

Họ tên thí sinh:
Số báo danh:

MÃ ĐỀ THI: 101

Câu 1: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} \leq 243$ là:

- A. $x \geq 7$. B. $2 \leq x \leq 7$. C. $x < 7$. D. $x \leq 7$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là

- A. $2x + y - 3z - 14 = 0$. B. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.
C. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$. D. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

Câu 3: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}$ bằng:

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{5}{6}}$. C. a^5 . D. $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho biểu diễn của vector $\vec{a}$ qua các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(2; -3; 1)$. B. $(1; -3; 2)$. C. $(2; 1; -3)$. D. $(1; 2; -3)$.

Câu 5: Cho đa giác lồi n đỉnh ($n > 3$). Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

- A. A_n^3 . B. C_n^3 . C. $n!$. D. $\frac{C_n^3}{3!}$.

Câu 6: Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 11$. B. $x = 21$. C. $x = 3$. D. $x = 13$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

- A. $G(3; 0; 1)$. B. $G(1; 0; 3)$.
C. $G(-1; 0; 3)$. D. $G(0; 0; -1)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $2a$. D. a .

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = i(1 - 2i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây?

- A. $A(1; 2)$. B. $F(-2; 1)$. C. $E(2; -1)$. D. $B(-1; 2)$.

Câu 10: Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2x^2 - \frac{1}{x} + \sin 2x + 3^x + 1$.

- A. $y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x \ln 3$. B. $y' = 2x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x$.
C. $y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = 4x - \frac{1}{x^2} + \cos 2x + 3^x \ln 3$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

- A. 11. B. 1. C. $12i$. D. 12.

Câu 12: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của m là

- A. $m = -\frac{2}{3}$. B. $m = 4$. C. $m = -4$. D. $m = \frac{2}{3}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

- A. 150° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'		0	0	
	+	-	+	
y		4		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

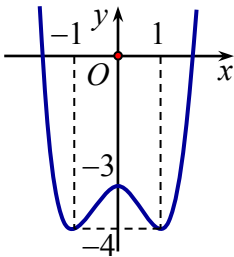
Câu 15: Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

- A. 100 m^2 . B. $100\pi \text{ m}^2$. C. $50\pi \text{ m}^2$. D. 50 m^2 .

Câu 16: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$, $\int_1^2 f(x)dx = 4$, khi đó $\int_0^2 f(x)dx = ?$

- A. 2. B. 6. C. 3. D. 1.

Câu 17: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^4 + x^2 - 3$. B. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là:

- A. $u_6 = 320$. B. $u_6 = -160$. C. $u_6 = 160$. D. $u_6 = -320$.

Câu 19: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 20: Giải bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$.

- A. $x \geq 10$. B. $0 < x < 10$.
C. $x > 10$. D. $x < 10$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+2t \\ z = 1+t \end{cases}$. Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

B. $\vec{n} = (1; 2; 1)$.

C. $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

D. $\vec{n} = (-1; -2; 1)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; -2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y - 2z + 4 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 23: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

B. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.

C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

D. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) :

$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$.

B. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$.

C. $I(3; -2; 4)$, $R = 5$.

D. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$.

Câu 25: Cho $I = \int_0^2 f(x)dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3]dx$ bằng:

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 2.

Câu 26: Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng:

A. -3.

B. 3.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 27: Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ lần lượt là

A. $x = -1$; $y = 2$.

B. $x = 1$; $y = 2$.

C. $x = 2$; $y = 1$.

D. $x = 2$; $y = -1$.

Câu 28: Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x|$?

A. $f(x) = x$.

B. $f(x) = |x|$.

C. $f(x) = \frac{x^3}{2}$.

D. $f(x) = \frac{1}{x}$.

Câu 29: Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$.

B. $S = \pi R^2$.

C. $S = 4\pi R^2$.

D. $S = \frac{3}{4}\pi R^2$.

Câu 30: Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{16}{225}$.

C. $\log \frac{5}{3}$.

D. $\ln \frac{5}{3}$.

Câu 31: Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn: $z(2-i)+13i=1$. Tính mô đun của số phức z .

A. $|z|=34$.

B. $|z|=\sqrt{34}$.

C. $|z|=\frac{5\sqrt{34}}{3}$.

D. $|z|=\frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 33: Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=1+i$. Giá trị của biểu thức $|z_1+3z_2|$ là

A. 5.

B. $\sqrt{55}$.

C. 6.

D. $\sqrt{61}$.

Câu 34: Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

A. $h=a$.

B. $h=9a$.

C. $h=\frac{a}{3}$.

D. $h=3a$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$			$-\infty$		4	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-1;1)$.

B. $(-\infty;2)$.

C. $(0;1)$.

D. $(4;+\infty)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $mp(P):x+y+z-3=0$ và các điểm $A(3;2;4), B(5;3;7)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A, B và cắt $mp(P)$ theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r=2\sqrt{2}$. Biết tâm của (C) luôn nằm trên đường tròn cố định (C_1) . Bán kính của (C_1) là

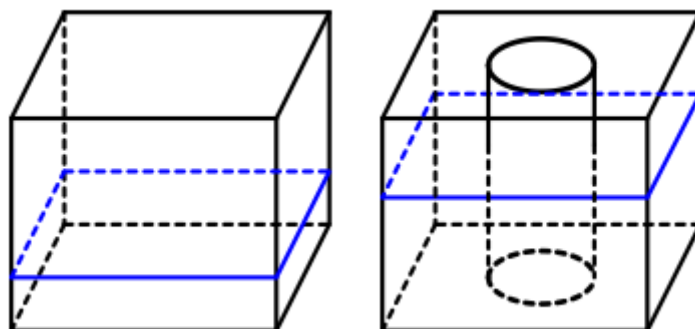
A. 12.

B. $2\sqrt{14}$.

C. 6.

D. $\sqrt{14}$.

Câu 37: Một hình hộp chữ nhật có chiều cao là 90 cm, đáy hộp là hình chữ nhật có chiều rộng là 50 cm và chiều dài là 80 cm. Trong khối hộp có chứa nước, mực nước so với đáy hộp có chiều cao là 40 cm. Hỏi khi đặt vào khối hộp một khối trụ có chiều cao bằng chiều cao khối hộp và bán kính đáy là 20 cm theo phương thẳng đứng thì chiều cao của mực nước so với đáy là bao nhiêu?



A. 58,32 cm.

B. 48,32 cm.

C. 78,32 cm.

D. 68,32 cm.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln(m+\ln(m+x))=x$ có nhiều nghiệm nhất.

A. $m>1$.

B. $m\geq-1$.

C. $m<e$.

D. $m\geq 0$.

Câu 39: Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 - 2|^2 - |z_1 + 1|^2 = 1$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 - 4 - i| = \sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4; 4]$ biết $\int_{-2}^0 f(-x)dx = 2$, $\int_1^2 f(-2x)dx = 4$.

Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

- A. $I = -10$. B. $I = 6$. C. $I = 10$. D. $I = -6$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB . Biết $AB = 1$, $BC = 2$, $BD = \sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{30}}{12}$. B. $V = \frac{\sqrt{30}}{20}$.
C. $V = \frac{\sqrt{30}}{4}$. D. $V = \frac{3\sqrt{30}}{8}$.

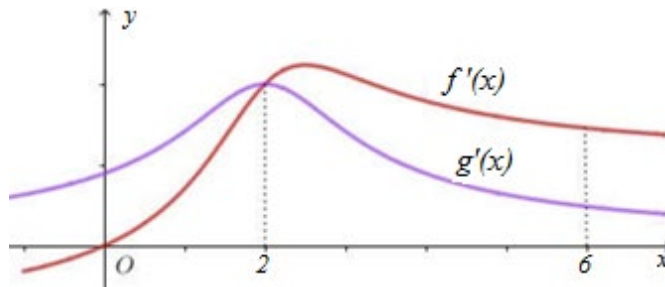
Câu 42: Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

- A. $\frac{313}{408}$. B. $\frac{25}{136}$. C. $\frac{95}{408}$. D. $\frac{5}{102}$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $I(1;1;1)$, $A(-1;2;3)$, $B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I , đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$. B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{4}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{-4}$.

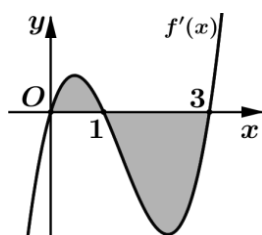
Câu 44: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là:

- A. $h(2), h(6)$. B. $h(6), h(2)$. C. $h(2), h(0)$. D. $h(0), h(2)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Miền hình phẳng trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành đồng thời có diện tích $S = a$. Biết rằng $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = b$ và $f(3) = c$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)dx$ bằng



- A. $a - b - c$. B. $-a + b + c$. C. $-a + b - c$. D. $a - b + c$.

Câu 46: Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7)$, $B(2; -8)$. Tính $y(-1)$?

- A. $y(-1) = -35$ B. $y(-1) = 11$ C. $y(-1) = -11$ D. $y(-1) = 7$.

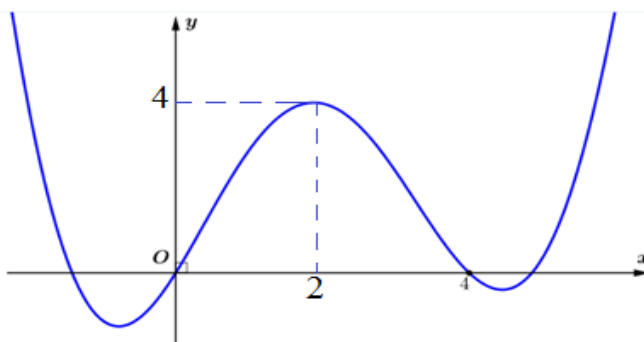
Câu 47: Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $\frac{1}{2^a} + \frac{1}{4^b} + \frac{1}{8^c} + \frac{1}{16^d} = \frac{1}{4}$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b + 3c + 4d$. Giá trị của biểu thức $\log_2 m$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\frac{1}{4}$. D. 4.

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$. Với giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$?

- A. $m < 1$. B. $1 \leq m < 2$. C. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. D. $m > 2$.

Câu 49: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2) - 2x^3 - 6x^2$ là



- A. 7. B. 10. C. 5. D. 11.

Câu 50: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z + 2i)^2$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

----- HẾT -----

Câu Mã đề	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
1	D	B	B	C	A	D	C	A	C	B
2	C	B	B	C	C	A	B	B	C	D
3	B	A	C	D	C	B	B	A	B	C
4	A	D	B	B	B	C	B	C	B	D
5	B	D	D	C	B	B	A	C	B	A
6	B	C	A	A	C	A	B	B	C	B
7	B	B	C	B	D	A	A	D	A	A
8	D	A	C	C	A	C	C	D	D	D
9	C	A	D	A	D	A	A	C	B	D
10	A	D	C	D	B	B	D	C	B	D
11	D	C	A	D	B	C	D	B	A	D
12	C	A	A	A	C	B	B	D	D	C
13	D	A	D	C	D	D	C	D	D	A
14	C	D	D	D	D	A	A	D	C	A
15	A	C	A	B	C	A	D	B	A	A
16	B	C	B	D	D	C	B	A	D	A
17	C	A	C	C	A	B	A	B	C	B
18	B	B	C	C	B	B	D	C	A	A
19	A	C	B	B	B	C	B	B	A	C
20	C	B	A	C	B	B	B	B	D	B
21	C	A	B	B	B	D	D	D	B	B
22	A	A	B	A	C	D	D	A	B	B
23	A	C	C	C	C	C	C	A	A	C
24	C	D	D	C	D	D	A	C	C	B
25	B	B	C	A	D	D	C	C	B	D
26	A	B	A	B	A	C	C	D	D	B
27	A	C	D	D	D	A	C	C	D	D
28	D	D	C	A	B	A	C	B	D	A
29	C	C	A	A	A	C	D	B	C	C
30	D	A	B	A	C	A	D	B	A	C
31	C	A	A	D	A	D	D	A	A	B
32	B	D	D	D	B	D	A	A	C	B
33	D	D	D	B	A	A	A	C	A	C
34	D	B	D	B	A	B	A	A	C	C
35	C	A	D	C	D	B	D	D	A	A
36	C	C	C	A	D	A	A	D	A	B
37	A	B	B	D	C	B	B	A	C	A

38	A	D	A	D	B	D	C	B	D	C
39	D	D	C	C	C	A	D	C	C	C
40	D	C	B	B	A	C	D	A	A	B
41	B	B	D	C	B	A	D	D	D	D
42	C	A	C	D	D	D	D	A	B	D
43	C	D	C	D	D	C	B	A	A	C
44	B	D	A	A	C	B	A	C	C	A
45	D	D	C	D	B	D	C	A	D	B
46	A	A	D	B	B	C	C	C	B	D
47	D	D	B	B	A	C	C	A	C	A
48	B	A	B	A	A	D	B	B	D	B
49	B	C	D	D	D	B	A	B	B	A
50	D	B	A	C	B	D	D	D	C	B

Mã đề Câu	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
1	D	B	B	C	A	D	C	A	C	B
2	C	B	B	C	C	A	B	B	C	D
3	B	A	C	D	C	B	B	A	B	C
4	A	D	B	B	B	C	B	C	B	D
5	B	D	D	C	B	B	A	C	B	A
6	B	C	A	A	C	A	B	B	C	B
7	B	B	C	B	D	A	A	D	A	A
8	D	A	C	C	A	C	C	D	D	D
9	C	A	D	A	D	A	A	C	B	D
10	A	D	C	D	B	B	D	C	B	D
11	D	C	A	D	B	C	D	B	A	D
12	C	A	A	A	C	B	B	D	D	C
13	D	A	D	C	D	D	C	D	D	A
14	C	D	D	D	D	A	A	D	C	A
15	A	C	A	B	C	A	D	B	A	A
16	B	C	B	D	D	C	B	A	D	A
17	C	A	C	C	A	B	A	B	C	B
18	B	B	C	C	B	B	D	C	A	A
19	A	C	B	B	B	C	B	B	A	C
20	C	B	A	C	B	B	B	B	D	B
21	C	A	B	B	B	D	D	D	B	B
22	A	A	B	A	C	D	D	A	B	B
23	A	C	C	C	C	C	C	A	A	C
24	C	D	D	C	D	D	A	C	C	B
25	B	B	C	A	D	D	C	C	B	D
26	A	B	A	B	A	C	C	D	D	B
27	A	C	D	D	D	A	C	C	D	D
28	D	D	C	A	B	A	C	B	D	A
29	C	C	A	A	A	C	D	B	C	C
30	D	A	B	A	C	A	D	B	A	C
31	C	A	A	D	A	D	D	A	A	B
32	B	D	D	D	B	D	A	A	C	B
33	D	D	D	B	A	A	A	C	A	C
34	D	B	D	B	A	B	A	A	C	C
35	C	A	D	C	D	B	D	D	A	A
36	C	C	C	A	D	A	A	D	A	B
37	A	B	B	D	C	B	B	A	C	A
38	A	D	A	D	B	D	C	B	D	C
39	D	D	C	C	C	A	D	C	C	C
40	D	C	B	B	A	C	D	A	A	B

41	B	B	D	C	B	A	D	D	D	D
42	C	A	C	D	D	D	D	A	B	D
43	C	D	C	D	D	C	B	A	A	C
44	B	D	A	A	C	B	A	C	C	A
45	D	D	C	D	B	D	C	A	D	B
46	A	A	D	B	B	C	C	C	B	D
47	D	D	B	B	A	C	C	A	C	A
48	B	A	B	A	A	D	B	B	D	B
49	B	C	D	D	D	B	A	B	B	A
50	D	B	A	C	B	D	D	D	C	B

Câu \ Mã đề	121	122	123	124	125	126	127	128
1	D	B	B	C	A	D	C	A
2	C	B	B	C	C	A	B	B
3	B	A	C	D	C	B	B	A
4	A	D	B	B	B	C	B	C
5	B	D	D	C	B	B	A	C
6	B	C	A	A	C	A	B	B
7	B	B	C	B	D	A	A	D
8	D	A	C	C	A	C	C	D
9	C	A	D	A	D	A	A	C
10	A	D	C	D	B	B	D	C
11	D	C	A	D	B	C	D	B
12	C	A	A	A	C	B	B	D
13	D	A	D	C	D	D	C	D
14	C	D	D	D	D	A	A	D
15	A	C	A	B	C	A	D	B
16	B	C	B	D	D	C	B	A
17	C	A	C	C	A	B	A	B
18	B	B	C	C	B	B	D	C
19	A	C	B	B	B	C	B	B
20	C	B	A	C	B	B	B	B
21	C	A	B	B	B	D	D	D
22	A	A	B	A	C	D	D	A
23	A	C	C	C	C	C	C	A
24	C	D	D	C	D	D	A	C
25	B	B	C	A	D	D	C	C
26	A	B	A	B	A	C	C	D
27	A	C	D	D	D	A	C	C
28	D	D	C	A	B	A	C	B
29	C	C	A	A	A	C	D	B
30	D	A	B	A	C	A	D	B
31	C	A	A	D	A	D	D	A
32	B	D	D	D	B	D	A	A
33	D	D	D	B	A	A	A	C
34	D	B	D	B	A	B	A	A
35	C	A	D	C	D	B	D	D
36	C	C	C	A	D	A	A	D
37	A	B	B	D	C	B	B	A
38	A	D	A	D	B	D	C	B
39	D	D	C	C	C	A	D	C
40	D	C	B	B	A	C	D	A

41	B	B	D	C	B	A	D	D
42	C	A	C	D	D	D	D	A
43	C	D	C	D	D	C	B	A
44	B	D	A	A	C	B	A	C
45	D	D	C	D	B	D	C	A
46	A	A	D	B	B	C	C	C
47	D	D	B	B	A	C	C	A
48	B	A	B	A	A	D	B	B
49	B	C	D	D	D	B	A	B
50	D	B	A	C	B	D	D	D

(Đề thi gồm 07 trang)

(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.B	4.A	5.B	6.B	7.B	8.D	9.C	10.A
11.D	12.C	13.D	14.C	15.A	16.B	17.C	18.B	19.A	20.C
21.C	22.A	23.A	24.C	25.B	26.A	27.A	28.D	29.C	30.D
31.C	32.B	33.D	34.D	35.C	36.C	37.A	38.A	39.D	40.D
41.B	42.C	43.C	44.B	45.D	46.A	47.D	48.B	49.B	50.D

- Câu 1.** Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} \leq 243$ là
A. $x \geq 7$. **B.** $2 \leq x \leq 7$. **C.** $x < 7$. **D.** $x \leq 7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3^{x-2} \leq 243 \Leftrightarrow 3^{x-2} \leq 3^5 \Leftrightarrow x-2 \leq 5 \Leftrightarrow x \leq 7$ nên chọn đáp án D.

- Câu 2.** Trong không gian Oxyz, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (Q): $x+y+3z=0$, (R): $2x-y+z=0$ là
A. $2x+y-3z-14=0$. **B.** $4x+5y-3z+22=0$.
C. $4x+5y-3z-22=0$. **D.** $4x-5y-3z-12=0$.

Lời giải

Chọn C

Vector pháp tuyến của hai mặt phẳng (Q) và (R) lần lượt là $\vec{n}_1 = (1;1;3)$ và $\vec{n}_2 = (2;-1;1)$.

Do mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) và (R) nên (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = (4;5;-3)$.

(P) đi qua $B(2;1;-3)$ và nhận $\vec{n} = (4;5;-3)$ là vec tơ pháp tuyến nên (P) có phương trình là

$$4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0.$$

Do đó chọn đáp án C.

- Câu 3.** Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng
A. $a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $a^{\frac{5}{6}}$. **C.** a^5 . **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$ nên chọn đáp án B.

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, cho biểu diễn của $\vec{a}$ qua các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là
- A.** $(2; -3; 1)$. **B.** $(1; -3; 2)$. **C.** $(2; 1; -3)$. **D.** $(1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$.

Do đó tọa độ của vector $\vec{a}$ là $\vec{a} = (2; -3; 1)$ nên chọn đáp án A.

- Câu 5.** Cho đa giác lồi n đỉnh ($n > 3$). Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là
- A.** A_n^3 . **B.** C_n^3 . **C.** $n!$. **D.** $\frac{C_n^3}{3!}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 3 đỉnh từ n đỉnh của đa giác đã cho (không sắp thứ tự của các đỉnh) ta được một tam giác.

Số tam giác được tạo thành là C_n^3 .

- Câu 6.** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.
- A.** $x = 11$. **B.** $x = 21$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 13$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 5$.

Ta có $\log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow x-5 = 2^4 \Leftrightarrow x = 21$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 21$.

- Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -2; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .
- A.** $G(3; 0; 1)$. **B.** $G(1; 0; 3)$. **C.** $G(-1; 0; 3)$. **D.** $G(0; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(1; 0; 3).$$

- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là

A. $a\sqrt{3}$.

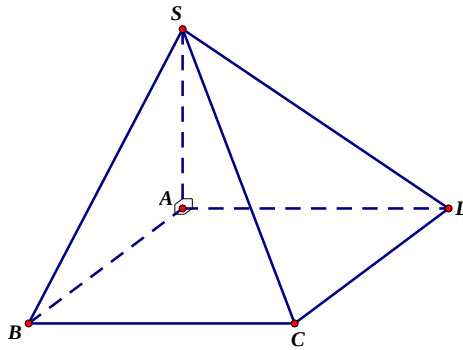
B. $a\sqrt{2}$.

C. $2a$.

D. a .

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \quad (1).$

Lại có: $BC \perp CD \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra BC là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau SB và CD .

Vậy $d(SB, CD) = BC = a$.

Câu 9. Số phức liên hợp của số phức $z = i(1 - 2i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây?

A. $A(1; 2)$.

B. $F(-2; 1)$.

C. $E(2; -1)$.

D. $B(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = i(1 - 2i) = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i$.

Điểm biểu diễn là $E(2; -1)$.

Câu 10. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2x^2 - \frac{1}{x} + \sin 2x + 3^x + 1$.

A. $y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x \ln 3$.

B. $y' = 2x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x$.

C. $y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + \frac{3^x}{\ln 3}$.

D. $y' = 4x - \frac{1}{x^2} + \cos 2x + 3^x \ln 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = 2x^2 - \frac{1}{x} + \sin 2x + 3^x + 1 \Rightarrow y' = 4x + \frac{1}{x^2} + 2 \cos 2x + 3^x \ln 3$.

Câu 11. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

A. 11.

B. 1.

C. $12i$.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $w = 3z_1 - 2z_2 = 3(1 + 2i) - 2(2 - 3i) = -1 + 12i$.

Phần ảo của w là 12.

Câu 12. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của m là

A. $m = -\frac{2}{3}$.

B. $m = 4$.

C. $m = -4$.

D. $m = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hàm số có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $y' = \frac{-7}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \neq 2$.

Khi đó $y' < 0$ trên $[-1;1] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $[-1;1]$

$\Rightarrow y(-1) > y(1) \Rightarrow \min_{[-1;1]} y = y(1) = -4$

Vậy $m = -4$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , biết $AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) .

A. 150° .

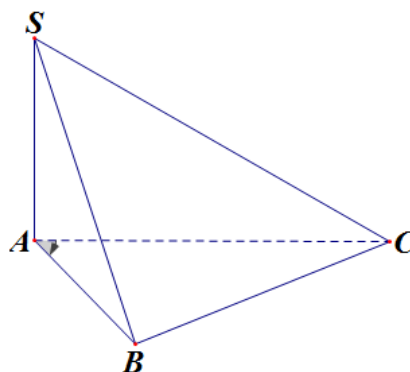
B. 120° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D



Ta có:
$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \cap (SAC) = SA \\ AB \perp SA \\ AC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow ((SAB), (SAC)) = (AB, AC) = \alpha.$$

$$\cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2.a.a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow BAC = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						
	$-\infty$		4		-2	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 15. Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao $20m$, chu vi đáy bằng $5m$.

- A.** $100m^2$. **B.** $100\pi m^2$. **C.** $50\pi m^2$. **D.** $50m^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 5.20 = 100(m^2)$.

Câu 16. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$, $\int_1^2 f(x)dx = 4$, khi đó $\int_0^2 f(x)dx =$

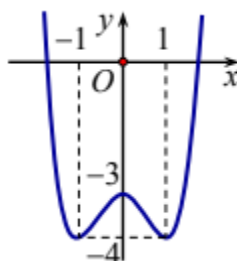
- A.** 2. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = 2 + 4 = 6$.

Câu 17. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A.** $y = -x^4 + x^2 - 3$. **B.** $y = -x^4 - 2x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra: hàm số trùng phương có hệ số $a > 0$ và hàm số có ba điểm cực trị nên hệ số $b < 0$. Suy ra chọn đáp án C.

- Câu 18.** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ 6 của (u_n) là
A. $u_6 = 320$. **B.** $u_6 = -160$. **C.** $u_6 = 160$. **D.** $u_6 = -320$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$.

- Câu 19.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗		4	↘		$+\infty$
				0			

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

- Câu 20.** Giải bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$
A. $x \geq 10$. **B.** $0 < x < 10$. **C.** $x > 10$. **D.** $x < 10$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_3(x-1) > 2 \Leftrightarrow x-1 > 3^2 \Leftrightarrow x > 10$ (tm)

- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là véc tơ chỉ

phương của d ?

- A.** $\vec{n} = (1; -2; 1)$. **B.** $\vec{n} = (1; 2; 1)$. **C.** $\vec{n} = (-1; 2; 1)$. **D.** $\vec{n} = (-1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình tham số của đường thẳng d ta suy ra một vector chỉ phương của d là $\vec{n} = (-1; 2; 1)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; -2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - 2z + 4 = 0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 3$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

Do mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên bán kính mặt cầu (S) là:

$$R = d(I; (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) + 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$$

Do đó phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$

Câu 23. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

B. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.

C. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

D. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất nguyên hàm ta suy ra mệnh đề A sai.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$.

Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$.

B. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$.

C. $I(3; -2; 4)$, $R = 5$.

D. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình mặt cầu dạng khai triển $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$

Ta có: $a = 3; b = -2; c = 4; d = 4$. Do đó tâm $I(3; -2; 4)$ và bán kính $R = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2 - 4} = 5$

Câu 25. Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx = 4 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 3 dx = 4.3 - 3.2 = 6.$$

Câu 26. Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng

A. -3.

B. 3.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_a \frac{1}{a^3} = \log_a a^{-3} = -3.$$

Câu 27. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ lần lượt là

A. $x = -1$; $y = 2$.

B. $x = 1$; $y = 2$.

C. $x = 2$; $y = 1$.

D. $x = 2$; $y = -1$.

Lời giải.

Chọn A

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty;$$

$\Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2;$$

$\Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 28. Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x|$?

A. $f(x) = x$.

B. $f(x) = |x|$.

C. $f(x) = \frac{x^3}{2}$.

D. $f(x) = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét đáp án D có } \int f(x) dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

Với $C = 0$ thì $F(x) = \ln|x|$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$.

Câu 29. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S = \frac{4}{3}\pi R^3$.

B. $S = \pi R^2$.

C. $S = 4\pi R^2$.

D. $S = \frac{3}{4}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn C

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Câu 30. Tính tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{16}{225}$.

C. $\log \frac{5}{3}$.

D. $\ln \frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \left(\ln|x+3| \right) \Big|_0^2 = \ln|3+2| - \ln|3+0| = \ln \frac{5}{3}.$$

Câu 31. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

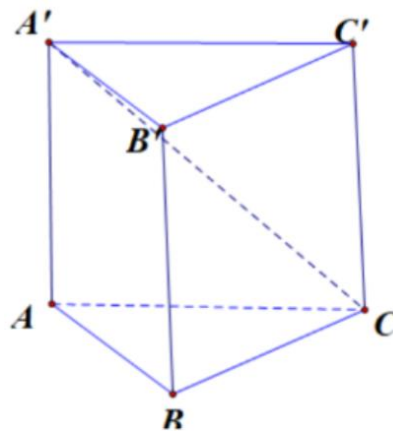
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Vì đáy là tam giác đều nên diện tích đáy: $S_{ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích: $V = AA' \cdot S_{ABC} = a^2\sqrt{3} \cdot a = a^3\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn: $z(2-i) + 13i = 1$. Tính mô đun của số phức z .

A. $|z| = 34$.

B. $|z| = \sqrt{34}$.

C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.

D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$z(2-i) + 13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} = 3-5i$$

$$|z| = \sqrt{3^2 + (-5)^2} = \sqrt{34}$$

Câu 33. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = 1+i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ là

A. 5.

B. $\sqrt{55}$.

C. 6.

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } |z_1 + 3z_2| = |2+3i + 3(1+i)| = |5+6i| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}.$$

Câu 34. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho

- A. $h = a$. B. $h = 9a$. C. $h = \frac{a}{3}$. **D. $h = 3a$.**

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy $ABCD$ là $B = a^2$.

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = B.h \Rightarrow h = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{B} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$			
y	$-\infty$		2		$+\infty$		4		$+\infty$

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;2)$. **C. $(0;1)$.** D. $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số nghịch biến trong khoảng $(0;1)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và các điểm $A(3;2;4)$, $B(5;3;7)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A , B và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r = 2\sqrt{2}$. Biết tâm của (C) luôn nằm trên đường tròn cố định (C_1) . Bán kính của (C_1) là

- A. 12. B. $2\sqrt{14}$. **C. 6.** D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

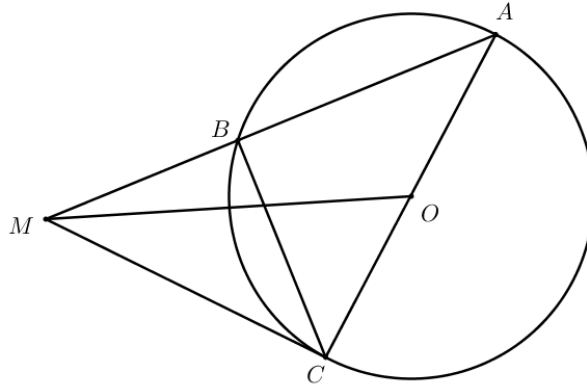
Chọn C

Cách 1:

Bài toán phương tích của một điểm đối với đường tròn:

Cho đường tròn (O, R) và điểm M cố định. Một đường thẳng thay đổi qua M cắt đường tròn tại hai điểm A và B . Khi đó $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MO}^2 - R^2$.

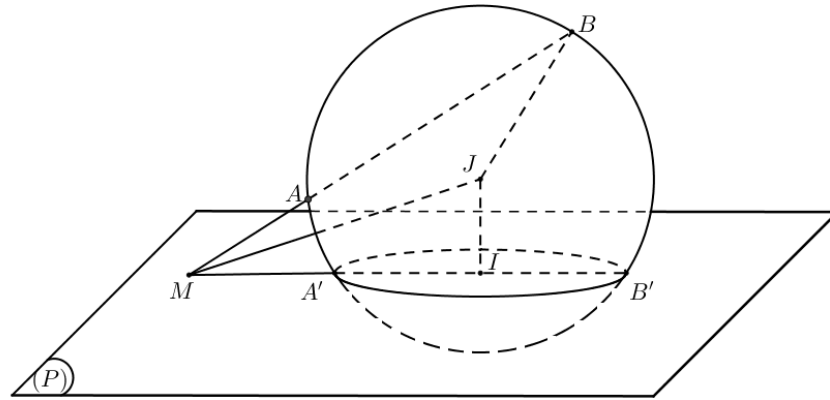
Chứng minh



Gọi C là điểm đối xứng của A qua O . Ta có $CB \perp AM$ hay B là hình chiếu của C trên AM .

Khi đó ta có

$$\begin{aligned}\overline{MA} \cdot \overline{MB} &= \overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MA} \cdot (\overline{MC} + \overline{CB}) = \overline{MA} \cdot \overline{MC} = (\overline{MO} + \overline{OA}) (\overline{MO} + \overline{OC}) \\ &= (\overline{MO} + \overline{OA}) (\overline{MO} - \overline{OA}) = \overline{MO}^2 - \overline{OA}^2 = OM^2 - OA^2 = OM^2 - R^2.\end{aligned}$$



Giả sử mặt cầu (S) có tâm là J và bán kính là R .

Ta có $\overline{AB} = (2; 1; 3)$.

Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 4 + 3t \end{cases}.$$

Gọi giao điểm của đường thẳng AB và (P) là M . Khi đó tọa độ của M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 4 + 3t \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 4 + 3t \\ 3 + 2t + 2 + t + 4 + 3t - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow M(1; 1; 1).$$

Ta có $MA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2} = \sqrt{14}$; $MB = \sqrt{4^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{56}$.

Gọi I là tâm đường tròn (C) .

Gọi A' và B' là giao điểm của MI và mặt cầu (S) .

Khi đó A' , B' nằm trên đường tròn (C) .

Ta có $28 = MA \cdot MB = MA' \cdot MB' = MI^2 - r^2 = MI^2 - 8 \Rightarrow MI^2 = 36 \Rightarrow MI = 6$.

Vậy I thuộc đường tròn tâm $M(1;1;1)$ bán kính $r_1 = 6$.

Cách 2:

Ta có $MB = 2MA$ nên A là trung điểm của MB .

Áp dụng công thức đường trung tuyến cho tam giác JMB ta có:

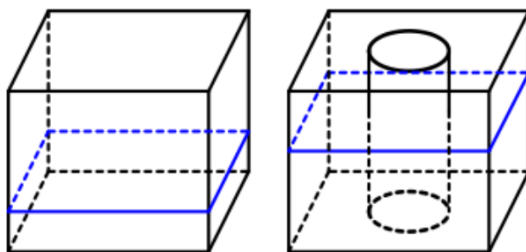
$$JA^2 = \frac{JM^2 + JB^2}{2} - \frac{MB^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{JM^2 + R^2}{2} - \frac{56}{4} \Leftrightarrow JM^2 = R^2 + 28.$$

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông MJI ta có:

$$MJ^2 = MI^2 + IJ^2 \Leftrightarrow MJ^2 = MI^2 + JA^2 - IA^2 \Leftrightarrow R^2 + 28 = MI^2 + R^2 - 8 \Leftrightarrow IM = 6.$$

Vậy I thuộc đường tròn tâm $M(1;1;1)$ bán kính $r_1 = 6$.

- Câu 37.** Một hình hộp chữ nhật có chiều cao là 90 cm , đáy hộp là hình chữ nhật có chiều rộng là 50 cm và chiều dài là 80 cm . Trong khối hộp có chứa nước, mực nước so với đáy hộp có chiều cao là 40 cm . Hỏi khi đặt vào khối hộp một khối trụ có chiều cao bằng chiều cao khối hộp và bán kính đáy là 20 cm theo phương thẳng đứng thì chiều cao của mực nước so với đáy là bao nhiêu?



- A.** $58,32\text{ cm}$. **B.** $48,32\text{ cm}$. **C.** $78,32\text{ cm}$. **D.** $68,32\text{ cm}$.

Lời giải

Chọn A

Trước khi đặt vào khối hộp một khối trụ thì thể tích nước có trong khối hộp là

$$V_n = 40.80.50 = 160.000 (\text{cm}^3)$$

Gọi $h(\text{cm})$ là chiều cao của mực nước so với đáy của khối hộp khi đã đặt khối trụ vào.

Sau khi đặt vào khối hộp một khối trụ thì thể tích nước là

$$V_n = 80.50.h - \pi.(20)^2.h = (4000 - 400\pi)h (\text{cm}^3)$$

Vì lượng nước không thay đổi nên ta có

$$(4000 - 400\pi)h = 160.000 \Leftrightarrow h = \frac{160.000}{4000 - 400\pi} \approx 58,32 (\text{cm})$$

- Câu 38.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln(m + \ln(m + x)) = x$ có nhiều nghiệm nhất.

- A.** $m > 1$. **B.** $m \geq -1$. **C.** $m < e$. **D.** $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = \ln(m + x) \Rightarrow m + x = e^t \quad (1)$$

$$\text{Khi đó phương trình } \ln(m + \ln(m + x)) = x \text{ trở thành } \ln(m + t) = x \Leftrightarrow m + t = e^x \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1) trừ (2) vế theo vế ta được: } x - t = e^t - e^x \Leftrightarrow x + e^x = t + e^t \quad (*)$$

Xét hàm số $g(u) = u + e^u, u \in \mathbb{R}$

Ta có $g'(u) = 1 + e^u > 0 \forall u \in \mathbb{R}$ do đó hàm số $g(u) = u + e^u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Do đó phương trình $(*) \Leftrightarrow g(x) = g(t) \Leftrightarrow x = t$

Thay $x = t$ vào phương trình (1) ta được: $m + x = e^x \Leftrightarrow m = e^x - x$

Xét hàm số $f(x) = e^x - x, x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = e^x - 1$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $m = f(x)$ có nhiều nghiệm nhất khi $m > 1$

Câu 39. Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 - 2|^2 - |z_1 + i|^2 = 1$ và số phức z_2 thỏa mãn $|z_2 - 4 - i| = \sqrt{5}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

▫ Gọi điểm $M(x_1; y_1)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 = x_1 + y_1 i$ ($x_1, y_1 \in \mathbb{R}$) trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

Theo đề bài, ta có: $|z_1 - 2|^2 - |z_1 + i|^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 - 2)^2 + y_1^2 - [x_1^2 + (y_1 + 1)^2] = 1$

$$\Leftrightarrow 2x_1 + y_1 - 1 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm $M(x_1; y_1)$ là đường thẳng $\Delta: 2x + y - 1 = 0$.

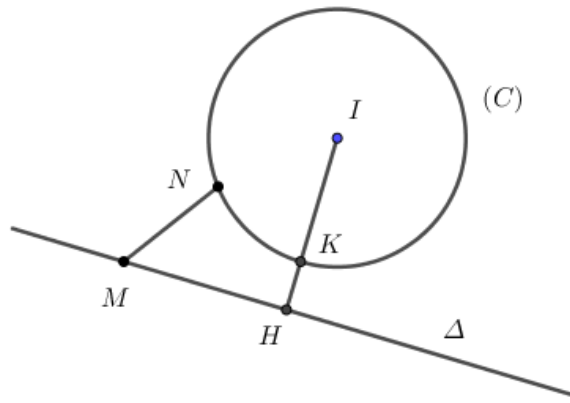
▫ Gọi điểm $N(x_2; y_2)$ là điểm biểu diễn số phức $z_2 = x_2 + y_2 i$ ($x_2, y_2 \in \mathbb{R}$) trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

Theo đề bài, ta có: $|z_2 - 4 - i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_2 - 4)^2 + (y_2 - 1)^2 = 5$.

Do đó, tập hợp điểm $N(x_2; y_2)$ là đường tròn (C) có tâm $I(4; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

▫ Ta có $|z_1 - z_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = MN$.

Gọi hình chiếu của điểm I lên đường thẳng $\Delta: 2x + y - 1 = 0$ là H và $K = IH \cap (C)$.



Nhận xét: $MN \geq KH$ mà $KH = IH - IK = d(I, \Delta) - R = \frac{|2.4+1-1|}{\sqrt{2^2+1^2}} - \sqrt{5} = \frac{8}{\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Dựa vào hình vẽ, ta thấy: $|z_1 - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MN đạt giá trị nhỏ nhất khi $MN = KH = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4; 4]$ biết $\int_{-2}^0 f(-x) dx = 2$, $\int_1^2 f(-2x) dx = 4$.

Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = -10$.

B. $I = 6$.

C. $I = 10$.

D. $I = -6$.

Lời giải

Chọn D

▫ Xét tích phân $J = \int_{-2}^0 f(-x) dx$.

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận: $x = -2 \Rightarrow t = 2$; $x = 0 \Rightarrow t = 0$.

Khi đó, ta có: $J = -\int_2^0 f(t) dt = \int_0^2 f(t) dt = \int_0^2 f(x) dx$. Mà $J = 2$ (theo đề bài).

Suy ra $\int_0^2 f(x) dx = 2$.

▫ Xét tích phân $K = \int_1^2 f(-2x) dx = -\int_1^2 f(2x) dx$ (vì hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4; 4]$).

Đặt $u = 2x \Rightarrow du = 2dx \Rightarrow \frac{1}{2} du = dx$.

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow u = 2$; $x = 2 \Rightarrow u = 4$.

Khi đó, ta có: $K = -\int_2^4 f(u) \cdot \frac{1}{2} du = -\frac{1}{2} \int_2^4 f(u) du = -\frac{1}{2} \int_2^4 f(x) dx$. Mà $K = 4$ (theo đề bài).

$$\text{Suy ra } 4 = -\frac{1}{2} \int_2^4 f(x) dx \Rightarrow \int_2^4 f(x) dx = -8.$$

$$\square \text{ Khi đó, } I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 2 - 8 = -6.$$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $ABCD$ trùng với trung điểm AB . Biết $AB=1, BC=2, BD=\sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$

A. $V = \frac{\sqrt{30}}{12}.$

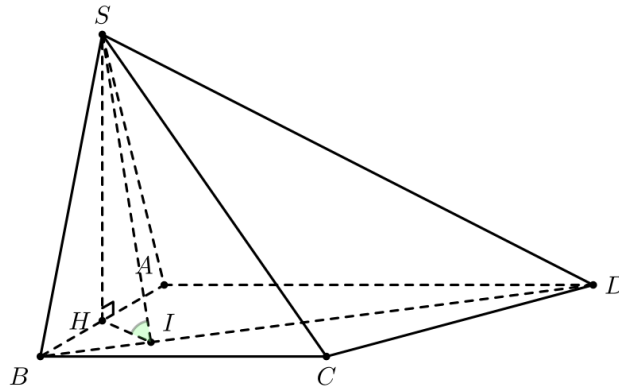
B. $V = \frac{\sqrt{30}}{20}.$

C. $V = \frac{\sqrt{30}}{4}.$

D. $V = \frac{3\sqrt{30}}{8}.$

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm AB thì $SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HI \perp BD (I \in BD)$.

Vì $\begin{cases} SH \perp BD \\ HI \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI)$ nên $\left((SBD), (ABCD) \right) = \angle SIH = 60^\circ$.

Trong $\triangle ABD$ thì $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{10 - 1} = 3$.

Ta có $\triangle HIB \sim \triangle DAB \Rightarrow \frac{HI}{AD} = \frac{BH}{BD} \Leftrightarrow HI = \frac{AD \cdot BH}{BD} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{20}$.

Trong $\triangle SHI$ thì $SH = HI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{30}}{20}$.

Ta có $S_{BCD} = S_{ABCD} - S_{ABD} = \frac{AB \cdot (AD + BC)}{2} - \frac{AD \cdot AB}{2} = \frac{3+2}{2} - \frac{3}{2} = 1$.

Thể tích khối chóp $S.BCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{30}}{20} = \frac{\sqrt{30}}{20}$.

Câu 42. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{313}{408}.$

B. $\frac{25}{136}.$

C. $\frac{95}{408}.$

D. $\frac{5}{102}.$

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{18}^5 = 8568$.

Gọi A là biến cố “chọn 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng”.

TH1: 1 bi vàng , 1 bi đỏ, 3 bi xanh thì số cách chọn là $C_7^1.C_6^1.C_5^3 = 420$.

TH2: 2 bi vàng , 2 bi đỏ, 1 bi xanh thì số cách chọn là $C_7^2.C_6^2.C_5^1 = 1575$.

Xác suất cần tính là $P = \frac{420+1575}{8568} = \frac{95}{408}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $I(1;1;1), A(-1;2;3), B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I , đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

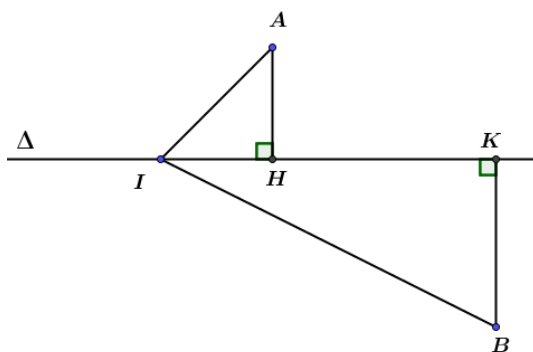
B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{-4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $d(A; \Delta) + d(B; \Delta) = AH + BK$.

Và $\begin{cases} AH \leq AI \\ BK \leq BI \end{cases} \Rightarrow AH + BK \leq AI + BI$.

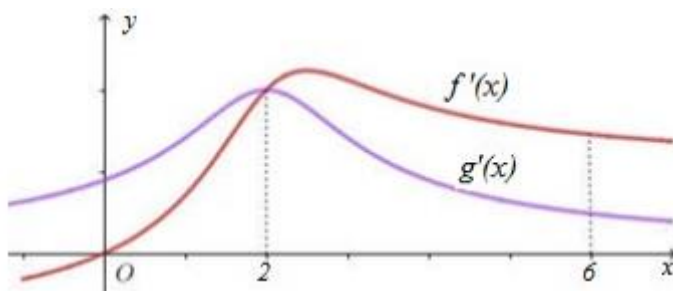
$\Rightarrow (AH + BK)_{\max} = AI + BI$.

Với: $\overrightarrow{AI} = (2; -1; -2), \overrightarrow{BI} = (-2; -3; 0)$.

Khi đó: $\begin{cases} AI \perp \Delta \\ BI \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \Delta \perp (ABI) \Rightarrow VTCP \overrightarrow{u_{\Delta}} = [\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{BI}] = (-6; 4; -8)$.

Vậy $\Delta: \begin{cases} \text{qua } I(1;1;1) \\ VTCP(3;-2;4) \end{cases} \Rightarrow \Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{4}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$, có đạo hàm là $f'(x), g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ lần lượt là:

- A.** $h(2), h(6)$. **B.** $h(6), h(2)$. **C.** $h(2), h(0)$. **D.** $h(0), h(2)$.

Lời giải

Chọn B

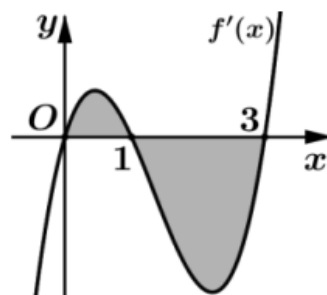
Ta có: $h'(x) = f'(x) - g'(x)$.

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Vì: } f(0) - f(6) < g(0) - g(6) \Rightarrow f(0) - g(0) < f(6) - g(6) \Rightarrow h(0) < h(6).$$

$$\text{Vậy: } \max_{[0;6]} h(x) = h(6) \text{ và } \min_{[0;6]} h(x) = h(2).$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Miền hình phẳng trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành đồng thời có diện tích $S = a$. Biết rằng $\int_0^1 (x+1) f'(x) dx = b$ và $f(3) = c$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng



- A.** $a - b - c$. **B.** $-a + b + c$. **C.** $-a + b - c$. **D.** $a - b + c$.

Lời giải

Chọn D

+ Theo đề bài, miền hình phẳng trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành đồng thời có diện tích $S = a$ nên ta có

$$\begin{aligned} a &= \int_0^1 f'(x) dx - \int_1^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^1 - f(x) \Big|_1^3 = f(1) - f(0) - f(3) + f(1) \\ &= 2f(1) - f(0) - c. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } 2f(1) - f(0) = a + c$$

+ Xét $\int_0^1 (x+1) f'(x) dx = b$.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$.

Khi đó $b = \int_0^1 (x+1) f'(x) dx = (x+1) f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) dx$

$= 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x) dx = a + c - \int_0^1 f(x) dx$.

Vậy $\int_0^1 f(x) dx = a + c - b$.

Câu 46. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7)$, $B(2; -8)$. Tính $y(-1)$.

A. $y(-1) = -35$. **B.** $y(-1) = 11$. **C.** $y(-1) = -11$. **D.** $y(-1) = 7$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7)$, $B(2; -8)$ nên đồ thị đi qua A

, B , ta có $\begin{cases} a + b + c + d = -7 \\ 8a + 4b + 2c + d = -8 \end{cases} (*)$.

Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(1; -7)$, $B(2; -8)$, nên

$y' = 3ax^2 + 2bx + c$ có hai nghiệm $x = 1$ và $x = 2$ (hoành độ của A , B), nên ta có

$\begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} (**)$.

Từ (*) và (**) ta có hệ $\begin{cases} a + b + c + d = -7 \\ 8a + 4b + 2c + d = -8 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -7 - a - b - c \\ 7a + 3b + c = -1 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -9 \\ c = 12 \\ d = -12 \end{cases}$.

Suy ra $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 12$. Do đó $y(-1) = -35$.

Câu 47. Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $\frac{1}{2^a} + \frac{1}{4^b} + \frac{1}{8^c} + \frac{1}{16^d} = \frac{1}{4}$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $S = a + 2b + 3c + 4d$. Giá trị của biểu thức $\log_2 m$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Với mọi số thực a, b, c, d , ta có:

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^a} + \frac{1}{4^b} + \frac{1}{8^c} + \frac{1}{16^d} = \frac{1}{2^a} + \frac{1}{2^{2b}} + \frac{1}{2^{3c}} + \frac{1}{2^{4d}} \geq 4 \sqrt[4]{\frac{1}{2^a \cdot 2^{2b} \cdot 2^{3c} \cdot 2^{4d}}} = 4 \sqrt[4]{\frac{1}{2^{a+2b+3c+4d}}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{65536} \geq \frac{1}{2^{a+2b+3c+4d}} \Leftrightarrow 2^{a+2b+3c+4d} \geq 65536 \Leftrightarrow a + 2b + 3c + 4d \geq 16.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \frac{1}{2^a} = \frac{1}{2^{2b}} = \frac{1}{2^{3c}} = \frac{1}{2^{4d}} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=2 \\ c=\frac{4}{3} \\ d=1 \end{cases}$$

Do đó $m=16 \Rightarrow \log_2 m = \log_2 16 = 4$.

Câu 48. Cho hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$. Với giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$?

- A.** $m < 1$. **B.** $1 \leq m < 2$. **C.** $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

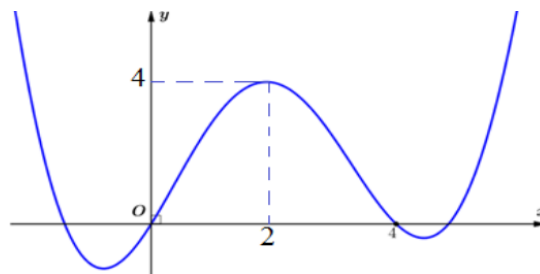
Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{-m\}$

$$y' = \frac{(m+1)m - (2m+2)}{(x+m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2}.$$

$$\text{Hàm số nghịch biến trên } (-1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 < 0 \\ -m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 2 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$$

Câu 49. Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2) - 2x^3 - 6x^2$ là



- A.** 7. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } g'(x) = (3x^2 + 6x) f'(x^3 + 3x^2) - 6x^2 - 12x$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2 + 6x) f'(x^3 + 3x^2) - 6x^2 - 12x = 0$$

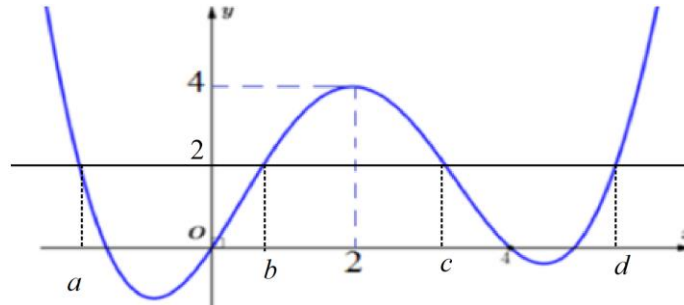
$$\Leftrightarrow 3(x^2 + 2x) f'(x^3 + 3x^2) - 6(x^2 + 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x)(3f'(x^3 + 3x^2) - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x^3 + 3x^2) = 2 \\ x^2 + 2x = 0 \end{cases}$$

Ta có $x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$

Dựa vào đồ thị ta được $f'(x^3 + 3x^2) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x^2 = a(1) \\ x^3 + 3x^2 = b(2) \\ x^3 + 3x^2 = c(3) \\ x^3 + 3x^2 = d(4) \end{cases}$ như hình dưới



Xét hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow h(0) = 0 \\ x = -2 \Rightarrow h(-2) = 4 \end{cases}$

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$a < 0 \Rightarrow (1)$ có một nghiệm

$0 < b < 4 \Rightarrow (2)$ có ba nghiệm

$0 < c < 4 \Rightarrow (3)$ có ba nghiệm

$4 < d \Rightarrow (4)$ có một nghiệm

Vậy $g'(x) = 0$ có 10 nghiệm đơn nên hàm số có 10 điểm cực trị.

Câu 50. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z + 2i)^2$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1; 3)$ bán kính $R = 3\sqrt{2}$

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ suy ra $(z + 2i)^2 = (x + (y + 2)i)^2 = x^2 - (y + 2)^2 + 2x(y + 2)i$ là số thuần ảo nên ta được $x^2 - (y + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = (y + 2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 2 \\ x = -y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$

Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng $d_1: x - y - 2 = 0; d_2: x + y + 2 = 0$

Vậy điểm M thỏa mãn đầu bài là giao của hai đường thẳng $d_1; d_2$ với đường tròn.

Ta có $d_{(I; d_1)} = \frac{|-1 - 3 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 3\sqrt{2} = R$ suy ra có một điểm chung.

$d_{(I; d_2)} = \frac{|-1 + 3 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{2} < R$ suy ra có hai điểm chung. Vậy có 3 số phức z thỏa mãn đề bài.

๘ HẾT ๘