

Câu 1. (3,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C).

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm A(1; 0).
- 3) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 2$.

Câu 2. (1,0 điểm) Giải bất phương trình $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) \geq -1$.

Câu 3. (2,0 điểm)

- 1) Tính tích phân $I = \int_0^1 x(2 + e^x) dx$.
- 2) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z - 7 + i = 0$. Tìm phần thực, phần ảo và môđun của z .

Câu 4. (2,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; 1), B(-1; 2; 5)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$.

- 1) Viết trình tham số của đường thẳng AB. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S).
- 2) Viết phương trình mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng AB và tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu 5. (1,0 điểm) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, B'C'.

Câu 6. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + \log_2 x = \log_2 (2^x + y \cdot 2^x) \\ 2\log_2^2 x - 6\log_2 (y+1) - x\log_2 x + 3y + 3 = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

-----**Hết**-----

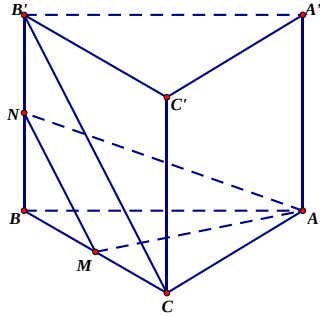
Họ tên học sinh: Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KIỂM TRA CHẤT LƯỢNG HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2015 – 2016. MÔN TOÁN, LỚP 12

Chú ý: Dưới đây chỉ là sơ lược từng bước giải và cách cho điểm từng phần của mỗi bài. Bài làm của học sinh yêu cầu phải chi tiết, lập luận chặt chẽ. Nếu học sinh giải cách khác đúng thì chấm và cho điểm từng phần tương ứng.

Câu	Nội dung	Điểm
1.1	Khảo sát – Vẽ đồ thị hàm số....	
	- Txd: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ - Sự biến thiên: + Chiều biến thiên: $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D.$ Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.	0,25
	+ Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; tiệm cận ngang $y = 1$. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty$; tiệm cận đứng $x = 1$.	0,25
	+ Bảng biến thiên:	0,25
	- Đồ thị hàm số:	0,25
1.2	Viết phương trình tiếp tuyến....	
	Ta có: $y'(1) = \frac{1}{2}; y(1) = 0$	0,25
	$\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến tại $A(1;0)$ là $y - 0 = \frac{1}{2}(x - 1)$	0,25
	hay $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$	0,25
	Vậy: Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$	0,25
1.3	Diện tích hình phẳng	
	Ta có $S = \int_1^2 \left \frac{x-1}{x+1} \right dx$	0,25
	$\Leftrightarrow S = \left \int_1^2 \left(\frac{x-1}{x+1} \right) dx \right = \left \int_1^2 \left(1 + \frac{-2}{x+1} \right) dx \right $	0,25
	$\Leftrightarrow S = \left \int_1^2 1 dx - \int_1^2 \frac{2}{x+1} dx \right = \left x \Big _1^2 - 2 \ln x+1 \Big _1^2 \right = 1 + 2 \ln \frac{2}{3}.$	0,25
	Vậy: Diện tích hình phẳng cần tính là $S = 1 + 2 \ln \frac{2}{3}.$	0,25
2	Giải bất phương trình $\log_{0,5}(x^2 - 5x + 6) \geq -1. (*)$	

	$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 > 0 \\ x^2 - 5x + 6 \leq 2 \end{cases} \text{ (hoặc } 0 < x^2 - 5x + 6 \leq 2)$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty) \\ x \in [1; 4] \end{cases} \Leftrightarrow x \in [1; 2) \cup (3; 4]$	0,5
	Vậy: Bất phương trình có tập nghiệm $S = [1; 2) \cup (3; 4]$.	0,25
3.1	Tính tích phân	
	Ta có $I = \int_0^1 x(2 + e^x) dx = \int_0^1 2x dx + \int_0^1 x e^x dx = I_1 + I_2$	0,25
	$I_1 = \int_0^1 2x dx = x^2 \Big _0^1 = 1$	0,25
	$I_2 = \int_0^1 x e^x dx = (x e^x - e^x) \Big _0^1 = 1$	0,25
	Vậy: $I = I_1 + I_2 = 2$.	0,25
3.2	Cho số phức z	
	Ta có: $(1+i)z - 7 + i = 0 \Leftrightarrow z = \frac{7-i}{1+i} = \frac{(7-i)(1-i)}{2} = 3 - 4i$.	0,5
	Phần thực của z là 3, phần ảo của z là -4.	0,25
	Môđun của số phức z là $ z = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.	0,25
4.1	Viết phương trình tham số...	
	Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 0; 4)$.	0,25
	Đường thẳng $AB \begin{cases} \text{qua } A(2; 2; 1) \\ \text{vtcp } \overrightarrow{AB} = (-3; 0; 4) \end{cases} \Rightarrow \text{phương trình tham số của } AB \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 2 \\ z = 1 + 4t \end{cases}$.	0,25
	Gọi I, r lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu (S) , $\Rightarrow I(1; -1; 3), r = \sqrt{25} = 5$.	0,5
4.2	Viết phương trình mặt phẳng....	
	Vì (α) vuông góc với đường thẳng AB nên phương trình của (α) có dạng $-3x + 4z + D = 0$	0,25
	(α) tiếp xúc với mặt cầu $(S) \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = r$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{ -3 \cdot 1 + 4 \cdot 3 + D }{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = 5 \Leftrightarrow D + 9 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 16 \\ D = -34 \end{cases}$	0,25
	Vậy phương trình (α) là $-3x + 4z + 16 = 0$ hoặc $-3x + 4z - 34 = 0$.	0,25
5	Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$	

	- Từ giả thiết suy ra tam giác ABC vuông tại $B \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2$  0,25												
	$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{1}{2}a^2.a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3$ 0,25												
	- Gọi N là trung điểm của cạnh BB' $\Rightarrow MN \parallel B'C \Rightarrow B'C \parallel (AMN)$ $\Rightarrow d(B'C, AM) = d(B'C, (AMN)) = d(C, (AMN)) = d(B, (AMN)) = h$ 0,25												
	Tứ diện $ABMN$ có các cạnh BA, BM, BN đôi một vuông góc nên $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2} \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{7}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{7}}{7}$ Vậy $d(AM, B'C) = \frac{a\sqrt{7}}{7}$. 0,25												
6	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + \log_2 x = \log_2 (2^x + y.2^x) & (1) \\ 2\log_2^2 x - 6\log_2 (y + 1) - x\log_2 x + 3y + 3 = 0 & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$												
	Đk: $x > 0; y > -1$. $(1) \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 (y + 1) \Leftrightarrow x = y + 1 \Leftrightarrow y = x - 1$ 0,25												
	Thay $y = x - 1$ vào phương trình (2) ta được phương trình: $2\log_2^2 x - 6\log_2 x - x\log_2 x + 3x = 0$ $\Leftrightarrow (\log_2 x - 3)(2\log_2 x - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x - 3 = 0 & (3) \\ 2\log_2 x - x = 0 & (4) \end{cases}$ $(3) \Leftrightarrow x = 8 \Rightarrow y = 7$ (t/m đk). 0,25												
	- Xét hàm số $f(x) = 2\log_2 x - x$ với $x > 0$. Ta có $f'(x) = \frac{2 - x\ln 2}{x\ln 2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{\ln 2}$. Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{2}{\ln 2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(\frac{2}{\ln 2})$</td><td>$-\infty$</td></tr></table> Theo BBT, pt $f(x) = 0$ có nhiều nhất 2 nghiệm trên $(0; +\infty)$, có $f(2) = f(4) = 0$ Do đó, phương trình (4) có hai nghiệm $x = 2; x = 4 \Rightarrow y = 1; y = 3$ (t/m đk). 0,25	x	0	$\frac{2}{\ln 2}$	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	$f(x)$	$-\infty$	$f(\frac{2}{\ln 2})$	$-\infty$
x	0	$\frac{2}{\ln 2}$	$+\infty$										
$f'(x)$		+	-										
$f(x)$	$-\infty$	$f(\frac{2}{\ln 2})$	$-\infty$										
	Vậy: Hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2; 1), (4; 3), (8; 7)$. 0,25												