

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2+9}{x}$ trên $[-4;-1]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm số phức z biết $|z| = 2$ và $z+1-i$ là số thực;

b) Giải phương trình $\log_3(3^x - 6) = 3 - x$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x+1)(e^x - 3)dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(3;-1;1)$, $C(-2;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua C và vuông góc với đường thẳng AB . Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\tan \alpha + \cot \alpha = 8$. Tính $A = \cos 2\alpha$.

b) Trong một đợt kiểm tra về độ an toàn nguồn nước ven biển ở các Tỉnh miền trung. Bộ y tế lấy ra 15 mẫu nước ven biển trong đó có 4 mẫu ở Hà Tĩnh, 5 mẫu ở Quảng Bình và 6 mẫu ở Thừa Thiên Huế. Mỗi mẫu nước này có thể tích như nhau và để trong các hộp kín có kích thước giống hệt nhau. Đoàn kiểm tra lấy ra ngẫu nhiên bốn hộp để phân tích, kiểm tra xem trong nước có bị nhiễm độc hay không. Tính xác suất để bốn hộp lấy ra có đủ ba loại nước ở cả ba Tỉnh.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HD = 2HA$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC , biết góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng MN, SD .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ có $AD \parallel BC$. Phương trình đường thẳng chứa các cạnh AB, AC lần lượt là $x - 2y + 3 = 0$, $y - 2 = 0$. Gọi I là giao điểm của AC, BD . Tìm tọa độ các đỉnh hình thang $ABCD$ biết $IB = \sqrt{2}IA$, hoành độ của I lớn hơn -3 và điểm $M(-1;3)$ thuộc đường thẳng BD .

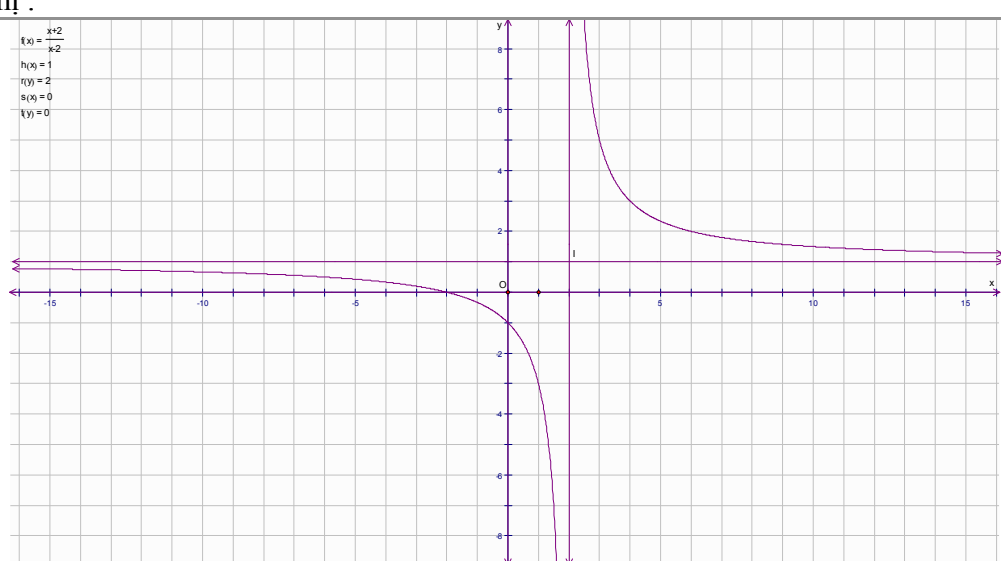
Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình sau trên tập $\mathbb{R}$: $\frac{5x-13-\sqrt{57+10x-3x^2}}{\sqrt{x+3}-\sqrt{19-3x}} \geq x^2 + 2x + 9$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y là các số thực thỏa điều kiện $x + y = 2\sqrt{x+2} + 3\sqrt{y-2014} + 2012$.

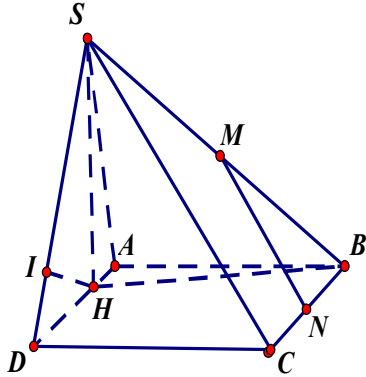
Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của: $S = (x-1)^2 + (y-1)^2 + \frac{2016+2xy\sqrt{x+y+1}}{\sqrt{x+y+1}}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu	Nội dung	Điểm																
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C)...	1,00																
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Sự biến thiên: Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$, tiệm cận ngang: $y = 1$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 2$.	0,25																
	Chiều biến thiên: $y' = \frac{-4}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.	0,25																
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="3">-</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>$+\infty$</td><td>1</td></tr><tr><td></td><td>$-\infty$</td><td></td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	-			y	1	$+\infty$	1		$-\infty$			0,25
	x	$-\infty$	2	$+\infty$														
y'	-																	
y	1	$+\infty$	1															
	$-\infty$																	
Đồ thị :		0,25																
Đồ thị (C) nhận giao điểm hai tiệm cận $I(1;2)$ làm tâm đối xứng.																		
2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 9}{x}$ trên đoạn $[-4; -1]$.	1,00																
	Xét trên $D = [-4; -1]$ hàm số xác định và liên tục .																	
	Ta có $y = \frac{x^2 + 9}{x} = x + \frac{9}{x} \Rightarrow y' = 1 - \frac{9}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$ Kết hợp điều kiện ta lấy nghiệm $x = -3$	0,50																
	Khi đó $y(-4) = -\frac{25}{4}; y(-3) = -6; y(-1) = -10$ $\Rightarrow \max_{[-4; -1]} y = -6 \Leftrightarrow x = -3; \min_{[-4; -1]} y = -10 \Leftrightarrow x = -1$	0,50																

3	Tìm số phức z biết $ z = 2$ và $z + 1 - i$ là số thực	0,50
	Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Suy ra $z + 1 - i = (a + 1) + (b - 1)i$. Từ giả thiết $z + 1 - i$ là số thực ta có $b = 1$.	0,25
	Khi đó $ z = 2 \Leftrightarrow a + i = 2 \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + 1} = 2 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{3}$ Vậy các số phức cần tìm là $z = \sqrt{3} + i, z = -\sqrt{3} + i$.	0,25
	Giải phương trình $\log_3(3^x - 6) = 3 - x$	0,50
	PT $\Leftrightarrow 3^x - 6 = 3^{3-x} \Leftrightarrow 3^x - 6 = \frac{27}{3^x} \Leftrightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_0^1 (x+1)(e^x - 3) dx$	1,0
	$\begin{cases} u = x + 1 \\ dv = (e^x - 3) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \int (e^x - 3) dx = (e^x - 3x) \end{cases}$	0,5
	$\Rightarrow I = (x+1)(e^x - 3x) \Big _0^1 - \int_0^1 (e^x - 3x) dx$	0,25
	$= (x+1)(e^x - 3x) \Big _0^1 - \left(e^x - \frac{3}{2}x^2 \right) \Big _0^1 = e - \frac{9}{2}$	0,25
5	Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;1;1), B(3;-1;1), C(-2;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua C và vuông góc với đường thẳng AB . Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .	1.0
	+) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $C(-2;0;2)$ với vtp $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$ có phương trình: $2(x+2) - 2(y-0) + 0(z-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0$	0,50
	+) Mặt cầu cần tìm có tâm O , bán kính $R = d(O, (P)) = \frac{ 0-0+2 }{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ nên có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 2$	0,50
6	Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\tan \alpha + \cot \alpha = 8$. Tính $A = \cos 2\alpha$	0,50
	$\tan \alpha + \cot \alpha = 8 \Leftrightarrow \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 8 \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos 2\alpha = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$	0,25
	Vì $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} < 2\alpha < \pi \Rightarrow \cos 2\alpha < 0 \Rightarrow \cos 2\alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$	0,25
	Trong một đợt kiểm tra về độ an toàn nguồn nước ven biển ở các Tỉnh miền trung. Bộ y tế lấy ra 15 mẫu nước ven biển trong đó có 4 mẫu ở Hà Tĩnh, 5 mẫu ở Quảng Bình và 6 mẫu ở Thừa Thiên Huế. Mỗi mẫu nước này có thể tích như nhau và để trong các hộp kín có kích thước giống hệt nhau. Đoàn kiểm tra lấy ra ngẫu nhiên bốn hộp để phân tích, kiểm tra xem trong nước có bị nhiễm độc hay không. Tính xác suất để bốn hộp lấy ra có đủ ba loại nước ở cả ba Tỉnh.	0,5

	Số phần tử của không gian mẫu: $ \Omega = C_{15}^4 = 1365$.	0,25
	Gọi A là biến cố:” bốn hộp lấy ra có đủ ba loại nước ở cả ba Tỉnh ”. +) TH1: Lấy ra 2 hộp ở Hà Tĩnh, 1 hộp ở Quảng Bình và 1 hộp ở Huế: $C_4^2.C_5^1.C_6^1$ +) TH 2: Lấy ra 1 hộp ở Hà Tĩnh, 2 hộp ở Quảng Bình và 1 hộp ở Huế: $C_4^1.C_5^2.C_6^1$ +) TH 3: Lấy ra 1 hộp ở Hà Tĩnh, 1 hộp ở Quảng Bình và 2 hộp ở Huế: $C_4^1.C_5^1.C_6^2$ Khi đó $\Omega_A = C_4^2.C_5^1.C_6^1 + C_4^1.C_5^2.C_6^1 + C_4^1.C_5^1.C_6^2 = 720$ Vậy xác suất $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{48}{91}$	0,25
	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HD = 2HA$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, BC, biết góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30°. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng MN, SD.	1.0
7	 Ta có $AH = \frac{a}{3}, DH = \frac{2a}{3}$, do $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH$ là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ và góc giữa SB với mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SBH} = 30^\circ$ Vì $\tan \widehat{SBH} = \tan 30^\circ = \frac{SH}{HB} \Leftrightarrow SH = HB \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{AB^2 + AH^2} \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{9}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{30}}{9}$. Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD}$, với $SH = \frac{a\sqrt{30}}{9}$, $S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{9} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{30}}{27}$ (đvtt)	0,50
	Do M, N lần lượt là trung điểm của SB và BC nên $MN \parallel SC$ $\Rightarrow MN \parallel (SDC) \Rightarrow d(MN; SD) = d(MN; (SCD)) = d(N; (SCD)) = \frac{1}{2} \cdot d(B; (SCD))$ Mà $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SC) \Rightarrow d(B; (SCD)) = d(A; (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot d(H; (SCD))$ Do đó $d(MN; SD) = \frac{3}{4} \cdot d(H; (SCD))$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của H trên $SD \Rightarrow d(H; (SCD)) = HI$. Ta có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{81}{30a^2} + \frac{9}{4a^2} = \frac{99}{20a^2} \Leftrightarrow HI = a \cdot \sqrt{\frac{20}{99}} = \frac{2a}{3} \cdot \sqrt{\frac{5}{11}}$ Vậy $d(MN; SD) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2a}{3} \cdot \sqrt{\frac{5}{11}} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{5}{11}}$.	0,50

	Cho hình thang cân $ABCD$ có $AD // BC$; Phương trình đường thẳng chứa các cạnh AB, AC lần lượt là $x - 2y + 3 = 0; y - 2 = 0$. Gọi I là giao điểm của AC, BD. Tìm tọa độ các đỉnh hình thang $ABCD$ biết $IB = \sqrt{2}IA$, hoành độ của I lớn hơn -3 và điểm $M(-1;3)$ thuộc đường thẳng BD.	1.0
8	+ Do $A \in AB \cap AC \Rightarrow A(1;2)$ Lấy $E(0;2) \in AC$, gọi $F(2a-3; a) \in AB$ sao cho $EF // BD$ $\Rightarrow \frac{EF}{BI} = \frac{AE}{AI} \Leftrightarrow \frac{EF}{AE} = \frac{BI}{AI} = \sqrt{2} \Rightarrow EF = \sqrt{2}AE \Leftrightarrow (2a-3)^2 + (a-2)^2 = 2$ $\Leftrightarrow a = \frac{11}{5}$ hoặc $a = 1$ + Khi $a = \frac{11}{5} \Rightarrow \overrightarrow{EF}(\frac{7}{5}; \frac{1}{5})$ là vtcp của đường thẳng $BD \Rightarrow BD: x - 7y + 22 = 0$ Do $I = BD \cap AC \Rightarrow I(-8;2)$ (loại) + Khi $a = 1 \Rightarrow \overrightarrow{EF}(-1;-1)$ là vtcp của đường thẳng $BD \Rightarrow BD: x - y + 4 = 0$ Do $I = BD \cap AC \Rightarrow I(-2;2)$ (t/m) $\Rightarrow AB \cap BD = B(-5;-1)$	0,50
	+ Lại có: $\overrightarrow{IB} = -\frac{IB}{ID}\overrightarrow{ID} = -\frac{IB}{IA}\overrightarrow{ID} = -\sqrt{2}\overrightarrow{ID} \Rightarrow D(\frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}})$ $\overrightarrow{IA} = \frac{-IA}{IC}\overrightarrow{IC} = -\frac{IA}{IB}\overrightarrow{IC} = \frac{-1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{IC} \Rightarrow C(-3\sqrt{2}-2;2)$ Vậy: $A(1;2); B(-5;-1); C(-3\sqrt{2}-2;2); D(\frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}})$	0,50
	Cách khác: Gọi $B(2m-3; m)$ và $I(n;2)$. Suy ra PT của BM: $(m-3)x - 2(m-1)y + 7m - 9 = 0$. Vì I thuộc BM nên $n(m-3) + 3m - 5 = 0$ (1). Từ $IB = \sqrt{2}IA$, kết hợp (1) ta được PT: $5m^4 - 34m^3 + 57m^2 + 20m - 76 = 0 \Leftrightarrow (m+1)(m-2)^2(5m-19) = 0$. Từ đó cho KQ	
9	Giải bất phương trình sau trên tập $\mathbb{R}$: $\frac{5x-13-\sqrt{57+10x-3x^2}}{\sqrt{x+3}-\sqrt{19-3x}} \geq x^2+2x+9$ Điều kiện $\begin{cases} -3 \leq x \leq \frac{19}{3} \\ x \neq 4 \end{cases}$. Bất phương trình tương đương $\frac{(\sqrt{x+3}-\sqrt{19-3x})(2\sqrt{x+3}+\sqrt{19-3x})}{\sqrt{x+3}-\sqrt{19-3x}} \geq x^2+2x+9$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x+3}+\sqrt{19-3x} \geq x^2+2x+9$ $\Leftrightarrow 2\left(\sqrt{x+3}-\frac{x+5}{3}\right) + \left(\sqrt{19-3x}-\frac{13-x}{3}\right) \geq x^2+x-2$ $\Leftrightarrow \frac{2(-x^2-x+2)}{9\left(\sqrt{x+3}+\frac{x+5}{3}\right)} + \frac{-x^2-x+2}{9\left(\sqrt{19-3x}+\frac{13-x}{3}\right)} \geq x^2+x-2$ $\Leftrightarrow (x^2+x-2) \left[\frac{2}{9\left(\sqrt{x+3}+\frac{x+5}{3}\right)} + \frac{1}{9\left(\sqrt{19-3x}+\frac{13-x}{3}\right)} \right] \leq 0 \quad (*)$	0,50
		0,50

	Vì $\frac{2}{9\left(\sqrt{x+3} + \frac{x+5}{3}\right)} + \frac{1}{9\left(\sqrt{19-3x} + \frac{13-x}{3}\right)} > 0$ với mọi $x \in \left[-3; \frac{19}{3}\right] \setminus \{4\}$ Do đó (*) $\Leftrightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1$ (thỏa mãn) Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-2; 1]$.	
	Cho $x; y$ là các số thực thỏa mãn điều kiện $x + y = 2\sqrt{x+2} + 3\sqrt{y-2014} + 2012$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = (x-1)^2 + (y-1)^2 + \frac{2016 + 2xy\sqrt{x+y+1}}{\sqrt{x+y+1}}$	1.0
	Ta có $S = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 + \frac{2016}{\sqrt{x+y+1}} + 2xy$ $= (x+y)^2 - 2(x+y) + 2 + \frac{2016}{\sqrt{x+y+1}} = (x+y+1)^2 - 4(x+y+1) + 5 + \frac{2016}{\sqrt{x+y+1}}.$ Đặt $t = \sqrt{x+y+1}$ thì $S = t^4 - 4t^2 + 5 + \frac{2016}{t}$.	0,50
10	Ta tìm đk cho t. Từ gt, đặt $a = \sqrt{x+2} \geq 0, b = \sqrt{y-2014} \geq 0$ suy ra $x = a^2 - 2, y = b^2 + 2014$ ta được $a^2 - 2 + b^2 + 2014 = 2a + 3b + 2012 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2a + 3b \leq \sqrt{13(a^2 + b^2)}$ Suy ra $0 \leq a^2 + b^2 \leq 13, x + y + 1 = a^2 + b^2 + 2013 \in [2013; 2026]$ $\Rightarrow t = \sqrt{x+y+1} \in [\sqrt{2013}; \sqrt{2026}] = J$ $t = \sqrt{2013} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2014 \end{cases}$ $t = \sqrt{2026} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ \frac{a}{2} = \frac{b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2023 \end{cases}$ Xét hàm số $f(t) = t^4 - 4t^2 + 5 + \frac{2016}{t}$ liên tục trên J và có $f'(t) = 4t^3 - 8t^2 - \frac{2016}{t^2} = \frac{4t^4 - 8t^3 - 2016}{t^2} = \frac{4t^3(t-2) - 2016}{t^2} > 0 \forall t \in J$ $\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên J $\Rightarrow \min_{t \in J} f(t) = f(\sqrt{2013}) = 4044122 + \frac{2016}{\sqrt{2013}},$ $\max_{t \in J} f(t) = f(\sqrt{2026}) = 4096577 + \frac{2016}{\sqrt{2026}}.$ Vậy $\min S = 4044122 + \frac{2016}{\sqrt{2013}}; \max S = 4096577 + \frac{2016}{\sqrt{2026}}$	0,50

1) Nếu học sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

2) Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải bảo đảm không làm sai lệch hướng dẫn chấm và phải được thống nhất thực hiện trong tổ chấm.

3) Điểm bài thi là tổng điểm không làm tròn.