

Họ, tên học sinh:.....

Số báo danh:

Mã đề thi 401

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

- A. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .
- C. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0) < 0$.
- D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$.

Câu 2: Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện có đặc điểm:

- A. có q mặt là đa giác đều và mỗi mặt có p cạnh.
- B. có p mặt là đa giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng q cạnh.
- C. có p mặt là đa giác đều và mỗi mặt có q cạnh.
- D. mỗi mặt là đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng q mặt.

Câu 3: Cho các hàm số: $f(x) = x^3 + 3x$; $h(x) = \sin x$; $g(x) = \frac{2x-1}{x+1}$; $k(x) = \tan x$. Hỏi có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Câu 4: Cho đường thẳng d cố định. Đường thẳng Δ song song với d và cách d một khoảng không đổi. Xác định mặt tròn xoay tạo thành khi quay Δ quanh d .

- A. Mặt nón.
- B. Mặt trụ.
- C. Hình trụ.
- D. Hình nón.

Câu 5: Hệ số của x^7 trong khai triển của $(3-x)^9$ là

- A. C_9^7 .
- B. $9C_9^7$.
- C. $-9C_9^7$.
- D. $-C_9^7$.

Câu 6: Giá trị của biểu thức $E = 2^{\sqrt{3}-1} \cdot 4^{\sqrt{3}} \cdot 8^{1-\sqrt{3}}$ bằng

- A. 64.
- B. 16.
- C. 9.
- D. 4.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{1-x}$ có đường tiệm là

- A. $y = -2$.
- B. $x = \frac{3}{2}$.
- C. $y = -\frac{1}{2}$.
- D. $x = -3$.

Câu 8: Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

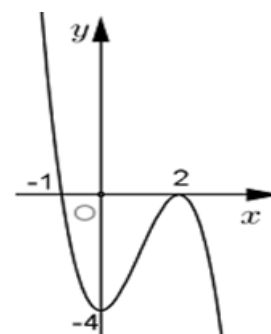
- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.
- B. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.
- C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.
- D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của $\frac{1}{M}$ là

- A. $-\frac{3}{2}$.
- B. $\frac{3}{2}$.
- C. $\frac{2}{3}$.
- D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 10: Biết đường cong ở hình bên đây là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 - 4$
- B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$
- C. $y = -x^3 + 3x - 2$
- D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$



Câu 11: Cho cấp số cộng có $u_3 = 2$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

- A. $u_2 = 4$. B. $u_2 = 0$. C. $u_2 = -4$. D. $u_2 = 3$.

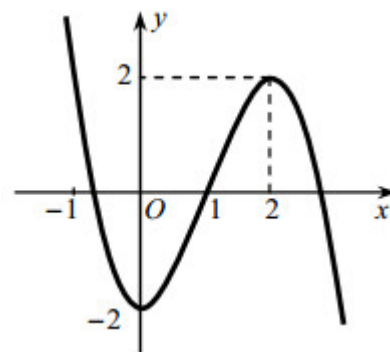
Câu 12: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A. $e^x - 4 = 0$. B. $\pi^x + 1 = 0$. C. $\ln(x+1) = 1$. D. $\log(x+2) = 2$.

Câu 13: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(0; 2)$. D. $(1; +\infty)$.



Câu 14: Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

- A. Hình tròn. B. Đường thẳng. C. Hình hộp xiên. D. Tam giác đều.

Câu 15: Nếu $\log \sqrt{10a} = 3$ thì $\log a$ bằng

- A. 100. B. 5. C. 10. D. 50.

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 18: Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A. $S_{xq} = 15\pi$. B. $S_{xq} = 20\pi$. C. $S_{xq} = 22\pi$. D. $S_{xq} = 24\pi$.

Câu 19: Cho $f(x) = 3^x$ thì $f(x+3) - f(x)$ bằng

- A. 28. B. 189. C. $28f(x)$. D. $26f(x)$.

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_3 x = \log_3(x^2 - x)$ là

- A. $S = \{2\}$ B. $S = \{0\}$ C. $S = \{0; 2\}$ D. $S = \{1; 2\}$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} + \log(x - 4)$ là

- A. $D = (-4; +\infty)$. B. $D = [4; +\infty)$. C. $D = (4; 5) \cup (5; +\infty)$. D. $D = (4; +\infty)$.

Câu 22: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính tổng $S = 3m + 2M$.

- A. $S = 4$. B. $S = -4$. C. -3 . D. $S = -\frac{7}{2}$.

Câu 23: Phương trình $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ có tổng các nghiệm là

- A. -2 . B. 12. C. 6. D. 5.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	-1	$+\infty$	$-\infty$	2	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{2x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 26: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , M là trung điểm BD . Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 27: Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{a^5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

- A. $P = a^{\frac{1}{6}}$. B. $P = a^{\frac{16}{15}}$. C. $P = a^{\frac{7}{6}}$. D. $P = a^{\frac{19}{6}}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C) . Gọi A, B là các điểm cực trị của (C) . Tính độ dài đoạn thẳng AB ?

- A. $AB = 5\sqrt{2}$. B. $AB = 5$. C. $AB = 4$. D. $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 29: Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- A. 6. B. -6. C. $\frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = \sqrt{2}a, SA = 3a$ và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° B. 120° C. 60° D. 90°

Câu 31: Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 3 lần và tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 18 lần. B. 6 lần. C. 36 lần. D. 12 lần.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a \neq 0$). Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	0	4	0	$+\infty$

Khi đó nhận xét nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 B. Trên khoảng $(-2; 1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn đồng biến.
 C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 33: Một hình chóp có tất cả 2021 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu cạnh?

A. 2022. **B.** 4040. **C.** 4021. **D.** 1011.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow 2 \nearrow +\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

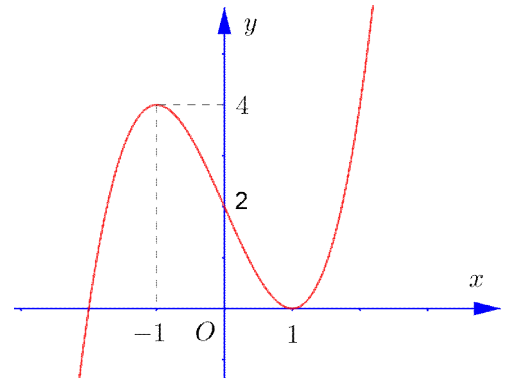
Câu 35: Cho $a = \log 5$, $b = \ln 5$, hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $10e = 5^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$. **B.** $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$. **C.** $a^{10} = e^b$. **D.** $a^{10+b} = 5^{10e}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x - 2021) - x + 2021$ là

A. 3. **B.** 1.
C. 4. **D.** 2.



Câu 37: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}} \left(\sqrt[3]{x^{-2}} - \sqrt[3]{x} \right)}{x^{\frac{1}{8}} \left(\sqrt[8]{x^3} - \sqrt[8]{x^{-1}} \right)}$ xác định trên $D = (0; +\infty) \setminus \{1\}$. Giá trị $-f(2021^{2022}) - 1$

có thể viết dạng $a0ab^{b0bb}$ (Với a, b là số tự nhiên nhỏ hơn 10). Tính $a + b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số

$y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m^2 - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Số phần tử của S là

A. 17. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 9.

Câu 39: Ông Nam cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000 đ/m² và ở nắp đổ hờ một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 22.000.000 đ. **B.** 22.770.000 đ. **C.** 20.965.000 đ. **D.** 23.235.000 đ.

Câu 40: Cho đa giác đều 21 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân nhưng không đều.

A. $P = \frac{29}{190}$.

B. $P = \frac{18}{95}$.

C. $P = \frac{27}{190}$.

D. $P = \frac{7}{190}$.

Câu 41: Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\frac{xy-1}{x^2+y} = 2^{x^2-2xy+y+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y .

A. $y_{\min} = 2$.

B. $y_{\min} = 3$.

C. $y_{\min} = 1$.

D. $y_{\min} = \sqrt{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	1	$+\infty$	$+\infty$

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ là bao nhiêu?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1

Câu 43: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 10.

B. 5.

C. -5.

D. -10.

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $A'.BB'C'C$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + 2x^2 - bx + 1$ và $y = g(x) = cx^2 + 4x + d$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	0	1	$-\infty$
$f(x)$	$+\infty$	CT	1	$-\infty$

Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 9$. Tính tích $T = x_1x_2x_3$.

A. $T = 6$.

B. $T = 12$.

C. $T = 10$.

D. $T = 21$.

Câu 46: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $(a+b)(2a-ab+2b-2) = 3ab$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^3b^3}(a^6+b^6) - \frac{9}{4a^2b^2}(a^4+b^4)$ bằng

A. $-\frac{23}{16}$.

B. $-\frac{21}{4}$.

C. $-\frac{23}{4}$.

D. $\frac{17}{16}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. $\frac{2a\sqrt{15}}{19}$. B. $\frac{a\sqrt{165}}{91}$. C. $\frac{4a\sqrt{1365}}{91}$. D. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + e}$. Đặt $S = f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2}{2021}\right) + f\left(\frac{3}{2021}\right) + \dots + f\left(\frac{2021}{2021}\right)$. Khi đó giá trị của $P = \log S$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$ B. $(2; 3)$ C. $(3; 4)$ D. $(4; 5)$

Câu 49: Xác định các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - m$ có các điểm cực đại và cực tiểu A và B sao cho tam giác ABC vuông tại $C\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

- A. $m = \frac{1}{3}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = \frac{1}{6}$. D. $m = \frac{1}{4}$

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

- A. $AB = 3a\sqrt{2}$. B. $AB = a\sqrt{3}$. C. $AB = 2a$. D. $AB = 3a$.

----- HẾT -----

(Đề thi có 07 trang)

Họ, tên học sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 401

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

- A. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .
- C. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0) < 0$.
- D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$.

Câu 2: Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện có đặc điểm:

- A. có q mặt là đa giác đều và mỗi mặt có p cạnh.
- B. có p mặt là đa giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng q cạnh.
- C. có p mặt là đa giác đều và mỗi mặt có q cạnh.
- D. mỗi mặt là đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng q mặt.

Câu 3: Cho các hàm số: $f(x) = x^3 + 3x$; $h(x) = \sin x$; $g(x) = \frac{2x-1}{x+1}$; $k(x) = \tan x$, Hỏi có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Câu 4: Cho đường thẳng d cố định. Đường thẳng Δ song song với d và cách d một khoảng không đổi. Xác định mặt tròn xoay tạo thành khi quay Δ quanh d .

- A. Mặt nón.
- B. Mặt trụ.
- C. Hình nón.
- D. Hình trụ.

Câu 5: Hệ số của x^7 trong khai triển của $(3-x)^9$ là

- A. C_9^7
- B. $9C_9^7$
- C. $-9C_9^7$
- D. $-C_9^7$

Câu 6: Giá trị của biểu thức $E = 2^{\sqrt{3}-1} \cdot 4^{\sqrt{3}} \cdot 8^{1-\sqrt{3}}$ bằng

- A. 64
- B. 16
- C. 9
- D. 4

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{1-x}$ có đường tiệm cận là

- A. $y = -2$
- B. $x = \frac{3}{2}$
- C. $y = -\frac{1}{2}$
- D. $x = -3$

Câu 8: Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$
- B. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$
- C. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$
- D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

Câu 9: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của $\frac{1}{M}$ là

A. $-\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

Câu 10: Biết đường cong ở hình bên đây là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, **D.** Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 - 4$

B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$

C. $y = -x^3 + 3x - 2$

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

Câu 11: Cho cấp số cộng có $u_3 = 2$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

A. $u_2 = 4$

B. $u_2 = 0$

C. $u_2 = -4$

D. $u_2 = 3$

Câu 12: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $e^x - 4 = 0$

B. $\pi^x + 1 = 0$

C. $\ln(x+1) = 1$

D. $\log(x+2) = 2$

Câu 13: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(0; 2)$

D. $(1; +\infty)$

Câu 14: Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

A. Hình tròn.

B. Đường thẳng.

C. Hình hộp xiên.

D. Tam giác đều.

Câu 15: Nếu $\log \sqrt{10a} = 3$ thì $\log a$ bằng

A. 100

B. 5

C. 10

D. 50

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$

B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{a^3}{6}$

D. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 18: Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $S_{xq} = 15\pi$

B. $S_{xq} = 20\pi$

C. $S_{xq} = 22\pi$

D. $S_{xq} = 24\pi$

Câu 19: Cho $f(x) = 3^x$ thì $f(x+3) - f(x)$ bằng

A. 28

B. 189

C. $28f(x)$

D. $26f(x)$

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_3 x = \log_3 (x^2 - x)$ là

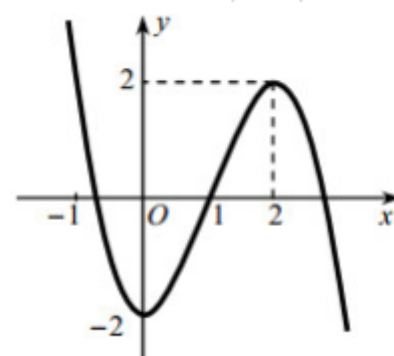
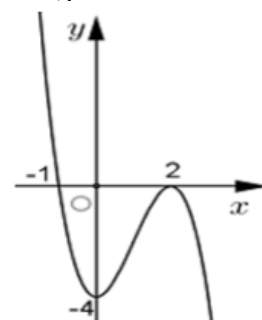
A. $S = \{2\}$

B. $S = \{0\}$

C. $S = \{0; 2\}$

D. $S = \{1; 2\}$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} + \log(x - 4)$ là



A. $D = (-4; +\infty)$ B. $D = [4; +\infty)$ C. $D = (4; 5) \cup (5; +\infty)$ D. $D = (4; +\infty)$

Câu 22: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính tổng $S = 3m + 2M$.

A. $S = 4$ B. $S = -4$ C. -3 D. $S = -\frac{7}{2}$

Câu 23: Phương trình $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ có tổng các nghiệm là

A. -2 B. 12 C. 6 D. 5

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	-1		$+\infty$		2		$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{2x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 26: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , M là trung điểm BD . Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$ B. $V = \frac{a^3}{2}$ C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

Câu 27: Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{a^5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

A. $P = a^{\frac{1}{6}}$ B. $P = a^{\frac{16}{15}}$ C. $P = a^{\frac{7}{6}}$ D. $P = a^{\frac{19}{6}}$

Câu 28: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C) . Gọi A, B là các điểm cực trị của (C) . Tính độ dài đoạn thẳng AB ?

A. $AB = 5\sqrt{2}$ B. $AB = 5$ C. $AB = 4$ D. $AB = 2\sqrt{5}$

Câu 29: Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = \sqrt{2}a, SA = 3a$ và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° B. 120° C. 60° D. 90°

Câu 31: Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 3 lần và tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần

B. 6 lần

C. 36 lần

D. 12 lần

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 3 (a \neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	0	4	0	$+\infty$

Khi đó nhận xét nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.B. Trên khoảng $(-2; 1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn đồng biến.C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 33: Một hình chóp có tất cả 2021 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu cạnh?

A. 2022

B. 4040

C. 4021

D. 1011

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

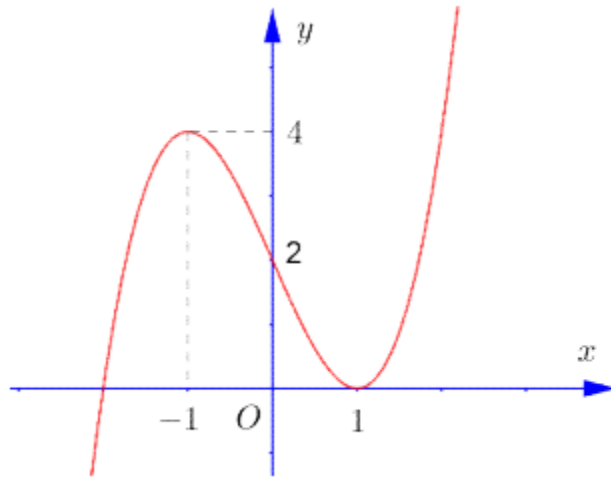
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 35: Cho $a = \log 5, b = \ln 5$, hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $10e = 5^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ B. $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$ C. $a^{10} = e^b$ D. $a^{10+b} = 5^{10e}$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x - 2021) - x + 2021$ là



A. 3

B. 1

C. 4

D. 2

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{x^{-2}} - \sqrt[3]{x})}{x^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{x^3} - \sqrt[8]{x^{-1}})}$ xác định trên $D = (0; +\infty) \setminus \{1\}$. Giá trị $-f(2021^{2022}) - 1$

có thể viết dạng $a0ab^{b0bb}$ (với a, b là số tự nhiên nhỏ hơn 10). Tính $a + b$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 38: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m^2 - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Số phần tử của S là

A. 17

B. 8

C. 16

D. 9

Câu 39: Ông Nam cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là $980.000 \text{ đ}/m^2$ và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 22.000.000 đ

B. 22.770.000 đ

C. 20.965.000 đ

D. 23.235.000 đ

Câu 40: Cho đa giác đều 21 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân nhưng không đều.

A. $P = \frac{29}{190}$

B. $P = \frac{18}{95}$

C. $P = \frac{27}{190}$

D. $P = \frac{7}{190}$

Câu 41: Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\frac{xy-1}{x^2+y} = 2^{x^2-2xy+y+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y .

A. $y_{\min} = 2$

B. $y_{\min} = 3$

C. $y_{\min} = 1$

D. $y_{\min} = \sqrt{3}$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ là bao nhiêu?

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 43: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 10 B. 5 C. -5 D. -10

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $A'.BB'C'C$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + 2x^2 - bx + 1$ và $y = g(x) = cx^2 + 4x + d$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$	
$g(x)$	$-\infty$	0	1	0	$-\infty$
$f(x)$	$+\infty$	CT	1	$-\infty$	

Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 9$. Tính tích $T = x_1x_2x_3$.

- A. $T = 6$ B. $T = 12$ C. $T = 10$ D. $T = 21$

Câu 46: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $(a+b)(2a-ab+2b-2) = 3ab$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^3b^3}(a^6+b^6) - \frac{9}{4a^2b^2}(a^4+b^4)$ bằng

- A. $-\frac{23}{16}$ B. $-\frac{21}{4}$ C. $-\frac{23}{4}$ D. $\frac{17}{16}$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a, BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. $\frac{2a\sqrt{15}}{19}$

B. $\frac{a\sqrt{165}}{91}$

C. $\frac{4a\sqrt{1365}}{91}$

D. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + e}$. Đặt $S = f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2}{2021}\right) + f\left(\frac{3}{2021}\right) + \dots + f\left(\frac{2021}{2021}\right)$. Khi đó giá trị của $P = \log S$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (1; 2)

B. (2; 3)

C. (3; 4)

D. (4; 5)

Câu 49: Xác định các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - m$ có các điểm cực đại và cực tiểu A và B sao cho tam giác ABC vuông tại $C\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

A. $m = \frac{1}{3}$

B. $m = \frac{1}{2}$

C. $m = \frac{1}{6}$

D. $m = \frac{1}{4}$

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$, $SAB = SCB = 90^\circ$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $AB = 3a\sqrt{2}$

B. $AB = a\sqrt{3}$

C. $AB = 2a$

D. $AB = 3a$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

- A.** Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- B.** Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .
- C.** Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0) < 0$.
- D.** Hàm số đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0) = 0$.

Lời giải

Chọn A

Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

Câu 2: Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện có đặc điểm:

- A.** có q mặt là đa giác đều và mỗi mặt có p cạnh.
B. có p mặt là đa giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng q cạnh.
C. có p mặt là đa giác đều và mỗi mặt có q cạnh.
D. mỗi mặt là đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng q mặt.

Lời giải

Chọn D

Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện có đặc điểm:

- Mỗi mặt là đa giác đều có p cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng q mặt.

Câu 3: Cho các hàm số: $f(x) = x^3 + 3x$; $h(x) = \sin x$; $g(x) = \frac{2x-1}{x+1}$; $k(x) = \tan x$, Hỏi có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$, nên tập xác định là $\mathbb{R}$, suy ra chỉ có hàm số $f(x) = x^3 + 3x$ đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: Cho đường thẳng d cố định. Đường thẳng Δ song song với d và cách d một khoảng không đổi. Xác định mặt tròn xoay tạo thành khi quay Δ quanh d .

- A.** Mắt nón. **B.** Mắt tru. **C.** Hình nón. **D.** Hình tru.

Lời giải

Chọn B

Quay Δ quanh d tạo thành mặt trụ tròn xoay. Đường thẳng d gọi là trục, đường thẳng Δ gọi là đường sinh.

Câu 5: Hệ số của x^7 trong khai triển của $(3-x)^9$ là

- A.** C_q^7 . **B.** $9C_q^7$. **C.** $-9C_q^7$. **D.** $-C_q^7$.

Lời giải

Chon C

Số hạng tổng quát trong khai triển $(3-x)^9$ là $C_9^k 3^{9-k} (-x)^k$

Vì hệ số của x^7 nên $k = 7$. Vậy hệ số của x^7 là $C_9^7 3^2 (-1)^7$

Câu 6: Giá trị của biểu thức $E = 2^{\sqrt{3}-1} \cdot 4^{\sqrt{3}} \cdot 8^{1-\sqrt{3}}$ bằng

- A.** 64. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $E = 2^{\sqrt{3}-1} \cdot 4^{\sqrt{3}} \cdot 8^{1-\sqrt{3}} = 2^{\sqrt{3}-1} \cdot 2^{2\sqrt{3}} \cdot 2^{3-3\sqrt{3}} = 2^{\sqrt{3}-1+2\sqrt{3}+3-3\sqrt{3}} = 2^2 = 4$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang là

- A.** $y = -2$. **B.** $x = \frac{3}{2}$. **C.** $y = -\frac{1}{2}$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2$ nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{1-x}$ là $y = -2$.

Câu 8: Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đây là tam giác đều cạnh bằng 3 nên có diện tích là $\frac{3^2\sqrt{3}}{4}$, đường cao bằng 3

Thể tích khối lăng trụ là $V = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của $\frac{1}{M}$ là

- A.** $-\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $-\frac{2}{3}$

Lời giải

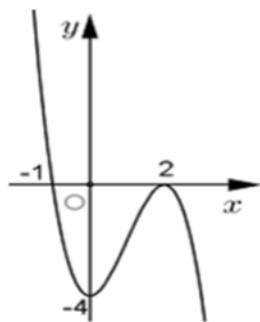
Chọn B

$$y = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{3 \cdot (-2) - 1 \cdot 1}{(x-2)^2} = \frac{-7}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2.$$

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$

$$M = \max_{[-1;1]} y = y(-1) = \frac{3 \cdot (-1) + 1}{-1 - 2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{M} = \frac{3}{2}.$$

Câu 10: Biết đường cong ở hình bên đây là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, **D.** Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^3 - 4$ **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$ **C.** $y = -x^3 + 3x - 2$ **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có $a < 0$ nên loại đáp án **B**

Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$ nên loại đáp án **A**

$x = 0 \Rightarrow y = -4$ nên loại đáp án **C.**

Câu 11: Cho cấp số cộng có $u_3 = 2$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

- A.** $u_2 = 4$ **B.** $u_2 = 0$ **C.** $u_2 = -4$ **D.** $u_2 = 3$

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_3 = u_2 + d = u_2 + (-2) = 2 \Rightarrow u_2 = 4$.

Câu 12: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A.** $e^x - 4 = 0$ **B.** $\pi^x + 1 = 0$ **C.** $\ln(x+1) = 1$ **D.** $\log(x+2) = 2$

Lời giải

Chọn B

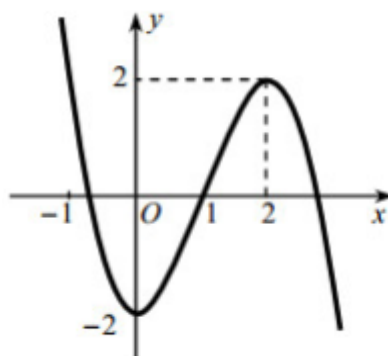
$$e^x - 4 = 0 \Leftrightarrow e^x = 4 \Leftrightarrow x = \ln 4.$$

$$\pi^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \pi^x = -1 \text{ vô nghiệm vì } \pi^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\ln(x+1) = 1 \Leftrightarrow x+1 = e \Leftrightarrow x = e-1.$$

$$\log(x+2) = 2 \Leftrightarrow x+2 = 10^2 \Leftrightarrow x = 98.$$

Câu 13: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.** $(-2; 2)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

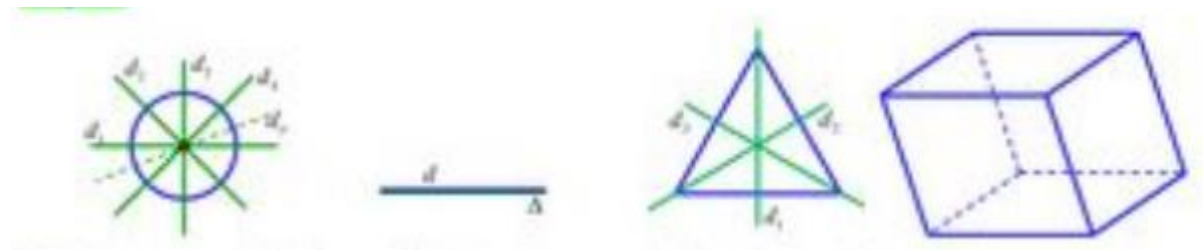
Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải trên khoảng $(-\infty; 0)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 14: Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

- A.** Hình tròn. **B.** Đường thẳng. **C.** Hình hộp xiên. **D.** Tam giác đều.

Lời giải

Chọn C



Hình tròn có vô số trục đối xứng, các trục đối xứng đi qua tâm đường tròn.
Tam giác đều có 3 trục đối xứng. Trục này đi qua trọng tâm của tam giác đều.
Đường thẳng có 1 trục đối xứng là chính đường thẳng đó.
Lăng trụ xiên không có trục đối xứng.

Câu 15: Nếu $\log \sqrt{10a} = 3$ thì $\log a$ bằng

- A.** 100. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 50.

Lời giải

Chọn B

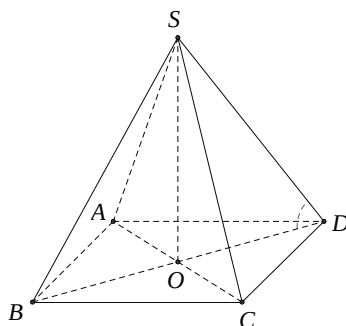
$$\log \sqrt{10a} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log 10a = 3 \Leftrightarrow \log 10a = 6 \Leftrightarrow 1 + \log a = 6 \Leftrightarrow \log a = 5.$$

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A.** $\frac{a^3 \sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của đáy, ta có $SO \perp (ABCD)$.

$$(SD; (ABCD)) = (SD; DB) = SDB = 60^\circ.$$

$$\Delta SDB \text{ đều nên } SO = \frac{DB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}.$$

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ là số nghiệm của phương trình: $2x^4 - 3x^2 = -x^2 + 2$

$$\Leftrightarrow x^4 - x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x^2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}.$$

Vậy hai đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm chung.

Câu 18: Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $S_{xq} = 15\pi$.

B. $S_{xq} = 20\pi$.

C. $S_{xq} = 22\pi$.

D. $S_{xq} = 24\pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi$.

Câu 19: Cho $f(x) = 3^x$ thì $f(x+3) - f(x)$ bằng

A. 28.

B. 189.

C. $28f(x)$.

D. $26f(x)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x+3) - f(x) = 3^{x+3} - 3^x = 3^x(3^3 - 1) = 26f(x)$.

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_3 x = \log_3(x^2 - x)$ là

A. $S = \{2\}$.

B. $S = \{0\}$.

C. $S = \{0; 2\}$.

D. $S = \{1; 2\}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_3 x = \log_3(x^2 - x) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = x^2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} + \log(x - 4)$ là

A. $D = (-4; +\infty)$.

B. $D = [4; +\infty)$.

C. $D = (4; 5) \cup (5; +\infty)$.

D. $D = (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} + \log(x - 4)$ xác định khi

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 5 > 0 (\forall x) \\ x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4.$$

Câu 22: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính tổng $S = 3m + 2M$.

- A. $S = 4$. B. $S = -4$. C. $S = -3$. D. $S = -\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = [-1; +\infty)$.

$$f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in [0; 3].$$

$$\text{Ta có } f(0) = -1, f(3) = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } m = -1, M = -\frac{1}{2}. \text{ Vậy } S = 3m + 2M = -4.$$

Câu 23: Phương trình $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ có tổng các nghiệm là

- A. -2 . B. 12 . C. 6 . D. 5 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 8 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Tổng các nghiệm của phương trình là $3 + 2 = 5$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	-1	$+\infty$	2	$-\infty$	

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ nên $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy, đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-1}{2x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn B

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{2-m}{(2x-1)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi $y' = \frac{2-m}{(2x-1)^2} > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow m < 2$.

Vì m nguyên dương nên $m = 1$.

Câu 26: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , M là trung điểm BD . Thể tích V của khối chóp $MABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$

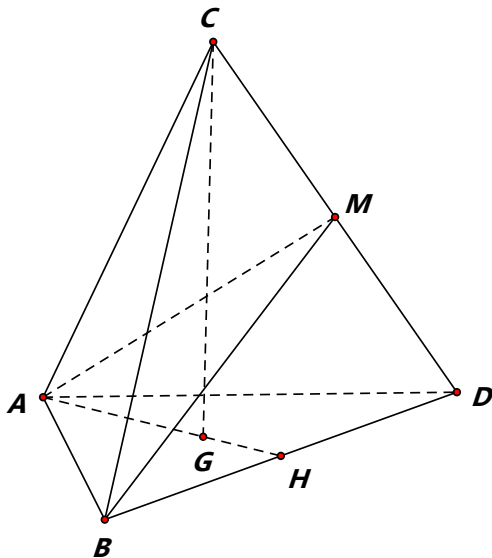
B. $V = \frac{a^3}{2}$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Vì M là trung điểm BD nên thể tích V của khối chóp $MABC$ bằng nửa

thể tích khối chóp $ABCD$. Vậy $V_{MABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Cách khác:

Gọi H là trung điểm cạnh BD , G là trọng tâm của $\triangle ABD$.

$$\text{Ta có: } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle ACG \text{ có } CG = \sqrt{AC^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Do đó: } V_{CABD} = \frac{1}{3} CG.S_{ABD} = \frac{1}{3} CG.\frac{1}{2} AB.AD.\sin 60^\circ = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Mà } \frac{V_{CABM}}{V_{CABD}} = \frac{CM}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{CABM} = \frac{1}{2} V_{CABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$

Câu 27: Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{a^5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

A. $P = a^{\frac{1}{6}}$

B. $P = a^{\frac{16}{15}}$

C. $P = a^{\frac{7}{6}}$

D. $P = a^{\frac{19}{6}}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } P = \sqrt[3]{a^5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{a^3}} = a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{-\frac{3}{5}} = a^{\frac{16}{15}}$$

Câu 28: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C) . Gọi A, B là các điểm cực trị của (C) . Tính độ dài đoạn thẳng AB ?

A. $AB = 5\sqrt{2}$.

B. $AB = 5$.

C. $AB = 4$.

D. $AB = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0; 2); B(2; -2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 29: Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 5.

B. -6.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_a x = 2, \log_b x = 3 \Rightarrow x \neq 1$$

$$\text{Do đó } P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{1}{\log_x \frac{a}{b^2}} = \frac{1}{\log_x a - \log_x b^2} = \frac{1}{\log_x a - 2\log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} - 2\frac{1}{\log_b x}} = -6.$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = \sqrt{2}a, SA = 3a$ và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

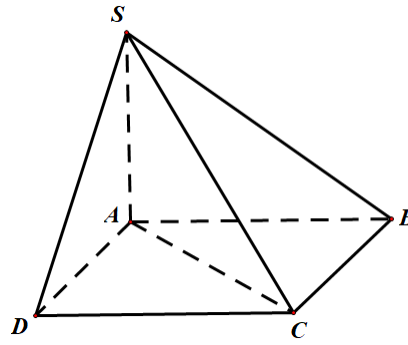
B. 120° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



$$\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \text{Hình chiếu của } SC \text{ trên } (ABCD) \text{ là } AC.$$

$$\Rightarrow (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = SCA.$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Tam giác } SAC \text{ vuông tại } A \Rightarrow \tan SCA = \frac{SA}{SC} = \sqrt{3} \Rightarrow SCA = 60^\circ.$$

Câu 31: Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 3 lần và tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần

B. 6 lần

C. 36 lần

D. 12 lần

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích khối trụ } V = \pi \cdot r^2 \cdot h \text{ nên } V' = \pi \cdot (2r)^2 \cdot (3h) = 12V.$$

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 3 (a \neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	0	4	0	$+\infty$

Khi đó nhận xét nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

B. Trên khoảng $(-2; 1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn đồng biến.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên trên ta có nhận xét như sau:

$$+x \in (-\infty; -2): f'(x) < 0.$$

$$+x \in (-2; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty): f'(x) > 0$$

Vậy trên khoảng $(-1; 1)$ hàm số đồng biến.

Câu 33: Một hình chóp có 2021 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu cạnh?

A. 2022

B. 4040

C. 4021

D. 1011

Lời giải

Chọn B

Hình chóp có 1 mặt đáy và 2020 mặt bên nên nó có đáy là đa giác 2020 cạnh.

Do đó hình chóp có 4040 cạnh tất cả.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số nghịch biến trên $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$.

Câu 35: Cho $a = \log 5, b = \ln 5$, hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $10e = 5^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$.

B. $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$.

C. $a^{10} = e^b$.

D. $a^{10+b} = 5^{10e}$.

Lời giải

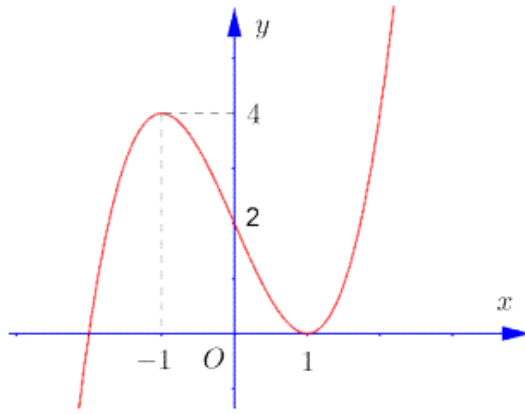
Chọn A

$$\begin{cases} a = \log 5 \\ b = \ln 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = \log_5 10 \\ \frac{1}{b} = \log_5 e \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \log_5 (10e).$$

Do đó: $10e = 5^{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x - 2021) - x + 2021$ là



- A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x) = f'(x - 2021) - 1$.

Đồ thị hàm số $g'(x)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ bằng cách tịnh tiến sang phải 2021 đơn vị và tịnh tiến xuống dưới 1 đơn vị.

Do đó đồ thị hàm số $g'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu qua 3 điểm đó nên hàm số $g(x) = f(x - 2021) - x + 2021$ có 3 điểm cực trị.

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{x^{-2}} - \sqrt[3]{x})}{x^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{x^3} - \sqrt[8]{x^{-1}})}$ xác định trên $D = (0; +\infty) \setminus \{1\}$. Giá trị $-f(2021^{2022}) - 1$

có thể viết dạng $a0ab^{b0bb}$ (với a, b là số tự nhiên nhỏ hơn 10). Tính $a + b$.

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Ta rút gọn $f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{x^{-2}} - \sqrt[3]{x})}{x^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{x^3} - \sqrt[8]{x^{-1}})} = \frac{1-x}{\sqrt{x}-1} = -(1+\sqrt{x})$.

$$\Rightarrow -f(2021^{2022}) - 1 = \sqrt{2021^{2022}} = 2021^{1011} \Rightarrow a = 2, b = 1 \Rightarrow a + b = 3.$$

Câu 38: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m^2 - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Số phần tử của S là

- A.** 17. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 9

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m^2 - 30$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$

$$f'(x) = x^3 - 28x + 48; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \notin [0; 2] \\ x = 4 \notin [0; 2] ; f(0) = m^2 - 30, f(2) = 14 + m^2 \\ x = 2 \in [0; 2] \end{cases}$$

$$\max_{[0;2]} |f(x)| = \max \left\{ |m^2 - 30|; |m^2 + 14| \right\} \leq 30 \Leftrightarrow \begin{cases} |m^2 - 30| \leq 30 \\ |m^2 + 14| \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -30 \leq m^2 - 30 \leq 30 \\ -30 \leq m^2 + 14 \leq 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^2 \leq 60 \\ m^2 \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 \leq 16 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 4 \stackrel{m \in \mathbb{Z}}{\Rightarrow} m \in \{-4; -3; \dots; 4\}$$

Vậy: có 9 phần tử m nguyên thỏa YCBT

Câu 39: Ông Nam cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000 đ/ m^2 và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 22.000.000 đ B. 22.770.000 đ C. 20.965.000 đ D. 23.235.000 đ

Lời giải

Chọn B

Gọi chiều rộng của bể là: $x(m)$. (với điều kiện $x > 0$).

Chiều dài của bể là: $\frac{4}{3}x(m)$. Từ đó suy ra chiều cao của bể là: $\frac{6}{x^2}(m)$.

Tổng diện tích của bể là

$$S = \left(2 - \frac{2}{9}\right) \cdot \frac{4}{3}x^2 + 2 \cdot \frac{6}{x^2} \cdot x + 2 \cdot \frac{6}{x^2} \cdot \frac{4}{3}x$$

$$= \frac{64}{27}x^2 + \frac{12}{x} + \frac{16}{x} = \frac{64}{27}x^2 + \frac{28}{x}$$

Vì $x > 0$ nên áp dụng BĐT Cô si cho 3 số dương $\frac{64}{27}x^2; \frac{14}{x}; \frac{14}{x}$ ta có

$$\frac{64}{27}x^2 + \frac{14}{x} + \frac{14}{x} \geq 3\sqrt{\frac{64}{27}x^2 \cdot \frac{14}{x} \cdot \frac{14}{x}} = 3\sqrt{\frac{12544}{27}}$$

$$\text{Suy ra } S_{\min} = 3\sqrt{\frac{12544}{27}} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{189}{32}}$$

Vậy chi phí thấp nhất để xây bể là: 980000. $S_{\min} \approx 22.770.000$ đ.

Câu 40: Cho đa giác đều 21 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân nhưng không đều.

- A. $P = \frac{29}{190}$ B. $P = \frac{18}{95}$ C. $P = \frac{27}{190}$ D. $P = \frac{7}{190}$

Lời giải

Chọn C

Số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là $C_{21}^3 = 1330$ tam giác.

Nên số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 1330$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Xét một đỉnh A bất kì của đa giác, có 10 cặp đỉnh đối xứng với nhau qua đường thẳng OA , hay có 10 tam giác tam giác cân tại đỉnh A . Như vậy với mỗi đỉnh của đa giác có 10 tam giác nhận đỉnh đó làm tam giác cân.

Số tam giác đều có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho là $\frac{21}{3} = 7$ tam giác.

Tuy nhiên, trong số tam giác cân xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại 3 đỉnh nên các tam giác đều được đếm 3 lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $10.21 - 3.7 = 189$ tam giác.

Vậy xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều

$$P = \frac{189}{1330} = \frac{27}{190}.$$

Câu 41: Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\frac{xy-1}{x^2+y} = 2^{x^2-2xy+y+1}$. Tìm giá trị nhỏ

nhất $y_{\min}$ của y .

A. $y_{\min} = 2$.

B. $y_{\min} = 3$.

C. $y_{\min} = 1$.

D. $y_{\min} = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\frac{xy-1}{x^2+y} = 2^{x^2-2xy+y+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{xy-1}{x^2+y} = 2^{x^2+y} \cdot 2^{-2xy+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{xy-1}{2^{-2xy+1}} = (x^2+y)2^{x^2+y}$$

$$\Leftrightarrow (xy-1)2^{2xy-1} = (x^2+y)2^{x^2+y}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(2xy-2)2^{2xy-2+1} = (x^2+y)2^{x^2+y}$$

$$\Leftrightarrow (2xy-2)2^{2xy-2} = (x^2+y)2^{x^2+y}$$

Hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$ là hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{\ln 2}; +\infty\right)$.

Nên với $x, y > 0$ thì $(2xy-2)2^{2xy-2} = (x^2+y)2^{x^2+y} \Leftrightarrow 2xy-2 = x^2+y \Leftrightarrow y = \frac{x^2+2}{2x-1}$.

Điều kiện $x \neq \frac{1}{2}$.

Ta có $y' = \frac{2x^2-2x-4}{(2x-1)^2}$

Trên khoảng $(0; +\infty)$, ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng xét dấu:

x	0	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
y'	-		0	+
y	-2		2	$+\infty$

Vì $y > 0$ nên $y_{\min} = 2$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ là bao nhiêu?

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $e^{f^2(x)} - 2 = 0 \Leftrightarrow e^{f^2(x)} = 2 \Leftrightarrow f^2(x) = \ln 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{\ln 2} & (1) \\ f(x) = -\sqrt{\ln 2} & (2) \end{cases}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt, phương trình (2) có 1 nghiệm, vậy phương trình $e^{f^2(x)} - 2 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 43: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A.** 10 **B.** 5 **C.** -5 **D.** -10

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+) $y' = 2m - 3 + (3m+1)\sin x$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 2m - 3 + (3m+1)\sin x \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\text{TH1: } 3m+1=0 \Rightarrow m = -\frac{1}{3} \Rightarrow y' = -\frac{11}{3} < 0, \forall x$$

Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{TH2: } 3m+1 > 0 \Rightarrow m > -\frac{1}{3}. \text{ Ta có:}$$

$$2m - 3 + (3m+1)\sin x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (3m+1)\sin x \leq 3 - 2m$$

$$\Leftrightarrow \sin x \leq \frac{3-2m}{3m+1}$$

Do $\sin x \leq 1$ nên $\frac{3-2m}{3m+1} \geq 1 \Leftrightarrow 3-2m \geq 3m+1 \Leftrightarrow 5m \leq 2 \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{5}$

Suy ra $\frac{-1}{3} < m \leq \frac{2}{5}; m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0$

TH3: $3m+1 < 0 \Rightarrow m < \frac{-1}{3}$. Ta có:

$$2m - 3 + (3m+1)\sin x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (3m+1)\sin x \leq 3-2m$$

$$\Leftrightarrow \sin x \geq \frac{3-2m}{3m+1}$$

Do $\sin x \geq -1$ nên $\frac{3-2m}{3m+1} \leq -1 \Leftrightarrow 3-2m \geq -3m-1 \Leftrightarrow m \geq -4$

Suy ra $-4 \leq m < \frac{-1}{3}; m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1\}$

Vậy tổng các giá trị của m bằng: $(-4) + (-3) + (-2) + (-1) + 0 = -10$

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $A'.BB'C'C$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

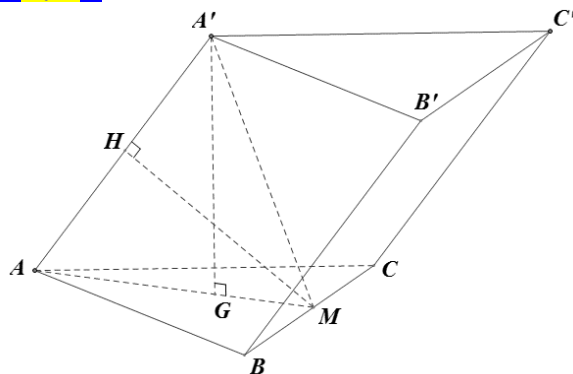
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Lời giải

Chọn B



Ta có $\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp AA'$

Kẻ $MH \perp AA'$ tại H , suy ra MH là đoạn vuông góc chung của giữa hai đường thẳng AA' và BC

Tam giác MHA vuông tại H có $AH = \sqrt{AM^2 - MH^2} = \frac{3}{4}a$

Tam giác $A'GA$ đồng dạng tam giác MHA nên $\frac{A'G}{MH} = \frac{GA}{HA} \Rightarrow A'G = \frac{MH \cdot GA}{HA} = \frac{a}{3}$

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + 2x^2 - bx + 1$ và $y = g(x) = cx^2 + 4x + d$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	0	1	0
$f(x)$	$+\infty$	CT	1	$-\infty$

Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_3 = 9$. Tính tích $T = x_1 x_2 x_3$.

A. $T = 6$

B. $T = 12$

C. $T = 10$

D. $T = 21$

Lời giải

Đáp án B

Ta có $y = f(x) = ax^3 + 2x^2 - bx + 1 \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 4x - b \Rightarrow f''(x) = 6ax + 4$

Cho $f''(x) = 6ax + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{3a}$ ($a \neq 0$), $x = \frac{-2}{3a}$ là hoành điểm uốn.

Lại có $y = g(x) = cx^2 + 4x + d \Rightarrow g'(x) = 2cx + 4$ cho $g'(x) = 2cx + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{c}$ là trục đối xứng của parabol

Từ đó ta được $x = \frac{-2}{c} = \frac{-2}{3a} \Leftrightarrow 3a = c$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$ax^3 + 2x^2 - bx + 1 = cx^2 + 4x + d \Leftrightarrow ax^3 + (2-c)x^2 - (b+4)x + 1-d = 0$$

Theo Vi-et phương trình bậc 3:

$$\begin{cases} x_1 x_2 x_3 = \frac{d-1}{a} \\ x_1 + x_2 + x_3 = \frac{c-2}{a} = 9 \Leftrightarrow c-2 = 9a \end{cases} \quad \text{thay } x = \frac{-2}{c} = \frac{-2}{3a} \Leftrightarrow 3a = c \text{ vào hệ}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{c-2}{a} = 9 \Leftrightarrow c-2 = 9a \Leftrightarrow 3a-2 = 9a \Leftrightarrow a = \frac{-1}{3} \Rightarrow c = -1$$

Mà ta có $x = \frac{-2}{c} = 2$ thì $y = g\left(\frac{-2}{c}\right) = g(2)$ ta được $y = 1$ thay

$$1 = g(2) = -2 \cdot (2)^2 + 4 \cdot 2 + d \Leftrightarrow d = -3$$

$$\text{Thay vào } x_1 x_2 x_3 = \frac{d-1}{a} = \frac{-4}{\frac{-1}{3}} = 12$$

Câu 46: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $(a+b)(2a-ab+2b-2) = 3ab$. Giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \frac{1}{a^3 b^3} (a^6 + b^6) - \frac{9}{4a^2 b^2} (a^4 + b^4)$ bằng

A. $-\frac{23}{16}$

B. $-\frac{21}{4}$

C. $-\frac{23}{4}$

D. $\frac{17}{16}$

Lời giải

Đáp án A

Xét $(a+b)(2a-ab+2b-2)=3ab \Leftrightarrow 2a^2+2b^2-a^2b-ab^2+ab-2a-2b=0$

Vì a, b dương, nên chia cho ab ta được

$$2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1-(a+b)-2\frac{1}{b}-2\frac{1}{a}=0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) \geq 2\sqrt{2.(a+b).\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$$
$$2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1 \geq 2\sqrt{2.\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)}$$

Suy ra $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geq \frac{5}{2}$

Ta có

$$P = \frac{1}{a^3b^3}(a^6+b^6) - \frac{9}{4a^2b^2}(a^4+b^4) = \frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} - \frac{9}{4}\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) \Leftrightarrow 4P = 4\left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)$$

Đặt $t = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}, t \geq \frac{5}{2}$ ta có được $4P = 4(t^3 - 3t) - 9(t^2 - 2) = 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18$

Xét $f(t) = 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18$ với $t \geq \frac{5}{2}$

$$f'(t) = 12t^2 - 18t - 12 \geq 0, \forall t \in \left[\frac{5}{2}; +\infty\right) \text{ nên } f_{\min}(t) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{-23}{4}$$

Do đó

$$4P = 4(t^3 - 3t) - 9(t^2 - 2) = 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18 \geq \frac{-23}{4}$$

$$P \geq \frac{-23}{16}$$

Dấu "=" xảy ra khi $(a, b) = (2, 1) \vee (1, 2)$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a, BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. $\frac{2a\sqrt{15}}{19}$.

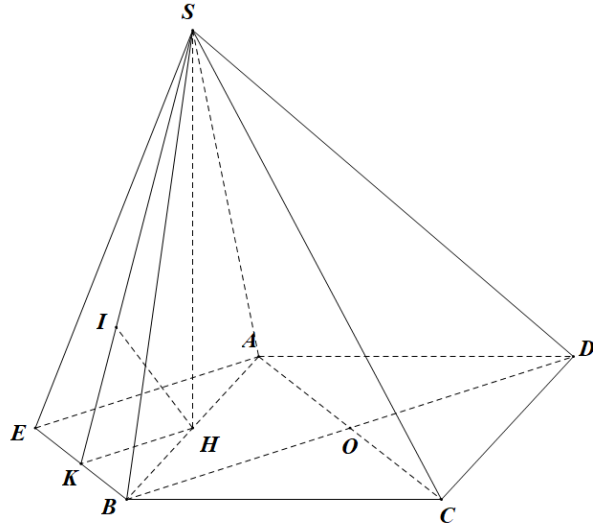
B. $\frac{a\sqrt{165}}{91}$.

C. $\frac{4a\sqrt{1365}}{91}$.

D. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm của AB .

Do tam giác SAB đều có SH là đường cao và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OA = \frac{AC}{2} = a \\ OB = \frac{BD}{2} = 2a \end{cases}.$$

Tam giác OAB vuông tại O có: $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

Tam giác SAB đều, SH là đường cao $\Rightarrow SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Kẻ $BE \parallel AC$ và $AE \parallel BD$. Tứ giác $AEBO$ có: $\begin{cases} AE \parallel BO \\ BE \parallel AO \\ AO \perp BO \end{cases} \Rightarrow AEBO$ là hình chữ nhật.

$$\Rightarrow \begin{cases} AE = BO = 2a \\ AE \perp BE \end{cases}.$$

Gọi K là trung điểm BE , và có H là trung điểm AB nên HK là đường trung bình của tam

$$\text{giác } ABE \Rightarrow \begin{cases} HK \parallel AE \\ HK = \frac{1}{2}AE = a \end{cases}.$$

Mà $AE \perp BE \Rightarrow HK \perp BE$.

Lại có: $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp BE$. Suy ra $BE \perp (SHK)$.

Kẻ $HI \perp SK$, $BE \perp (SHK)$ nên $BE \perp HI$. Suy ra $HI \perp (SBE) \Rightarrow HI = d(H, (SBE))$.

Tam giác SHK vuông tại H , đường cao HI :

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{15}}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{19}{15a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{285}}{19}.$$

Ta có: $BE \parallel AC$ nên $AC \parallel (SBE) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBE)) = d(A, (SBE))$.

$$\text{Ta có: } AH \cap (SBE) = B \Rightarrow \frac{d(A; (SBE))}{d(H; (SBE))} = \frac{AB}{HB} = 2$$

$$\Leftrightarrow d(A; (SBE)) = 2d(H; (SBE)) = \frac{2a\sqrt{285}}{19}.$$

- Câu 48:** Cho hàm số $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + e}$. Đặt $S = f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2}{2021}\right) + f\left(\frac{3}{2021}\right) + \dots + f\left(\frac{2021}{2021}\right)$. Khi đó giá trị của $P = \log S$ thuộc khoảng nào dưới đây?
- A.** (1; 2). **B.** (2; 3). **C.** (3; 4). **D.** (4; 5).

Lời giải

Chọn C

Xét hai số dương a và b sao cho $a + b = 1$, ta có

$$f(a) + f(b) = \frac{e^{2a}}{e^{2a} + e} + \frac{e^{2b}}{e^{2b} + e} = \frac{e^{2a}(e^{2b} + e) + e^{2b}(e^{2a} + e)}{(e^{2a} + e)(e^{2b} + e)}$$

$$\frac{e^{2(a+b)} + e^{2(a+b)} + e(e^{2a} + e^{2b})}{e^{2(a+b)} + e(e^{2a} + e^{2b}) + e^2} = \frac{e^{2(a+b)} + e^2 + e(e^{2a} + e^{2b})}{e^{2(a+b)} + e(e^{2a} + e^{2b}) + e^2} = 1 \text{ (vì } a + b = 1)$$

$$\text{Do đó } S = \left[f\left(\frac{1}{2021}\right) + f\left(\frac{2020}{2021}\right) \right] + \left[f\left(\frac{2}{2021}\right) + f\left(\frac{2019}{2021}\right) \right] + \dots + f(1)$$

$$= 1010 + f(1) = 1010 + \frac{e}{1+e}$$

$$\text{Vậy } P = \log S = \log\left(\frac{1010 + 1011e}{1+e}\right) \approx 3,005.$$

- Câu 49:** Xác định các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - m$ có các điểm cực đại và cực tiểu A và B sao cho tam giác ABC vuông tại $C\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.
- A.** $m = \frac{1}{3}$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m = \frac{1}{6}$. **D.** $m = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 2x + m$.

Hàm số có 2 điểm cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Khi đó $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 với $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$.

Mặt khác phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$y = \frac{1}{3}(2m - 2)x - \frac{2m}{3}.$$

Do đó tọa độ 2 điểm cực trị A, B là: $A\left(x_1; \frac{1}{3}(2m - 2)x_1 - \frac{2m}{3}\right), B\left(x_2; \frac{1}{3}(2m - 2)x_2 - \frac{2m}{3}\right)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AC} = \left(\frac{2}{3} - x_1; -\frac{1}{3}(2m-2)x_1 + \frac{2m}{3} \right), \overrightarrow{BC} = \left(\frac{2}{3} - x_2; -\frac{1}{3}(2m-2)x_2 + \frac{2m}{3} \right).$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } C \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3} - x_1 \right) \left(\frac{2}{3} - x_2 \right) + \left(-\frac{1}{3}(2m-2)x_1 + \frac{2m}{3} \right) \left(-\frac{1}{3}(2m-2)x_2 + \frac{2m}{3} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 - \frac{2}{3}(x_1 + x_2) + \frac{4}{9} + \frac{1}{9}(2m-2)^2 x_1 x_2 - \frac{2m}{9}(2m-2)(x_1 + x_2) + \frac{4m^2}{9} = 0$$

$$\Leftrightarrow (4m^2 - 8m + 13)x_1 x_2 - (4m^2 - 4m + 6)(x_1 + x_2) + 4m^2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (4m^2 - 8m + 13)m - (4m^2 - 4m + 6) \cdot 2 + 4m^2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^3 - 12m^2 + 21m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

So với điều kiện suy ra $m = \frac{1}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$; $SAB = SCB = 90^\circ$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $AB = 3a\sqrt{2}$.

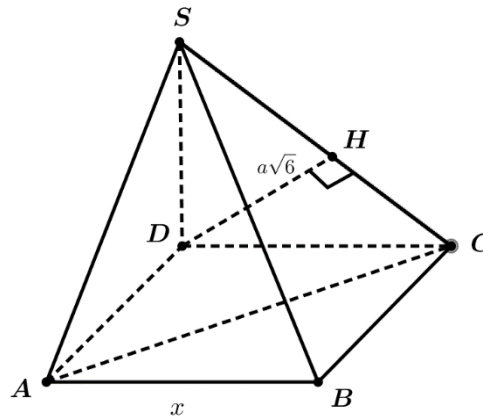
B. $AB = a\sqrt{3}$.

C. $AB = 2a$.

D. $AB = 3a$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow SD \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow SD \perp AB$. Mà $SAB = 90^\circ \Rightarrow AB \perp SA$. Do đó $AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AD$.

Chứng minh tương tự ta cũng có $BC \perp CD$. Do đó $ABCD$ là hình vuông.

Trong mặt phẳng (SDC) , kẻ $DH \perp SC \Rightarrow DH \perp (SBC)$.

Vì $AD \parallel BC \Rightarrow AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH = a\sqrt{6}$.

Gọi $AB = x$. Vì $CD > DH = a\sqrt{6} \Rightarrow x > a\sqrt{6}$. Xét tam giác vuông SCD ta có

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{CD^2} \Rightarrow \frac{1}{SD^2} = \frac{1}{DH^2} - \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{6a^2} - \frac{1}{x^2} \Rightarrow SD = \frac{ax\sqrt{6}}{\sqrt{x^2 - 6a^2}}.$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{ax^3\sqrt{6}}{\sqrt{x^2-6a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2-6a^2}}.$$

Đặt $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2-6a^2}}; (x > a\sqrt{6}).$

Ta có $f'(x) = \frac{3x^2 \cdot \sqrt{x^2-6a^2} - \frac{x \cdot x^3}{\sqrt{x^2-6a^2}}}{x^2-6a^2} = \frac{2x^4-18a^2x^2}{(x^2-6a^2) \cdot \sqrt{x^2-6a^2}}.$

Với $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^4 - 18a^2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3a, (vì x > a\sqrt{6}).$

Bảng biến thiên

x	$a\sqrt{6}$	$3a$	$+\infty$
$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow \quad \nearrow$ $9a^2\sqrt{3}$	$+\infty$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất khi $AB = x = 3a.$