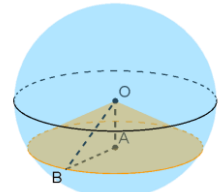


KHỐI TRÒN XOAY - KHỐI CẦU

Cho một khối cầu có bán kính r .

📌. Thể tích V của khối cầu: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

📌. Diện tích của mặt cầu: $S = 4\pi \cdot r^2$



Hình A

Thiết diện của một khối cầu khi bị cắt bởi một mặt phẳng là một đường tròn. (hình A).

GROUP TOÁN 3K TỔNG KẾT KHỐI ĐA DIỆN & KHỐI TRÒN XOAY				
LĂNG TRỤ	KHỐI CHÓP	KHỐI TRỤ	KHỐI NÓN	KHỐI CẦU
$T = Ph + 2B$	$T = \frac{1}{2}P\ell + B$	$T = 2\pi rh + 2\pi r^2$	$T = \pi r\ell + \pi r^2$	$T = 4\pi r^2$
$V = Bh$	$V = \frac{1}{3}Bh$	$V = \pi r^2 h$	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
$T =$ Diện tích toàn phần $V =$ Thể tích $h =$ Chiều cao $r =$ Bán kính $P =$ Chu vi đáy $B =$ Diện tích đáy $\ell =$ Độ dài đường sinh Thầy Hứa Lâm Phong				

Vấn đề 1.1: Bài toán liên quan đến vị trí tương đối của mặt cầu và quỹ tích của tập hợp điểm là mặt cầu.

Câu 1. Gọi (S) là mặt cầu có tâm O và bán kính R ; d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) , với $d < R$. Khi đó, có bao nhiêu điểm chung giữa (S) và (P) ?

- A. Vô số B. 1 C. 2 D. 0

Câu 2. Cho điểm A và mặt cầu $S(I; R)$. Điểm A nằm trên mặt cầu khi và chỉ khi

- A. $IA < R$ B. $IA > R$ C. $IA = R$ D. $IA = \frac{R}{2}$

Câu 3. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến đường thẳng bằng bán kính mặt cầu. Khi đó đường thẳng được gọi là:

- A. Cát tuyến. B. Tiếp tuyến. C. Tiếp diện. D. Mặt phẳng kính.

Câu 4. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến đường thẳng d nhỏ hơn bán kính mặt cầu. Khi đó d được gọi là:

- A. Cát tuyến B. Tiếp tuyến C. Tiếp diện. D. Giao tuyến.

Câu 5. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến một mặt phẳng bằng bán kính mặt cầu. Khi đó mặt phẳng được gọi là:

- A. Cát tuyến B. Tiếp tuyến C. Tiếp diện. D. Giao tuyến.

Câu 6. Một mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng bán kính của mặt cầu. Khi đó mặt phẳng được gọi là:

- A. Cát tuyến B. Giao tuyến. C. Tiếp diện. D. Mặt phẳng kính.

Câu 7. Gọi (S) là mặt cầu có tâm O và bán kính R ; d là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) , với $d = R$. Khi đó, có bao nhiêu điểm chung giữa (S) và (P) ?

- A. Vô số B. 1 C. 2 D. 0

Câu 8. Cho mặt cầu (S) có đường kính bằng 10 cm và điểm A nằm ngoài (S) , qua A dựng mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 4 cm. Tìm số mặt phẳng (P) thỏa mãn yêu cầu trên.

- A. Không tồn tại B. Có một C. Có hai D. vô số.

Câu 9. Trong không gian cho đường tròn (T) nằm trong mặt phẳng (P) , A là một điểm nằm ngoài mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu mặt cầu qua (T) và A ?

- A. Không có B. Có một C. Có hai D. Có vô số

Câu 10. Số tiếp tuyến kẻ từ một điểm ngoài mặt cầu đến mặt cầu là:

- A.1 B.2 C. 3 D. Vô số

Câu 11. Tại một điểm nằm trên mặt cầu có số tiếp tuyến với mặt cầu là:

- A.Vô số B. 4 C. 3 D.2

Câu 12. Mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là:

- A.Hình tròn B. Đường tròn C. 2 điểm phân biệt D.Duy nhất 1 điểm

Câu 13. Mặt cầu (S) tâm I, bán kính bằng 5 cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C). Biết rằng khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng 4. Bán kính của (C) là:

- A. 2. B. 3 C. 4. D. $\sqrt{3}$.

Câu 14. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo giao tuyến là một đường tròn và kí hiệu $d(O; (P))$ là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. $d(O; (P)) = R$ B. $d(O; (P)) > R$. C. $d(O; (P)) < R$. D. $d(O; (P)) = 2R$.

Câu 15. Cho mặt cầu $S(O; R)$ và mặt phẳng (P) cách điểm O một khoảng $d = \frac{R}{2}$. Khi đó mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo một đường tròn có bán kính là:

- A. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{R\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{3R}{4}$ D. $\frac{R\sqrt{2}}{4}$

Câu 16. (ĐC THPT Bùi Thị Xuân, TPHCM, 2017) Cho mặt cầu (S) tâm I, bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 2π . Tính khoảng cách d từ tâm I đến mặt phẳng (P).

- A. $d = \sqrt{2}$ B. $d = 2\sqrt{2}$ C. $d = \frac{\sqrt{7}}{2}$ D. $d = \sqrt{7}$

Câu 17. (ĐC THPT Bùi Thị Xuân, TPHCM, 2017) Diện tích hình tròn lớn của hình cầu là S. Một mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo đường tròn có bán kính r , diện tích $\frac{S}{2}$. Biết bán kính mặt cầu là R. Tính r theo R.

- A. $r = \frac{R\sqrt{2}}{4}$ B. $r = \frac{R\sqrt{3}}{6}$ C. $r = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ D. $r = \frac{R\sqrt{3}}{3}$

Câu 18. Ta xét các mệnh đề sau:

- 1) Mặt cầu $S(O; R)$ có một tâm đối xứng duy nhất
- 2) Mặt cầu $S(O; R)$ có vô số mặt đối xứng.
- 3) Mặt cầu $S(O; R)$ có vô số trục đối xứng.

Tìm số mệnh đề **sai**.

- A.1 B.0 C.2 D. 3

Câu 19. Có bao nhiêu mặt cầu chứa một đường tròn cho trước ?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. vô số

Câu 20. Cho mặt cầu $S(O; R)$ và điểm M với $OM = 2R$. Qua M dựng một cát tuyến thay đổi cắt mặt cầu $S(O; R)$ tại hai điểm phân biệt A và B. Khi đó tích số $MA.MB$ tính theo R bằng:

- A. $2R^2$ B. $3R^2$ C. $4R^2$ D. R^2 .

Câu 21. Cho điểm A nằm trong mặt cầu $S(O; R)$. Ta xét các mệnh đề sau

- (i). Mọi đường thẳng đi qua A đều cắt (S) tại hai điểm phân biệt.
- (ii). Mọi mặt phẳng đi qua A đều cắt (S) theo một đường tròn.
- (iii). Trong các mặt phẳng đi qua A, mặt phẳng vuông góc với OA sẽ cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

Tìm số mệnh đề **đúng**.

- A.1 B.0 C.2 D. 3

Câu 22. (ĐC THPT Bùi Thị Xuân, TPHCM, 2017) Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi (P) là mặt phẳng qua BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trong mặt phẳng (P) , xét đường tròn (C) đường kính BC . Tính bán kính R của mặt cầu (S) chứa (C) và qua điểm A .

- A. $R = a\sqrt{3}$ B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 23. (ĐC THPT Bùi Thị Xuân, TPHCM, 2017) Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = 6, AC = 8$. Mặt cầu tâm I qua A, B có bán kính $R = 13$. Tính khoảng cách d từ điểm I đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $d = \sqrt{69}$ B. $d = 12$ C. $d = \sqrt{194}$ D. $d = 10$

Câu 24. (ĐC THPT Bùi Thị Xuân, TPHCM, 2017) Cho mặt cầu (S) có tâm I và bán kính $R = 5$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 4$. Tính khoảng cách d từ tâm I đến đường thẳng Δ .

- A. $d = \sqrt{21}$ B. $d = 1$ C. $d = 3$ D. $d = \sqrt{17}$

Câu 25. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 21) Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là 12, 16, 20. Một mặt cầu tâm O , bán kính $R = 5$ tiếp xúc với 3 cạnh của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng chứa tam giác.

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 26. Trên đường thẳng d lấy 5 điểm A, B, C, D, E sao cho $AB = BC = CD = DE$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I là trung điểm BC , bán kính $R = \frac{AD}{2}$. Xét các mệnh đề sau:

- (1). Mặt cầu (S) đi qua 2 điểm A, D . (2). Điểm B và E nằm ngoài mặt cầu (S) .
(3). Điểm C nằm trong mặt cầu (S) . (4). Điểm C và B nằm ngoài mặt cầu (S) .

Tìm số mệnh đề đúng.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AB$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh SB . Điểm nào sau đây nằm trong mặt cầu tâm A , bán kính AB ?

- A. C và H B. O và A C. D và H D. H và O .

Câu 28. Ba cạnh của một tam giác có độ dài 13, 14, 15. Một mặt cầu có bán kính $R = 5$ tiếp xúc với ba cạnh của tam giác tại các tiếp điểm nằm trên ba cạnh đó. Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng của tam giác là:

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 4

Câu 29. Cho ba điểm A, B, C nằm trên một mặt cầu, biết rằng góc $\angle ACB = 90^\circ$. Tìm khẳng định sai?

- A. AB là một đường kính của mặt cầu.
B. Luôn có một đường tròn nằm trên mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC .
C. Tam giác ABC vuông cân tại C .
D. Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn lớn.

Câu 30. Trong không gian cho hai điểm phân biệt A và B . Tập hợp tâm các mặt cầu đi qua A và B là:

- A. Một mặt phẳng B. Một đường thẳng C. Một đường tròn D. Một mặt cầu

Câu 31. Trong không gian cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Tập hợp tâm các mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C là:

- A. Một mặt phẳng B. Một đường thẳng C. Một đường tròn D. Một mặt cầu

Câu 32. Trong không gian cho tam giác ABC . Có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với ba cạnh của tam giác ABC ?

- A. Không có B. Có một C. Có hai D. Vô số.

Câu 33. (Mr.Lafo) Cho đoạn thẳng cố định $AB = a$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $MA^2 + MB^2 = 6a^2$ có tập hợp điểm là

- A. Mặt cầu. B. Hình trụ. C. Mặt nón. D. Mặt trụ.

Câu 34. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng cắt nhau.
B. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn nằm trong hai mặt phẳng song song.
C. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn cắt nhau.
D. Có duy nhất một mặt cầu đi qua hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt và không cùng nằm trong một mặt phẳng.

Câu 35. (THPT Vĩnh Lộc, Thừa Thiên Huế, 2017) Cắt một khối cầu bằng một mặt phẳng cách tâm khối cầu đó một khoảng 3cm , ta được thiết diện có diện tích bằng $16\pi(\text{cm}^2)$. Thể tích của khối cầu này bằng

- A. $300\pi(\text{cm}^3)$. B. $\frac{125\pi}{3}(\text{cm}^3)$. C. $\frac{500}{3}\pi(\text{cm}^3)$. D. $100\pi(\text{cm}^3)$.

Vấn đề 1.2: Bài toán liên quan đến tính thể tích V của khối cầu, diện tích S của mặt cầu.

Câu 36. Gọi tên hình tròn xoay biết nó sinh ra bởi nửa đường tròn khi quay quanh trục quay là đường kính của nửa đường tròn đó:

- A. Hình tròn. B. Khối cầu. C. Mặt cầu. D. Mặt trụ.

Câu 37. Gọi R bán kính, S là diện tích và V là thể tích của khối cầu. Công thức nào sau sai?

- A. $S = \pi R^2$ B. $S = 4\pi R^2$ C. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ D. $3V = S.R$

Câu 38. Cho hình cầu có bán kính R . Khi đó diện tích mặt cầu bằng

- A. $4\pi R^2$ B. $2\pi R^2$ C. πR^2 D. $6\pi R^2$

Câu 39. Cho hình cầu có bán kính R . Khi đó thể tích khối cầu bằng

- A. $\frac{4\pi R^3}{3}$ B. $\frac{3\pi R^3}{4}$ C. $\frac{2\pi R^3}{3}$ D. $\frac{3\pi R^3}{2}$

Câu 40. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 41. Một mặt cầu có diện tích $36\pi(\text{m}^2)$. Thể tích của khối cầu này bằng

- A. $108\pi(\text{m}^3)$ B. $\frac{4}{3}\pi(\text{m}^3)$ C. $72\pi(\text{m}^3)$ D. $36\pi(\text{m}^3)$

Câu 42. Một khối cầu có thể tích là $288\pi(\text{m}^3)$. Diện tích của mặt cầu này bằng

- A. $288\pi(\text{m}^2)$ B. $72\pi(\text{m}^2)$ C. $144\pi(\text{m}^2)$ D. $36\pi(\text{m}^2)$

Câu 43. Một mặt cầu có bán kính R có thể tích là:

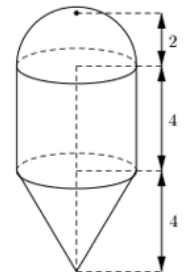
- A. $\frac{4\pi R^2}{3}$ B. $\frac{4\pi R^3}{3}$ C. $\frac{2\pi R^3}{3}$ D. $4\pi R^3$

Câu 44. Một khối cầu nội tiếp trong khối trụ có chiều cao $2a$ và bán kính đáy là a có thể tích là:

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ B. $\frac{4a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$ D. $\frac{16\pi a^3}{3}$

Câu 45. Cho khối hình học có dạng hình bên, các kích thước đã ghi (cùng đơn vị đo). Tính thể tích của khối đó.

- A. $\pi 2^4 \cdot \frac{5}{3}$. B. $\pi 2^4 \cdot \frac{3}{5}$.
C. $\pi 2^4 \cdot \frac{4}{3}$. D. $\pi 2^4 \cdot \frac{3}{4}$.



Câu 46. (Mr.Lafo) Cho đoạn thẳng $AB = 2a$ cố định. Điểm M trong không gian thỏa mãn điều kiện $MA^2 + MB^2 = 6a^2$ có tập hợp điểm là mặt cầu. Diện tích của mặt cầu đó là

- A. $4\pi a^2$ B. $36\pi a^2$ C. $12\pi a^2$ D. $8\pi a^2$

Câu 47. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 13) Cho khối cầu tâm O , bán kính 5 cm . Trên mặt cầu này, lấy 3 điểm A, B, C đồng phẳng sao cho $AB = 4\text{ cm}$, $BC = AC = 3\text{ cm}$. Lấy một điểm S bất kì trên mặt cầu sao cho S không nằm trên mặt phẳng (ABC) . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $14,28 (cm^3)$

B. $14,91 (cm^3)$

C. $7,46 (cm^3)$

D. $10,45 (cm^3)$

Câu 48. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 11) Hai hình cầu đồng tâm lần lượt có bán kính là 10cm và 7cm. Tính thể tích phần không gian bị giới hạn bởi hai mặt cầu này.

A. $876\pi cm^3$.

B. $204\pi cm^3$.

C. $12\pi cm^3$.

D. $8\pi cm^3$.

Câu 49. (thi HKI, THPT Ansterdam, Hà Nội, 2016) Bốn bạn An, Bình, Chi, Dũng lần lượt có chiều cao 1,6 m; 1,65 m; 1,70 m; 1,75 m muốn tham gia trò chơi lăn bóng. Quy định người tham gia trò chơi phải đứng thẳng trong quả bóng hình cầu có thể tích là $0,8\pi (m^3)$ và lăn trên cỏ. Bạn nào trong số các bạn trên không đủ điều kiện tham gia chơi?

A. Bạn An.

B. Bạn An và bạn Bình.

C. Bạn Dũng.

D. Bạn Chi và bạn Dũng.

Câu 50. (Trích “Geometry for College Student”) Bề mặt một quả bóng da được ghép từ 12 miếng da hình ngũ giác đều và 20 miếng da hình lục giác đều cạnh 4,5 cm. Biết rằng giá thành của những miếng da này là 150 đồng/ cm^2 . Tính giá thành của miếng da dùng để làm quả bóng (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị)?

A. 121 500 đồng.

B. 220 545 đồng.

C. 252 533 đồng.

D. 199 218 đồng.

Câu 51. (THPT Thuận Thành, Bắc Ninh, 2016) Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao 12 cm, đường kính đáy là 4 cm, lượng nước trong cốc cao 10 cm. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính 2 cm. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu cm?

A. 0,33 cm.

B. 0,67 cm.

C. 0,75 cm.

D. 0,25 cm.

Câu 52. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 11) Cho một hình cầu bán kính 5cm, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính 4cm. Tính thể tích của khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm hình cầu đã cho. (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

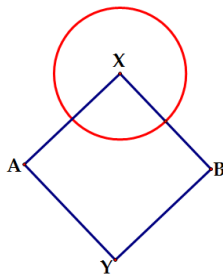
A. 50,24 ml.

B. 19,19 ml.

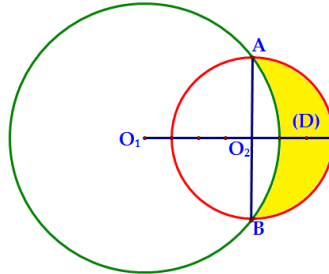
C. 12,56 ml.

D. 76,74 ml.

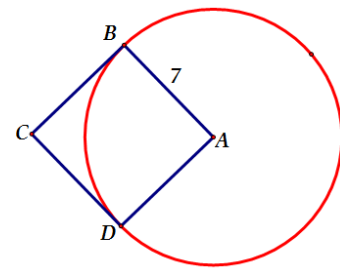
Cho các mô hình sau:



Hình A



Hình B



Hình C

Câu 53. (Tuyển tập chuyên đề “Mô hình và Lát Cắt”, Lâm Phong, 2017) Cho hình tròn có bán kính bằng 2 và hình vuông có cạnh bằng 4 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của hình vuông là tâm của hình tròn (như hình A). Tính thể tích V của vật thể khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.

A. $V = \frac{32(\sqrt{2}+1)\pi}{3}$

B. $V = \frac{8(5\sqrt{2}+3)\pi}{3}$

C. $V = \frac{8(5\sqrt{2}+2)\pi}{3}$

D. $V = \frac{8(4\sqrt{2}+3)\pi}{3}$

Câu 54. (Tuyển tập chuyên đề “Mô hình và Lát Cắt”, Lâm Phong, 2017) Cho hai đường tròn $(O_1; 5)$ và $(O_2; 3)$ cắt nhau tại 2 điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi D là hình phẳng được giới hạn bởi 2 đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình B). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{14\pi}{3}$

B. $V = \frac{68\pi}{3}$

C. $V = \frac{40\pi}{3}$

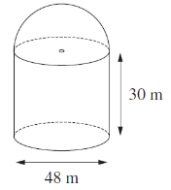
D. $V = \frac{20\pi}{3}$

Câu 55. (Tuyển tập chuyên đề “Mô hình và Lát Cắt”, Lâm Phong, 2017) Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 7 và hình tròn (C) có tâm A , đường kính bằng 14 như hình C. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục là đường thẳng AC .

A. $V = \frac{343(12 + \sqrt{2})\pi}{6}$ B. $V = \frac{343(4 + 3\sqrt{2})\pi}{6}$ C. $V = \frac{343(7 + \sqrt{2})\pi}{6}$ D. $V = \frac{343(6 + \sqrt{2})\pi}{6}$

Câu 56. (Sưu tầm Facebook, 2017) Một cái tháp khổng lồ có thân là hình trụ và mái là một nửa hình cầu. Người ta muốn sơn toàn bộ mặt ngoài của tháp. Tính diện tích S cần sơn (làm tròn đến mét vuông).

A. $S = 8143 \text{ (m}^2\text{)}$ B. $S = 11762 \text{ (m}^2\text{)}$
C. $S = 12667 \text{ (m}^2\text{)}$ D. $S = 23524 \text{ (m}^2\text{)}$



Câu 57. (Chuyên Hưng Yên, 2017) Cho mặt cầu (S) tâm I . Một mặt phẳng (P) cách I một khoảng 5 (cm) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua ba điểm A, B, C . Biết $AB = 6$ (cm), $BC = 8$ (cm), $CA = 10$ (cm), tính diện tích xung quanh của mặt cầu (S) .

A. $S = 100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ B. $S = 200\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ C. $S = \frac{200\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$ D. $S = 100\pi\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$

Vấn đề 2.1: bài toán liên quan đến điều kiện tồn tại mặt cầu và xác định tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

Câu 58. Trong các đa diện sau đây, hình đa diện nào không luôn luôn nội tiếp được trong mặt cầu ?

- A. Hình chóp tam giác (tứ diện) B. Hình chóp ngũ giác đều.
C. Hình chóp tứ giác. D. Hình hộp chữ nhật.

Câu 59. Cho các loại hình chóp sau:

- (1). Hình chóp có đáy là tam giác tùy ý. (2). Hình chóp có đáy là hình bình hành.
(3). Hình chóp có đáy là hình chữ nhật. (4). Hình chóp có đáy là lục giác đều.

Trong các hình chóp nêu trên, có bao nhiêu hình chóp sao cho tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp đó?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu qua các điểm S, A, B, C ?

- A. Trung điểm của AC B. Trung điểm của AB C. Trung điểm của BC D. Trung điểm của SC .

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$. Gọi I và J lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC . Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu qua năm điểm A, B, C, I, J ?

- A. Trung điểm của AC . B. Trung điểm của BC C. Trung điểm của IJ D. Trọng tâm của $\triangle ABC$.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi I, J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC, SD . Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu qua bảy điểm A, B, C, D, I, J, K ?

- A. Tâm của $ABCD$. B. Trung điểm của SB . C. Trung điểm của SC . D. Trung điểm của SD .

Câu 63. Cho tứ diện $ABCD$ với tam giác BCD vuông tại B , $BC = a, BD = a\sqrt{3}$, $AB = AC = AD = a\sqrt{2}$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$?

- A. Trung điểm của BC B. Trung điểm của CD C. Trung điểm của BD D. Trọng tâm của $\triangle BCD$

Câu 64. (ĐC THPT Bùi Thị Xuân, 2017) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng SB . Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $A.BCH$?

- A. Trọng tâm của $\triangle ABC$ B. Trọng tâm của $\triangle BCH$ C. Trọng tâm của $\triangle ACH$ D. Trọng tâm của $\triangle ABH$

Câu 65. (Mr.Lafo) Cho tứ diện $OABC$ có $\angle AOB = \angle AOC = 60^\circ$, $\angle BOC = 90^\circ$. Giả sử các đỉnh O, A và bốn trung điểm I, K, E, F của bốn cạnh AB, AC, OB, OC nằm trên một mặt cầu. Xác định tâm của mặt cầu đi qua 6 điểm đó.

- A. Trung điểm của BC B. Trung điểm của OA C. Trọng tâm của $\triangle OBC$ D. Trọng tâm của $\triangle ABC$

Câu 66. Xét các mệnh đề:

- 1) Bất kì hình chóp tứ giác nào cũng nội tiếp mặt cầu.
2) Nếu một hình đa diện nội tiếp mặt cầu thì mọi mặt của nó nội tiếp đường tròn.

Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. (1) đúng (2) sai. B. (1) và (2) đúng. C. (1) sai, (2) đúng. D. (1) và (2) sai.

Câu 67. Cho tứ diện đều $ABCD$ ($AB = CD, AC = BD, AD = BC$) có G là trọng tâm. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A. G là tâm mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện $ABCD$.
 B. G là tâm mặt cầu nội tiếp của tứ diện $ABCD$.
 C. G là tâm mặt cầu bàng tiếp của tứ diện $ABCD$.
 D. G là tâm mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện $ABCD$.

Câu 68. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Một mặt cầu (S) đi qua A và tiếp xúc với hai cạnh SB và SC tại trung điểm của mỗi cạnh đó. Ta xét các mệnh đề sau:

- 1) Mặt cầu (S) đi qua trung điểm của cạnh AB .
 2) Mặt cầu (S) đi qua trung điểm của cạnh AC .
 3) Mặt cầu (S) đi qua trung điểm của cạnh SA .

Tìm số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 69. Cho hình chóp đều $ABCD$ có O là trọng tâm tam giác BCD , $BC = a$, $AB = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Khi đó, tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCD$ là:

- A. Trung điểm của AO . B. $I \in OA : AI = 2OI$ C. $I \in OA : OI = 2AI$ D. Trung điểm của AB .

Câu 70. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tìm tập hợp điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 2a^2$.

- A. Mặt cầu có tâm là trọng tâm của $\triangle ABC$ và bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
 B. Mặt cầu có tâm là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ và bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$
 C. Mặt cầu có tâm là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ và bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$
 D. Mặt cầu có tâm là trọng tâm của $\triangle ABC$ và bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 71. Cho tứ diện $ABCD$ có O là trung điểm của đoạn thẳng nối trung điểm của hai cạnh đối diện. Tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn hệ thức $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = a (a > 0)$ là

- A. Mặt cầu tâm O bán kính $r = \frac{a}{4}$. B. Mặt cầu tâm O bán kính $r = \frac{a}{2}$.
 C. Mặt cầu tâm O bán kính $r = a$. D. Mặt cầu tâm O bán kính $r = \frac{a}{3}$.

Câu 72. Cho tứ diện $ABCD$ có $\triangle ABC$ và $\triangle DBC$ là 2 tam giác đều cạnh chung $BC = 2$. Cho biết mặt bên (DBC) tạo với đáy (BAC) một góc 2α mà $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$. Hãy xác định tâm O của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

- A. O là trung điểm của AB B. O là trung điểm của AD C. O là trung điểm của BD D. O thuộc (ABD)

Câu 73. (**Chuyên Hưng Yên, lần 2, 2017**) Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt $\triangle ABC$ và $\triangle DBC$ là những tam giác đều cạnh bằng 1, $AD = \sqrt{2}$. Gọi O là trung điểm cạnh AD . Xét hai khẳng định sau:

(I) O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

(II) $O.ABC$ là hình chóp tam giác đều.

Hãy chọn khẳng định **đúng**.

- A. Chỉ (II) đúng. B. Cả (I) và (II) đều sai. C. Cả (I) và (II) đều đúng. D. Chỉ (I) đúng.

Vấn đề 2.2: bài toán liên quan đến tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp tam giác. (từ đó tính V, S)

Câu 74. (THPT Yên Phong, Bắc Ninh, 2016) Cho tứ diện $DABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , DA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = 3a$, $BC = 4a$, $AD = 5a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $DABC$ có bán kính bằng

- A. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$

Câu 75. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có các cạnh SA , SB , SC vuông góc với nhau từng đôi một và $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính là:

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ B. $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ C. $\frac{3}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ D. $\frac{2}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Câu 76. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có các cạnh SA , SB , SC vuông góc với nhau từng đôi một và $SA = SB = 2a$, $SC = 4a$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính tính theo a là:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B. $a\sqrt{3}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ D. $a\sqrt{6}$

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 3$, $AC = 4$, SA vuông góc với đáy, $SA = 2\sqrt{14}$. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

- A. $V = \frac{169\pi}{6}$ B. $V = \frac{2197\pi}{8}$ C. $V = \frac{729\pi}{6}$ D. $V = \frac{13\pi}{8}$

Câu 78. (Trích đề minh họa lần 1, Bộ GD&ĐT, 2016) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

- A. $\frac{5\pi}{3}$ B. $\frac{5\pi\sqrt{15}}{54}$ C. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{27}$ D. $\frac{5\pi\sqrt{15}}{18}$

Câu 79. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên $SA = b$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ tính theo a và b là:

- A. $\frac{b^2}{2\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}}$ B. $\frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{3}}}$ C. $\frac{b^2}{\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{6}}}$ D. $\frac{a^2}{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{6}}}$

Câu 80. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Mặt cầu nội tiếp tứ diện này có bán kính theo a là:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{8}$

Câu 81. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện này có diện tích tính theo a là:

- A. $\frac{3\pi a^2}{2}$ B. $\frac{3\pi a^2}{4}$ C. $\frac{5\pi a^2}{4}$ D. a^2

Câu 82. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$ B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$ D. $\frac{3\pi a^3 \sqrt{6}}{8}$

Câu 83. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Biết mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có bán kính bằng 1. Tính giá trị của a .

- A. $a = \frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $a = \frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $a = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ D. $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 84. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a , đường cao AH , O là trung điểm AH . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OCBD$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$ C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ D. $R = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 85. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, các cạnh bên đều bằng a . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 86. Cho ba tia Ox , Oy , Oz không đồng phẳng sao cho $xOy = zOy = 60^\circ$, $yOz = 90^\circ$. Trên Ox , Oy , Oz lần lượt lấy các điểm A , B , C sao cho $OA = OB = OC = a$. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có bán kính là:

- A. a B. $a\sqrt{3}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $3a$, cạnh bên $SC = 2a$, và SC vuông góc với đáy. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

- A. $16\pi a^2$ B. $36\pi a^2$ C. $24\pi a^2$ D. $\frac{8\pi a^2}{3}$

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, góc BAC bằng 60° , chiều cao $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

- A. $V = a^3\pi\sqrt{6}$ B. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{6}}{3}$ C. $V = \frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $V = \pi a^3\sqrt{6}$

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C , $CD = 2AB = 2a$, $BC = a\sqrt{2}$ và SC vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SA và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.BCD$.

- A. $R = \frac{3a}{2}$ B. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $R = \frac{a\sqrt{33}}{2}$ D. $R = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

Câu 90. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

- A. $S = \frac{13\pi a^2}{12}$ B. $S = \frac{5\pi a^2}{3}$ C. $S = \frac{13\pi a^2}{36}$ D. $S = \frac{5\pi a^2}{9}$

Câu 91. Cho khối chóp $S.ABCD$ có SC vuông góc với $(ABCD)$, $SA = SB = SD$, ABD là tam giác cân tại A có $AB = a$, $BD = a\sqrt{3}$, góc giữa SA và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$

- A. $R = \frac{7a\sqrt{3}}{12}$ B. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = a$ D. $R = \frac{5a}{4}$

Câu 92. (Trích câu 12, mã đề 103, THPT QG2017) Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$, $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$ B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$ D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$

Câu 93. (Trích đề thử nghiệm lần 2, Bộ GD&ĐT 2017) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

- A. $R = 3a$ B. $R = \frac{3a}{4}$ C. $R = \frac{3a}{2}$ D. $R = 2a$

Câu 94. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Diện tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ bằng

- A. $\frac{49}{36}\pi a^2$ B. $\frac{49}{144}\pi a^2$ C. $\frac{49}{108}\pi a^2$ D. $\frac{7}{6}\pi a^2$

Câu 95. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 15) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 6$, $BC = 8$. Tam giác SAC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC) . Giá trị của thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ gần nhất với giá trị nào sau đây ?

- A. 806,13. B. 523,6. C. 632,01. D. 760,54.

Câu 96. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 16) Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = BD = 5a$, $AB = CD = 6a$, $AB \perp CD$, thể tích tứ diện $ABCD$ là $4a^3\sqrt{15}$. Sin của góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) bằng $\frac{\sqrt{15}}{4}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $72\sqrt{5}\pi a^2$ B. $32\pi a^2$ C. $35\sqrt{5}\pi a^2$ D. $43\pi a^2$

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a$ là chiều cao của hình chóp và đáy là hình thang vuông tại A và B có $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Gọi E là trung điểm của cạnh AD . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CDE$?

A. $V = \frac{11\pi a^3 \sqrt{11}}{6}$

B. $V = \frac{11\pi a^3 \sqrt{11}}{3}$

C. $V = \frac{11\pi a^3 \sqrt{11}}{8}$

D. $V = \frac{11\pi a^3 \sqrt{11}}{24}$

Câu 98. (Mr.Lafo) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính diện tích mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{21\pi a^2}{147}$

B. $\frac{84\pi a^2}{49}$

C. $\frac{21\pi a^2}{49}$

D. $\frac{4\pi a^2}{7}$

Câu 99. (KSCL Sở GD&ĐT Hà Nội, 2016) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh $SB; SC; SD$ lần lượt tại các điểm M, N, P . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$

B. $V = \frac{125\pi}{6}$

C. $V = \frac{32\pi}{3}$

D. $V = \frac{108\pi}{3}$

Câu 100. (Chuyên ĐH Vinh, lần 3, 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 4a, CD = 6a$ và các cạnh còn lại đều bằng $a\sqrt{22}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = 3a$

B. $R = \frac{a\sqrt{85}}{3}$

C. $R = \frac{a\sqrt{79}}{3}$

D. $R = \frac{5a}{2}$

Câu 101. (Sưu tầm Hay Lạ Khó) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm $A'C'$, biết rằng cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ bằng $\frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BC'D'$

A. $R = a$

B. $R = a\sqrt{2}$

C. $R = 2\sqrt{3}a$

D. $R = \sqrt{3}a$

Câu 102. (Sưu tầm Hay Lạ Khó) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . $AB = BC = a\sqrt{3}$, góc $\angle SAB = \angle SCB = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $S = 2\pi a^2$

B. $S = 8\pi a^2$

C. $S = 16\pi a^2$

D. $S = 12\pi a^2$

Câu 103. (Sưu tầm Hay Lạ Khó) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{2}$, $AB = a, AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy là đường trung tuyến AM của tam giác ABC bằng $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Thể tích V của khối cầu tạo bởi mặt cầu (S) là

A. $V = \pi\sqrt{6}a^3$

B. $V = \pi 2\sqrt{2}a^3$

C. $V = \pi 2\sqrt{3}a^3$

D. $V = \pi 2\sqrt{6}a^3$

Câu 104. (Sưu tầm Hay Lạ Khó) Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy $SA = a\sqrt{6}$. Đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Gọi E là trung điểm AD . Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ECD$.

A. $R = a\sqrt{6}$

B. $R = \frac{a\sqrt{30}}{3}$

C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

D. $R = \frac{a\sqrt{114}}{6}$

Câu 105. (Mr.Lafo) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = BC = AD = BD = 2a$ và $CD = 2b$ ($a > b$). Xác định bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = b\sqrt{\frac{4a^2 - b^2}{3a^2 - b^2}}$

B. $R = a\sqrt{\frac{3a^2 - b^2}{4a^2 - b^2}}$

C. $R = a\sqrt{\frac{4a^2 - b^2}{3a^2 - b^2}}$

D. $R = b\sqrt{\frac{3a^2 - b^2}{4a^2 - b^2}}$

Câu 106. (Nguyễn Đức Mậu, Nghệ An, lần 2, 2016) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2a, AB = a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.AMD$.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$

B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 107. (THPT Trung Giã, Hà Nội, 2017) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi R_1 là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'ABCD$, R_2 là bán kính mặt cầu tiếp xúc với các cạnh của tứ diện $ACB'D'$. Ta có:

A. $R_1 = \sqrt{2}R_2$. B. $R_1 = \sqrt{3}R_2$. C. $R_1 = R_2$. D. $R_1 = 2R_2$.

Câu 108. (ĐH Khoa Học Huế, 2017) Cho tứ diện $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ và $SA = a\sqrt{2}$, $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{5}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{259}}{7}$. B. $R = \frac{a\sqrt{259}}{14}$. C. $R = \frac{a\sqrt{259}}{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{37}}{14}$.

Câu 109. (ĐH Khoa Học Huế, 2017) Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = 3a$, $AC = 4a$. Hình chiếu H của S trùng với tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Biết $SA = 2a$, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $R = a \cdot \frac{\sqrt{118}}{4}$. B. $R = a \cdot \frac{\sqrt{118}}{2}$. C. $R = a \cdot \frac{\sqrt{118}}{8}$. D. $R = a \cdot \sqrt{118}$.

Câu 110. (Chuyên KHTN Hà Nội, lần 5, 2017) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C')$, (ABC) bằng 60° và hình chiếu A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm H của đoạn $A'B'$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AHB'C'$.

A. $R = \frac{a\sqrt{86}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{62}}{8}$. C. $R = \frac{a\sqrt{82}}{6}$. D. $R = \frac{a\sqrt{68}}{2}$.

Câu 111. (Chuyên Lào Cai 2017) Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại đỉnh A , $AB = 1(\text{cm})$, $AC = \sqrt{3}(\text{cm})$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính bằng ?

A. $\frac{5\pi}{4}(\text{cm}^2)$ B. $20\pi(\text{cm}^2)$ C. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}(\text{cm}^2)$ D. $5\pi(\text{cm}^2)$

Câu 112. (THPT Lê Quý Đôn, Hải Phòng) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng a , đáy ABC là tam giác cân tại A có $AB = AC = 2a$ và $BAC = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của AC , D là giao điểm khác B của BM với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BCD$.

A. $\frac{5a}{2}$. B. $\frac{7a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{13}a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{17}a}{2}$.

Câu 113. (THPT Lê Hồng Phong, Nam Định) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua C . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$

A. $R = \frac{a\sqrt{39}}{7}$ B. $R = \frac{a\sqrt{35}}{7}$ C. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$ D. $R = \frac{a\sqrt{39}}{7}$

Câu 114. (THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AD = BC = 8$ và $AC = BD = 6$, $CD = 4$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \sqrt{\frac{187}{10}}$ B. $R = 5$ C. $R = \sqrt{\frac{177}{10}}$ D. $R = \sqrt{\frac{287}{30}}$

Vấn đề 2.3: bài toán liên quan đến tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp tứ giác.

Câu 115. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng b . Tính theo a, b bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$A. \frac{b^2}{2\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{2}}}$$

$$B. \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{2}}}$$

$$C. \frac{b^2}{2\sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}}}$$

$$D. \frac{a^2}{2\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{3}}}$$

Câu 116. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và đáy bằng 45° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

$$A. \frac{9\pi a^2}{4}$$

$$B. \frac{4\pi a^2}{3}$$

$$C. \frac{3\pi a^2}{4}$$

$$D. \frac{2\pi a^2}{3}$$

Câu 117. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với cạnh bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp là

$$A. \frac{4}{3}$$

$$B. \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$C. 4\sqrt{2}$$

$$D. \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

Câu 118. Một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2x$. Điều kiện cần và đủ của x để tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ở ngoài hình chóp là

$$A. \frac{a}{2\sqrt{2}} < x < \frac{a}{2}$$

$$B. \frac{a}{2} < x < \frac{a}{2\sqrt{2}}$$

$$C. x > \frac{a}{2}$$

$$D. x < \frac{a}{2}$$

Câu 119. Thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là:

$$A. \frac{8\pi a^3}{3}$$

$$B. \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$$

$$C. 2\pi a^3$$

$$D. \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$$

Câu 120. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp này có diện tích tính theo a là:

$$A. \pi a^2$$

$$B. 2\pi a^2$$

$$C. 3\pi a^2$$

$$D. 4\pi a^2$$

Câu 121. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp này có bán kính tính theo a là:

$$A. \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$B. \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$C. \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$D. \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Câu 122. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có O là tâm đáy $ABCD$ có $AB = a$. Biết rằng trọng tâm G của tam giác SBD là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Độ dài cạnh SA là:

$$A. a\sqrt{2}$$

$$B. a\sqrt{3}$$

$$C. a\sqrt{5}$$

$$D. a\sqrt{10}$$

Câu 123. (Trích đề tham khảo lần 3, Bộ GD&ĐT 2017) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$A. R = \sqrt{3}a$$

$$B. R = \sqrt{2}a$$

$$C. R = \frac{25a}{8}$$

$$D. R = 2a$$

Câu 124. (Trích câu 49, mã đề 104, THPT QG2017) Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

$$A. V = 144$$

$$B. V = 576$$

$$C. V = 576\sqrt{2}$$

$$D. V = 144\sqrt{6}$$

Câu 125. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a mặt bên (SAB) vuông góc với đáy $ABCD$ và tam giác SAB đều, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$ là R . Chọn mệnh đề đúng.

$$A. R = \frac{a\sqrt{11}}{4}$$

$$B. R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$$

$$C. R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$D. R = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

Câu 126. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a tâm O , hình chiếu của S lên mặt đáy trùng trung điểm AO , $SC = a$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

$$A. \frac{a\sqrt{22}}{\sqrt{23}}$$

$$B. a\sqrt{\frac{23}{22}}$$

$$C. \frac{a}{2\sqrt{23}}$$

$$D. \frac{3a}{\sqrt{23}}$$

Câu 127. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu của S lên mặt đáy trùng trung điểm AB , $SC = 2a$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

$$A. \frac{a}{\sqrt{47}}$$

$$B. a\sqrt{44}$$

$$C. \frac{a\sqrt{47}}{2\sqrt{44}}$$

$$D. \frac{a\sqrt{47}}{\sqrt{44}}$$

Câu 128. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính theo a là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $a\sqrt{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Câu 129. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của CD , BC và K là giao điểm của AM và DN . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABNK$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{17}}{4}$ B. $R = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$ C. $R = \frac{a\sqrt{17}}{2}$ D. $R = \frac{a\sqrt{15}}{4}$

Câu 130. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = 2a$, $BC = 2a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S xuống mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của H của tam giác ABC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \frac{2a\sqrt{21}}{9}$ B. $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = \frac{4a\sqrt{21}}{9}$ D. $R = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$

Câu 131. (KSCL Sở GD&ĐT Hải Phòng, 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông với đường cao $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Kẻ $EK \perp SD$ tại K . Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K bằng

- A. a B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ C. $\frac{1}{2}a$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}a$

Câu 132. Cho khối 8 mặt đều $ABCDEFG$ cạnh a (hai điểm E và G đối xứng qua mặt phẳng $(ABCD)$). Mặt cầu ngoại tiếp $ABCDEFG$ có bán kính là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3a}{2}$ D. $\frac{5a}{4}$

Câu 133. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{28\sqrt{21}\pi a^3}{27}$ B. $\frac{7\sqrt{7}\pi a^3}{48}$ C. $\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$ D. $\frac{7\sqrt{7}\pi a^3}{6}$

Câu 134. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA = 2a$, SA vuông góc $(ABCD)$, kẻ AH vuông góc với SB và AK vuông góc với SD . Mặt phẳng (AHK) cắt SC tại E . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối $ABCDEHK$.

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$

Câu 135. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AC = b$, $AB = c$, $\angle BAC = \alpha$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC'B'$ theo b, c, α .

- A. $R = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha}}{2 \sin \alpha}$ B. $R = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha}}{\sin 2\alpha}$
C. $R = 2\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha}$ D. $R = \frac{2\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha}}{\sin \alpha}$

Câu 136. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh $AB = 1$, $AC = 2$ và góc $BAC = \alpha$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Điểm B_1 và C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC . Tính bán kính R của mặt cầu đi qua các điểm A, B, C, C_1, B_1 .

- A. $R = \frac{\sqrt{5 - 4 \cos \alpha}}{\sqrt{3} \sin \alpha}$ B. $R = \frac{2\sqrt{5 - 4 \cos \alpha}}{\sqrt{3} \sin \alpha}$ C. $R = \frac{\sqrt{5 - 4 \cos \alpha}}{\sqrt{2} \sin \alpha}$ D. $R = \frac{\sqrt{5 - 4 \cos \alpha}}{2 \sin \alpha}$

Câu 137. (Sưu tầm Hay Lạ Khó) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $4a$. Trên cạnh AB và AD lần lượt lấy hai điểm H và K sao cho $BH = 3HA$, $AK = 3KD$. Trên đường thẳng d vuông góc $(ABCD)$ tại H lấy điểm S sao cho $\angle SBH = 30^\circ$. Gọi E là giao điểm của CH và BK . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.AHEK$.

A. $\frac{a^3 \pi \sqrt{13}}{3}$

B. $\frac{54\pi a^3 \sqrt{13}}{3}$

C. $V = \frac{52\pi a^3 \sqrt{13}}{3}$

D. $V = \frac{52\pi a^3 \sqrt{12}}{3}$

Câu 138. (Trích câu 30, mã đề 104, THPT QG2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a, BC = 4a, SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{5a}{2}$

B. $R = \frac{17a}{2}$

C. $R = \frac{13a}{2}$

D. $R = 6a$

Câu 139. (Mr. Lafo) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = b, SA \perp (ABCD)$. Gọi K, L, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD . Tính thể tích V của khối cầu đi qua 7 điểm H, L, K, A, B, C, D .

A. $V = \frac{\pi}{3} \sqrt{(a^2 + b^2)^3}$

B. $V = \frac{\pi}{12} \sqrt{(a^2 + b^2)^3}$

C. $V = \frac{2\pi}{3} \sqrt{(a^2 + b^2)^3}$

D. $V = \frac{\pi}{6} \sqrt{(a^2 + b^2)^3}$

Câu 140. (Lâm Phong) Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện, mặt cầu nội tiếp khối tứ diện và mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của khối tứ diện. Đẳng thức nào sau đây là đúng về R_1, R_2, R_3 ?

A. $R_1 \cdot R_2 = R_3^2$

B. $R_1^2 + R_2^2 = R_3^2$

C. $R_2 \cdot R_3 = R_1^2$

D. $R_2^2 + R_3^2 = R_1^2$

Câu 141. (Sưu tầm Hay Lạ Khó) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân $ABCD$ với $AB = 2a, BC = CD = AD = a$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Một mặt phẳng qua A vuông góc với SB và cắt AB, SC, SD lần lượt tại M, N, P . Tính đường kính khối cầu ngoại tiếp khối $ABCDMNP$.

A. $a\sqrt{3}$

B. a

C. $2a$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 142. (Sưu tầm Hay Lạ Khó) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SA \perp (ABCD)$ và góc giữa SC và (SAB) bằng 30° . Gọi M là trung điểm của $SA, (P)$ là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với SC . Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại N, E, F . Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.MNEF$.

A. $R = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

C. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{6}$

Câu 143. (KSCL tỉnh Hải Dương) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{64\sqrt{2}}{81}$

B. $\frac{64\sqrt{2}}{27}$

C. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$

D. $\frac{128\sqrt{2}}{81}$

Vấn đề 2.4: bài toán liên quan đến xác định bán kính của mặt cầu nội tiếp khối chóp.

Câu 144. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Bán kính của mặt cầu nội tiếp hình chóp này bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2(1+\sqrt{3})}a$

B. $\frac{\sqrt{2}}{4(1+\sqrt{3})}a$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2(1+\sqrt{3})}a$

D. $\frac{\sqrt{3}}{4(1+\sqrt{3})}a$

Câu 145. Bên trong một hình tứ diện đều cạnh a người ta đặt 4 viên bi giống nhau có bán kính bằng 1 sao cho các viên bi đôi một tiếp xúc nhau và mỗi viên tiếp xúc với 3 mặt của tứ diện. Tính a ?

A. $a = 2(2\sqrt{6} - 1)$

B. $a = 2\sqrt{6} + 1$

C. $a = 3\sqrt{6} - 1$

D. $a = 2(\sqrt{6} + 1)$

Câu 146. (Mr. Lafo) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $ABCD$ tâm O , thể tích $2a^3$ và chiều cao $SO = 2a$. Biết rằng tồn tại một mặt cầu (S) tâm O tiếp xúc với các mặt của bên của hình chóp. Tính diện tích của mặt cầu (S) .

A. $S = \frac{48\pi a^2}{19}$

B. $S = \frac{12\pi a^2}{19}$

C. $S = \frac{16\pi a^2}{19}$

D. $S = \frac{24\pi a^2}{19}$

Câu 147. (Mr.Lafo) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi O là tâm đáy. Biết rằng tồn tại một mặt cầu (S) tâm O tiếp xúc với tất cả các cạnh bên của hình chóp. Tính thể tích V của mặt cầu (S) đó.

A. $V = \frac{27\sqrt{2}\pi a^3}{8}$

B. $V = \frac{9\sqrt{2}\pi a^3}{32}$

C. $V = \frac{9\sqrt{2}\pi a^3}{8}$

D. $V = \frac{9\sqrt{2}\pi a^3}{16}$

Câu 148. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 26) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao SH bằng $\frac{a}{2}$. Biết rằng tồn tại mặt cầu (S) tâm H , bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ tiếp xúc với tất cả các mặt bên của hình chóp. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $(ABCD)$ và cách $(ABCD)$ một khoảng bằng x , $(0 < x < R)$. Gọi S_{td} là diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) và hình chóp bỏ đi phần nằm trong mặt cầu. Hãy xác định x để $S_{td} = \pi R^2$

A. $x = \frac{4a - \pi a}{8 + 2\pi}$

B. $x = \frac{a - \pi a}{4 + 2\pi}$

C. $x = \frac{4a + \pi a}{8 + 2\pi}$

D. $x = \frac{a + \pi a}{4 + 2\pi}$

Vấn đề 3: bài toán liên quan đến xác định tâm và bán kính của mặt cầu ngoại tiếp và nội tiếp khối lăng trụ.

Câu 149. Cho H là một hình hộp trong không gian. Ta xét các mệnh đề sau:

- 1) H luôn tồn tại một mặt cầu ngoại tiếp
- 2) H có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi H là một hình hộp đứng.
- 3) H có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi H là một hình hộp chữ nhật.

Tìm số mệnh đề **đúng** ?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 150. Cho các mệnh đề sau:

- (1). Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của hình lăng trụ đứng có đáy tam giác.
- (2). Tồn tại mặt cầu đi qua các đỉnh của hình lăng trụ có đáy là hình vuông.
- (3). Hình lăng trụ đều luôn có mặt cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ đó.

Tìm số mệnh đề **đúng**.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 151. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
- B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- C. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
- D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 152. Thể tích của khối cầu nội tiếp khối lập phương có cạnh bằng a là

A. $\frac{1}{2}\pi a^3$

B. $\frac{2}{9}\pi a^3$

C. $\frac{2}{3}\pi a^3$

D. $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi a^3$

Câu 153. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối lập phương có cạnh bằng a là

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$

B. $\frac{\sqrt{3}}{8}\pi a^3$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi a^3$

D. $\frac{1}{6}\pi a^3$

Câu 154. Cho hình lập phương cạnh a . Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có diện tích tính theo a là:

A. $4\pi a^2$

B. $3\pi a^2$

C. $2\pi a^2$

D. $\frac{5\pi a^2}{2}$

Câu 155. (THPT Thanh Chương, Nghệ An, 2017) Một hình lập phương cạnh bằng a nội tiếp khối cầu (S_1) và ngoại tiếp khối cầu (S_2) , gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của các khối (S_1) và (S_2) . Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$

A. $k = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

B. $k = \frac{1}{3\sqrt{3}}$

C. $k = 2\sqrt{2}$

D. $k = 3\sqrt{3}$

Câu 156. Cho hình lập phương cạnh a . Mặt cầu tiếp xúc với sáu mặt của hình lập phương có bán kính là:

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$

Câu 157. Cho hình lập phương cạnh a . Mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của lập phương có diện tích theo a là:

- A. πa^2 B. $2\pi a^2$ C. $\frac{1}{2}\pi a^2$ D. $3\pi a^2$

Câu 158. (Trích câu 22, mã đề 102, THPT QG2017) Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $a = 2\sqrt{3}R$ B. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$ C. $a = 2R$ D. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$

Câu 159. (Trích câu 26, mã đề 101, THPT QG2017) Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ B. $R = a$ C. $R = 2\sqrt{3}a$ D. $R = \sqrt{3}a$

Câu 160. Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp và tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng** ?

- A. $O_1 \equiv O_2, O_1 \neq O_3$ B. $O_3 \equiv O_2, O_1 \neq O_2$ C. $O_1 \equiv O_3, O_1 \neq O_2$ D. $O_1 \equiv O_2 \equiv O_3$

Câu 161. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp khối lập phương, mặt cầu nội tiếp khối lập phương và mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương. Đẳng thức nào sau đây là **đúng** về R_1, R_2, R_3 ?

- A. $R_1 \cdot R_2 = R_3^2$ B. $R_1^2 + R_2^2 = R_3^2$ C. $R_2 \cdot R_3 = R_1^2$ D. $R_2^2 + R_3^2 = R_1^2$

Câu 162. Kí hiệu R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính của các mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp và tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Tìm khẳng định **đúng** ?

- A. $R_1 > R_2 > R_3$ B. $R_2 > R_3 > R_1$ C. $R_1 > R_3 > R_2$ D. $R_3 > R_1 > R_2$

Câu 163. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Diện tích S của hình cầu ngoại tiếp hình lăng trụ này bằng

- A. $S = \frac{7}{3}\pi a^2$ B. $S = \frac{7}{36}\pi a^2$ C. $S = \frac{7}{12}\pi a^2$ D. $S = \frac{7}{9}\pi a^2$

Câu 164. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy (ABC) một góc 60° . Tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 18. Tính diện tích S mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ trên.

- A. $S = 43\pi$ B. $S = \frac{43\pi}{4}$ C. $S = \frac{43\pi}{2}$ D. $S = \frac{43\pi}{3}$

Câu 165. Một lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ này bằng

- A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$ C. $a\sqrt{3}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 166. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tính theo a bằng:

- A. $\frac{5\pi a^2}{3}$ B. $\frac{7\pi a^2}{3}$ C. $\frac{8\pi a^2}{3}$ D. $\frac{2\pi a^2}{3}$

Câu 167. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $\frac{7a^2}{3}$ B. $\frac{7\pi a^2}{3}$ C. $\frac{7a^3}{3}$ D. $\frac{7\pi a^3}{3}$

Câu 168. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy a và đường chéo tạo với đáy một góc 45° . Thể tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ này là:

- A. $2\pi a^3$ B. $\frac{4}{3}\pi a^3$ C. $\frac{2}{3}\pi a^3$ D. $\frac{5}{4}\pi a^3$

Câu 169. Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là a, b, c nội tiếp trong một khối cầu. Thể tích khối cầu tính theo a, b, c là:

A. $\pi\sqrt{(a^2+b^2+c^2)^3}$ B. $\frac{\pi}{3}\sqrt{(a^2+b^2+c^2)^3}$ C. $\frac{\pi}{6}\sqrt{(a^2+b^2+c^2)^3}$ D. $\frac{5\pi}{3}\sqrt{(a^2+b^2+c^2)^3}$

Câu 170. (Mr.Lafo) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, BC=b, CC'=c$. Gọi S là mặt cầu tâm B tiếp xúc với mặt phẳng $(ACC'A')$. Tính thể tích của mặt cầu S

A. $V = \frac{4\pi a^3 b^3}{3\sqrt{(a^2+b^2)^3}}$ B. $V = \frac{4\pi a^3 b^3}{\sqrt{(a^2+b^2)^3}}$ C. $V = \frac{\pi a^3 b^3}{3\sqrt{(a^2+b^2)^3}}$ D. $V = \frac{2\pi a^3 b^3}{3\sqrt{(a^2+b^2)^3}}$

Câu 171. Có một hộp nhựa hình lập phương người ta bỏ vào hộp đó 1 quả bóng đá. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ với V_1 là tổng thể tích của quả bóng đá, V_2 là thể tích của chiếc hộp đựng bóng. Biết rằng đường tròn lớn trên quả bóng có thể nội tiếp tiếp 1 mặt hình vuông của chiếc hộp.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{2}$ B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{4}$ C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{8}$

Câu 172. Một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có kích $a; a\sqrt{2}; a\sqrt{3}$ có diện tích là:

A. $24\pi a^2$ B. $16\pi a^2$ C. $20\pi a^2$ D. $6\pi a^2$

Câu 173. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD, ABB'A', ADD'A'$ lần lượt bằng $20\text{ cm}^2, 28\text{ cm}^2, 35\text{ cm}^2$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp bằng:

A. $R = \frac{3\sqrt{10}}{2}(\text{cm})$ B. $R = 6\sqrt{10}(\text{cm})$ C. $R = 3\sqrt{10}(\text{cm})$ D. $R = 30(\text{cm})$

Câu 174. Trong các hình hộp nội tiếp tiếp mặt cầu tâm I bán kính R , hình hộp của có thể tích lớn nhất là

A. $V = \frac{8R^3}{3}$ B. $V = \frac{\sqrt{8}R^3}{3\sqrt{3}}$ C. $V = \frac{8R^3}{3\sqrt{3}}$ D. $V = 2R^3\sqrt{2}$

Vấn đề 4: bài toán liên quan đến mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp khối tròn xoay (khối nón, khối trụ).

Câu 175. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu ngoại tiếp và nội tiếp khối nón trên. Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 8 B. 6 C. 4 D. 2

Câu 176. Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính R bằng

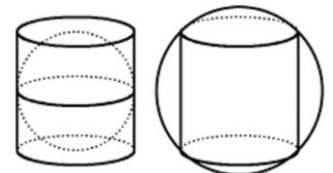
A. $\frac{32}{81}\pi R^3$ B. $\frac{4\sqrt{2}}{9}\pi R^3$ C. $\frac{4}{3}\pi R^3$ D. $\frac{1}{3}\pi R^3$

Câu 177. Cho hình trụ thiết diện qua trục là một hình vuông. Xét hai mặt cầu sau:

- **Mặt cầu thứ nhất:** tiếp xúc với hai đáy của hình trụ và tiếp xúc với tất cả các

đường sinh của hình trụ, gọi là mặt cầu nội tiếp hình trụ.

- **Mặt cầu thứ hai:** Mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ, gọi là mặt cầu ngoại tiếp hình trụ.



Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích của mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình trụ. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$ B. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$ C. $\frac{S_1}{S_2} = 2$ D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$

Câu 178. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$; $BC = 3a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là:

- A. $13\pi a^2$ B. $\sqrt{13}\pi a^2$ C. $\frac{13\pi a^2}{4}$ D. $52\pi a^2$

Câu 179. Thể tích khối cầu nội tiếp hình trụ có mặt cắt qua trục là hình vuông cạnh $2a$ là:

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$ B. $\frac{4\pi a^3}{3}$ C. $\frac{32\pi a^3}{3}$ D. $\frac{16\pi a^3}{3}$

Câu 180. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình nón có độ dài đường sinh và đường kính cùng bằng a là:

- A. $\frac{16\pi a^2}{3}$ B. $20\pi a^2$ C. $6\pi a^2$ D. $\frac{4\pi a^2}{3}$

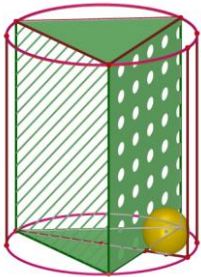
Câu 181. Diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón có độ dài đường sinh và đường kính cùng bằng a là:

- A. $\frac{\pi a^2}{3}$ B. $\frac{2\pi a^2}{3}$ C. πa^2 D. $\frac{4\pi a^2}{3}$

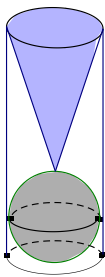
Câu 182. Người ta đặt được vào một khối nón hai khối cầu có bán kính lần lượt là a và $2a$ sao cho các khối cầu đều tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón, hai khối cầu tiếp xúc với nhau và khối cầu lớn tiếp xúc với đáy của hình nón. Bán kính đáy của hình nón đã cho là:

- A. $\frac{8a}{3}$ B. $a\sqrt{2}$ C. $2a\sqrt{2}$ D. $\frac{4a}{3}$

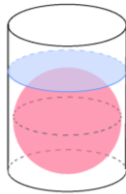
Cho các mô hình sau:



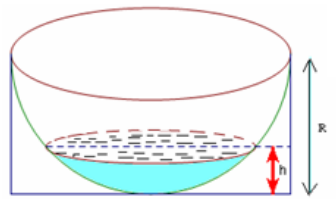
Hình A



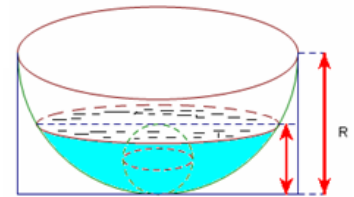
Hình B



Hình C



Hình 1



Hình 2

Hình D

Câu 183. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 24) Người ta thả một quả tạ hình cầu chìm hẳn vào một cốc nước thì mực nước dâng lên tại vị trí cao nhất của quả tạ như hình C, mặt nước là mặt phẳng tiếp xúc với quả tạ. Cho biết đường kính đáy cốc là 20 cm và chiều cao mực nước ban đầu là 4 cm. Tính bán kính quả tạ (làm tròn tới hàng phần trăm)

- A. 2,06 cm . B. 11,09 cm . C. 2,01 cm . D. 1,53 cm .

Câu 184. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 25) Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R = 10\text{cm}$, đặt trong một khung hình hộp chữ nhật (hình D). Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chòm cầu có chiều cao $h = 4\text{cm}$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi (hình 2). Bán kính của viên bi có thể là giá trị nào dưới đây? (kết quả làm tròn đến 2 chữ số lẻ thập phân)

- A. 2,15 cm B. 2,35 cm C. 2,05 cm D. 2,09 cm

Câu 185. (Thi thử Group Toán 3K khóa 1999, lần 26) Cho hình lăng trụ tam giác đều cạnh đáy là a nội tiếp trong một thùng hình trụ. Một viên bi hình cầu tiếp xúc ngoài với mặt bên lăng trụ và tiếp xúc trong với mặt xung quanh hình trụ như hình A. Diện tích xung quanh của viên bi là

- A. $\frac{\pi a^2}{36}$. B. $\frac{\pi a^2}{3}$. C. $\frac{\pi a^2}{48}$. D. $\frac{\pi a^2}{12}$.

Câu 186. (KSCL Sở GD&ĐT Đồng Tháp) Một khối hình trụ có chiều cao bằng 3 lần đường kính của mặt đáy chứa đầy nước. Người ta đặt vào trong khối đó một khối cầu có đường kính bằng đường kính khối trụ và một khối nón có đỉnh tiếp xúc với khối cầu, đáy khối nón trùng với đáy trên của khối trụ (như hình B). Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong khối trụ và lượng nước của khối trụ ban đầu.

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$