2}}$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} (-3n^3 + n^2 + 2n - 9)$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n-1})$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^2 - n^3} + n)$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$$

Bài 2: Tìm các giới hạn:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{2x+3}}{x^2 - 9}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x-2}}{x-2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x^2+3}}{x-1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^2-2x+2}-x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x^2 - x + 3}{5-x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^3 - 5x - 3}{3x^2 + 2}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 4x})$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+1} - 1}$$

Bài 3:

1. Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{\sqrt{x+8}-3}, & x \neq 1 \\ 6, & x=1 \end{cases}$  Xét tính liên tục của hàm số tại  $x_0 = 1$ .

2. Cho hàm số:  $g(x) = \begin{cases} \frac{x^4-1}{x^3-1}, & x < 1 \\ ax+2, & x \geq 1 \end{cases}$  Tìm a để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$ .

3. Tìm a, b để hàm số sau liên tục trên R:  $h(x) = \begin{cases} -2\sin x & \text{khi } x < -\frac{\pi}{2} \\ a\sin x + b & \text{khi } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \cos x & \text{khi } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ .

Bài 4: Chứng minh rằng:

1. Phương trình:  $x^3 + 3x^2 = 1$  có 3 nghiệm phân biệt.

2. Phương trình:  $x^4 - x - 3 = 0$  có nghiệm  $x_0 \in (1; 2)$  và  $x_0 > \sqrt[7]{12}$ .

3. Phương trình:  $m(x-1)(x-2) + (2x-3)x^3 = 0$  luôn có nghiệm với mọi giá trị m.

Bài 5: Cho hàm số  $y = f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 1$  có đồ thị (C)

1. Tìm x sao cho  $f'(x) \geq 0$ .

2. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết:

a. Tiếp điểm M(2;1).

b. Tiếp tuyến song song với đường thẳng có phương trình:  $2x + y - 3 = 0$ .

c. Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng có phương trình:  $x + 8y + 8 = 0$

d. Tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

Bài 6: Cho hàm số:  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ . Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số biết:

1. Hoành độ tiếp điểm là:  $x_0 = 0$ .

2. Tiếp tuyến đi qua A(0;2).

Bài 7: Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x^2 + 1}$  có đồ thị  $(C_m)$ . Chứng minh rằng:

1.  $(C_m)$  luôn cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A và B với mọi  $m$ .
2. Tiếp tuyến với  $(C_m)$  tại A và B luôn vuông góc với nhau.

Bài 8: Tính đạo hàm của các hàm số sau:

$$1. y = \frac{2x^3}{3} - x\sqrt{x} + 3$$

$$4. y = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$2. y = \frac{x^2 + x + 1}{2x - 3}$$

$$5. y = \sin^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$3. y = (x+3)\sqrt{x^2 + 2}$$

$$6. y = \sin 3x \cdot \cos 5x$$

Bài 9:

1. Cho  $f(x) = x - 2\sqrt{x^2 + 12}$ . Giải bất phương trình:  $f'(x) \geq 0$ .

2. Cho  $g(x) = \frac{x-1}{2} \cdot \cos 2x$ . Giải phương trình:  $g(x) - (x-1) \cdot g'(x) = 0$ .

Bài 10:

1. Cho  $y = x \cdot \cos x$ . Chứng minh rằng:  $y'' + y + 2 \sin x = 0$ .

2. Cho  $y = \sqrt{2x - x^2}$ . Chứng minh rằng:  $y^3 \cdot y'' + 1 = 0$ .

## 2. Phân tích nghiệm

Câu 1:

Giới hạn của dãy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{101} - 101x + 100}{x^2 - 2x + 1}$  là

- A. 5050      B.  $+\infty$       C. 0      D. 1010

Câu 2 :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( \sqrt{9x^2 + 1} + 3x \right)$$

- A.  $-\infty$       B.  $+\infty$       C. 0      D.  $-\frac{1}{6}$

Câu 3 :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{(x-1)^2} \text{ có kết quả là}$$

- A. 0      B. Một giá trị khác      C.  $\frac{1}{2}$       D.  $+\infty$

Câu 4 :

Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x > 1 \\ a & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$

Với giá trị nào của a thì hàm số liên tục tại  $x = 1$

- A. 0      B. 1      C. -2      D. 2

Câu 5 :

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1}$  có kết quả là

- A. 2      B. -1      C. 1      D.  $+\infty$

Câu 6 : Hàm số  $y = \sqrt{x+2}$  liên tục trên

- A.  $(-2; +\infty)$       B.  $[-2; +\infty)$       C.  $\mathbb{R}$       D.  $(-\infty; -2)$

Câu 7 : Chọn khẳng định đúng dưới đây

- A.  $x^3 + x + 1 = 0$  vô nghiệm trên  $\mathbb{R}$   
B. Cả hai phương trình  $x^3 + x + 1 = 0$  và  $x^3 + x - 1 = 0$  đều có ít nhất 1 nghiệm trên  $(-2; 1)$   
C.  $x^3 + x - 1 = 0$  vô nghiệm trên  $(0; 1)$   
D. Cả ba phương án trên đều sai

Câu 8 : Giới hạn của  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - n)$  là

- A. 1      B.  $-\infty$       C.  $+\infty$       D. 0

Câu 9 :

Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau :  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^2 + 2n - 3}{n^2}$  bằng

- A. 0      B.  $\frac{5}{4}$       C. -1      D. 1

Câu 10 :

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-1}$  có kết quả là

- A.  $+\infty$       B. 1      C. 3      D. -1

Câu 11 :

Giới hạn của dãy  $\frac{1+2+\dots+n}{n^2}$  là

- A.  $\frac{1}{2}$       B. 1      C. 0      D.  $+\infty$

Câu 12: Hàm số  $y = x^3 + 2x - 3$  liên tục trên

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{1; -3\}$       B.  $\mathbb{R}$       C.  $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$       D.  $(-3; 1)$

Câu 13:

$$\text{Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x + 4} & \text{khi } x \neq -4 \\ a & \text{khi } x = -4 \end{cases}$$

Với giá trị nào của  $a$  thì hàm số liên tục tại  $x = -4$

- A. 4      B. -8      C. 0      D. -4

Câu 14:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$$

- A.  $+\infty$       B. 1      C. 0      D. -1

Câu 15: Chọn kết quả đúng trong các kết quả dưới đây

- A.  $\lim \sqrt{\frac{2n^2}{n+1}} = \sqrt{2}$       B.  $\lim \sqrt{\frac{2n-7}{n}} = +\infty$       C.  $\lim \sqrt{\frac{n-7}{2n}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\lim \sqrt{\frac{2}{n}} = \sqrt{2}$

$$\text{Câu 16: Cho hàm số } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$$

Với giá trị nào sau đây của  $a, b$  thì hàm số có đạo hàm tại  $x=1$ ?

- A.  $a = 1; b = -\frac{1}{2}$       B.  $a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{2}$       C.  $a = \frac{1}{2}; b = -\frac{1}{2}$       D.  $a = 1; b = \frac{1}{2}$

Câu 17: Tỉ số  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  của hàm số  $f(x) = 2x(x-1)$  theo  $x$  và  $\Delta x$  là:

- A.  $4x + 2\Delta x + 2$       B.  $4x + 2(\Delta x)^2 - 2$       C.  $4x - 2\Delta x - 2$       D.  $4x\Delta x + 2(\Delta x)^2 - 2\Delta x$

Câu 18: Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 + 2x - 3}{x - 2}$ . Đạo hàm  $y'$  của hàm số là:

- A.  $-1 - \frac{3}{(x-2)^2}$       B.  $1 + \frac{3}{(x-2)^2}$       C.  $-1 + \frac{3}{(x-2)^2}$       D.  $1 - \frac{3}{(x-2)^2}$

Câu 19: Cho hàm số  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ . Giá trị  $f'(8)$  bằng:

- A.  $\frac{1}{6}$       B.  $\frac{1}{12}$       C.  $-\frac{1}{6}$       D.  $-\frac{1}{12}$

Câu 20: Cho hàm số  $f(x) = \frac{1-3x+x^2}{x-1}$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $f'(x) > 0$  là:

- A.  $R \setminus \{1\}$       B.  $\emptyset$       C.  $(1; +\infty)$       D.  $R$

Câu 21: Đạo hàm của  $y = (x^5 - 2x^2)^2$  là:

- A.  $10x^9 - 28x^6 + 16x^3$     B.  $10x^9 - 14x^6 + 16x^3$     C.  $10x^9 + 16x^3$     D.  $7x^6 - 6x^3 + 16x$

Câu 22: Đạo hàm của hàm số  $y = x\sqrt{x^2 - 2x}$  là:

- A.  $y' = \frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x}}$     B.  $y' = \frac{3x^2-4x}{\sqrt{x^2-2x}}$     C.  $y' = \frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$     D.  $y' = \frac{2x^2-2x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$

Câu 23: Cho hàm số  $f(x) = x+1 - \frac{2}{x-1}$ . Xét hai câu sau:

$$(I) f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2} \quad (II) f'(x) > 0, \forall x \neq 1$$

Hãy chọn câu đúng:

- A. Chỉ (I) đúng    B. Chỉ (II) đúng    C. Cả hai đều sai    D. Cả hai đều đúng

Câu 24: Cho hàm số  $y = 4x - \sqrt{x}$ . Nghiệm của phương trình  $y' = 0$  là:

- A.  $x = \frac{1}{8}$     B.  $x = \sqrt{\frac{1}{8}}$     C.  $x = \frac{1}{64}$     D.  $x = -\frac{1}{64}$

Câu 25: Hàm số  $y = \sqrt{\cot 2x}$  có đạo hàm là:

- A.  $y' = \frac{1 + \tan^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$     B.  $y' = \frac{-(1 + \tan^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$     C.  $y' = \frac{1 + \cot^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$     D.  $y' = \frac{-(1 + \cot^2 2x)}{\sqrt{\cot 2x}}$

Câu 26: Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$  là:

- A.  $y' = \frac{-\sin 2x}{(\sin x - \cos x)^2}$     B.  $y' = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{(\sin x - \cos x)^2}$     C.  $y' = \frac{-2 - 2 \sin 2x}{(\sin x - \cos x)^2}$     D.  $y' = \frac{-2}{(\sin x - \cos x)^2}$

Câu 27: Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{\sin x}}$ . Giá trị của  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$  là:

- A. 1    B.  $\frac{1}{2}$     C. 0    D. Không tồn tại

Câu 28: Cho hàm số  $y = f(x) = -\frac{\cos x}{3 \sin^3 x} + \frac{4}{3} \cot x$ . Giá trị đúng của  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$  bằng:

- A.  $\frac{8}{9}$       B.  $-\frac{9}{8}$       C.  $\frac{9}{8}$       D.  $-\frac{8}{9}$

Câu 29: Cho hàm số  $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right)$ . Khi đó phương trình  $y' = 0$  có nghiệm là:

- A.  $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$       B.  $x = \frac{\pi}{3} - k\pi$       C.  $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$       D.  $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

Câu 30: Đạo hàm của hàm số  $y = \sin^2 4x$  là:

- A.  $2 \sin 8x$       B.  $8 \sin 8x$       C.  $\sin 8x$       D.  $4 \sin 8x$

Câu 31: Cho hàm số  $y = \frac{2x-4}{x-3}$  có đồ thị là (H). Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của (H) với trục hoành là:

- A.  $y = 2x - 4$       B.  $y = 3x + 1$       C.  $y = -2x + 4$       D.  $y = 2x$

Câu 32: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  là:

- A.  $y = 10x + 4$       B.  $y = 10x - 5$       C.  $y = 2x - 4$       D.  $y = 2x - 5$

Câu 33: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} + 3x^2 - 2$  có hệ số góc  $k = -9$ , có phương trình là:

- A.  $y - 16 = -9(x + 3)$       B.  $y = -9(x + 3)$       C.  $y - 16 = -9(x - 3)$       D.  $y + 16 = -9(x + 3)$

Câu 34: Trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$ , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng:

- A. -3      B. 3      C. -4      D. 0

Câu 35: Lập phương trình tiếp tuyến của đường cong (C):  $y = x^3 + 3x^2 - 8x + 1$ , biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng  $\Delta: y = x + 2017$ ?

- A.  $y = x + 2018$       B.  $y = x + 4$       C.  $y = x - 4$ ;  $y = x + 28$       D.  $y = x - 2018$

Câu 36: Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  có đồ thị (C), tiếp tuyến với (C) nhận điểm  $M_0\left(\frac{3}{2}; y_0\right)$  làm tiếp điểm có phương trình là:

- A.  $y = \frac{9}{2}x$       B.  $y = \frac{9}{2}x - \frac{27}{4}$       C.  $y = \frac{9}{2}x - \frac{23}{4}$       D.  $y = \frac{9}{2}x - \frac{31}{4}$

Câu 37: Trên đồ thị  $y = \frac{1}{x-1}$  có điểm M sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Tọa độ điểm M là:

- A. (2;1)      B.  $\left(4; \frac{1}{3}\right)$       C.  $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{4}{7}\right)$       D.  $\left(\frac{3}{4}; -4\right)$

Câu 38: Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 3x + 1$  có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với (C), tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng bao nhiêu?

- A. k=3      B. k=2      C. k=1      D. k=0

Câu 39: Phương trình tiếp tuyến của (C):  $y = x^3$  biết nó đi qua điểm M(2;0) là:

- A.  $y = 27x \pm 54$       B.  $y = 27x - 9; y = 27x - 2$       C.  $y = 27x \pm 54$       D.  $y = 0; y = 27x - 54$

Câu 40: Cho hàm số  $y = \frac{x^2}{4} - x + 1$ , có đồ thị (C). Từ điểm M(2;-1) có thể kẻ đến (C) hai tiếp tuyến phân biệt. Hai tiếp tuyến này có phương trình:

- A.  $y = -x + 1; y = x - 3$       B.  $y = 2x - 5; y = -2x + 3$       C.  $y = -x - 1; y = -x + 3$       D.  $y = x + 1; y = -x - 3$

Tài liệu được share bởi:  
thầy Quý- FB: Quybacninh

## Phần thứ nhất: Hình học

### A. CÁC DẠNG BÀI TẬP CƠ BẢN

- Chứng minh hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, hai mặt phẳng vuông góc.
- Xác định và tính góc giữa: hai đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng, hai mặt phẳng.
- Tính khoảng cách giữa: điểm và mặt phẳng, đường thẳng và mặt phẳng song song, hai đường chéo nhau.
- Xác định và tính thiết diện có quan hệ vuông góc

### B. CÁC BÀI TẬP MINH HỌA

#### 1. Phản tự luận

Bài 1: Cho chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a$ .

1. Chứng minh rằng:  $(SAB) \perp (SBC)$  và  $(SAC) \perp (SBD)$ .
2. Tính góc giữa:  $SC$  và  $(ABCD)$ ;  $SC$  và  $(SAB)$ ;  $SB$  và  $(SAC)$ .
3. Tính góc giữa:  $(SBD)$  và  $(ABCD)$ ;  $(SAB)$  và  $(SAC)$ ;  $(SBC)$  và  $(SCD)$ .
4. Tính khoảng cách giữa:  $B$  và  $(SCD)$ ;  $SC$  và  $BD$ .
5.  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $AB$  và vuông góc với  $(SCD)$ . Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp tạo bởi mặt phẳng  $(\alpha)$ .

Bài 2: Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  tâm  $O$ , cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{3}$ ,  $N$  là trung điểm  $BC$ .

1. Chứng minh rằng:  $BD \perp SC$ ,  $(SON) \perp (SBC)$ .
2. Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $(SBC)$ . Chứng minh rằng  $K$  là trực tâm của tam giác  $SBC$ .
3. Tính góc giữa  $SO$  và  $(SBC)$ .
4. Tính khoảng cách giữa  $AD$  và  $SC$ .

Bài 3: Cho chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Hai mặt bên  $(SAC)$  và  $(SBC)$  cùng vuông góc với đáy. Biết góc  $\widehat{ACB} = 60^\circ$ ,  $BC = 2a$ ,  $SC = a\sqrt{3}$ .

1. Chứng minh rằng:  $SC \perp AB$  và  $(SAB) \perp (SAC)$ .
2. Tính góc giữa:  $SB$  và  $(ABC)$ ,  $(SAB)$  và  $(ABC)$ .
3. Tính khoảng cách: từ  $A$  đến  $(SBC)$ ; giữa  $SA$  và  $BC$ .
4. Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ ,  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $M$  và vuông góc  $BC$ . Xác định và tính diện tích của thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$ .

Bài 4: Cho hình chóp tam giác đều có các cạnh bên là những tam giác vuông mà cạnh góc vuông bằng  $a$ .

1. Chứng minh rằng: các mặt bên của hình chóp đôi một vuông góc với nhau.

2. Tính góc: giữa mặt bên và mặt đáy; giữa cạnh bên và mặt đáy.

Bài 5: Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật  $AB = 2a, AD = a\sqrt{2}$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ .

1. Chứng minh rằng:  $AC \perp (SDH)$

2. Tính góc giữa  $SD$  và  $(ABCD)$ .

3. Tính khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

4. Dụng và tính diện tích thiết diện của chóp tạo bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $AB$  và vuông góc với mặt phẳng  $(SCD)$ .

Bài 6: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình thang cân với  $AD \parallel BC, AB = BC = CD = a, AD = 2a$ .

$S \perp (ABCD), SA = a\sqrt{2}$ .

1. Chứng minh rằng:  $(SAC) \perp (SCD)$ .

2. Tính góc giữa:  $SC$  và  $(ABCD)$ .

3. Xác định và tính độ dài đoạn vuông góc chung của  $AD$  và  $SB$ .

4. Lấy  $M$  thuộc đoạn  $CD$  sao cho  $CM = \frac{1}{2}DM$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $M$  và vuông góc với  $AD$ . Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp tạo bởi  $(\alpha)$ .

Bài 7: Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Đỉnh  $A'$  của đáy trên cách đều ba đỉnh của đáy dưới. Cạnh bên  $AA'$  tạo một góc  $60^\circ$  so với đáy.

1. Chứng minh rằng:  $A'O \perp (ABC)$ , biết rằng  $O$  là tâm của tam giác  $ABC$ .

2. Chứng minh rằng: mặt bên  $(BCC'B')$  là hình chữ nhật, tính diện tích hình chữ nhật đó.

3. Xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C'$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng này.

Bài 8: Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ , đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Hình chiếu  $A'$  trên  $(ABCD)$  trùng với giao điểm  $AC$  và  $BD$ .

1. Chứng minh rằng:  $(ACC'A') \perp (BDD'B')$ .

2. Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy, biết  $AA' = a\sqrt{2}$ .

3. Dụng thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A'$  và trung điểm của các cạnh  $BC, CD$ .

## 2. Phần trắc nghiệm

Câu 1: Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a = 12$ , gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $B$  và vuông góc với  $AD$ . Thiết diện của  $(P)$  và hình chóp có diện tích bằng?

- A.  $36\sqrt{2}$       B. 40      C.  $36\sqrt{3}$       D. 36

Câu 2: Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều,  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $B$  và vuông góc với  $SC$ . Thiết diện của  $(P)$  và hình chóp  $S.ABC$  là:

- A. Hình thang vuông    B. Tam giác đều    C. Tam giác cân    D. Tam giác vuông

Câu 3: Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA=SB=SC$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Vẽ  $SH \perp (ABC)$ ,  $H \in (ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $H$  trùng với trung điểm của  $AC$     B.  $H$  trùng với trực tâm tam giác  $ABC$   
C.  $H$  trùng với trọng tâm tam giác  $ABC$     D.  $H$  trùng với trung điểm của  $BC$

Câu 4: Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  lên  $(ABC)$  trùng với trung điểm  $H$  của cạnh  $BC$ . Biết tam giác  $SBC$  là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa  $SA$  và  $(ABC)$

- A.  $60^\circ$     B.  $75^\circ$     C.  $45^\circ$     D.  $30^\circ$

Câu 5: Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ .  $SA \perp (ABCD)$ . Các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $SA \perp BD$     B.  $SC \perp BD$     C.  $SO \perp BD$     D.  $AD \perp SC$

Câu 6: Qua điểm  $O$  cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  $\Delta$  cho trước?

- A. 1    B. Vô số    C. 3    D. 2

Câu 7: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với 1 đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
B. Mặt phẳng  $(P)$  và đường thẳng  $a$  không thuộc  $(P)$  cùng vuông góc với đường thẳng  $b$  thì song song với nhau.  
C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với 1 mặt phẳng thì song song với nhau

Câu 8: Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  Có đáy là hình thoi, góc  $A = 60^\circ$  và  $A'A = A'B = A'D$

Gọi  $O = AC \cap BD$ . Hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là:

- |                                   |                                 |
|-----------------------------------|---------------------------------|
| A. Trung điểm của $AO$            | B. Trọng tâm của tam giác $ABD$ |
| C. Giao của hai đoạn $AC$ và $BD$ | D. Trọng tâm của tam giác $BCD$ |

Câu 9: Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(P)$ , trong đó  $a \perp (P)$ . Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

A. Nếu  $b \perp (P)$  thì  $a \parallel b$

C. Nếu  $b \parallel a$  thì  $b \perp (P)$

B. Nếu  $b \parallel (P)$  thì  $b \perp a$

C. Nếu  $a \parallel b$  thì  $b \parallel (P)$

Câu 10: Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  và  $SA \perp ABCD$ . Biết  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ . Tính góc giữa  $SC$  và  $(ABCD)$ :

A.  $30^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $75^\circ$

D.  $45^\circ$

Câu 11: Cho hình chóp  $S.ABC$  thỏa mãn  $SA = SB = SC$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A.  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$

B.  $H$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$

C.  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$

D.  $H$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$

Câu 12: Cho tứ diện  $ABCD$  có hai mặt bên  $ACD$  và  $BCD$  là hai tam giác cân có đáy  $CD$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên  $(ACD)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

A.  $H \in AM$  ( $M$  là trung điểm của  $CD$ )

B.  $(ABH) \perp (ACD)$

C.  $AB$  nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn  $CD$

D. Góc giữa hai  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là góc  $ADB$

Câu 13: Trong không gian cho tam giác đều  $SAB$  và hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$  nằm trên hai mặt phẳng vuông góc. Gọi  $H, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ . Ta có tang của góc tạo bởi 2 mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  bằng:

A.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 14: Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là góc nào sau đây?

A. Góc  $SBA$

B. Góc  $SCA$

C. Góc  $SIA$  ( $I$  là trung điểm  $BC$ )

D. Góc  $SCB$

Câu 15: Cho lăng trụ tứ giác đều  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $ACC'A'$  là hình vuông, cạnh bằng  $a$ . Cạnh đáy của hình lăng trụ bằng:

A.  $a\sqrt{2}$

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C.  $a\sqrt{3}$

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 16: Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AB=AA'=a$ ,  $BC=2a$ ,  $CA=a\sqrt{5}$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $AC' = 2a\sqrt{2}$
- B. Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(A'B'C')$  có số đo bằng  $45^\circ$ .
- C. Hai mặt  $AA'B'B$  và  $BB'C'C$  vuông góc
- D. Đáy  $ABC$  là tam giác vuông

Câu 17: Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  với  $SA=2AB$ . Góc giữa  $(SAB)$  và  $(ABC)$  bằng  $\alpha$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.  $\alpha = 60^\circ$
- B.  $\cos\alpha = \frac{1}{3\sqrt{5}}$
- C.  $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$
- D.  $\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt{5}}$

Câu 18: Tính cosin của góc giữa hai mặt của một tứ diện đều.

- A.  $\frac{1}{3}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 19: Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có ba kích thước  $AB=a$ ,  $AD=2a$ ,  $AA_1=3a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(A_1BD)$  bằng bao nhiêu?

- A.  $a$
- B.  $\frac{7}{6}a$
- C.  $\frac{5}{7}a$
- D.  $\frac{6}{7}a$

Câu 20: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$  và góc  $BAD=60^\circ$ . Đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SO=\frac{3a}{4}$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  là:

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
- B.  $\frac{3a}{2}$
- C.  $\frac{2a}{3}$
- D.  $\frac{3a}{4}$

*Chúc các em học sinh ôn tập tốt!*

Tài liệu được share bởi:  
thầy Quý- FB: Quybacninh