

1 KHÁI NIỆM SỐ PHỨC

1.1 Xác định các yếu tố cơ bản của số phức.

Câu 1 (Lần 1, Đức Thọ, Hà Tĩnh 2018). Tìm phần ảo của số phức $z = 8 - 12i$.

- (A) -12 . (B) 18 . (C) 12 . (D) $-12i$.

Câu 2 (Lần 2 - 2018, Phan Chu Trinh, Đắk Lắk). Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- (A) $-3i$. (B) 3 . (C) -3 . (D) $3i$.

Câu 3 (Lần 2 - 2018, Phan Chu Trinh, Đắk Lắk). Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i, z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- (A) $\sqrt{10}$. (B) 10 . (C) -6 . (D) 4 .

Câu 4 (Lần 2 - Minh Châu - Hưng Yên - 2018). Số phức liên hợp của $z = 2016 + 2017i$ là số phức nào?

- (A) $-2016 - 2017i$. (B) $-2016 + 2017i$. (C) $2017 - 2016i$. (D) $2016 - 2017i$.

Câu 5 (Lần 1, Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình, 2018). Tìm phần ảo của số phức $z = 5 - 8i$.

- (A) 8 . (B) $-8i$. (C) 5 . (D) -8 .

Câu 6 (TTLTĐH Diệu Hiền, Cần Thơ). Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là

- (A) 2 và 1 . (B) 1 và $2i$. (C) 1 và 2 . (D) 1 và i .

Câu 7 (Đại học Ngoại Thương, 2017 - 2018). Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của z là

- (A) $\bar{z} = -2 - 3i$. (B) $\bar{z} = -2 + 3i$. (C) $\bar{z} = 2 + 3i$. (D) $\bar{z} = 2 - 3i$.

Câu 8 (Hương Khê-Hà Tĩnh - 2018-L1). Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 - \pi i$.

- (A) Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi$. (B) Phần thực là 1 và phần ảo là π .
(C) Phần thực là 1 và phần ảo là $-\pi i$. (D) Phần thực là -1 và phần ảo là $-\pi$.

Câu 9 (Lần 1, Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình, 2018). Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 3 + i = 0$. Môđun của z bằng bao nhiêu?

- (A) $\sqrt{10}$. (B) 10 . (C) $\sqrt{3}$. (D) 4 .

Câu 10 (Lần 1, Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình, 2018). Trong tập số phức, khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$. (B) $z + \bar{z}$ là số thuần ảo.
(C) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$. (D) $z^2 - (\bar{z})^2 = 4ab$ với $z = a + bi$.

Câu 11 (Lần 1, Tĩnh Gia 3, Thanh Hoá 2018). Tìm m để số phức $z = 2m + (m - 1)i$ là số thuần ảo.

- (A) $m = -1$. (B) $m = -\frac{1}{2}$. (C) $m = 0$. (D) $m = 1$.

Câu 12 (Lần 2 - Minh Châu - Hưng Yên - 2018). Tìm số thực x, y thỏa mãn $(1 - 2i)x + (1 + 2i)y = 1 + i$.

- ☐ A $x = 1, y = 1.$
☐ B $x = -1, y = 1.$
☐ C $x = -1, y = -1.$
☐ D $x = 1, y = -1.$

Câu 13 (Chuyên Lê Khiết Quảng Ngãi, lần 1, đề 2, 2018). Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và số phức $w = (1 + i)z$. Tìm $|w|$.

- ☐ A $2\sqrt{5}.$
☐ B $5.$
☐ C $\sqrt{10}.$
☐ D $\sqrt{2} + \sqrt{5}.$

Câu 14 (Đông Thụy Anh, Thái Bình, 2017-2018). Cho số phức $z = 5 - 4i$. Môđun của số phức z bằng

- ☐ A $3.$
☐ B $9.$
☐ C $\sqrt{41}.$
☐ D $1.$

1.2 Biểu diễn hình học của số phức cơ bản

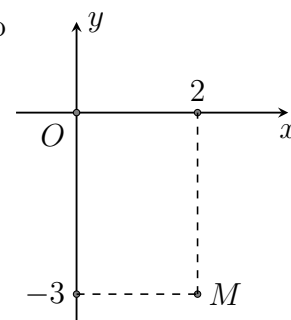
Câu 15 (Lần 2, Kinh Môn, Hải Dương 2018). Cho số phức $z = 2018 - 2017i$. Điểm M biểu diễn của số phức liên hợp của z là

- ☐ A $M(-2018; 2017).$
☐ B $M(2018; -2017).$
☐ C $M(-2018; -2017).$
☐ D $M(2018; 2017).$

Câu 16 (Lần 2 - Minh Châu - Hưng Yên - 2018).

Điểm M trong hình bên là biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- ☐ A Phần thực là 2 và phần ảo là $-3i$.
☐ B Phần thực là -3 và phần ảo là 2.
☐ C Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.
☐ D Phần thực là 2 và phần ảo là -3 .



Câu 17 (Hương Khê-Hà Tĩnh - 2018-L1). Cho số phức $z = -3 + 4i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Tung độ của điểm M là

- ☐ A $6.$
☐ B $4.$
☐ C $-4.$
☐ D $-6.$

Câu 18 (LTDH Diệu Hiền, Cần Thơ). Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là

- ☐ A $y = 7.$
☐ B $x = 7.$
☐ C $y = x + 7.$
☐ D $y = x.$

Câu 19. Cho 4 điểm M, N, P, Q là các điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số $-i, 2 + i, 5, 1 + 4i$. Hỏi điểm nào là trọng tâm của tam giác tạo bởi ba điểm còn lại?

- ☐ A $M.$
☐ B $N.$
☐ C $P.$
☐ D $Q.$

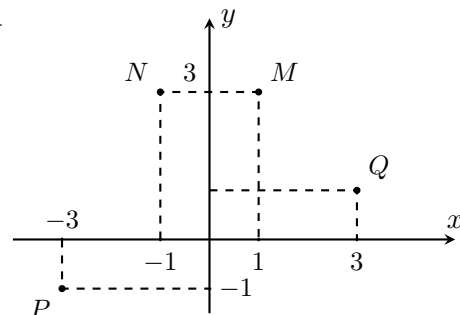
Câu 20 (Hậu Lộc 2, Thanh Hóa Lần 1-2018). Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn cho số phức z trong mặt phẳng phức thỏa mãn điều kiện $|z - i| = |z + i|$ là

- ☐ A một đường thẳng.
 ☐ B một đường tròn.
 ☐ C một đường elip.
 ☐ D một đoạn thẳng.

Câu 21 (Lần 1 chuyên KHTN - 2018).

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z = (1 + i)(2 - i)$?

- (A) P . (B) M . (C) N . (D) Q .



Câu 22 (Chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định, 2017 - 2018). Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1 + i, z_2 = 1 + 2i, z_3 = 2 - i, z_4 = -3i$. Gọi S diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S .

- (A) $S = \frac{17}{2}$. (B) $S = \frac{19}{2}$. (C) $S = \frac{23}{2}$. (D) $S = \frac{21}{2}$.

2 PHÉP CỘNG, TRỪ VÀ NHÂN SỐ PHỨC

2.1 Thực hiện phép tính.

Câu 23 (Lý Tự Trọng - Hà Tĩnh - 2018). Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $z = 2 - i + \left(\frac{1}{3} - 2i\right)$.

- (A) $\frac{7}{3}$ và $-3i$. (B) $\frac{7}{3}$ và -3 . (C) $\frac{7}{3}$ và 2 . (D) $\frac{5}{3}$ và $\frac{1}{2}$.

Câu 24 (Hậu Lộc 2, Thanh Hóa Lần 1-2018). Cho hai số phức $z = a + bi, z' = a' + b'i$ ($a, b, a', b' \in \mathbb{R}$). Tìm phần ảo của số phức zz' .

- (A) $(ab' + a'b)i$. (B) $ab' + a'b$. (C) $ab' - a'b$. (D) $aa' - bb'$.

Câu 25 (TTLTĐH Diệu Hiền, Cần Thơ). Cho hai số thực x, y thỏa mãn phương trình $x + 2i = 3 + 4yi$. Khi đó giá trị của x, y là

- (A) $x = 3, y = 2$. (B) $x = 3i, y = \frac{1}{2}$. (C) $x = 3, y = \frac{1}{2}$. (D) $x = 3, y = -\frac{1}{2}$.

Câu 26 (Lần 1, Đức Thọ, Hà Tĩnh 2018). Cho số phức $z_1 = 3 + 2i, z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của $z = 6z_1 + 5z_2$.

- (A) $\bar{z} = 51 + 40i$. (B) $\bar{z} = 51 - 40i$. (C) $\bar{z} = 48 + 37i$. (D) $\bar{z} = 48 - 37i$.

Câu 27 (Đại Học Ngoại Thương - Hà Nội, 2018). Cho số phức $z = 1 - \frac{i}{3}$. Tìm số phức $w = i\bar{z} + 3z$.

- (A) $w = \frac{8}{3}$. (B) $w = \frac{10}{3}$. (C) $w = \frac{8}{3} + i$. (D) $w = \frac{10}{3} + i$.

Câu 28 (Chuyên Lê Khiết Quảng Ngãi, lần 1, đề 2, 2018). Trong các số phức $(1 + i)^2, (1 + i)^3, (1 + i)^5, (1 + i)^8$ số phức nào là số thực?

- (A) $(1 + i)^2$. (B) $(1 + i)^8$. (C) $(1 + i)^5$. (D) $(1 + i)^3$.

Câu 29. Cho số phức $z = m + (m - 4)i$. Tìm m để $|\bar{z}| = 4$.

- (A) $m \in \{0; 8\}$. (B) $m \in \{-4; 0\}$. (C) $m \in \{0; 4\}$. (D) $m \in \{-8; 8\}$.

Câu 30 (Lần 2 - Minh Châu - Hưng Yên - 2018). Tính tổng $S = C_{2017}^0 + C_{2017}^4 + C_{2017}^8 + \dots + C_{2017}^{2016}$.

- (A) $S = 2^{2016} + 2^{1008}$. (B) $S = 2^{2015} + 2^{1007}$. (C) $S = 2^{2016} + 2^{1008}$. (D) $S = 2^{2016} + 2^{1008}$.

Câu 31 (Chuyên Lê Khiết, Quảng Ngãi 2018). Rút gọn tổng sau $S = C_{2018}^0 - 3C_{2018}^2 + 3^2C_{2018}^4 - 3^3C_{2018}^6 + \dots - 3^{1009}C_{2018}^{2018}$

- (A) $S = 2^{2017}$. (B) $S = 2^{2018}$. (C) $S = -2^{2017}$. (D) $S = -2^{2018}$.

2.2 Xác định các yếu tố cơ bản qua các phép tính.

Câu 32 (Chuyên Lê Quý Đôn-Quảng Trị, 2018, lần 1). Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Tìm số phức $w = 1 + z + z^2$.

- (A) $w = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. (B) $w = 0$. (C) $w = 1$. (D) $w = 2 - \sqrt{3}i$.

Câu 33 (LTDH Diệu Hiền, Cần Thơ). Phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)i$ lần lượt là

- (A) 1 và 2. (B) -2 và 1. (C) 1 và -2. (D) 2 và 1.

Câu 34. Trong các số phức $(1 + i)^3, (1 + i)^4, (1 + i)^5, (1 + i)^6$ số phức nào là số thuần ảo?

- (A) $(1 + i)^3$. (B) $(1 + i)^4$. (C) $(1 + i)^5$. (D) $(1 + i)^6$.

Câu 35 (Lần 2, Kinh Môn, Hải Dương 2018). Cho số phức z thỏa mãn $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

Câu 36 (Lần 2, Chuyên KHTN, Hà Nội 2018). Mô-đun của số phức $z = \left(\cos \frac{11\pi}{24} + \cos \frac{5\pi}{24} \right) - \left(\sin \frac{11\pi}{24} - \sin \frac{5\pi}{24} \right)i$ bằng

- (A) $\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}$. (B) 2. (C) $2 \cos \frac{\pi}{8}$. (D) 1.

Câu 37 (Toán Học Tuổi Trẻ-Lần 6-2018). Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và xét hai số phức $\alpha = z^2 + (\bar{z})^2$ và $\beta = 2z\bar{z} + i(z - \bar{z})$. Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào đúng?

- (A) α là số thực, β là số thực. (B) α là số ảo, β là số thực.
(C) α là số thực, β là số ảo. (D) α là số ảo, β là số ảo.

Câu 38 (THPT chuyên Tiền Giang - Lần 1 - 2018). Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i}$ trên mặt phẳng Oxy .

- (A) $(-1; -4)$. (B) $(1; 4)$. (C) $(1; -4)$. (D) $(-1; 4)$.

Câu 39 (Đại Học Ngoại Thương - Hà Nội, 2018). Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)^2 z + \bar{z} = 4i - 20$. Mô-đun của số phức z là

- (A) $|z| = 3$. (B) $|z| = 4$. (C) $|z| = 5$. (D) $|z| = 6$.

Câu 40 (Chuyên Lê Khiết, Quảng Ngãi 2018). Cho số phức $z = (1 + 3i)(4 - i)$, phần thực của z bằng bao nhiêu?

(A)4.

(B)1.

(C)11.

(D)7.

Câu 41 (Lần 1, Chuyên Lê Khiết, Quảng Ngãi, 2018). Trong các số phức $(1+i)^4$, $(1+i)^6$, $(1+i)^9$, $(1-i)^9$ số phức nào là số thực?

(A) $(1+i)^9$.(B) $(1+i)^6$.(C) $(1+i)^{10}$.(D) $(1+i)^4$.

Câu 42 (Lần 1, Chuyên Lê Khiết, Quảng Ngãi, 2018). Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$ và số phức $w = (1+2i) \cdot \bar{z}$. Tìm $|w|$.

(A) $\sqrt{5}$.

(B)5.

(C) $2\sqrt{5}$.

(D)4.

Câu 43 (chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định, 2017 - 2018). Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = -3-5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$.

(A)3.

(B)0.

(C) $-1-2i$.(D) -3 .

Câu 44 (Chuyên Lê Khiết Quảng Ngãi, lần 1, đề 2, 2018). Cho số phức $z = (1+2i)(5-i)$, z có phần thực là

(A)5.

(B)3.

(C)9.

(D)7.

Câu 45 (Đông Thụy Anh, Thái Bình, 2017-2018). Kí hiệu a , b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = i(1-i)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $a = 1, b = -1$.(B) $a = 1, b = 1$.(C) $a = 1, b = i$.(D) $a = 1, b = -i$.

Câu 46 (Đề thi thử số 4 báo THPT 01-2018). Cho số phức $z = a+bi$ (trong đó a, b là các số thực) thỏa mãn $3z - (4+5i)\bar{z} = -17+11i$. Tính ab .

(A) $ab = 6$.(B) $ab = -3$.(C) $ab = 3$.(D) $ab = -6$.

Câu 47 (Lần 1, Đức Thọ, Hà Tĩnh 2018). Tính môđun của số phức z thỏa mãn $3z \cdot \bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 48 - 2016i$

(A) $|z| = 4$.(B) $|z| = \sqrt{2016}$.(C) $|z| = \sqrt{2017}$.(D) $|z| = 2$.

Câu 48 (Lần 3, Toán học tuổi trẻ năm 2018). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = |z+\bar{z}| = 1$.

(A)0.

(B)1.

(C)4.

(D)3.

Câu 49 (Lần 1, Tỉnh Gia 3, Thanh Hoá 2018). Cho số phức $z = m+(m-4)i$. Tìm m để $|\bar{z}| = 4$.

(A) $m \in \{0; 8\}$.(B) $m \in \{-4; 0\}$.(C) $m \in \{0; 4\}$.(D) $m \in \{-8; 8\}$.

2.3 Bài toán quy về phương trình, hệ phương trình nghiệm thực.

Câu 50 (Lần 2, Kinh Môn, Hải Dương 2018). Cho số phức $z = a+bi$ (với a, b là số nguyên) thỏa mãn $(1-3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Khi đó $a+b$ bằng

(A)9.

(B)8.

(C)7.

(D)6.

Câu 51 (Toán Học Tuổi Trẻ-Lần 6-2018). Cho số phức $z = a+bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a+(b-1)i = \frac{1+3i}{1-2i}$. Giá trị nào dưới đây là mô-đun của z ?

(A)5.

(B)1.

(C) $\sqrt{10}$.(D) $\sqrt{5}$.

Câu 52 (Chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định, 2017 - 2018). Cho số phức z thỏa mãn $z + 4\bar{z} = 7 + i(z - 7)$. Khi đó, mô-đun của z bằng bao nhiêu?

- (A) $|z| = 5$. (B) $|z| = \sqrt{3}$. (C) $|z| = \sqrt{5}$. (D) $|z| = 3$.

Câu 53. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

- (A) $S = \frac{7}{3}$. (B) $S = -5$. (C) $S = 5$. (D) $S = -\frac{7}{3}$.

Câu 54 (Toán Học Tuổi Trẻ-Lần 6-2018). Cho A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_0, z_1 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_0^2 + z_1^2 = z_0 z_1$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì (O là gốc tọa độ)? Chọn phương án đầy đủ nhất.

- (A) Cân tại O . (B) Vuông cân tại O . (C) Đều. (D) Vuông tại O .

Câu 55 (Chuyên Lê Khiết Quảng Ngãi, lần 1, đề 2, 2018). Rút gọn tổng sau $S = C_{2018}^2 + C_{2018}^5 +$

$$C_{2018}^8 + \dots + C_{2018}^{2018}.$$

- (A) $S = \frac{2^{2018} - 1}{3}$. (B) $S = \frac{2^{2019} + 1}{3}$. (C) $S = \frac{2^{2019} - 1}{3}$. (D) $S = \frac{2^{2018} + 1}{3}$.

Câu 56 (Đông Thụy Anh, Thái Bình - 2018). Cho các số phức z, w khác 0 và thỏa mãn: $|z - w| = 2|z| = |w|$. Tìm phần thực của số phức $u = \frac{z}{w}$.

- (A) $-\frac{1}{8}$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) 1. (D) $\frac{1}{8}$.

2.4 Bài toán tập hợp điểm.

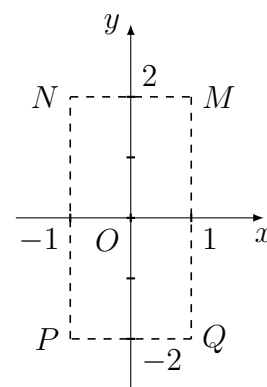
Câu 57 (Lần 2, Chuyên KHTN, Hà Nội 2018). Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |\bar{z} - i|$ là đường thẳng

- (A) $x - y = 0$. (B) $x - y + 1 = 0$. (C) $x + y + 1 = 0$. (D) $x + y = 0$.

Câu 58 (TTLTĐH Diệu Hiền, Cần Thơ).

Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = -1 + 3i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình dưới đây?

- (A) Điểm Q .
(B) Điểm P .
(C) Điểm M .
(D) Điểm N .



Câu 59 (Lần 2 năm 2017 - 2018, Phan Chu Trinh, Đắk Lắk). Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

- (A) $|w| = \sqrt{2315}$. (B) $|w| = \sqrt{1258}$. (C) $|w| = 3\sqrt{137}$. (D) $|w| = 2\sqrt{309}$.

Câu 60 (TTLTĐH Diệu Hiền, Cần Thơ). Cho các số phức z thỏa mãn $|z - i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = iz + 1 - i$ là đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- (A) $r = 22$. (B) $r = 20$. (C) $r = 4$. (D) $r = 5$.

Câu 61 (Lần 1, Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình, 2018). Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn bán kính r . Tính r .

- (A) $r = 7$. (B) $r = 20$. (C) $r = 2\sqrt{5}$. (D) $r = \sqrt{7}$.

Câu 62 (Đề thi thử số 4 báo THPT 01-2018). Trên mặt phẳng tập hợp các số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình

- (A) $y = x + 1$. (B) $y = -x + 1$. (C) $y = -x - 1$. (D) $y = x - 1$.

Câu 63 (LTDH Diệu Hiền, Cần Thơ). Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

- (A) $I(0; 1)$. (B) $I(0; -1)$. (C) $I(-1; 0)$. (D) $I(1; 0)$.

Câu 64 (Lần 3, Toán học tuổi trẻ năm 2018). Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z - 1| = |z + \bar{z} + 2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một

- (A) đường thẳng. (B) đường tròn. (C) parabol. (D) hypebol.

Câu 65 (Lần 1 - chuyên KHTN - 2018). Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn tâm I có bán kính R lần lượt là

- (A) $I(-2; -1); R = 4$. (B) $I(-2; -1); R = 2$. (C) $I(2; -1); R = 4$. (D) $I(2; -1); R = 2$.

Câu 66 (Lần 1 - chuyên KHTN - 2018). Cho số phức z , biết rằng các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z; iz$ và $z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 18. Tính mô-đun của số phức z .

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) $3\sqrt{2}$. (C) 6. (D) 9.

Câu 67 (Lần 1, Tỉnh Gia 3, Thanh Hoá 2018). Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = |z|$. Tập hợp điểm M là đường thẳng nào dưới đây?

- (A) $2x + 4y + 5 = 0$. (B) $2x - 4y + 5 = 0$. (C) $2x - 4y + 3 = 0$. (D) $x - 2y + 1 = 0$.

Câu 68 (Đông Thụy Anh, Thái Bình, 2017-2018). Cho các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- (A) $R = 4$. (B) $R = 16$. (C) $R = 8$. (D) $R = 2$.

3 PHÉP CHIA SỐ PHỨC

3.1 Xác định các yếu tố cơ bản qua các phép tính.

Câu 69 (Lần 2, Chuyên KHTN, Hà Nội 2018). Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{1 + 2i}{3 - 4i}$.

- (A) $\frac{2}{5}i$. (B) $-\frac{10}{7}$. (C) $-\frac{10}{7}i$. (D) $\frac{2}{5}$.

Câu 70 (Lần 3, Toán học tuổi trẻ năm 2018-Câu 8). Tính mô-đun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

- (A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) $\frac{1}{25}$. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 71 (LTDH Diệu Hiền, Cần Thơ). Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm mô-đun của $\bar{z} + iz$.

- (A) $4\sqrt{2}$. (B) 4. (C) $8\sqrt{2}$. (D) 8.

Câu 72 (LTDH Diệu Hiền, Cần Thơ). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i$. Mô-đun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$ là

- (A) $\sqrt{10}$. (B) $\sqrt{8}$. (C) $-\sqrt{10}$. (D) $-\sqrt{8}$.

Câu 73 (Chuyên Tiền Giang - Lần 1 - 2018). Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 4 = 0$.

Tính $w = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + iz_1z_2$.

- (A) $w = -\frac{3}{4} + 2i$. (B) $w = \frac{3}{4} + 2i$. (C) $w = 2 + \frac{3}{2}i$. (D) $w = \frac{3}{2} + 2i$.

Câu 74 (Chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định, 2017 - 2018). Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. (B) $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. (C) $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. (D) $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Câu 75 (LTDH Diệu Hiền, Cần Thơ). Cho z là số phức có mô-đun bằng 2017 và w là số phức thỏa mãn $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z + w}$. Mô-đun của số phức w là

- (A) 2015. (B) 0. (C) 1. (D) 2017.

Câu 76 (Toán học tuổi trẻ lần 5, 2018). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z - 1}{z - i} \right| = \left| \frac{z - 3i}{z + i} \right| = 1$?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

3.2 Bài toán quy về phương trình, hệ phương trình nghiệm thực.

Câu 77 (Lần 2 - 2018, Phan Chu Trinh, Đắk Lắk). Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\left| \frac{z - 1}{z - i} \right| = 1$ và $\left| \frac{z - 3i}{z + i} \right| = 1$.

Tính $P = a + b$.

- (A) $P = 7$. (B) $P = -1$. (C) $P = 1$. (D) $P = 2$.

3.3 Bài toán tập hợp điểm.

Câu 78 (Hương Khê-Hà Tĩnh năm 2017-2018-L1). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z - i}{z + i} \right| = 1$.

- (A) Hai đường thẳng $y = \pm 1$, trừ điểm $(0; -1)$.
 (B) Hình chữ nhật giới hạn bởi các đường thẳng $x = \pm 1, y = \pm 1$.
 (C) Đường tròn $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$.
 (D) Trục Ox .

Câu 79 (Toán học tuổi trẻ lần 5, 2018). Cho các số phức z_1, z_2 với $z_1 \neq 0$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 z + z_2$ là đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng 1. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường nào sau đây?

- (A) Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $|z_1|$.
 (B) Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức $-\frac{z_2}{z_1}$, bán kính bằng $\frac{1}{|z_1|}$.
 (C) Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $\frac{1}{|z_1|}$.
 (D) Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức $\frac{z_2}{z_1}$, bán kính bằng $\frac{1}{|z_1|}$.

4 PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI HỆ SỐ THỰC

4.1 Giải phương trình.

Câu 80 (Hậu Lộc 2, Thanh Hóa Lần 1-2018). Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$.

- (A) $1 + 2i; 1 - 2i$. (B) $1 + i; 1 - i$. (C) $-1 + 2i; -1 - 2i$. (D) $-1 + i; -1 - i$.

Câu 81 (LTDH Diệu Hiền, Cần Thơ). Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là

- (A) $M(-1; -\sqrt{2})$. (B) $M(-1; 2)$. (C) $M(-1; -2)$. (D) $M(-1; -\sqrt{2}i)$.

Câu 82 (Chuyên Lê Quý Đôn-Quảng Trị, 2018, lần 1). Tìm phần thực của số phức $z_1^2 + z_2^2$, biết z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$.

- (A) 4. (B) 6. (C) 8. (D) 5.

Câu 83 (Lần 1, Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình, 2018). Tìm nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$.

- (A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. (B) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. (C) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. (D) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 84. Định tất cả các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức z thỏa mãn $|z| = 2$.

- (A) $m = -3$. (B) $m = -3; m = 9$.
 (C) $m = 1; m = 9$. (D) $m = -3; m = 1; m = 9$.

4.2 Tính toán biểu thức nghiệm

Câu 85 (Toán Học Tuổi Trẻ-Lần 6-2018). Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$, với z là số phức khác 0 và $|z| \geq 2$. Tính $2M - m$.

- (A) $2M - m = \frac{3}{2}$. (B) $2M - m = \frac{5}{2}$. (C) $2M - m = 10$. (D) $2M - m = 6$.

Câu 86 (THPT chuyên Tiền Giang - Lần 1 - 2018). Biết số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $T = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

(A) $|z| = \sqrt{33}$.

(B) $|z| = 50$.

(C) $|z| = \sqrt{10}$.

(D) $|z| = 5\sqrt{2}$.

Câu 87 (Lần 2 - Minh Châu - Hưng Yên - 2018). Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| = |z - 2i|$. Tìm số phức z biết $\left|z + \frac{3}{2} - 5i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

(A) $z = \sqrt{\frac{331}{8}}$.

(B) $z = 1 + i$.

(C) $z = \frac{7}{4} + \frac{7}{4}i$.

(D) $z = -\frac{3}{2} + 5i$.

Câu 88 (Chuyên Lê Khiết, Quảng Ngãi 2018). Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 4\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của $P = |z - 4 + 4i|$.

(A) $\max P = 4\sqrt{5}$.

(B) $\max P = 7\sqrt{5}$.

(C) $\max P = 5\sqrt{5}$.

(D) $\max P = 6\sqrt{5}$.

Câu 89 (Đề thi thử số 4 báo THPT 01-2018). Tổng các nghiệm phức của phương trình $z^3 + z^2 - 2 = 0$ là

(A) 1.

(B) -1.

(C) $1 - i$.

(D) $1 + i$.

5 CỰC TRỊ CỦA SỐ PHỨC

Câu 90 (Đại Học Ngoại Thương - Hà Nội, 2018). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + i| + |z - 2 - i|$.

(A) $\max T = 8\sqrt{2}$.

(B) $\max T = 8$.

(C) $\max T = 4\sqrt{2}$.

(D) $\max T = 4$.

Câu 91 (Lần 1, Tỉnh Gia 3, Thanh Hoá 2018). Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 5 - 5i| = 2\sqrt{2}$. Tìm $P = x + 2y$ sao cho $|z|$ nhỏ nhất.

(A) $P = 12$.

(B) $P = 8$.

(C) $P = 9$.

(D) $P = 21$.

Câu 92 (LTDH Diệu Hiền, Cần Thơ). Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

(A) $1 + \sqrt{10}$.

(B) 4.

(C) $\sqrt{17}$.

(D) 5.

Câu 93 (Lần 1, Hoàng Văn Thụ, Hòa Bình, 2018). Cho số phức z thỏa mãn $4|z + i| + 3|z - i| = 10$. Tính giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) $\frac{5}{7}$.

(C) $\frac{3}{2}$.

(D) 1.

Câu 94 (Lần 2, Kinh Môn, Hải Dương 2018). Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5, |z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

(A) $\frac{5}{2}$.

(B) $\frac{7}{2}$.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) $\frac{3}{2}$.

Câu 95 (Lần 4 báo THPT-2018). Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính mô-đun của số phức $w = M + mi$.

(A) $|w| = \sqrt{1258}$.

(B) $|w| = 3\sqrt{137}$.

(C) $|w| = 2\sqrt{314}$.

(D) $|w| = 2\sqrt{309}$.

Câu 96. Cho số phức z thỏa mãn $|z + m| = |z - 1 + m|$ và số phức $z' = 1 + i$. Định tham số m để $|z - z'|$ là nhỏ nhất.

(A) $m = \frac{1}{2}$.

(B) $m = -\frac{1}{2}$.

(C) $m = \frac{1}{3}$.

(D) $m = 1$.

Câu 97 (Lần 3, Toán học tuổi trẻ - 2018). Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z^2 - z| + |z^2 + z + 1|$ với z là số phức thỏa mãn $|z| = 1$.

(A) $\sqrt{3}$.

(B) 3.

(C) $\frac{13}{4}$.

(D) 5.

Câu 98 (Chuyên Lê Hồng Phong, Nam Định, 2017 - 2018). Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.

(A) $\max T = \sqrt{176}$.

(B) $\max T = 14$.

(C) $\max T = 4$.

(D) $\max T = \sqrt{106}$.

Câu 99 (Chuyên Lê Khiết Quảng Ngãi, lần 1, đề 2, 2018). Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| + |z + 2 + i| = 4\sqrt{5}$. Tính giá trị lớn nhất của $P = |z - 4 + 4i|$.

(A) $\max P = 7\sqrt{5}$.

(B) $\max P = 5\sqrt{5}$.

(C) $\max P = 4\sqrt{5}$.

(D) $\max P = 6\sqrt{5}$.

ĐÁP ÁN

1 A	11 C	21 D	31 C	41 D	51 D	61 C	71 C	81 A	91 C
2 C	12 A	22 A	32 B	42 B	52 C	62 D	72 A	82 B	92 C
3 B	13 C	23 B	33 B	43 D	53 B	63 A	73 B	83 A	93 D
4 D	14 C	24 B	34 D	44 D	54 A	64 C	74 D	84 D	94 A
5 D	15 D	25 C	35 D	45 B	55 A	65 A	75 D	85 B	95 A
6 C	16 D	26 D	36 D	46 A	56 D	66 B	76 B	86 D	96 B
7 C	17 C	27 A	37 A	47 A	57 D	67 B	77 D	87 C	97 C
8 A	18 B	28 B	38 A	48 C	58 C	68 A	78 D	88 A	98 D
9 A	19 B	29 C	39 C	49 C	59 B	69 D	79 B	89 B	99 C
10 A	20 A	30 B	40 D	50 B	60 D	70 D	80 C	90 D	99 C