

KỶ THI THỬ TUYỂN SINH QUỐC GIA NĂM 2016**Môn: Toán (ĐỀ VIP 3)**

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Đề thi được soạn theo cấu trúc mới nhất 2016!(Kèm đáp án)**Câu I (2 điểm)** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ (C_m)1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C_1), $m=1$.2. Tìm m để đồ thị của hàm số (C_m) có tiếp tuyến tạo với đường thẳng $d: x + y + 7 = 0$ góc α , biết $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{26}}$ **Câu II (1 điểm)** Giải phương trình $2 \cos 3x \cos x + \sqrt{3}(1 + \sin 2x) = 2\sqrt{3} \cos^2 \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$ **Câu III (1 điểm)** Tính tích phân $I = \int_0^{3 \ln 2} \frac{dx}{\left(\sqrt[3]{e^x} + 2 \right)^2}$ **Câu IV (1 điểm)** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Hình chiếu vuông góc H của S lên mặt phẳng (ABC) thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH}$. Góc giữa SC và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Hãy tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ trung điểm K của SB đến mặt phẳng (SAH).**Câu V (1 điểm)** Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(1;-2;3), B(2;0;1), C(3;-1;5). Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng và tính diện tích tam giác ABC.**Câu VI (1 điểm)** 1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = x^4 - 8x^2 + 6$ trên $[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]$.2. Khai triển và rút gọn biểu thức: $(1-x) + 2(1-x)^2 + \dots + n(1-x)^n$ thu được đa thức: $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$. Tìm hệ số a_8 biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn: $\frac{1}{C_n^2} + \frac{1}{C_n^3} = \frac{1}{n}$.**Câu VII (1 điểm)** Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có A(4;6), phương trình đường cao và trung tuyến kẻ từ đỉnh C lần lượt là: $2x - y + 13 = 0$ và $6x - 13y + 29 = 0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.**Câu VIII (1 điểm)** Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{x + y + 3} = (x + y)^2 + 2\sqrt{x + y} \\ \sqrt{x^2 + x + y + 2} + \sqrt{x - y} = 3 \end{cases}$$
Câu IX (1 điểm) Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^2(y+z)}{yz} + \frac{y^2(z+x)}{zx} + \frac{z^2(x+y)}{xy}$ **CHÚC CÁC EM THÀNH CÔNG !**

Hướng dẫn

Câu I:

Hàm số (C_1) có dạng $y = x^3 - 3x + 2$

- Tập xác định: $\mathbb{R}$
- Sự biến thiên

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

- Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

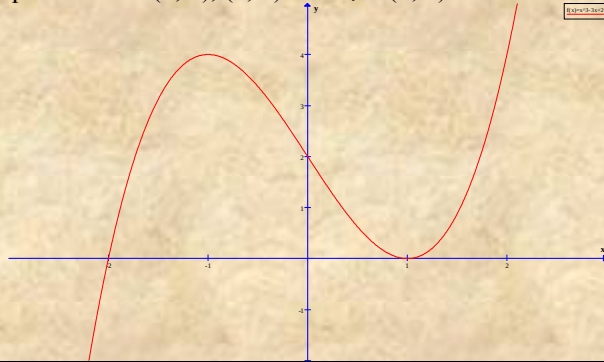
Bảng biến thiên

X	$-\infty$	-1	1	$+\infty$						
y'		+	0	-	0	+				
Y			4		0		$+\infty$			
	$-\infty$			4			0			$+\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1), (1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y_{CD} = 4$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = 0$

- Đồ thị: Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; 2), (1; 0)$ và nhận $I(0; 2)$ làm điểm uốn



2. $(1, 0 \text{ điểm})$

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến $\Rightarrow$ tiếp tuyến có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (k; -1)$, d có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 1)$

Ta có $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_1 \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{26}} = \frac{|k-1|}{\sqrt{2} \sqrt{k^2+1}} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ k = \frac{2}{3} \end{cases}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ ít nhất một trong hai phương trình $y' = k_1$ và $y' = k_2$ có nghiệm x

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2(1-2m)x + 2 - m = \frac{3}{2} \text{ có nghiệm} \\ 3x^2 + 2(1-2m)x + 2 - m = \frac{2}{3} \text{ có nghiệm} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1' = 8m^2 - 2m - 1 \geq 0 \\ \Delta_2' = 4m^2 - m - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{1}{4} \wedge m \geq \frac{1}{2} \\ m \leq -\frac{3}{4} \wedge m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{1}{2} \\ m \leq -\frac{3}{4} \end{cases}$$

Câu II:

$$2 \cos 3x \cos x + \sqrt{3} (1 + \sin 2x) = 2\sqrt{3} \cos^2 \left(2x + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x + \cos 2x + \sqrt{3} (1 + \sin 2x) = \sqrt{3} \left(1 + \cos \left(4x + \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x + \sqrt{3} \sin 4x + \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(4x + \frac{\pi}{6} \right) + \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = 0 \\ \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$$

Câu III:

$$I = \int_0^{3\ln 2} \frac{dx}{\left(\sqrt[3]{e^x} + 2 \right)^2} = \int_0^{3\ln 2} \frac{e^{\frac{x}{3}} dx}{e^{\frac{x}{3}} \left(\sqrt[3]{e^x} + 2 \right)^2}$$

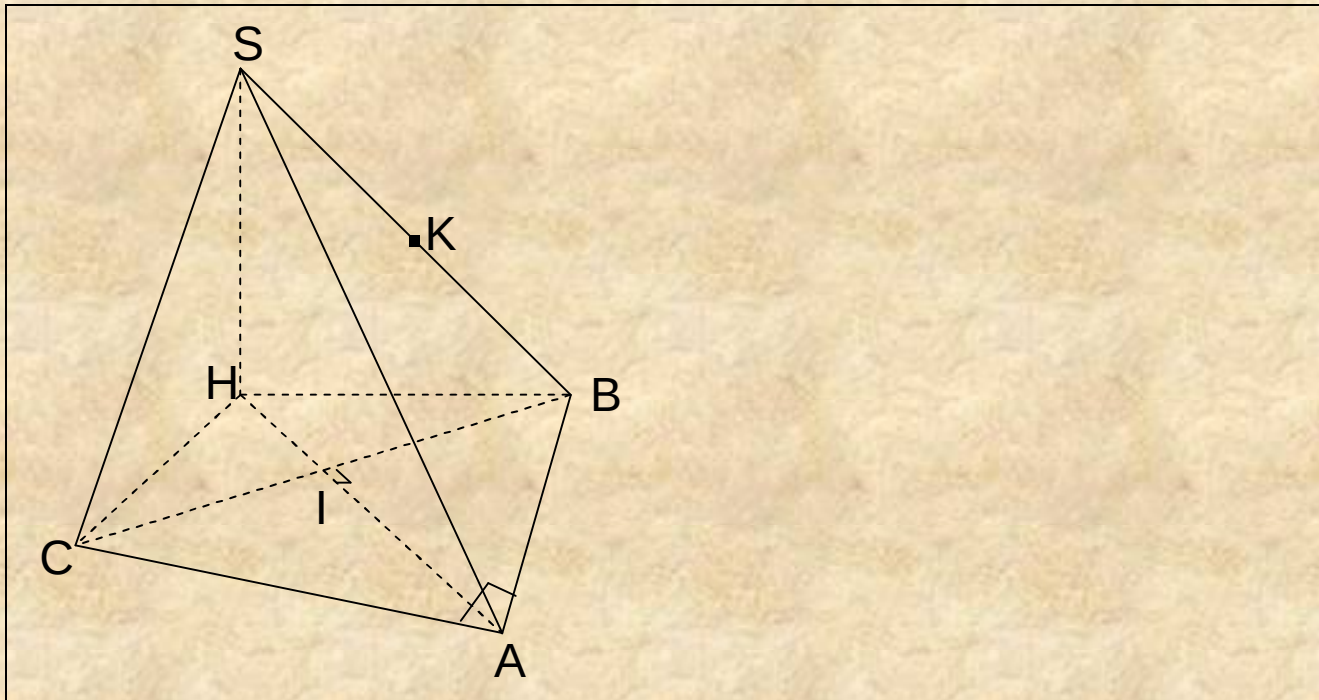
$$\text{Đặt } t = e^{\frac{x}{3}} \Rightarrow dt = \frac{1}{3} e^{\frac{x}{3}} dx.$$

Với $x = 0$ thì $t = 1$; $x = 3\ln 2$ thì $t = 2$

Khi đó

$$I = \int_1^2 \frac{3dt}{t(t+2)^2} = \frac{3}{4} \int_1^2 \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+2} - \frac{2}{(t+2)^2} \right) dt = \frac{3}{4} \left(\ln \frac{t}{t+2} + \frac{2}{t+2} \right) \Big|_1^2 = \frac{3}{4} \left(\ln \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \right)$$

Câu IV



*Ta có $\vec{IA} = -2\vec{IH} \Rightarrow H$ thuộc tia đối của tia IA và $IA = 2IH$

$$BC = AB\sqrt{2} = 2a$$

Suy ra $IA = a, IH = \frac{a}{2} \Rightarrow AH = IA + IH = \frac{3a}{2}$

Ta có $HC^2 = AC^2 + AH^2 - 2AC.AH.\cos 45^\circ \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Vì $SH \perp (ABC) \Rightarrow (SC, (ABC)) = \angle SCH = 60^\circ \Rightarrow SH = HC.\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

Ta có $HC^2 = AC^2 + AH^2 - 2AC.AH.\cos 45^\circ \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Vì $SH \perp (ABC) \Rightarrow (SC, (ABC)) = \angle SCH = 60^\circ \Rightarrow SH = HC.\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

Thể tích khối chóp S.ABCD là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3\sqrt{15}}{6} (dvt)$

* $\begin{cases} BI \perp AH \\ BI \perp SH \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAH)$

$$\Rightarrow \frac{d(K, (SAH))}{d(B, (SAH))} = \frac{SK}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(K, (SAH)) = \frac{1}{2} d(B, (SAH)) = \frac{1}{2} BI = \frac{a}{2}$$

Câu V

Ta có: $\overline{AB} = (1; 2; -2)$, $\overline{AC} = (2; 1; 2)$

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = (6; -6; -3) \neq \vec{0}$$

Suy ra: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ không cùng phương nên A, B, C không thẳng hàng

$$\text{Diện tích tam giác ABC: } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overline{AB}, \overline{AC}] \right| = \frac{9}{2}$$

Câu VI

$$f(x) = x^4 - 8x^2 + 6 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 16x, \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

$$f(-\sqrt{3}) = -9, \quad f(0) = 6, \quad f(2) = -10, \quad f(\sqrt{5}) = -9$$

$$\text{Vậy: } \max_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} f(x) = f(0) = 6, \quad \min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{5}]} f(x) = f(2) = -10$$

b) (0,5 điểm)

$$\text{Ta có: } \frac{1}{C_n^2} + \frac{7}{C_n^3} = \frac{1}{n} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 3 \\ \frac{2}{n(n-1)} + \frac{7 \cdot 3!}{n(n-1)(n-2)} = \frac{1}{n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 3 \\ n^2 - 5n - 36 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 9$$

Suy ra: a_8 là hệ số của x^8 trong biểu thức: $8(1-x)^8 + 9(1-x)^9$. Đó là: $8C_8^8 + 9C_9^8 = 89$

Câu VII

Gọi đường cao và trung tuyến kẻ từ C là CH và CM

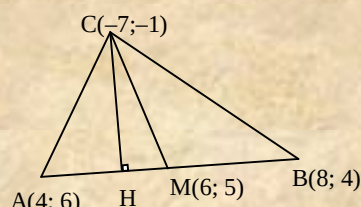
Khi

đó:

$$\text{CH: } 2x - y + 13 = 0, \quad \text{CM: } 6x - 13y + 29 = 0$$

$$\text{Từ hệ: } \begin{cases} 2x - y + 13 = 0 \\ 6x - 13y + 29 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-7; -1)$$

$$AB \perp CH \Rightarrow \vec{n}_{AB} = \vec{u}_{CH} = (1; 2) \Rightarrow AB: x + 2y - 16 = 0$$



Từ hệ: $\begin{cases} x+2y-16=0 \\ 6x-13y+29=0 \end{cases} \Rightarrow M(6;5) \Rightarrow B(8;4)$
Giả sử phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC : (C): $x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$
Vì A, B, C thuộc (C) nên: $\begin{cases} 52+4m+6n+p=0 \\ 80+8m+4n+p=0 \\ 50-7m-n+p=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-4 \\ n=6 \\ p=-72 \end{cases}$
Vậy: (C): $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 72 = 0 \Leftrightarrow (C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 85$

Câu VIII

Hệ: $\begin{cases} x+y+\sqrt{x+y+3}=(x+y)^2+2\sqrt{x+y} & (1) \\ \sqrt{x^2+x+y+2}+\sqrt{x-y}=3 & (2) \end{cases}$ ĐK: $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-y \geq 0 \end{cases} (*)$
Đặt: $t = x+y \geq 0$. Từ (1) ta có: $t + \sqrt{t+3} = t^2 + 2\sqrt{t}$
$\Leftrightarrow t - t^2 + \sqrt{t+3} - 2\sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow t(t-1) + \frac{3(t-1)}{\sqrt{t+3}+2\sqrt{t}} = 0$
$\Leftrightarrow (1-t) \left(t + \frac{3}{\sqrt{t+3}+2\sqrt{t}} \right) = 0 \Leftrightarrow t=1 \left(\text{vì } t + \frac{3}{\sqrt{t+3}+2\sqrt{t}} > 0 \quad \forall t \geq 0 \right)$
Suy ra: $x+y=1 \Leftrightarrow y=1-x$ (3). Thay (3) vào (2) ta có: $\sqrt{x^2+3} + \sqrt{2x-1} = 3$
$\Leftrightarrow (\sqrt{x^2+3}-2) + (\sqrt{2x-1}-1) \Leftrightarrow \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}+2} + \frac{2x-2}{\sqrt{2x-1}+1} = 0$
$\Leftrightarrow (x-1) \left(\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2} + \frac{2}{\sqrt{2x-1}+1} \right) = 0 \Leftrightarrow x=1 \left(\text{vì } \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2} + \frac{2}{\sqrt{2x-1}+1} > 0, x \geq \frac{1}{2} \right)$
Suy ra: $(x=1; y=0)$ thỏa mãn (*). Vậy: Hệ có nghiệm duy nhất: $(x=1; y=0)$

Câu IX

Ta có: $P = \frac{x^2}{y} + \frac{x^2}{z} + \frac{y^2}{z} + \frac{y^2}{x} + \frac{z^2}{x} + \frac{z^2}{y} (*)$.
Nhận thấy: $x^2 + y^2 - xy \geq xy \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$
Do đó: $x^3 + y^3 \geq xy(x+y) \quad \forall x, y > 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} \geq x+y \quad \forall x, y > 0$
Tương tự, ta có: $\frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{y} \geq y+z \quad \forall y, z > 0, \quad \frac{z^2}{x} + \frac{x^2}{z} \geq z+x \quad \forall x, z > 0$
Cộng từng vế ba bất đẳng thức vừa nhận được ở trên, kết hợp với (*), ta được:

$$P \geq 2(x+y+z) = 2 \quad \forall x, y, z > 0 \quad \text{và} \quad x+y+z=1$$

Hơn nữa, ta có: $P = 2$ khi: $x = y = z = \frac{1}{3}$.

Vậy: $\min P = 2$