

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (H) của hàm số $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm các điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho hàm số $f(x) = e^x + e^{-2x}$. Tìm x để $f'(x) + 2f(x) = 3$.

b) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)^2 z = 2 - 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \left(\sin \pi x + \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} \right) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I , tiếp xúc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ tiếp điểm của (S) và (P).

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho $\cos a = \frac{1}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{\sin 3a - \sin a}{\sin 2a}$.

b) Nam và Hùng chơi đá bóng qua lưới, ai đá thành công nhiều hơn là người thắng cuộc. Nếu để bóng ở vị trí A thì xác suất đá thành công của Nam là 0,9 còn của Hùng là 0,7; nếu để bóng ở vị trí B thì xác suất đá thành công của Nam là 0,7 còn của Hùng là 0,8. Nam và Hùng mỗi người đều đá 1 quả ở vị trí A và 1 quả ở vị trí B . Tính xác suất để Nam thắng cuộc.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° , hình chiếu của A lên mặt phẳng ($A'B'C'$) là trung điểm của $A'B'$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a và cosin của góc giữa hai đường thẳng $A'M$, AB' .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = AD = \frac{1}{3}CD$. Giao điểm của AC và BD là $E(3; -3)$, điểm $F(5; -9)$ thuộc cạnh AB sao cho $AF = 5FB$. Tìm tọa độ đỉnh D , biết rằng đỉnh A có tung độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải phương trình $2^{\sqrt{x^2+1}} \log_2 \left(x + \sqrt{x^2+1} \right) = 4^x \log_2(3x)$.

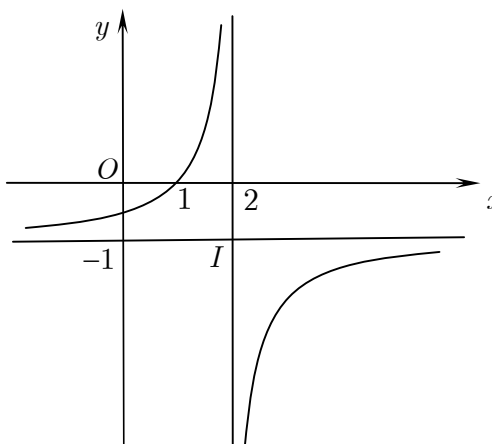
Câu 10 (1,0 điểm). Tìm số thực m lớn nhất sao cho tồn tại các số thực không âm x, y, z thỏa mãn

$$x + y + z = 4 \text{ và } x^3 + y^3 + z^3 + 8(xy^2 + yz^2 + zx^2) = m.$$

----- Hết -----

Ghi chú: 1. BTC sẽ trả bài vào các ngày 16, 17/4/2016. Để nhận được bài thi, thí sinh phải nộp lại phiếu dự thi cho BTC.

2. Thi thử THPT Quốc gia lần 3 sẽ được tổ chức vào chiều ngày 07 và ngày 08/5/2016. Đăng ký dự thi tại Văn phòng Trường THPT Chuyên từ ngày 16/4/2016.

Câu	Đáp án	Điểm															
Câu 1 (1,0 điểm)	1°. Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. 2°. Sự biến thiên: * Giới hạn, tiệm cận: Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$. Do đó đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị (H). Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ nên đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị (H). * Chiều biến thiên: Ta có $y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0$, với mọi $x \neq 2$. Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.	0,5															
	* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table> 3°. Đồ thị: Đồ thị (H) cắt Ox tại $(1; 0)$, cắt Oy tại $(0; -\frac{1}{2})$; nhận giao điểm $I(2; -1)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng. 	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'					+		+	y	-1	$+\infty$	$-\infty$
x	$-\infty$	2	$+\infty$														
y'																	
	+		+														
y	-1	$+\infty$	$-\infty$														
Câu 2 (1,0 điểm)	Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2.$	0,5															
	$f''(x) = 12(3x^2 - 2x - 2).$ Ta lại có $f''(-1) > 0$, $f''(0) < 0$, $f''(2) > 0$. Suy ra $x = -1$, $x = 2$ là các điểm cực tiểu; $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số. Chú ý. Học sinh có thể lập Bảng biến thiên để đưa ra kết luận.	0,5															
Câu 3 (1,0 điểm)	a) Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) = e^x - 2e^{-2x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f'(x) + 2f(x) = 3 \Leftrightarrow e^x - 2e^{-2x} + 2e^x + 2e^{-2x} = 3 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$	0,5															
	b) Từ giả thiết ta có $z = \frac{2 - 4i}{(1 + i)^2} = \frac{2 - 4i}{2i} = \frac{1}{i} - 2 = -2 - i.$ Vậy, phần thực của z bằng -2, phần ảo của z bằng -1.	0,5															

Câu 4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_0^1 \sin \pi x \, dx + \int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} \, dx$ $+) \int_0^1 \sin \pi x dx = -\frac{1}{\pi} \cos \pi x \Big _0^1 = \frac{2}{\pi}.$	0,5
	$+) \text{ Tính } \int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} \, dx. \text{ Đặt } \sqrt{3x+1} = t.$ Khi đó $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 1 \Rightarrow t = 2$ và $x = \frac{t^2-1}{3} \Rightarrow dx = \frac{2t}{3} dt$. Suy ra $\int_0^1 \frac{\sqrt{3x+1}}{x-5} \, dx = 2 \int_1^2 \frac{t^2}{t^2-16} dt = 2 \int_1^2 \left(1 + \frac{2}{t-4} - \frac{2}{t+4} \right) dt$ $= \left(2t + 4 \ln t-4 - 4 \ln t+4 \right) \Big _1^2 = 2 - 8 \ln 3 + 4 \ln 5.$ Từ đó ta được $I = \frac{2}{\pi} + 2 - 8 \ln 3 + 4 \ln 5.$	0,5
Câu 5 (1,0 điểm)	Ta có $R = d(I, (P)) = \sqrt{3}$. Suy ra $(S) : (x-1)^2 + (y-2)^2 + (y-3)^2 = 3$. Gọi H là tiếp điểm của (S) và (P) . Khi đó H là hình chiếu của I lên (P) . Ta có $\overrightarrow{u_{IH}} = \overrightarrow{n_P}(1; 1; 1)$. Suy ra $IH : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Do đó $H(t+1; t+2; t+3)$. Vì $H \in (P)$ nên $(t+1) + (t+2) + (t+3) - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1.$ Suy ra $H(0; 1; 2)$.	0,5
Câu 6 (1,0 điểm)	a) Ta có $P = \frac{\sin 3a - \sin a}{\sin 2a} = \frac{2 \cos 2a \sin a}{2 \sin a \cos a} = \frac{\cos 2a}{\cos a} = \frac{2 \cos^2 a - 1}{\cos a} = -\frac{7}{3}.$ b) Gọi X là biến cố Nam thắng cuộc; N_i ($i = 0, 1, 2$) là biến cố Nam đá thành công i quả; H_i ($i = 0, 1, 2$) là biến cố Hùng đá thành công i quả. Khi đó $X = (N_1 \cap H_0) \cup (N_2 \cap H_0) \cup (N_2 \cap H_1).$ Theo giả thiết ta có $P(N_1 \cap H_0) = P(N_1) \cdot P(H_0) = (0,9.0,3 + 0,1.0,7)(0,3.0,2) = 0,0204.$ $P(N_2 \cap H_0) = P(N_2) \cdot P(H_0) = (0,9.0,7)(0,3.0,2) = 0,0378.$ $P(N_2 \cap H_1) = P(N_2) \cdot P(H_1) = (0,9.0,7)(0,7.0,2 + 0,3.0,8) = 0,2394.$ Suy ra $P(X) = 0,0204 + 0,0378 + 0,2394 = 0,2976.$	0,5

	Khi đó $EA = EI \Leftrightarrow (3a + 9)^2 + (a + 3)^2 = 360 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = -9 \end{cases}.$ Vì A có tung độ âm nên $A(-15; -9)$. Ta có $\overrightarrow{n_{AD}} = \overrightarrow{AF}(20; 0)$ nên $AD : x = -15 \Rightarrow CD : y = 15$. Do đó $D(-15; 15)$.	
Câu 9 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x > 0$. Phương trình đã cho tương đương với $2^{x+\sqrt{x^2+1}} \log_2 \left(x + \sqrt{x^2+1} \right) = 2^{3x} \log_2(3x). \quad (1)$ Xét hai trường hợp sau: TH1. $0 < x < \frac{1}{3}$. Khi đó $2^{x+\sqrt{x^2+1}} \log_2 \left(x + \sqrt{x^2+1} \right) > 2 > 0 > 2^{3x} \log_2(3x)$. Suy ra (1) không thỏa mãn.	0,5
	TH2. $x \geq \frac{1}{3}$. Ta có $x + \sqrt{x^2+1}$ và $3x$ đều thuộc khoảng $[1; +\infty)$. Xét hàm số $f(t) = 2^t \log_2 t$ trên khoảng $[1; +\infty)$. Ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 \cdot \log_2 t + 2^t \cdot \frac{1}{t \ln 2} > 0$ với mọi t thuộc khoảng $[1; +\infty)$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên khoảng $[1; +\infty)$. Do đó (1) tương đương với $x + \sqrt{x^2+1} = 3x$. Từ đây giải ra được $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Vậy, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.	0,5
Câu 10 (1,0 điểm)	Giả sử tồn tại các số thực x, y, z thỏa mãn yêu cầu bài toán đặt ra. Không mất tính tổng quát ta giả sử y nằm giữa x và z. Kết hợp với giả thiết ta có $0 \leq y \leq 2 \text{ và } x(y-x)(y-z) \leq 0.$ Từ đây ta được $xy^2 + yz^2 + zx^2 \leq y(x+z)^2$. Mặt khác, do x, z không âm nên $x^3 + z^3 \leq (x+z)^3$. Do đó $\begin{aligned} m &\leq (x+z)^3 + y^3 + 8y(x+z)^2 = (4-y)^3 + y^3 + 8y(4-y)^2 \\ &= 8y^3 - 52y^2 + 80y + 64. \end{aligned} \quad (1)$	0,5
	Xét hàm số $f(y) = 8y^3 - 52y^2 + 80y + 64, 0 \leq y \leq 2$. Ta có $\begin{aligned} f'(y) &= 24y^2 - 104y + 80 = 8(3y^2 - 13y + 10). \\ f'(y) &= 0, 0 \leq y \leq 2 \Leftrightarrow y = 1. \end{aligned}$ Ta có $f(0) = 64, f(1) = 100, f(2) = 80$. Suy ra $f(y) \leq f(1) = 100, \forall y \in [0; 2]$. (2) Từ (1) và (2) ta được $m \leq 100$. Khi $x = 0, y = 1, z = 3$ ta có dấu đẳng thức. Vậy số m lớn nhất cần tìm là 100.	0,5