

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $M = 1; m = -1$. B. $M = 2; m = 1$. C. $M = 3; m = 0$. D. $M = 3; m = 1$.

Câu 2: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 3$ có diện tích là

- A. $S = \int_1^3 f(x)dx$. B. $S = \int_1^3 |f(x)|dx$. C. $S = \int_3^1 f(x)dx$. D. $S = \int_3^1 |f(x)|dx$.

Câu 3: Thể tích khối hộp hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 3, AD = 4; AA' = 5$ là

- A. $V = 30$. B. $V = 60$. C. $V = 10$. D. $V = 20$.

Câu 4: Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

- A. $\bar{z} = -6 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 + 6i$. C. $\bar{z} = 6 + 4i$. D. $\bar{z} = -6 - 4i$.

Câu 5: Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $R = 4$ bằng bao nhiêu?

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 96\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 48\pi$.

Câu 6: Tích phân $\int_1^3 e^x dx$ bằng

- A. e^{-2} . B. $e^3 - e$. C. $e - e^3$. D. e^2 .

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+3}$ có các đường tiệm cận là

- A. $y = 3$ và $x - 3$. B. $y = -3$ và $x = -3$. C. $y = -3$ và $x = 3$. D. $y = 3$ và $x = -3$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- A. 0. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. R . C. $R \setminus \{0\}$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$ và $B(1; -1; 2)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(2; -1; 1)$. B. $(0; -1; -1)$. C. $(-2; 1; -1)$. D. $(0; -1; 3)$.

Câu 11: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+8}{x-2}$ bằng

- A. -2. B. 4. C. -4. D. 2.

Câu 12: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \cos x$?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \cot x$. C. $y = \sin x$. D. $y = -\sin x$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{w} = (1; 0; -3)$. B. $\vec{v} = (2; -6; 4)$. C. $\vec{u} = (1; -3; 0)$. D. $\vec{n} = (1; -3; 2)$.

Câu 14: Cho $1 \neq a > 0, x \neq 0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\log_a x^4 = 4\log_a x$. B. $\log_a x^4 = \frac{1}{4}\log_a |x|$. C. $\log_a x^4 = 4\log_a |x|$. D. $\log_a x^4 = \log_a |4x|$.

Câu 15: Môđun của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

- A. 1. B. 13. C. $\sqrt{13}$. D. 5.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $A(-1; 0; -2)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 9 = 0$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 4. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 17: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $x = 9$. Khi (H) quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. 18. B. $\frac{81}{2}$. C. 18π . D. $\frac{81\pi}{2}$.

Câu 18: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

- A. 25. B. 20. C. 50. D. 10.

Câu 19: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 3$ có 3 cực trị là

- A. $m < 0$. B. $m \leq 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$

Câu 20: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên R ?

- A. $y = \frac{x+1}{x-3}$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. C. $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$. D. $y = -x^3 - x - 2$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	-
$f(x)$	$+\infty$	↘	↗	$-\infty$

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 1$.

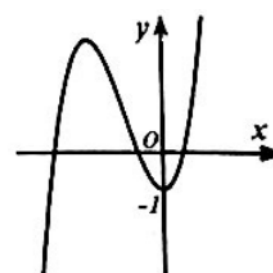
Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tâm và bán kính là

- A. $I(2; -1; 1); R = 9$. B. $I(-2; 1; -1); R = 3$. C. $I(2; -1; 1); R = 3$. D. $I(-2; 1; -1); R = 9$.

Câu 23: Phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 24: Đường cong bên là một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^4 + x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = -x^2 - 3x - 1$.

Câu 25: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 7$ trên đoạn $[1; 5]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng:

- A. -18. B. -16. C. -11. D. -23.

Câu 26: Cho lăng trụ tam giác $ABC.MNP$ có thể tích V . Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACM, AMB, BCM ; V_1 là thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

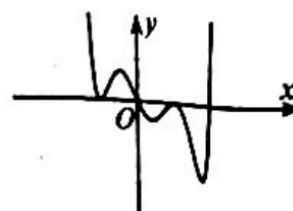
- A. $V = 27V_1$. B. $V = 9V_1$. C. $V = 81V_1$. D. $8V = 81V_1$.

Câu 27: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 7 = 0$ cắt nhau theo một đường tròn có chu vi bằng:

- A. 6π . B. 12π . C. 3π . D. 10π .

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Số điểm cực trị của hàm $y = f(x)$ là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.



Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng

$(P): 3x - 3y + 2z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. d song song với (P) . B. d nằm trong (P) .
C. d cắt và không vuông góc với (P) . D. d vuông góc với (P) .

Câu 30: Cho $\log_b(a+1) > 0$, khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(b-1)a > 0$. B. $a+b < 1$. C. $a+b > 1$. D. $a(b+1) > 0$.

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 2016 \cdot 3^x + 2018 = 0$ bằng

- A. $\log_3 1008$. B. $\log_3 1009$. C. $\log_3 2016$. D. $\log_3 2018$.

Câu 32: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2}$. C. 3. D. 4.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tính khoảng cách từ điểm A tới trục tung.

- A. 1. B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 34: Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa x là:

- A. 84. B. 8. C. 5376. D. 672.

Câu 35: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2018$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) \cos 2x dx$ bằng

- A. 2018. B. -1009. C. -2018. D. 1009.

Câu 36: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.MNP$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi I là trung điểm của cạnh AC . Cosin của góc giữa hai đường thẳng NC và BI bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 37: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z - i| = 6$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 3. B. $6\sqrt{2}$. C. 6. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho hình lập phương có cạnh bằng 4. Mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương có bán kính bằng:

- A. 2. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 39: Số nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) + \log_2(x-1) = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. C. 2. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 41: Cho các hàm số $y = f(x), y = f(f(x)), y = f(x^2 + 4)$ có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2), (C_3)$. Đường thẳng $x = 1$ cắt $(C_1), (C_2), (C_3)$ lần lượt tại M, N, P . Biết rằng phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại M và của (C_2) tại N lần lượt là $y = 3x + 2$ và $y = 12x - 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P là

- A. $y = 8x - 1$. B. $y = 4x + 3$. C. $y = 2x + 5$. D. $y = 3x + 4$.

Câu 42: Cho các số phức $z_1 = -3i, z_2 = 4 + i$ và z thỏa mãn $|z - i| = 2$. Biết biểu thức $T = |z - z_1| + 2|z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$). Hiệu $a - b$ bằng

- A. $\frac{3 - 6\sqrt{13}}{17}$. B. $\frac{6\sqrt{13} - 3}{17}$. C. $\frac{3 + 6\sqrt{13}}{17}$. D. $-\frac{3 + 6\sqrt{13}}{17}$.

Câu 43: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 1; 6; 11; \dots$ và $(v_n): 4; 7; 10; \dots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên?

- A. 672. B. 504. C. 403. D. 402.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(6; 0; 0), B(0; 6; 0), C(0; 0; 6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA ?

- A. 4. B. vô số. C. 1. D. 3.

Câu 45: Biết hàm số $y = (x + m)(x + n)(x + p)$ không có cực trị. Giá trị nhỏ nhất của $F = m^2 + 2n - 6p$ là:

- A. -4. B. -6. C. 2. D. -2.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0; 2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết $f(0) = 1, f(2) = e^6$. Khi đó $f(1)$ bằng

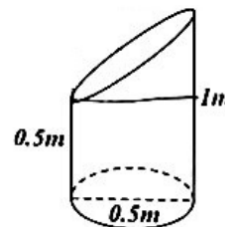
- A. e^2 . B. $e^{\frac{3}{2}}$. C. e^3 . D. $e^{\frac{5}{2}}$.

Câu 47: Cho đa giác đều có 14 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số 14 đỉnh của đa giác. Tìm xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của 1 tam giác vuông.

- A. $\frac{2}{13}$. B. $\frac{5}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{3}{13}$.

Câu 48: Một khối gỗ hình trụ đường kính $0,5m$ và chiều cao $1m$. Người ta đã cắt khối gỗ, phần còn lại như hình vẽ bên có thể tích là V . Tính V .

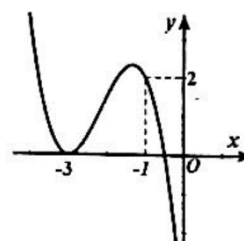
- A. $\frac{3\pi}{16}m^3$. B. $\frac{5\pi}{64}m^3$.
C. $\frac{3\pi}{64}m^3$. D. $\frac{\pi}{16}m^3$.



Câu 49: Cho đồ thị hàm bậc ba $y = f(x)$ như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$$y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 6. B. 3.
C. 2. D. 4.



Câu 50: Cho $\int_0^2 (1-2x) f'(x) dx = 3f(2) + f(0) = 2016$. Tích phân $\int_0^1 f(2x) dx$ bằng

A. 4032. B. 1008. C. 0. D. 2016.

HƯỚNG DẪN GIẢI
Đề thi thử THPT Quốc Gia năm 2018 – Sở GD – ĐT Hà Tĩnh

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $M = 1; m = -1$. B. $M = 2; m = 1$. C. $M = 3; m = 0$. D. $M = 3; m = 1$.

Lời giải

Ta có $-1 \leq -\sin x \leq 1$ nên $1 \leq 2 - \sin x \leq 3$. Hiển nhiên xảy ra dấu bằng.

Do đó $M = 3; m = 1$. **Chọn D.**

Câu 2: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 3$ có diện tích là

- A. $S = \int_1^3 f(x)dx$. B. $S = \int_1^3 |f(x)|dx$. C. $S = \int_3^1 f(x)dx$. D. $S = \int_3^1 |f(x)|dx$.

Lời giải

Ghi nhớ: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ thì diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị

hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)|dx$.

Chọn B.

Câu 3: Thể tích khối hộp hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB = 3, AD = 4; AA' = 5$ là

- A. $V = 30$. B. $V = 60$. C. $V = 10$. D. $V = 20$.

Lời giải

$V = AB \cdot AD \cdot AA' = 3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$. **Chọn B.**

Câu 4: Số phức liên hợp của số phức $z = 6 - 4i$ là

- A. $\bar{z} = -6 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 + 6i$. C. $\bar{z} = 6 + 4i$. D. $\bar{z} = -6 - 4i$.

Lời giải

Ghi nhớ: Cho số phức $z = a + bi$. Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$.

Chọn C.

Câu 5: Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $R = 4$ bằng bao nhiêu?

- A. $V = 32\pi$. B. $V = 96\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 48\pi$.

Lời giải

$V = \frac{1}{3}S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 32\pi$. **Chọn A.**

Câu 6: Tích phân $\int_1^3 e^x dx$ bằng

- A. e^{-2} . B. $e^3 - e$. C. $e - e^3$. D. e^2 .

Lời giải

$I = \int_1^3 e^x dx = e^x \Big|_1^3 = e^3 - e$. **Chọn B.**

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+3}$ có các đường tiệm cận là

- A. $y = 3$ và $x = -3$. B. $y = -3$ và $x = -3$. C. $y = -3$ và $x = 3$. D. $y = 3$ và $x = -3$.

Lời giải

Tiệm cận đứng $x + 3 = 0$. Tiệm cận ngang $y = 3$. **Chọn D.**

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- A. 0. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Chọn B.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Ghi nhớ: Hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0; a \neq 1$) xác định khi $x > 0$.

Chọn D.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$ và $B(1; -1; 2)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(2; -1; 1)$. B. $(0; -1; -1)$. C. $(-2; 1; -1)$. D. $(0; -1; 3)$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} = (1 - (-1); -1 - 0; 2 - 1) = (2; -1; 1). \text{ Chọn A.}$$

Câu 11: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+8}{x-2}$ bằng

- A. -2. B. 4. C. -4. D. 2.

Lời giải

Ghi nhớ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+b}{cx+d} = \frac{a}{c}$ với $c \neq 0$. **Chọn D.**

Câu 12: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \cos x$?

- A. $y = \tan x$. B. $y = \cot x$. C. $y = \sin x$. D. $y = -\sin x$.

Lời giải

$$\int \cos x dx = \sin x + C. \text{ Chọn C.}$$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{w} = (1; 0; -3)$. B. $\vec{v} = (2; -6; 4)$. C. $\vec{u} = (1; -3; 0)$. D. $\vec{n} = (1; -3; 2)$.

Lời giải

Véc tơ pháp tuyến của (P) là các véc tơ cùng phương với véc tơ $(1; 0; -3)$. **Chọn A.**

Câu 14: Cho $1 \neq a > 0, x \neq 0$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\log_a x^4 = 4\log_a x$. B. $\log_a x^4 = \frac{1}{4}\log_a |x|$. C. $\log_a x^4 = 4\log_a |x|$. D. $\log_a x^4 = \log_a |4x|$.

Lời giải

$\log_a x^4 = \log_a |x|^4 = 4\log_a |x|$. **Chọn C.**

Câu 15: Môđun của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

- A. 1. B. 13. C. $\sqrt{13}$. D. 5.

Lời giải

$|z| = |3 - 2i| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$. **Chọn C.**

Câu 16: Trong không gian Oxyz, khoảng cách từ $A(-1; 0; -2)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 9 = 0$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 4. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

$d_{A/(P)} = \frac{|-1 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) + 9|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{|-1 + 4 + 9|}{3} = \frac{12}{3} = 4$. **Chọn B.**

Câu 17: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $x = 9$. Khi (H) quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. 18. B. $\frac{81}{2}$. C. 18π . D. $\frac{81\pi}{2}$.

Lời giải

$V = \pi \cdot \int_0^9 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^9 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^9 = \frac{81\pi}{2}$. **Chọn D.**

Câu 18: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

- A. 25. B. 20. C. 50. D. 10.

Lời giải

Chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị thuộc $\{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Chữ số hàng chục có 5 cách chọn. Chữ số hàng đơn vị có 5 cách chọn. Vậy số số tự nhiên có 2 chữ số thỏa mãn điều kiện đề bài là: $5 \cdot 5 = 25$ (số). **Chọn A.**

Câu 19: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 3$ có 3 cực trị là

- A. $m < 0$. B. $m \leq 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$

Lời giải

Ghi nhớ: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $ab < 0$. Ngược lại, hàm số có duy nhất 1 điểm cực trị khi và chỉ khi $ab \geq 0$.

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $1 \cdot (-2m) < 0 \Leftrightarrow m > 0$. **Chọn C.**

Câu 20: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+1}{x-3}$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

C. $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$.

D. $y = -x^3 - x - 2$.

Lời giải

Hàm số nghịch biến trên R thì hàm số đó phải xác định trên R (loại đáp án A) và hàm số đó có $y' \leq 0$ với mọi $x \in R$ và y' chỉ bằng 0 tại các điểm hữu hạn.

$(-x^3 - x - 2)' = -3x^2 - 1 < 0$ với mọi $x \in R$. **Chọn D.**

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	1	$-\infty$

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy:

$x = -1$ và $x = 0$ là các điểm cực trị của hàm số vì tại đó, $f(x)$ xác định và liên tục, đồng thời $f'(x)$ đổi dấu khi qua các điểm đó. **Chọn A.**

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tâm và bán kính là

A. $I(2; -1; 1); R = 9$.

B. $I(-2; 1; -1); R = 3$.

C. $I(2; -1; 1); R = 3$.

D. $I(-2; 1; -1); R = 9$.

Lời giải

Ghi nhớ: Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 > d$ là phương trình của một mặt cầu có tâm $I(-a; -b; -c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$. **Chọn B.**

Câu 23: Phương trình $\cos 2x + \cos x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

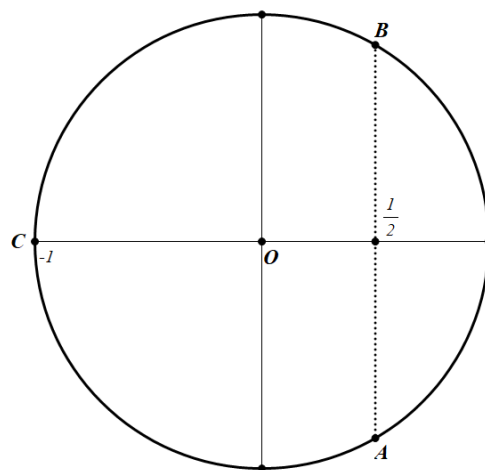
Lời giải

$$\cos 2x + \cos x = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases}$$

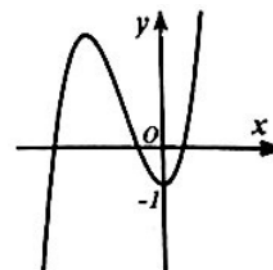
Biểu diễn các điểm nghiệm của phương trình trên đường tròn đơn vị, ta có các điểm A, B và C như hình bên.

Các nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ được xác định bằng cách quay điểm nghiệm quanh đường tròn đơn vị, bắt đầu từ điểm C (không chạm vào C), quay ngược chiều kim đồng hồ và kết thúc ở điểm C (không chạm vào C). Với cách quay như thế ta thấy chỉ có 2 điểm nghiệm A và B nằm trong khoảng quay. **Chọn C.**



Câu 24: Đường cong bên là một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^4 + x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = -x^2 - 3x - 1$.



Lời giải

Loại các đáp án B và D. Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ nên $y'(0) = 0$. Chỉ có đáp án A thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 25: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 7$ trên đoạn $[1; 5]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng:

- A. -18. B. -16. C. -11. D. -23.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 12x = 3x(x - 4)$. Do đó $M, m \in \{y(1); y(4); y(5)\} = \{2; -25; -18\} \Rightarrow M = 2; m = -25$.

Chọn D.

Câu 26: Cho lăng trụ tam giác $ABC.MNP$ có thể tích V . Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACM, AMB, BCM ; V_1 là thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $V = 27V_1$. B. $V = 9V_1$. C. $V = 81V_1$. D. $8V = 81V_1$.

Lời giải

Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của AC, AB, BC .

Vì G_2, G_3, G_4 là trọng tâm các tam giác

MAC, MAB, MBC nên:

$G_2 \in MD$ và $MG_2 = 2DG_2$; $G_3 \in ME$ và $MG_3 = 2EG_3$;

$G_4 \in MF$ và $MG_4 = 2FG_4$.

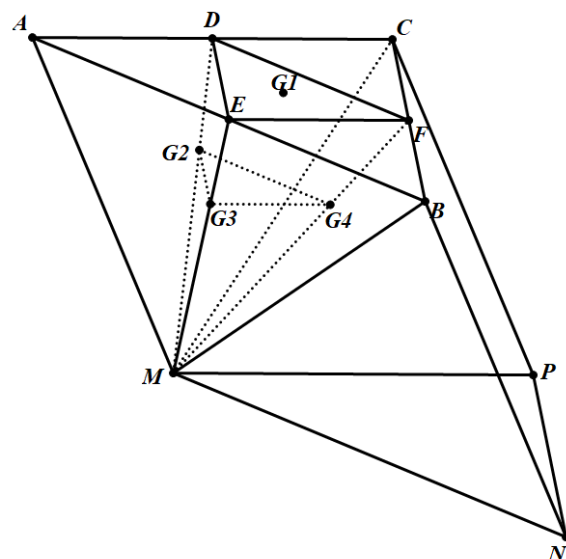
Do đó $(G_2G_3G_4) \parallel (DEF)$

$$\Rightarrow V_1 = V_{EG_2G_3G_4} = \frac{EG_3}{MG_3} \cdot V_{MG_2G_3G_4} = \frac{1}{2} V_{MG_2G_3G_4}.$$

$$\text{Lại có: } \frac{V_{MG_2G_3G_4}}{V_{MDEF}} = \frac{MG_2 \cdot MG_3 \cdot MG_4}{MD \cdot ME \cdot MF} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{27} V_{MDEF} = \frac{4}{27} V_{MDEF}.$$

Lại có $S_{DEF} = \frac{1}{4} S_{ABC} \Rightarrow V_{MDEF} = \frac{1}{4} V_{MABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} V = \frac{1}{12} V$. Do đó $V_1 = \frac{4}{27} \cdot \frac{1}{12} V = \frac{1}{81} V$. **Chọn C.**



Câu 27: Trong không gian tọa độ Oxyz, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 7 = 0$ cắt nhau theo một đường tròn có chu vi bằng:

- A. 6π . B. 12π . C. 3π . D. 10π .

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 - (-20)} = 5$.

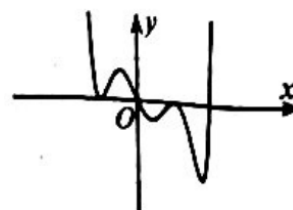
Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (α) : $d = \frac{|1 + 2.2 + 7|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{3} = 4$

Bán kính đường tròn: $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Chu vi đường tròn: $P = 2\pi r = 2\pi.3 = 6\pi$. **Chọn A.**

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Số điểm cực trị của hàm $y = f(x)$ là

- A. 4. B. 3.
C. 5. D. 2.



Lời giải

Chú ý rằng $x = x_0$ là 1 điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ khi $f'(x_0) = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu qua x_0 .

Nhìn vào đồ thị hàm số, ta thấy $f'(x) = 0$ tại 4 điểm, tuy nhiên chỉ có 2 điểm trong 4 điểm đó làm cho $f'(x)$ đổi dấu. **Chọn D.**

Câu 29: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ và mặt phẳng

$(P): 3x - 3y + 2z + 1 = 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. d song song với (P) . B. d nằm trong (P) .
C. d cắt và không vuông góc với (P) . D. d vuông góc với (P) .

Lời giải

Xét điểm $M(-1+t; -t; 1-3t)$ là 1 điểm thuộc d . Ta có:

$$3(-1+t) - 3(-t) + 2(1-3t) + 1 = -3 + 3t + 3t + 2 - 6t + 1 = 0. \text{ Do đó } M \in (P).$$

Vậy d nằm trong (P) . **Chọn B.**

Câu 30: Cho $\log_b(a+1) > 0$, khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(b-1)a > 0$. B. $a+b < 1$. C. $a+b > 1$. D. $a(b+1) > 0$.

Lời giải

Ghi nhớ: $\log_a b > 0 \Leftrightarrow (a-1)(b-1) > 0$ (với $1 \neq a > 0; b > 0$).

Ta có: $\log_b(a+1) > 0 \Rightarrow (b-1)(a+1-1) > 0 \Rightarrow a(b-1) > 0$. **Chọn A.**

Câu 31: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 2016.3^x + 2018 = 0$ bằng

- A. $\log_3 1008$. B. $\log_3 1009$. C. $\log_3 2016$. D. $\log_3 2018$.

Lời giải

Đặt $3^x = t$. Phương trình tương đương $t^2 - 2016t + 2018 = 0$. Phương trình này có 2 nghiệm dương phân biệt là t_1 và t_2 . Theo định lý Vi-ét: $t_1 t_2 = 2018$.

Các nghiệm của phương trình đã cho là: $\begin{cases} x_1 = \log_3 t_1 \\ x_2 = \log_3 t_2 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_3 t_1 + \log_3 t_2 = \log_3 t_1 t_2 = \log_3 2018$.

Chọn D.

Câu 32: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

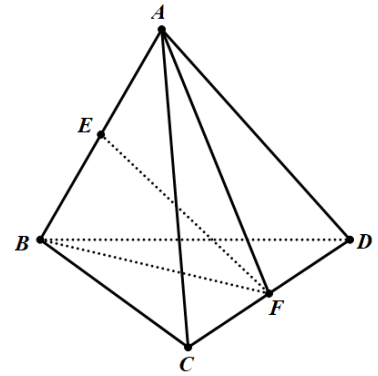
Tứ diện $ABCD$ đều nên $CD \perp AF$; $CD \perp BF \Rightarrow CD \perp (ABF)$

$\Rightarrow CD \perp EF$. Tương tự, $AB \perp EF$ nên EF là đường vuông góc chung của 2 đường thẳng AB và CD .

Ta có: $AF^2 = AD^2 - DF^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

Do đó $EF = \sqrt{AF^2 - AE^2} = \sqrt{27 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Chọn B.



Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$. Tính khoảng cách từ điểm A tới trục tung.

A. 1.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Gọi $H(0;b;0)$ là hình chiếu vuông góc của A xuống Oy .

Ta có: $\overrightarrow{HA} = (1; 2-b; 3)$; Đường thẳng Oy có véc tơ chỉ phương: $\vec{u} = (0;1;0)$.

Vì $\overrightarrow{HA} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{HA} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2-b=0 \Leftrightarrow b=2$. Do đó $H(0;2;0)$.

Khoảng cách từ điểm A xuống trục Oy là $AH = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$. **Chọn B.**

Tổng quát: Khoảng cách từ điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ xuống trục Ox là $\sqrt{y_0^2 + z_0^2}$; xuống trục Oy là $\sqrt{z_0^2 + x_0^2}$; xuống trục Oz là $\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$.

Câu 34: Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa

x là:

A. 84.

B. 8.

C. 5376.

D. 672.

Lời giải

Ta có: $C_n^2 - n = 27 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 27 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Leftrightarrow n = 9$ (do $n \geq 2$)

Do đó: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^n = \left(x + \frac{2}{x^2}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^{9-k} \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^{9-3k} \cdot 2^k$

Cho $k = 3$, số hạng không chứa x là $C_9^3 \cdot 2^3 = 672$. **Chọn D.**

Câu 35: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2018$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) \cos 2x dx$ bằng

A. 2018.

B. -1009.

C. -2018.

D. 1009.

Lời giải

Đặt $\sin 2x = t$, ta có $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1$; $dt = d(\sin 2x) = 2 \cos 2x dx$.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) \cos 2x dx = \int_0^1 f(t) \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 2018 = 1009. \text{ Chọn D.}$$

Câu 36: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.MNP$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi I là trung điểm của cạnh AC . Côsin của góc giữa hai đường thẳng NC và BI bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

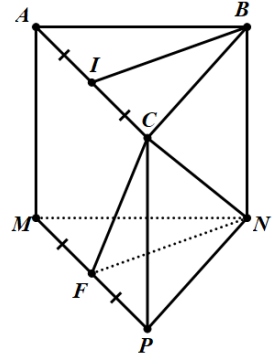
Không mất tính tổng quát, giả sử độ dài 1 cạnh của lăng trụ là 1.

Gọi F là trung điểm của MP . Ta có $BI \parallel NF$ nên góc giữa 2 đường thẳng NC và BI là góc CNF .

$$CN^2 = CB^2 + NB^2 = 2; NF^2 = NP^2 - PF^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4};$$

$$CF^2 = CP^2 + PF^2 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}.$$

$$\cos CNF = \frac{CN^2 + NF^2 - CF^2}{2CN \cdot NF} = \frac{2 + \frac{3}{4} - \frac{5}{4}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 37: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z - i| = 6$ là một đường tròn có bán kính bằng

- A. 3. B. $6\sqrt{2}$. C. 6. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Ghi nhớ: Gọi z_1 là 1 số phức đã biết. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = a$ ($a > 0$) là đường tròn tâm I , bán kính $R = a$, với I là điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức z_1 .

Ta có: $|2z - i| = 6 \Leftrightarrow \left| 2 \left(z - \frac{i}{2} \right) \right| = 6 \Leftrightarrow \left| z - \frac{i}{2} \right| = 3$. Do đó $R = 3$. **Chọn A.**

Câu 38: Cho hình lập phương có cạnh bằng 4. Mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương có bán kính bằng:

- A. 2. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

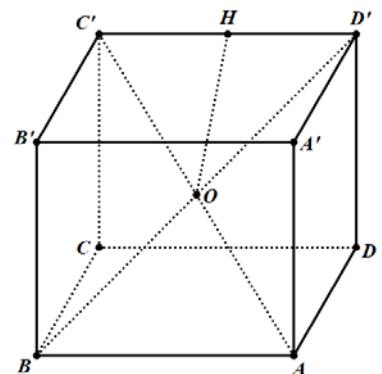
Gọi hình lập phương đó là $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là trung điểm của BD' thì O là tâm của khối cầu tiếp xúc với các cạnh của hình lập phương. Gọi H là trung điểm của $C'D'$ thì $OH = R$.

$$BD' = \sqrt{C'D'^2 + BC'^2} = \sqrt{4^2 + 2 \cdot 4^2} = 4\sqrt{3} \Rightarrow OD' = 2\sqrt{3}.$$

$$D'H = \frac{D'C'}{2} = 2$$

$$\Rightarrow R = OH = \sqrt{OD'^2 - D'H^2} = \sqrt{12 - 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

Chọn C.



Câu 39: Số nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) + \log_2(x-1) = 0$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Phương trình tương đương với:

$$\log_2(x-1) = \log_2(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = x^3 - 2x^2 - 3x + 4 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x-1)(x^2 - x - 5) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

C. 2.

D. $2\sqrt{2}$.

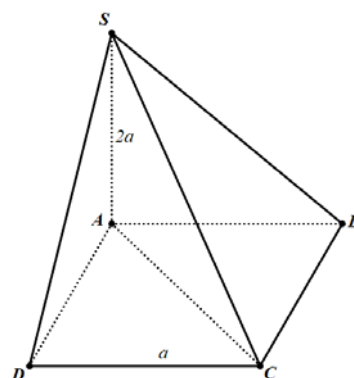
Lời giải

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = \alpha$.

$$\tan \alpha = \frac{SA}{AC}.$$

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a; SA = 2a \text{ nên}$$

$$\tan \alpha = \frac{2a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{2}. \text{ Chọn A.}$$



Câu 41: Cho các hàm số $y = f(x), y = f(f(x)), y = f(x^2 + 4)$ có đồ thị lần lượt là $(C_1), (C_2), (C_3)$.

Đường thẳng $x = 1$ cắt $(C_1), (C_2), (C_3)$ lần lượt tại M, N, P . Biết rằng phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại M và của (C_2) tại N lần lượt là $y = 3x + 2$ và $y = 12x - 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại P là

A. $y = 8x - 1$.

B. $y = 4x + 3$.

C. $y = 2x + 5$.

D. $y = 3x + 4$.

Lời giải

Ghi nhớ: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0, y_0)$ là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0.$$

Điểm $M \in (C_1)$ có tọa độ $(1; f(1))$ nên phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C_1) tại M là:

$$y = f'(1).(x - 1) + f(1) = f'(1).x - f'(1) + f(1) = 3x + 2.$$

$$\text{Đồng nhất hệ số: } \begin{cases} f'(1) = 3 \\ -f'(1) + f(1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) = 3 \\ f(1) = 5 \end{cases}.$$

Hàm số $y = f(f(x))$ có $y' = [f(f(x))]' = f'(f(x)).f'(x)$. Do đó $y'(1) = f'(f(1)).f'(1) = 3f'(5)$.

Tiếp tuyến của (C_2) tại $N(1; f(f(1)))$ là: $y = y'(1)(x - 1) + f(f(1)) = 3f'(5)(x - 1) + f(5) = 12x - 5$

$$\text{Đồng nhất hệ số: } \begin{cases} 3f'(5) = 12 \\ -3f'(5) + f(5) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(5) = 4 \\ f(5) = 7 \end{cases}.$$

Hàm số $y = f(x^2 + 4)$ có $y' = [f(x^2 + 4)]' = 2xf'(x^2 + 4)$ nên $y'(1) = 2f'(5) = 2.4 = 8$. Đồng thời $y(1) = f(5) = 7$. Do đó tiếp tuyến của (C_3) tại $P(1; f(5))$ là: $y = 8(x - 1) + 7 = 8x - 1$. **Chọn A.**

Câu 42: Cho các số phức $z_1 = -3i, z_2 = 4 + i$ và z thỏa mãn $|z - i| = 2$. Biết biểu thức $T = |z - z_1| + 2|z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = a + bi$ ($a; b \in R$). Hiệu $a - b$ bằng

- A. $\frac{3 - 6\sqrt{13}}{17}$. B. $\frac{6\sqrt{13} - 3}{17}$. C. $\frac{3 + 6\sqrt{13}}{17}$. D. $-\frac{3 + 6\sqrt{13}}{17}$.

Lời giải

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $A(0; -3)$ là điểm biểu diễn số phức z_1 ; $B(4; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z_2 ; $I(0; 1)$ là điểm biểu diễn số phức i và M là điểm biểu diễn số phức z . Theo đề bài, $|z - i| = 2 \Rightarrow MI = 2$. Do đó M thuộc đường tròn tâm I , bán kính $R = 2$.

$$T = |z - z_1| + 2|z - z_2| = MA + 2MB.$$

$$\text{Ta có: } IM = 2; IO = 1; IA = 4 \Rightarrow IM^2 = IA \cdot IO \Rightarrow \frac{IM}{IA} = \frac{IO}{IM}.$$

$$\text{Do đó } \triangle IMO \sim \triangle IAM \Rightarrow \frac{IM}{IA} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{2} \Rightarrow MA = 2MO.$$

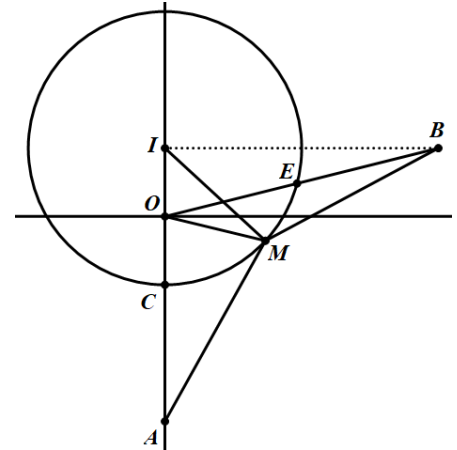
$$\text{Ta có: } T = MA + 2MB = 2MO + 2MB = 2(MO + MB) \geq 2OB.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M là giao điểm của đoạn thẳng OB và $(I) \Leftrightarrow M \equiv E$.

$O(0; 0), B(4; 1)$ nên phương trình đường thẳng OB là $y = \frac{1}{4}x$. Giả sử $E(4m; m)$ ($m > 0$).

Vì $E \in (I)$ nên $IE = 2 \Leftrightarrow (4m - 0)^2 + (m - 1)^2 = 2^2 \Leftrightarrow 16m^2 + m^2 - 2m + 1 = 4 \Leftrightarrow 17m^2 - 2m - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1 + 2\sqrt{13}}{17} \quad (m > 0). \text{ Ta có: } \begin{cases} a = 4m \\ b = m \end{cases} \Rightarrow a - b = 3m = \frac{3 + 6\sqrt{13}}{17}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 43: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 1; 6; 11; \dots$ và $(v_n): 4; 7; 10; \dots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên?

- A. 672. B. 504. C. 403. D. 402.

Lời giải

Giải sử m là 1 số xuất hiện trong cả hai dãy trên. Khi đó

- Vì m thuộc dãy (u_n) nên $m - 1$ chia hết cho 5 và $1 \leq m \leq 5.2018 + 1$
- Vì m thuộc dãy (v_n) nên $m - 1$ chia hết cho 3 và $4 \leq m \leq 3.2018 + 1$

Vì $(3; 5) = 1$ nên $m - 1$ chia hết cho 15 và $4 \leq m \leq 6055 \Leftrightarrow 3 \leq m - 1 \leq 6054$

Do đó $m - 1 \in \{15.1; 15.2; 15.3; \dots; 15.403\}$ nên số giá trị có thể có của m là 403 giá trị. **Chọn C.**

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(6; 0; 0), B(0; 6; 0), C(0; 0; 6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng AB, BC, CA ?

A. 4.

B. vô số.

C. 1.

D. 3.

Lời giải**Bước 1: Lập phương trình mặt phẳng (P) chứa đường tròn (C):**

Ta có: (S_1) có tâm $I(1;1;0)$; (S_2) có tâm $J(4;-1;-1)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với IJ nên (P) có 1 véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IJ} = (3;-2;-1)$. Ngoài ra dễ thấy điểm $M(1;1;1)$ thuộc cả (S_1) và (S_2) nên

$M \in (C)$ nên $M \in (P)$. Do đó (P) qua M và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{IJ}$

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P): $3(x-1)-2(y-1)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z=0$.

Bước 2: Tìm quỹ tích tâm K của mặt cầu tiếp xúc với cả 3 đường thẳng AB, BC, CA.

Gọi C', A', B' lần lượt là hình chiếu của K xuống AB, BC, CA và K' là hình chiếu của K xuống mp(ABC). Khi đó $KC' = KA' = KB' (=r)$, do đó $K'C' = K'B' = K'A'$, mà $K'C' \perp AB$, $K'B' \perp CA$, $K'A' \perp BC$ nên K' là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, chú ý rằng tam giác ABC đều nên K' là trọng tâm tam giác ABC. Do đó $K'(2;2;2)$.

Quỹ tích điểm K là đường thẳng $K'K$, qua K' và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

Bước 3: Giải bài toán.

Phương trình mặt phẳng (ABC): $\frac{x}{6} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow x + y + z = 6$.

Nhận thấy $\vec{n}_{(ABC)} \cdot \vec{n}_{(P)} = (1;1;1) \cdot (3;-2;-1) = 3-2-1=0$ nên $(ABC) \perp (P)$. Ngoài ra còn thấy 2 mặt phẳng này có điểm chung là $K'(2;2;2)$ nên đường thẳng qua K' , vuông góc với (ABC) nằm trong (P). Tất cả các điểm thuộc đường thẳng này đều là tâm của mặt cầu thỏa mãn điều kiện đề bài.

Chọn B.

Câu 45: Biết hàm số $y = (x+m)(x+n)(x+p)$ không có cực trị. Giá trị nhỏ nhất của $F = m^2 + 2n - 6p$ là:

A. -4.

B. -6.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Hàm số bậc ba không có cực trị thì nó luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên R . Do đó hàm số có duy nhất 1 nghiệm trên R , do đó $m = n = p$. Ta có

$F = m^2 + 2m - 6m = m^2 - 4m = m^2 - 4m + 4 - 4 = (m-2)^2 - 4 \geq -4$. Dấu bằng xảy ra khi $m = 2$.

Chọn A.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm đến cấp hai trên đoạn $[0;2]$ và thỏa mãn $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0$. Biết $f(0) = 1$, $f(2) = e^6$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. e^2 .B. $e^{\frac{3}{2}}$.C. e^3 .D. $e^{\frac{5}{2}}$.**Lời giải**

Giả sử $f(x) = e^{ax^2+bx+c}$. Ta có:

$f'(x) = (2ax+b)e^{ax^2+bx+c}$; $f''(x) = 2a \cdot e^{ax^2+bx+c} + (2ax+b)^2 e^{ax^2+bx+c}$.

Do đó: $[f(x)]^2 - f(x) \cdot f''(x) + [f'(x)]^2 = 0 \Leftrightarrow \left(e^{ax^2+bx+c}\right)^2 \left[1 - \left[2a + (2ax+b)^2\right] + (2ax+b)^2\right] = 0$ với mọi $x \in [0;2]$. Đồng nhất hệ số, ta được $a = \frac{1}{2}$.

Do đó $f(x) = e^{\frac{x^2}{2} + bx + c}$. Theo đề bài: $f(0) = 1 \Rightarrow e^c = 1 \Rightarrow c = 0$; $f(2) = e^6 \Rightarrow e^{2+2b} = e^6 \Rightarrow b = 2$.

Do đó $f(x) = e^{\frac{x^2}{2} + 2x}$. Hàm số này có $f'(x) = (x+2)e^{\frac{x^2}{2} + 2x} > 0$ với mọi $x \in [0; 2]$ nên hàm này đồng biến trên $[0; 2]$, thỏa mãn điều kiện đề bài.

Vậy $f(1) = e^{\frac{1}{2} + 2} = e^{\frac{5}{2}}$. **Chọn D.**

Câu 47: Cho đa giác đều có 14 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số 14 đỉnh của đa giác. Tìm xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của 1 tam giác vuông.

A. $\frac{2}{13}$.

B. $\frac{5}{13}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{3}{13}$.

Lời giải

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác.

Vì đa giác đều có số đỉnh là số chẵn nên mỗi đường thẳng nối từ 1 đỉnh bất kỳ với tâm O đều đi qua 1 đỉnh của đa giác, đường thẳng này chứa đường kính của (O). Do đó số đường kính của (O) là đường chéo của đa giác là: $\frac{14}{2} = 7$ (đường kính).

Một tam giác vuông có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác thì cạnh huyền của tam giác vuông phải là đường kính của đường tròn tâm O, do đó số cách chọn đường kính là 7 cách.

Với mỗi cách chọn đường kính, ta có 12 cách chọn đỉnh góc vuông (là 12 đỉnh còn lại của đa giác), nên số cách chọn tam giác vuông thỏa mãn điều kiện đề bài là $7 \cdot 12$ (cách).

Không gian mẫu (số cách chọn 3 đỉnh trong 14 đỉnh): C_{14}^3 .

Do đó xác suất cần tính là: $P = \frac{7 \cdot 12}{C_{14}^3} = \frac{3}{13}$. **Chọn D.**

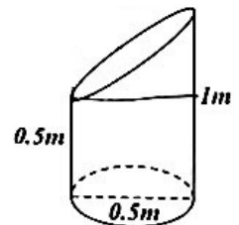
Câu 48: Một khối gỗ hình trụ đường kính 0,5m và chiều cao 1m. Người ta đã cắt khối gỗ, phần còn lại như hình vẽ bên có thể tích là V. Tính V.

A. $\frac{3\pi}{16} m^3$.

B. $\frac{5\pi}{64} m^3$.

C. $\frac{3\pi}{64} m^3$.

D. $\frac{\pi}{16} m^3$.



Lời giải

Nhận xét: Giả sử ta có thêm 1 khối gỗ giống hệt như khối gỗ bị cắt đi, khi đó ta ghép 2 khối này lại với nhau ta được 1 khối hình trụ có chiều cao 0,5m và bán kính đường tròn đáy là 0,25m. Do đó thể tích khối

gỗ bị cắt đi là: $V_1 = \frac{1}{2} \cdot \pi r^2 h = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0,25^2 \cdot 0,5 = \frac{\pi}{64} m^3$.

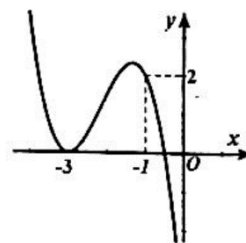
Thể tích khối gỗ ban đầu là: $V_2 = \pi r^2 h = \pi \cdot 0,25^2 \cdot 1 = \frac{\pi}{16} m^3$.

Do đó, thể tích khối gỗ còn lại: $V = V_2 - V_1 = \frac{\pi}{16} - \frac{\pi}{64} = \frac{3\pi}{64} m^3$. **Chọn C.**

Câu 49: Cho đồ thị hàm bậc ba $y = f(x)$ như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$$y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 6. B. 3.
C. 2. D. 4.



Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ có nghiệm kép $x = -3$ và 1 nghiệm $x = a$ với $a \in (-1; 0)$.

Giả sử $f(x) = m(x+3)^2(x-a)$ với $m \neq 0$.

Hàm số $f(x) - 2$ có nghiệm $x = -1$, $x = b$ và $x = c$ với $b \in (-3; -1)$, $c \in (-\infty; -3)$.

Giả sử $f(x) - 2 = m(x+1)(x-b)(x-c)$.

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số } y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]} : \begin{cases} x < -1 \\ x > 0 \\ f(x) \neq 0 \\ f(x) - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 0 \\ x \neq -3 \\ x \neq b \\ x \neq c \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } y = \frac{(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x^2 + x}}{x[f^2(x) - 2f(x)]} = \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x f(x)[f(x) - 2]} = \frac{(x+1)(x+3)\sqrt{x(x+1)}}{x \cdot m(x+3)^2(x-a) \cdot m(x+1)(x-b)(x-c)}$$

$$= \frac{\sqrt{x(x+1)}}{m^2 \cdot x(x+3)(x-a)(x-b)(x-c)}, \text{ từ đây ta thấy các đường } x = 0, x = -3, x = b, x = c \text{ là các đường}$$

tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. (Chú ý rằng $a \in (-1; 0)$ nên khi $x = a$ thì $x(x+1) < 0$).

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận đứng. **Chọn D.**

Câu 50: Cho $\int_0^2 (1-2x) f'(x) dx = 3f(2) + f(0) = 2016$. Tích phân $\int_0^1 f(2x) dx$ bằng

- A. 4032. B. 1008. C. 0. D. 2016.

Lời giải

$$\text{Theo đề bài: } \int_0^2 (1-2x) f'(x) dx = \int_0^2 (1-2x) d(f(x)) = (1-2x) f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) d(1-2x)$$

$$= -3f(2) - f(0) - \int_0^2 f(x) \cdot (-2) dx = -3f(2) - f(0) + 2 \int_0^2 f(x) dx.$$

$$\text{Mà } \int_0^2 (1-2x) f'(x) dx = 3f(2) + f(0) = 2016, \text{ do đó } 2016 = -2016 + 2 \int_0^2 f(x) dx \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 2016.$$

Đặt $2x = t$, ta có $dx = \frac{1}{2} dt$; $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = 2$.

$$\text{Do đó } I = \int_0^1 f(2x) dx = \int_0^2 f(t) \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 2016 = 1008. \text{ Chọn B.}$$